บทที่ 2

หลักการในการแก้ปัญหา

2.1 ความนำ

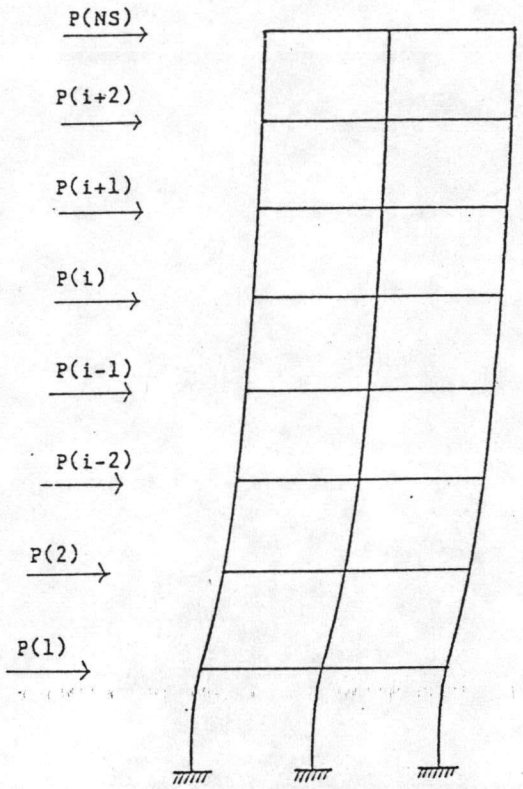
การวิเคราะห์โครงสร้างที่ประกอบด้วยโครงข้อแข็งและผนังด้านแรงเฉือน เมื่อรับแรงกระทำด้านข้างร่วมกัน เป็นการนำเอาโครงสร้างทั้งสองชนิดที่มีการวิเคราะห์ที่แตกต่างกันมาประกอบเข้าด้วยกัน ถ้าโครงสร้างเป็นโครงข้อแข็งอย่างเดียวเมื่อถูกแรงกระทำด้านข้าง จะทำให้เกิดแรงดัดที่คานและเสา เพื่อที่จะต้านแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในเสาชั้นต่าง ๆ ซึ่งจะทำให้เกิดการโก่งตัวเป็นแบบการเฉือนเป็นหลักดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.1 แต่ถ้าโครงสร้างเป็นผนังด้านแรงเฉือนเพียงอย่างเดียว เมื่อถูกแรงกระทำด้านข้าง จะทำให้เกิดแรงดัดที่ชั้นต่าง ๆ ซึ่งแรงดัดที่เกิดขึ้นจะมีการกระจายคล้ายลักษณะของคานยื่น และทำให้ผนังด้านแรงเฉือนเกิดการโก่งตัวเป็นแบบการดัดเป็นหลัก (Bending Mode) ดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.2 เนื่องจากโครงสร้างทั้งสองชนิดมีพฤติกรรมการโก่งตัวที่แตกต่างกัน ถ้านำโครงสร้างทั้งสองมาเชื่อมต่อกันโดยใช้คานเชื่อมยึดต่อเข้าด้วยกันที่ชั้นต่าง ๆ โครงสร้างแต่ละชนิดจะต้านการโก่งแบบอิสระซึ่งกันและกันทำให้เกิดแรงภายในที่ชิ้นส่วนต่าง ๆ ซึ่งจะสอดคล้องกับการโก่งตัวของโครงสร้างทั้งสอง การโก่งตัวของโครงสร้างทั้งสองได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.3

เมื่อทราบพฤติกรรมของการโก่งตัวของโครงสร้างแต่ละชนิด ในการวิเคราะห์สามารถที่จะแยกวิเคราะห์แต่ละโครงสร้างให้อิสระจากกัน โดยที่โครงสร้างทั้งสองชนิดนี้จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของความประสานเข้ากันได้ (Compatibility Condition) และเงื่อนไขของความสมดุลย์ของแรง (Equilibrium Condition)

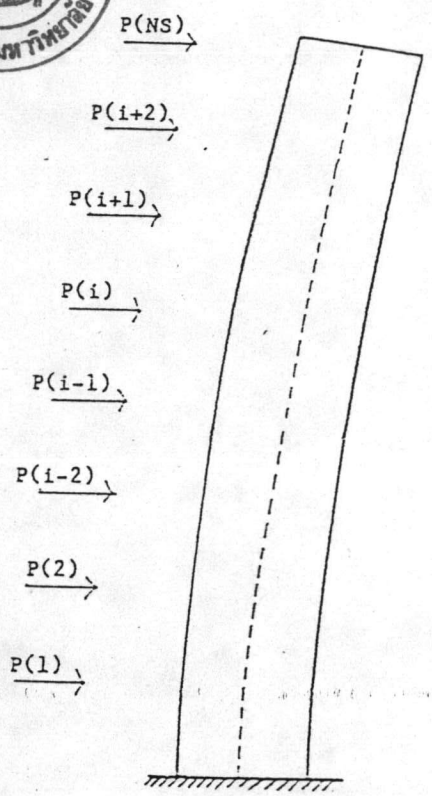
2.2 ข้อสมมติฐาน

2.2.1 ชิ้นส่วนย่อยที่ประกอบเป็นโครงสร้างต้องมีลักษณะเป็นท่อนตรง มีพื้นที่หน้าตัดคงที่และมีโมเมนต์อินเนอร์เชีย (Moment of Inertia) เท่ากันตลอดความยาวของชิ้นส่วนนั้น ๆ

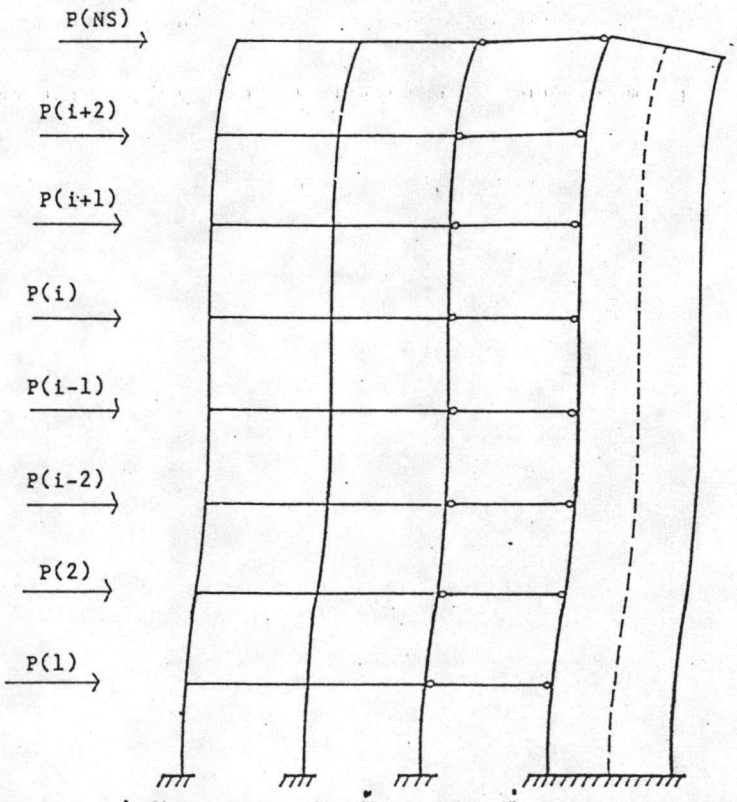
2.2.2 โมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity) ของชิ้นส่วนทุกชิ้นส่วนในโครงข้อแข็งต้องมีค่าเท่ากัน และโมดูลัสยืดหยุ่นของผนังด้านแรงเฉือน จะต้องมีค่าคงที่ตลอดความสูง



รูปที่ 2.1 แสดงการโก่งตัวของโครงข้อแข็ง เมื่อถูกแรงด้านข้างกระทำ



รูปที่ 2.2 แสดงการโก่งตัวของผนังด้านแรงเฉือนเมื่อถูกแรงด้านข้างกระทำ



รูปที่ 2.3 แสดงการโก่งตัวของโครงสร้างทั้งสองชนิดเมื่อรับแรงกระทำด้านข้างร่วมกัน

ของผนังต้านแรงเฉือน

2.2.3 พฤติกรรมของชิ้นส่วนทุกชิ้นภายใต้การรับแรงกระทำ จะมีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอีลาสติก (Elastic)

2.2.4 ที่จุดต่อของชิ้นส่วนย่อยในโครงข้อแข็ง จะต้องเป็นข้อแข็ง (Rigid Joint) คือสามารถรับแรงดัดได้ โดยไม่เปลี่ยนรูป

2.2.5 ไม่คำนึงถึงการโก่งตัวเนื่องจากแรงเฉือน และการยืดหดตัวเนื่องจากแรงในแนวแกน

2.2.6 พื้นมีความแข็งแกร่งในระนาบของตัวเองสูง มีผลทำให้การโก่งตัวในแนวราบขององค์อาคารแต่ละชนิดที่ชั้นเดียวกันมีค่าเท่ากัน

2.2.7 แรงกระทำ จะต้องเป็นแรงกระทำในแนวราบ และกระทำที่จุดต่อภายนอกของโครงข้อแข็ง โดยที่แรงกระทำนี้จะต้องสมมาตรกับโครงสร้างจนไม่ทำให้เกิดแรงบิด

2.3 การกำหนดชื่อเพื่อเรียกจุดต่อและชิ้นส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้าง

