บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการอภิปรายทั้งชั้นของวิชาระเบียบวิธีวิจัยเพื่อหาว่าจะใช้วิธีสถิติใดดีในการทดสอบสมมุติฐานของการวิจัยภาคปฏิบัติเรื่อง "คนชอบการชมมากกว่าการติ" ได้มีนิสิตเสนอให้ใช้การทดสอบไบโนเมียล แต่เมื่ออภิปรายต่อไปว่า ใช้การทดสอบไบโนเมียลกับข้อมูลที่มีอยู่อย่างไร ก็มีนิสิตบางคนสงสัยว่าการทดสอบไบโนเมียลนั้นเหมือนกับการทดสอบปัวซอง เมื่อจำนวนประชากรมาก ๆ ใช่หรือไม่ อาจารย์ผู้สอนจึงได้ให้นิสิตไปศึกษาค้นคว้าเป็นการบ้าน เรื่องการใช้การทดสอบไบโนเมียลและการทดสอบปัวซองว่าเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร ปรากฏว่าในหนังสือสถิติส่วนใหญ่ไม่ได้กล่าวถึงรายละเอียดตามที่ต้องการไว้เพียงพอ ผู้วิจัยจึงได้รับคำแนะนำให้ศึกษาค้นคว้าเพื่อความกระจ่างชัดในการนำเรื่องการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงปัวซองไปใช้ในการทดสอบทางสถิติ ผู้วิจัยได้อ่านหนังสือเกี่ยวกับสถิติและทฤษฎีความน่าจะเป็น เช่น

การแจกแจงแบบไบโนเมียล[1]
(Binomial Distribution)

ความน่าจะเป็นของความสำเร็จเข้าใกล้ $\frac{1}{2}$ จำนวนตัวอย่างประชากรใหญ่พอ	ความน่าจะเป็นน้อยมาก	มีเหตุการณ์มากกว่า 2 อย่าง
↓	↓	↓
การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)	การแจกแจงปัวซอง (Poisson Distribution)	การแจกแจงมัลติโนเมียล (Multinomial Distribution)

---

[1]สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย, สถิติเบื้องต้น, (ฉบับแก้ไขเพิ่มเติม, พิมพ์ครั้งที่ 2, 2504), หน้า 176-177.

ฟรีแมน (Harold Freeman) กล่าวว่า การใช้การทดสอบไบโนเมียลนั้นเหมาะสำหรับความน่าจะเป็นของความสำเร็จที่เป็น $\frac{1}{2}$ และกฎที่ การทดลองทุกครั้งต้องเป็นอิสระต่อกัน (Independent) ใช้การทดสอบปัวซองประมาณค่าการทดสอบไบโนเมียล[1]

พาร์เซน (Emanuel Parzen) เขียนไว้ว่า ความน่าจะเป็นไบโนเมียลต้องได้มาจากการทดลองที่มีผลซึ่งจำแนกได้เป็น 2 ชนิด เช่นนับเป็นความสำเร็จ กับความไม่สำเร็จ การทดลองเป็นไปอย่างอิสระ และทำซ้ำกันได้โดยมีการแทนที่ก่อนทุกครั้งที่จะทำการทดลองใหม่ (With Replacement)[2]

ยามาเน (Taro Yamane) กล่าวว่า การกระจายของไบโนเมียลบางทีเรียกว่าการกระจายเบอร์นูลี่ (Bernoullian Distribution) เพื่อเป็นเกียรติแก่นักคณิตศาสตร์ชาวสวิสที่ชื่อ จาคอบ เบอร์นูลี่ (1654 - 1705) (Jacob Bernoulli) และกล่าวต่อไปว่า การคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของไบโนเมียลไม่ควรกระทำ ในกรณีที่จำนวนตัวอย่างประชากรมีมากและค่าความน่าจะเป็นน้อย เพราะการกระจายของไบโนเมียลจะมีแบบจำกัด (Limiting Form) ที่ง่ายแก่การคำนวณ นั่นคือแบบที่เรียกว่าการกระจายปัวซอง จึงควรใช้การทดสอบปัวซองประมาณค่าของการทดสอบไบโนเมียล เช่น จำนวนแบคทีเรีย (Bacteria) และกล่าวอีกว่าความแตกต่างระหว่างการกระจายไบโนเมียลและการกระจายปัวซองที่เห็นชัดอีกอย่างหนึ่งคือ ในกรณีแรกกำหนดจำนวนครั้งของการทดลองได้ แต่ในกรณีหลังจำนวนครั้งของการทดลองไม่ปรากฏ และบางเรื่องก็นับไม่ได้ เช่นจำนวนครั้งที่ฟ้าไม่ได้ร้อง ความสำเร็จในเรื่องของการกระจายแบบปัวซอง หมายถึงจำนวนความ

---

[1] Harold Freeman, Introduction to Statistical Inference. (Reading, Massachusett, Palovato. London : Addison -Wesley Publishing Company, Inc., C 1963), pp. 102-105.

