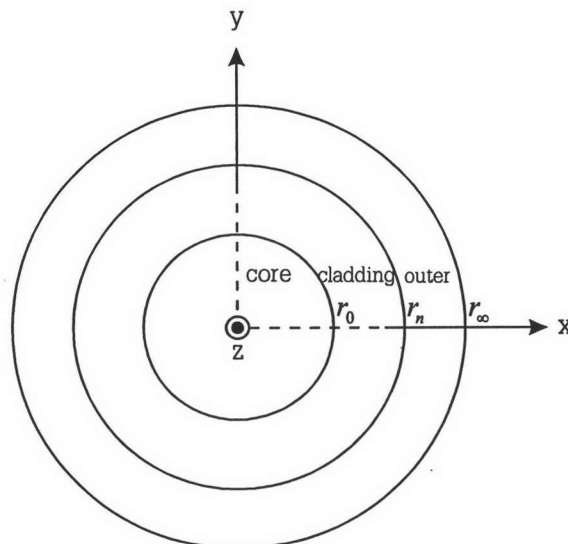


บทที่ 4

เทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = e^{-\alpha r}$

ความนำ

ในการนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ (finite element method) ไปประยุกต์ใช้กับเส้นใยแสงนั้น ปัญหาหนึ่งที่พบคือขอบเขตของปัญหาที่ใช้วิเคราะห์เส้นใยแสงเป็นบริเวณเปิด (open region) หรือเป็นบริเวณอนันต์ (infinite region) ดังรูปที่ 4.1 ในการนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาใดๆต้องทราบขอบเขตของปัญหาที่แน่นอน ในบทนี้จะนำเทคนิคการแปลงบริเวณ (mapping technique) มาแก้ปัญหาลักษณะของเส้นใยแสงที่เป็นบริเวณเปิดให้เป็นบริเวณที่จำกัด (bounded region) ซึ่งวิธีนี้จะสามารถนำไปใช้ร่วมกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เพื่อแก้ปัญหาลักษณะเส้นใยแสงได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยที่เทคนิคการแปลงบริเวณที่นำเสนอในบทนี้ จะมีรูปแบบของฟังก์ชันของการแปลงบริเวณเป็น $s = e^{-\alpha r}$ โดยที่ s คือโดเมนใหม่ภายหลังจากใช้เทคนิคการแปลงบริเวณ, r คือรัศมีของเส้นใยแสง, และค่า α คือค่าการปรับความชันของเส้นกราฟเอกซ์โพเนนเชียล โดยที่ $(\alpha \geq 0)$



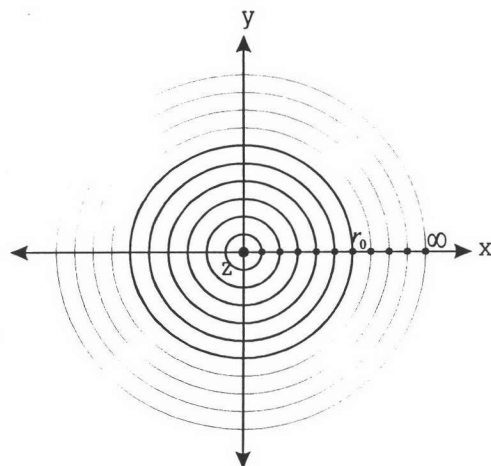
รูปที่ 4.1 ลักษณะปัญหาเส้นใยแสงที่ใช้ในการพิจารณา

จากรูปแบบสมการระบบของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่นำเสนอในบทที่ 2 สมการรวมของระบบจะติดอยู่ในรูปตัวแปรของรัศมี (r) ตลอดทั้งโดเมนของการพิจารณา เพื่อที่จะให้การนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{-ar}$ มาประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้นจะทำการแบ่งบริเวณของการพิจารณาออกเป็นสามส่วนคือ บริเวณแกน (core) และบริเวณวัสดุหุ้ม (cladding) ซึ่งเป็นบริเวณที่จำกัด และบริเวณระยะไกล (outer domain) ซึ่งเป็นบริเวณเปิดดังรูปที่ 4.1 โดยที่การนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{-ar}$ มาใช้นั้นจะนำมาประยุกต์ใช้กับบริเวณระยะไกล (outer domain) ซึ่งจะทำให้รูปแบบสมการระบบของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เปลี่ยนไปเป็น ภายในบริเวณแกนและบริเวณวัสดุหุ้มรูปฟังก์ชันนอลยังคงสภาพเดิมคือยังติดตัวแปรรัศมี (r) ส่วนในบริเวณระยะไกลฟังก์ชันนอลจะติดอยู่ในรูปของฟังก์ชัน $s = e^{-ar}$ (โดยที่ s คือโดเมนใหม่ภายหลังจากใช้เทคนิคการแปลงบริเวณ) เมื่อทำการดัดแปลงรูปสมการระบบแล้ว ก็ทำตามขั้นตอนของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ต่อไปคือทำการแทนค่าคำตอบทดสอบ (trial function) และจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปเมตริกซ์โดยมีค่าเจาะจงคือค่าคงตัวการแพร่กระจาย (propagation constant) ตัวอย่างการคำนวณคือหาค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานซึ่งรูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดและแบบดัชนีลาด

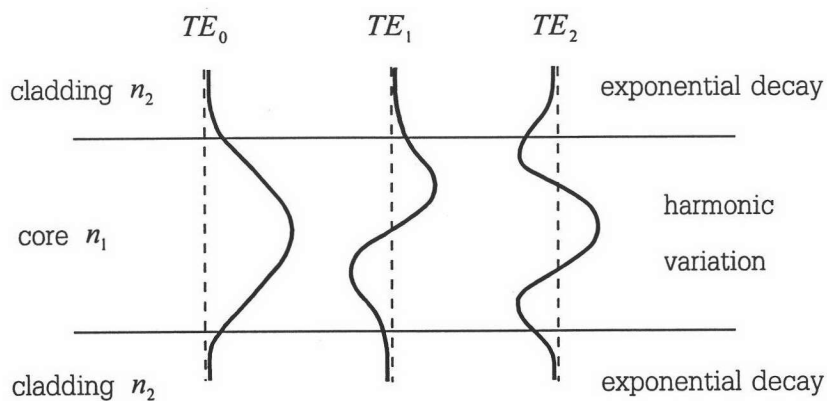
1. ลักษณะปัญหาของเส้นใยแสงและการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{-ar}$ มาใช้