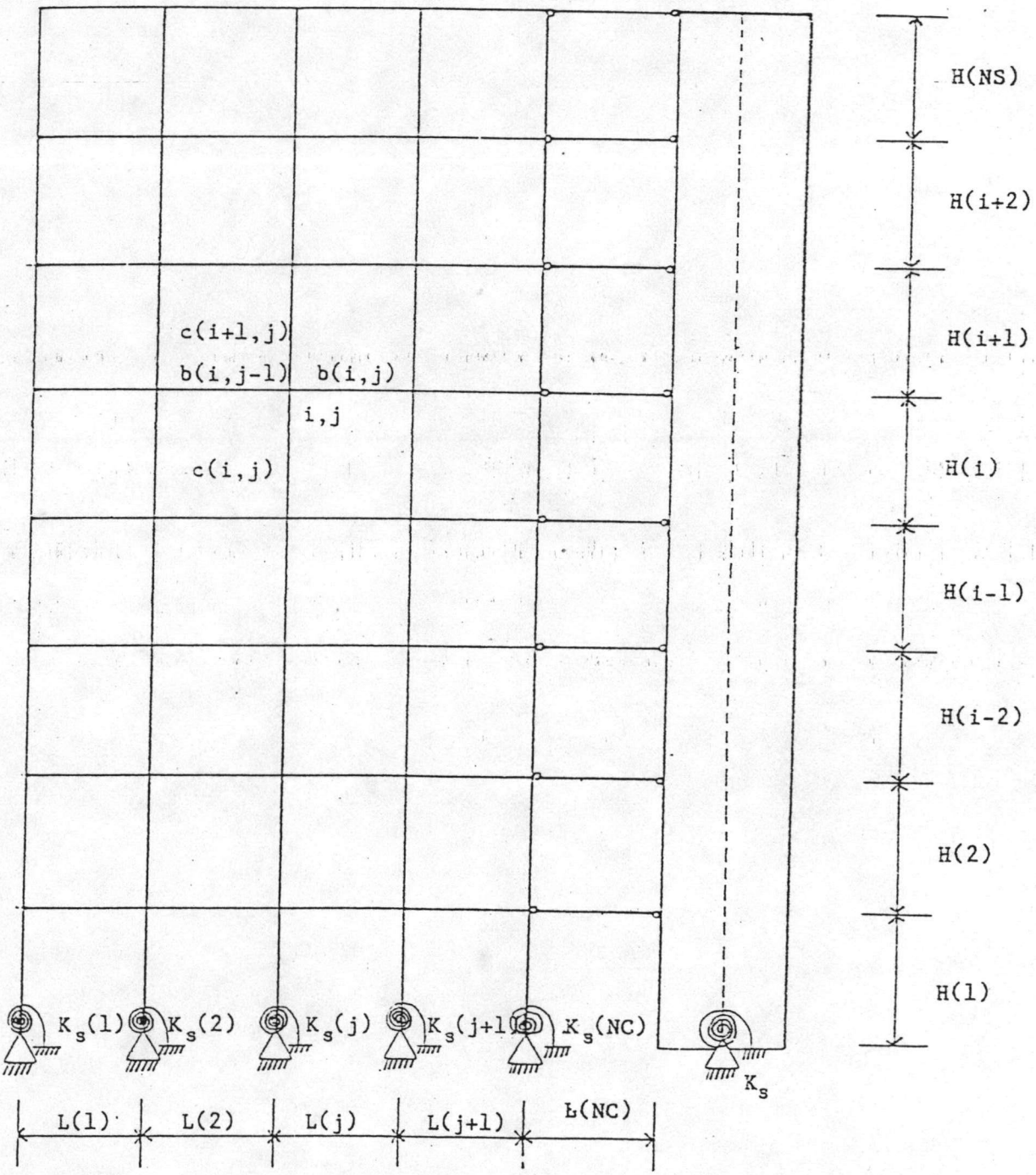
ในการวิเคราะห์เพื่อหาค่าการโก่งตัวและการหมุนของจุดต่อของชิ้นส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้าง จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทราบถึงการอ้างชื่อเพื่อเรียกจุดต่อและชิ้นส่วนต่างๆ ในที่นี้จะอธิบายประกอบรูปที่ 2.4 ดังต่อไปนี้

2.3.1 จุดต่อ

จุดต่อ หมายถึง ตำแหน่งที่ปลายของชิ้นส่วนต่าง ๆ มายึดต่อเข้าด้วยกันการเรียกชื่อจุดต่อ จะใช้ดัชนีกำหนดสองตัวด้วยกันคือ i และ j เช่นจุดต่อ i,j โดยที่ i จะเป็นเลขจำนวนเต็มที่บอกตำแหน่งของชั้นที่อ้างถึง และ j จะเป็นเลขจำนวนเต็มที่บอกตำแหน่งของเสาที่อ้างถึง

2.3.2 ชิ้นส่วนย่อย

ชิ้นส่วนย่อย หมายถึง ชิ้นส่วนของคานและเสาที่นำมายึดต่อเข้าด้วยกันเพื่อให้เกิด



รูปที่ 2.4 แสดงการกำหนดชื่อจุดต่อและชิ้นส่วนต่าง ๆ

เป็นโครงสร้าง การเรียกชื่อชิ้นส่วนย่อยจะเรียกตามหน้าที่ของชิ้นส่วนนั้น ๆ ว่าทำหน้าที่เป็นคาน หรือเสาถ้าทำหน้าที่เป็นคานจะใช้อักษร b และถ้าทำหน้าที่เป็นเสาจะใช้อักษร c การกำหนดตำแหน่งต่าง ๆ ของคานและเสา จะใช้ดัชนีกำหนดสองตัวด้วยกันคือ i และ j ตัวอย่างเช่น b(i,j) หมายถึงคานที่อยู่ด้านขวามือของจุดต่อ i,j และ c(i,j) หมายถึงเสา ที่อยู่ด้านล่างของจุดต่อ i,j เป็นต้น

2.4 วิธีทำซ้ำกับสมการมุมและการโก่ง

การวิเคราะห์โดยวิธีทำซ้ำ จะเป็นการแทนค่าตัวแปรที่ได้จากการสมมุติขึ้นมาในรอบแรกของการทำซ้ำ และแทนค่าตัวแปรเหล่านั้นลงไปในสมการที่ได้จากคุณสมบัติของโครงสร้างจนกระทั่งค่าตัวแปรเหล่านั้น มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก เมื่อเทียบกับรอบที่ผ่านมาของการทำซ้ำ ค่าตัวแปรเหล่านั้นก็จะคือคำตอบของสมการ

การวิเคราะห์โครงสร้างแบบโครงข้อแข็งและผนังต้านแรงเฉือน จะแยกวิเคราะห์โครงสร้างแต่ละชนิดโดยที่โครงสร้างทั้งสองจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

ก) ค่าการโก่งตัวในแนวราบของโครงข้อแข็ง และผนังต้านแรงเฉือนจะต้องมีค่าเท่ากันที่ระดับชั้นต่าง ๆ ของโครงสร้าง

ข) คานเชื่อมที่เชื่อมระหว่างโครงข้อแข็งและผนังต้านแรงเฉือน จุดปลายที่ยึดต่อกับผนังต้านแรงเฉือน จะต้องมีค่าการหมุนและการโก่งตัวในแนวดิ่ง เท่ากับค่าการหมุนและการโก่งตัวในแนวดิ่งของผนังต้านแรงเฉือนที่จุดต่อในชั้นนั้น ๆ

ค) ผลรวมของแรงเฉือนในแนวราบที่เกิดขึ้นในเสาของโครงข้อแข็ง และ ผนังต้านแรงเฉือนที่ชั้นต่าง ๆ จะต้องเท่ากับขนาดของแรงภายนอกที่กระทำที่ชั้นนั้น ๆ

2.4.1 การวิเคราะห์หาค่าการโก่งตัวและการหมุนของผนังต้านแรงเฉือน

ในขั้นตอนนี้จะสมมุติให้แรงกระทำด้านข้างทั้งหมดกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือน จากนั้นวิเคราะห์หาค่าการโก่งตัวในแนวราบและค่าการหมุนที่ชั้นต่าง ๆ ของผนังต้านแรงเฉือน โดยอาศัยวิธีคานคอนจูเกต (Conjugate Beam Method) โดยไม่คิดการโก่งตัวเนื่องจากแรงเฉือน

ซึ่งจะได้ค่าการโก่งตัวในแนวราบและค่าการหมุนที่ชั้นต่าง ๆ ดังรูปที่ 2.5 จากนั้นสามารถหาค่าการโก่งตัวในแนวดิ่งที่ผิวของผนังต้านแรงเฉือนด้านที่ยึดต่อกับคานเชื่อมโดยอาศัยผลคูณของค่าการหมุนที่ชั้นนั้นๆ กับระยะจากแกนสะเทินของผนังต้านแรงเฉือนถึงผิวที่ยึดต่อกับคานเชื่อมดังสมการต่อไปนี้

$$\triangle_v(i) = \theta_s(i) \times L \qquad (2.1)$$

เมื่อ

$\triangle_v(i)$ = ค่าการโก่งตัวในแนวดิ่งของผิวที่ต่อกับคานเชื่อมบนชั้นที่ i

$\theta_s(i)$ = ค่าการหมุนที่แกนสะเทินของผนังต้านแรงเฉือนบนชั้นที่ i

L = ระยะจากแกนสะเทินของผนังต้านแรงเฉือนถึงจุดต่อของคานเชื่อม

ค่าการโก่งตัวในแนวดิ่งของผิวที่ยึดต่อกับคานเชื่อม จะมีผลต่อพฤติกรรมของคานเชื่อมในกรณีที่ปลายข้างใดข้างหนึ่งของคานเชื่อมเป็นชนิดจุดยึดแน่น อัตราส่วนของการโก่งตัวในแนวดิ่งที่จุดเชื่อมเทียบกับความยาวของคานเชื่อมหาได้ดังนี้

$$\alpha(i) = \frac{\triangle_v(i)}{L(NC)}$$

เมื่อ

$\alpha(i)$ = อัตราส่วนของการโก่งตัวในแนวดิ่งของผิวที่ยึดต่อกับคานเชื่อมเทียบกับความยาวของคานเชื่อมในชั้นที่ i

