

การวิเคราะห์ความเค้นคัดของหลังคาเปลือกบาง  
รูปไฮเปอร์โบลิกพาราโบลอยด์



นายชาญ ถนังงาน

000662

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2520

118516064

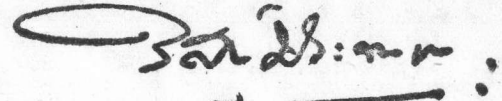
BENDING ANALYSIS OF HYPERBOLIC PARABOLOIDAL  
SHELL ROOFS

Mr. Charn Thanadngarn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering  
Department of Mechanical Engineering  
Graduate School  
Chulalongkorn University

1977

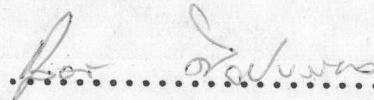
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต



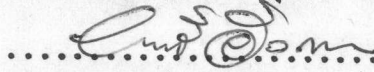
.....  
(ศาสตราจารย์ ดร. วิษณุ ประจวบเหมาะ)

คณบดี

คณะกรรมการตรวจวิทยานิพนธ์

 ..... ประธานกรรมการ


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กุลธร ศิลปบรรเลง)

 ..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

(ดร. วรวิทย์ อึ้งภากรณ์)

 ..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อิทธิพล ปานงาม)

 ..... กรรมการ

(นายชนะ กลีการ์)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ดร. วรวิทย์ อึ้งภากรณ์

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

---

วิทยานิพนธ์เรื่อง การวิเคราะห์ความเค้นดัดของหลังคาเปลือกบางรูปไฮเปอร์โบลิกพาราโบลอยด์

โดย นายชาญ ถนัดงาน

แผนกวิชา วิศวกรรมเครื่องกล

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การวิเคราะห์ความเค้นดัดของหลังคาเปลือกบางรูปไฮเปอร์โบลิกพาราโบลอยด์  
 ชื่อ นายชาญ ถนัดงาน แผนกวิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
 ปีการศึกษา 2519



บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แสดงวิธีวิเคราะห์ความเค้นดัดของหลังคาเปลือกบางรูปไฮเปอร์โบลิกพาราโบลอยด์ที่ตั้งอยู่บนแปลนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีด้านทั้งสองยาว  $a$  และ  $b$  ถูกกระทำด้วยแรงที่กระจายออกไปอย่างสม่ำเสมอต่อพื้นที่ภาพฉาย ขอบทั้งสี่ของหลังคานี้ถูกยึดแน่นด้วยคานที่ไม่สามารถจะรับความเค้นในแนวระนาบได้ โดยทำการหาค่าดีเฟล็คชันและความเค้นต่างๆที่เกิดขึ้นบนหลังคานี้ วิธีวิเคราะห์ประกอบด้วยการกระจายแรงที่กระจายออกไปอย่างสม่ำเสมอต่อพื้นที่ภาพฉายและฟังก์ชันของดิสเพลซเมนต์ให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ที่สอดคล้องกับสภาพของขอบทั้งหมด แล้วแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลโดยวิธีของกาเลอกิน จากนั้นจึงทำให้คำตอบอยู่ในรูปของเทอมไร้มิติแล้วทำการเขียนกราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงค่าต่างๆที่ได้จากการคำนวณทุกจุดบนเปลือกบางซึ่งมีขนาด  $a/b$  ตั้งแต่ 1.0 จนถึง 2.0 และ  $c/h$  จาก 10 ถึง 30 คำตอบที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากและการคำนวณเร็วดีมาก สเตรสริซัลแตนต์และสเตรสคัปเปิลที่คำนวณได้มีค่าสูงที่บริเวณขอบและกึ่งกลางของเปลือกบางมากกว่าส่วนอื่นของเปลือกบาง

ผลการวิเคราะห์ประกอบด้วยกราฟจำนวน 190 รูป เพื่อใช้เป็นคู่มือในการออกแบบ ค่าของสเตรสริซัลแตนต์และสเตรสคัปเปิลที่ไม่มีในกราฟแต่อยู่ระหว่าง  $c/h$  ตั้งแต่ 10 ถึง 30 ก็สามารถอินเทอร์โพลेट(interpolate) ได้

Thesis Title    Bending Analysis of Hyperbolic Paraboloidal Shell Roofs  
Name            Mr. Charn Thanadngarn    Department Mechanical Engineering  
Academic Year   1976

