บทที่ ๔

ความเชื่อถือได้ของระบบโดยมีข้อจำกัด

การออกแบบระบบโดยใช้ชิ้นส่วนมาก ๆ มาต่อขนานหรือ **stand-by** เพื่อให้ได้ระบบที่มีความเชื่อถือได้สูงเท่าที่ต้องการ ดังกล่าวไว้ในบทที่สองแล้วนั้น ในทางปฏิบัติจริง ๆ เรามักจะทำไม่ได้ เนื่องจากประสบปัญหาเรื่องข้อจำกัดในด้านต่าง ๆ เช่น น้ำหนัก, ขนาด, ราคาของชิ้นส่วนที่ใช้ในระบบ ฯลฯ จึงต้องคำนวณหาจำนวนของชิ้นส่วนแต่ละชนิดที่ใช้ในระบบ ให้ได้จำนวนที่เหมาะที่สุด ซึ่งจะทำให้มีน้ำหนัก, ขนาด, หรือราคาไม่เกินที่กำหนดไว้ แต่ต้องให้เป็นระบบที่มีความเชื่อถือได้มากที่สุดหรือมากเท่าที่ต้องการ

ในบทนี้จะได้พิจารณาองค์ประกอบที่เป็นข้อจำกัดของระบบควบคู่กันไปกับความเชื่อถือได้ของระบบด้วย

ถ้าระบบประกอบด้วยชิ้นส่วนเพียง ๒–๓ ชิ้นส่วน การคำนวณจำนวนชิ้นส่วนอาจทำได้โดยการ **plot graph** แล้วนำจุดมุมหรือขอบของพื้นที่ปฏิบัติการได้ **(Feasible area)** มาตรวจสอบว่าจุดใดให้ค่าความเชื่อถือได้สูงสุด แล้วเลือกจำนวนชิ้นส่วนแต่ละชนิดตามจุดนั้น

<u>ตัวอย่าง</u> สมมุติว่า ระบบเดินอากาศด้วยความเฉื่อย **LTN-51** ประกอบด้วยชิ้นส่วนเพียง ๒ ชนิด (Xและ Y) ; หลังจากนำชิ้นส่วนทั้งสองชนิดไปทดสอบแล้ว พบว่า ชิ้นส่วน X มี **failure rate = 0.8 / mission** และชิ้นส่วน Y มี **failure rate =1.2/mission** ในแต่ละ **mission** จะต้องนำชิ้นส่วนสำรองไปอย่างน้อยชนิดละ ๑ ชิ้นส่วน ปริมาตรทั้งหมด (ของชิ้นส่วนสำรอง) ไม่เกิน ๑๖๐๐ ลบ.ซม. น้ำหนักทั้งหมด(ของชิ้นส่วนสำรอง) ไม่เกิน ๒๔๐๐ กรัม จงหาจำนวนชิ้นส่วนสำรองแต่ละชนิดที่จะทำให้ **mission** นี้มีความเชื่อถือได้สูงสุด

กำหนดให้ชิ้นส่วน X มีน้ำหนัก ๔๐๐ กรัม ปริมาตร ๔๐๐ ลบ.ซม.

" Y " ๔๐๐ " " ๒๐๐ ลบ.ซม.

จากข้อจำกัดของน้ำหนัก จะได้สมการ

$$400X + 400Y \leq 2400$$

$$\therefore \quad X + Y \leq 6 \qquad \text{-----(1)}$$

จากข้อจำกัดทางปริมาตร จะได้สมการ

$$400X + 200Y \leq 1600$$

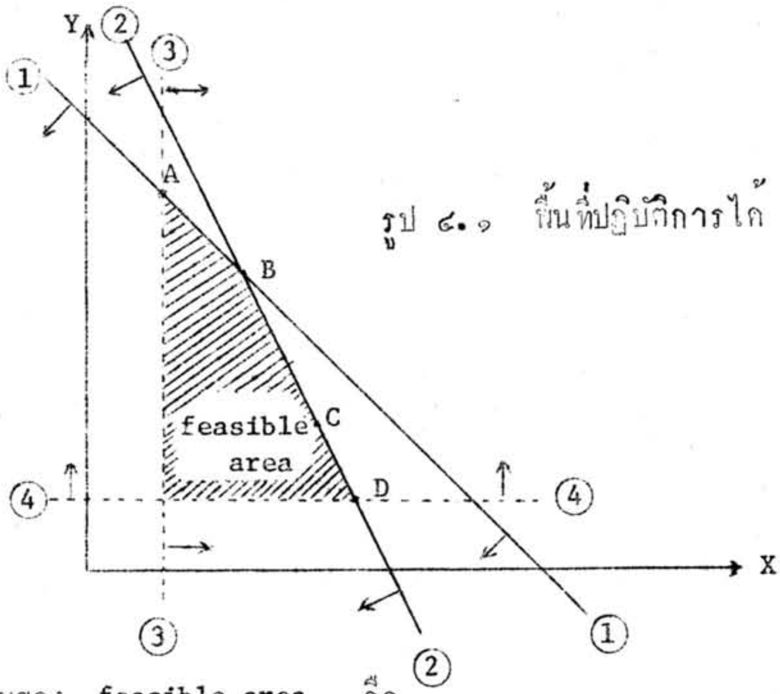
$$\therefore \quad 2X + Y \leq 8 \qquad \text{-----(2)}$$

