บทที่ ๓

ระบบการควบคุมพัสดุคงคลัง

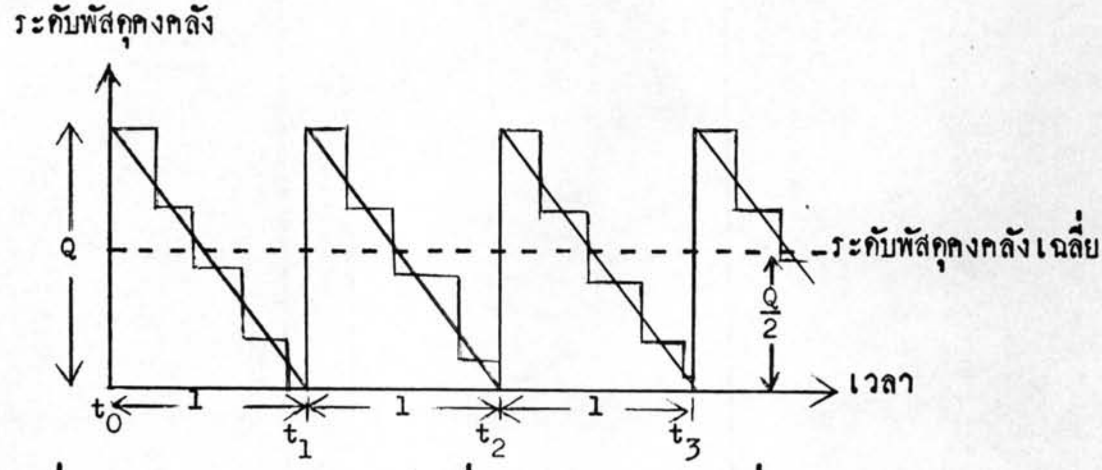
(Inventory Control System)

๓.๑ แบบจำลองการควบคุมพัสดุคงคลังพื้นฐาน (A Basic Inventory Model)

๓.๑.๑ แนวความคิดในเรื่องการหาปริมาณพัสดุที่ควรจะสำรองคงคลังเฉลี่ย ในการพิจารณาเรื่องพัสดุคงคลังนั้น ก่อนที่จะตั้งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการหาปริมาณการสั่งซื้อหรือจัดหาพัสดุอย่างประหยัด (Economic Order Quantity หรือ EOQ) เราจะพิจารณาถึงจำนวนของพัสดุคงคลังอย่างประหยัด เกณฑ์การพิจารณาความหมดเปลืองหรือการใช้พัสดุของหน่วยผู้ใช้ว่ามากน้อยเพียงใด การสั่งซื้อพัสดุ ณ เวลาใด ในการพิจารณาแนวความคิดในเรื่องรายเฉลี่ยของพัสดุนั้นมีข้อพิจารณาอยู่ ๒ ประการคือ

๓.๑.๑.๑ ความต้องการของจำนวนพัสดุในอัตราการใช้งานอย่างสม่ำเสมอ (Demand rate is constant) ทั้งนี้ เพื่อจะได้พิจารณาตัดสินตกลงใจต่อไปในอนาคต ว่าควรจะซื้อพัสดุหรือจัดหาพัสดุมากน้อยเพียงใด

๓.๑.๑.๒ ต้องคำนึงถึงระยะเวลารอรับพัสดุ (Lead time) อยู่เสมอว่า ในการจัดหาพัสดุที่กำลังจะหมดในคลังนั้น ควรจะมีระยะเวลาในการสั่งซื้อจัดหาสักเท่าใด ทั้งนี้ เพื่อให้พัสดุเหล่านั้นอยู่ในสภาวะคงคลังอยู่เสมอ และพร้อมที่จะบริการให้กับหน่วยผู้ใช้ตลอดเวลา



รูปที่ ๓.๑ แสดงแนวความคิดในเรื่องระดับพัสดุคงคลังเฉลี่ย

จากรูปแสดงให้เห็นถึงการใช้พัสดุคงคลังตามช่วงระยะเวลาที่แตกต่างกัน กล่าวคือ ณ เวลา t_0 ระดับพัสดุคงคลังจะมากที่สุด (ยังไม่ได้ส่งไปยังหน่วยผู้ใช้งาน) จะมีค่าเท่ากับปริมาณ Q เมื่อเวลาผ่านพ้นไปคลังใหญ่ต่าง ๆ ก็จะส่งพัสดุไปยังหน่วยผู้ใช้ทำให้ระดับพัสดุคงคลังลดต่ำลงมาจนถึงเวลา t_1 ก็จะหมดระดับพัสดุคงคลัง ในคลัง ซึ่ง ณ เวลานี้เองเราก็จำเป็นที่จะต้องสั่งพัสดุหรือจัดหาพัสดุเพิ่มเติมมาอีก ให้อยู่ ณ ระดับปริมาณ Q อยู่เสมอ และเมื่อหน่วยผู้ใช้งานขอพัสดุมาก็จะทำให้ระดับพัสดุคงคลังลดต่ำลงมาอีกจนหมด ณ เวลา t_2 ทางคลังพัสดุก็จะทำให้การจัดหาพัสดุใหม่เป็นเช่นนี้ไปตามวัฏฏจักรของพัสดุคงคลังดังกล่าวเรื่อย ๆ ไปเช่นนั้น และถ้าสมมุติเรามีพัสดุปริมาณ Q ระดับพัสดุคงคลังเฉลี่ยจะมีค่าเท่ากับ $\frac{Q}{2}$ หรือ มีค่าเท่ากับจำนวนครึ่งหนึ่งของปริมาณพัสดุคงคลังทั้งหมด[๔.]

ถ้าเราทราบจำนวนความต้องการพัสดุในอัตราการใช้งานที่คงที่ และระยะเวลาที่รอรับพัสดุในการจัดหาที่คงที่ ในลักษณะแบบนี้จะไม่เกิดกรณีขาดแคลนพัสดุ (Stock -

---

๔. Thierauf and Grosse, Decision Making Through Operations Research, John Wiley & Sons, Inc. 1970 . p.187

out) เพราะเราสามารถคำนวณได้ว่าเมื่อใดควรจะจัดหาพัสดุ

๓.๑.๒ ปริมาณการสั่งซื้อหรือจัดหาพัสดุคงคลังอย่างประหยัด (Economic order Quantity) คือปริมาณที่กำหนดให้ทราบว่า แต่ละครั้งพัสดุนั้นควรจะจัดหาพัสดุเป็นปริมาณเท่าใด จึงจะเหมาะสมพอดีไม่มากเกินไป และไม่น้อยเกินไปในการจัดหาพัสดุแต่ละครั้ง ทั้งนี้ โดยพิจารณาเกี่ยวกับการจัดการเกี่ยวกับราคาสั่งซื้อพัสดุหรือจัดหาพัสดุ (Ordering Costs หรือ Acquisition Costs) ราคาเก็บรักษาพัสดุคงคลัง (Inventory Holding Costs หรือ Inventory Carrying Costs) ตลอดจนพัสดุคงคลังเฉลี่ย (Average Inventory) ให้มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันเป็นอย่างดี อาทิเช่น ถ้าปริมาณพัสดุมีมากขึ้น ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุก็จะมากยิ่งขึ้นด้วย แต่ในขณะเดียวกันค่าสั่งซื้อพัสดุหรือจัดหาพัสดุจะน้อยลงในทำนองเดียวกันถ้าปริมาณพัสดุน้อยลงค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุก็จะลดลง แต่ราคาค่าสั่งซื้อพัสดุหรือจัดหาพัสดุกลับมากขึ้น .