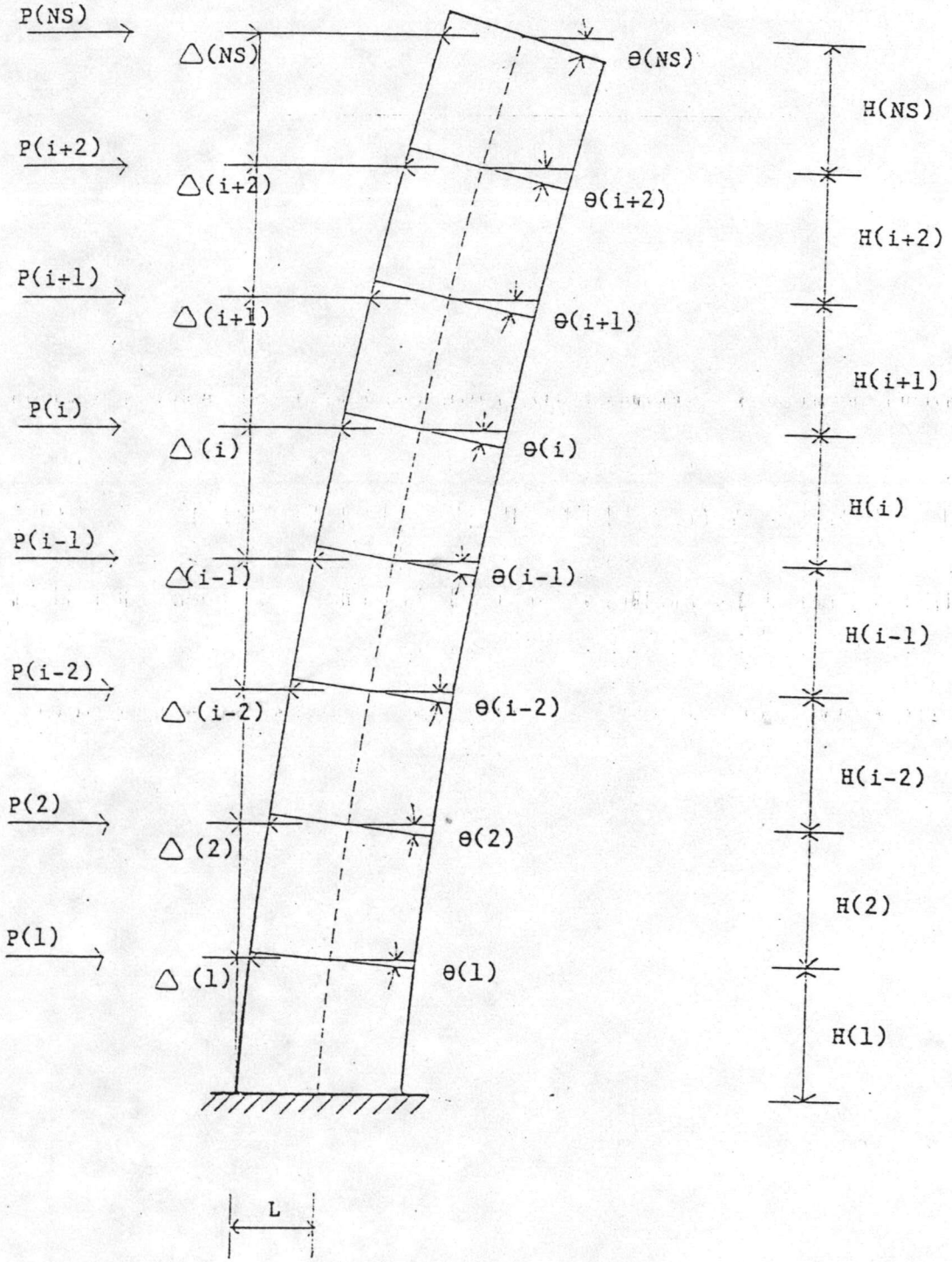
L(NC) = ความยาวของคานเชื่อม

ค่าการโก่งตัวในแนวราบที่ชั้นต่าง ๆ ของผนังต้านแรงเฉือน สามารถนำไปหาอัตราส่วนของการโก่งตัวในแนวราบเทียบกับความสูงของชั้นต่าง ๆ ดังสมการต่อไปนี้

$$\psi(i) = \frac{(\triangle(i) - \triangle(i-1))}{H(i)} \qquad (2.2)$$

เมื่อ

$\psi(i)$ = อัตราส่วนของการโก่งตัวในแนวราบเทียบกับความสูงของชั้นที่ i



รูปที่ 2.5 แสดงการโก่งตัวและการหมุนของผนังด้านแรงเฉือน

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$\triangle(i)$ = ค่าการโก่งตัวในแนวราบของผนังต้านแรงเฉือนบนชั้นที่ i

H(i) = ความสูงของชั้นที่ i

2.4.2 <u>การวิเคราะห์หาค่าการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ บนโครงข้อแข็งที่สอดคล้องกับการโก่งตัวและการหมุนของผนังต้านแรงเฉือน</u>

ในขั้นตอนนี้เป็นการวิเคราะห์หาค่าการหมุนของโครงข้อแข็ง โดยอาศัยวิธีทำซ้ำร่วมกับสมการมุมและการโก่ง เพื่อให้ได้ค่าการหมุนที่สอดคล้องกับการโก่งตัวและการหมุนของผนังต้านแรงเฉือน การวิเคราะห์ค่าการหมุนของจุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็งขึ้นอยู่กับลักษณะการยึดของคานเชื่อมที่เชื่อมระหว่างโครงข้อแข็ง และผนังต้านแรงเฉือน ซึ่งลักษณะการยึดของคานเชื่อมมีด้วยกัน 3 ลักษณะดังนี้

ก) ปลายทั้งสองของคานเชื่อมยอมให้หมุนได้

ข) ปลายทั้งสองของคานเชื่อมถูกยึดแน่น

ค) ปลายข้างหนึ่งยึดกับโครงข้อแข็งยึดแน่นอีกข้างหนึ่งหมุนได้

ลักษณะที่แตกต่างกันของคานเชื่อมทำให้การกระจายแรงจากโครงสร้างหนึ่งไปยังอีกโครงสร้างหนึ่งแตกต่างกัน ทำให้ค่าการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็งแตกต่างกันด้วย ในการวิเคราะห์หาค่าการหมุนของจุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็ง จึงสามารถแยกลักษณะของจุดต่อเป็น 2 ชนิดด้วยกันคือ จุดต่อที่เชื่อมต่อกับปลายข้างหนึ่งของคานเชื่อม และ จุดต่อที่ไม่เชื่อมกับปลายข้างหนึ่งข้างใดของคานเชื่อม

2.4.2.1 <u>การวิเคราะห์หาค่าการหมุนของจุดต่อ ที่เชื่อมกับปลายข้างหนึ่งของคานเชื่อม</u>

เนื่องจากค่าการหมุนดังกล่าวขึ้นอยู่กับลักษณะการยึดต่อของคานเชื่อม จึงทำการแยกวิเคราะห์ออกเป็น 3 ลักษณะตามชนิดของคานเชื่อมดังต่อไปนี้

ก) คานเชื่อมที่มีปลายทั้งสองยอมให้หมุนได้

คานเชื่อมชนิดนี้จะมีจุดหมุนอยู่ที่ปลายทั้งสอง ทำให้เกิดการหมุน

แบบอิสระ ค่าการโก่งตัวในแนวราบที่ชั้นต่าง ๆ ของผนังด้านแรงเฉือนเท่านั้นที่จะส่งผลให้เกิดการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็ง พิจารณารูปที่ 2.6 ประกอบกับสมการมุมและการโก่งสามารถเขียนสมการแรงดัดรอบจุดต่อ i,j ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} M_r(i,j) &= 0 \\ M_l(i,j) &= K_b(i,j-1)\,[4\theta(i,j)+2\theta(i,j-1)] \\ M_t(i,j) &= K_c(i+1,j)\,[4\theta(i,j)+2\theta(i+1,j)-6\psi(i+1)] \\ M_b(i,j) &= K_c(i,j)\,[4\theta(i,j)+2\theta(i-1,j)-6\psi(i)] \end{aligned} \qquad (2.3)$$

เมื่อ

$M_r(i,j), M_l(i,j), M_t(i,j)$ และ $M_b(i,j)$ คือแรงดัดรอบจุดต่อ i,j ด้านขวา, ซ้าย, บนและล่างตามลำดับ

K_b และ K_c คือค่าสติฟเนสของคานและเสา

$\theta(i,j)$ คือค่าการหมุนที่จุดต่อ i,j บนโครงข้อแข็ง

เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุลย์ของแรงดัดรอบจุดต่อ i,j ดังนั้นผลรวมของแรงดัดเท่ากับศูนย์จะได้