โจทย์กำหนดให้นำชิ้นส่วนสำรองไปอย่างน้อยชนิดละ ๑

$$\therefore \quad X \geq 1 \qquad \text{------(3)}$$

$$Y \geq 1 \qquad \text{-----(4)}$$

จากสมการทั้งสี่ หา **feasible area** ได้ดังรูป



รูป ๔.๑ พื้นที่ปฏิบัติการได้

จุดตามมุมของ **feasible area** คือ

A (1,5)

B (2,4)

D $(3\frac{1}{2}, 1)$

แต่ละจุด D ให้ค่า X ที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม และถ้าคิด (๔,๑) ก็จะไม่อยู่ใน **feasible area** จึงต้องคิดเพียง (๓,๑) ซึ่งจะเห็นได้ว่า จุดC (๓,๒) ซึ่งอยู่บนขอบของ **feasible area** ดีกว่า

∴ จุดที่ให้ค่า X,Y เป็นจำนวนเต็ม คือ A(๑,๕), B (๒,๔) และ C(๓,๒) ซึ่งจะได้ตรวจสอบต่อไปว่าจุดใดให้ค่าความเชื่อถือได้ของระบบสูงสุด

การเสียของชิ้นส่วน มีการกระจายแบบ POISSON อ่านค่าความน่าจะเป็นของการขาดแคลนชิ้นส่วนสำรอง (ซึ่งทำให้ **mission** นี้ล้มเหลว) ได้จากตาราง ๔.๑ ในหน้า ๔๖ ดังนี้

<u>จุด A(๑,๕)</u> จะทำให้ X ขาดแคลน เมื่อ X เสียไปมากกว่า ๑ ชิ้น อ่านจากตารางในแถวที่มี **failure rate = 0.8** พบว่า P(X เสีย ≥ 2) = 0.191

และจะทำให้ Y ขาดแคลน เมื่อ Y เสียไปมากกว่า ๕ ชิ้น อ่านจากตารางในแถวที่มี **failure rate = 1.2** พบว่า P (Y เสีย ≥ 6) = 0.001

ไม่ว่า X หรือ Y ขาดแคลน ก็จะทำให้ **mission** ล้มเหลว

∴ P(**mission** ล้มเหลว) = 0.191 + 0.001

= 0.192

∴ ความเชื่อถือได้ = 1−0.192

= 0.808

ทำนองเดียวกัน จะได้ค่าความเชื่อถือได้ของจุด B และ C ดังนี้

<u>จุด B (๒,๔)</u> P(**mission** ล้มเหลว) = P (X เสีย ≥ 3) + P (Y เสีย ≥ 5)

= 0.047 + 0.008

= 0.055

∴ ความเชื่อถือได้ = 0.945

<u>จุด C (๓,๒)</u> P(**mission** ล้มเหลว)= P(X เสีย ≥ 4) + P (Y เสีย ≥ 3)

= 0.009 + 0.121

= 0.130

ตาราง ๔.๑ ความน่าจะเป็นของการเสียของชิ้นส่วนที่มีการกระจายแบบPoisson

Average failures per mission	Probabilities that the number of failures or more below will actually occur in any one particular mission										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						Probabilities in percent					
0.01	100	0.1									
0.02	100	2.0									
0.03	100	3.0									
0.04	100	3.9									
0.05	100	4.9	0.1								
0.06	100	5.8	0.2								
0.08	100	7.7	0.3								
0.10	100	9.5	0.5		(Blank spaces indicate a probability of nil)						
0.12	100	11.3	0.7								
0.15	100	13.9	1.0								
0.20	100	18.1	1.8	0.1							
0.40	100	33.0	6.2	0.7							
0.60	100	45.1	12.2	2.3	0.3						
0.80	100	55.1	19.1	4.7	0.9	0.1					
1.00	100	63.2	26.4	8.0	1.9	0.4					
1.20	100	69.9	33.7	12.1	3.4	0.8	0.1				
1.50	100	77.7	44.2	19.1	6.6	1.9	0.4	0.1			
1.80	100	83.5	53.7	26.9	10.9	3.6	1.0	0.3			
2.00	100	86.5	59.4	32.3	14.3	5.3	1.7	0.5	0.1		
2.50	100	91.8	71.3	45.6	24.2	10.9	4.2	1.4	0.4	0.1	
3.00	100	95.0	80.1	57.7	35.3	18.5	8.4	3.4	1.2	0.4	0.1
4.00	100	98.2	90.8	76.2	56.7	37.1	21.5	11.1	5.1	2.1	0.8
6.00	100	99.8	98.3	93.8	84.9	71.5	55.4	39.4	25.6	15.3	8.4
8.00	100	99.9	99.7	98.6	95.8	90.0	80.9	68.7	54.7	40.7	28.3
10.00	100	99.9	99.9	99.7	99.0	97.1	93.3	87.0	78.0	66.7	54.2