๓.๑.๒.๑ การหาปริมาณการสั่งซื้อหรือจัดหาพัสดุคงคลังอย่างประหยัดโดยวิธีจัดทำเป็นตาราง (Tabular Approach) วิธีนี้เป็นการหาค่า EOQ ในลักษณะแบบ " ทดลองและหาข้อผิดพลาด " (Trial and Error) วิธีการนี้คือ.-

- เลือกจำนวนปริมาณของพัสดุคงคลังที่ต้องการแต่ละชนิดที่จะต้องจัดหาหรือซื้อ
- หาจำนวนราคาทั้งหมดของพัสดุคงคลังที่เลือก
- เลือกหาค่าปริมาณของพัสดุคงคลังที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

จำนวนครั้งที่จัดหา/ปี	จำนวนความต้องการพัสดุ (Q)	จำนวนพัสดุคงคลังเฉลี่ย $(\frac{Q}{2})$	ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุ (๒๐%) ต่อปี	ค่าใช้จ่ายในการจัดหาพัสดุ (บาท)	ค่าใช้จ่ายทั้งหมด / ปี (บาท)
๑	๘,๐๐๐	๔,๐๐๐	๘๐๐	๑๒.๕๐	๘๑๒.๕๐
๒	๔,๐๐๐	๒,๐๐๐	๔๐๐	๒๕.๐๐	๔๒๕.๐๐
๔	๒,๐๐๐	๑,๐๐๐	๒๐๐	๕๐.๐๐	๒๕๐.๐๐
๘	๑,๐๐๐	๕๐๐	๑๐๐	๑๐๐.๐๐	๒๐๐.๐๐
๑๒	๖๖๗	๓๓๓	๖๖	๑๕๐.๐๐	๒๑๖.๐๐
๑๖	๕๐๐	๒๕๐	๕๐	๒๐๐.๐๐	๒๕๐.๐๐
๓๒	๒๕๐	๑๒๕	๒๕	๔๐๐.๐๐	๔๒๕.๐๐

ตารางที่ ๓.๑ แสดงการหาปริมาณการสั่งพัสดุคงคลังอย่างประหยัดโดยใช้วิธี Trial and Error

จากตารางที่ ๓.๑ แสดงการหาค่า EOQ โดย ในรอบปีหนึ่งมีความต้องการใช้พัสดุชิ้นหนึ่งจำนวน ๘,๐๐๐ ชิ้น ราคาประมาณชิ้นละ ๑ บาท ในการจัดซื้อแต่ละครั้งจะต้องเสียค่าจัดซื้อครั้งละ ๑๒.๕๐ บาท และค่าเก็บรักษาพัสดุในคลังพัสดุจะเสียค่าใช้จ่ายประมาณ ๒๐ % ต่อปี ของราคาพัสดุเฉลี่ย จากตารางจะเห็นว่าได้ค่าปริมาณการสั่งพัสดุคงคลังอย่างประหยัด (EOQ) คือ ๑,๐๐๐ ชิ้น ในการสั่งแต่ละครั้งโดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดคือ ๒๐๐ บาท

๓.๑.๒.๒ การหาปริมาณการสั่งพัสดุคงคลังอย่างประหยัดโดยวิธีจัดทำโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Algebraic Approach)

ให้ Q = ปริมาณการสั่งหรือจัดหาพัสดุคงคลังอย่างประหยัด (Economic Ordering Quantity หรือ Optimum number of units per order to minimize total cost for the warehouse)[๔]

C = ราคาของพัสดุต่อชิ้น (Cost value of one unit)

I = ราคาเก็บรักษาพัสดุคงคลัง (Inventory Carrying Cost) ซึ่งเราจะให้เป็นจำนวนเปอร์เซ็นต์ของพัสดุคงคลังเฉลี่ยทั้งหมด

R = จำนวนความต้องการพัสดุทั้งหมดในระยะเวลาทั้งหมด (Total annual Quantity Requirements)

S = ราคาสั่งพัสดุหรือจัดหาพัสดุต่อครั้ง (Ordering Costs per order Placed หรือ Set-up costs Per Run)

ราคาทั้งหมดของการเก็บรักษาพัสดุคงคลัง (Total Inventory Carrying Costs)

$$\left[\begin{array}{c}\text{ปริมาณพัสดุ}\\\text{คงคลังเฉลี่ย}\end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c}\text{ราคาการเก็บรักษา}\\\text{พัสดุคงคลังต่อปี}\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}\text{ราคาทั้งหมดของการ}\\\text{เก็บรักษาพัสดุคงคลัง}\end{array}\right]$$

$$\frac{Q}{2} \times C.I = \frac{Q}{2}.C.I$$

---

๔. Joseph Buchan & Ernest Koenigsberg, Scientific Inventory Management, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi, 1966, P.4

ราคาทั้งหมดในการสั่งหรือจัดหาพัสดุ (Total Ordering Costs)

$$\begin{bmatrix} \text{จำนวนครั้งในการ} \\ \text{จัดหาพัสดุต่อปี} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{ราคาในการจัดหา} \\ \text{พัสดุแต่ละครั้ง} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ราคาทั้งหมดในการสั่ง} \\ \text{หรือจัดหาพัสดุ} \end{bmatrix}$$

$$\frac{R}{Q} \times S = \frac{R}{Q} S$$

แต่เราได้ว่า

ราคาทั้งหมดของการเก็บรักษาพัสดุคงคลัง = ราคาทั้งหมดในการจัดหาพัสดุ

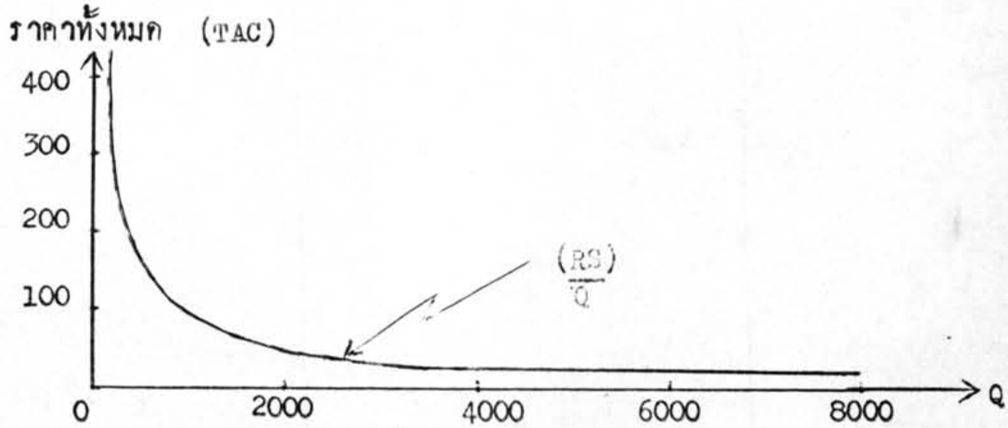
$$\frac{Q}{2}.C.I = \frac{R}{Q}.S$$

$$Q^2 = \frac{2RS}{CI}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2RS}{CI}} \quad \text{........(3-1)}$$

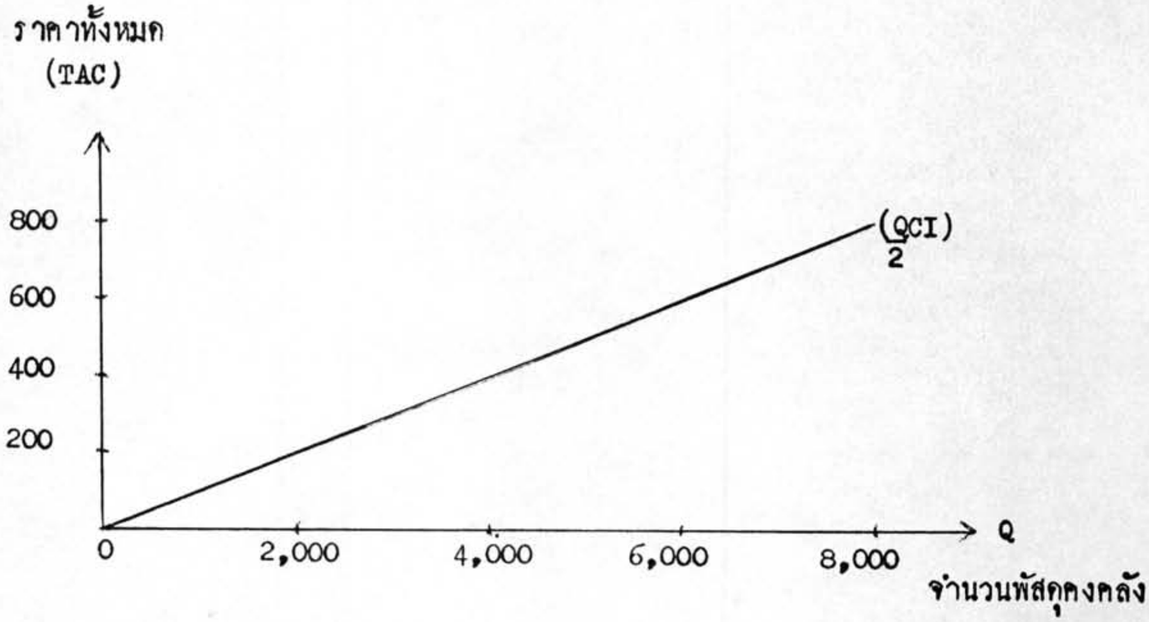
๓.๑.๒.๓ การหาปริมาณการสั่งหรือจัดหาพัสดุคงคลังอย่างประหยัด โดยวิธีกราฟ (Graphic Approach)