#### ABSTRACT

A method for the bending analysis of hyperbolic paraboloidal shell roofs supported on rectangular plans of sides  $a$  and  $b$  and subjected to uniformly distributed load per projected area is presented. The four edges of the roofs are fixed with edge beams which could not resist the inplane stress resultants. The deflections and stresses of these roofs were solved. The uniformly distributed load and deflection functions were expressed in double Fourier series satisfying the boundary conditions exactly. The Galerkin's method was used in solving the differential equations. The non-dimensional expressions for the stress resultants and stress couples were plotted at different sections for  $a/b$  from 1.0 to 2.0 and  $c/h$  from 10 to 30. The solutions were obtained to a large measure of accuracy. The calculation showed good convergence. The values of stress resultants and stress couples are high near the edges and at the centres of these shells.

The results were shown by 190 figures to facilitate in design. The values of stress resultants and stress couples for  $c/h$  between 10 to 30 can be interpolated.

## กิติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ ดร.วริทธิ์ อึ้งภากรณ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและให้การสนับสนุนอย่างดียิ่งแก่ผู้เขียนตลอดมาจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และ คณาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนผู้เขียนมาตั้งแต่ต้นจนกระทั่งทำให้ผู้เขียนได้มีโอกาสเขียนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณ คุณสันติ มานะจติ ที่ได้ช่วยเหลือในด้านการคำนวณด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์และคุณถาวร คำนศิริสมบูรณ์ ที่ได้ช่วยเหลือในการเขียนรูปประกอบในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ คุณพรณี และคณ. ซาลินี ถนิงงาน , คณะอาจารย์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า วิทยาเขตพระนครเหนือและคณะอาจารย์คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้สนับสนุนและให้กำลังใจแก่ผู้เขียนด้วยดีตลอดมา

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ฉ
รายการภาพประกอบ .....	ช
รายการสัญลักษณ์ .....	ฅ



บทที่

1. บทนำ .....	1
2. การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	8
3. การแก้ปัญหา .....	17
4. ผลการวิเคราะห์ .....	21
5. การอธิบายผลการวิจัย .....	128
6. ข้อเสนอแนะและข้อเสนอแนะ .....	131
บรรณานุกรม .....	133
ภาคผนวก .....	136
ประวัติการศึกษา .....	155

## รายการภาพประกอบ

ภาพที่	หน้า
1. สเตอริโอแกรมและสเตอริโอแกรมเปิด .....	9
2. ดิสเพลซเมนต์ของเปลือกบางชั้นเล็กๆ .....	10
3. ผลของ $w$ ต่อความเครียด .....	11
4. ความเค้นที่กระทำกับเปลือกบางชั้นเล็กๆ .....	12
5. ขอบของเปลือกบาง .....	18
6. กราฟของ $w$ เมื่อ $a/b = 1.00$ .....	23
7. กราฟของ $N_x$ เมื่อ $a/b = 1.00$ .....	26
8. กราฟของ $N_y$ เมื่อ $a/b = 1.00$ .....	28
9. กราฟของ $N_{xy}$ เมื่อ $a/b = 1.00$ .....	30
10. กราฟของ $M_x$ เมื่อ $a/b = 1.00$ .....	34
11. กราฟของ $M_y$ เมื่อ $a/b = 1.00$ .....	38
12. กราฟของ $M_{xy}$ เมื่อ $a/b = 1.00$ .....	42
13. กราฟของ $w$ เมื่อ $a/b = 1.25$ .....	44
14. กราฟของ $N_x$ เมื่อ $a/b = 1.25$ .....	47
15. กราฟของ $N_y$ เมื่อ $a/b = 1.25$ .....	49
16. กราฟของ $N_{xy}$ เมื่อ $a/b = 1.25$ .....	51
17. กราฟของ $M_x$ เมื่อ $a/b = 1.25$ .....	55
18. กราฟของ $M_y$ เมื่อ $a/b = 1.25$ .....	59
19. กราฟของ $M_{xy}$ เมื่อ $a/b = 1.25$ .....	63
20. กราฟของ $w$ เมื่อ $a/b = 1.50$ .....	65
21. กราฟของ $N_x$ เมื่อ $a/b = 1.50$ .....	68
22. กราฟของ $N_y$ เมื่อ $a/b = 1.50$ .....	70
23. กราฟของ $N_{xy}$ เมื่อ $a/b = 1.50$ .....	72
24. กราฟของ $M_x$ เมื่อ $a/b = 1.50$ .....	76