$\therefore$ ความเชื่อถือได้ = 0.870

ค่าความเชื่อถือได้สูงสุด คือ ๐.๙๔๕ ที่จุด B (๒,๔) ในแต่ละภารกิจ (mission) จึงควรจะนำชิ้นส่วนสำรองชนิด X ไป ๒ ชิ้นส่วน และชนิดY ไป ๔ ชิ้นส่วน

ถ้ามีชิ้นส่วน > ๓ ชิ้นส่วน การคำนวณหาจำนวนชิ้นส่วนโดยวิธีกราฟไม่เหมาะ ควรใช้ **simplex** หรือ **program** โดย **computer** จะดีกว่า

ในระบบเดินอากาศด้วยความเฉื่อย **LTN-51** ประกอบด้วยชิ้นส่วนถึง ๒๑ ชนิด ต่อกันแบบอนุกรม แต่ละชิ้นส่วนเป็นอิสระต่อกัน (การที่ชิ้นส่วน A เสียไป จะไม่มีผลทำให้ชิ้นส่วน B เสียไปด้วย) และมี **failure rate** ของแต่ละชนิด ตามตารางในหน้า **17** ถ้าเราคิดว่า ใน ๑ ปีงบประมาณ (๓๖๕ วัน) มีภารกิจ **(mission)** ทุกวัน แต่ละภารกิจใช้เวลา ๔ ชั่วโมง

$$\therefore \quad t = 365 \times 4$$

$$= 1460 \text{ ชั่วโมง}$$

ความเชื่อถือได้ของแต่ละชิ้นส่วนในระบบ คือ

R_1 = ความเชื่อถือได้ของ **Gyroscope** (๒ ชิ้นส่วน)

$$= e^{-(2\lambda_1)t}$$

$$= e^{-2(0.000183)(1460)}$$

$$= e^{-0.534}$$

$$= 0.586255$$

R_2 = ความเชื่อถือได้ของ **Accelerometer** (๓ ชิ้นส่วน)