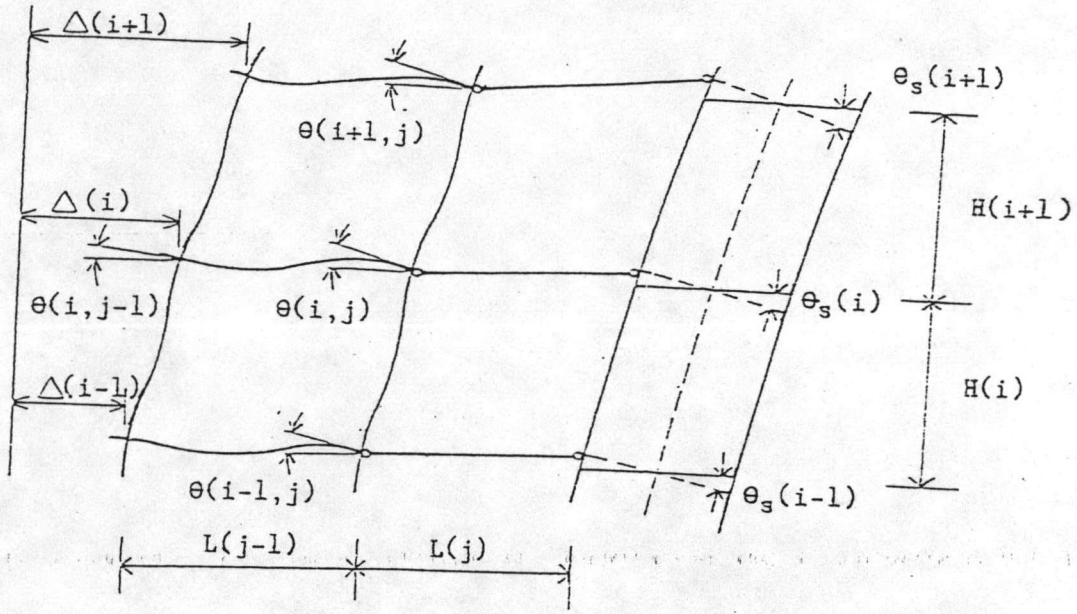
$$M_r(i,j)+M_l(i,j)+M_t(i,j)+M_b(i,j) = 0$$

หรือ

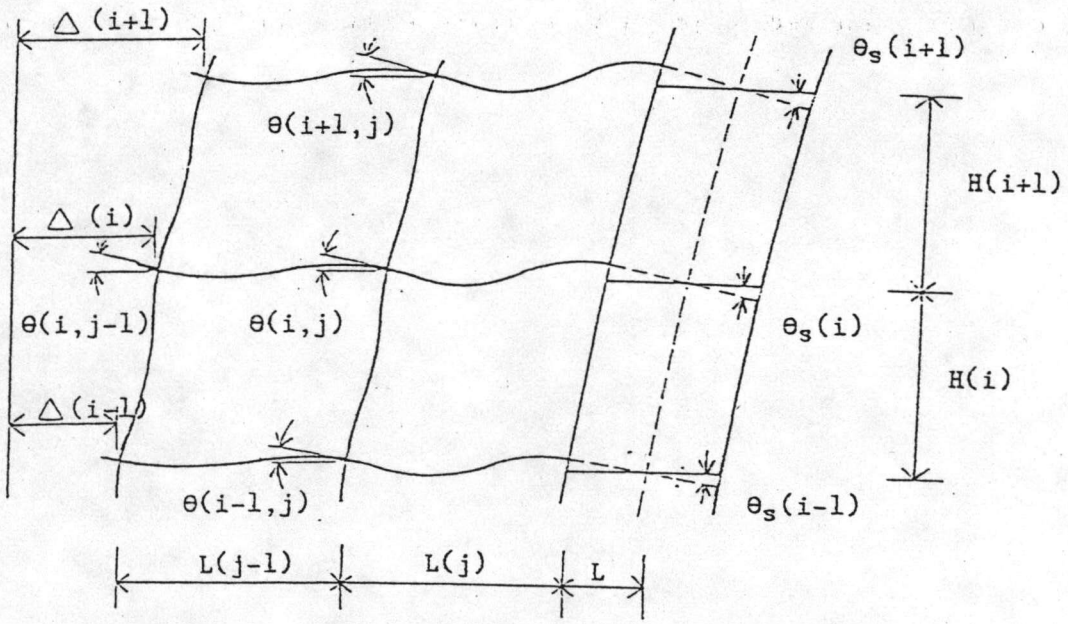
$$\theta(i,j) = -\frac{\begin{array}{l}2\,K_b(i,j-1)\theta(i,j-1) + K_c(i+1)[2\theta(i+1,j)-6\psi(i+1)] \\ +K_c(i,j)[2\theta(i-1,j)-6\psi(i)]\end{array}}{4[K_b(i,j-1)+K_c(i+1,j)+K_c(i,j)]} \qquad (2.4)$$

ข) คานเชื่อมที่ปลายทั้งสองถูกยึดแน่น

คานเชื่อมชนิดนี้จะถูกยึดแน่นที่ปลายทั้งสอง ค่าการโก่งตัวในแนวราบ ค่าการโก่งตัวในแนวดิ่งที่จุดเชื่อมและค่าการหมุนที่ชั้นต่าง ๆ ของผนังด้านแรงเฉือน จะส่งผลให้เกิดการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็ง พิจารณารูปที่ 2.7 ประกอบกับสมการมุมและการโก่งสามารถเขียนสมการแรงดัดรอบจุดต่อ i,j ได้ดังนี้



รูปที่ 2.6 แสดงการหมุนของจุดต่อที่ติดกับคานเชื่อมที่มีปลายทั้งสองหมุนได้



รูปที่ 2.7 แสดงการหมุนของจุดต่อที่ติดกับคานเชื่อมที่มีปลายทั้งสองยึดแน่น

$$
\begin{aligned}
M_r(i,j) &= K_b(i,j)[4\theta(i,j)+2\theta_s(i)+6\,\alpha(i)] \\
M_l(i,j) &= K_b(i,j-1)[4\theta(i,j)+2\theta(i,j-1)] \\
M_t(i,j) &= K_c(i+1,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i+1,j)-6\,\psi(i+1)] \\
M_b(i,j) &= K_c(i,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i-1,j)-6\,\psi(i)]
\end{aligned}
\qquad (2.5)
$$

เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุลย์ของแรงดัดรอบจุดต่อ i,j ดังนั้นผลรวมของแรงดัดเท่ากับศูนย์จะได้

$$M_r(i,j)+M_l(i,j)+M_t(i,j)+M_b(i,j) = 0$$

หรือ

$$\theta(i,j) = -\frac{K_b(i,j)[2\theta_s(i)+6\alpha(i)] + K_b(i,j-1)[2\theta(i,j-1)]+ K_c(i+1,j)[2\theta(i+1,j)-6\psi(i+1)]+K_c(i,j)[2\theta(i-1,j)-6\psi(i)]}{4[K_b(i,j)+K_b(i,j-1)+K_c(i+1,j)+K_c(i,j)]} \qquad (2.6)$$

ค) คานเชื่อมที่มีปลายข้างหนึ่งยึดแน่นกับโครงข้อแข็ง อีกปลายหนึ่งหมุนได้ที่ผนังต้านแรงเฉือน

คานเชื่อมชนิดนี้มีจุดหมุนที่ปลายที่ติดกับผนังต้านแรงเฉือน ทำให้เกิดการหมุนอิสระที่ปลายนั้น ค่าการโก่งตัวในแนวราบ และค่าการโก่งตัวในแนวดิ่งที่จุดเชื่อมที่ชั้นต่าง ๆ ของผนังต้านแรงเฉือน จะส่งผลให้เกิดการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็ง พิจารณารูปที่ 2.8 ประกอบกับสมการมุมและการโก่ง สามารถเขียนสมการแรงดัดที่ปลายทั้งสองของคานเชื่อมได้ดังนี้

$$M_r(i,j) = K_b(i,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i,j+1)+6\,\alpha(i)] \qquad (2.7)$$

$$M_l(i,j+1) = K_b(i,j)[4\theta(i,j+1)+2\theta(i,j)+6\,\alpha(i)] \qquad (2.8)$$

เนื่องจากจุดยึดที่ปลายที่เชื่อมกับผนังต้านแรงเฉือน เป็นจุดหมุน ดังนั้น

$$M_l(i,j+1) = 0$$

012494

แทนค่า $M_l(i,j+1) = 0$ ลงในสมการ (2.8) จะได้

$$\theta(i,j+1) = -0.25\,[2\theta(i,j)+6\alpha(i)] \qquad (2.9)$$

แทนค่า $\theta(i,j+1)$ จากสมการ (2.9) ลงในสมการ (2.7) จะได้

$$M_r(i,j) = K_b(i,j)[3\theta(i,j)+3\alpha(i)] \qquad (2.10)$$

พิจารณารูปที่ 2.8 ประกอบกับสมการมุมและการโก่งสามารถเขียนสมการแรงดัดรอบจุดต่อ i,j ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} M_l(i,j) &= K_b(i,j-1)[4\theta(i,j)+2\theta(i,j-1)] \\ M_t(i,j) &= K_c(i+1,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i+1,j)-6\psi(i+1)] \\ M_b(i,j) &= K_c(i,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i-1,j)-6\psi(i)] \end{aligned} \qquad (2.11)$$

เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุลย์ของแรงดัดรอบจุด i,j ดังนั้นผลรวมของแรงดัดเท่ากับศูนย์จะได้

