หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู

2.1 อินไฟไนท์มัลติพลิเคชั่นแฟคเตอร์ (Infinite Multiplication Factor)

ในเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู การที่จะให้เครื่องเดินอยู่เรื่อย ๆ นั้น จำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นจากปฏิกริยาฟิชชั่นของสารฟิสไซล์ (fissile) จะต้องมีค่าเท่ากับหรือมากกว่าจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับและสูญหายไปทั้งหมด อัตราส่วนระหว่างจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นครั้งนี้ต่อจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นครั้งก่อน ในเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูขนาดอนันต์เรียกว่า อินไฟไนท์มัลติพลิเคชั่น แฟคเตอร์ ซึ่งแทนสัญญาลักษณ์ด้วย k_∞ ในเครื่องปฏิกรณ์ฯขนาดอนันต์ นิวตรอนที่สูญหายไปนั้นหายไปเนื่องจากถูกจับโดยสารที่ประกอบกันเป็นแกนของเครื่องปฏิกรณ์ฯเท่านั้น ไม่ได้สูญหายไปเพราะรั่วออกไปนอกแกน ถ้า k_∞ มีค่าเท่ากับหนึ่ง เรียกว่ากรณีวิกฤต คือจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นในครั้งนี้มีค่าเท่ากับจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นครั้งก่อน ถ้า k_∞ น้อยกว่าหนึ่งกรณีนี้เรียกว่าสับคริติคัล (subcritical) แสดงว่าจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นในครั้งนี้ มีค่าน้อยกว่าจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นครั้งก่อน และถ้า k_∞ มากกว่าหนึ่ง กรณีนี้เรียกว่าซุปเปอร์คริติคัล(supercritical) ซึ่งแสดงว่าจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นในครั้งนี้มีค่ามากกว่าจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นในครั้งก่อน และเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูจะเดินเครื่องได้ก็เป็นกรณีวิกฤต และกรณีซุปเปอร์-คริติคัลเท่านั้น

ในเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูที่มีขนาดจำกัดหรือขนาดเล็ก การสูญหายของนิวตรอนเกิดจากถูกจับและร่วออกไปข้างนอก ในกรณีนี้เครื่องจะเดินได้ก็ต่อเมื่ออัตราส่วนระหว่างจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่นครั้งนี้ ต่อจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาครั้งก่อน มีค่าเท่ากับหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่ง ถ้าน้อยกว่าหนึ่งเครื่องปฏิกรณ์เดินไม่ได้ อัตราส่วนนี้เราเรียกว่า เอฟเฟคทีฟ มัลติพลิเคชั่นแฟคเตอร์(effective multiplication factor)

ซึ่งแทนสัญญาลักษณ์ด้วย k_{eff} ถ้าอัตราส่วนนี้มีค่าเท่ากับหนึ่ง เราเรียกว่าเครื่องปฏิกรณ์ฯ อยู่สภาพวิกฤต ถ้าน้อยกว่าหนึ่งอยู่ในสภาพสับคริติคัล และถ้ามากกว่าหนึ่งเรียกว่าเครื่องปฏิกรณ์อยู่ในสภาพซุปเปอร์คริติคัล

จากนิยามของ k_∞ และ k_{eff} จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{k_{eff}}{k_\infty} = \frac{\text{จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับ}}{\text{จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับและรั่วออกไปนอกแกน}}$$

$$= P \qquad (2.1)$$

เมื่อ P คืออัตราส่วนที่แสดงถึง จำนวนนิวตรอนที่ไม่ได้หายไปเพราะรั่วออกไปนอกแกนต่อจำนวนนิวตรอนที่หายไปทั้งหมด หรือ คือนันลีคเกจ พรอบบาบิลิตี้ (nonleakage probability) ดังนั้น

$$k_{eff} = Pk_\infty$$

2.2 <u>สูตรสี่แฟคเตอร์</u> (The Four-Factor Formula)

ในการที่จะหาค่า k_∞ สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูเครื่องหนึ่งนั้น จะแบ่งการหาออกเป็นสี่ส่วน สำหรับการหาต่อไปนี้เป็นการหาสำหรับเครื่องปฏิกรณ์ฯที่ใช้นิวตรอนช้า ซึ่งการเกิดปฏิกริยาฟิชชั่นเกิดจากการจับนิวตรอนช้า ค่าแรกที่ควรจะรู้คือค่า ν ซึ่งคือจำนวนนิวตรอนเฉลี่ยที่เกิดขึ้นจากปฏิกริยาฟิชชั่น โดยการจับนิวตรอนช้าหนึ่งตัวของสารเชื้อเพลิง ค่าที่คล้าย ๆ กับค่า ν คือค่า η ซึ่งนิยามของค่าคือจำนวนนิวตรอนเฉลี่ยที่เกิดขึ้นจากปฏิกริยาฟิชชั่นต่อจำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับในเชื้อเพลิง ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างค่า η และ ν จะมีดังนี้

$$\eta = \nu \times \frac{\text{จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชั่น}}{\text{จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในแกนโดยเชื้อเพลิง}}$$

$$= \nu \times \frac{N_f \sigma_f}{N \sigma_a}$$

โดยกำหนดให้ N_f = จำนวนอะตอมของสารฟิสไซล์ทั้งหมดภายในแกน

σ_f = ภาคตัดขวางต่อหนึ่งอะตอม ในการจับนิวตรอนแล้วเกิดปฏิกริยาฟิชชั่น หน่วยเป็นบาร์นต่ออะตอม

N = จำนวนอะตอมทั้งหมดของเชื้อเพลิง

σ_a = ภาคตัดขวางต่ออะตอม ในการจับนิวตรอนของสารที่ประกอบเป็นเชื้อเพลิง หน่วยเป็นบาร์นต่ออะตอม

อาจจะเขียนสมการข้างบนได้เป็น

$$\eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_a R} \quad \text{เมื่อ R คือ } \frac{N}{N_f} \qquad (2.4)$$