25. กราฟของ $M_y$ เมื่อ $a/b = 1.50$ .....	80
26. กราฟของ $M_{xy}$ เมื่อ $a/b = 1.50$ .....	84
27. กราฟของ $w$ เมื่อ $a/b = 1.75$ .....	86
28. กราฟของ $N_x$ เมื่อ $a/b = 1.75$ .....	89
29. กราฟของ $N_y$ เมื่อ $a/b = 1.75$ .....	91
30. กราฟของ $N_{xy}$ เมื่อ $a/b = 1.75$ .....	93
31. กราฟของ $M_x$ เมื่อ $a/b = 1.75$ .....	97
32. กราฟของ $M_y$ เมื่อ $a/b = 1.75$ .....	101
33. กราฟของ $M_{xy}$ เมื่อ $a/b = 1.75$ .....	105
34. กราฟของ $w$ เมื่อ $a/b = 2.00$ .....	107
35. กราฟของ $N_x$ เมื่อ $a/b = 2.00$ .....	110
36. กราฟของ $N_y$ เมื่อ $a/b = 2.00$ .....	112
37. กราฟของ $N_{xy}$ เมื่อ $a/b = 2.00$ .....	114
38. กราฟของ $M_x$ เมื่อ $a/b = 2.00$ .....	118
39. กราฟของ $M_y$ เมื่อ $a/b = 2.00$ .....	122
40. กราฟของ $M_{xy}$ เมื่อ $a/b = 2.00$ .....	126
41. แสดงหลังคาเปลือกบางที่คำนวณ .....	137
42. ความเค้น $\sigma_{xx}$ .....	143
43. ความเค้น $\sigma_{yy}$ .....	145
44. ความเค้น $\tau_{xy}$ .....	147
45. ความเค้นเฉือนที่ขอบของเปลือกบาง .....	149

## รายการสัญลักษณ์

- a ... ความยาวของเปลือกบางในแกน x
- b ... ความกว้างของเปลือกบางในแกน y
- c ... ส่วนที่โค้งขึ้นหรือลงของเปลือกบาง
- D ...  $\frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$  เฟล็กชวลริจิดิตี้ (Flexural Rigidity)
- E ... โมดูลัสของความยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity)
- G ... โมดูลัสของการเฉือน (Shear Modulus)
- h ... ความหนาของเปลือกบาง
- H ...  $z_{,xx}$  ความโค้งทางแกน x
- I ...  $z_{,yy}$  ความโค้งทางแกน y
- i, j . ตัวดัชนีแสดงการรวม
- k ...  $z_{,xy}$
- K ...  $Eh/(1-\nu^2)$
- k̄, ī . ตัวดัชนีแสดงการรวม
- m ... ตัวดัชนีแสดงการรวม
- m̄ ...  $2m\pi/a$
- M ... สเตรสคัปเปิล
- n ... ตัวดัชนีแสดงการรวม
- n̄ ...  $2n\pi/b$
- N ... สเตรสรีชีลแตนต์
- q ... แรงที่กระทำกับเปลือกบาง
- Q ... เชียร์สเตรสรีชีลแตนต์
- u ... ดิสเพลซเม้นท์ในแกน x
- v ... ดิสเพลซเม้นท์ในแกน y
- w ... ดิสเพลซเม้นท์ในแกน z , ดีเฟล็กชัน



- x ... ระบบแกน
- y ... ระบบแกน
- z ... ระบบแกน
- $\alpha$  ...  $\frac{4Ehk^2}{D}$  พารามิเตอร์ของเปลือกบาง (shell parameter)
- $\beta$  ...  $a_j/b_i$
- $\gamma$  ... มุมที่บิดไป
- $\delta$  ... ฟังก์ชันของค่าผิดพลาด
- $\epsilon$  ... ความเครียด
- $\zeta$  ... ความหนาที่ระยะใดๆบนเปลือกบาง
- $\theta$  ...  $a/b$  อัตราส่วนของด้านของเปลือกบาง
- $\lambda$  ...  $a_n/b_m$
- $\nu$  ... พัวของเรโซ (Poisson's ratio)
- $\sigma$  ... ความเค้นดึงหรือกด
- $\tau$  ... ความเค้นเฉือน
- $\phi$  ... ฟังก์ชันใดๆ
- $( )_{,x}$   $\partial( )/\partial x$
- $( )_{,y}$   $\partial( )/\partial y$
- $\nabla^2( )$   $( )_{,xx} + ( )_{,yy}$
- $\nabla^4( )$   $\nabla^2 \nabla^2 ( )$
- $\nabla^8( )$   $\nabla^4 \nabla^4 ( )$