บทที่ 4

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาเกี่ยวกับการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงปัวซอง เฉพาะในด้านการนำไปใช้ในงานวิจัยทางการศึกษาและจิตวิทยา ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไรทั้งความเหมือนกันและความแตกต่างกันของการแจกแจงทั้งสอง ตลอดจนความสัมพันธ์กับการแจกแจงอื่น ๆ ที่สำคัญ ดำเนินการวิจัยโดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงประวัติศาสตร์ และแสดงการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สถิติ รายการที่ศึกษาประกอบด้วย

1. ประวัติ
2. การแจกแจงไบโนเมียล
    2.1 ลักษณะของการแจกแจงไบโนเมียล
    2.2 คุณลักษณะของการทดลองไบโนเมียล
    2.3 ทฤษฎีไบโนเมียล
    2.4 ความน่าจะเป็นสะสม
3. การทดสอบทางสถิติของความเป็นไบโนเมียลและปัวซอง
    3.1 สมมุติฐานทางสถิติและการทดสอบ
    3.2 ความคลาดเคลื่อนในการทดสอบสมมุติฐาน
    3.3 ขอบเขตการปฏิเสธ
    3.4 สมมุติฐานธรรมดาและสมมุติฐานประกอบ
    3.5 การทดสอบที่ใช้การแจกแจงไบโนเมียล
4. การประมาณค่าการแจกแจงไบโนเมียลด้วยการแจกแจงปกติ
5. การประมาณค่าการแจกแจงไบโนเมียลด้วยการแจกแจงเอฟ
6. การประมาณค่าสัดส่วน

7. ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับสัดส่วน

8. ช่วงความเชื่อมั่นในการประมาณค่าสัดส่วน

9. การทดสอบสัดส่วน

10. การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี

11. การทดสอบทางสถิติแบบไม่มีพารามิเตอร์

11.1 การทดสอบไบโนเมียล

11.2 การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย

12. การแจกแจงไฮเปอร์จีออเมตริก

13. การแจกแจงไบโนเมียลนิเสธ

14. การแจกแจงมัลติโนเมียล

15. การแจกแจงแบบปัวซอง

15.1 ประวัติ

15.2 การแจกแจงปัวซองเป็นลิมิตหรือค่าจำกัดของการแจกแจงไบโนเมียล

15.3 การแจกแจงปัวซองที่มาจากทฤษฎีความน่าจะเป็น

16. การประมาณค่าการแจกแจงปัวซองด้วยการแจกแจงปกติ

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงปัวซอง (Relation between Binomial and Poisson Distributions)

ในการแจกแจงไบโนเมียล ถ้าจำนวนเหตุการณ์ (n) มีจำนวนมาก ในขณะที่ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น (p) มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ดังนั้นความน่าจะเป็นของการไม่เกิดเหตุการณ์นั้น (q=1-p) มีค่าเข้าใกล้ 1 เหตุการณ์แบบนี้เป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นยาก ในทางปฏิบัติ พิจารณาว่าเหตุการณ์ใดเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นยากก็ต่อเมื่อจำนวนการทดลองมีค่าอย่างน้อยที่สุด 50 $(n \geq 50)$ ขณะที่ $np < 5$ ในกรณีเช่นนี้ใช้การแจกแจงปัวซองประมาณค่าการแจกแจงไบโนเมียลด้วยพารามิเตอร์ $\lambda = np$

ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ของการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงปกติแล้ว ทำ

ให้เกิดมีความสัมพันธ์ของการแจกแจงปัวซองและการแจกแจงปกติ ซึ่งสามารถแสดงได้ว่า การแจกแจงปัวซองเข้าใกล้การแจกแจงปกติ ด้วยตัวแปรมาตรฐาน $(X-\lambda)/\sqrt{\lambda}$ ขณะที่ n เพิ่มเข้าสู่ ∞

ความเหมือนกันระหว่างการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงปัวซอง

1. ตัวแปรที่ใช้ในการแจกแจงเป็นตัวเลขจำนวนเต็ม หรือความถี่
2. การทดลองเป็นอิสระ
3. ผลของการทดลองแต่ละครั้งเกิดได้เพียง 2 อย่าง คือความสำเร็จ หรือความไม่สำเร็จ
4. ความน่าจะเป็นของความสำเร็จในแต่ละการทดลองมีค่าคงที่ตลอดทุกการทดลอง
5. ถ้าจำนวนตัวอย่างมีขนาดใหญ่พอ ...np และ nq ต้องไม่น้อยกว่า 10 และ $n\lambda$ มีค่าไม่น้อยกว่า 10

ความแตกต่างระหว่างการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงปัวซอง

การแจกแจงไบโนเมียล	การแจกแจงปัวซอง
1. กำหนดจำนวนการทดลอง n	1. ไม่กำหนดจำนวนการทดลอง
2. ค่าของตัวแปร x คือจำนวนความสำเร็จในการทดลองเบอร์นูลี่ n ครั้ง	2. จำนวนความสำเร็จ x ครั้ง เป็นความสำเร็จที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนดให้ t ซึ่งถูกแบ่งเป็น n ช่วงเวลาย่อย และเมื่อ $n \rightarrow \infty$ เพื่อทำให้ขนาดของช่วงสั้น ๆ นั้นก็สามารถหาค่าคงที่ λ ได้ ในการคำนวณหาความน่าจะเป็นของความสำเร็จ x ครั้ง ไม่จำเป็นต้องใช้ค่า n
3. มีพารามิเตอร์ 2 ค่า คือ n และ p	3. มีพารามิเตอร์ค่าเดียว คือ $\lambda = np$
4. จำนวนตัวอย่างโดยทั่ว ๆ ไป	4. จำนวนตัวอย่าง $n \geq 50$ และ $p < 0.1$

$n \leq 30$ และ $p \rightarrow \frac{1}{2}$	หรือใช้เกี่ยวกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นยากในช่วงเวลาจำกัด สำหรับกรณีทั่ว ๆ ไป $np \leq 5$ บางกรณีก็ใช้ $n > 20$ และ $p \leq .25$
5. ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ $P(x)=b(x;n,p)= {}^{n}C_{x}p^{x}q^{n-x}$	5. ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ $P(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$
6. เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่พอ นั่นคือ np และ nq ไม่น้อยกว่า 5 (หรือถ้าจะให้ดียิ่งขึ้น np และ nq ต้องไม่น้อยกว่า 10) และ p, q ต้องเข้าใกล้ $\frac{1}{2}$ จึงใช้การแจกแจงปกติประมาณค่า	6. $n \rightarrow \infty$
7. ความน่าจะเป็นของความสำเร็จเข้าใกล้ $\frac{1}{2}$	7. ความน่าจะเป็นของความสำเร็จไม่เข้าใกล้ $\frac{1}{2}$

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงปกติ (Relation between Binomial and Normal Distributions)

ถ้า n มีค่ามาก และค่า p หรือ q ไม่เบี่ยงเบนไปจาก $\frac{1}{2}$ มากนัก การแจกแจงไบโนเมียลใช้การแจกแจกปกติประมาณค่าด้วยตัวแปรมาตรฐาน $Z = \frac{x-np}{\sqrt{npq}}$ การประมาณจะดี ถ้าค่าn เพิ่มขึ้นมาก และในกรณีที่เป็นขีดจำกัด

ในทางปฏิบัติ การประมาณค่าได้ผลดีมากต่อเมื่อทั้งค่า np และ nq มีค่ามากกว่า 5 (หรือถ้าจะให้ดียิ่งขึ้น np และnq จะต้องไม่น้อยกว่า 10) การแจกแจงไบโนเมียลเป็นการแจกแจงตัวแปรจำนวนเต็ม แต่การแจกแจงปกติเป็นการแจกแจงตัวแปรต่อเนื่อง จึงต้องใช้ค่าแก้เพื่อให้ต่อเนื่อง การประมาณค่าจึงจะได้ผลดี โดยเอา $\frac{1}{2}$ บวกหรือลบขีดจำกัดของช่วงที่ต้องการประมาณค่า แต่ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่มาก ($n \geq 100$) ก็ไม่

จำเป็นต้องใช้ค่าแก้

การประมาณค่าในช่วงรอบ ๆ มัชฌิมของการแจกแจง จะเชื่อถือได้มากกว่าการประมาณค่าในช่วงที่อยู่ห่างมัชฌิมของการแจกแจงโดยเฉพาะ เมื่อ p และ q เข้าใกล้ 0 และ 1 มาก