ความแปรเปลี่ยนของราคาจัดหาพัสดุ (Ordering Costs) จะเปลี่ยนแปลงไปตามปริมาณการสั่งพัสดุแต่ละครั้งตามรูป ๓.๒



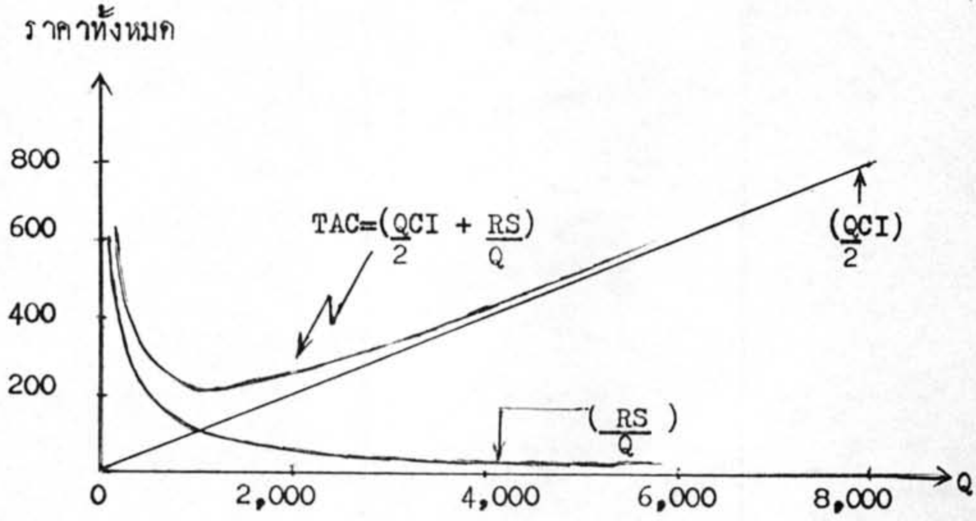
รูปที่ ๓.๒ แสดงความแปรเปลี่ยนของราคาจัดหาพัสดุ (Variation of Annual ordering costs with order quantity)

ความแปรเปลี่ยนของราคาเก็บรักษาพัสดุคงคลัง (Inventory Carrying Costs) จะเปลี่ยนแปลงตามปริมาณการสั่งพัสดุ แต่ละครั้งเช่นกัน ตามรูปที่ ๓.๓



รูปที่ ๓.๓ แสดงความแปรเปลี่ยนของราคาเก็บรักษาพัสดุคงคลัง (**Variation of** annual inventory carrying costs with order quantity)

ดังนั้น ความแปรเปลี่ยนของราคาพัสดุคงคลังทั้งหมด จะเปลี่ยนแปลงตามปริมาณการจัดหาพัสดุ ตามรูปที่ ๓.๔



รูปที่ ๓.๔ แสดงความแปรเปลี่ยนของราคาพัสดุคงคลังทั้งหมด (Variation of total annual cost of managing inventory with order quantity)

๓.๑.๒.๔ การหาปริมาณการสั่งหรือจัดหาพัสดุคงคลังอย่างประหยัด โดยวิธีแคลคูลัส (Differential approach)

เราได้ว่า

ราคาค่าใช้จ่ายทั้งหมด = ราคาค่าเก็บรักษาพัสดุทั้งหมด + ราคาในการสั่งพัสดุทั้งหมด

$$TAC = \frac{Q}{2} C I + \frac{RS}{Q}$$

เราทำการ Differentiate TAC มุ่งต่อ Q

$$\frac{d\,TAC}{d\,Q} = \frac{d}{dQ}\left(\frac{QCI}{2} + \frac{RS}{Q} \right)$$

$$= \frac{CI}{2} - \frac{RS}{Q^2}$$

เนื่องจากต้องการหา Optimum Point ดังนั้นค่าของ Derivative = 0

$$\frac{CI}{2} - \frac{RS}{Q^2} = 0$$

$$Q^2 = \frac{2RS}{CI}$$

นั่นคือ

$$Q = \sqrt{\frac{2RS}{CI}} \qquad ....(3\text{-}2)$$

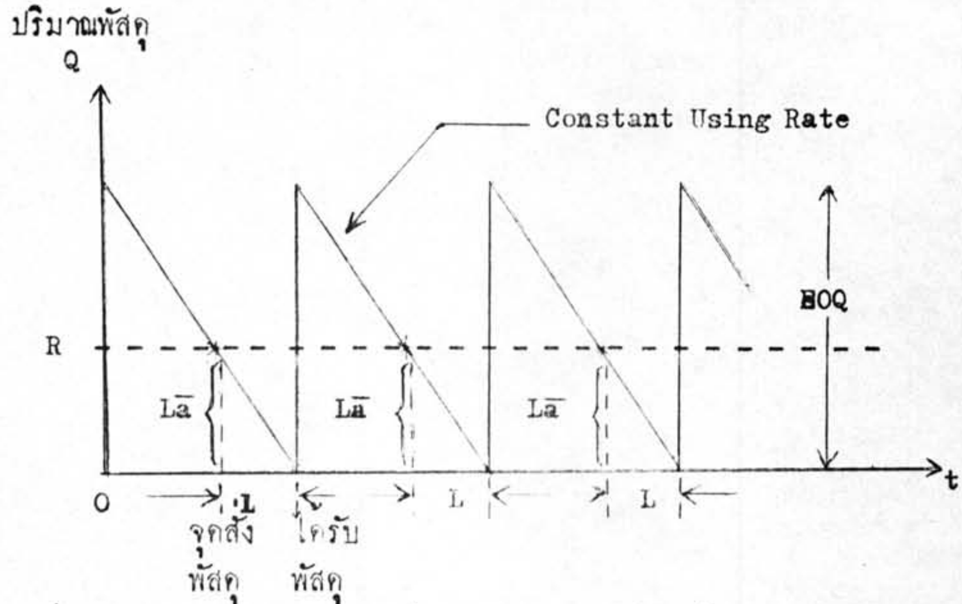
๓.๑.๓ จุดสั่งพัสดุ (Reorder Point)

จุดสั่งพัสดุเป็นจุดที่บอกให้เราทราบว่าเมื่อไรเราควรจะสั่งพัสดุเพิ่มเติมไว้ในคลังพัสดุอีก (When to reorder.) เพื่อที่จะให้จำนวนพัสดุไม่ตกต่ำจากระดับพัสดุคงคลังมากเกินไปจนอาจทำให้เกิดการขาดพัสดุจากระดับพัสดุคงคลังได้ (Stock-out) ในระบบพัสดุคงคลังที่มีอัตราการใช้อย่างคงที่ (**Constant Using Rate**) ซึ่งเป็น ระบบมาตรฐานของระบบควบคุมพัสดุคงคลัง ซึ่งระบบนี้มักเรียกว่า " **Wilson formulation** " จะมีความถี่ในการสั่งพัสดุคงที่[๑๐]

ในการสั่งพัสดุนั้นควรจะคำนึงถึงเรื่องระยะเวลารอรับพัสดุ (Lead time) คือ ระยะเวลาที่สั่งพัสดุจนกระทั่งได้รับ ตามรูปที่ ๓.๕ จะเห็นว่าเมื่อจำนวนพัสดุลดลงถึงจุดสั่งพัสดุ ช่วงเวลาที่รอพัสดุนั้นคงที่คือระยะเวลา L เมื่อถึงกำหนดก็จะได้รับพัสดุ ลักษณะระบบพัสดุแบบนี้มักจะไม่ค่อยเกิดการขาดแคลนพัสดุ

---

๑๐ .Joseph Buchan & Ernest Koenigsberg, Scientific Inventory Management, Prentice Hall of India Private Limited, New Delhi, 1966, P.2



รูปที่ ๓.๕ แสดงถึงพัสดุคงคลังที่มีปริมาณการใช้อย่างสม่ำเสมอและเวลารอรับพัสดุคงที่

(Inventory with constant using rate and constant lead time)

๓.๑.๓.๑ การคำนวณหาจุดสั่งพัสดุ (Reorder computation)

ให้ R = จุดสั่งพัสดุ (Reorder point, in units)

$\bar{a}$ = จำนวนจ่ายพัสดุเฉลี่ยใน ๑ วัน (Average daily usage in units)

L = ระยะเวลารอรับพัสดุ (Lead time, in days)

จะได้

$L\bar{a}$ = จำนวนความต้องการพัสดุเฉลี่ยระหว่างรอรับพัสดุ (average demand during lead time)

