



เอกสารอ้างอิง

1. Virgil Moring Faires, Design of Machine Elements. 4th ed.
Collier-Macmillan International Editions, 1965.
2. Cyril M. Harris, and Charles E. Crede, Shock and Vibration Handbook.
Vol.3. Mc Graw-Hill Book Company, 1961.
3. William W. Seto, Theory and Problems of Mechanical Vibrations.
Schaum's Outline Series, Mc Graw-Hill Book Company, 1964.
4. Plant Energy Systems by the Editors of Power. Mc Graw-Hill Book
Company, 1967.
5. Richard M. Phelan, Dynamics of Machinery/ Mc Graw-Hill Book
Company, 1967.
6. Den Hartog, J.P. Mechanical Vibrations. 4th ed. New York;
Mc Graw-Hill, 1956.
7. Thearle, E.L. "Dynamic Balancing of Rotating Machinery in the Field."
Trans. ASME, APM56-19, Vol. 56, 1934, P. 745-753.
8. Robert L. Maxwell, Kinematics and Dynamics of Machinery. Prentice-
Hall, 1960.
9. Thomson, and William Tyrrell, Mechanical Vibrations. Prentice-Hall,
1953.
10. Ham, C.W., and Crane, E.J. Mechanics of Machinery. 3rd ed.
Mc Graw-Hill Book Company, 1948.
11. Robert K. Vierck, Vibration Analysis. International Textbook
Company, 1967.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.



ผลการทดสอบสมมูลย์

ตารางที่ ก-1 ตารางข้อมูลการทดสอบความสมมูลย์แบบระนาบเดี่ยว

ชนิดของงานที่ทดสอบ : Disk ซึ่งจะใช้เป็น dial contactor

ทดสอบที่ความเร็วรอบ : 1440 rpm

Run No.	Condition	Bearing ระนาบซ้าย		Bearing ระนาบขวา	
		Amplitude (μm)	Phase Angle (degree)	Amplitude (μm)	Phase Angle (degree)
1	Disk ตัวเปล่า	19	90°	20	90°
2	ใส่ Trial weight 5.6 กรัม มุม 180	10	340°	11	340°
3	ใส่ Correction weight 4.45 กรัม มุม 158	4	-	4	-

หมายเหตุ : Condition ที่ขึ้นงานเข้าใกล้เงื่อนไขของการ balance แล้วจะดู Phase Angle ได้ลำบาก ถ้าขึ้นงานมีการ Balance อย่างสมบูรณ์ (ideal case) จะมอง Phase Angle ไม่ได้เลย

ตารางที่ ก - 2 ตารางการทดสอบหลังจากการสมดุลแบบระนาบเดียว

ชนิดของงานที่ทดสอบ : Disk ซึ่งจะใช้เป็น dial contactor
 ทดสอบที่ความเร็วรอบ: 1440 rpm

Run No.	Condition	Bearing ระบายซ้าย		Bearing ระบายขวา	
		Amplitude (μm)	Phase Angle (degree)	Amplitude (μm)	Phase Angle (degree)
1	Disk ซึ่ง balance แล้ว	4	-	4	-
2	Unbalance 0.695 in-oz ที่ตำแหน่ง 250	28	320°	30	320°
3	Unbalance 0.695 in-oz ที่ตำแหน่ง 270	28	340°	30	340°

จะเห็นได้ว่าจาก High Spot กับจุด Heavy Spot ต่างกัน 320°-250° = 70° หรือ 340°-270° = 70° แสดงว่าเครื่องมี Lag Angle 70° ที่ตำแหน่งของ unbalance เปลี่ยน 20° (คือจาก 250° มาเป็น 270°) ค่าที่วัดได้ยังคงเป็นเช่นเดิมโดย Phase Angle ก็เปลี่ยนไป 20° ค่ะ

$$\text{Sensitivity} = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} = \frac{30 \mu\text{m}}{0.695 \text{ in-oz}} = 43.16 \mu\text{m/in-oz.}$$

ตารางที่ ก-3 ตารางข้อมูลการทดสอบความสมดุลแบบระนาบคู่

ชนิดของงานที่ทดสอบ : CENTRIFUGAL BLOWER ตัวที่ 1

ทดสอบที่ความเร็วรอบ : 1440 RPM

Run No.	Condition	Near End		Far End	
		Amplitude μm	Phase Angle deg	Amplitude μm	Phase Angle deg
1	Blowerที่จะ balanceหมุน ปราศจาก Trial Weight	40	0	54	330
2	Blowerบวก Trial Weight 1.8 กรัม, 110° ที่ Near End	30	320	58	310
3	Blower บวก Trial Weight 4.1 กรัม, 70° ที่ Far End	38	330	24	300
4	Blower บวก Trial Weight 2.286 กรัม, 41° ที่ Near End 3.375 กรัม, 33° ที่ Far End	13	-	12	-

