

ทฤษฎีเกี่ยวกับพิศมัยพอยนทสำหรับฟังก์ชันนิกน็อนเอ็คซแพนซีฟ



นาย กมล เอกไทยเจริญ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่ง ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
แผนกวิชาคณิตศาสตร์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. ๒๕๑๖

000008

SOME FIXED POINT THEOREMS FOR NONEXPANSIVE MAPPINGS

Mr. Kamon Ekthaicharern

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1973

Accepted by the graduate school, Chulalongkorn University in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science.

B. Tamthai
.....

Dean of the Graduate School

Thesis Committee

K. Na Sylvanta
.....

Chairman

Shavee Insan, thong
.....

Sawai Nualtaranee
.....

Thesis Supervisor : Dr. Sawai Nualtaranee



หัวข้อวิทยานิพนธ์ ทฤษฎีเกี่ยวกับฟังก์ชันหดสำหรับฟังก์ชันชนิดนูนเอ็คซแพนซิฟ
ชื่อ นาย กมล เอกไทยเจริญ
แผนกวิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา ๒๕๑๖



บทคัดย่อ

ฟังก์ชัน T จาก metric space (X, d) ไปยัง space เดิม จะเรียกว่าเป็นฟังก์ชันชนิด nonexpansive ก็ต่อเมื่อ $d(T(x), T(y)) \leq d(x, y)$ สำหรับทุกค่า x และ y ใน X

เอฟ. อี. บราวเดอร์ (F.E. Browder) เคยพิสูจน์แล้วว่า ฟังก์ชันชนิด non-expansive จากเซตที่ bounded, closed และ convex ใน uniformly convex Banach space จะมี fixed point เสมอ จากทฤษฎีนี้เราสามารถจะลด hypothesis บางอย่างได้ เป็นต้นว่า ถาลด hypothesis ทางด้าน convex เราก็ยังคงหา fixed point ได้เช่นกัน ดังได้แสดงไว้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นอกจากนี้ เรายังได้สร้างเงื่อนไขบางอย่าง ซึ่งทำให้ฟังก์ชัน T ที่มีคุณสมบัติว่า T^N เป็นฟังก์ชันชนิด nonexpansive สำหรับเลขจำนวนเต็ม $N \geq 1$ บางตัว มี fixed point

ในบทสุดท้าย เป็นเรื่องเกี่ยวกับฟังก์ชันชนิด contractive และ existence ของ fixed point สำหรับฟังก์ชันชนิดนี้ นอกจากนั้นยังได้แสดงให้เห็นว่า class ของฟังก์ชันชนิด contraction จะเป็น proper subclass ของฟังก์ชันชนิด contractive ถึงแม้ว่า domain ของฟังก์ชันดังกล่าวจะเป็น compact set ก็ตาม

Thesis Title : Some Fixed Point Theorems for Nonexpansive Mappings.

Name : Mr. Kamon Ekthaicharern

Department : Mathematics

Academic Year : 1973

ABSTRACT

A self-mapping T of a metric space (X,d) is said to be nonexpansive provided that $d(T(x),T(y)) \leq d(x,y)$ holds for all x, y in X .

F.E. Browder has proved that any nonexpansive self-mapping of a closed bounded convex set in a uniformly convex Banach space has a fixed point. A somewhat more general result along this same line, i.e., the convexity is relaxed, will be shown in this thesis. Moreover, we will obtain conditions sufficient to guarantee the existence of a fixed point for a mapping T such that T^N is nonexpansive, for some integer $N \geq 1$.

Finally, we deal with the existence of a fixed point for a contractive self-mapping. We also show that the class of all contraction self-mappings is a proper subclass of contractive self-mappings even when the domain of definition is compact.

ACKNOWLEDGEMENT

I would like to express my thanks and sincere appreciation to Dr. Sawai Nualtaranee, my thesis supervisor, for his helpful guidance and supervision during the preparation and completion of this thesis. I would also like to thank all lecturers for their previous lectures in the graduate courses.

TABLE OF CONTENTS



| | Page |
|---|------|
| ABSTRACT (IN THAI) | iv |
| ABSTRACT (IN ENGLISH) | v |
| ACKNOWLEDGEMENT | vi |
| CHAPTER I INTRODUCTION | 1 |
| CHAPTER II PRELIMINARIES | 2 |
| CHAPTER III FIXED POINT THEOREMS FOR NONEXPANSIVE MAPPINGS ON STAR-SHAPED SUBSETS OF BANACH SPACES | 26 |
| CHAPTER IV A FIXED POINT THEOREM FOR MAPPINGS WITH A NONEXPANSIVE ITERATE | 35 |
| CHAPTER V SOME RESULTS ON CONTRACTIVE MAPPINGS | 56 |
| REFERENCES | 62 |
| VITA | 64 |