ดังนั้นจะได้ว่า

$$R = L\bar{a} \qquad \text{........(3-3)}$$

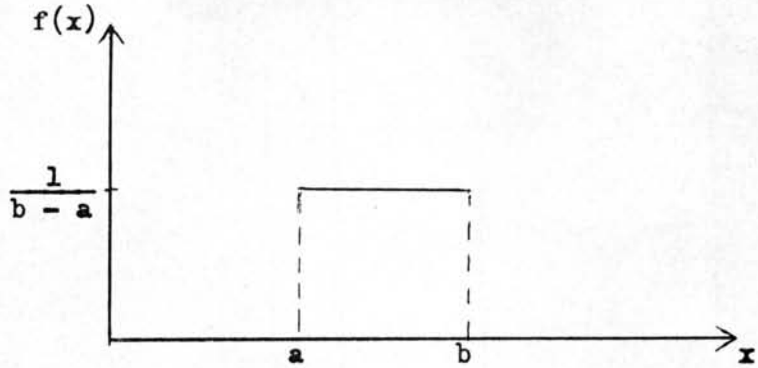
๓.๒ ระบบพัสดุคงคลังในสภาพไม่สม่ำเสมอ (Inventory System under Uncertainty)

จากที่กล่าวมาแล้วเป็นระบบการควบคุมพัสดุคงคลังที่มีอัตราความต้องการพัสดุคงที่ (Constant demand Rate) และจำนวนระยะเวลารอรับพัสดุคงที่ (Constant Lead Time) ซึ่งก็เป็นระบบการควบคุมพัสดุคงคลังขั้นพื้นฐาน การคำนวณหาจุดสั่งพัสดุ การหาปริมาณการสั่งพัสดุคงคลังอย่างประหยัด ก็เป็นไปอย่างง่าย ๆ ซึ่งวิธีการอันนี้อาจจะไม่เป็นไปตามระบบพัสดุคงคลังที่แท้จริงก็ได้ ดังนั้นเพื่อให้เป็นไปตามคลังพัสดุที่แท้จริงแล้วจะต้องพิจารณาถึงปริมาณความต้องการพัสดุที่เข้ามาอย่างไม่สม่ำเสมอ (Uncertainty Demand) และจำนวนวันรอรับพัสดุไม่คงที่ (Uncertainty Lead Time)

๓.๒.๑ การแจกแจงยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution)

การแจกแจงยูนิฟอร์มเป็นการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous Distribution) ซึ่งมี Probability Density Function (p.d.f.) คงที่ในช่วง (a,b.) นอกนั้นมีค่าเป็นศูนย์ การแจกแจงยูนิฟอร์มอาจจะเกิดขึ้น ในการศึกษาค่าความผิดพลาดทศนิยม (rounding errors) ขณะเมื่อทำการจดบันทึกการวัดซึ่งต้องการให้ได้ค่าที่แน่นอน เช่น ในการจดบันทึกการวัดของน้ำหนักเป็นกรัม เราอาจสมมุติว่าได้ค่าผลต่างของน้ำหนักเป็นกรัม ระหว่างค่าจริงกับค่าที่ได้จากการจดบันทึกอยู่ระหว่าง – ๐.๕ และ + ๐.๕ ซึ่งค่าความผิดพลาดอันนี้มีการแจกแจงยูนิฟอร์ม ซึ่งโดยทั่ว ๆ ไป มีฟังชั่นเป็น

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



รูปที่ ๓.๖ การแจกแจงยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution)

$f(x)$ = Uniform density function

$F(x)$ = Cumulative distribution function

จะได้

$$F(x) = \int_a^x \frac{1}{b-a}\,dt = \frac{x-a}{b-a} \qquad 0 \leqslant F(x) \leqslant 1$$

การแจกแจงยูนิฟอร์ม มีค่ามัชฌิมเลขคณิต (Mean) เป็น

$$E(x) = \frac{b+a}{2}$$

และค่าความแปรปรวน (Variance) เป็น

$$V(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

๓.๒.๒ การแจกแจงเอ็คโพเนนเชียล (Exponential Distribution)

โดยทั่วไปแล้วถ้าเราสังเกตุช่วงเวลาระหว่างการเกิดของของเหตุการณ์ใด ๆ ที่ผ่านพ้นไปแล้ว เราจะได้ข้อมูลเกี่ยวกับเหตุการณ์ต่าง ๆ มากมายที่เกิดขึ้นในรอบตัวเรา เช่นการเกิด (Births) การตาย (Deaths) การเกิดอุบัติเหตุ

(Accidents) ซึ่งระยะเวลาที่เกิดเหตุการณ์นั้นไม่ขึ้นแก่กัน ถ้าความน่าจะเป็นซึ่งเหตุการณ์หนึ่งจะเกิดขึ้นในช่วงเวลาเล็ก ๆ และเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น ไม่เกี่ยวข้องหรือไม่ขึ้นกับเหตุการณ์อันอื่น ดังนั้นช่วงระยะเวลาระหว่างการเกิด เหตุการณ์จะมีการแจกแจงเอ็คโพเนนเชียล ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

ความน่าจะเป็นซึ่งเหตุการณ์อันหนึ่งเกิดขึ้นระหว่างช่วงระยะเวลา

$$\left[t, \quad t + dt\right] = \lambda\, dt$$

โดย λ = constant

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์มากกว่าหนึ่งเหตุการณ์จะเกิดขึ้นระหว่างช่วงเวลา

$\left[t, (t+dt)\right]$ จะเข้าใกล้ 0 เมื่อ $dt \rightarrow 0$

ตัวอย่างของเหตุการณ์ที่มีการแจกแจงเอ็คโพเนนเชียล เช่น ช่วงระยะเวลาระหว่างการเกิดอุบัติเหตุในโรงงาน การเข้ามาของใบแจ้งความต้องการพัสดุ (order) ในบริษัท การมาเข้ารับบริการของคนไข้ในโรงพยาบาล การเข้ามาของเครื่องบินในสนามบิน เหล่านี้มีลักษณะของเหตุการณ์เป็นแบบ เอ็คโพเนนเชียล

การแจกแจงเอ็คโพเนนเชียล มี density function คือ

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad \lambda > 0, \; x \geqslant 0$$

และ Cumulative distribution function เป็น

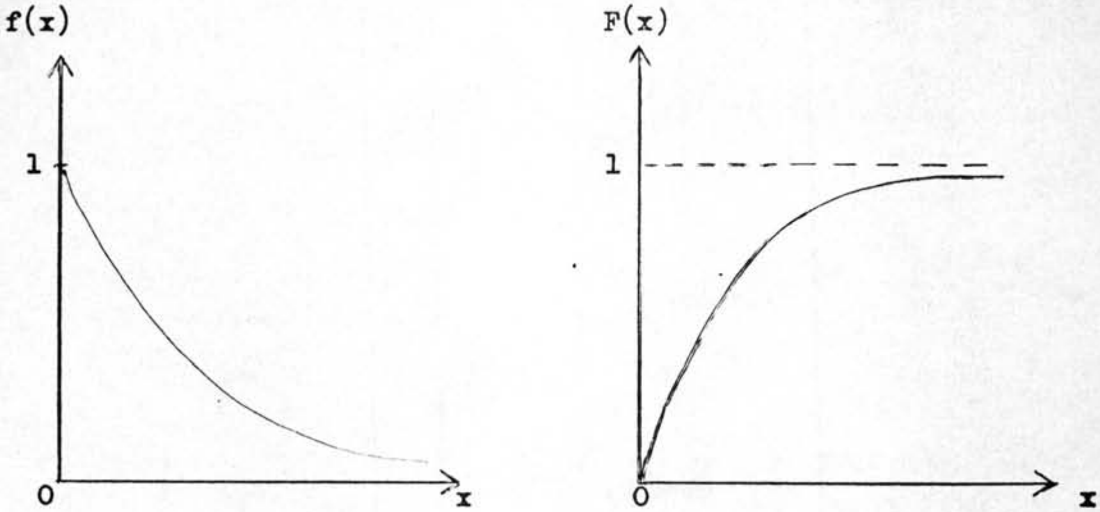
$$F(x) = \int_{0}^{x} \lambda e^{-\lambda t} \, dt = 1 - e^{-\lambda x}$$

ซึ่งมี ค่ามัชฌิมของเลขคณิต (Mean) เป็น

$$E(x) = \frac{1}{\lambda}$$

และค่าความแปรปรวนเป็น

$$V(x) = \frac{1}{\lambda^2}$$



รูปที่ ๓.๗ แสดง Exponential demsity function

และ Cumulative distribution function

จากรูป ๓.๗ จะเห็นว่า λ = แลมด้า (Lamda) เป็นตัว Parameter หมายถึง อัตราการมาถึงหรือมารับบริการ หรือเวลาที่ให้บริการเสร็จสิ้นแล้ว ถ้า f(x) เข้าใกล้ 0 ค่า x จะเข้าใกล้ค่าอนันต์ (**Infinity**) และถ้า x เข้าใกล้ 0 ค่า f(x) = λ