จากลักษณะของขอบเขตปัญหาที่เกิดขึ้นจริงในเส้นใยแสง ขอบเขตปัญหาของเส้นใยแสงจะเป็นบริเวณเปิด (open region) หรือเป็นบริเวณอนันต์ (infinite region) ซึ่งการนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ไปประยุกต์ใช้นั้นต้องทราบขอบเขตของปัญหาที่แน่นอน จากรูปที่ 4.2 แสดงให้เห็นว่าถ้านำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มาประยุกต์ใช้กับปัญหาเส้นใยแสงต้องแบ่งอีลีเมนต์ (element) เป็นจำนวนมากในบริเวณวัสดุหุ้มเพื่อที่จะทำให้ครอบคลุมโดเมนทั้งหมดของปัญหา ซึ่งจะทำให้สิ้นเปลืองทรัพยากรที่ใช้ในการคำนวณเป็นจำนวนมาก

พิจารณารูปแบบการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจริงในเส้นใยแสงดังรูปที่ 4.3 ฟังก์ชันของการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจริงในเส้นใยแสงนั้นจะมีรูปแบบคือ ในบริเวณวัสดุหุ้ม (cladding) ฟังก์ชันของการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีการลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงแรก และจะลดลงช้าลงในบริเวณที่ระยะไกลออกไปและจะไปสิ้นสุดจริงที่อนันต์ (infinite) หรืออาจเขียนฟังก์ชันของการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณวัสดุหุ้มได้ในรูปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล e^{-ar}

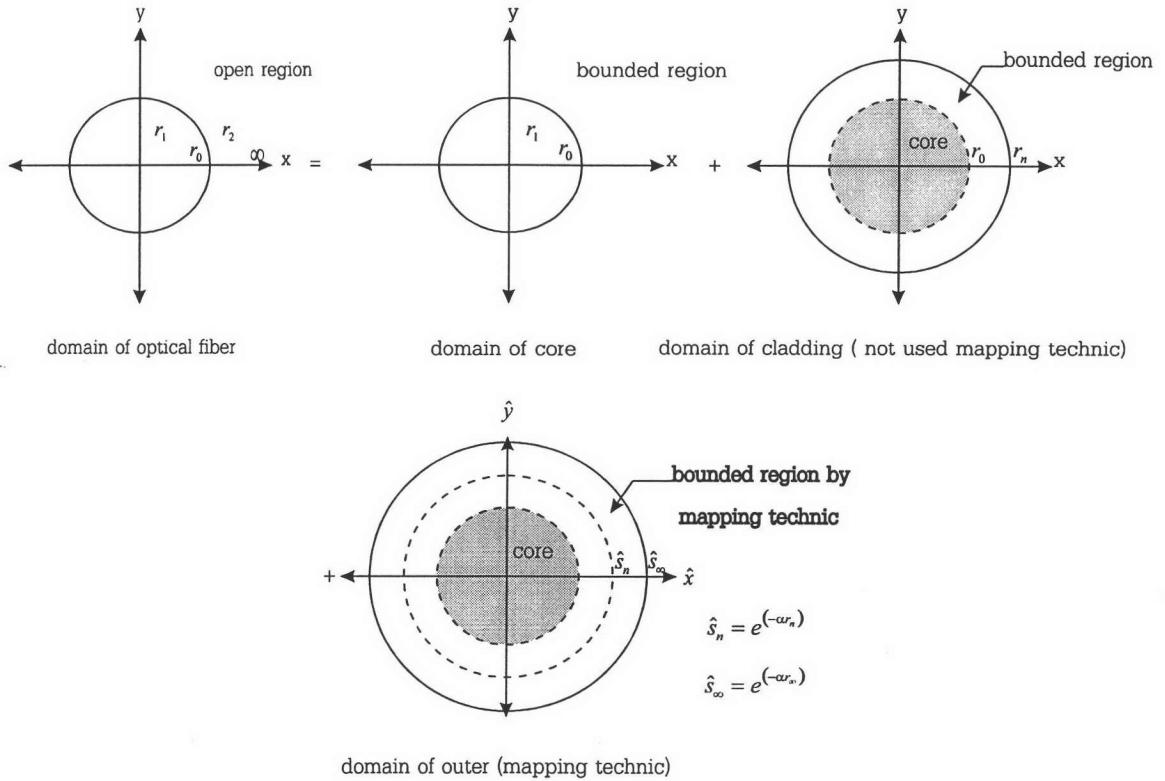


รูปที่ 4.2 ตัวอย่างการแบ่งอีลีเมนต์ในเส้นใยแสง



รูปที่ 4.3 การกระจายของสนามไฟฟ้าในเส้นใยแสงแบบแผ่นคู่ขนาน (dielectric slab waveguide)

ถ้าสามารถหาฟังก์ชันของการแปลงบริเวณที่เหมาะสมกับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงได้ก็จะสามารถทำการลดลงของการสิ้นเปลืองทรัพยากรในการคำนวณได้ และอาจจะยังผลให้การคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีความถูกต้องและแม่นยำขึ้น เทคนิคการแปลงบริเวณแบบหนึ่งที่น่ามาใช้ในงานวิจัยนี้ซึ่งมีรูปแบบฟังก์ชันของการแปลงบริเวณเป็น $s = e^{-\alpha}$ ซึ่งรูปแบบของฟังก์ชันจะเป็นดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.5 การแบ่งโดเมนที่ใช้ในการพิจารณา

เมื่อนำเทคนิคการแปลงบริเวณมาประยุกต์ใช้ทำการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นสามส่วนดังรูปที่ 4.5 คือ โดเมนที่แกน (core) และโดเมนวัสดุหุ้ม (cladding) ขอบเขตจะเป็นบริเวณจำกัด และบริเวณระยะไกล (outer domain) ขอบเขตจะเป็นบริเวณเปิด โดยที่โดเมนที่เป็นบริเวณเปิดทำการแปลงบริเวณโดยอาศัยเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{-ar}$ รูปแบบสมการระบบของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ตามชุดสมการที่ 2.19 จะเปลี่ยนไปเป็นดังรายละเอียดต่อไปนี้

สำหรับสมการที่ (2.19ข) จะแบ่งเป็นสามโดเมนดังนี้

$$a(f_r, f_\theta) = a_{core}(f_r, f_\theta) + a_{cladding}(f_r, f_\theta) + a_{outer}(f_r, f_\theta)$$

และ

$$b(f_r, f_\theta, g) = b_{core}(f_r, f_\theta, g) + b_{cladding}(f_r, f_\theta, g) + b_{outer}(f_r, f_\theta, g)$$

โดยที่แต่ละโดเมนจะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ ที่โดเมนแกน (core) จะเป็นดังนี้

$$a_{core}(f_r, f_\theta) = \int_0^{r_0} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{1}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \quad (4.01)$$

ที่โดเมนวัสดุหุ้ม (cladding) จะได้ว่า

$$a_{outer}(f_r, f_\theta) = \int_{r_0}^{r_{ne}} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{1}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \quad (4.02)$$

ที่โดเมนระยะไกล (outer domain) จะได้ว่า

$$a_{outer}(f_r, f_\theta) = \int_{r_n}^{r_\infty} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \quad (4.03)$$

โดยอาศัยเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{(-ar)}$ สมการที่ (4.03) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} & a_{outer}(f_r, f_\theta) \\ &= \int_{r_n}^{r_\infty} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial(e^{(-ar)})} - \frac{f_\theta}{(e^{(-ar)})} + \frac{l}{(e^{(-ar)})} f_r \right)^2 \right\} \\ & (e^{(-ar)}) d(e^{(-ar)}) \end{aligned} \quad (4.04)$$

$$\begin{aligned} & a_{outer}(f_r, f_\theta) \\ &= \int_{r_n}^{r_\infty} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(\frac{\partial f_\theta}{e^{(-ar)} \alpha \partial r} - \frac{f_\theta}{(e^{(-ar)})} + \frac{l}{(e^{(-ar)})} f_r \right)^2 \right\} \\ & (-1)(e^{(-2ar)}) \alpha dr \end{aligned} \quad (4.05)$$

$$\begin{aligned} & a_{outer}(f_r, f_\theta) \\ &= \int_{r_n}^{r_\infty} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(\frac{e^{(ar)}}{\alpha} \frac{df_\theta}{dr} - e^{(ar)} f_\theta + e^{(ar)} l f_r \right)^2 \right\} (-1) \frac{\alpha dr}{e^{(2ar)}} \end{aligned} \quad (4.06)$$

โดยอาศัยคุณสมบัติของการอินทิเกรตคือ $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ และใช้เทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{(-ar)}$ ที่จุด r_∞ ในโดเมน s จะได้ว่า $\hat{s}_\infty = e^{(-ar_\infty)}$ และที่จุดรอยต่อระหว่างวัสดุหุ้มกับโดเมนระยะไกลจะได้ว่า $\hat{s}_n = e^{(-ar_n)}$ เพราะฉะนั้นสมการที่ (4.06) จะได้ว่า

$$a_{outer}(f_r, f_\theta) = \int_{\hat{s}_\infty}^{\hat{s}_n} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(\frac{e^{(ar)}}{\alpha} \frac{df_\theta}{dr} - e^{(ar)} f_\theta + e^{(ar)} l f_r \right)^2 \right\} \frac{\alpha dr}{e^{(2ar)}} \quad (4.07)$$

สำหรับสมการที่ (2.19ค) จะแบ่งเป็นสามโดเมนดังนี้ ที่โดเมนแกน (core) จะได้ว่า

$$b_{core}(f_r, f_\theta, g) = \int_0^{r_0} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \quad (4.08)$$

ที่โดเมนวัสดุหุ้ม (cladding) จะได้ว่า

$$b_{cladding}(f_r, f_\theta, g) = \int_{r_0}^{r_n} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \quad (4.09)$$

ที่โดเมนระยะไกล (outer domain) จะได้ว่า

$$b_{outer}(f_r, f_\theta, g) = \int_{r_n}^{r_o} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \quad (4.10)$$

โดยอาศัยเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{(-ar)}$ สมการที่ (4.10) จะได้ว่า

$$b(f_r, f_\theta, g) = \int_{r_n}^{\infty} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial (e^{(-ar)})} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{(e^{(-ar)})} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} (e^{(-ar)}) d(e^{(-ar)}) \quad (4.11)$$

$$b_{outer}(f_r, f_\theta, g) = \int_{r_n}^{r_o} \left\{ \left(f_r^2 - \frac{\partial g}{e^{(-ar)} \alpha \partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{(e^{(-ar)})} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} (-1)(e^{(-2ar)}) \alpha dr \quad (4.12)$$

$$b_{outer}(f_r, f_\theta, g) = \int_{r_n}^{r_o} \left\{ \left(f_r^2 - \frac{e^{(ar)}}{\alpha} \frac{dg}{dr} \right)^2 + (f_\theta + e^{(ar)} l g)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} (-1) \frac{\alpha dr}{e^{(2ar)}} \quad (4.13)$$

โดยอาศัยคุณสมบัติของการอินทิเกรตและรายละเอียดการแปลงบริเวณที่น่าเสนอในตอนต้นจะได้ว่า

$$b_{outer}(f_r, f_\theta, g) = \int_{s_\infty}^{s_n} \left\{ \left(f_r^2 - \frac{e^{(ar)}}{\alpha} \frac{dg}{dr} \right)^2 + (f_\theta + e^{(ar)} l g)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} \frac{\alpha dr}{e^{(2ar)}} \quad (4.14)$$

เพราะฉะนั้นรูปสมการที่ 2.19 เมื่อทำการดัดแปลงรูปแบบฟังก์ชันนอลด้วยเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{(-ar)}$ แล้วสามารถสรุปได้ดังนี้

$$\beta^2(f_r, f_\theta, g) = \frac{a(f_r, f_\theta)}{b(f_r, f_\theta, g)} \quad (4.15)$$

โดยที่

$$a(f_r, f_\theta) = \int_0^{r_o} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr + \int_{r_o}^{r_n} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr$$

$$+ \int_{\hat{r}_0}^{\hat{r}_\infty} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(\frac{e^{(ar)}}{\alpha} \frac{df_\theta}{dr} - e^{(ar)} f_\theta + e^{(ar)} l f_r \right)^2 \right\} \frac{\alpha dr}{e^{(2ar)}} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} b(f_r, f_\theta, g) = & \int_0^{r_0} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \\ & + \int_{r_0}^{r_1} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \\ & + \int_{\hat{r}_0}^{\hat{r}_\infty} \left\{ \left(f_r^2 - \frac{e^{(ar)}}{\alpha} \frac{dg}{dr} \right)^2 + \left(f_\theta + e^{(ar)} l g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} \frac{\alpha dr}{e^{(2ar)}} \end{aligned} \quad (4.17)$$