$$= e^{-(3\lambda_2)t}$$

$$= e^{-3(0.000158)(1460)}$$

$$= e^{-0.692}$$

$$= 0.500574$$

R_3 = **ความเชื่อถือได้ของ Gimbal**

$= e^{-\lambda_3 t}$

$= e^{-(0,000217)(1460)}$

$= e^{-0.317}$

$= 0.728331$

R_4 = ความเชื่อถือได้ของ Computer

$= e^{-\lambda_4 t}$

$= e^{-(0.000340)(1460)}$

$= e^{-0.496}$

$= 0.608962$

R_5 = ความเชื่อถือได้ของ Chassis

$= e^{-\lambda_5 t}$

$= e^{-(0.000158)(1460)}$

$= e^{-0.231}$

$= 0.793739$

R_6 = ความเชื่อถือได้ของ I/O Tray Assy

$= e^{-\lambda_6 t}$

$= e^{-(0.000259)(1460)}$

$= e^{-0.378}$

$= 0.685231$

R_7 = ความเชื่อถือได้ของ Power Supply

$= e^{-\lambda_7 t}$

$= e^{-(0.000158)(1460)}$

$= e^{-0.231}$

$= 0.793739$

R_8 = ความเชื่อถือได้ของ Quantizer

$= e^{-\lambda_8 t}$

$= e^{-(0.0000915)(1460)}$

$= e^{-0.134}$

$= 0.874590$

R_9 = ความเชื่อถือได้ของ Sequencer

$= e^{-\lambda_9 t}$

$= e^{-(0.000124)(1460)}$

$= e^{-0.181}$

$= 0.834435$

R_{10} = ความเชื่อถือได้ของ Servo

$= e^{-\lambda_{10} t}$

$= e^{-(0.0000833)(1460)}$

$= e^{-0.122}$

$= 0.885148$

R_{11} = ความเชื่อถือได้ของ Digital/Synchro

$= e^{-\lambda_{11} t}$

$= e^{-(0.000050)(1460)}$

$= e^{-0.073}$

$= 0.929601$

R_{12} = ความเชื่อถือได้ของ Cross Track

$= e^{-\lambda_{12} t}$

$= e^{-(0.0000667)(1460)}$

$= e^{-0.097}$

$= 0.907556$

R_{13} = ความเชื่อถือได้ของ Synchro Repeater

$= e^{-\lambda_{13}t}$

$= e^{-(0.0000291)(1460)}$

$= e^{-0.042}$

$= 0.958870$

R_{14} = ความเชื่อถือได้ของ Mode Logic

$= e^{-\lambda_{14}t}$

$= e^{-(0.0000333)(1460)}$

$= e^{-0.049}$

$= 0.952181$

R_{15} = ความเชื่อถือได้ของARINC Driver

$= e^{-\lambda_{15}t}$

$= e^{-(0.0000083)(1460)}$

$= e^{-0.012}$

$= 0.988072$

R_{16} = ความเชื่อถือได้ของ Gyro Spin

$= e^{-\lambda_{16}t}$

$= e^{-(0.0000167)(1460)}$

$= e^{-0.024}$

$= 0.976286$

R_{17} = ความเชื่อถือได้ของ T/R Assembly

$$= e^{-\lambda_{17}t}$$

$$= e^{-(0.0000415)(1460)}$$

$$= e^{-0.061}$$

$$= 0.940823$$

R_{18} = ความเชื่อถือได้ของ Input Converter

$$= e^{-\lambda_{18}t}$$

$$= e^{-(0.0000167)(1460)}$$

$$= e^{-0.024}$$

$$= 0.976286$$

R_{19} = ความเชื่อถือได้ของ Ambient Temperature