๓.๒.๓ การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

ถ้าการกระทำประกอบด้วยเหตุการณ์ n เหตุการณ์ต่อเนื่องกันไป และถ้าเวลาทั้งหมดที่ผ่านไปของการกระทำนี้ สามารถถือได้ว่าเป็นผลรวมของ n เอ็กโพเนนเชียล ไม่ขึ้นแก่กัน แต่ละอันแปรตามตัว Parameter การแจกแจงความน่าจะเป็นของผลรวมนี้จะเป็นการแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งมีพารามิเตอร์ λ และ n (n = shape parameter , λ = scale parameter)

การแจกแจงแกมมามี density function [๑๒] คือ

$$f(x) = \frac{\lambda^{n} x^{(n-1)} e^{-\lambda x}}{(n-1)!} \qquad \lambda > 0,\ n > 0$$

และ $x > 0$

มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น

$$E(x) = \frac{n}{\lambda}$$

ค่าความแปรปรวนเป็น

$$V(x) = \frac{n}{\lambda^2}$$

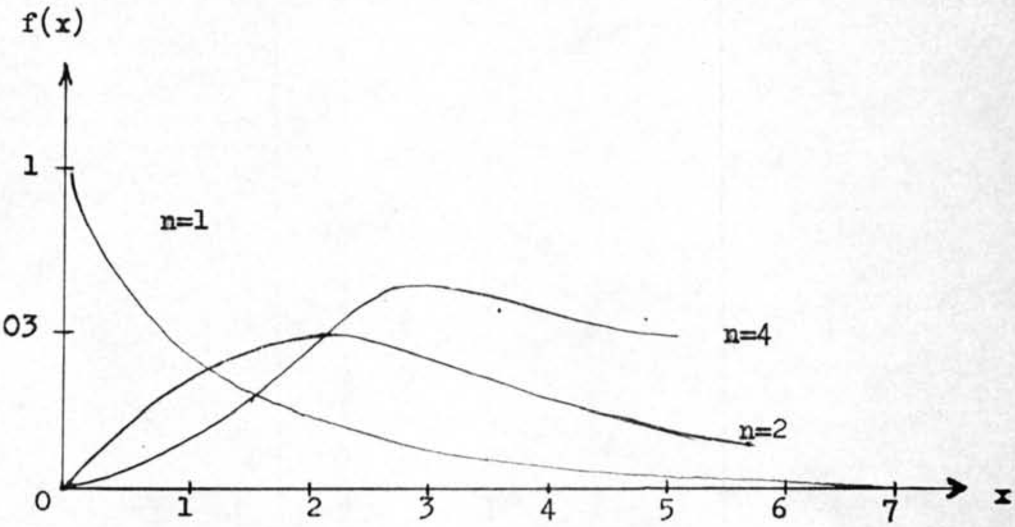
---

๑๒. Thomas H. Naylor, Joseph L. Balinthy, Doneld S. Burdick and Kang Chen, Computer Simulation Techniquls, John Wiley & Sons, Inc., N.Y. 1966 , P.87

ถ้าค่าพารามิเตอร์ n = 1 การแจกแจงแกมมาจะมีคุณสมบัติเป็นการแจกแจงเอ็คโพเนนเชียล (Exponential Distribution) คือ

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad \lambda > 0, \; x \geq 0$$

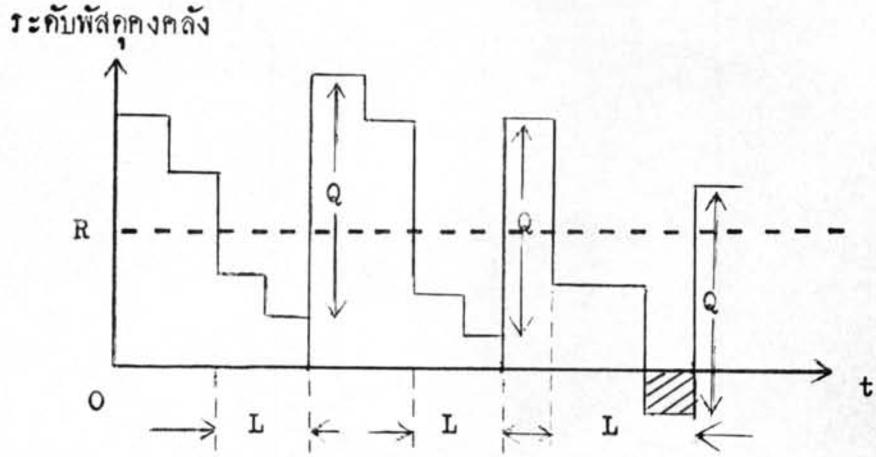
ถ้าค่า n มากขึ้น การแจกแจงแกมมาจะมีคุณสมบัติเป็นการแจกแจงปกติ (Normal Distribution)



รูปที่ ๓.๘ แสดงการแจกแจงแกมมา เมื่อ n มีค่าต่าง ๆ

๓.๒.๔ การพิจารณาการเกิดการขาดพัสดุ (Stock-out)

ในบางกรณีที่ถ้าเราไม่มีพัสดุในคลังเลยจะทำให้เกิดสภาพ " การขาดพัสดุคงคลัง " (Stock-out) เกิดขึ้น ทั้งนี้ เป็นผลมาจากไม่มีระดับสะสมพัสดุปลอดภัย (Safety Stock) นั่นเองดังแสดงในรูปที่ ๓.๙



รูปที่ ๓.๙ แสดงระดับพัสดุคงคลังซึ่งไม่มีระดับสะสมพัสดุปลอดภัย

(Inventory level with no sagety stock, resulting in stock-out)

จากรูปที่ ๓.๙ จะเห็นว่า ช่วงของระยะเวลารอรับพัสดุเท่านั้นเป็นช่วงที่ทำให้เกิดการขาดพัสดุได้ในกรณีที่มีจำนวนความต้องการพัสดุเข้ามาอย่างไม่สม่ำเสมอ[๑๒] ในการคำนวณหาจุดสั่งพัสดุ (R) และปริมาณความต้องการพัสดุอย่างประหยัด (Q) เราต้องคำนึงถึงจำนวนที่คาดว่าจะเกิดการขาดพัสดุระหว่างระยะเวลารอรับพัสดุ (Expected shortage during a lead time) และต้องคำนึงถึงปริมาณที่คาดว่าความต้องการพัสดุระหว่างช่วงระยะเวลารอรับพัสดุ (Expected demand during lead time)

๓.๒.๕ การคำนวณหาระดับสั่งซื้อหรือจัดหาพัสดุ (Reorder level)

ให้ R = จุดสั่งพัสดุ (ReOrder point)

L = จำนวนวันที่รอรับพัสดุ (Lead time in days)

$\tilde{a}$ = จำนวนจ่ายพัสดุเฉลี่ยใน ๑ วัน

---

๑๒. McMillan and Gonzalez, System Analysis A Computer Approach to Decision Models, Richard D,Irwin , Inc; 1973, P.93

$X(\alpha)$ = ระดับสะสมพัสดุปลอดภัย (safety stock)

α = จำนวนร้อยละที่ยอมให้เกิดพัสดุขาดแคลน

จะได้

$$R = L\tilde{a} + X(\alpha) \qquad \text{.........(3-4)}$$

ความน่าจะเป็นของ n เหตุการณ์เกิดขึ้นในเวลาที่ t ใดๆ = $P_n(t)$ เป็น Poisson distribution

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n \cdot e^{-\lambda t}}{n!}$$

ความน่าจะเป็นในช่วงระยะเวลาระหว่าง ๒ เหตุการณ์จะเป็น Exponential distribution = $\lambda\, dt$

ความน่าจะเป็นของผลรวมของ n เหตุการณ์ในระหว่างเวลา $[t, (t + dt)]$ = dP

โดยที่ P = ความน่าจะเป็นสะสม Cumulative distribution

และ p = probability density distribution

$$dP = p\,dt = P_{n-1}(t) \cdot \lambda\, dt$$

$$= \frac{\lambda(\lambda t)^{n-1} \cdot e^{-\lambda t} \cdot dt}{(n-1)!}$$

$$\therefore p(t) = \frac{\lambda^{n}\, t^{n-1} \cdot e^{-\lambda t}}{(n-1)!} \qquad \lambda > 0,\ t > 0,\ n > 0$$