[2] Emanuel Parzen. Probability Theory and Its Application. (3rd ed., New York, London : John Wiley & Sons, Inc., 1962), pp.102, 246.

สำเร็จในช่วงเวลา หรือในขอบเขตใดที่จำกัด[1]

เบอร์มิงทันและเมย์ (Richard Stevens Burmington and Donald Curtis May) กล่าวว่า จะใช้การกระจายปัวซองประมาณค่าการกระจายไบโนเมียล เมื่อจำนวนตัวอย่างมีค่ามาก ความน่าจะเป็นเข้าใกล้ศูนย์ และค่ามัชฌิมเลขคณิตของการกระจายไบโนเมียลคงที่ และมีค่าระหว่าง 0 ถึง 10 หรือจำนวนตัวอย่าง มีค่ามากกว่า 50 ขึ้นไป และความน่าจะเป็นมีค่าน้อยกว่า 0.1 หรือจะใช้การกระจายปัวซองกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นยากในช่วงเวลาจำกัด เช่น การหาจำนวนคนหูหนวกในแต่ละปีในสถานที่แห่งหนึ่ง[2]

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือการศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการทดสอบไบโนเมียลและการทดสอบปัวซองว่าเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร เพื่อนำมาใช้กับการวิจัยโดยเฉพาะทางการศึกษาและจิตวิทยา ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ข้อตกลงเบื้องต้น
2. การกระจาย
3. การทดสอบสมมุติฐาน
4. ลักษณะที่เกี่ยวข้องและแตกต่างจากค่าสถิติอื่น ๆ
5. พลังในการทดสอบ
6. การนำไปใช้ในการวิจัย

---

[1]Taro Yamane. Statistics : An Introductory Analysis. (2nd. ed., New York, Evanston & London : John Weatherhill, Inc., Tokyo, 1970), pp. 531, 567, 597.

[2]Richard Stevens. Burmington and Donald Curtis May, Handbook and Statistics With Tables. (Ohio : Handbook Publishers, Inc., 1958), p.79.

ขอบเขตของการวิจัย

1. จะใช้การทดสอบไบโนเมียลและการทดสอบป้วซอง เฉพาะในเรื่องทางการศึกษาและจิตวิทยาเป็นส่วนใหญ่

2. ไม่อ้างถึงความรู้พื้นฐานทางสถิติ แคลคูลัสและทฤษฎีความน่าจะเป็นที่เกี่ยวกับการทดสอบไบโนเมียล กับการทดสอบป้วซองและค่าสถิติอื่น ๆ นอกจากที่จำเป็น

3. ไม่มีการทดลองปฏิบัติ เพื่อยืนยันการกระจายที่แท้จริง แต่มีการทำโจทย์ตัวอย่างประกอบคำอธิบายให้เห็นชัดเจนขึ้น

4. ต้องการความรู้ทางด้านวิชาแคลคูลัสพื้นฐาน สถิติเบื้องต้นและความน่าจะเป็นเป็นส่วนใหญ่

5. ตัวอย่างที่ใช้ประกอบการอธิบายการแจกแจงไบโนเมียลและการแจกแจงป้วซองเป็นตัวอย่างเกี่ยวกับการโยนเหรียญ การหยิบลูกปัด การหยิบลูกบอลล์ การศึกษาและจิตวิทยาเป็นส่วนใหญ่

ข้อตกลงเบื้องต้น

การกระจายของไบโนเมียลและการกระจายป้วซอง ผู้วิจัยเชื่อว่ามีจริง เป็นจริงและมีประโยชน์จริง ใช้ในการทดสอบข้อมูลได้จริงตามกระบวนทางวิชาสถิติและความน่าจะเป็น

ความไม่สมบูรณ์ของการวิจัย

1. การทดสอบด้วยไบโนเมียลและป้วซองสำหรับข้อมูลบางลักษณะจะไม่กล่าวถึงในการวิจัยนี้ เช่น การทดสอบที่ใช้ในทางอุตสาหกรรม ทางการแพทย์และทางวิทยาศาสตร์ นอกจากจะยกตัวอย่างประกอบคำอธิบายเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

2. การพิสูจน์ทฤษฎีการแจกแจงของค่าสถิติอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้ตัดทิ้งไป ด้วยเห็นว่าไม่จำเป็นนักในที่นี้