$$= e^{-\lambda_{19}t}$$

$$= e^{-(0.0000083)(1460)}$$

$$= e^{-0.012}$$

$$= 0.988072$$

R_{20} = ความเชื่อถือได้ของ Filter and Phase Shift

$$= e^{-\lambda_{20}t}$$

$$= e^{-(0.0000083)(1460)}$$

$$= e^{-0.012}$$

$$= 0.988072$$

R_{21} = ความเชื่อถือได้ของ Gyro Fine Temperature

$$= e^{-\lambda_{21}t}$$

$$= e^{-(0.0000167)(1460)}$$

$$= e^{-0.024}$$

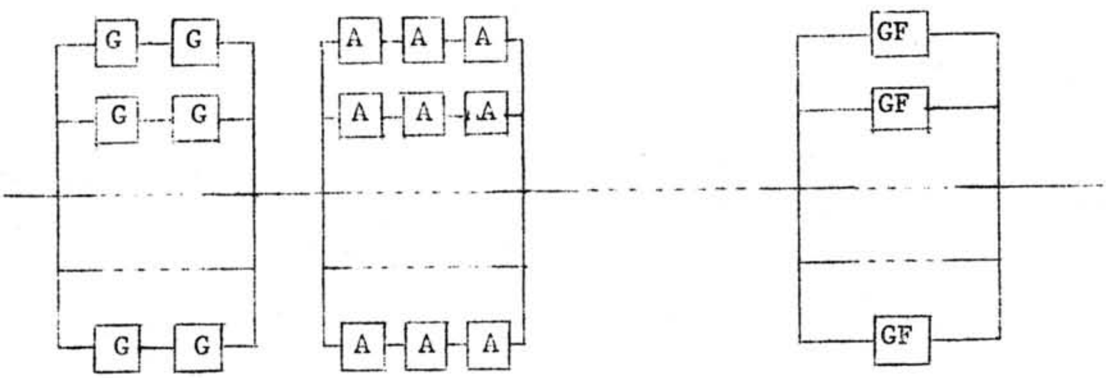
$$= 0.976286$$

$\therefore$ R = ความเชื่อถือได้ของระบบนี้ใน ๑ ปีงบประมาณ

$$= \prod_{i=1}^{21} R_i$$

$$= 0.023612$$

จะเห็นได้ว่า ค่า $R(1460)$ น้อยมาก เพราะถือว่าใช้งานระบบนี้ทั้งปี (๑๔๖๐ ชั่วโมง) โดยไม่มีการซ่อมหรือเปลี่ยนชิ้นส่วนใดเลย และเหตุที่ทำให้ความเชื่อถือได้ของระบบนี้ต่ำมาก ก็คือชิ้นส่วนต่าง ๆ ที่มีความเชื่อถือได้ต่ำ วิธีแก้ไขให้ความเชื่อถือได้ของระบบสูงขึ้น ทำได้โดยการสำรองชิ้นส่วนต่าง ๆ ไว้ เพื่อที่จะเปลี่ยนได้ทันทีที่ชิ้นส่วนเดิมเสียไป หรือถ้าการเปลี่ยนทำให้เสียเวลา เรานำชิ้นส่วนสำรองมาต่อขนานกันกับชิ้นส่วนเดิมไว้เลย ก็จะได้ระบบที่ประกอบด้วยระบบย่อย ๒๑ ระบบ ต่ออนุกรมกัน (แต่ละระดับย่อยไม่ขึ้นต่อกัน) ระบบย่อยระบบที่ i ประกอบด้วยชิ้นส่วนชนิดเดียวกัน จำนวน n_i ชิ้นส่วนต่อขนานกัน



ระบบย่อยที่ ๑ ประกอบด้วย n_1 ชิ้นส่วน

ระบบย่อยที่ ๒ ประกอบด้วย n_2 ชิ้นส่วน ....

ระบบย่อยที่ ๒๑ ประกอบด้วย n_{21} ชิ้นส่วน

รูป ๔.๒ ระบบที่ประกอบด้วยระบบย่อย

สมมุติว่า ในแต่ละระบบย่อย ให้ R_i = ความเชื่อถือได้ของแต่ละชิ้นส่วน ในระบบย่อยที่ i

w_i = น้ำหนักของแต่ละชิ้นส่วน ในระบบย่อยที่ i

$$\therefore \text{ ความเชื่อถือได้ของระบบ } = \prod_{i=1}^{21} \left[1 - (1-R_i)^{n_i}\right]$$

ถ้ามีข้อจำกัดว่า น้ำหนักทั้งหมดที่บรรทุกไปได้ต้องไม่เกิน W

ปัญหาก็คือการคำนวณจำนวน $n_1, n_2, \ldots\ldots, n_{21}$ เพื่อให้ได้ความเชื่อถือได้ของระบบสูงที่สุดโดยน้ำหนักของทุกชิ้นส่วนที่ใช้ในระบบรวมกันแล้วไม่เกิน W ซึ่งเขียนได้เป็น

$$\max . \prod_{i=1}^{21} \left[1 - (1-R_i)^{n_i}\right]$$

ขึ้นอยู่กับ $\sum_{i=1}^{21} w_i n_i \leq W \qquad n_i = 1,2,\ldots\ldots$

$i = 1,2,\ldots\ldots,21$

ถ้ามีข้อจำกัด ต้องการเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด แต่ต้องให้ได้ความเชื่อถือได้ของระบบตามระดับที่กำหนดคือ R ปัญหาก็จะเป็นการคำนวณหาค่า $n_1, n_2, \ldots\ldots, n_{21}$ ซึ่งจะทำให้