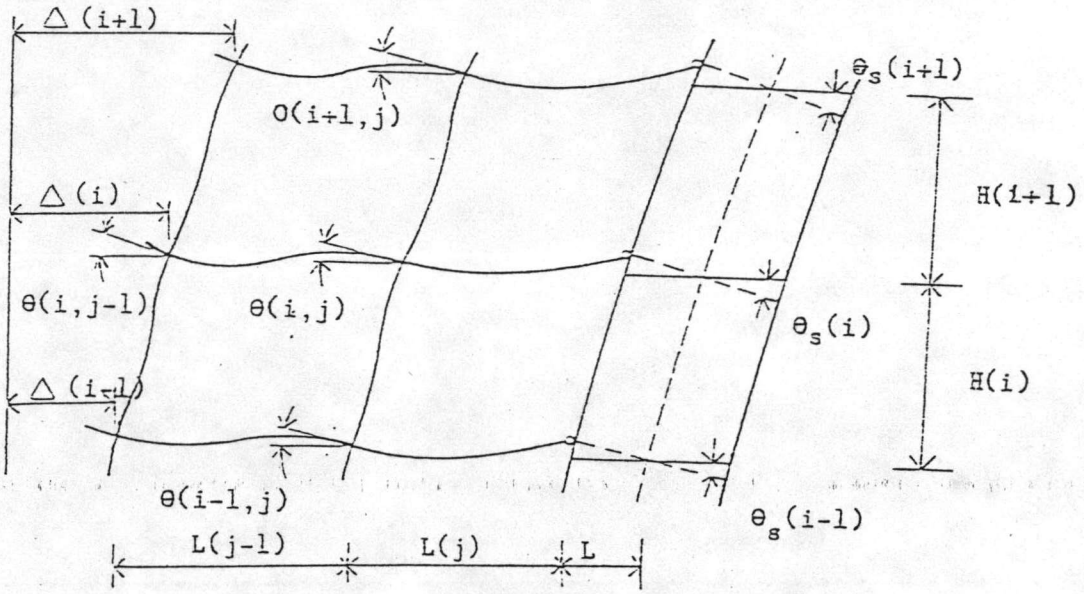
$$M_r(i,j)+M_l(i,j)+M_t(i,j)+M_b(i,j) = 0 \qquad (2.12)$$

แทนค่า สมการ (2.10) และ (2.11) ลงในสมการ(2.12) จะได้

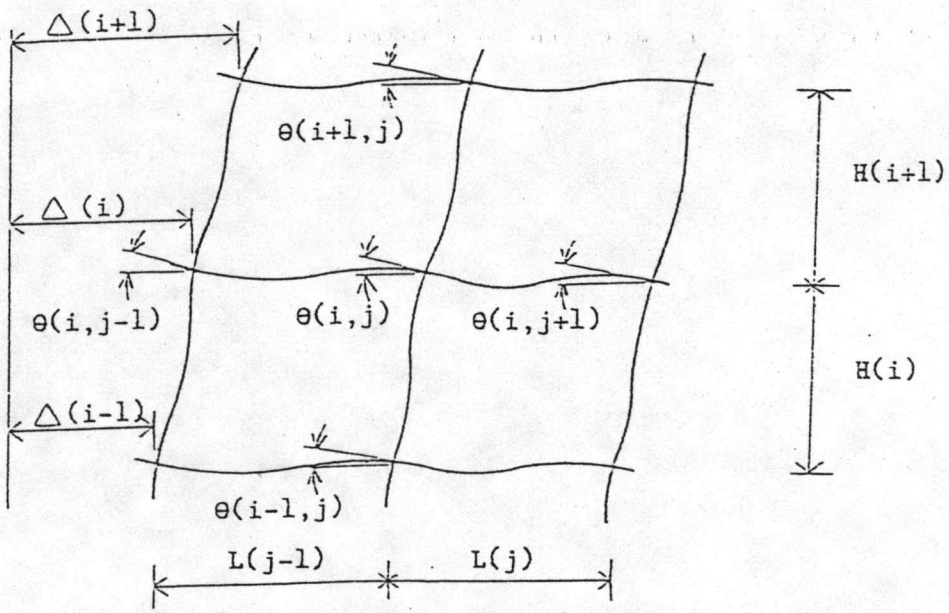
$$\theta(i,j) = -\frac{\begin{array}{c}3K_b(i,j)\alpha(i)+2K_b(i,j-1)\theta(i,j-1)+ \\ K_c(i+1,j)[2\theta(i+1,j)-6\psi(i+1)]+K_c(i,j)[2\theta(i-1,j)-6\psi(i)]\end{array}}{4[0.75K_b(i,j)+K_b(i,j-1)+K_c(i+1,j)+K_c(i,j)]} \qquad (2.13)$$

2.4.2.2 <u>การวิเคราะห์หาค่าการหมุนของจุดต่อที่ไม่เชื่อมกับปลายของคานเชื่อม</u>

ขั้นตอนนี้ จะดำเนินการหลังจากที่ได้ค่าการหมุนที่จุดต่อที่เชื่อมกับคานเชื่อมมาแล้ว โดยจะไม่คำนึงถึงลักษณะของคานเชื่อมว่าเป็นคานเชื่อมชนิดใด เนื่องจากไม่มีจุดต่อใด ๆ ที่เชื่อมต่อโดยตรงกับคานเชื่อม พิจารณารูปที่ 2.9 ประกอบกับสมการมุมและการโก่งสามารถเขียนสมการแรงดัดรอบจุด i,j ได้ดังนี้



รูปที่ 2.8 แสดงการหมุนของจุดต่อที่ติดกับคานเชื่อมที่มีปลายข้างหนึ่งยึดแน่นอีกข้างหนึ่งหมุนได้



รูปที่ 2.9 แสดงการหมุนของจุดต่อที่ไม่เชื่อมต่อกับคานเชื่อม

$$
\begin{aligned}
M_r(i,j) &= K_b(i,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i,j+1)] \\
M_l(i,j) &= K_b(i,j-1)[4\theta(i,j)+2\theta(i,j-1)] \\
M_t(i,j) &= K_c(i+1,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i+1,j)-6\psi(i+1)] \\
M_b(i,j) &= K_c(i,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i-1,j)-6\psi(i)]
\end{aligned}
\qquad (2.14)
$$

เพื่อให้เกิดสภาวะสมดุลย์ของแรงดัดรอบจุด i,j ดังนั้นผลรวมของแรงดัดเท่ากับศูนย์จะได้

$$M_r(i,j)+M_l(i,j)+M_t(i,j)+M_b(i,j) = 0$$

หรือ

$$\theta(i,j) = -\frac{\begin{array}{c}2K_b(i,j)\theta(i,j+1)+2K_b(i,j-1)\theta(i,j-1)+ \\ K_c(i+1,j)[2\theta(i+1,j)-6\psi(i+1)]+K_c(i,j)[2\theta(i-1,j)-6\psi(i)]\end{array}}{4[K_b(i,j)+K_b(i,j-1)+K_c(i+1,j)+K_c(i,j)]} \qquad (2.15)$$

สมการ (2.15) สามารถใช้กับจุดต่อทุกจุดที่อยู่บนเสาภายในโครงข้อแข็งสำหรับจุดต่อที่อยู่บนเสานอกสุด ค่า $K_b(i,j-1) = 0$ เนื่องจากไม่มีคานที่ต่อออกไปทางภายนอกของโครงข้อแข็ง ดังนั้นสมการหาค่าการหมุนของจุดต่อที่อยู่บนเสาภายนอกจะเป็นดังนี้

$$\theta(i,j) = -\frac{\begin{array}{c}2K_b(i,j)\theta(i,j+1)+K_c(i+1,j)[2\theta(i+1,j)-6\psi(i+1) \\ +K_c(i,j)[2\theta(i-1,j)-6\psi(i)]\end{array}}{4[K_b(i,j)+K_c(i+1,j)+K_c(i,j)]} \qquad (2.16)$$

ในกรณีที่ฐานของเสาแต่ละต้นของโครงข้อแข็ง ยอมให้เกิดการหมุนได้บางส่วนซึ่งจะขึ้นอยู่กับค่า สติฟเนสของการหมุนที่ฐานนั้น ๆ ค่าการหมุนที่ฐานของเสาสามารถคำนวณได้โดยใช้สมการมุมและการโก่ง กับเงื่อนไขของความสมดุลย์ของโมเมนต์ดัดรอบฐานของเสาได้ดังนี้

$$\theta(0,j) = \frac{K_c(1,j)[6\psi(1) - 2\theta(1,j)]}{[4K_c(1,j)+K_s(j)]} \qquad (2.17)$$

เมื่อ

$K_s(j)$ = ค่าสติฟเนสของการหมุนที่ฐานของเสาต้นที่ j

ในขั้นตอนการทำซ้ำ หลังจากที่ทราบค่าการโก่งตัวและการหมุนของผนังด้านแรงเฉือน คือ $\triangle(i), \triangle_v(i), \theta_s(i), \psi(i)$ และ $\alpha(i)$ ที่ชั้นต่าง ๆ แล้วจะนำค่าเหล่านี้ ลงไปแทนในสมการที่ (2.4) หรือ (2.6) หรือ (2.13) และสมการที่ (2.15) หรือ (2.16) และสมการที่ (2.17) ตามลักษณะการยึดต่อของคานเชื่อมเพื่อหาค่าการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็ง ในรอบแรกของการแทนค่า จะสมมุติให้ค่าการหมุนของทุกจุดต่อในโครงข้อแข็งมีค่าเท่ากับศูนย์ จากนั้นก็นำค่าการหมุนที่ได้จากการแทนค่าในรอบที่ผ่านมา แทนค่าลงในสมการดังกล่าวข้างต้น เพื่อหาค่าการหมุนในรอบต่อไป ทำการทำซ้ำต่อไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้ค่าการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็งเปลี่ยนแปลงจากค่าการหมุนของรอบที่ผ่านมาน้อยมากจนยอมรับได้ จะได้ค่าการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็งที่สอดคล้องกับการโก่งตัวและการหมุนของผนังด้านแรงเฉือนในขณะนั้น