รูปแบบของฟังก์ชันรูปร่างจะถูกเปลี่ยนไปตามโดเมนดังนี้ ที่บริเวณแกน(core)และบริเวณวัสดุหุ้ม(cladding) เทอม $a_{core}(f_r, f_\theta)$, $a_{cladding}(f_r, f_\theta)$, $b_{core}(f_r, f_\theta, g)$ และ $b_{cladding}(f_r, f_\theta, g)$ ฟังก์ชันรูปร่างจะเป็น

$$f_r(r) = \sum_m c_m t_m(r) \quad (4.18ก)$$

$$f_\theta(r) = \sum_m d_m \frac{r_m}{r} u_m(r) \quad (4.18ข)$$

$$g(r) = \sum_m e_m u_m(r) \quad (4.18ค)$$

โดยที่ $t_m(r)$ คือ ฟังก์ชันขั้นบันได (step function) ดังรูปที่ 2.5 $\frac{r_m}{r} u_m(r)$ คือ ฟังก์ชันรูปท้อป (rooftop function) ดังรูปที่ 2.6 ก และ $u_m(r)$ คือ ฟังก์ชันรูปท้อป (rooftop function) ดังรูปที่ 2.6 ข และ c_m, d_m, e_m คือสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า และ r_m คือค่าที่จุดโคออร์ดิเนตเมื่อฟังก์ชัน $u_m(r)$ มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับฟังก์ชันรูปท้อปนั้นความสัมพันธ์ของค่าฟังก์ชันที่แต่ละโนดจะเป็นดังนี้

$$\text{ฟังก์ชัน } \frac{r_m}{r} u_m(r) \text{ ที่โนด 1 จะได้ว่า } N_1 = \frac{r_m}{r} \frac{(r_2 - r)}{(r_2 - r_1)} \quad (4.19ก)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } \frac{r_m}{r} u_m(r) \text{ ที่โนด 2 จะได้ว่า } N_2 = \frac{r_m}{r} \frac{(r - r_1)}{(r_2 - r_1)} \quad (4.19ข)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } u_m(r) \text{ ที่โนด 1 จะได้ว่า } N_1 = (r_2 - r) \quad (4.19ค)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } u_m(r) \text{ ที่โนด 2 จะได้ว่า } N_2 = (r - r_1) \quad (4.19ง)$$

และที่โดเมนระยะไกล (outer) เทอม $a_{outer}(f_r, f_\theta)$, $b_{outer}(f_r, f_\theta, g)$ ฟังก์ชันรูปร่างจะเป็น

$$f_r(s) = \sum_m \hat{c}_m \hat{t}_m(s) \quad (4.20ก)$$

$$f_\theta(s) = \sum_m \hat{d}_m \frac{e^{(-a\hat{r}_m)}}{e^{(-ar)}} \hat{u}_m(s) \quad (4.20ข)$$

$$g(s) = \sum_m \hat{e}_m \hat{u}_m(s) \quad (4.20ค)$$

โดยที่ $\hat{t}_m(s)$ คือ ฟังก์ชันขั้นบันได (step function) ที่สเกลตามแกนรัศมี (r) ติดอยู่ในเทอม $e^{(-ar)}$, $\frac{e^{(-a\hat{r}_m)}}{e^{(-ar)}} \hat{u}_m(s)$ คือฟังก์ชันรูปท้อป (rooftop function) ที่สเกลตามแกนรัศมี (r) ติดอยู่ในเทอม $e^{(-ar)}$, $\hat{u}_m(s)$ คือ ฟังก์ชันรูปท้อป (rooftop function) ที่สเกลตามแกนรัศมี (r) ติดอยู่ในเทอม $e^{(-ar)}$ และ $\hat{c}_m, \hat{d}_m, \hat{e}_m$ คือสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า และ $e^{(-a\hat{r}_m)}$ คือค่าที่จุดโคออร์ดิเนตเมื่อฟังก์ชัน $\hat{u}_m(s)$ มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับฟังก์ชันรูปท้อปนั้นความสัมพันธ์ของค่าฟังก์ชันที่แต่ละโนดจะเป็นดังนี้

$$\text{ฟังก์ชัน } \frac{e^{(-a\hat{r}_m)}}{e^{(-ar)}} \hat{u}_m(s) \text{ ที่โนด 1 จะได้ว่า } N_1 = \frac{e^{(-a\hat{r}_m)} (e^{(-ar_2)} - e^{(-ar)})}{e^{(-ar)} (e^{(-ar_2)} - e^{(-ar_1)})} \quad (4.21ก)$$

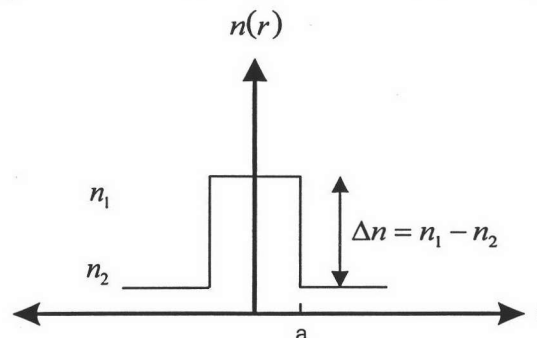
$$\text{ฟังก์ชัน } \frac{e^{(-a\hat{r}_m)}}{e^{(-ar)}} \hat{u}_m(s) \text{ ที่โนด 2 จะได้ว่า } N_2 = \frac{e^{(-a\hat{r}_m)} (e^{(-ar)} - e^{(-ar_1)})}{e^{(-ar)} (e^{(-ar_2)} - e^{(-ar_1)})} \quad (4.21ข)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } \hat{u}_m(s) \text{ ที่โนด 1 จะได้ว่า } N_1 = (e^{(-ar_2)} - e^{(-ar)}) \quad (4.21ค)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } \hat{u}_m(s) \text{ ที่โนด 2 จะได้ว่า } N_2 = (e^{(-ar)} - e^{(-ar_1)}) \quad (4.21ง)$$

ตัวอย่างการคำนวณ

1. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 4.6 โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกนและ n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม



รูปที่ 4.6 ตัวอย่างรูปแบบดัชนีหักเหแบบขั้นบันได

ในตัวอย่างการคำนวณนี้เป็นการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐาน ค่าคงที่ความถี่ บรรทัดฐานเท่ากับ 1.5 และ 4.0 ของโหมด HE_{11} โดยที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็น แบบดัชนีขั้นบันได (step-index) โดยกำหนดให้ $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$ ในการคำนวณนี้กำหนดให้ความยาวของอิลีเมนต์ ที่ใช้ทดสอบในวิธีไฟไนต์อิลีเมนต์ที่ไม่ใช้เทคนิคการแปลงบริเวณมีความยาวเท่ากับ ความยาวของอิลีเมนต์ที่ใช้ ในการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{(-\alpha r)}$ (เมื่อมีการแปลงความยาวต่อหนึ่งอิลีเมนต์ในเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{(-\alpha r)}$ ไปเป็นแบบวิธีที่ไม่ได้ใช้เทคนิคการแปลงบริเวณ)

ตารางที่ 4.1 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบ ขั้นบันได (step-index) ค่าคงที่ $V=1.5$ โหมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$ ($\alpha = 1$)
(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแน่นอนตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแน่นอนตรง = 0.1001

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	not map	$s = e^{(-\alpha r)}$
10	8	2	6	16	0.0871	0.0885
					12.98%	11.58%
10	8	4	6	16	0.0889	0.0907
					11.18%	9.39%
10	8	6	6	16	0.0910	0.0919
					9.09%	8.19%

ตารางที่ 4.2 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบ ขั้นบันได (step-index) ค่าคงที่ $V=4.0$ โหมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$ ($\alpha = 1$)
(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแน่นอนตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแน่นอนตรง = 0.7398