สำหรับค่า ν ของสารฟิสไซล์ต่าง ๆ แสดงไว้ในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 จำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นจากปฏิกริยาฟิชชั่นของนิวตรอนช้าแต่ละครั้ง

สารฟิสไซล์	ν
ยูเรเนียม -233	2.50
ยูเรเนียม -235	2.43
ยูเรเนียม -239	2.90

ถ้า n คือจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับโดยเชื้อเพลิง ดังนั้นจำนวนนิวตรอนที่เกิดจากปฏิกริยาฟิชชั่นคือ $n\eta$ จำนวนนิวตรอนนี้คือนิวตรอนเร็ว และถ้าในเชื้อเพลิงมี ยูเรเนียม -238 ด้วยแล้ว ยูเรเนียม -238 จะจับนิวตรอนเร็วพวกนี้แล้วเกิดปฏิกริยาฟิชชั่น ยูเรเนียม -235 ก็จับนิวตรอนเร็วเหมือนกัน แต่เนื่องจากยูเรเนียม -235 มีปริมาณน้อยมาก เมื่อเทียบกับยูเรเนียม -238 และมีภาคตัดขวางก็ในการจับนิวตรอนเร็วน้อยกว่าด้วย จึงไม่นำมาคิด เมื่อยูเรเนียม -238 เกิดปฏิกริยาฟิชชั่น ก็จะมีนิวตรอนเร็วเกิดขึ้น ทำให้มีจำนวนนิวตรอนเร็วเพิ่มขึ้นอีก

ค่าที่สองที่จะกล่าวถึงคือ ค่าฟาสท์ฟิชชั่น แฟคเตอร์ (fast fission factor) แทนด้วย ϵ ซึ่งคืออัตราส่วนระหว่าง อัตราการเกิดฟิชชั่นโดยนิวตรอนช้ารวมกับอัตราการเกิดฟิชชั่นโดยนิวตรอนเร็ว ต่ออัตราการเกิดฟิชชั่นโดยนิวตรอนช้า นั่นคือจำนวนนิวตรอนช้า η ตัว ที่ทำให้เกิดปฏิกริยาฟิชชั่น จะทำให้มีนิวตรอนเร็วเกิดขึ้นทั้งหมด $\eta\epsilon$ ตัว และนิวตรอนเร็วนี้จะชนกับอะตอมหรือโมเลกุลของโมเดอเรเตอร์ (moderator) และจะเสียพลังงานไป และตัวมันเองก็เคลื่อนที่ช้าลงกลายเป็นนิวตรอนช้า

ขณะที่ช้าลง จะมีนิวตรอนบางตัวถูกจับโดยยูเรเนียม -238 ซึ่งเรียกว่าการจับแบบกำธร สัดส่วนของนิวตรอนที่หนีไปได้จากการจับแบบกำธรนี้ต่อจำนวนนิวตรอนทั้งหมดก่อนถูกจับแบบกำธร เรียกว่ารีโซแนนซ์เอสเคพ พรอบบาบิลิตี้ (resonance escape probability) ใช้สัญญาลักษณ์ p ดังนั้นจำนวนนิวตรอนที่กลายไปเป็นนิวตรอนช้าคือ $\eta\epsilon p$

เมื่อนิวตรอนกลายไปเป็นนิวตรอนช้าแล้ว ก็จะกระจายไปทั่วแกนของเครื่องปฏิกรณ์ชั่วระยะเวลาหนึ่ง จนกระทั่งถูกจับโดยเชื้อเพลิง โมเดอเรเตอร์และสิ่งแปลกปลอมอื่น ๆ ภายในแกน อัตราส่วนระหว่างจำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับโดยเชื้อเพลิง ต่อจำนวนนิวตรอนช้าทั้งหมดที่ถูกจับภายในแกน เรียกว่าเทอร์มอลยูติไลเซชั่น (thermal utilization) แทนสัญญาลักษณ์ด้วยตัว f ดังนั้นจะได้ความหมายของ f ดังนี้

$$f = \frac{\text{จำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับโดยเชื้อเพลิง}}{\text{จำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับทั้งหมดภายในแกน}}$$

อัตราส่วนที่นิวตรอนช้าถูกจับไปคือ $N\sigma_a\phi$ เมื่อ

N = จำนวนอะตอมทั้งหมดของสารที่จับนิวตรอนช้า หน่วยเป็นอะตอม

σ_a = ภาคตัดขวางต่ออะตอมในการจับนิวตรอน หน่วยเป็น $\frac{\text{ซม}^2}{\text{อะตอม}}$ หรือ $\frac{\text{บาร์น}}{\text{อะตอม}}$

ϕ = ฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอนภายในแกนของเครื่องปฏิกรณ์ฯ หน่วยเป็น $\frac{\text{นิวตรอน}}{\text{ซม}^2\text{วินาที}}$

และเมื่อกำหนดให้

N_u, N_m และ N_i = จำนวนอะตอมทั้งหมดภายในแกนของเครื่องปฏิกรณ์ฯ ของเชื้อเพลิง โมเดอเรเตอร์ และสิ่งแปลกปลอมอื่น ๆ ตามลำดับ

σ_{au}, σ_{am} และ σ_{ai} = ภาคตัดขวางต่ออะตอมของเชื้อเพลิง โมเดอเรเตอร์ และสิ่งแปลกปลอมอื่น ๆ ตามลำดับ

และ ϕ = ฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอนภายในแกน

สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูแบบโฮโมจีเนียส(homogeneous) นั้น เราถือว่า ϕ กระจายอย่างทั่วถึงเสมอกันทั่วแกน จำนวนอะตอมของเชื้อเพลิง โมเดอเรเตอร์ และสิ่งแปลกปลอมอื่น ๆ กระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอทั่วแกน ดังนั้นจะได้ว่า

$$f = \frac{N_u \sigma_{au} \phi}{N_u \sigma_{au} \phi + N_m \sigma_{am} \phi + N_i \sigma_{ai} \phi}$$