2.4.3 การคำนวณหาแรงกระทำร่วมที่เกิดขึ้นในคานเชื่อม

ในขั้นตอนนี้จะเป็นการวิเคราะห์หาค่าแรงดัด ที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนคานและเสาของโครงข้อแข็งหลังจากที่ทราบค่าการหมุนและการโก่งตัวในแนวราบของจุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็ง ซึ่งสอดคล้องกับการโก่งตัวและการหมุนของผนังด้านแรงเฉือนในขณะนั้น ค่าแรงดัดนี้สามารถหาได้จากสมการมุมและการโก่ง โดยที่ค่าแรงดัดจะอยู่ในเทอมของค่าการหมุนและการโก่งตัว

แรงกระทำร่วมที่เกิดขึ้นในคานเชื่อมจะมีทั้งแรงในแนวแกน แรงเฉือนและแรงดัด ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะการยึดต่อของคานเชื่อม ในการวิเคราะห์แรงกระทำร่วมจะแยกวิเคราะห์ตามลักษณะการยึดต่อของคานเชื่อมดังต่อไปนี้

2.4.3.1 การหาแรงกระทำร่วมเมื่อคานเชื่อมมีปลายทั้งสองยอมให้หมุนได้

คานเชื่อมชนิดนี้จะมีจุดหมุนอยู่ที่ปลายทั้งสอง จึงไม่สามารถถ่ายแรงเฉือนและแรงดัด จากโครงข้อแข็งไปสู่ผนังด้านแรงเฉือนได้ จะมีแต่เพียงแรงในแนวแกนเท่านั้นที่สามารถถ่ายผ่านคานเชื่อมชนิดนี้ได้ การที่จะวิเคราะห์หาแรงในแนวแกนที่เกิดขึ้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทราบ ผลรวมของแรงเฉือนทั้งหมดที่เกิดขึ้นในเสาชั้นต่าง ๆ ของโครงข้อแข็ง ซึ่ง

สามารถวิเคราะห์ได้โดยอาศัยสมการมุมและการโก่ง โดยพิจารณาเสาที่อยู่ในชั้นที่ i จากรูปที่ 2.10 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

$$M_b(i,j) = K_c(i,j)[4\theta(i,j)+2\theta(i-1,j)-6\psi(i)]$$
$$M_t(i-1,j) = K_c(i,j)[4\theta(i-1,j)+2\theta(i,j)-6\psi(i)] \qquad (2.18)$$

$$V(i,j) = \frac{M_b(i,j)+M_t(i-1,j)}{H(i)} \qquad (2.19)$$

แทนค่าสมการที่ (2.18) ลงในสมการที่ (2.19) จะได้

$$v(i,j) = \frac{K_c(i,j)[6\theta(i,j)+6\theta(i-1,j)-12\psi(i)]}{H(i)} \qquad (2.20)$$

เมื่อ

$V(i,j)$ = ค่าแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในเสาที่ i,j

ดังนั้นผลรวมของแรงเฉือนทั้งหมดที่เกิดขึ้นในชั้นที่ i คือ

$$V(i) = \sum_{j=1}^{NC} V(i,j) \qquad (2.21)$$

เมื่อ

$V(i)$ = ผลรวมของแรงเฉือนในชั้นที่ i

NC = จำนวนแนวเสาทั้งหมดในโครงข้อแข็ง

เมื่อทราบค่าผลรวมของแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในชั้นต่าง ๆ ของโครงข้อแข็งแล้ว สามารถหาแรงในแนวแกนที่กระทำร่วมระหว่างโครงข้อแข็งและผนังด้านแรงเฉือนได้โดยใช้เงื่อนไขความสมดุลย์ของแรงในแนวราบดังนี้

$$IP(i) = P(i)+V(i)-V(i+1) \qquad (2.22)$$

เมื่อ

IP(i) = แรงในแนวแกนที่เกิดขึ้นในคานเชื่อมชั้นที่ i

P(i) = แรงภายนอกที่กระทำต่อโครงสร้างชั้นที่ i

แรงกระทำร่วมที่โครงข้อแข็งกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือน ในกรณีที่คานเชื่อมมีปลายทั้งสองเป็นจุดหมุนได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.11

2.4.3.2 <u>การหาค่าแรงกระทำร่วมเมื่อคานเชื่อมมีปลายทั้งสองยึดแน่น</u>

การที่คานเชื่อมมีปลายทั้งสองยึดแน่น ทำให้สามารถถ่ายแรงเฉือน แรงในแนวแกน และแรงดัดได้พร้อม ๆ กัน การวิเคราะห์หาแรงกระทำร่วมที่เป็นแรงในแนวแกนสามารถใช้ความสัมพันธ์ต่าง ๆ จากสมการที่ (2.17) ถึง (2.21) ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.4.3.1 สำหรับแรงเฉือน และแรงดัดที่เกิดขึ้นที่ปลายของคานเชื่อมด้านที่ยึดต่อกับผนังต้านแรงเฉือนสามารถหาได้โดยอาศัยสมการมุมและการโก่ง โดยพิจารณาคานเชื่อมที่อยู่ในชั้นที่ i จากรูปที่ 2.12 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

$$\begin{aligned} M_r(i,NC) &= K_b(i,NC)[4\theta(i,NC)+2\theta(i,NC+1)+ 6\,\alpha(i)] \\ M_l(i,NC+1) &= K_b(i,NC)[4\theta(i,NC+1)+2\theta(i,NC)+ 6\,\alpha(i)] \end{aligned} \qquad (2.23)$$

แรงเฉือนที่คานเชื่อมกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือนสามารถหาได้ดังนี้

$$IV(i) = - \frac{[M_r(i,NC)+M_l(i,NC+1)]}{L(NC)} \qquad (2.24)$$

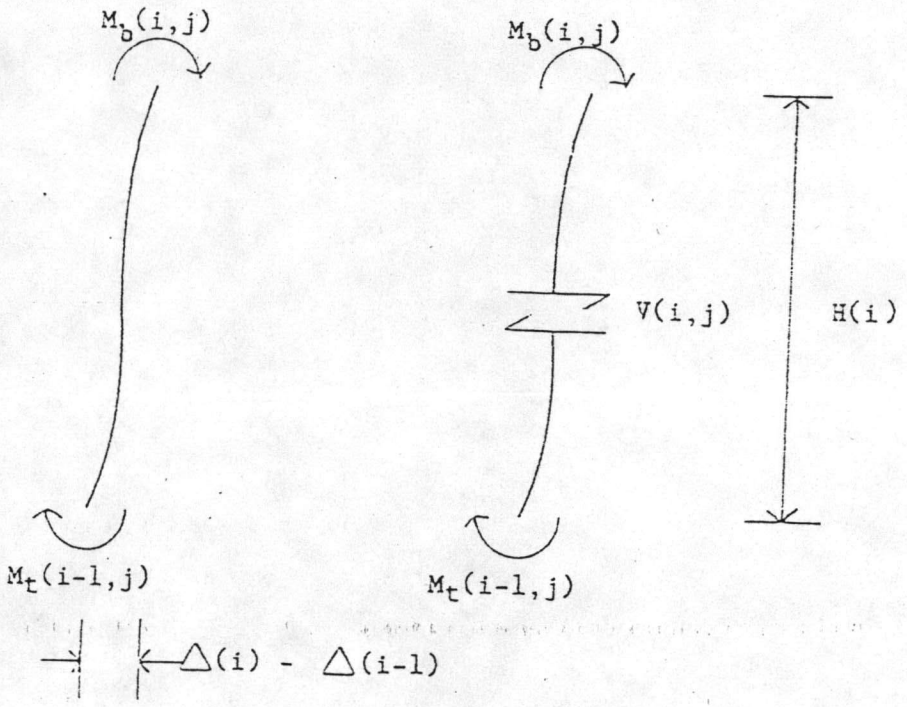
เมื่อ

IV(i) = แรงเฉือนที่เกิดขึ้นที่ปลายของคานเชื่อมกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือนในชั้นที่ i

