บทที่ ๒

ทฤษฎี และการคำนวณ

๒.๑ ทฤษฎี

ในการออกแบบอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน จำเป็นต้องรู้ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน, h ของท่อที่ใช้ เพื่อใช้คำนวณหาอัตราการถ่ายเทความร้อน q ซึ่งหาได้โดย ใช้กฎการถ่ายเทความความร้อนของนิวตัน คือ

$$q = Ah(t_w - t_b) \qquad \text{.....(2-1)}$$

เมื่อ A = พื้นผิวของท่อที่สัมผัสกับของไหลทั้งหมด

t_w = อุณหภูมิที่ผิวท่อ

t_b = อุณหภูมิเฉลี่ยของของไหล

h, ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนณ หน้าตัดใดๆของท่อ ขึ้นอยู่กับลักษณะการแจกแจงความเร็วและการแจกแจงอุณหภูมิของของไหลณ หน้าตัดนั้น และขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของของไหล เพื่อให้ข้อมูลใช้กับสภาพของการไหลและการถ่ายเทความร้อนต่างๆได้ทั่วไป จึงแสดงค่าของ h ในรูปของกลุ่มไม่มีหน่วยที่เรียกว่า นัสเซลท์นัมเบอร์ Nu ซึ่งมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$Nu = hd_h/k \qquad \text{.....(2-2)}$$

เมื่อ d_h = เส้นผ่าศูนย์กลางไฮดรอลิค

$$= \frac{๔ \times \text{พื้นที่หน้าตัดของท่อ}}{\text{เส้นรอบรูป}}$$

k = สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของขของไหล

สำหรับลักษณะการแจกแจงความเร็วของของไหล ซึ่งมีอิทธิพลต่อการพาความร้อนนั้น ถ้าตรงปากทางเข้าของท่อได้รับการออกแบบเป็นพิเศษเพื่อให้ของไหลไหลเข้ามาอย่างราบเรียบ ความเร็วตรงปากทางเข้าจะสม่ำเสมอทั่วหน้าตัดนั้น จากนั้นการแจกแจงความเร็วจะค่อยๆเปลี่ยนแปลงไปเรื่อยๆตามความยาวของท่อ โดยที่ความเร็วบริเวณใกล้กับผนังท่อจะลดลง เนื่องจากความหนืด

ระหว่างของไหลกับผนังท่อ และความเร็วบริเวณกลางท่อจะเพิ่มขึ้น จนกระทั่งถึงจุดหนึ่งการแจกแจงความเร็วจะไม่เปลี่ยนแปลงอีกต่อไป เราเรียกการไหลตั้งแต่ปากทางเข้าจนถึงจุดนี้ว่า การไหลที่มีการแจกแจงความเร็วกำลังเปลี่ยนรูป และเรียกการไหลช่วงที่ต่อจากจุดนี้ไปว่า การไหลที่มีการแจกแจงความเร็วคงรูป ซึ่งในการออกแบบควรจะนำข้อเท็จจริงนี้มาพิจารณาด้วย โดยเฉพาะการออกแบบเกี่ยวกับท่อซึ่งค่อนข้างสั้น

ในทำนองเดียวกัน การแจกแจงอุณหภูมิก็มีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะเดียวกับการแจกแจงความเร็ว และสมควรจะได้นำข้อเท็จจริงนี้มาพิจารณาในการออกแบบด้วยเช่นกัน นอกจากนี้ สภาพการให้ความร้อนที่ผิวท่อที่แตกต่างกัน ก็จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่แตกต่างกันออกไปด้วย ในทางปฏิบัติสภาพการให้ความร้อนที่ผิวท่อที่พบเสมอ ได้แก่ อุณหภูมิที่ผิวท่อสม่ำเสมอตลอดพื้นผิว ซึ่งปรากฏในอุปกรณ์ที่มีการระเหยหรือกลั่นตัว , อัตราการให้ความร้อนต่อหน่วยพื้นที่สม่ำเสมอตลอดพื้นผิว และอุณหภูมิที่ผิวท่อเปลี่ยนแปลงตามความยาวของท่ออย่างสม่ำเสมอ ซึ่งจะใช้สัญญลักษณ์เป็น (T1)(H) และ (T2) ตามลำดับ

เนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วนมีกลไกสลับซับซ้อนมาก จนบัดนี้ก็ยังไม่มีผู้ทำการศึกษาวิเคราะห์ในเชิงทฤษฎีอย่างละเอียดเพื่อหาคำตอบเกี่ยวกับการพาความร้อนในท่อสามเหลี่ยมที่มีการไหลแบบปั่นป่วนออกมาได้ ดังนั้นทฤษฎีที่จะนำมาช่วยเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ผลการทดลองที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ จึงต้องอาศัยทฤษฎีการพาความร้อนในท่อ หรือทางเดินซึ่งมีรูปทรงง่ายกว่า เช่น ท่อกลม หรือแผ่นขนานกว้างมากๆ เป็น ต้น