จำนวนนิวตรอนที่กลายเป็นนิวตรอนช้าคือ $n\eta\epsilon p$ และจำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับโดยเชื้อเพลิงคือ $n\eta\epsilon pf$ ดังนั้นเราจะได้ค่า k_∞ ดังนี้

$$k_\infty = \frac{n\eta\epsilon pf}{n} = \eta\epsilon pf$$

สมการนี้คือสูตรสี่แฟคเตอร์

2.3 รีแอคติวิตี้(Reactivity)

ในการเดินเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู สิ่งที่จะต้องคำนึงถึงนอกจากอุณหภูมิของเครื่อง การหมดไปของเชื้อเพลิง และสารที่เกิดขึ้นหลังจากเกิดปฏิกริยาฟิชชันแล้ว คือรีแอคติวิตี้ของเครื่อง สำหรับรีแอคติวิตี้ของเครื่องปฏิกรณ์ฯแบบน้ำเดือดนั้น

รีแอคติวิตี้ที่เครื่องจะทำงานได้ประมาณ 13% และรีแอคติวิตี้ของเครื่องปฏิกรณ์ 9 แบบน้ำที่มีความดัน(pressurized water reactor) รีแอคติวิตี้ ของเครื่องที่จะทำงานได้ประมาณ 20%

รีแอคติวิตี้ที่จะหาได้จากการคำนวณ หาจากสมการ

$$\rho = \frac{k_{eff}-1}{k_{eff}}$$

เมื่อ $k_{eff} = \frac{k_\infty}{1+B^2(\tau+L^2)}$

โดยที่ ρ คือ รีแอคติวิตี้ของเครื่องปฏิกรณ์ฯ

k_{eff} คือ เอฟเฟคตีฟ มัลติพลิเคชั่น แฟคเตอร์ ของเครื่องปฏิกรณ์ฯ

k_∞ คือ อินไฟไนท์ มัลติพลิเคชั่นแฟคเตอร์ ของเครื่องปฏิกรณ์ฯ

B^2 คือ บัคคลิ่ง ของเครื่องปฏิกรณ์ฯ หน่วยเป็น ต่อ ซม^2 หรือ (ซม)$^{-2}$

τ คือ เฟอร์มิเอจ (Fermi age) ของนิวตรอน หน่วยเป็น ซม^2

L คือ ระยะการกระจายของนิวตรอน(diffusion length of neutron) หน่วยเป็นเซนติเมตร

เครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูจะเดินเครื่องได้ k_{eff} เท่ากับ 1 หรือมากกว่าหนึ่ง ในกรณี k_{eff} เท่ากับหนึ่ง ค่ารีแอคติวิตี้จะเท่ากับศูนย์ และในกรณีที่ k_{eff} มากกว่าหนึ่ง ค่ารีแอคติวิตี้มากกว่าศูนย์ ในกรณีที่ใช้เชื้อเพลิงเป็นยูเรเนียม และมีเปอร์เซ็นต์ของยูเรเนียม -235 ต่ำ (น้อยกว่า 2%) ตอนที่เริ่มเดินเครื่องแรก ๆ ค่าของรีแอคติวิตี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่าจะมีการเกิดปฏิกริยาฟิชชั่นทั้งในยูเรเนียม -235 และพลูโตเนียม -239 (ซึ่งเกิดจากยูเรเนียม -238 จับนิวตรอนช้าและนิวตรอนในย่านกำธร) และพลูโตเนียมมีภาคตัดขวางต่ออะตอม ในการจับนิวตรอนแล้วเกิดฟิชชั่นมากกว่ายูเรเนียม -235 และจำนวนนิวตรอนที่เกิดจากปฏิกริยาฟิชชั่น ก็มากกว่าที่เกิดจากยูเรเนียม -235 ทำให้มีจำนวนนิวตรอนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว นั่นก็หมายถึงการเพิ่มค่าของรีแอคติวิตี้ แต่พอผ่านไปสักระยะ-

เวลาหนึ่ง ค่ารีแอคติวิตี้จะลดลงตามเวลา ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -235 และพลูโตเนียม -239 ลดลง ทำให้เกิดการฟิชชั่นน้อยลงด้วย และมีฟิชชั่นโปรดัค(fission product) เกิดขึ้นมาด้วย พวกนี้จะจับนิวตรอน ทำให้จำนวนนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ฯน้อยลง ค่ารีแอคติวิตี้จึงลดลง และเมื่อรีแอคติวิตี้ลดลงเป็นศูนย์ ก็หยุดเดินเครื่องปฏิกรณ์ฯได้

2.4 <u>ตัวสะท้อนนิวตรอนหรือรีเฟลคเตอร์</u> (Reflector)

ส่วนของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู ที่ประกอบด้วยเชื้อเพลิงและโมเดอเรเตอร์ เรียกว่าแกนของเครื่องปฏิกรณ์ฯ และปกติแกนจะมีตัวหุ้มอีกที เรียกว่ารีเฟลคเตอร์ การที่ต้องมีรีเฟลคเตอร์หุ้มแกนไว้นั้น เพื่อป้องกันนิวตรอนหนีออกไปจากแกน ทำให้มีจำนวนนิวตรอนเพิ่มขึ้นในแกน หรือฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอนเพิ่ม ซึ่งก็หมายถึงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ฯเพิ่มขึ้นด้วยตามสมการ (2.10)

ฟลักซ์ของนิวตรอนในรีเฟลคเตอร์จะมีค่าลดลง ตามระยะทาง จะมีค่ามากบริเวณใกล้กับผิวแกนและจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อระยะห่างออกมาจากแกน เพื่อความสะดวกเราคิดให้อยู่รูปของสมการ

$$\phi = \phi_o e^{-x/L}$$

เมื่อ ϕ_o และ ϕ คือค่าฟลักซ์ของนิวตรอนในรีเฟลคเตอร์ที่ติดกับผิวแกน และที่ระยะต่าง ๆ ห่างจากแกนตามลำดับ หน่วยเป็น $\frac{\text{นิวตรอน}}{\text{ซม}^2\text{วินาที}}$