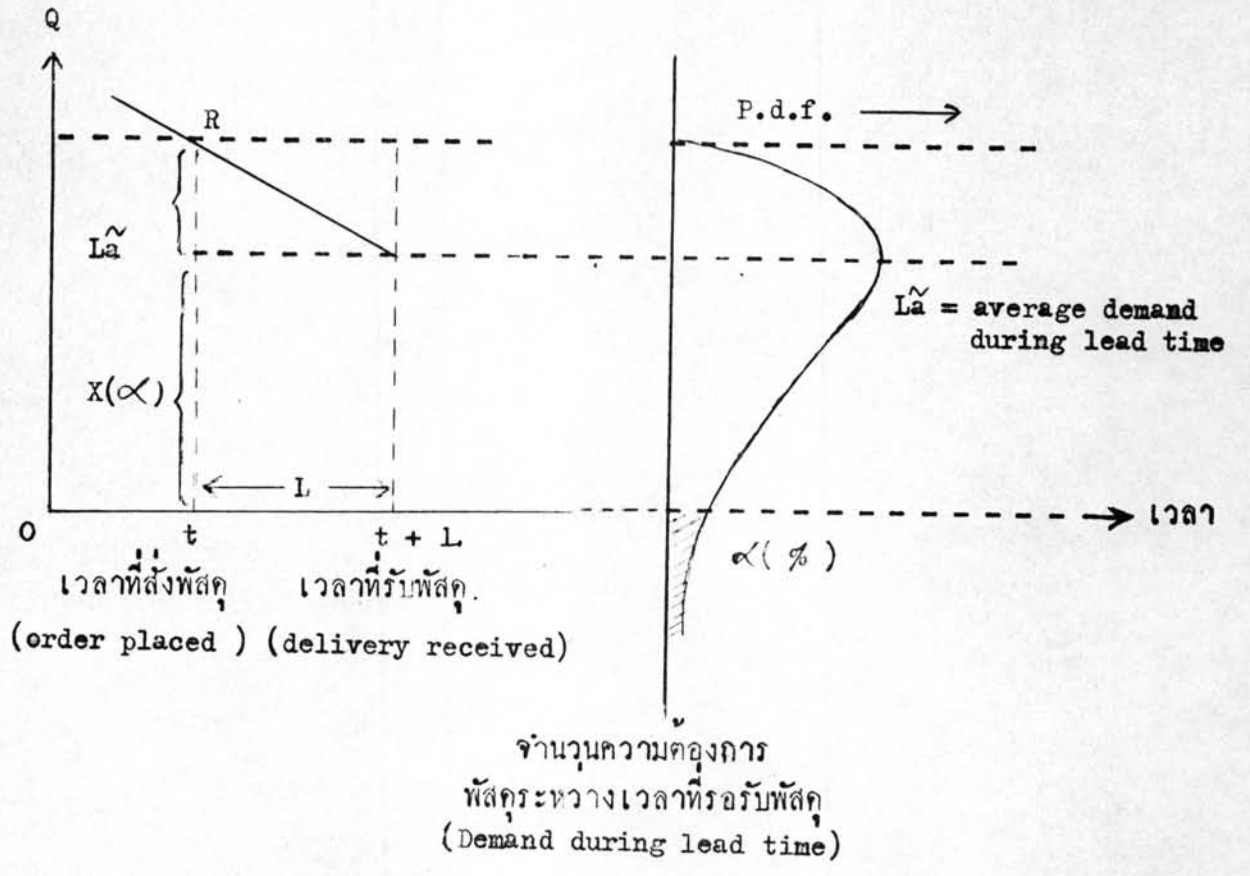
ซึ่งก็ถือเป็น Gamma density distribution function

มี

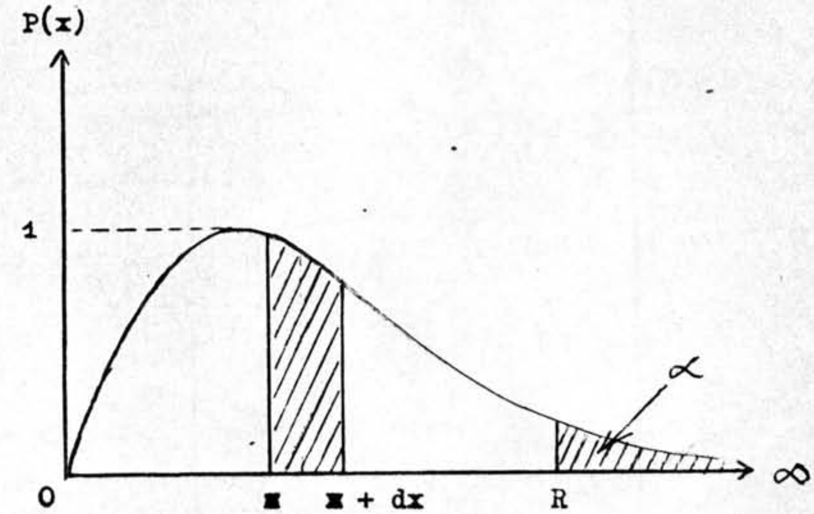
$$E(x) = \frac{n}{\lambda}$$

$$V(x) = \frac{n}{\lambda^2}$$

รูปที่ ๓.๑๐ แสดงจุดสั่งพัสดุ , ระดับพัสดุสะสมปลอดภัย และ Stock - out level



๓.๒.๕.๑ การหาระดับสะสมพัสดุปลอดภัย เมื่อความต้องการพัสดุมีการแจกแจงแกมมา (Satety stock when demand has a gamma distribution)



รูปที่ ๓.๑๑ แสดง $\propto$ = จำนวนร้อยละที่ยอมให้เกิดพัสดุขาดจากคลัง

เราได้ว่า

$$P\left\{ x < \text{demand} < x + dx \right\} = P(x)dx$$

นั่นคือ

$$\int_R^{\infty} P(x)dx = \propto$$

เมื่อ $$P(x) = \frac{\lambda^n x^{n-1} . e^{-\lambda x}}{(n-1)!} \qquad x > 0, \lambda > 0, \; n > 0$$

$$\int_R^{\infty} \frac{\lambda^n x^{n-1} . e^{-\lambda x}}{(n-1)!} \, dx = \propto$$

$$\frac{\lambda^{n}}{(n-1)!}\int_{R}^{\infty} x^{n-1}.e^{-\lambda x}\,dx = \alpha$$

โดยวิธีการ Integrate by part

ให้ $u = x^{n-1} \rightarrow du = (n-1)\,x^{n-2}\,dx$

$dv = e^{-\lambda x}\,dx \rightarrow v = -\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}$

$$\therefore \int_{R}^{\infty} x^{n-1}.e^{-\lambda x}\,dx = x^{n-1}\left(-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}\right)\Big|_{R}^{\infty} - \int -\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}.(n-1)x^{n-2}\,dx\Big|_{R}^{\infty}$$

$$= \left[\frac{R^{n-1}.e^{-\lambda R}}{\lambda} + \frac{(n-1)}{\lambda}\int_{R}^{\infty} x^{n-2}.e^{-\lambda x}\,dx\right]$$

$$= \left[\frac{R^{n-1}.e^{-\lambda R}}{\lambda} + \frac{(n-1)}{\lambda}\left\{x^{n-2}\left(-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}\right)\Big|_{R} - \int -\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}(n-2)x^{n-3}\,dx\Big|_{R}^{\infty}\right\}\right]$$

$$= \left[\frac{R^{n-1}.e^{-\lambda R}}{\lambda} + \frac{(n-1)}{\lambda}\left\{\frac{R^{n-2}.e^{-\lambda R}}{\lambda} + \frac{(n-2)}{\lambda}\int_{R}^{\infty} x^{n-3}.e^{-\lambda x}\,dx\right\}\right]$$

$$\therefore \frac{\lambda^{n}}{(n-1)!}\int_{R}^{\infty} x^{n-1}.e^{-\lambda x}\,dx = \frac{\lambda^{n}}{(n-1)!}\left[\frac{R^{n-1}.e^{-\lambda R}}{\lambda} + \frac{(n-1)}{\lambda}\left\{\frac{R^{n-2}.e^{-\lambda R}}{\lambda} + \frac{(n-2)}{\lambda}\int_{R}^{\infty} x^{n-3}.e^{-\lambda R}\,dx\right\}\right]$$

$$= \frac{(\lambda R)^{n-1}}{(n-1)!} \cdot e^{-\lambda R} + \frac{(\lambda R)^{n-2}}{(n-2)!} \cdot e^{-\lambda R} + \ldots\ldots\ldots + e^{-\lambda R}$$

$$= e^{-\lambda R} \left[\frac{(\lambda R)^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{(\lambda R)^{n-2}}{(n-2)!} + \ldots\ldots\ldots + 1 \right]$$