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	not map	$s = e^{(-\alpha r)}$
10	8	2	6	16	0.6842	0.6945
					7.51%	6.12%
10	8	4	6	16	0.6942	0.7016
					6.16%	5.16%
10	8	6	6	16	0.7011	0.7079
					5.23%	4.31%

ตารางที่ 4.3 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบ
 ชั้นบันได (step-index) จำนวนที่ $V=1.5$ ไมครอน HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$ ($\alpha = 1$)
 (ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบมาตรฐาน Masanori Matsuhara et al. 1992) ค่าตอบแม่นยำ = 0.1001

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = e^{-(\alpha r)}$
10	8	2	6	16	0.0885
					11.58%
10	8	4	6	16	0.0907
					9.39%
10	8	6	6	16	0.0919
					8.19%
10	8	2	6	16	0.0885
					11.58%
10	10	2	6	16	0.0898
					10.28%
10	12	2	6	16	0.0904
					9.69%
10	8	2	6	16	0.0885
					11.58%
12	8	2	6	16	0.0890
					11.07%
14	8	2	6	16	0.0892
					10.88%
10	8	2	6	16	0.0885
					11.58%
10	8	2	7	16	0.899
					10.18%
10	8	2	8	16	0.0907
					9.39%
10	8	2	6	16	0.0885
					11.58%

ตารางที่ 4.3 ต่อ การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบ
ขั้นบันได (step-index) จำนวนที่ $V=1.5$ โมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$ ($\alpha = 1$)

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแน่นอนตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแน่นอนตรง = 0.1001

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = e^{-(\alpha r)}$
10	8	2	6	16	0.0885
					11.58%
10	8	2	6	18	0.0901
					9.99%
10	8	2	6	20	0.0911
					8.99%
10	8	2	6	16	0.0885
					11.58%
10	8	4	6	26	0.0919
					8.19%
10	8	6	6	36	0.0942
					5.89%
10	8	2	6	16	0.885
					11.58%
10	10	2	7.25	17.25	0.0908
					9.29%
10	12	2	8.5	18.5	0.0915
					8.59%

จากผลการคำนวณที่ $V=1.5$ ของโมด HE_{11} สามารถสรุปได้ดังนี้

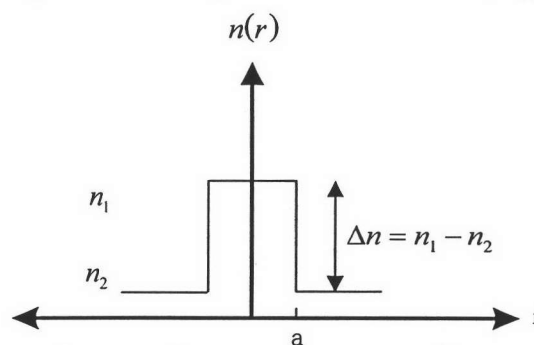
2.1. เมื่อเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ที่บริเวณระยะไกลโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะทำให้ความแม่นยำสูงขึ้นซึ่งชี้ให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าที่ความถี่เท่ากับ 1.5 นี้มีการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าต่อเนื่องในบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลมากกว่าที่ความถี่เท่ากับ 4.0 โดยเมื่อปรับ r_∞ เพิ่มขึ้น ผลการคำนวณจะดีขึ้นมากแสดงให้เห็นว่าการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลและการเพิ่มค่า r_∞ จะทำให้ผลการคำนวณดีขึ้นมากมีความแม่นยำสูง ทั้งนี้เป็นผลมาจากสนามไฟฟ้าในบริเวณความถี่ที่ใกล้ความถี่คัตออฟนั้นจะกระจายตัวอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลมาก ซึ่งสาเหตุนี้ที่เป็นผลทำให้ต้องใช้

เทคนิคการแปลงบริเวณมาประยุกต์ ถึงแม้ว่าเราจะรู้ว่าสนามไฟฟ้ากระจายตัวอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลเป็นส่วนใหญ่ แต่ว่าข้อจำกัดของจำนวนอิลีเมนต์ที่จะนำมาคำนวณในบริเวณนี้นั้นจะต้องไม่มากเกินไป เพราะว่าที่บริเวณระยะไกลสนามไฟฟ้ามีการกระจายตัวอยู่จริงแต่มีอยู่น้อยและไกลออกไปเรื่อย ๆ ดังนั้นถ้าเราจะแบ่งอิลีเมนต์โดยตรงก็จะทำให้สิ้นเปลืองจำนวนอิลีเมนต์เป็นจำนวนมากดังนั้นเทคนิคการแปลงบริเวณจึงถูกนำมาประยุกต์ใช้เพื่อให้ได้ประโยชน์สูงสุด

2.2. เมื่อเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นเพียงเล็กน้อยเมื่อเปรียบเทียบการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลแสดงให้เห็นว่าการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่ใกล้ความถี่คัตออฟนี้จะอยู่ในบริเวณระยะไกลเป็นส่วนมากกว่าในบริเวณวัสดุหุ้มซึ่งสอดคล้องกับในทางทฤษฎีเพราะบริเวณที่ใกล้ความถี่คัตออฟนี้เป็นบริเวณที่ใกล้จุดวิกฤตสนามไฟฟ้าจะกระจายตัวอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มและต่อเนื่องไปในบริเวณระยะไกลเป็นส่วนมาก และเมื่อทดสอบโดยการเพิ่มรัศมีของ r_n และเพิ่ม r_∞ ขึ้น ผลของการคำนวณจะชี้ให้เห็นชัดเจนว่าความแม่นยำของคำตอบเมื่อให้จำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มคงที่ จะดีน้อยกว่าการเพิ่มอิลีเมนต์ในระยะไกล แสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าจะกระจายตัวอยู่ในบริเวณระยะไกลมากกว่าในบริเวณวัสดุหุ้ม ทั้งนี้ผลการคำนวณโดยรวมแล้วจะชี้ให้เห็นสอดคล้องกับในทางทฤษฎีเพราะการลดลงของสนามไฟฟ้าในบริเวณวัสดุหุ้มจะอยู่ในรูปของ e^{-ar} โดยที่ r คือรัศมี คือจะมีการลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงแรกและจะลดลงช้าลงในบริเวณระยะไกลและจะไปสิ้นสุดจริงที่จุดอนันต์ ดังนั้นเมื่อเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลมากขึ้นและระยะ r_∞ เพิ่มออกไปไกล ๆ ผลการคำนวณจะมีความแม่นยำสูงขึ้นด้วย

2.3. เมื่อเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในแกนโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ทั้งนี้เป็นผลมากกว่าการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในบริเวณใกล้ความถี่คัตออฟนั้น การกระจายตัวจะอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลเป็นส่วนใหญ่เมื่อเราเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในแกนผลการคำนวณจึงดีขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

3. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบคัตชันนี้หักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 4.8 โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกน , n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม



รูปที่ 4.8 ตัวอย่างรูปแบบคัตชันนี้หักเหแบบขั้นบันได

ในตัวอย่างการคำนวณนี้เป็นการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐาน ค่าความถี่บรรทัดฐานเท่ากับ 4.0 ของโหมด HE_{11} โดยที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบดัชนีขั้นบันได(step-index)โดยกำหนดให้ $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$ การคำนวณเป็นการรับค่าตัวแปร 5 ตัวคือ จำนวนอีลีเมนต์ในแกน (element core) , จำนวนอีลีเมนต์ในวัสดุหุ้ม (element cladding) , จำนวนอีลีเมนต์ในโดเมนระยะไกล (element outer) , ค่ารัศมีตรงรอยต่อระหว่างวัสดุหุ้มกับบริเวณระยะไกล r_n และค่ารัศมีที่จุดอนันต์ r_∞ โดยกำหนดให้ ($\alpha = 1$)ตลอดการคำนวณ

ตารางที่ 4.4 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบขั้นบันได (step-index) ค่าความถี่ $V=4.0$ โหมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$ ($\alpha = 1$)

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแน่นอนตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแน่นอนตรง = 0.7398

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = e^{-(\alpha r)}$
10	8	2	6	16	0.6945
					6.12%
10	8	4	6	16	0.7016
					5.16%
10	8	6	6	16	0.7079
					4.31%
10	8	2	6	16	0.6945
					6.12%
10	10	2	6	16	0.7020
					5.10%
10	12	2	6	16	0.7085
					4.23%
10	8	2	6	16	0.6945
					6.12%
12	8	2	6	16	0.7105
					3.96%
14	8	2	6	16	0.7333
					0.87%

ตารางที่ 4.4 ต่อ การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบขั้นบันได (step-index) จำนวนที่ $V=4.0$ โมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$ ($\alpha = 1$)

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแน่นอนตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแน่นอนตรง = 0.7398

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = e^{-(\alpha r)}$
14	8	2	6	16	0.7333
					0.87%
10	8	2	6	16	0.6945
					6.12%
10	8	2	7	16	0.6991
					5.50%
10	8	2	8	16	0.7044
					4.78%
10	8	2	6	16	0.6945
					6.12%
10	8	2	6	18	0.6951
					6.04%
10	8	2	6	20	0.6956
					5.97%
10	8	2	6	16	0.6945
					6.12%
10	8	4	6	26	0.6955
					5.98%
10	8	6	6	36	0.6981
					5.63%
10	8	2	6	16	0.6945
					6.12%
10	10	2	7.25	17.25	0.6975
					5.71%
10	12	2	8.5	18.5	0.6998
					5.40%

จากผลการคำนวณที่ $V=4.0$ ของโมด HE_{11} สามารถสรุปได้ดังนี้

3.1. ผลของการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ที่บริเวณระยะไกลโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณทำให้ความผิดพลาดน้อยลงแต่ค่าความผิดพลาดที่ลดลงจะมีค่าเพียงเล็กน้อยเท่านั้น และเมื่อปรับ r_{∞} เพิ่มขึ้นผลของการคำนวณดีขึ้นเพียงเล็กน้อย เมื่อเปรียบเทียบกับ การเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลแล้วผลของการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลจะให้คำตอบที่แม่นยำตรงกว่าแสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าที่ระยะไกลออกไปมีน้อยมากหรือแทบจะไม่มีเลยที่ความถี่นี้ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริงเพราะเมื่อ $V=4.0$ จะไกลจากจุดต่อพลาสมาการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าจะอยู่ในบริเวณแกนเป็นส่วนใหญ่

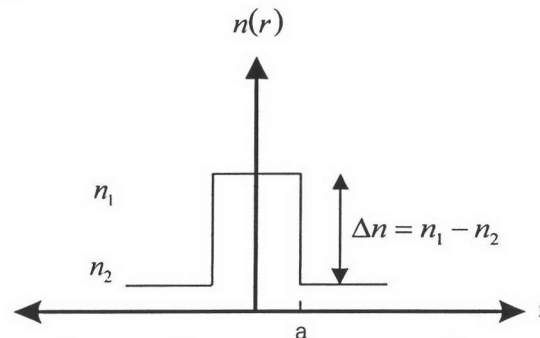
3.2. เมื่อปรับจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มเพิ่มขึ้นโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับ การเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกล ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริงที่ว่าในบริเวณที่ความถี่ไกลจากความถี่ต่อพลาสมาไฟฟ้ามักจะมีการกระจายตัวอยู่ในบริเวณแกนเป็นส่วนใหญ่

3.3. เมื่อปรับจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณแกนเพิ่มขึ้นโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นมากเมื่อเปรียบเทียบกับ การเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มและการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกล ซึ่งเป็นข้อยืนยันได้ว่าสนามไฟฟ้าที่ความถี่ไกลจากความถี่ต่อพลาสมาจะมีการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าอยู่ในบริเวณแกนมากกว่าในบริเวณวัสดุหุ้มซึ่งตรงตามทฤษฎี

3.4. เมื่อปรับค่า r_n เพิ่มขึ้นโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นเพียงเล็กน้อยซึ่งเป็นผลมาจากเมื่อเพิ่ม r_n ขึ้นความยาวของอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มจะยาวขึ้นทำให้ครอบคลุมบริเวณของสนามไฟฟ้ามากขึ้นดังนั้นคำตอบจึงดีขึ้น แต่เมื่อเปรียบเทียบกับ การเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มโดยที่ความยาวของอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มเท่าเดิมผลจะชี้ให้เห็นว่าการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มโดยการไม่ปรับความยาวของอิลีเมนต์ในวัสดุหุ้มจะดีกว่าซึ่งสอดคล้องกับการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในบริเวณวัสดุหุ้มจริง

3.5. เมื่อปรับจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลเพิ่มขึ้นโดยให้ความยาวของอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลสอดคล้องกับความยาวของอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้ม ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าผลการคำนวณดีขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น เป็นการชี้ให้เห็นชัดว่าผลของการนำเทคนิคการแปลงบริเวณมาประยุกต์ใช้กับวิธีไฟไนต์อิลีเมนต์นั้นจำนวนอิลีเมนต์ที่นำมาประยุกต์ใช้ที่ความถี่บรรทัดฐานเท่ากับ 4.0 ต้องสอดคล้องกับค่า r_{∞} ทั้งนี้เมื่อให้จำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลมากขึ้นและระยะ r_{∞} มากขึ้นจะสามารถครอบคลุมสนามไฟฟ้ามากขึ้นจึงทำให้ผลการคำนวณดีขึ้นแต่ในกรณีที่ไกลจากจุดต่อพลาสมาผลของการปรับจำนวนอิลีเมนต์ที่มาแปลงบริเวณมีผลน้อยมากซึ่งสอดคล้องกับในทางทฤษฎีที่กล่าวถึงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่ความถี่นี้

4. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 ตัวอย่างรูปแบบดัชนีหักเหแบบขั้นบันได

โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกนและ n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม ในตัวอย่างนี้กำหนดให้ $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$ การคำนวณในตัวอย่างนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงผลของค่า α ที่มีการผลต่อการคำนวณ การคำนวณในตัวอย่างนี้กำหนดให้ความยาวของอิลิเมนต์ที่ใช้คำนวณมีค่าคงที่และตัวแปรที่เปลี่ยนมีค่าเดียวคือค่า α

ตารางที่ 4.5 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบขั้น

บันได (step-index) คำนวณที่ $V=1.5$ ไมครอน HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบมาตรฐาน Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบมาตรฐาน = 0.1001

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	ค่า α	$s = e^{(-\alpha r)}$
10	8	2	6	16	0.70	0.0701
						29.97%
10	8	2	6	16	0.75	0.0742
						25.87%
10	8	2	6	16	0.80	0.0832
						16.88%
10	8	2	6	16	0.85	0.0869
						13.18%
10	8	2	6	16	0.90	0.0876
						12.48%
10	8	2	6	16	0.95	0.0881
						11.98%

ตารางที่ 4.5 ต่อ การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบขั้นบันได (step-index) จำนวนที่ $V=1.5$ โมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$
 (ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแน่นอนตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) ค่าตอบแน่นอนตรง = 0.1001

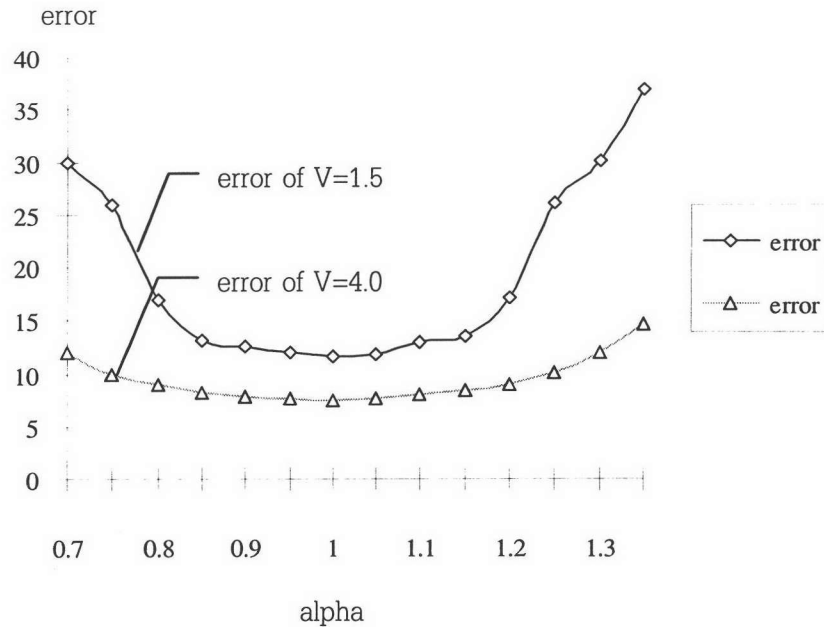
e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	ค่า α	$s = e^{(-ar)}$
10	8	2	6	16	0.95	0.0881
						11.98%
10	8	2	6	16	1.00	0.0885
						11.58%
10	8	2	6	16	1.05	0.0883
						11.78%
10	8	2	6	16	1.10	0.0872
						12.88%
10	8	2	6	16	1.15	0.0866
						13.48%
10	8	2	6	16	1.20	0.0829
						17.18%
10	8	2	6	16	1.25	0.0739
						26.17%
10	8	2	6	16	1.30	0.0700
						30.06%
10	8	2	6	16	1.35	0.0632
						36.86%

ตารางที่ 4.6 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบขั้นบันได (step-index) จำนวนที่ $V=4.0$ โมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแน่นอนตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) ค่าตอบแน่นอนตรง = 0.7398

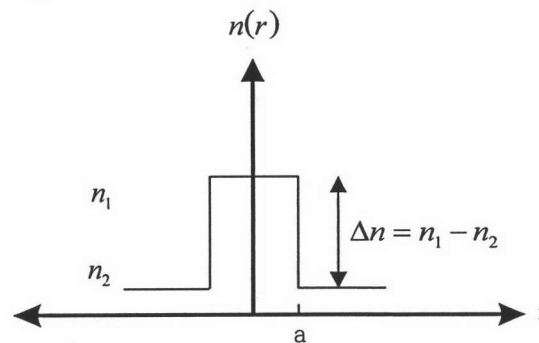
e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	ค่า α	$s = e^{(-\alpha r)}$
10	8	2	6	16	0.70	0.6511
						11.98%
10	8	2	6	16	0.75	0.6661
						9.96%
10	8	2	6	16	0.80	0.6732
						9.00%
10	8	2	6	16	0.85	0.6787
						8.25%
10	8	2	6	16	0.90	0.6819
						7.82%
10	8	2	6	16	0.95	0.6833
						7.63%
10	8	2	6	16	1.00	0.6842
						7.51%
10	8	2	6	16	1.05	0.6831
						7.66%
10	8	2	6	16	1.10	0.6811
						7.93%
10	8	2	6	16	1.15	0.6781
						8.34%
10	8	2	6	16	1.20	0.6730
						9.02%
10	8	2	6	16	1.25	0.6654
						10.05%
10	8	2	6	16	1.30	0.6509
						12.01%

ผลจากการคำนวณตามตารางที่ 4.5 และ ตารางที่ 4.6 แสดงให้เห็นว่าเมื่อปรับค่า α สูงขึ้นจะทำให้ความผิดพลาดสูงขึ้นเพราะฉะนั้นค่าที่เหมาะสมที่สุดควรมีค่าเท่ากับ 1