L คือระยะต่าง ๆ ในรีเฟลคเตอร์ห่างออกมาจากแกน

คือมีนฟรีพาท (mean free path) ของนิวตรอนในรีเฟลคเตอร์

สารที่ใช้เป็นรีเฟลคเตอร์ได้นั้นต้องมีคุณสมบัติในการสะท้อนนิวตรอนได้ดี เช่น น้ำธรรมดา น้ำหนัก (heavy water) เบอรีลเรี่ยม (beryllium) และกราไฟท์ (graphite) หรือจะใช้สารเฟอร์ไทล์ผสมกับน้ำธรรมดา หรือผสมกับน้ำหนัก ซึ่งในกรณีนี้ยังจะได้สารฟิสไซล์เกิดขึ้นมาอีกด้วย ตัวอย่างเช่น ใช้น้ำธรรมดาผสมกับธอเรียม -232 เป็นรีเฟลคเตอร์ จะมีสารฟิสไซล์เกิดขึ้นคือ ยูเรเนียม -233 เป็นต้น

2.5 กำลัง (power) ของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู

ในแกนของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู มีฟลักซ์ของนิวตรอน และมียูเรเนียม -235 ดังนั้นจะเกิดปฏิกริยาฟิชชั่น โดยอัตราการเกิดฟิชชั่นคือ $N_f \sigma_f \phi$ เมื่อ

N_f คือจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -235 ทั้งหมดภายในแกน หน่วยเป็นอะตอม

σ_f คือภาคตัดขวางต่ออะตอม ในการเกิดปฏิกริยาฟิชชั่น หน่วยเป็น ซม^2/อะตอม

ϕ คือฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอน หน่วยเป็น $\frac{\text{นิวตรอน}}{\text{ซม}^2\text{วินาที}}$

เมื่อสารฟิสไซล์เกิดปฏิกริยาฟิชชั่น 3.1×10^{10} ครั้งต่อวินาที จะให้พลังงานออกมา 1 วัตต์-วินาที หรือ 1 จูล (Joule) ถ้าให้เครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูเดินเครื่อง เราจะได้กำลังของเครื่องในหน่วยวัตต์ จากสมการ

$$P = \frac{N_f \sigma_f \phi}{3.1 \times 10^{10}} \text{ วัตต์} \qquad (2.10)$$

เมื่อ P คือกำลังของเครื่อง มีหน่วยเป็นวัตต์ กำลังของเครื่องขึ้นอยู่กับจำนวนอะตอมของสารฟิสไซล์ และภาคตัดขวางต่ออะตอมในการเกิดปฏิกริยาฟิชชั่น เมื่อเดินเครื่องไปนาน ๆ จำนวนอะตอมของสารฟิสไซล์จะถูกใช้หมดไป ทำให้จำนวนอะตอมลดลง และฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอนจะลดลงด้วยเมื่อเดินเครื่องนาน ๆ ดังนั้นกำลังของเครื่องจะลดลงด้วย ดังนั้นกำลังของเครื่องที่คิดออกมาจะคิดกำลังเมื่อเริ่มต้นเดินเครื่องๆเท่านั้น ค่า N_f และ σ_f ถือว่าคงที่

เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของสารฟิสไซล์กับกำลังของเครื่องได้จากสมการ

$$g = \frac{AN_f}{N_o} \text{ กรัม} \qquad (2.11)$$

เมื่อ g คือน้ำหนักเป็นกรัมของสารฟิสไซล์

A คือน้ำหนักอะตอมของสารฟิสไซล์

N_f คือจำนวนอะตอมของสารฟิสไซล์

N_o คืออโวกราโดนัมเบอร์ มีค่าเท่ากับ 6.02×10^{23} อะตอม ในกรณีของยูเรเนียม -235

$$g = \frac{235\ N_f}{6.02 \times 10^{23}}$$

$$N_f = \frac{6.02 \times 10^{23}}{235}\ g$$

แทนค่า ลงในสมการ (2.10) จะได้

$$P = 8.3 \times 10^{18} g \delta_f \phi \quad \text{วัตต์} \qquad (2.12)$$

ดังนั้น ถ้าเราทราบน้ำหนักของสารฟิสไซล์ในเชื้อเพลิง เราก็สามารถคำนวณหากำลังของเครื่องได้ หรือถ้าเราต้องการที่จะสร้างเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูที่มีกำลังต่าง ๆ เราก็สามารถคำนวณหาว่าจะใช้ยูเรเนียม -235 หนักกี่กรัมได้ตามสมการ (2.12)

2.6 เบอร์นอัพ (Burnup)

ในขณะที่เครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูกำลังเดินเครื่องอยู่ สารฟิสไซล์จะถูกทำลายไป เนื่องจากเกิดปฏิกริยานิชชั่น และจะทำให้รีแอคติวิตี้ของเครื่องปฏิกรณ์ฯลดลงตามระยะเวลา ในกรณีเช่นนี้เราจะเรียกว่าเชื้อเพลิงหมดสภาพไป หรือเบอร์นอัพ (burnup) ค่าเบอร์นอัพสูงสุดของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู จะเป็นตัวบอกให้รู้ว่า จะใช้เชื้อเพลิงไปนานเท่าไหร่ จึงสมควรที่จะเอาเชื้อเพลิงที่ถูกใช้ไปออกมาจากเครื่องเพื่อทำรีโปรเซสซิ่ง(reprocessing) ถ้าค่าเบอร์นอัพสูงสุดมีค่าน้อย แสดงว่าเชื้อเพลิงหมดสภาพเร็ว ก็ต้องเอาเชื้อเพลิงออกมา รีโปรเซสซิ่งบ่อย ๆ และในทางตรงกันข้าม ถ้าค่าเบอร์นอัพสูงสุดมีค่ามาก ก็แสดงว่าเชื้อเพลิงใช้ได้นาน และนาน ๆ ถึงจะเอาเชื้อเพลิงออกมาทำรีโปรเซสซิ่งครั้งหนึ่ง