เราจะได้ว่า

$$e^{-\lambda R} \left[\frac{(\lambda R)^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{(\lambda R)^{n-2}}{(n-2)!} + \ldots\ldots\ldots + 1 \right] = \alpha \qquad \ldots(3\text{-}5)$$

ถ้าเราทราบว่า α เป็นเท่าใด สามารถใช้วิธี Interpolation โดยใช้ Computer คำนวณหาค่า R ได้

๓.๒.๕.๒ การหาระดับสะสมพัสดุปลอดภัยเมื่อ ความต้องการพัสดุ มีการแจกแจง แกมมา และระยะเวลารอรับพัสดุไม่สม่ำเสมอ (Safety Stock when demand has a gamma distribution and lead time is uncertainty)

ให้ $\ell(t)$ = p.d.f. ของระยะเวลารอรับพัสดุ

$P_t(x)$ = p.d.f. ของปริมาณความต้องการระหว่างเวลา t

จะได้

$$\int_{x=0}^{R} dx \int_{t=0}^{\infty} dt\, \ell(t)\, P_t(x) = 1 - \alpha \qquad \ldots(3\text{-}6)$$

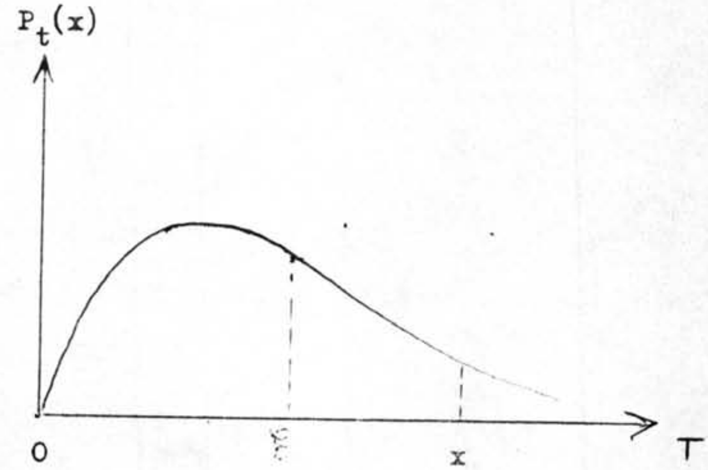
จาก Gamma distribution

$$P_t(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{n-1} . e^{-\lambda x}}{\Gamma(n)}$$

ถ้า t=1 (ระยะเวลา ๑ เดือน)

$$P_1(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{n-1} . e^{-\lambda x}}{\Gamma(n)}$$

ถ้า t=2 (ระยะเวลา ๒ เดือน)



จะได้

$$P_2(x) = \int_{\xi=0}^{x} P_1(\xi) \; P_1(x-\xi) \, d\xi$$

$$= \int_{\xi=0}^{x} \frac{\lambda(\lambda\xi)^{n-1} . e^{-\lambda\xi}}{\Gamma(n)} \cdot \frac{\lambda\{\lambda(x-\xi)\}^{n-1} . e^{-\lambda(x-\xi)}}{\Gamma(n)} \, d\xi$$

$$= \frac{\lambda(\lambda)^{2n-1)} \cdot e^{-\lambda x}}{\Gamma^{2}(n)} \int_{\xi=0}^{x} \xi^{n-1} (x-\xi)^{n-1} \, d\xi$$

$$= \frac{\lambda(\lambda)^{2n-1} \cdot e^{-\lambda x}}{\Gamma^{2}(n)} \int_{\xi=0}^{x} \xi^{n-1} \, x^{n-1} \left(1-\frac{\xi}{x}\right)^{n-1} d\xi$$

$$= \frac{\lambda(\lambda)^{2n-1} \cdot e^{-\lambda x}}{\Gamma^{2}(n)} \int_{\xi=0}^{x} \left(\frac{\xi}{x}\right)^{n-1} \cdot x^{2n-2} \left(1-\frac{\xi}{x}\right)^{n-1} d\xi$$

$$= \frac{\lambda(\lambda x)^{2n-1} \cdot e^{-\lambda x}}{\Gamma^{2}(n)} \cdot \int_{\xi=0}^{x} \left(\frac{\xi}{x}\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{x} \left(1-\frac{\xi}{x}\right)^{n-1} d\xi$$

ให้ $\frac{\xi}{x} = v \quad \therefore \quad d\xi = x\,dv$

$$\therefore P_2(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{2n-1} \cdot e^{-\lambda x}}{\Gamma^{2}(n)} \int_{v=0}^{1} v^{n-1} (1-v)^{n-1} \, dv$$

จาก Beta function

$$\int_{0}^{1} x^{n-1} (1-x)^{m-1} \, dx = \frac{\Gamma(n) \cdot \Gamma(m)}{\Gamma(n+m)}$$

$$\therefore \int_0^1 v^{n-1}(1-v)^{n-1}\,dv = \frac{\Gamma(n).\Gamma(n)}{\Gamma(n+n)} = \frac{\Gamma^2(n)}{\Gamma(2n)}$$

$$\therefore P_2(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{2n-1}.e^{-\lambda x}}{\Gamma(2n)}$$

โดยใช้วิธี induction เมื่อ t ใด ๆ (t months)

จะได้

$$P_t(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{tn-1}.e^{-\lambda x}}{\Gamma(tn)} \quad \ldots\ldots \quad (3\text{-}7)$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$E_t(x) = \int_0^\infty \frac{x\,\lambda(\lambda x)^{tn-1}.e^{-\lambda x}}{\Gamma(tn)}\,dx$$

$$= \frac{\lambda}{\Gamma(tn)} \int_0^\infty x(\lambda x)^{tn-1}.e^{-\lambda x}\,dx$$

ให้ $V = \lambda x$

$\therefore \quad dv = \lambda\,dx$

$$\therefore E_t(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(tn)} \int_0^\infty \frac{v}{\lambda}(v)^{tn-1}.e^{-v}\,\frac{dv}{\lambda}$$

$$= \frac{1}{\lambda\,\Gamma(tn)} \int_0^\infty v^{tn} . e^{-x} \, dv$$

จาก $\int_0^\infty \lambda(\lambda t)^{n-1} . e^{-\lambda t} \, dt = \int_0^\infty x^{n-1} . e^{-x} \, dx = \Gamma(n)$

$$\therefore \quad E_t(x) = \frac{\Gamma(tn+1)}{\lambda\,\Gamma(tn)} = \frac{tn}{\lambda} \qquad \text{......} \; (3\text{-}8)$$

ในทำนองเดียวกันเราจะได้

$$V_t(x) = E_t(x^2) - \left[E_t(x)\right]^2$$

$$= \int_0^\infty x^2 \, P_t(x) \, dx - \left(\frac{tn}{\lambda}\right)^2$$

$$= \frac{\Gamma(tn+2)}{\lambda^2\,\Gamma(tn)} - \frac{t^2n^2}{\lambda^2}$$

$$= \frac{(tn+1)\,tn - t^2n^2}{\lambda^2}$$

$$= \frac{tn}{\lambda^2}$$

$$\therefore \quad V_t(x) = \frac{tn}{\lambda^2} \qquad \text{.......} \; (3\text{-}9)$$

จาก (3-6) จะได้ว่า

$$\int_{x=0}^{R} dx \int_{t=0}^{\infty} dt\, \ell(t)\, \frac{\lambda(\lambda x)^{tn-1} . e^{-\lambda x}}{\Gamma(tn)} = 1 - \alpha$$

ให้ $v = \lambda x$

$$\therefore \int_{t=0}^{\infty} \ell(t) \left[\int_{v=0}^{\lambda R} \frac{(v)^{tn-1} . e^{-v}}{\Gamma(tn)} .dv \right] dt = 1 - \alpha$$

ถ้าความต้องการพัสดุใน ๑ เดือน $\therefore n = 1$ จะได้

$$\int_{t=0}^{\infty} \ell(t) \left[\int_{v=0}^{\lambda R} \frac{v^{t-1} . e^{-v}}{\Gamma(t)} . dv \right] . dt = 1 - \alpha \quad ....(3\text{-}10)$$

สมการ (3-10) หาค่า R โดยใช้วิธีการของ Numerical

๓.๒.๖ การคำนวณหาปริมาณการสั่งพัสดุคงคลังอย่างประหยัด

ให้

Q = จำนวนปริมาณพัสดุคงคลังที่สั่งซื้อ

R = จุดที่จะสั่งพัสดุ (Reorder Point)

DPY = จำนวนความต้องการพัสดุต่อปี (Demand per year)

SC = ราคาเนื่องจากพัสดุขาดแคลน (Stock-out Cost)

