One-Dimensional White Noise Model

Mr. Chaisingh Poo-rakkiat

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Physics

Graduate School

Chulalongkorn University

1981

แบบจำลองไวท์นอยส์หนึ่งมิติ

นาย ชัยสิงห์ ภู่รักษ์เกียรติ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาฟิสิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. ๒๕๒๔

Thesis Title One-Dimensional White Noise Model

By Mr. Chaisingh Poo-rakkiat

Department Physics

Thesis Adviser Professor Virulh Sa-yakanit

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial fulfillment of the requirements for the Master's degree.

S. Bunnag .... Dean of Graduate School

(Associate Professor Supradit Bunnag, Ph.D.)

Thesis Committee

Kitt Visoottivinlh .... Chairman

(Assistant Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)

I. Ming Tang .... Member

(I- Ming Tang, Ph.D.)

Pisistha Ratanavararaksa .... Member

(Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)

V. Sayakanit .... Member

(Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.)

Thesis Title One-Dimensional White Noise Model

Name Mr. Chaisingh Poo-rakkiat

Thesis Adviser Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.

Department Physics

Academic Year 1981

ABSTRACT

The one-dimensional white noise model is a simple problem of disordered systems for which an exact expression of the density of states exist. Halperin used the one-electron Green's function method to obtain the following exact asymptotic form for the density of states,

$$\rho_{as}(E) = \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-\frac{B(E)}{2\xi}\},$$

where the functions A(E) and B(E) are defined by

$$A(E) = \frac{8}{\pi} \cdot (-E),$$

$$B(E) = \frac{8\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\hbar}{\sqrt{m}} \cdot (-E)^{3/2} .$$

However, the method of Halperin is not useful of handling the disordered phenomena in three-dimensional real systems. For this purpose, Halperin and Lax developed a theoretical method based on wave mechanics, and they found that as a first order approximation and a second order approximation, the density of states in the one-dimensional white noise model are given respectively as

$$\rho_1^{HL}(E) = \frac{1}{\sqrt{5}} \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-\frac{B(E)}{2\xi}\},$$

and $$\rho_2^{HL}(E) = \frac{e^{13/18}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-\frac{B(E)}{2\xi}\}.$$

Recently Sa-yakanit used the path integral method to calculate the density of states for the one-dimensional white noise model. Using the first cumulant approximation, he found that

$$\rho_\ell(E) = \frac{\sqrt{2\pi}}{6} \cdot \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-(\frac{\pi}{3})^{1/2} \cdot \frac{B(E)}{2\xi}\}.$$

In this thesis, we extend Sa-yakanit's work by treating the complete first cumulant, and find that

$$\rho_1(E) = e^{-1/2} \cdot \frac{4\sqrt{2\pi}}{6} \cdot \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-(\frac{\pi}{3})^{1/2} \cdot \frac{B(E)}{2\xi}\}.$$

We have also calculated the second cumulant correction. The effect is to change the numerical factor in front of B(E) from $(\frac{\pi}{3})^{1/2}$ to $(\frac{3031}{3072})(\frac{\pi}{3})^{1/2}$ = 1.0097. A comparison of the present results with the results of Halperin and Lax is given.

หัวข้อวิทยานิพนธ์ แบบจำลองไวท์นอยส์หนึ่งมิติ

ชื่อนิสิต นายชัยสิงห์ ภู่รักษ์เกียรติ

อาจารย์ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร.วิรุฬห์ สายคณิต

ภาควิชา ฟิสิกส์

ปีการศึกษา 2524

บทคัดย่อ

แบบจำลองไวท์นอยส์หนึ่งมิติเป็นปัญหาของระบบที่ไร้ระเบียบ ที่มีลักษณะง่ายโดยสามารถหาความหนาแน่นของสถานะได้ถูกต้องแน่นอน ฮัลเปอรินได้ใช้วิธีกรีนส์ฟังก์ชันสำหรับอีเลกตรอนหนึ่งตัวแก้ปัญหานี้ และพบว่ารูปของฟังก์ชันความหนาแน่นของสถานะในขีดจำกัดอซิมพ์โททสามารถหาได้ถูกต้องแน่นอนดังนี้

$$\rho_{as}(E) = \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\left\{ \frac{-B(E)}{2\xi} \right\}$$