วิธีอันทรงประสิทธิภาพที่ช่วยในการศึกษาการพาความร้อนได้แก่ วิธีการที่เรียกว่า ไดเมนชั่นนอล แอนาไลซิส โดยเฉพาะอย่างยิ่งการวิเคราะห์ผลการทดลอง เพื่อให้สามารถสรุปผลการทดลองในรูปที่สามารถนำไปใช้ในทางปฏิบัติทั่วๆไปได้ ในวิธีการดังกล่าวนี้ ตัวแปรที่มีผลต่อการพาความร้อน เช่น $\rho, k, \mu,$ ฯลฯ จะถูกรวมเข้าเป็นกลุ่มไม่มีหน่วยเป็นกลุ่มๆ ในการเขียนฟังชั่นแสดงการพาความร้อน ในฟังชั่นจะประกอบด้วยกลุ่มไม่มีหน่วยเหล่านี้ แทนที่จะประกอบด้วยตัวแปรโดยตรง โดยที่จำนวนกลุ่มไม่มีหน่วยมีน้อยกว่าจำนวนตัวแปร ดังนั้นฟังชั่นจะมีรูปซึ่งง่ายกว่า และยังสามารถใช้ได้กับกรณีทั่วไปอีกด้วย ด้วยวิธีการของ ไดเมน-

ซึ่นนอล แอนาไลซิส พบว่า ฟังชั่นแสดงการพาความร้อนโดยบังคับใน รูปของกลุ่มไม่มีหน่วย เป็นดังนี้[1,2]

$$Nu = f(Re,Pr) \qquad \ldots\ldots(2-3)$$

เมื่อ Re = เรย์โนลด์สนัมเบอร์

$= \frac{\rho v L}{\mu}$

Pr = แพรนด์เติลนัมเบอร์

$= \mu C_p / k$

และ ρ = ความหนาแน่นของของไหล

v = ความเร็วของของไหล

L = มิติความยาวใดๆ (ในกรณีของท่อกลมคือ เส้นผ่าศูนย์กลาง d และในกรณีของท่อสามเหลี่ยมคือ เส้นผ่าศูนย์กลางไฮดรอลิค d_h)

μ = สัมประสิทธิ์ความหนืดไดนามิคของของไหล

C_p = ความจุความร้อนจำเพาะของของไหล

k = สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของของไหล

จากการศึกษาวิเคราะห์ในเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับการพาความร้อนในท่อกลม ซึ่งมีการไหลแบบปั่นป่วน โดยใช้ **เรย์โนลด์แอนาไลซี่** ปรากฏว่าผลที่ได้ออกมาสอดคล้องกับผลที่ได้จากการทดลองในระดับที่น่าพึงพอใจ ถ้าเราตรวจสอบผลที่ได้จากการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีนี้ ไม่ว่าจะเป็นวิธีของ Prandtl[3] หรือ Von Karman[4] เราจะพบว่า ต่างก็ให้ค่านัสเซลท์นัมเบอร์

---

[1] McAdams W.H. "Heat Transmission", (3rd ed., McGraw-Hill Inc., 1954), pp.126-135.

[2] Welty J.R., "Engieering Heat Transfer", (1st ed., John Wiley and Sons, 1974), pp.204-208.

[3] Chapman A.J., "Heat Transfer", (3rd ed., Macmillan Publishing Co., Inc., 1974), pp.325-327.

Nu เป็นฟังชั่นของ เรย์โนลด์สนัมเบอร์ Re กับ แพรนด์เติลนัมเบอร์ Pr สอดคล้องกับที่วิธีการของ ไดเมนชั่นนอล แอนาไลซิส ได้ทำนายไว้ดังแสดงในสมการ (๒-๓)

อย่างไรก็ตามรูปฟังชั่นสำหรับการพาความร้อนในท่อกลม ทั้งที่ได้จากวิธีของ Von Karman และ วิธีของ Prandtl ค่อนข้างจะยุ่งยาก ซึ่งอาจจะไม่สะดวกในการคำนวณออกแบบ ดังนั้น Dittus และ Boelter[5] ได้เสนอรูปของฟังชั่นอย่างง่าย ดังนี้

$$Nu_d = 0.023Re_d^{0.8}Pr^n \qquad .....(2-4)$$

โดยที่ $n = 0.4$ ในกรณีที่ของไหลในท่อเป็นตัวรับความร้อน

$n = 0.3$ ในกรณีที่ของไหลในท่อเป็นตัวให้ความร้อน

เมื่อนำสมการ (๒-๔) ไปตรวจสอบกับผลที่ได้จากการทดลอง ปรากฏว่าสมการนี้ให้ผลที่สอดคล้องอยู่ในระดับที่น่าพึงพอใจ