สำหรับการวัดค่าของเบอร์นอัพนั้น วัดเป็นจำนวนอะตอมหรือน้ำหนักของสารฟิสไซล์ที่ถูกใช้ไปก่อนที่จะเอาเชื้อเพลิงออกมาทำรีโปรเซสซิ่งขนาดของเบอร์น-อัพของเครื่องปฏิกรณ์ฯ บอกได้หลายทาง อาจจะบอกเป็นพลังงานความร้อนที่ได้ออกมาต่อน้ำหนัก 1 ตัน (2,200 ปอนด์ หรือ 1,000 กิโลกรัม) ของยูเรเนียม ใช้หน่วยเป็นเมกาวัตต์-วันต่อหนึ่งตัน(megawatt-day per tonne) หรือถ้าเป็นภาษาอังกฤษจะใช้อักษรย่อเป็น MWD/T ซึ่งหน่วยนี้นิยมใช้กันมากที่สุด แต่มีข้อกำจัดว่าหน่วยนี้จะใช้กับเชื้อเพลิงที่มีพลูโตเนียม และยูเรียมอยู่เท่านั้น

ค่าเฉลี่ยของเบอร์นอัพของเครื่องปฏิกรณ์ฯ แบบใช้นิวตรอนช้า โดยทั่ว ๆ ไปประมาณ 10,000 เมกาวัตต์-วันต่อตัน มีส่วนประกอบหลายอย่างในการที่จะหาค่าของเบอร์นอัพอย่างหนึ่งก็คือการเปลี่ยนแปลงทางรูปร่าง และความเสียหายทางกายภาพของเชื้อเพลิง และที่หุ้มเชื้อเพลิง(cladding) นอกจากนั้นยังมีเชื้อเพลิงที่ใช้หมดไปในปฏิกริยาฟิชชั่น การสะสมพอกพูนของพวกฟิชชั่นโปรดัค และการเกิดขึ้นของพวกไอโซโทปหนัก ๆ และนอกจากนี้ก็ยังมีการจับนิวตรอนของสารอื่น ๆ ที่เจือปนอยู่ภายในแกน และรีเฟลคเตอร์อีกด้วย

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเบอร์นอัพ, กำลัง, เวลาที่ใช้ในการเดินเครื่อง และน้ำหนักของยูเรเนียมที่ใช้ หาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$\text{เบอร์นอัพหน่วยเมกาวัตต์-วันต่อตัน} = \frac{\text{กำลัง(เมกาวัตต์)} \times \text{เวลา(วัน)}}{\text{น.น.ของยูเรเนียม(ตัน)}} \qquad (2.13)$$

2.7 <u>กอนเวอร์ชั่น</u> (Conversion)

เครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูชาหลายแบบ จะมีสารพวกเฟอร์ไทล์ประกอบเป็นเชื้อเพลิงอยู่ด้วย และเมื่อเครื่องปฏิกรณ์ฯทำงาน สารพวกนี้จะจับนิวตรอนช้า แล้วเปลี่ยนตัวเองไปเป็นสารพวกฟิสไซล์

พิจารณาเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู ที่มีเชื้อเพลิงเป็นแร่ยูเรเนียมและมีส่วนของแร่ยูเรเนียม -235 เพียงนิดหน่อย นอกนั้นเป็นยูเรเนียม -238 ยูเรเนียม -238 เมื่อจับนิวตรอนแล้ว จะเปลี่ยนไปเป็นพลูโตเนียม -239 ซึ่งเมื่อจับนิวตรอนช้าแล้ว-

จะเกิดปฏิกริยาฟิชชั่นเป็นบางส่วน และบางส่วนจะกลายไปเป็นพลูโตเนียม -240 ในทำนองเดียวกันถ้าเชื้อเพลิงมีธอเรียม -232 ประกอบเป็นเชื้อเพลิงอยู่ด้วย ธอเรียม -232 จับนิวตรอนช้าแล้ว จะเปลี่ยนไปเป็นยูเรเนียม -233 ยูเรเนียม -233 เมื่อจับนิวตรอนช้าแล้วจะเกิดปฏิกริยาฟิชชั่นเป็นบางส่วน และบางส่วนจะกลายเป็น ยูเรเนียม -234

ถ้าเชื้อเพลิงประกอบด้วยสารเฟอร์ไทล์เป็นส่วนใหญ่แล้ว การเปลี่ยนไปเป็นสารพวกฟิสไซล์จะมีความสำคัญอยู่มาก และค่าที่จะต้องกล่าวถึงคือ อัตราการเปลี่ยนจากสารเฟอร์ไทล์ไปเป็นสารฟิสไซล์ ซึ่งคำนิยามของอัตราการเปลี่ยนคือ จำนวนอะตอมของสารฟิสไซล์ที่เกิดขึ้นใหม่หรือที่ถูกสร้างขึ้นมาใหม่ ซึ่งได้แก่ พลูโตเนียม -239 ยูเรเนียม -233 ต่อจำนวนอะตอมของสารฟิสไซล์ที่ถูกทำลายไป เช่น ยูเรเนียม -235 เป็นต้น ในกรณีที่ ยูเรเนียม -238 เปลี่ยนไปเป็นพลูโตเนียม -239 นั้น จะได้สมการของอัตราการเปลี่ยนดังนี้

$$\text{อัตราการเปลี่ยน} = \frac{N_8\sigma_{c8} + \epsilon P_1(1-\rho)N_5\sigma_{a5}\eta_5}{N_5\sigma_{a5}}$$

$$= \frac{\sigma_{c8}}{r\sigma_{a5}} + \epsilon P_1(1-\rho)\eta_5$$

เมื่อ N_5 และ N_8 คือจำนวนอะตอมทั้งหมดของยูเรเนียม -235 และยูเรเนียม -238 ตามลำดับ

σ_{a5} และ σ_{c8} คือภาคตัดขวางต่ออะตอม ในการดูด (absorb) นิวตรอนของยูเรเนียม -235 และภาคตัดขวางต่ออะตอมในการจับ (capture) นิวตรอนของยูเรเนียม -238 ตามลำดับ

ϵ คือฟาสท์ ฟิชชั่น แฟคเตอร์

P_1 คือโอกาสของนิวตรอนที่ไม่รั่วออกไปนอกแกน

ρ คือรีโซแนนซ์ เอสเคพ พรอบบาบิลิตี้

η_5 คือจำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นจากปฏิกริยาชิชชั่น เมื่อมีการจับนิวตรอนไปหนึ่งตัว

r คืออัตราส่วนระหว่างจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -235 ต่อจำนวนอะตอมของ ยูเรเนียม -238 ที่มีอยู่ในเชื้อเพลิง