CPU = ราคาพัสดุต่อ ๑ ชิ้น (Cost per unit)

CPO = ราคาสั่งพัสดุในแต่ละครั้ง (Ordering Cost)

UHC = ราคาในการเก็บรักษาพัสดุ คิดเป็นร้อยละ ... ของพัสดุคงคลังเฉลี่ย (Inventory carrying cost express as a percentage of the value of average inventory)

EDDLT = จำนวนพัสดุที่คาดว่าต้องการระหว่างช่วงเวลารอรับพัสดุ

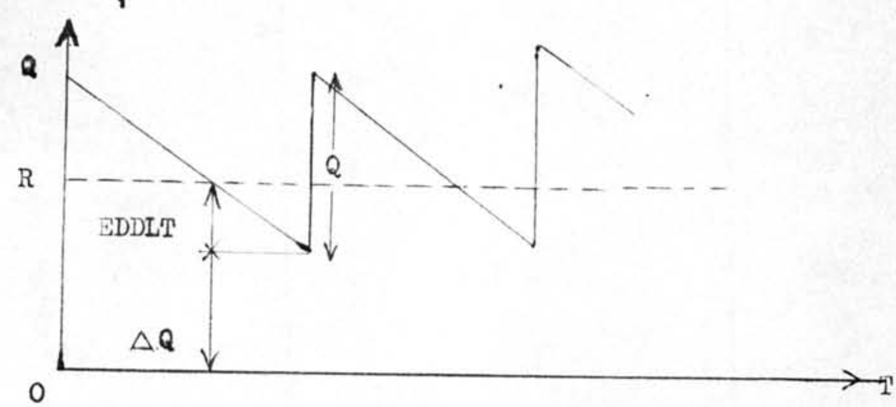
(Expected demand during lead time)

TAC = ราคารวมของพัสดุคงคลังทั้งหมด (Total Annual Cost)

เราจะได้ว่า ราคารวมของพัสดุคงคลังทั้งหมด ประกอบด้วย

- ราคาเก็บรักษาพัสดุทั้งหมด
- ราคาทั้งหมดในการสั่งพัสดุ
- ราคาทั้งหมดที่เกิดจากการขาดพัสดุคงคลัง

ราคาเก็บรักษาพัสดุทั้งหมด



รูปที่ ๓.๑๒ แสดง จำนวนพัสดุคงคลังเฉลี่ย, จุดสั่งพัสดุ, จำนวนพัสดุที่คาดว่าต้องการระหว่างช่วงเวลารอรับพัสดุ

จากรูป ๓.๑๒ จะเห็นว่าระดับพัสดุคงคลังเฉลี่ย (Average inventory level) เป็น $\frac{Q}{2} + \triangle Q$ แต่ $\triangle Q = R - EDDLT$

$\therefore$ จำนวนพัสดุคงคลังเฉลี่ย $= \frac{Q}{2} + R - EDDLT$

ราคาในการเก็บรักษาพัสดุคงคลังทั้งหมด $= (\frac{Q}{2} + R - EDDLT) \cdot CPU \cdot UHC$

ราคาทั้งหมดในการสั่งพัสดุ $= \frac{(DPY)}{Q} . CPO$

ราคาทั้งหมดเนื่องจากเกิดการขาดพัสดุ $= \frac{(DPY)}{Q} \times E\,(DDLT > R) . SC$

โดยที่ $E\,(DDLT > R)$ = จำนวนพัสดุที่คาดว่าจะมากกว่า R

$$\therefore \quad TAC = \left(\frac{Q}{2} + R - EDDLT\right). CPU. UHC + \left(\frac{DPY}{Q}\right) . CPO + \left(\frac{DPY}{Q}\right). E\,(DDLT > R). SC$$

Differentiate เทียบกับ Q เพื่อหาจุดที่เหมาะสม = 0

$$\frac{\partial TAC}{\partial Q} = 0$$

$$\frac{1}{2}\left[CPU.UHC\right] - \frac{DPY}{Q^2}\left[CPO + E\,(DDLT > R) . SC\right] = 0$$

$$\frac{1}{2}\left[CPU.UHC\right] Q^2 = DPY\left[CPO + E\,(DDLT > R). SC\right]$$

$$Q^2 = \frac{2\,DPY\left[CPO + E\,(DDLT > R). SC\right]}{CPU.\ UHC}$$

$$\hat{Q} = \sqrt{\frac{2\,DPY\left[CPO + E\,(DDLT > R). SC\right]}{CPU.\ UHC}} \quad \ldots(3\text{-}11)$$

$$P\,(x) = \frac{\lambda^n\, x^{n-1} . e^{-\lambda x}}{(x-1)!}$$

เมื่อ $n = 1$

$$P\,(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$\therefore E\,(DDLT > R) = \int_R^\infty (x - R)\, P(x)\, dx$$

$$= \int_R^\infty (x - R) . \lambda e^{-\lambda x}\, dx$$

$$= \int_R^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx - \int_R^{\infty} R \lambda e^{-\lambda x} dx$$

$$= \left[-x e^{-\lambda x} \Big|_R^{\infty} + \int e^{-\lambda x} dx \right]_R^{\infty} + \left[R. e^{-\lambda x} \right]_R^{\infty}$$

$$= 0 + R.e^{-\lambda R} + \frac{e^{-\lambda R}}{\lambda} + 0 - R. e^{-\lambda R}$$

$$= \frac{e^{-\lambda R}}{\lambda}$$

$$\therefore \hat{Q} = \sqrt{\frac{2 \text{ DPY} \left[\text{CPO} + \left(\frac{e^{-\lambda R}}{\lambda} \right) . \text{ SC} \right]}{\text{CPU. UHC}}} \quad \ldots\ldots \quad (3\text{-}12)$$

ถ้า $N = 2$

$$P(x) = \lambda^2 x e^{-\lambda x}$$

$$\therefore E(\text{DDLT} > R) = \int_R^{\infty} (x - R) \quad P(x) \ dx$$

$$= \int_R^{\infty} (x - R) \lambda^2 x e^{-\lambda x} dx$$

$$= \lambda^2 \int_R^{\infty} x^2 e^{-\lambda x} dx - R \lambda^2 \int_R^{\infty} x e^{-\lambda x} dx$$

$$= \lambda^2 \left[-\frac{x^2}{\lambda} e^{-\lambda x} - \frac{2}{\lambda^2} x e^{-\lambda x} - \frac{2}{\lambda^3} e^{-\lambda x} \right]_R^{\infty}.$$

$$- R\lambda^2 \left[-\frac{x}{\lambda} e^{-\lambda x} - \frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda x} \right]_R^{\infty}$$

$$= \lambda^2 \left[0 - \left(-\frac{R^2}{\lambda} e^{-\lambda R} - \frac{2}{\lambda^2} R e^{-\lambda R} - \frac{2}{\lambda^3} e^{-\lambda R} \right) \right]$$

$$- R\lambda^2 \left[0 - \left(\frac{R}{\lambda} e^{-\lambda R} - \frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda R} \right) \right]$$

$$= \lambda^2 \left[\frac{R^2}{\lambda} e^{-\lambda R} + \frac{2}{\lambda^2} R e^{-\lambda R} + \frac{2}{\lambda^3} e^{-\lambda R} \right]$$

$$- R\lambda^2 \left[\frac{R}{\lambda} e^{-\lambda R} + \frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda R} \right]$$

$$= \lambda R^2 e^{-\lambda R} + 2 R e^{-\lambda R} + \frac{2}{\lambda} e^{-\lambda R} - R^2 \lambda e^{-\lambda R} - R e^{-\lambda R}$$

$$= R e^{-\lambda R} + \frac{2}{\lambda} e^{-\lambda R}$$

นั่นคือ

$$E\,(DDLT > R) = R e^{-\lambda R} + \frac{2}{\lambda} e^{-\lambda R}$$

จะได้

$$\hat{Q} = \sqrt{\frac{2\ DPY \left[CPO + \left(R e^{-\lambda R} + \frac{2}{\lambda} e^{-\lambda R} \right) . SC \right]}{CPU.\ UHC}} \quad \ldots (3\text{-}13)$$

๓.๒.๖ การหาค่าจำนวนร้อยละของการขาดพัสดุคงคลัง

(Percentage of Stock-outs)

ให้ P_s = จำนวนร้อยละของการขาดพัสดุคงคลัง

$$P_s = \frac{\text{จำนวนครั้งของความต้องการพัสดุที่ทำให้ระดับพัสดุคงคลังต่ำกว่าศูนย์}}{\text{จำนวนครั้งของความต้องการพัสดุทั้งหมด}}$$