3. เนื่องจากผู้วิจัยอ่านหนังสือวารสารและสิ่งตีพิมพ์อื่นที่เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นแบบสุ่มจากห้องสมุดของมหาวิทยาลัยหลายแห่ง การรายงานผลการอ่านอาจจะยังไม่ครอบคลุมเนื้อหาของเรื่องนี้ทั้งหมด

4. การวิจัยครั้งนี้ไม่ได้กล่าวถึงค่าสถิติบางค่าที่สมนัยกับไบโนเมียลและปัวซอง

คำจำกัดความ

การทดลอง (Experiment) ในทางสถิติ หมายถึง วิธีการที่จะได้ข้อมูลดิบ และผลการทดลองเกิดขึ้นโดยบังเอิญ ตัวอย่างการทดลองทางสถิติอาจจะเป็นการโยนเหรียญ ผลของการทดลองประกอบด้วย 2 อย่าง เท่านั้นคือ หัวหรือก้อย

สมมุติฐานสูญ (Null Hypothesis) คือ สมมุติฐานที่ตั้งขึ้นภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นว่าสมมุติฐานนั้นเป็นจริง โดยทั่วไปใช้สัญลักษณ์ H_o

สมมุติฐานสำรอง (Alternative Hypothesis)คือ สมมุติฐานที่ไม่ใช่สมมุติฐานสูญ ในการวิจัยครั้งนี้เมื่อปฏิเสธสมมุติฐานสูญแล้วจะยอมรับสมมุติฐานสำรอง โดยทั่วไปใช้สัญลักษณ์ H_1

ขอบเขตการปฏิเสธ (Region of Rejection) หมายถึง ขอบเขตทางด้านขวามือหรือซ้ายมือ หรือทั้ง 2 แห่ง ของส่วนโค้งซึ่งถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่ในเขตนี้ก็จะถือว่าการทดสอบนั้นมีนัยสำคัญ

ระดับความมีนัยสำคัญ (Level of Significance) หมายถึง ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนในการทดสอบข้อมูลว่า ถ้าประมาณค่าประชากรจากกลุ่มตัวอย่างนั้นจะมีความคลาดเคลื่อนในการปฏิเสธสมมุติฐานสูญที่ถูกที่ระดับใด โดยมากคิดเป็นเปอร์เซ็นต์และใช้สัญลักษณ์ α

การแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability Distribution) หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นของค่าตัวแปรสุ่มต่าง ๆ ที่เป็นไปได้

ความน่าจะเป็น หมายถึง ค่าจำกัดของความถี่สัมพัทธ์ (Relative Frequency) ขณะที่จำนวนการทดลองเข้าใกล้อนันต์ นั่นคือ

$$\lim_{n \to \infty} \frac{m}{n} = P(A)$$

$P(A)$ หมายถึง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A ที่ความถี่สัมพัทธ์มีค่าเท่ากับ $\frac{m}{n}$

n คือ จำนวนการทดลองทั้งหมด

m คือ จำนวนการทดลองที่เกิดเหตุการณ์ A

ตัวแปร (Variable) หมายถึง สิ่งที่มีความแปรผัน อาจจะทางด้านปริมาณ เช่น ความสูง น้ำหนัก ความเร็ว เป็นต้น หรืออาจจะทางด้านคุณภาพ เช่น สีผม นัยน์ตา เพศ เชื้อชาติ เป็นต้น ในบางกรณีตัวแปรด้านคุณภาพอาจถือเป็นตัวแปรด้านปริมาณเช่น สีนัยน์ตา ถ้าวัดลำดับจากสีอ่อนถึงสีเข้ม

ตัวแปรแบบต่อเนื่อง (Continuous Variable) หมายถึง ตัวแปรที่โดยทฤษฎีแล้วเราสามารถให้มีค่าได้ในระหว่างค่าสองค่าที่กำหนดให้ เช่น ความสูง น้ำหนัก ความเร็ว กะแนนสอบ เป็นต้น

ตัวแปรจำนวนเต็มหรือตัวแปรแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Variable) หมายถึง ตัวแปรที่เราไม่สามารถ สมมุติให้มีค่าย่อยระหว่างค่าสองค่าที่กำหนดได้ทั้งหมด เช่น จำนวนนักเรียนในโรงเรียน จำนวนครูอาจารย์ จำนวนบ้าน เป็นต้น

กลุ่มตัวอย่าง (Sample) หมายถึง ส่วนหนึ่งของประชากรซึ่งเราเลือกขึ้นมาเป็นตัวแทนของประชากรนั้น