$$\min \sum_{i=1}^{21} c_i n_i$$

ขึ้นอยู่กับ $\prod_{i=1}^{21} \left[1 - (1 - R_i)^{n_i}\right] = R$

โดยที่ c_i = ราคาของแต่ละชิ้นส่วน ในระบบย่อยที่ i

ในที่นี้สมมุติให้

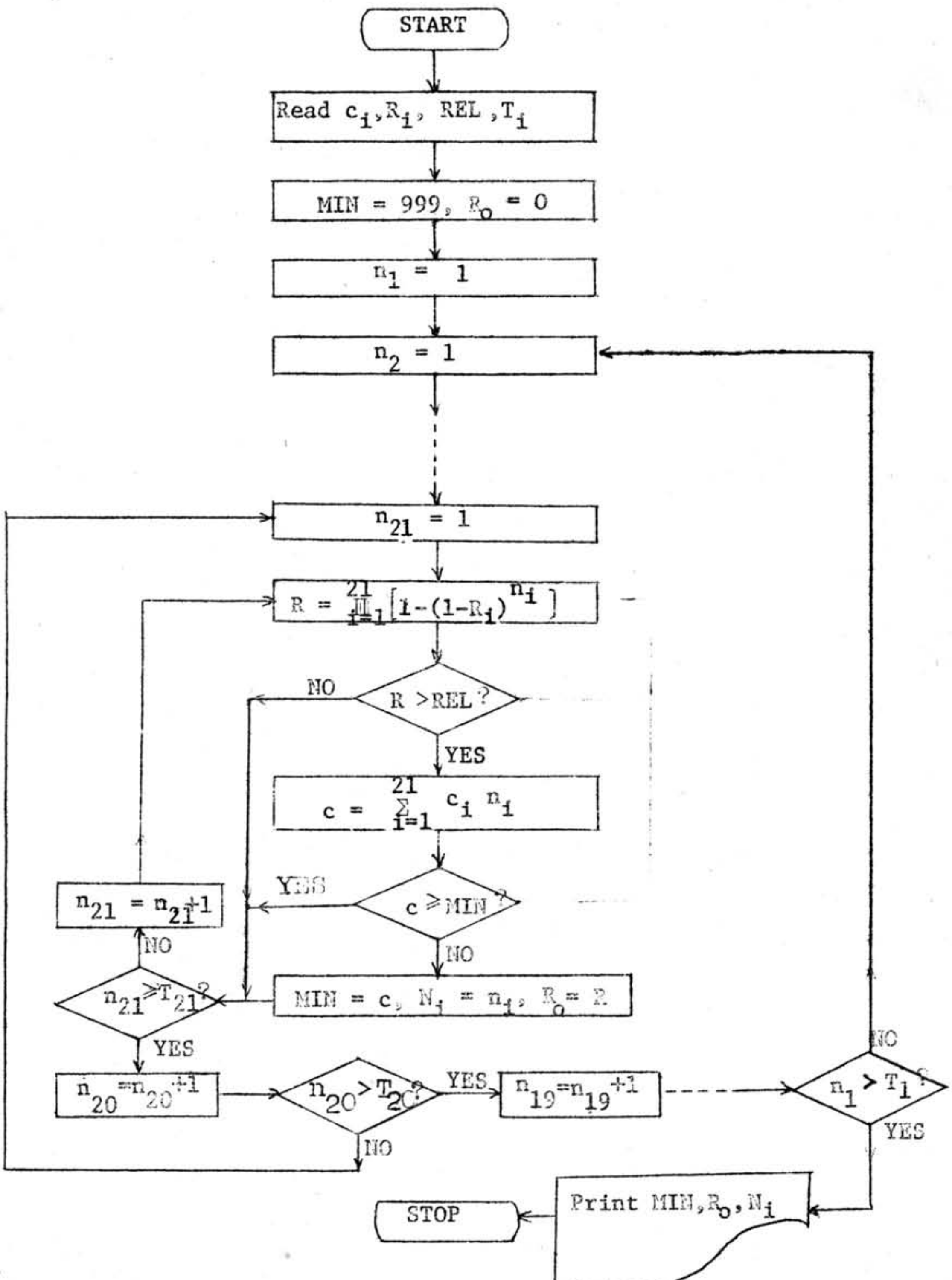
c_1	=	ราคาของ	Gyroscope	= 4	หน่วย
c_2	=	"	Accelerometer	= 4	"
c_3	=	"	Gimbal	= 4	"
c_4	=	"	Computer	= 8	"
c_5	=	"	Chassis	= 1	"

c_6	=	ราคาของ	I/O Tray Assy	= 3	หน่วย
c_7	=	"	Power Supply	= 2	"
c_8	=	"	Quantizer	= 6	"
c_9	=	"	Sequencer	= 5	"
c_{10}	=	"	Servo	= 4	"
c_{11}	=	"	Digital/Synchro	= 5	"
c_{12}	=	"	Cross Track	= 4	"
c_{13}	=	"	Synchro Repeater	= 5	"
c_{14}	=	"	Mode Logic	= 6	"
c_{15}	=	"	ARINC Driver	= 4	"
c_{16}	=	"	Gyro Spin	= 3	"
c_{17}	=	"	T/R Assembly	= 3	"
c_{18}	=	"	Input Converter	= 3	"
c_{19}	=	"	Ambient Temperature	= 3	"
c_{20}	=	"	Filter and Phase Shift	= 2	"
c_{21}	=	"	Gyro Fine Temperature	= 4	"

สำหรับปัญหานี้จะได้ใช้ computer WANG 2200 ช่วยในการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้จำนวน $n_1, n_2, \ldots\ldots, n_{21}$ ที่จะทำให้ได้ค่าความเชื่อถือได้ถึงระดับ 0.95 และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดด้วย

ถ้า program จากปัญหาชุด (I) จะได้ flow chart ดังรูป ๔.๓ ซึ่งต้องใช้เวลามากในการ RUN program นี้ เพราะมีถึง 21 loops ถ้าแต่ละ loop มีเพียง ๒ ค่า ก็จะต้องทำถึง ๒^{๒๑} ครั้ง (= ๒,๐๙๗,๑๕๒ ครั้ง) ถ้าแต่ละครั้งใช้เวลาเพียง $\frac{๑}{๑๐๐}$ วินาที จะต้องใช้เวลาทั้งหมด ๕ ชั่วโมง ๔๙ นาที ๓๑.๕ วินาที

เพื่อให้ประหยัดเวลาของ computer เราจะพยายามจำกัดช่วงของ n_i ให้น้อยที่สุด โดยการกะประมาณค่า n_i ไว้ก่อน ตาม program ที่ ๓ ในผนวก ข. แล้วจึงนำค่าประมาณของ n_i ซึ่งยังไม่เป็นจำนวนเต็ม มาปรับให้เป็นจำนวนเต็ม เช่น