บรรดาสมการเกี่ยวกับการพาความร้อนที่กล่าวมาแล้ว ล้วนแต่ใช้กับการพาความร้อนที่การแจกแจงความเร็วและการแจกแจงอุณหภูมิคงรูปแล้วทั้งสิ้น ดังนั้น เมื่อจะนำสมการเหล่านี้ไปใช้คำนวณออกแบบโดยคำนึงถึงอิทธิพลตรง บริเวณปากทางเข้า ซึ่งเป็นช่วงที่การแจกแจงความเร็วและการแจกแจงอุณหภูมิกำลังเปลี่ยนรูปพร้อมๆกัน จำเป็นต้องมีการดัดแปลงสูตรใหม่ โดยการเอาตัวประกอบที่เหมาะสม คือ $(L/d)^P$ มาคูณเข้าไปทางขวามือ และเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ตามความเหมาะสม ซึ่งหาได้จากการทดลองรวมทั้งค่า P ด้วย

ในการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งเป็นการทดลองเพื่อศึกษาการพาความร้อนโดยบังคับในท่อสามเหลี่ยมเหลี่ยม ซึ่งมีการไหลแบบปั่นป่วน โดยนำอิทธิพลของช่วงปากทางเข้ามาพิจารณาด้วย จะสมมติสูตรในรูป

$$Nu = CRe^mPr^n(L/d_h)^P \qquad .....(2-5)$$

---

[4] Ibid., pp.327-328.

[5] Holman J.P., "Heat Transfer", (4th ed., McGraw-Hill Inc., 1976), p.204.

ค่า C, m และ p หาโดยอาศัยข้อมูลจากการทดลอง เนื่องจากของไหลที่ใช้ในการทดลองคือ อากาศเพียงอย่างเดียว ดังนั้นค่าแพรนด์เติลนัมเบอร์ Pr จึงถือได้ว่าคงที่ตลอดการทดลอง และเราจะใช้ค่า n ตามที่ Dittus และ Boelter ได้ให้ไว้

๒.๒ การคำนวณผลการทดลอง

เพื่อหาค่านัสเซลท์นัมเบอร์ Nu จากการทดลอง เราต้องหาสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Nu กับค่าตัวแปรต่างๆที่สามารถวัดได้โดยตรงจากการทดลอง ตลอดจนค่าที่สามารถคำนวณได้โดยตรงจากค่าที่วัดได้นั้น

รูปที่ ๒-๑ แสดงส่วนหนึ่งของท่อซึ่งมีของไหลไหลอยู่ข้างใน และกำลังมีการถ่ายเทความร้อนจากภายนอกสู่ของไหลภายในท่อ ท่อส่วนที่เรากำลังพิจารณา ยาว L และมีเส้นรอบรูป P ด้านล่างของรูปเป็นกราฟซึ่งแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ ทั้งของผิวท่อและของของไหลภายในท่อตามแนวความยาวของท่อ ความร้อนทั้งหมดที่ถ่ายเทผ่านผิวท่อ ย่อมเท่ากับ ความร้อนที่ของไหลรับไปขณะที่ไหลผ่านท่อส่วนนี้ เขียนแสดงในรูปของสมการได้ดังนี้

$$\dot{q} = h_1 PL\Delta t_1 = \rho w_b A_c C_p (t_f - t_o) \qquad \ldots\ldots(2\text{-}6)$$