$N_8 \sigma_{c8}$ คืออัตราการถูกสร้างขึ้นของพลูโตเนียม -239 เมื่อยูเรเนียม -238 จับนิวตรอนช้า

$\epsilon P_1 (1 - \rho) N_5 \sigma_{a5} \eta_5$ คืออัตราการถูกสร้างขึ้นของพลูโตเนียม -239 เมื่อยูเรเนียม -238 จับนิวตรอนในย่านกำธร

$N_5 \sigma_{a5}$ คืออัตราการถูกทำลายไปของยูเรเนียม -235

004268

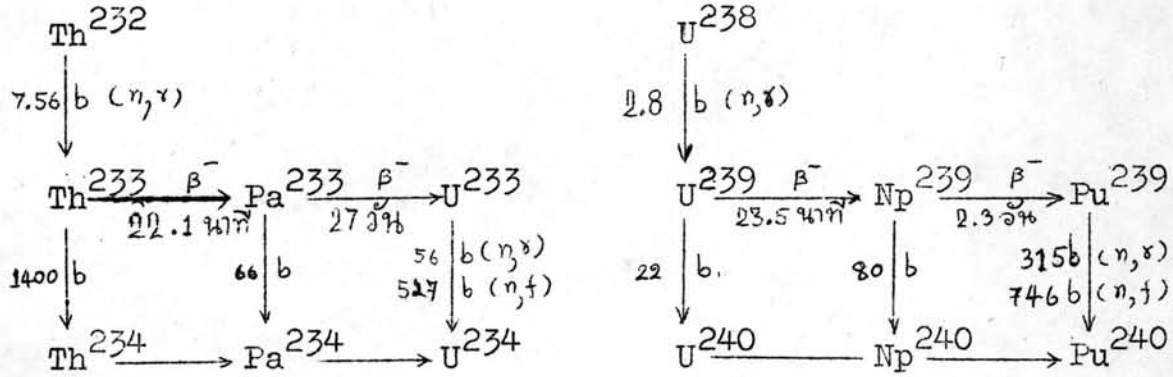
จากสมการ (2.14) เทอมที่ 2 ทางขวาของสมการ จะมีความสำคัญเมื่อระยะเริ่มแรกในการเดินเครื่องปฏิกรณ์ฯเท่านั้น แต่เมื่อเดินเครื่องไปนาน ๆ แล้ว จะมีค่าน้อยมาก ที่เป็นดังนี้ก็เพราะว่า ระหว่างเดินเครื่อง จะมีพลูโตเนียม -239 เกิดขึ้นเรื่อย ๆ และขณะเดียวกันพลูโตเนียมจะหมดไป เนื่องจากเกิดฟิชชั่นและการจับนิวตรอนในย่านกำธร ไม่ได้มีอยู่เฉพาะใน ยูเรเนียม -238 เท่านั้น เพราะมีพวกฟิชชั่นโปรดัค เกิดขึ้นมาปนกับเชื้อเพลิง และพวกนี้จับนิวตรอนในย่านกำธรด้วย ทำให้อัตราการเปลี่ยนลดลงเรื่อย ๆ เมื่อเดินเครื่องไปนาน ๆ

เพื่อความแน่นอน เราจะหาอัตราการเปลี่ยนได้โดย หาจำนวนอะตอมหรือน้ำหนักของพลูโตเนียม -239 หรือยูเรเนียม -233 ที่เกิดขึ้นที่เวลาใด ๆ และจำนวนอะตอมหรือน้ำหนักของ ยูเรเนียม -235 หรือสารฟิสไซล์ใด ๆ ที่สูญหายไปที่เวลาใด ๆ แล้วนำค่าเหล่านี้มาหาอัตราการเปลี่ยนที่เวลานั้น ๆ จะแน่นอนกว่า

2.8 <u>ทฤษฎีเกี่ยวกับการเกิดขึ้นและเหลืออยู่ของ ยูเรเนียม -233 และพลูโตเนียม -239 ภายในแกนของเครื่องปฏิกรณ์</u>

สำหรับธอเรียม -232 และยูเรเนียม -238 เมื่อจับนิวตรอนช้าแล้วจะเปลี่ยนไปเป็น ยูเรเนียม -233 และพลูโตเนียม -239 ตามลำดับ ขั้นตอนในการเปลี่ยนเริ่มแรกจนถึงสุดท้าย เหมือนกันทุกอย่าง ตามขั้นดังนี้

i 17125261



ดังนั้นถ้าสร้างสมการสำหรับหาจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -233 ได้ ก็ใช้สมการเดียวกันนี้คำนวณหาจำนวนอะตอมของ พลูโตเนียม -239 ได้ เพียงแต่เปลี่ยนค่าตัวเลขต่าง ๆ เท่านั้น ดังนั้นจะกำหนดให้

Q_1^o คือจำนวนอะตอมของธอเรียม -232 เมื่อยังไม่ได้เดินเครื่อง

Q_1, Q_2, Q_3 และ Q_4 คือจำนวนอะตอมของ ธอเรียม -232, ธอเรียม -233, ธอเรียม -234 และยูเรเนียม -233 ที่เวลาใด ๆ ตามลำดับ หน่วยเป็นอะตอม

λ_2 คือค่าคงที่ในการสลายตัวของธอเรียม -233 หน่วยเป็นต่อหนึ่งวัน

λ_3 คือค่าคงที่ในการสลายตัวของโปรแทคทิเนียม -233 (protactinium-233) หน่วยเป็นต่อหนึ่งวัน

σ_{a1} คือภาคตัดขวางต่ออะตอมในการดูดนิวตรอนของธอเรียม -232

σ_{a2} คือภาคตัดขวางต่ออะตอมในการดูดนิวตรอนของธอเรียม -233

σ_{a3} คือภาคตัดขวางต่ออะตอมในการดูดนิวตรอนของโปรแทคทิเนียม -233

σ_{a4} คือภาคตัดขวางต่ออะตอมในการดูดนิวตรอนของยูเรเนียม -233

σ_{f4} คือภาคตัดขวางต่ออะตอมในการจับนิวตรอนแล้วเกิดปฏิกริยาฟิชชั่นของยูเรเนียม -233