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงเอฟ

กรณีที่ไม่อาจใช้การแจกแจงปกติประมาณค่าการแจกแจงไบโนเมียลก็เนื่องจากขนาดตัวอย่างมีน้อย และความน่าจะเป็นของความสำเร็จมีค่าน้อย ก็อาจใช้การแจกแจงเอฟประมาณการแจกแจงไบโนเมียลได้ เพราะการแจกแจงเอฟใช้ได้สำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก ค่า p ใหญ่หรือเล็กก็ได้

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงปัวซองและการแจกแจงปกติ

การแจกแจงปัวซองเข้าใกล้การแจกแจงปกติด้วยตัวแปรมาตรฐาน $(x-\lambda)/\sqrt{\lambda}$ ขณะที่ n เพิ่มเข้าสู่ ∞ และมัชฌิมของการแจกแจง (λ) มีค่าไม่ต่ำเกินไป ดังนั้นการประมาณค่าจะเหมาะสมต่อเมื่อ $n\lambda$ มีค่าไม่น้อยกว่า 10

การแจกแจงปัวซองเป็นการแจกแจงตัวแปรจำนวนเต็ม แต่การแจกแจงปกติเป็นการแจกแจงตัวแปรต่อเนื่อง จึงต้องใช้ค่าแก้เพื่อให้ต่อเนื่อง การประมาณค่าจึงจะได้ผลดี โดยเอา $\frac{1}{2}$ บวกหรือลบขีดจำกัดของช่วงที่ต้องการประมาณค่า แต่ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่มาก ($n \geqslant 100$) ก็ไม่จำเป็นต้องใช้ค่าแก้

การประมาณค่าในช่วงรอบ ๆ มัชฌิมของการแจกแจง จะเชื่อถือได้มากกว่าการประมาณค่าในช่วงที่อยู่ห่างมัชฌิมของการแจกแจง

ความสัมพันธ์ของการทดสอบแบบไม่มีพารามิเตอร์บางอย่างกับการแจกแจงปกติและการแจกแจงไบโนเมียล

ก. การทดสอบไบโนเมียล ใช้การแจกแจงปกติประมาณได้ เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาด

มากกว่า 25 และ p มีค่าใกล้เคียงกับ $\frac{1}{2}$ แต่ถ้า p มีค่าใกล้เคียงกับ 1 หรือ 0 แต่จะต้องมีค่า npq อย่างน้อยที่สุด = 9 จึงจะใช้การแจกแจงปกติประมาณค่าได้

ข. การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย ข้อมูล 2 ชุดมีความสัมพันธ์กัน โดยคิดความถี่ของเครื่องหมายเป็น + และ - เป็นแบบเดียวกับหัวและก้อย ในการโยนเหรียญของการแจกแจงไบโนเมียล ถ้าขนาดตัวอย่าง $n \leq 25$ ใช้การทดสอบไบโนเมียล และถ้า $n > 25$ ใช้การแจกแจงปกติประมาณค่าได้

ข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้จำกัดการทดสอบด้วยไบโนเมียลและปัวซอง เพื่อใช้เป็นเครื่องมือทางสถิติในการทดสอบข้อมูลในด้านจิตวิทยาและการศึกษาบางการทดสอบเท่านั้น ไบโนเมียลและปัวซองไม่ได้จำกัดในการทดสอบสำหรับข้อมูลนี้อย่างเดียวแต่ใช้ได้กว้างขวางมาก ฉะนั้นก่อนที่จะนำการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงปัวซองไปใช้ จำเป็นต้องพิจารณาถึงข้อตกลงเบื้องต้น ลักษณะของข้อมูล และข้อจำกัดให้ละเอียด ผลการทดสอบข้อมูลจึงจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด ในการศึกษาค้นคว้าด้านนี้ต่อไป ควรศึกษาเปรียบเทียบการทดสอบกับค่าสถิติอื่น ๆ เพิ่มเติม และการใช้การแจกแจงอื่น โดยเน้นถึงความเหมาะสม ประสิทธิภาพ อำนาจของการทดสอบของข้อมูลมากที่สุด.