หมายเหตุ กำหนดให้ระนาบขวา คือ Near End ระนาบซ้าย คือ Far End

ตารางที่ ก-4 ตารางข้อมูลการทดสอบความสมดุลแบบระนาบคู่

ชนิดของงานที่ทดสอบ : CENTRIFUGAL BLOWER ตัวที่ 2

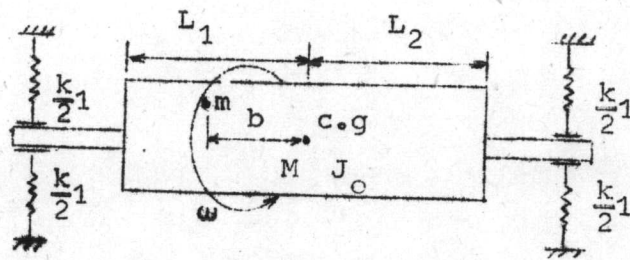
ทดสอบที่ความเร็วรอบ : 1440 RPM

Rum No.	Condition	Near End		Far End	
		Amplitude μm	Phase Angle deg	Amplitude μm	Phase Angle deg
1	Blower ที่จะ Balance หมุนปราศจาก Trial Weight	34	160	24	270
2	Blower หนัก Trial Weight 3.4 กรัม, 260° ที่ Near End	20	240	26	250
3	Blower หนัก Trial, Weight 2.3 กรัม, 0° ที่ Far End	32	30	18	330
4	Blower หนัก Trial Weight 5.6 กรัม, 280° ที่ Near End 1.9 กรัม, 26° ที่ Far End	14	-	15	-

หมายเหตุ กำหนดให้ระนาบขวา คือ Near End ระนาบซ้าย คือ Far End

ภาคผนวก ข.

การวิเคราะห์การสั่นเนื่องจากแรงไม่สมดุล



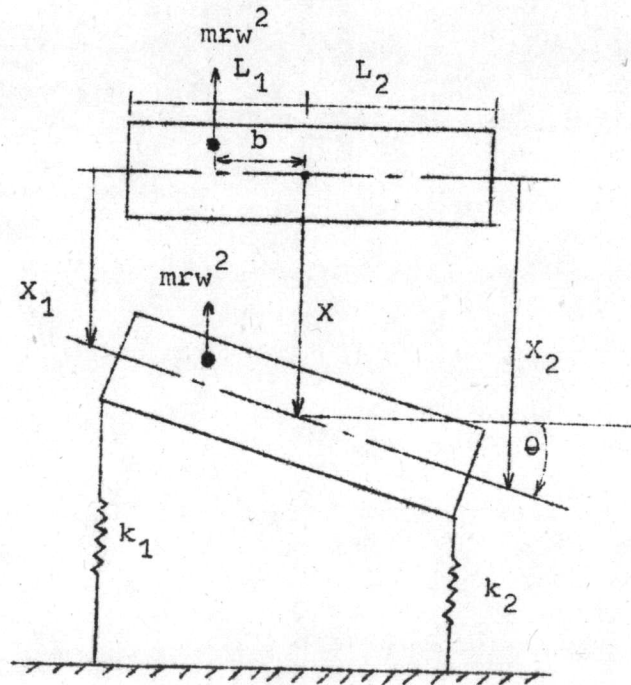
M = mass of rotor

J_O = moment of inertia of rotor

ω = rotational speed

small unbalance mr acts at an axial distance

b from C.G.



Equation of motion; in X, θ coordinate

$$\text{From } F = M\ddot{X}$$

$$M\ddot{X} = -k_1(X-L_1\theta) - k_2(X+L_2\theta) - m\omega^2 \sin\omega t \quad \text{---(1)}$$

$$\text{From } \Sigma T_{C.G.} = J\ddot{\theta}$$

$$J_0\ddot{\theta} = k_1(X-L_1\theta)L_1 - k_2(X+L_2\theta)L_2 + m\omega^2 b \sin\omega t \quad \text{---(2)}$$