หน่วยเป็น (เซนติเมตร)^2 ต่ออะตอม

ϕ คือฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอนในแกนของเครื่องปฏิกรณ์ฯ หรือคือฟลักซ์ที่ระยะทางใด ๆ ในรีเฟลคเตอร์ ห่างจากแกน หน่วยเป็น $\frac{\text{นิวตรอน}}{\text{ซม}^2\text{วินาที}}$

t คือเวลาที่ใช้เดินเครื่อง หน่วยเป็นวัน

เมื่อธอเรียม -232 ดูดนิวตรอนแล้วจะเปลี่ยนไปเป็น ธอเรียม -233 ทำให้จำนวนอะตอมของธอเรียม -232 ลดลง ถ้าให้ $\frac{dQ_1}{dt}$ คืออัตราการลดของจำนวนอะตอมของธอเรียม -232 ต่อหนึ่งหน่วยเวลา จะได้ว่า

$$\frac{dQ_1}{dt} = - Q_1 \phi \sigma_{a1} \qquad (2.15)$$

ซึ่ง $Q_1 \phi \sigma_{a1}$ นี้ก็คืออัตราการเกิดของธอเรียม -233 นั่นเอง แต่ธอเรียม -233 นั้นเมื่อเกิดขึ้นแล้วจะมีการสลายตัวไปด้วย โดยธอเรียม -233 มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 22.1 นาที และธอเรียม -233 ที่เกิดขึ้นยังมีการดูดนิวตรอนแล้วกลายไปเป็นธอเรียม -234 ดังนั้นจำนวนอะตอมของธอเรียม -233 ที่มีอยู่จริง ๆ ต่อหนึ่งหน่วยเวลา คืออัตราการเกิดขึ้น ($Q_1 \phi \sigma_{a1}$) ลบด้วยอัตราการสลายตัว ($Q_2 \lambda_2$) และลบด้วยอัตราการหายไปเพราะดูดนิวตรอน ($Q_2 \phi \sigma_{a2}$) ถ้าให้ $\frac{dQ_2}{dt}$ คืออัตราที่มีอยู่จริง ๆ ของธอเรียม -233 ต่อหน่วยเวลา จะได้ว่า

$$\frac{dQ_2}{dt} = Q_1 \phi \sigma_{a1} - Q_2 \lambda_2 - Q_2 \phi \sigma_{a2}$$

แต่เทอม $Q_2 \phi \sigma_{a2}$ มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับอีกสองเทอม ทางขวาของสมการตัดทิ้งได้

$$\frac{dQ_2}{dt} = Q_1 \phi \sigma_{a1} - Q_2 \lambda_2 \qquad (2.16)$$

ธอเรียม -233 สลายตัวกลายไปเป็น Pa -233 เพราะฉะนั้นอัตราการเกิดของ Pa -233 คือ $Q_2 \lambda_2$ แต่ Pa -233 มีการสลายตัวต่อไปอีกด้วยอัตรา $Q_3 \lambda_3$ ครึ่งชีวิตของ Pa -233 คือ 27 วัน และ Pa -233 ยังมีการดูดนิวตรอนแล้วกลายไปเป็นยูเรเนียม -233 อีกด้วยในอัตรา $Q_3 \phi \sigma_{a3}$ ดังนั้น ถ้าให้ $\frac{dQ_3}{dt}$ คืออัตราการเกิดขึ้นหรือมีอยู่จริง ๆ ของ Pa -233 ต่อหนึ่งหน่วยเวลา จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{dQ_3}{dt} = Q_2 \lambda_2 - Q_3 \lambda_3 - Q_3 \phi \sigma_{a3}$$

$Q_3\phi\sigma_{a3}$ มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับอีกสองเทอมที่เหลือ จึงตัดทิ้ง ดังนั้น

$$\frac{dQ_3}{dt} = Q_2\lambda_2 - Q_3\lambda_3 \qquad (2.17)$$

สำหรับอัตราการเกิดของยูเรเนียม -233 นั้นคือ $Q_3\lambda_3$ ยูเรเนียม -233 มีครึ่งชีวิตที่ยาวนานมากหลายล้านปี ดังนั้นเราถือว่ายูเรเนียม -233 อยู่ตัว ดังนั้น ยูเรเนียม -233 ที่เกิดขึ้นจะหมดไปเพราะดูดนิวตรอนแล้วกลายเป็น ยูเรเนียม -234 และเกิดฟิชชั่นเท่านั้น อัตราการจับนิวตรอนต่อหนึ่งหน่วยเวลาของยูเรเนียม -233 แล้วเปลี่ยนเป็นยูเรเนียม -234 คือ $Q_4\phi\sigma_{c4}$ อัตราการจับนิวตรอนต่อหนึ่งหน่วยเวลาแล้วเกิดปฏิกริยาฟิชชั่น คือ $Q_4\phi\sigma_{f4}$ ถ้า $\frac{dQ_4}{dt}$ คืออัตราการเกิดขึ้นจริง ๆ ของยูเรเนียม -233 ต่อหนึ่งหน่วยเวลา จะได้ว่า

$$\frac{dQ_4}{dt} = Q_3\lambda_3 - Q_4\sigma_{c4}\phi - Q_4\sigma_{f4}\phi \qquad (2.18)$$

จากสมการ 2.15, 2.16, 2.17 และ 2.18 จะได้สมการของ Q_1, Q_2, Q_3 และ Q_4 ที่เวลา t ใด ๆ ดังนี้

$$Q_1 = Q_1^o e^{-\phi\sigma_{a1}t} \qquad (2.19)$$

$$Q_2 = Q_1^o\phi\sigma_{a1}\,(e^{-\phi\sigma_{a1}t} - e^{-\lambda_2 t}) \qquad (2.20)$$

$$Q_3 = Be^{-\phi\sigma_{a1}t} - Ce^{-\lambda_2 t} - (B - C)\,e^{-\lambda_3 t} \qquad (2.21)$$