พารามิเตอร์ (Parameter) หมายถึง ค่าที่คำนวณได้จากประชากร หรือ ค่าที่แท้จริงซึ่งหาได้โดยวิธีการทางสถิติ

ค่าสถิติ (Statistics) หมายถึง ค่าที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งแสดงลักษณะของกลุ่มตัวอย่างนั้น

คุณสมบัติของความน่าจะเป็น

$P(A)$ เป็นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A ก็ต่อเมื่อ $P(A)$ มีมาตรการดังนี้

1. $P(A) \geqslant 0$ สำหรับเหตุการณ์ A ใด ๆ
2. $P(S) = 1$ S คือ กลุ่มของผลการทดลองที่เป็นไปได้ทั้งหมด
3. $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$ เมื่อ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดขึ้นด้วยกัน (Mutually Exclusive Events)

จากคุณสมบัติข้อ 1 และข้อ 2 จะได้ความจริงต่อไปดังนี้

$0 \leq P(A) \leq 1$ สำหรับเหตุการณ์ A ใด ๆ

$P(\emptyset)=0$, ϕ คือ เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นไม่ได้ (Impossible Event)

กฎของความน่าจะเป็น

1. กฎการบวก

$P(A+B)= P(A)+P(B)-P(AB)$ เมื่อ A และ B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ

กฎการคูณ

$P(AB) = P(A/B)\ P(B)$

2. $P(A+B) = P(B)$ และ $P(AB) = P(A)$

เมื่อเหตุการณ์ A เป็นเหตุการณ์ย่อยของเหตุการณ์ B

3. $P(A+B) = P(A)+ (P(B)$ และ

$P(AB) = 0$ เมื่อเหตุการณ์ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดขึ้นด้วยกัน

4. $P(A+B) = P(A)+ P(B)- P(A)\ P(B)$ และ

$P(AB) = P(A)\ P(B)$ เมื่อเหตุการณ์ A และ B เป็นอิสระต่อกัน

กฎการคูณความน่าจะเป็นสำหรับเหตุการณ์อิสระ

ถ้า E และ F เป็นปรากฏการณ์ที่อาจเกิดขึ้นได้โดยอิสระไม่เกี่ยวข้องกันเลย ค่าของความน่าจะเป็น ที่ E และ F จะเกิดขึ้นด้วยกันนั้นเท่ากับผลคูณของค่าของความน่าจะเป็นที่ E จะเกิดกับค่าของความน่าจะเป็นที่ F จะเกิดขึ้น

$\therefore\ P(E \& F) = P(E) \cdot P(F)$

กฎการคูณความน่าจะเป็นสำหรับเหตุการณ์ไม่อิสระ

ถ้า E และ F เป็นปรากฏการณ์ที่อาจเกิดขึ้นได้โดยมีความสัมพันธ์สืบเนื่องจากกันและกัน ค่าของความน่าจะเป็นที่ E และ F จะเกิดขึ้นนั้นจะได้จาก

$$P(E, F) = P(E) \cdot P(F/E)$$
$$= P(F) \cdot P(E/F)$$

$P(E/F) =$ ความน่าจะเป็นที่มีสภาวะ (Condition) ของการเกิดของเหตุการณ์ E ภายหลังที่เหตุการณ์ F เกิดขึ้นเรียบร้อยแล้ว

ความถี่ (Frequency) หมายถึง จำนวนรายการข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างหรือในประชากรหนึ่ง ๆ

ความถี่ที่ได้จากการสังเกต (Observation Frequency) หมายถึง ความถี่ที่ได้จากการทดลอง ใช้สัญลักษณ์ O_i

ความถี่ที่คาดหวัง (Expected Frequency) หมายถึง ความถี่ที่ควรจะเป็นตามสมมุติฐานที่หวังไว้ ใช้สัญลักษณ์ E_i

การกระจายที่เป็นอิสระ (Distribution Free) หมายถึง การกระจายที่ไม่มีรูปแบบหรือลักษณะของการกระจายที่กำหนดไว้โดยเฉพาะ

ตัวอย่างสุ่ม (Random Sample) คือ ตัวอย่างที่ได้สมาชิกมาอย่างสุ่ม ที่ทุกสมาชิกมีโอกาสถูกเลือกมาเท่า ๆ กัน

พลังของการทดสอบ (Power of the Test) หมายถึง ค่าความน่าจะเป็น $1-\beta$ ซึ่งคือโอกาสนี้จะปฏิเสธสมมุติฐานสูญที่ผิด β คือความผิดพลาดชนิดที่สอง (Type II Error) ซึ่งหมายถึงการยอมรับสมมุติฐานสูญเมื่อความจริงควรจะปฏิเสธ