Rearrange Eq. (1), (2)

$$M\ddot{X} + (k_1+k_2)X - (k_1L_1 - k_2L_2)\theta = m\omega^2 \sin\omega t \quad \text{---(3)}$$

$$J_0\ddot{\theta} + (k_1L_1^2 + k_2L_2^2)\theta - (k_1L_1 - k_2L_2)X = m\omega^2 b \sin\omega t \quad \text{---(4)}$$

Complementary;

$$M\ddot{X} + (k_1+k_2)X - (k_1L_1 - k_2L_2)\theta = 0 \quad \text{---(5)}$$

$$J_0\ddot{\theta} + (k_1L_1^2 + k_2L_2^2)\theta - (k_1L_1 - k_2L_2)X = 0 \quad \text{---(6)}$$

Assume Solution

$$X = A \sin(\omega t + \phi) \quad \text{get } \ddot{X} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

$$\theta = B \sin(\omega t + \phi) \quad \text{get } \ddot{\theta} = -B\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

Substitute in Eq. (5), (6)

$$-M\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) + (k_1+k_2)A \sin(\omega t + \phi) - (k_1L_1 - k_2L_2)B \sin(\omega t + \phi) = 0$$

$$-J_0\omega^2 B \sin(\omega t + \phi) + (k_1L_1^2 + k_2L_2^2)B \sin(\omega t + \phi) - (k_1L_1 - k_2L_2)A \sin(\omega t + \phi) = 0$$

get;

$$(k_1+k_2 - M\omega^2)A - (k_1L_1 - k_2L_2)B = 0 \quad \text{---(7)}$$

$$-(k_1L_1 - k_2L_2)A + (k_1L_1^2 + k_2L_2^2 - J_0\omega^2)B = 0 \quad \text{---(8)}$$

The frequency equation, obtained by equating to zero the determinant of the coefficients A and B, is

$$\begin{aligned} & (k_1+k_2 - M\omega^2)(k_1L_1^2 + k_2L_2^2 - J_0\omega^2) - (k_1L_1 - k_2L_2)^2 = 0 \\ & k_1^2L_1^2 + k_1k_2L_2^2 - k_1J_0\omega^2 + k_1k_2L_1^2 + k_2^2L_2^2 - k_2J_0\omega^2 - k_1L_1^2M\omega^2 - k_2L_2^2M\omega^2 \\ & + MJ_0\omega^4 - k_1^2L_1^2 + 2k_1k_2L_1L_2 - k_2^2L_2^2 = 0 \end{aligned}$$

$$MJ_0 \omega^4 - (k_1 J_0 + k_2 J_0 + k_1 L_1^2 M + k_2 L_2^2 M) \omega^2 + k_1 k_2 (L_1^2 + L_2^2 + 2L_1 L_2) = 0$$

$$MJ_0 \omega^4 - [J_0 (k_1 + k_2) + (k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2) M] \omega^2 + k_1 k_2 (L_1 + L_2)^2 = 0$$

$$\omega_1^2 = \frac{[J_0 (k_1 + k_2) + (k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2) M] - \sqrt{[J_0 (k_1 + k_2) + M(k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2)]^2 - 4MJ_0 k_1 k_2 (L_1 + L_2)^2}}{2MJ_0} \quad \text{---(9)}$$

$$\omega_2^2 = \frac{[J_0 (k_1 + k_2) + (k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2) M] + \sqrt{[J_0 (k_1 + k_2) + M(k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2)]^2 - 4MJ_0 k_1 k_2 (L_1 + L_2)^2}}{2MJ_0} \quad \text{---(10)}$$

From Eq. (7)

$$\frac{A}{B} = \frac{k_1 L_1 - k_2 L_2}{k_1 + k_2 - M\omega^2}$$

The principal modes of vibration are found from amplitudes ratio

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{k_1 L_1 - k_2 L_2}{k_1 + k_2 - M\omega_1^2} = \frac{1}{\mu_1}$$

$$\frac{A_2}{B_2} = \frac{k_1 L_1 - k_2 L_2}{k_1 + k_2 - M\omega_2^2} = \frac{1}{\mu_2}$$

Where ω_1^2, ω_2^2 is Eq. (9) & (10)

Then, solution for complementary is

$$X_c = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2)$$

$$\theta_c = \mu_1 A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \mu_2 A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2)$$

Particular Solution;

$$M\ddot{X} + (k_1 + k_2)X - (k_1 L_1 - k_2 L_2) \theta = -mr\omega^2 \sin \omega t \quad \text{---(11)}$$

$$J_0 \ddot{\theta} + (k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2) \theta - (k_1 L_1 - k_2 L_2)X = mr\omega^2 b \sin \omega t \quad \text{---(12)}$$