เมื่อ $$B = \frac{\lambda_2 Q_1^o\phi\sigma_{a1}}{(\lambda_3 - \phi\sigma_{a1})(\lambda_2 - \phi\sigma_{a1})}$$

$$C = \frac{\lambda_2 Q_1^o\phi\sigma_{a1}}{(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_2 - \phi\sigma_{a1})}$$

และ $$Q_4 = \frac{B\lambda_3 e^{-\phi\sigma_{a1}t}}{\phi(\sigma - \sigma_{a1})} - \frac{C\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}}{\phi\sigma - \lambda_2} - \frac{(B - C)\lambda_3 e^{-\lambda_3 t}}{\phi\sigma - \lambda_3}$$

$$- \left[\frac{B\lambda_3}{\phi(\sigma - \sigma_{a1})} - \frac{C\lambda_3}{(\phi\sigma - \lambda_2)} - \frac{(B - C)\,\lambda_3}{(\phi\sigma - \lambda_3)}\right] e^{-\phi\sigma t} \qquad (2.22)$$

เมื่อ $\sigma = \sigma_{c4} + \sigma_{f4}$

สมการ (3.8) ใช้หาจำนวนอะตอมที่เวลา t ใด ๆ ของทั้ง ยูเรเนียม -233 และพลูโตเนียม -239

2.9 <u>ทฤษฎีเกี่ยวกับการเกิดฟิชชั่นของยูเรเนียม -233 และพลูโตเนียม -239</u>

เมื่อให้ Q_4 แทนจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -233 หรือพลูโตเนียม -239 ที่เวลา t ใด ๆ

อัตราการเกิดฟิชชั่นต่อหนึ่งหน่วยเวลาของยูเรเนียม -233 หรือพลูโตเนียม -239

$$= Q_4 \sigma_{f4} \phi$$

ดังนั้นจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -233 หรือพลูโตเนียม -239 ที่เกิดฟิชชั่นไปในเวลา t ใด ๆ

$$= \int_0^t Q_4 \sigma_{f4} \phi dt$$

$$= \sigma_{f4} \phi \int_0^t Q_4 dt$$

$$= \phi\sigma_{f4} \int_0^t \left[\frac{B\lambda_3 e^{-\phi\sigma_{a1}t}}{\phi(\sigma - \sigma_{a1})} - \frac{C\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}}{\phi\sigma - \lambda_2} - \frac{(B-C)\lambda_3 e^{-\lambda_3 t}}{\phi\sigma - \lambda_3} \right.$$

$$\left. - \left\{ \frac{B\lambda_3}{\phi(\sigma - \sigma_{a1})} - \frac{C\lambda_3}{\phi\sigma - \lambda_2} - \frac{(B-C)\lambda_3}{\phi\sigma - \lambda_3} \right\} e^{-\phi\sigma t} \right] dt$$

$$= \phi\sigma_{f4} \left[\frac{-B\lambda_3}{\phi^2 \sigma_{a1}(\sigma - \sigma_{a1})} (e^{-\phi\sigma_{a1}t} - 1) + \frac{C\lambda_3}{\lambda_2(\phi\sigma - \lambda_2)} (e^{-\lambda_2 t} - 1) \right.$$

$$\left. + \frac{(B-C)}{\phi\sigma - \lambda_3} (e^{-\lambda_3 t} - 1) + H(e^{-\phi\sigma t} - 1) \right] \qquad (2.23)$$

สำหรับค่าของ H ให้ดูในหัวข้อ 3.9

2.10 <u>ทฤษฎีเกี่ยวกับการหมดไปของยูเรเนียม -235 เพราะดูดนิวตรอน</u>
<u>ทฤษฎีเกี่ยวกับการหมดไปของยูเรเนียม -235 เพราะเกิดฟิชชั่น</u>

กำหนดให้ N_5 คือจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -235 เมื่อเวลาใด ๆ

N_5^o คือจำนวนอะตอมตอนเริ่มต้นของยูเรเนียม -235

σ_{a5} คือภาคตัดขวางต่ออะตอมในการดูดนิวตรอนของยูเรเนียม -235 หน่วยเป็น ตร.ซม./อะตอม

σ_{f5} คือภาคตัดขวางต่ออะตอมของยูเรเนียม -235 ในการจับนิวตรอนแล้วเกิดฟิชชั่น ของยูเรเนียม -235 หน่วยเป็น ตร.ซม./อะตอม

ϕ คือฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอนภายในแกนของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู หน่วยเป็น $\frac{\text{นิวตรอน}}{\text{ตร.ซม.วินาที}}$

อัตราการลดจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -235 ต่อหนึ่งหน่วยเวลาเมื่อดูดนิวตรอน คือ $N_5\sigma_{a5}\phi$

$$\frac{dN_5}{dt} = -N_5\sigma_{a5}\phi$$

$$\frac{dN_5}{N_5} = -\sigma_{a5}\phi dt$$

$$N_5 = N_5^o e^{-\phi\sigma_{a5}t} \qquad (2.24)$$

สมการ (3.10) คือสมการสำหรับหาจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -235 เมื่อเวลา t ใด ๆ ดังนั้นจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -235 ที่หมดไปเมื่อเวลาผ่านไป t ใด ๆ คือ

$$N_5^o - N_5 = N_5^o (1 - e^{-\phi\sigma_{a5}t}) \qquad (2.25)$$

อัตราการเกิดฟิชชั่นของยูเรเนียม -235 $= N_5 \sigma_{f5} \phi$

ดังนั้นจำนวนอะตอมของยูเรเนียม -235 ที่ฟิชชั่นไปเมื่อเวลา t ใด ๆ

$$= \int_0^t N_5 \sigma_{f5} \phi \, dt$$

$$= \int_0^t N_5^o \, e^{-\phi \sigma_{a5} t} \sigma_{f5} \phi \, dt$$

$$= \frac{\sigma_{f5}}{\sigma_{a5}} \left[1 - e^{-\phi \sigma_{a5} t} \right] N_5^o \qquad (2.26)$$