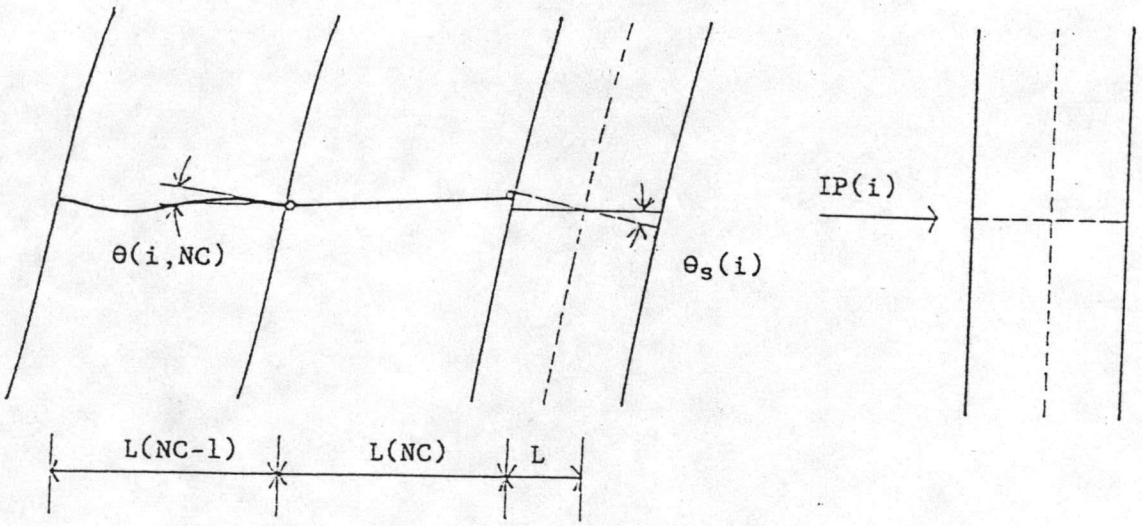
เนื่องจากแรงเฉือนดังกล่าวเมื่อกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือนที่ผิวที่ยึดติดกับคานเชื่อม สามารถแปลงแรงเฉือนดังกล่าว ให้เป็นค่าแรงดัดกระทำที่แกนสะเทินของผนังต้านแรงเฉือนได้ โดยใช้ผลคูณของค่าแรงเฉือนที่ชั้นนั้น ๆ กับระยะห่างจากแกนสะเทินถึงผิวที่ยึดต่อกับคานเชื่อม ดังนั้นค่าโมเมนต์ดัดที่โครงข้อแข็งกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือนในชั้นที่ i คือ

$$IM(i) = M_l(i,NC+1) + L \times IV(i) \qquad (2.25)$$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.10 แสดงแรงตัดและแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในเสา i,j



รูปที่ 2.11 แสดงแรงกระทำร่วมที่กระทำผ่านคานเชื่อมชนิดที่ปลายทั้งสองหมุนได้อิสระ

เมื่อ

IM(i) = แรงดัดที่โครงข้อแข็งกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือนในชั้นที่ i

2.4.3.3 <u>การหาค่าแรงกระทำร่วมเมื่อคานเชื่อมมีปลายข้างหนึ่งยึดแน่นกับโครงข้อแข็งอีกปลายหนึ่งหมุนได้อิสระที่ผนังต้านแรงเฉือน</u>

การที่คานเชื่อมมีปลายข้างที่ยึดต่อกับผนังต้านแรงเฉือนซึ่งหมุนได้อิสระทำให้สามารถถ่ายแรงเฉือนและแรงในแนวแกนได้พร้อม ๆ กัน การวิเคราะห์หาแรงกระทำร่วมที่เป็นแรงในแนวแกนสามารถใช้ความสัมพันธ์ต่าง ๆ จากสมการที่ (2.18) ถึง (2.22) ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.4.3.1 สำหรับแรงเฉือนที่เกิดขึ้นที่ปลายของคานเชื่อมด้านที่ยึดต่อกับผนังต้านแรงเฉือน สามารถหาได้โดยอาศัยสมการมุมและการโก่ง โดยพิจารณาคานเชื่อมที่อยู่ในชั้นที่ i จากรูปที่ 2.13 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

จากสมการที่ (2.10) จะได้

$$M_r(i,NC) = K_b(i,NC)[3\theta(i,NC) + 3\,OC(i)]$$

แรงเฉือนที่คานเชื่อมกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือนสามารถหาได้ดังนี้

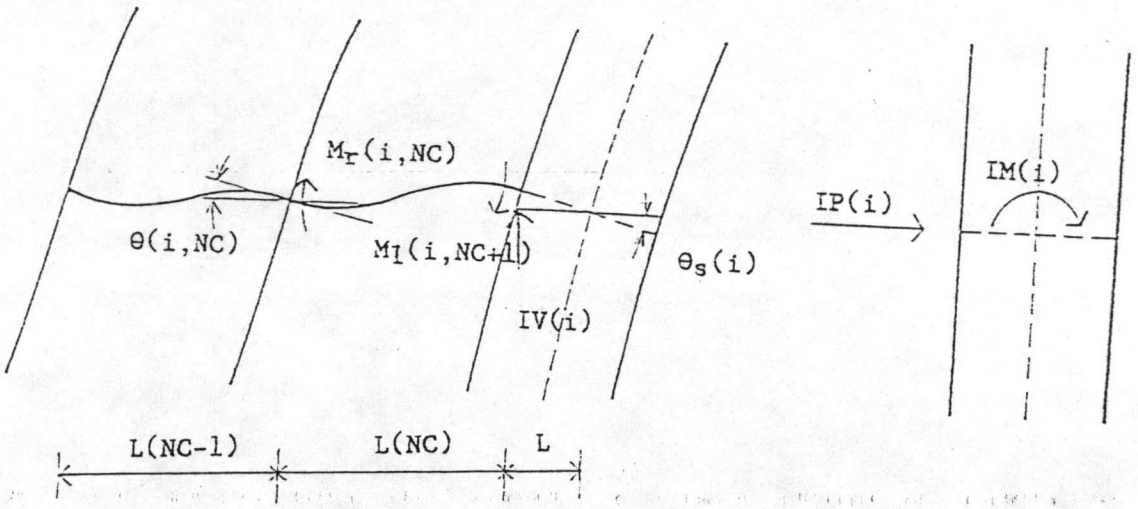
$$IV(i) = -\frac{M_r(i,NC)}{L(NC)} \qquad (2.26)$$

ดังนั้นค่าแรงดัดที่โครงข้อแข็งกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือนในชั้นที่ i คือ

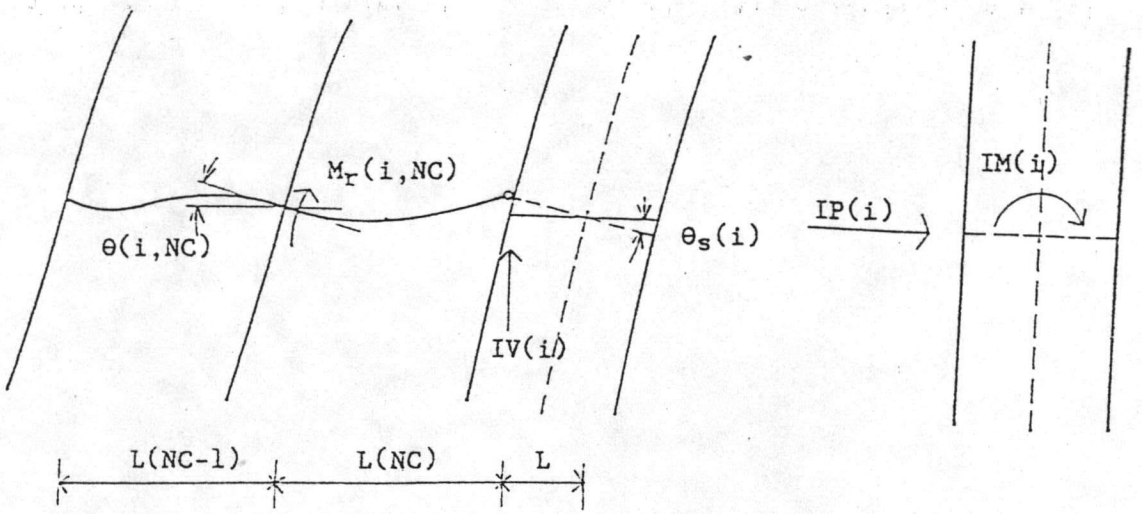
$$IM(i) = L \times IV(i) \qquad (2.27)$$

2.4.4 <u>การวิเคราะห์หาค่าการโก่งตัวและการหมุนของผนังต้านแรงเฉือนเมื่อถูกแรงกระทำจากโครงข้อแข็ง</u>

ในขั้นตอนนี้จะนำแรงกระทำร่วมที่โครงข้อแข็งกระทำต่อผนังต้านแรงเฉือน โดยผ่านคานเชื่อมซึ่งหาได้จากขั้นตอนที่ 2.4.3 แล้วแต่ชนิดของคานเชื่อมมากระทำต่อผนังต้านแรงเฉือนที่ตำแหน่งชั้นต่าง ๆ และหาค่าการโก่งตัวและการหมุนโดยอาศัยหลักการเดียวกับหัวข้อ 2.4.1 ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น



รูปที่ 2.12 แสดงแรงกระทำร่วมที่กระทำผ่านคานเชื่อมชนิดที่ปลายทั้งสองยึดแน่น



รูปที่ 2.13 แสดงแรงกระทำร่วมที่กระทำผ่านคานเชื่อมชนิดที่ปลายข้างหนึ่งยึดแน่น
อีกข้างหนึ่งหมุนได้อิสระ

2.4.5 การเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวและค่าการหมุนของผนังด้านแรงเฉือน