Assume Solution

$$X = A \sin \omega t$$

$$X = -\omega^2 A \sin \omega t$$

$$\theta = B \sin \omega t$$

$$\theta = -\omega^2 B \sin \omega t$$

Substitute in Eq. (11) & (12)

$$-M\omega^2 A \sin\omega t + (k_1 + k_2) A \sin\omega t - (k_1 L_1 - k_2 L_2) B \sin\omega t = -m r \omega^2 \sin\omega t$$

$$-J_0 \omega^2 B \sin\omega t + (k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2) B \sin\omega t - (k_1 L_1 - k_2 L_2) A \sin\omega t = m r \omega^2 b \sin\omega t$$

or

$$(k_1 + k_2 - M\omega^2) A - (k_1 L_1 - k_2 L_2) B = -m r \omega^2$$

$$-(k_1 L_1 - k_2 L_2) A + (k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2 - J_0 \omega^2) B = m r \omega^2 b$$

Determinant

$$\begin{aligned} \Delta(\omega) &= \begin{vmatrix} (k_1 + k_2 - M\omega^2) & -(k_1 L_1 - k_2 L_2) \\ -(k_1 L_1 - k_2 L_2) & (k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2 - J_0 \omega^2) \end{vmatrix} \\ &= (k_1 + k_2 - M\omega^2)(k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2 - J_0 \omega^2) - (k_1 L_1 - k_2 L_2)^2 \end{aligned}$$

Using Cramer's Rule

$$\begin{aligned} A &= \frac{\begin{vmatrix} -m r \omega^2 & -(k_1 L_1 - k_2 L_2) \\ m r \omega^2 b & (k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2 - J_0 \omega^2) \end{vmatrix}}{\Delta(\omega)} \\ &= \frac{(k_1 + k_2 - M\omega^2)(k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2 - J_0 \omega^2) - (k_1 L_1 - k_2 L_2)^2}{(k_1 + k_2 - M\omega^2)(k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2 - J_0 \omega^2) - (k_1 L_1 - k_2 L_2)^2} \quad (13) \\ B &= \frac{\begin{vmatrix} (k_1 + k_2 - M\omega^2) & -m r \omega^2 \\ -(k_1 L_1 - k_2 L_2) & m r \omega^2 b \end{vmatrix}}{\Delta(\omega)} \\ &= \frac{m r \omega^2 b (k_1 + k_2 - M\omega^2) - m r \omega^2 (k_1 L_1 - k_2 L_2)}{(k_1 + k_2 - M\omega^2)(k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2 - J_0 \omega^2) - (k_1 L_1 - k_2 L_2)^2} \quad (14) \end{aligned}$$

$$X_p = \frac{-mr\omega^2(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)+mr\omega^2b(k_1L_1-k_2L_2)}{(k_1+k_2-M\omega^2)(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)-(k_1L_1-k_2L_2)^2} \sin\omega t$$

$$\theta_p = \frac{mr\omega^2b(k_1+k_2-M\omega^2)-mr\omega^2(k_1L_1-k_2L_2)}{(k_1+k_2-M\omega^2)(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)-(k_1L_1-k_2L_2)^2} \sin\omega t$$

General Solution are;

$$X = A_1\sin(\omega_1 t + \phi_1) + A_2\sin(\omega_2 t + \phi_2) + \frac{-mr\omega^2(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)+mr\omega^2b(k_1L_1-k_2L_2)}{(k_1+k_2-M\omega^2)(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)-(k_1L_1-k_2L_2)^2} \sin\omega t$$

$$\theta = \mu_1 A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \mu_2 A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2) + \frac{mr\omega^2b(k_1+k_2-M\omega^2)-mr\omega^2(k_1L_1-k_2L_2)}{(k_1+k_2-M\omega^2)(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)-(k_1L_1-k_2L_2)^2} \sin\omega t$$