เมื่อ $\dot{q}$ = อัตราการถ่ายเทความร้อน

w_b = ความเร็วเฉลี่ยของของไหล ในทิศตามความยาวของท่อ

A_c = พื้นที่หน้าตัดของท่อ

C_p = ความจุความร้อนจำเพาะเฉลี่ยของของไหล

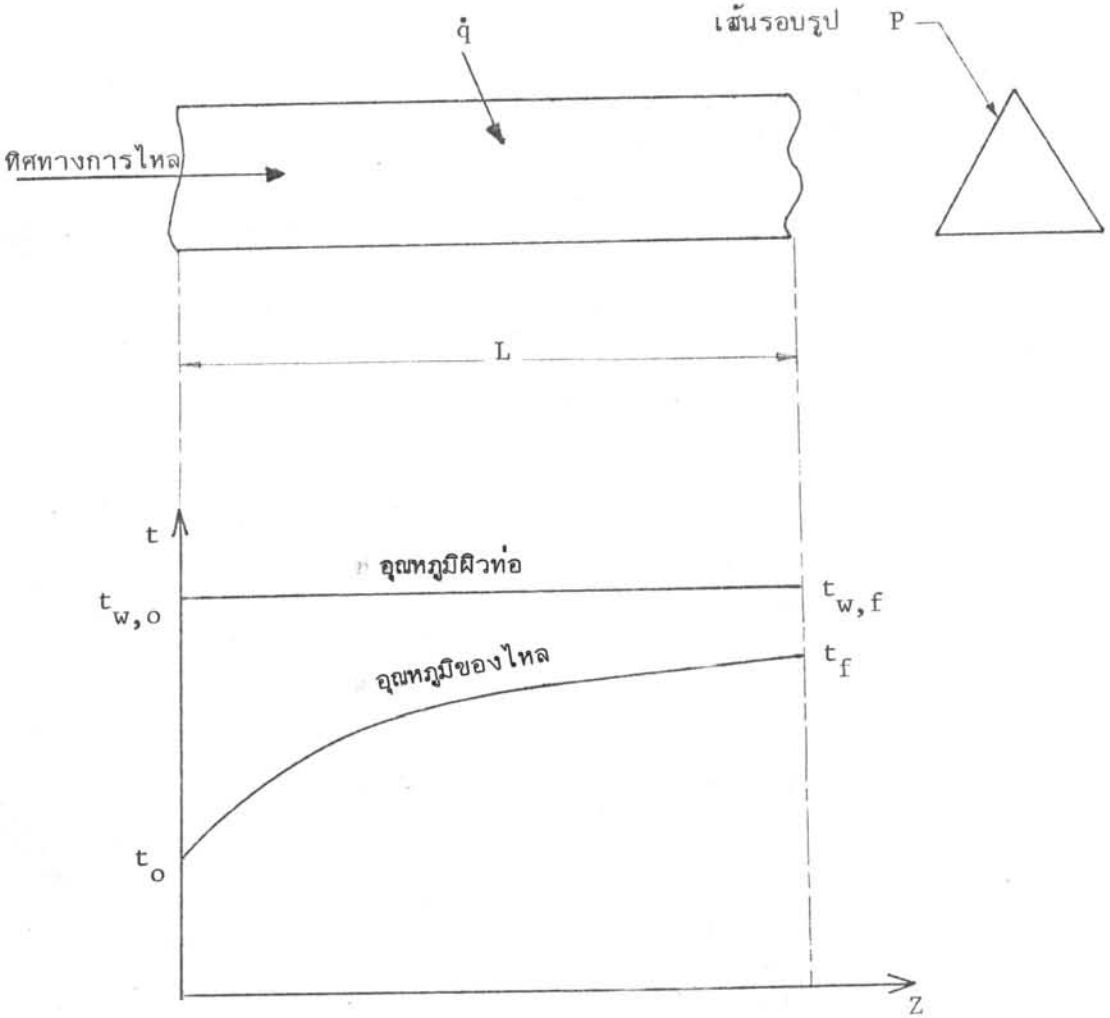
t_o = อุณหภูมิเข้าของของไหล

t_f = อุณหภูมิออกของของไหล

h_1 = ค่าเฉลี่ยแบบล็อกของสัมประสิทธิ์การพาความร้อน

Δt_1 = ค่าเฉลี่ยแบบล็อกของผลต่างอุณหภูมิ

$$= \frac{(t_{w,o} - t_o) - (t_{w,f} - t_f)}{\ln \frac{(t_{w,o} - t_o)}{(t_{w,f} - t_f)}}$$



รูปที่ ๒-๑ การถ่ายเทความร้อนระหว่างของไหลภายในท่อกับสิ่งแวดล้อมภายนอกท่อ และการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของผิวท่อและของของไหลในทิศทางตามความยาวของท่อ.

โดยที่ $t_{w,o}$ = อุณหภูมิผิวท่อตรงปากทางเข้า

$t_{w,f}$ = อุณหภูมิผิวท่อตรงปากทางออก

เมื่อจัดรูปสมการ (๒-๖) เสียใหม่จะได้สมการต่อไปนี้

$$h_1 = \frac{\rho w_b A_c C_p (t_f - t_o)}{PL\Delta t_1}$$

เมื่อทำให้อยู่ในรูปของ ค่าเฉลี่ยแบบล็อกของนัสเซลท์นัมเบอร์ Nu_1 ซึ่งนิยามตามสมการ (๒-๒) จะได้ดังนี้

$$Nu_1 = \frac{\rho w_b A_c C_p (t_f - t_o)}{PL\Delta t_1} \cdot \frac{d_h}{k}$$

จัดรูปเสียใหม่ให้กะทัดรัด จะได้ดังนี้

$$Nu_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{w_b d_h^2}{\alpha L} \cdot \frac{t_f - t_o}{\Delta t_1} \qquad \text{.....(2-7)}$$

เมื่อ α = สัมประสิทธิ์การแพร่ความร้อนของของไหล

$= k/\rho C_p$

การวิจัยนี้จะใช้สมการ (๒-๗) สำหรับคำนวณหาค่า Nu_1 จากการทดลองโดยตลอด