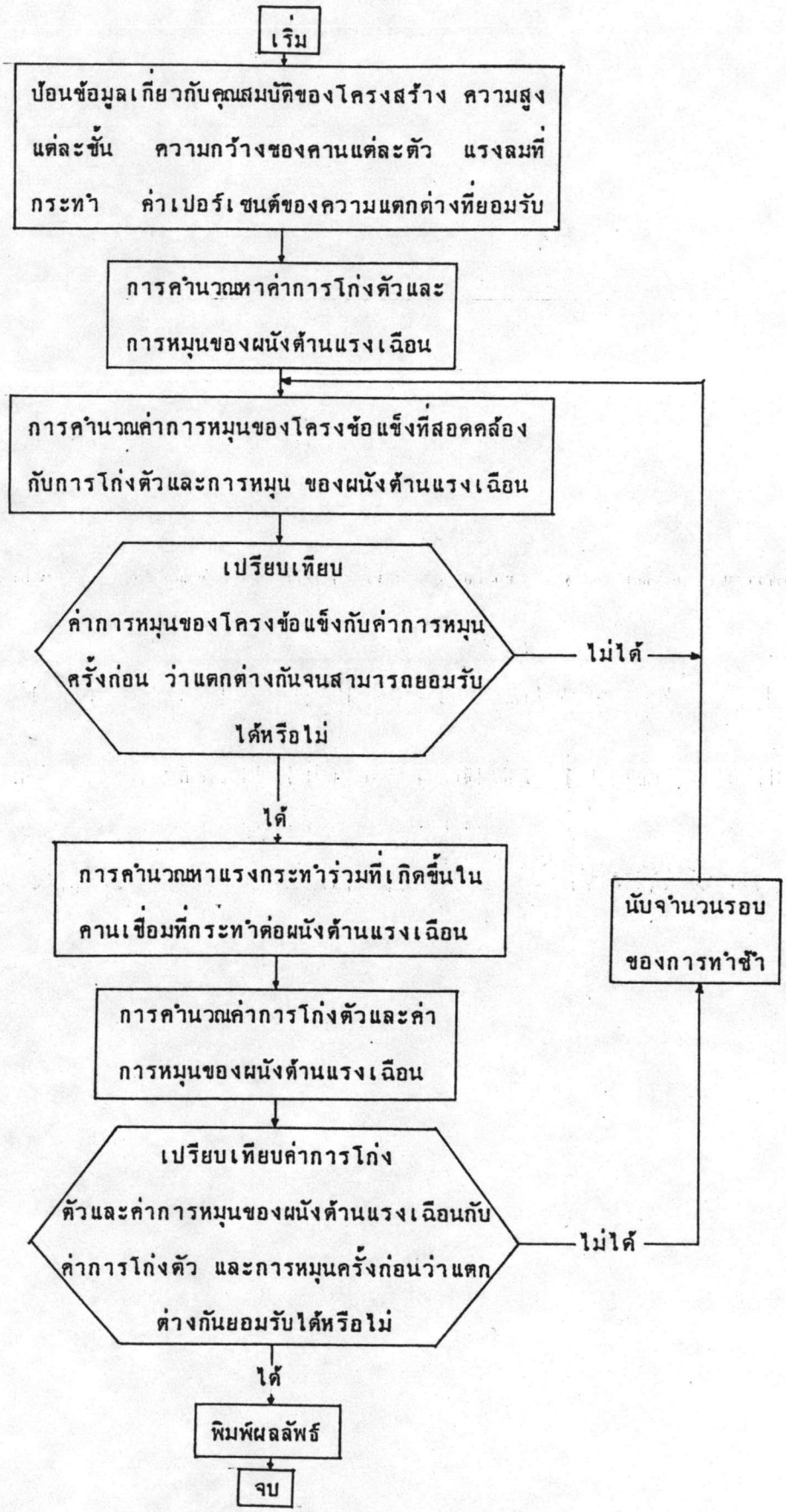
ในขั้นตอนนี้จะทำการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวและค่าการหมุนที่ชั้นต่าง ๆ ในผนังด้านแรงเฉือนกับค่าการโก่งตัวและการหมุนที่ตำแหน่งเดียวกันของรอบที่ผ่านมา สำหรับการเปรียบเทียบในรอบแรกของการทำซ้ำ จะเปรียบเทียบกับค่าการโก่งตัวและการหมุนที่เป็นศูนย์ เมื่อเปรียบเทียบกับค่าการโก่งตัวและการหมุนของรอบที่ผ่านมา ถ้าพบว่ายังมีความแตกต่างกันมากกว่าค่าที่กำหนดให้ หรือมากกว่าค่าที่ยอมรับได้ ซึ่งอาจจะเป็น 1-5 เปอร์เซนต์ ก็จะทำการทำซ้ำตามขั้นตอนที่ 2.4.2 ถึงขั้นตอนที่ 2.4.4 อีก จนกระทั่งค่าความแตกต่างของการโก่งตัวและการหมุนน้อยกว่าค่าที่กำหนด ก็จะหยุดการทำซ้ำ ดังนั้นค่าการหมุนและค่าการโก่งตัวที่ชั้นต่าง ๆ ที่ได้จะสอดคล้องกับแรงภายนอกที่กระทำต่อโครงสร้างทั้งสอง

2.5 แผนภูมิขั้นตอนการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์

จากขั้นตอนการวิเคราะห์ค่าการโก่งตัวและการหมุนของโครงสร้างทั้งสอง เมื่อรับแรงร่วมกัน พบว่าการคำนวณส่วนใหญ่จะเป็นการแทนค่าตัวแปรต่าง ๆ ลงไปในสมการที่ค่อนข้างยาว โดยมีการแทนค่าตัวแปรเป็นจำนวนมากและแทนค่าหลาย ๆ ครั้ง ซึ่งการกระทำดังกล่าว จะทำให้เสียเวลามากและมีโอกาสผิดพลาดได้ง่าย อีกทั้งเป็นการทำงานที่ซ้ำ ๆ กัน ซึ่งจะทำให้ผู้คำนวณเกิดความเบื่อที่จะทำ ดังนั้นการวิจัยนี้จึงนำเอาเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ มาช่วยคำนวณ และประมวลผล เพื่อให้ได้คำตอบที่มีความถูกต้องและรวดเร็ว แผนภูมิที่แสดงขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.1

การทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะเริ่มจากการป้อนข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวกับคุณสมบัติของโครงสร้าง อันได้แก่ ลักษณะทางเรขาคณิตของโครงสร้าง โมเมนต์อินเนอร์เชียของชิ้นส่วนต่าง ๆ โมดูลัสยืดหยุ่น ขนาดของแรงกระทำที่ชั้นต่าง ๆ และค่าความแตกต่างที่ยอมรับได้ ข้อมูลเหล่านี้จะถูกเก็บไว้ในแฟ้มข้อมูลในแผ่นจานแม่เหล็ก ซึ่งผู้ใช้งานสามารถที่จะเรียกออกมาใช้งานได้ หลังจากที่ได้คุณสมบัติต่าง ๆ ของโครงสร้างแล้ว ก็จะคำนวณค่าสติฟเนสของแต่ละชิ้นส่วนเพื่อที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์ต่อไป

การทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ จะประกอบด้วยขั้นตอนของการทำซ้ำทั้งหมด 2 ขั้นตอนด้วยกัน ในขั้นตอนแรกจะเป็นการทำซ้ำเฉพาะภายในโครงข้อแข็งเท่านั้น เพื่อหาค่า



ตารางที่ 2.1 แสดงแผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

การหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ บนโครงข้อแข็งที่สอดคล้องกับการโก่งตัว และการหมุนของผนังด้านแรงเฉือน การทำซ้ำจะหยุดลงต่อเมื่อค่าความแตกต่างระหว่างค่าการหมุนที่จุดต่อต่างๆ ของการทำซ้ำรอบล่าสุดเทียบกับค่าการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ที่คำนวณได้จากรอบที่ผ่านมามีค่าน้อยกว่าค่าความแตกต่างที่ยอมรับได้ ผลลัพธ์ที่ได้จากการทำซ้ำในขั้นตอนนี้จะได้ค่าการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็งที่สอดคล้องกับค่าการโก่งตัวและการหมุนของผนังด้านแรงเฉือนในขณะนั้น สำหรับการทำซ้ำในขั้นตอนหลัง จะเป็นการวิเคราะห์หาค่าการหมุนและการโก่งตัวในแนวราบที่ระดับชั้นต่าง ๆ ของผนังด้านแรงเฉือนที่สอดคล้องกับแรงภายนอกที่กระทำต่อโครงสร้างรวม การทำซ้ำในขั้นตอนนี้จะหยุดลงต่อเมื่อ ค่าความแตกต่างระหว่าง ค่าการหมุนและ ค่าการโก่งตัวในแนวราบของผนังด้านแรงเฉือน ที่คำนวณได้จากการทำซ้ำรอบล่าสุด เทียบกับค่าที่คำนวณได้จากการทำซ้ำในรอบที่ผ่านมามีความแตกต่างน้อยกว่าค่าความแตกต่างที่ยอมรับได้ ซึ่งผู้ใช้โปรแกรมจะเป็นผู้กำหนด โดยทั่วไปค่าความแตกต่างนี้จะอยู่ในช่วง 1 ถึง 5 เปอร์เซนต์ แล้วแต่ผู้ใช้งานว่าต้องการความละเอียดของผลลัพธ์เพียงใด เมื่อเสร็จสิ้นการทำซ้ำทั้งสองขั้นตอนนี้ ก็จะได้ค่าการหมุนที่จุดต่อต่าง ๆ ในโครงข้อแข็ง ค่าการหมุนและการโก่งตัวในแนวราบที่ระดับชั้นต่าง ๆ ของผนังด้านแรงเฉือนที่สอดคล้องกับแรงภายนอกที่กระทำต่อโครงสร้างรวม ซึ่งสามารถที่จะนำค่าการหมุนและการโก่งตัวในแนวราบนี้ ไปวิเคราะห์หาแรงภายในของชิ้นส่วนต่าง ๆ ในโครงสร้างรวมได้ ผลลัพธ์ต่าง ๆ ที่ได้จากการประมวลผล สามารถที่จะบันทึกลงแฟ้มข้อมูลในแผ่นจานแม่เหล็กได้ โดยที่ผู้ใช้งานสามารถที่จะนำมาพิมพ์ออกเครื่องพิมพ์ให้เป็นรูปแบบของรายงาน หรือให้ปรากฏบนจอภาพของไมโครคอมพิวเตอร์ได้ตามต้องการ