For longer times;

$$X = \frac{mr\omega^2b(k_1L_1-k_2L_2)-mr\omega^2(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)}{(k_1+k_2-M\omega^2)(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)-(k_1L_1-k_2L_2)^2} \sin\omega t \quad \text{----- (15)}$$

$$\theta = \frac{mr\omega^2b(k_1+k_2-M\omega^2)-mr\omega^2(k_1L_1-k_2L_2)}{(k_1+k_2-M\omega^2)(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)-(k_1L_1-k_2L_2)^2} \sin\omega t \quad \text{----- (16)}$$

$$X_1 = \frac{mr\omega^2b(k_1L_1-k_2L_2)-mr\omega^2(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)}{(k_1+k_2-M\omega^2)(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)-(k_1L_1-k_2L_2)^2} \sin\omega t - L_1\theta \quad \text{----- (17)}$$

$$X_2 = \frac{mr\omega^2b(k_1L_1-k_2L_2)-mr\omega^2(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)}{(k_1+k_2-M\omega^2)(k_1L_1^2+k_2L_2^2-J_0\omega^2)-(k_1L_1-k_2L_2)^2} \sin\omega t + L_2\theta \quad \text{----- (18)}$$

Where θ is Eq. (16)

จากการทดสอบสมมุติฐานแบบระนาบคู่ กำหนดให้โบลเวอร์เกิดแรงไม่สมมุติฐาน

$$5.4 \text{ in.} \times \frac{3.375}{1000} \times 2.204 \text{ lb} = 0.04 \text{ in-lb}$$

ความเร็วรอบ = $w = 1440 \text{ rpm}$

$$L_1 = 6.0 \text{ in.} \quad L_2 = 6.5 \text{ in.} \quad b = 0.25 \text{ in.}$$

$$k_1 = 2 \times 10.87 = 21.74 \text{ lb/in} \quad k_2 = 21.74 \text{ lb/in.}$$

Assume the blower is thin hollow circular cylinder

$$J_o = Mr^2 = \frac{10 \text{ lb}}{386 \text{ in/sec}^2} \times 6^2 \text{ in}^2 = 0.93 \text{ lb-in-sec}^2$$

$$J_o \text{ ของชาฟท์} = \frac{Mr^2}{2} = \frac{8.25 \text{ lb}}{2} \times \frac{(0.5)^2 \text{ in}^2}{2} = 0.00267 \text{ lb-in-sec}^2$$

$$J_o \text{ รวม} = 0.93267 \text{ lb-in-sec}^2$$

$$mrw^2 b = \frac{0.04 \text{ in-lb}}{386 \text{ in/sec}^2} \left[\frac{2\pi(1440)}{60} \right]^2 \text{ sec}^{-2} (0.25) \text{ in.} = 0.589 \text{ in-lb}$$

$$k_1 L_1 - k_2 L_2 = -10.87 \text{ lb}$$

$$mrw^2 = 2.356 \text{ lb}$$

$$k_1 L_1^2 + k_2 L_2^2 - J_o w^2 = -19506.8 \text{ in-lb}$$

$$k_1 + k_2 - Mw^2 = 43.48 - \frac{18.25}{386} \left[\frac{2\pi(1440)}{60} \right]^2 \text{ lb/in} = -1031.6 \text{ lb/in}$$

$$X_1 = \frac{0.589(-10.87) - 2.356(-19506.8)}{(-1031.6)(-19506.8) - (-10.87)^2} \sin wt - 6\theta$$

$$\theta = \frac{(0.589)(-1031.6) - 2.356(-10.87)}{(-1031.6)(-19506.8) - (-10.87)^2} \sin wt$$

Assume at $t = 5.7 \text{ sec}$

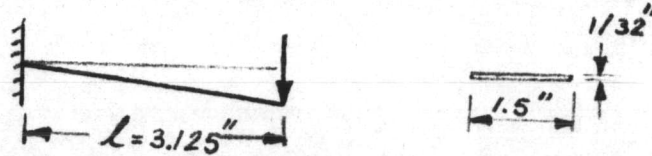
$$\sin wt = \sin \frac{2\pi}{60} (1440)(5.7) = -0.95$$

$$\theta = 0.000027475$$

$$X_1 = -0.0021 - 0.00016 = -0.00226 \text{ in.} = 2.26 \text{ mill} = 57 \mu\text{m}$$

เครื่องหมายลบ เพียงแต่แสดงทิศทาง ณ ขณะเวลานั้นเท่านั้น

ส่วนการหา Natural Frequency ทำได้โดยการพิจารณาจากรูปข้างล่าง



เราจะได้ $k = \frac{3EI}{l^3}$

where I = Moment of Inertia of Cross-sectional Area

E = Modulus of Elasticity

= 29×10^6 psi for stainless steel

$$k = \frac{3 \times 29 \times 10^6 (1.5)(1/32)^3}{(3.125)^3 (12)} = 10.87 \text{ lb/in}$$

$$k_{\text{total}} = 4k = 43.5 \text{ lb/in}$$

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

น้ำหนักของโบลเวอร์ = 10 lb

น้ำหนักของ shaft = 8.25 lb

น้ำหนักของแมงรีง = $2 \times 11.55 \text{ lb} = 23.1 \text{ lb}$

น้ำหนักรวม = 41.35 lb

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{43.5 \text{ lb/in} \times 386 \text{ in/sec}^2}{41.35 \text{ lb}}}$$