รูป ๔.๓ Flow chart ของการแก้ปัญหาชุดที่.(I)

$$n_i = a_0 . a_1 a_2$$

จะให้ $n_i = a_0$ ถ้า $.a_1a_2 < .20$

$n_i = a_0+1$ ถ้า $.a_1a_2 > .80$

และ $n_i = a_0$ หรือ a_0+1 ถ้า $.20 \leq .a_1a_2 \leq .80$

โดยวิธีนี้ program **ที่ ๔ ในผนวก ข.** จึงมีเพียง **11 loops** และแต่ละ loop มี n_i เพียง ๒ ค่าเท่านั้น ($2^{11} = 2048$) ซึ่งเห็นได้ว่า ใช้เวลาน้อยกว่าเดิมมาก

การกะประมาณค่า n_i ทำได้โดยคิดจากข้อจำกัดของปัญหา

$$R = \prod_{i=1}^{21} \left[1 - (1 - R_i)^{n_i}\right] \qquad \text{------(1)}$$

และเนื่องจากเราสามารถกระจาย $R = R^{\alpha_1} . R^{\alpha_2} . \ldots\ldots\ldots R^{\alpha_{21}}$

ได้ ถ้า $\sum_{i=1}^{21} \alpha_i = 1$

$$\therefore \quad R = \prod_{i=1}^{21} R^{\alpha_i} \qquad \text{------(2)}$$

$$(1) = (2) \quad \therefore R^{\alpha_i} = 1 - (1 - R_i)^{n_i} \qquad i = 1,2,\ldots\ldots,21$$

$$(1-R_i)^{n_i} = 1 - R^{\alpha_i}$$

$$n_i \ln (1-R_i) = \ln (1-R^{\alpha_i})$$

$$\therefore \quad n_i = \frac{\ln (1-R^{\alpha_i})}{\ln (1-R_i)} \qquad i = 1,2,\ldots\ldots,21 \qquad \text{------(3)}$$

R และ R_i ทราบค่าอยู่แล้วดังนั้น**ถ้าหาค่า** α_i ได้ ก็จะได้ค่า n_i ทุกค่า $i = 1,2,\ldots,21$

การหาค่า α_i

จากปัญหา การหา n_i ต่ำสุด (เพื่อให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด) แต่มีความเชื่อถือได้มากกว่า หรือเท่ากับ R คือ

$$\left.\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{21} c_i n_i \\ &\text{ขึ้นอยู่กับ} \prod_{i=1}^{21} \left[1 - (1-R_i)^{n_i}\right] = R \end{aligned}\right\} \text{------(I)}$$

จาก (3) $\because \quad n_i = \dfrac{\ln\left\{1-R^{\alpha_i}\right\}}{\ln\left\{1-R_i\right\}}$ เมื่อ $\sum_{i=1}^{21} \alpha_i = 1$

$\therefore$ ปัญหา (I) ก็คือปัญหาการหา α_i ต่ำสุด ($\rightarrow n_i$ ต่ำสุด $\longrightarrow$ ค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด) แต่ยังคงมีผลรวมของ α_i ทุกตัว เป็น 1

$$\left.\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{21} c_i \cdot \frac{\ln(1-R^{\alpha_i})}{\ln(1-R_i)} \\ &\text{ขึ้นอยู่กับ} \sum_{i=1}^{21} \alpha_i = 1 \end{aligned}\right\} \text{------(II)}$$

สมมุติว่า R มีค่าใกล้ 1 คือ $R = 1-\delta$ (เมื่อ δ เป็นเลขที่มีค่าน้อยๆ) จะได้ว่า

$\ln R = \ln(1-\delta) \simeq -\delta$

แก้สมการ (II) โดยใช้เทคนิคของ **Lagrange multipliers** เพื่อหาค่า α_i

ให้ $$z = \sum_{i=1}^{N} c_i \frac{\ln(1-R^{\alpha_i})}{\ln(1-R_i)} + \lambda\left(\sum_{i=1}^{N} \alpha_i - 1\right)$$

$$\therefore \quad \frac{\partial z}{\partial \alpha_i} = \frac{c_i}{\ln(1-R_i)} \frac{\partial \ln(1-R^{\alpha_i})}{\partial \alpha_i} + \lambda = 0 \quad \text{--------(4)}$$

for $i = 1,2,\ldots\ldots,21$

$$\frac{\partial z}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i - 1 = 0 \quad \text{------(5)}$$

จาก (4) $\because \quad \dfrac{\partial \ln (1-R^{\alpha_i})}{\partial \alpha_i} = \dfrac{\partial \ln(1-R^{\alpha_i})}{\partial (1-R^{\alpha_i})} \cdot \dfrac{\partial(1-R^{\alpha_i})}{\partial \alpha_i}$

$$= \frac{1}{1-R^{\alpha_i}} \left(-R^{\alpha_i} \cdot \ln R\right)$$

$$\therefore \quad \frac{\partial z}{\partial \alpha_i} = \frac{-c_i}{\ln(1-R_i)} \cdot \frac{R^{\alpha_i} \ln R}{1-R^{\alpha_i}} + \lambda = 0$$

หรือ $\quad \dfrac{c_i}{\ln(1-R_i)} \cdot \dfrac{R^{\alpha_i} \ln R}{1-R^{\alpha_i}} = \lambda$

$$\frac{1}{\lambda} \left[\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right] \ln R = \frac{1-R^{\alpha_i}}{R^{\alpha_i}}$$

$$\frac{1}{\lambda} \left[\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right] (-\delta) = \frac{1}{R^{\alpha_i}} - 1$$

$$1 - \frac{\delta}{\lambda} \left[\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right] = \frac{1}{R^{\alpha_i}}$$

$$\ln \left\{ 1 - \frac{\delta}{\lambda}\left[\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right] \right\} = \ln R^{-\alpha_i}$$

$\because \ln(1-x) \cong -x$

$$\therefore \quad -\frac{\delta}{\lambda} \left[\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right] = -\alpha_i(-\delta)$$

$$\therefore \quad \alpha_i = -\frac{1}{\lambda} \frac{c_i}{\ln(1-R_i)}$$

$$\alpha_i = -\frac{1}{\lambda}\left[\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right] \Big/ 1$$

$\because \; 1 = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i$ จาก (5)

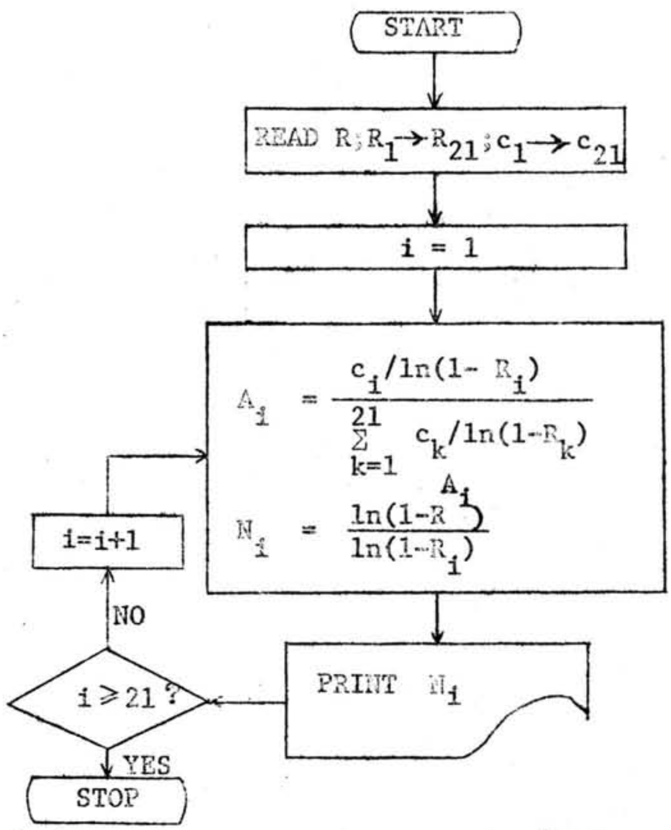
$$\therefore\ \alpha_i = -\frac{1}{\lambda}\left[\frac{c_i}{\ln)1-R_i)}\right] \Big/ \sum_{i=1}^{N} \alpha_i$$

$$= -\left[\frac{1}{\lambda}\,\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right] \Big/ \sum_{i=1}^{N} \left\{-\frac{1}{\lambda}\,\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right\}$$

$$= -\frac{1}{\lambda}\left[\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right] \Big/ -\frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{c_i}{\ln(1-R_i)}\right]$$

$$= \frac{c_i/\ln(1-R_i)}{\sum_{k=1}^{N} c_k/\ln\,(1-R_k)} \qquad \text{------(6)}$$

flow chart ของ program การกะประมาณค่า $n_1, n_2, \ldots\ldots n_{21}$ เพื่อให้ราคาของระบบต่ำที่สุด โดยมีความเชื่อถือได้มากกว่าระดับ R ใดๆ (program ที่ ๓ ในผนวก ว. ใช้ R = 0.95)



รูป ๔.๔ Flow chart ของการเลือกค่า n_i