รูปที่ 4.10 แสดงค่าความผิดพลาดเมื่อมีการปรับค่า α ที่ใช้ในการคำนวณ

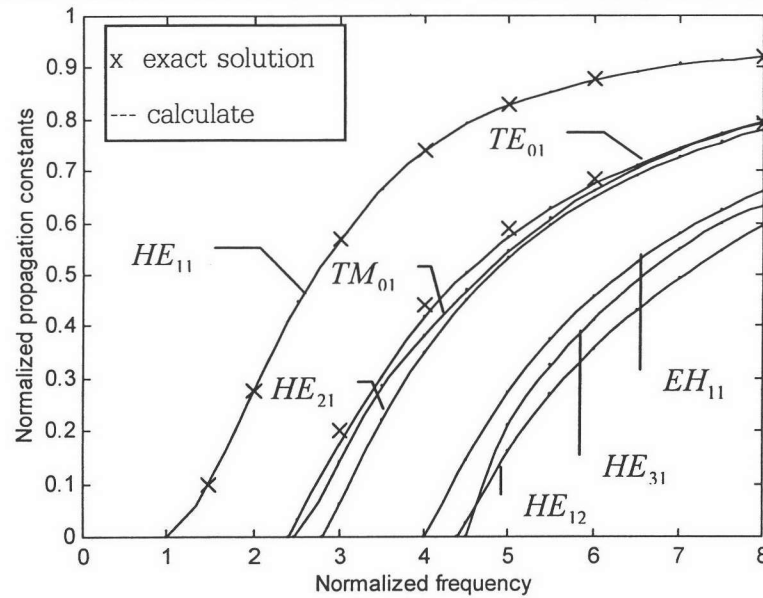
5. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสง ที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 ตัวอย่างรูปแบบดัชนีหักเหแบบขั้นบันได

โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกนและ n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม ในตัวอย่างนี้กำหนดให้ $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$ การคำนวณในตัวอย่างนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงวิธีการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงซึ่งมีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{-ar}$ มาประยุกต์ใช้กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยการคำนวณนี้จะคำนวณที่ความถี่บรรทัดฐานใดๆ ($\alpha = 1$)

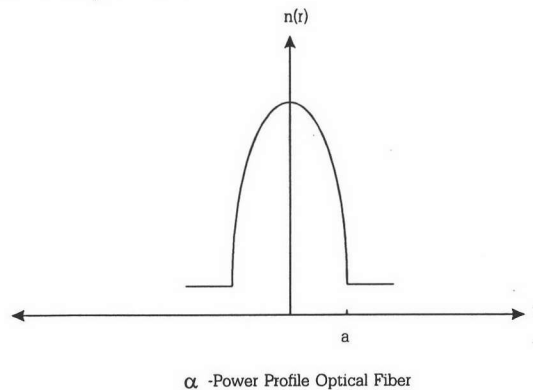
STEP-INDEX FOR MAPPING TECHNIC IS $S = \text{EXP}(-\text{ALPHA} \cdot R)$ OUTER CLADDING



รูปที่ 4.12 การคำนวณค่าคงที่การแพร่กระจายบรรทัดฐานทดสอบที่ความถี่ใดๆ
รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดที่มีอัตราส่วนเป็น $n_1/n_2 = 1.5$

ผลการคำนวณแสดงประสิทธิภาพของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = e^{-ar}$ มาประยุกต์ใช้กับปัญหาเส้นใยแสงที่บริเวณโดเมนระยะไกล จากการคำนวณผลที่ได้เมื่อเปรียบเทียบกับคำตอบแม่นยำตรงจะเห็นได้ว่าเป็นความผิดพลาดน้อยมาก

6. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสง ที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นดัชนีลาดดังรูปที่ 4.13



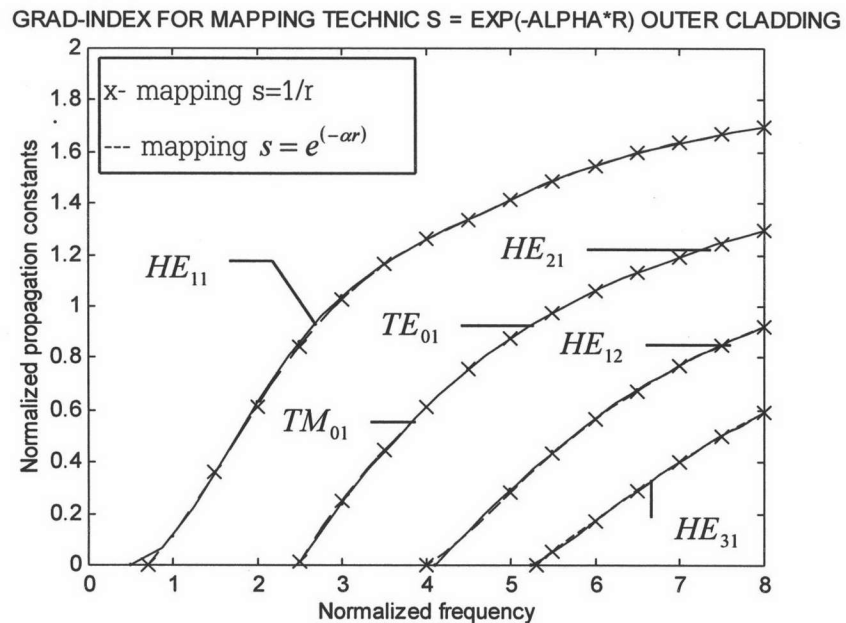
รูปที่ 4.13 ตัวอย่างการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงแบบดัชนีลาด (grad-index)

รูปแบบสมการของค่าดัชนีหักเหของแสงแบบดัชนีลาดเป็น

$$n(r) = \begin{cases} n_1 [1 - 2\rho a (r/r_0)^\alpha]^{1/2} & 0 \leq r \leq r_0 \\ n_2 = n_1 (1 - 2a)^{1/2} & r \geq r_0 \end{cases} \quad (4.22)$$

$$a = \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (4.23)$$

โดยที่ n_c คือค่าดัชนีหักเหของแสงประสิทธิภาพ และ n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม ในตัวอย่างนี้กำหนดให้ $\frac{n_c}{n_2} = 1.0$ และ $\alpha = 2$ โดยที่รายละเอียดของดัชนีหักเหของแสงประสิทธิภาพจะอยู่ในภาคผนวก ข. การคำนวณในตัวอย่างนี้เพื่อแสดงประสิทธิภาพของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{-\alpha r}$ ที่โดเมนระยะไกลเปรียบเทียบกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \frac{1}{r}$ มาประยุกต์กับบริเวณวัสดุหุ้มทั้งหมดผลการคำนวณเป็นดังนี้ (ค่า $\alpha = 1$) ในเทคนิคการแปลงบริเวณ)



รูปที่ 4.14 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานทดสอบที่ความถี่บรรทัดฐานใดๆ รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบดัชนีลาดที่มีอัตราส่วนเป็น $n_c/n_2 = 1.0$

สรุปผลการคำนวณ

จากตัวอย่างการคำนวณที่ผ่านจะเห็นได้ว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = e^{(-\alpha r)}$ ที่บริเวณโดเมนระยะไกลจะให้ประสิทธิภาพของความแม่นยำที่สูงขึ้น แต่ปัญหาหนึ่งที่เกิดขึ้นคือเนื่องจากเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{(-\alpha r)}$ มีความยุ่งยากในการปรับค่า α ให้เหมาะสมกับปัญหา