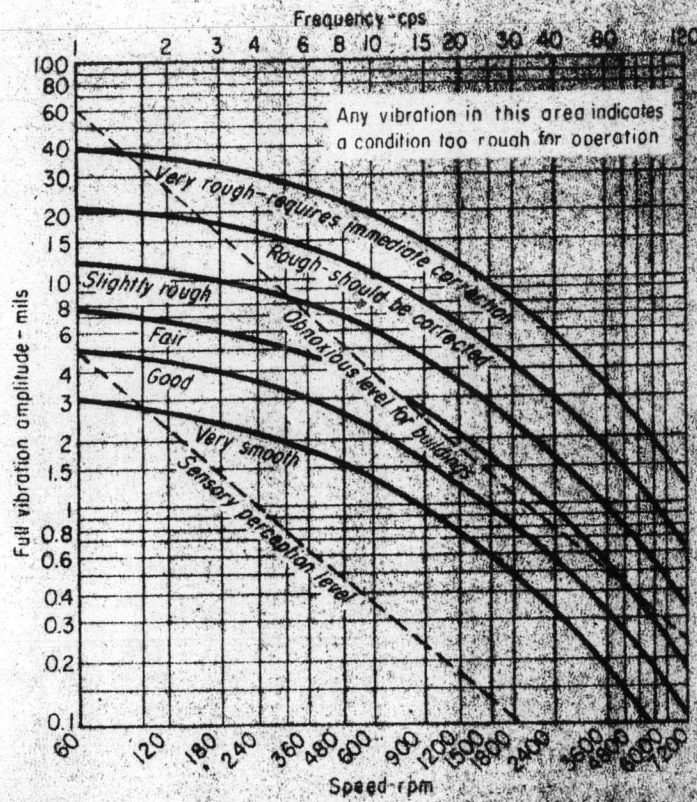
$$w_n = 20.15 \text{ rad/sec}$$

$$f_n = \frac{60}{2\pi} (20.15) = 202 \text{ rpm}$$

ตารางที่ ก-1 Guide to Regquisite Balancing Quality (Fedren⁷⁸)

Quality group	Type of rotor	(Residual unbalance) (rotor body weight) mmg/kg	Center-of-gravity displacement, [†] in
A	High-speed gyros; armatures, shafts, and wheel of fine grinding machines	0.2-1.0	0.008-0.039 $\times 10^3$
B	Armatures of very-high-speed small motors, small and medium gas turbines, high-speed supercharger blowers, grinding machine drives	0.5-2.5	0.020-0.073
C	Rigid small-motor armatures, supercharger blowers, turbines, turbogenerators	2-10	0.078-0.390
D	Armatures of commercial electric motors, fans, machine components, and machine tool components, high-speed gear parts, crankshafts of four-cylinder or more engines, high-speed parts of processing techniques	5-25	0.197-0.985
E	Propeller shafts, one, two, and three-cylinder crankshaft (with reciprocating mass forces which cannot be balanced), motorcycles, tires, wheels, slow-moving parts of crushing machines, textile machines, threshing drums, etc.	20-100	0.780-3.90

[†] 1 mmg/kg is equivalent to a displacement of the center-of-gravity of 0.001 mm = 1 micron = 39 microinches.



VIBRATION TOLERANCES, above, are for bearing measurement.
This chart is only a guide, but will help put you on the right track