โดยที่ฟังก์ชัน $A(E)$ และ $B(E)$ ได้กำหนดไว้ดังนี้

$$A(E) = \frac{8}{\pi} \cdot (-E)$$

$$B(E) = \frac{8\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\hbar}{\sqrt{m}} (-E)^{3/2}$$

แม้วิธีที่ฮัลเปอรินใช้นี้จะประสพความสำเร็จดีกับปัญหาไวท์นอยส์หนึ่งมิติ แต่กลับไม่สามารถใช้ได้กับปัญหาที่เกิดจากปรากฏการณ์ของระบบที่ไร้ระเบียบในสามมิติ ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาเหล่านี้ ฮัลเปอรินกับแลกซ์ได้พัฒนาวิธีทางทฤษฏีขึ้นโดยอาศัยทฤษฏีกลศาสตร์เชิงคลื่น และพบว่าสำหรับการประมาณอันดับที่หนึ่งและอันดับที่สอง ความหนาแน่นของสถานะของแบบจำลองไวท์นอยส์หนึ่งมิติสามารถหาได้ตามลำดับดังนี้

$$\rho_1^{HL}(E) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-\frac{B(E)}{2\xi}\}$$

และ

$$\rho_2^{HL}(E) = \frac{e^{13/18}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-\frac{B(E)}{2\xi}\}$$

เมื่อไม่นานมานี้ ศาสตราจารย์ ดร. วิรุฬห์ สายคณิตได้นำวิธีอินทิเกรทตามเส้นทางมาใช้คำนวณหาความหนาแน่นของสถานะสำหรับแบบจำลองไวท์นอยส์หนึ่งมิตินี้ และพบว่า การคำนวณอย่างประมาณในอูมูแลนท์ที่หนึ่งให้ผลลัทธ์ดังนี้

$$\rho_\ell(E) = \frac{\sqrt{2\pi}}{6} \cdot \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-(\frac{\pi}{3})^{1/2} \frac{B(E)}{2\xi}\}$$

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ ได้ขยายการคำนวณของศาสตราจารย์ ดร. วิรุฬห์ สายคณิต ออกไปสู่การคำนวณที่เสร็จสมบูรณ์ในคูมูแลนท์ที่หนึ่ง และได้พบว่า

$$\rho_1(E) = e^{-1/2} \cdot \frac{4\sqrt{2\pi}}{6} \cdot \frac{A(E)}{2\xi} \cdot \exp\{-(\frac{\pi}{3})^{1/2} \frac{B(E)}{2\xi}\}$$

ทั้งยังได้แก้ไขความหนาแน่นของสถานะนี้ ให้ถูกต้องยิ่งขึ้นด้วยการประมาณในคูมูแลนท์ที่สองอีก และพบว่าหัวเลขที่อยู่ข้างหน้าฟังก์ชัน B(E) คือ $(\frac{\pi}{3})^{1/2}$ เปลี่ยนไปเป็น $(\frac{3031}{3072})(\frac{\pi}{3})^{1/2} = 1.0097$ ในการวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบผลลัพธ์ ความหนาแน่นของสถานะที่ได้จากทฤษฎีของฮัลเปอรินกับแลกซ์ด้วย

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his appreciation to Dr. Virulh Sa-yakanit for his advice, guidance and encouragement given throughout the course of investigation.

He would like to express his sincere thanks to Dr.I-Ming Tang for assistance in correcting the English manuscript , and to Dr. Preedeeporn Limcharoen and Mr. Chai Hok Eab for their valuable advices.

Finally he would like to thank all colleagues at the department of Physics for their helps in various ways.

TABLE OF CONTENTS

page

LIST OF ILLUSTRATIONS

LIST OF TABLES