รูปที่ ๑-1

1 mill = 10^{-3} inch

BALANCE TOLERANCE NOMOGRAM

Based on ISO/TC 108 DR 1940, and Proposed ANSI Balancing Quality Recommendation

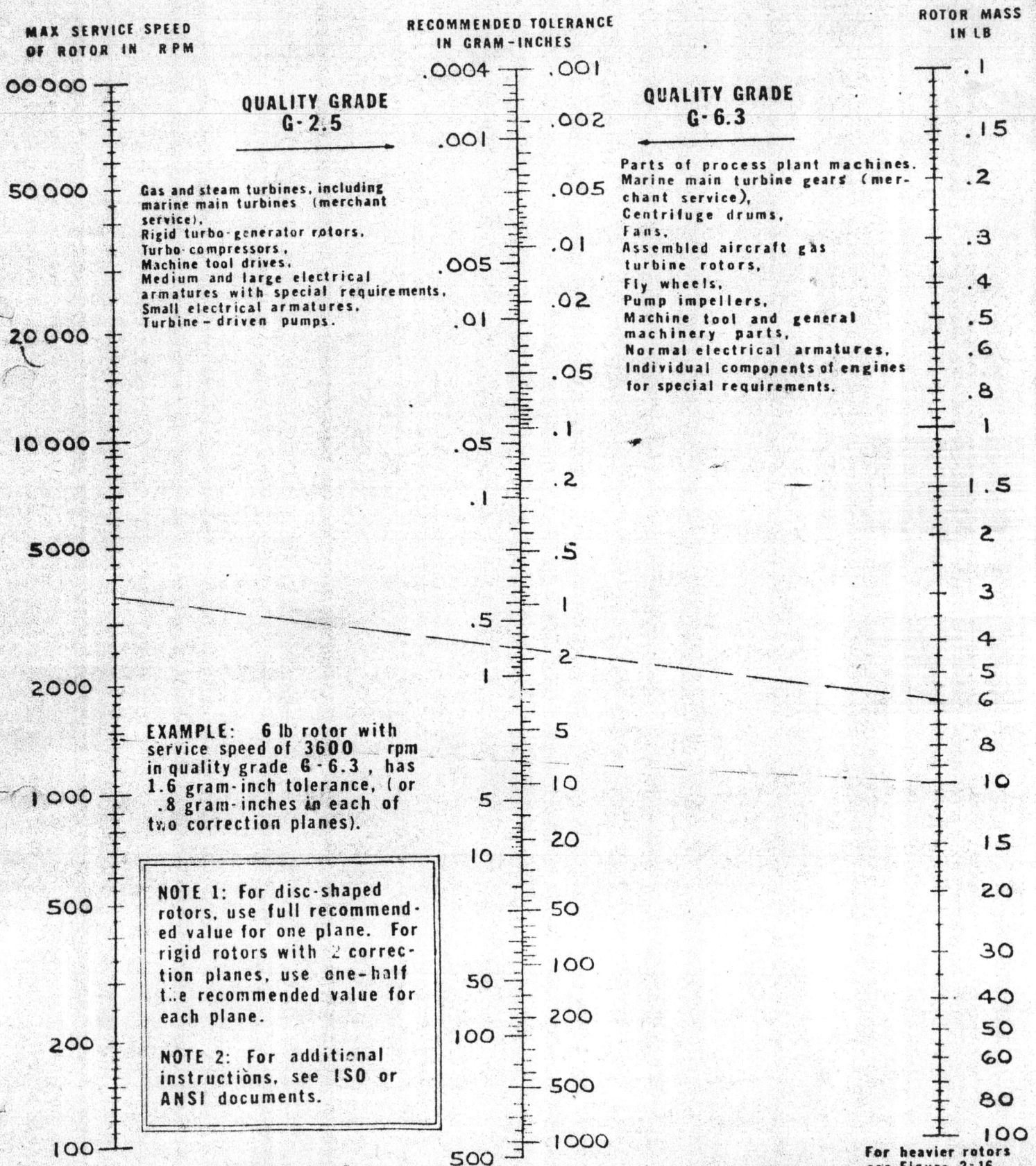


Figure 2-15

For heavier rotors see Figure 2-16

1 g-in = .0353 oz-in
1 oz-in = 28.35 g-in

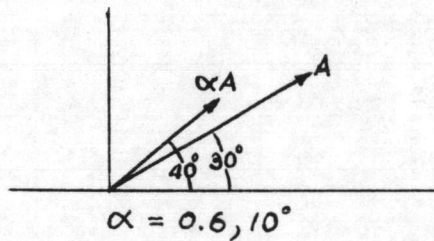
2117 n-2



ภาคผนวก ง

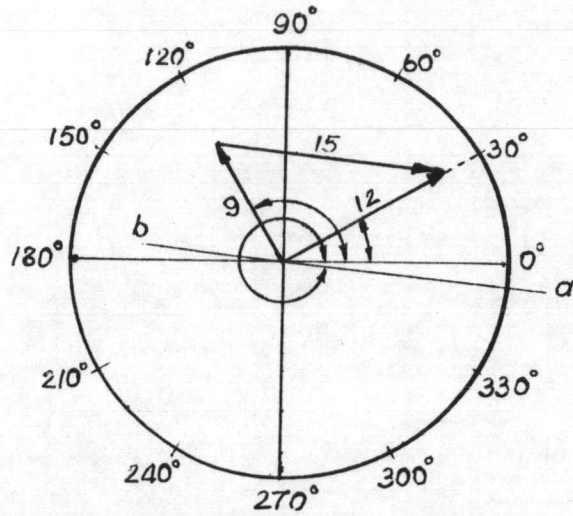
การบวก ลบ คูณ หาร เวกเตอร์

การสมมูลย์แบบระนาบคูนันยุงเกี่ยวกับค่า Amplitude และ Phase Angle โดยการแทน Amplitude และ Phase Angle ค้วยเวกเตอร์ค่าหนึ่ง ซึ่งทำมุมกับเส้นอ้างอิงตามมุมของ Phase Angle เช่นกำหนดให้ N, F, A, B, เป็นเวกเตอร์ และ $\alpha, \beta, \theta, \phi$ เป็นเวกเตอร์ โอเปอร์เรเตอร์ ทั้งเวกเตอร์และเวกเตอร์ โอเปอร์เรเตอร์ จะมีสอง Dimension คือ มีทั้งขนาด (Magnitude) และทิศทาง (Angle) การเขียนโอเปอร์เรเตอร์ α ข้างหน้าเวกเตอร์ A เช่น αA จะทำให้เกิดเวกเตอร์ใหม่ ซึ่งมีขนาด (magnitude) เท่ากับผลคูณของขนาด (magnitude) ของ A และ α และจะเกิดมุมใหม่ซึ่งเท่ากับผลรวมของมุมทั้งสอง



รูปที่ ง-1 การคูณเวกเตอร์ค้วยเวกเตอร์ โอเปอร์เรเตอร์

ยกตัวอย่างเช่น เวกเตอร์ A มีขนาด 12 หน่วย ทำมุม 30° กับเส้นอ้างอิง รูปที่ ง-1 เขียนสั้น ๆ ว่า $A = 12 \text{ หน่วย}, 30^\circ$ เมื่อนำโอเปอร์เรเตอร์ α ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 0.6 หน่วย, 10° คูณกับเวกเตอร์ A จะเกิดเวกเตอร์ใหม่ αA ซึ่งมีขนาด (magnitude) เท่ากับ $0.6 / 12 \text{ หน่วย} = 7.2 \text{ หน่วย}$ และเกิดมุมใหม่ของ $\alpha A = 10 \text{ องศา} + 30 \text{ องศา} = 40 \text{ องศา}$ ดังนั้นเวกเตอร์ $\alpha A = 7.2 \text{ หน่วย}, 40 \text{ องศา}$ ตามรูป ในทำนองเดียวกัน เวกเตอร์ก็สามารถหารค้วยโอเปอร์เรเตอร์ ทำให้เกิดเวกเตอร์ใหม่ได้ เช่น $A / \alpha = C = 12 / 0.6 = 20 \text{ หน่วย}$ และมีมุมเท่ากับ $30 \text{ องศา} - 10 \text{ องศา} = 20 \text{ องศา}$ ดังนั้น $C = 20 \text{ หน่วย}, 20 \text{ องศา}$ เช่นเดียวกัน เวกเตอร์ก็สามารถหารค้วยเวกเตอร์ได้ ทำให้เกิดโอเปอร์เรเตอร์ใหม่ เช่น $A / C = \alpha = 12 / 20 = 0.6$ และมีมุมเท่ากับ $30 \text{ องศา} - 20 \text{ องศา} = 10 \text{ องศา}$ ดังนั้น $\alpha = 0.6 \text{ หน่วย}, 10 \text{ องศา}$



รูปที่ ง-2 การลบเวกเตอร์

ตามรูป ง-2 สมมุติว่า $A = 12$ หน่วย, 30 องศา $B = 9$ หน่วย, 120 องศา การหาเวกเตอร์ $A - B$ ก็คือเวกเตอร์จาก $B \rightarrow A$ ขนาดของเวกเตอร์ก็วัดเอาจากกราฟ ส่วนมุมของ $A - B$ หาได้โดยการลากเส้นขนาน ba ให้ขนานกับ $A - B$ ซึ่งสามารถวัดค่ามุมได้ดังรูป

ประวัติผู้เขียน

นายประพันธ์ ศิริพลัปลา เกิดเมื่อวันที่ 26 กรกฎาคม พ.ศ. 2495 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร จบการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จากโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย จากนั้นเข้ารับการศึกษาและจบการศึกษาชั้นปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2518

