บทที่ 1

บทนำ

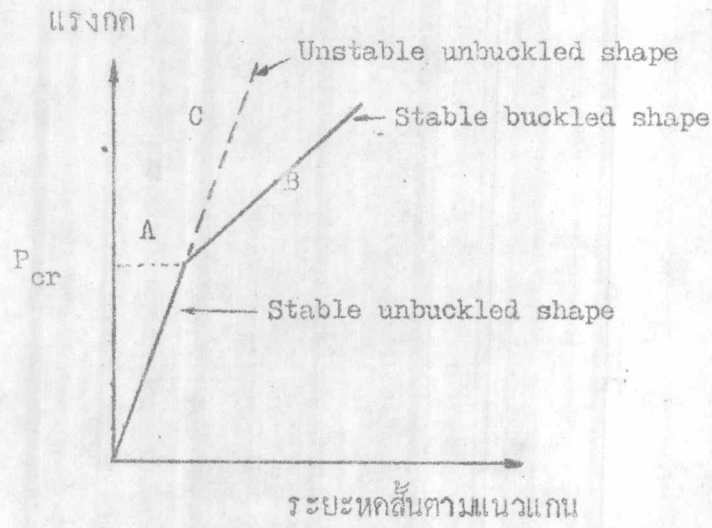
1.1 ชนิดของการโก่งงอ

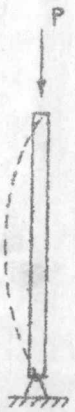
ในปัจจุบันมีการนำแผ่นโลหะบางไปใช้งานในเครื่องมือเครื่องใช้สมัยใหม่มากขึ้นและมักจะเกิดปัญหาชิ้นงานเหล่านั้นใช้งานไม่ได้ รูปร่างบิดเบี้ยวไปจากเดิมซึ่งปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นไม่ใช่เกิดจาก stress มีค่ามากเกินขอบเขตของโลหะที่จะรับได้ หากแต่เนื่องมาจากเสถียรภาพ (elastic stability) ของชิ้นงานไม่เพียงพอ และปรากฏการณ์นี้เรียกว่าชิ้นงานเกิดการโก่งงอ (buckling)

การโก่งงอโดยทั่ว ๆ ไปเกิดขึ้นเนื่องจากโครงสร้างถูกแรงกระทำมากพอจนทำให้ไม่สามารถที่จะอยู่ในภาวะสมดุลย์โดยคงรูปร่างเดิมไว้ได้ ต้องปรับตัวเองให้สมดุลย์ในรูปร่างใหม่ แรงที่ทำให้เกิดการเริ่มเปลี่ยนแปลงรูปร่างนี้พอดีเรียกว่า แรงโก่งงอ (buckling load) หรือแรงวิกฤติ (critical load) แรงโก่งงอนี้ไม่จำเป็นจะต้องเป็นแรงที่มากที่สุดที่โครงสร้างนั้น ๆ จะสามารถรับได้ มีเพียงน้อยกรณีเท่านั้นที่แรงทั้งสองนี้เป็นแรงเดียวกันในทางปฏิบัติ

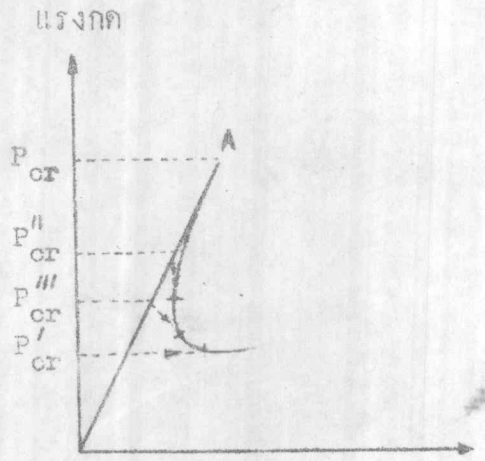
เราสามารถแบ่งชนิดของการโก่งงอเป็น 3 ชนิดด้วยกัน กล่าวคือ.–

a) Classical Buckling ในขณะที่โครงสร้างดังเช่น เสาถูกกระทำด้วยแรงกดไม่มากนักตามแนวแกนที่ปลายทั้งสองข้าง เสานี้จะคงสภาพสมดุลย์ที่มีเสถียรภาพอยู่ได้ในลักษณะที่ไม่มีการโก่งงอ คือ คงสภาพเดิมก่อนที่จะมีแรงมากระทำ เมื่อขนาดของแรงกดถูกเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงค่าหนึ่ง (จุด A ในรูปที่ 1) เราจะได้ equilibrium path 2 ทางแยกออกไป ทางหนึ่งมีเสถียรภาพ แต่จะอยู่ในรูปร่างใหม่ ส่วนอีกทางจะคงรูปร่างเดิมแต่ไม่มีเสถียรภาพ ตามทฤษฎีแล้ว ถ้าโครงสร้างนี้ถูกจัดขึ้นอย่างสมบูรณ์แบบที่สุดทั้งรูปร่างและแรงกระทำ เสานี้จะคงสภาพเดิมแต่หดสั้นลงตามแนวแกนไปเรื่อย ๆ เมื่อแรงเพิ่มขึ้นแต่ความเป็นจริงแล้วโครงสร้างแบบนี้ไม่สามารถทำได้ ดังนั้น เมื่อเพิ่มแรงถึงจุด A (จุดวิกฤต) ถ้าหากมีแรงเพียงน้อยมาก (infinitesimally small load) มารบกวนที่ด้านข้างของเสาแล้วจะทำให้เสานี้ไม่สามารถอยู่ในสภาพตรงอยู่ได้ แต่จะอยู่ในภาวะสมดุลย์ที่มีการโก่งงอ





รูปที่ 1 Classical Buckling



รูปที่ 2 Finite - Disturbance Buckling

(ตามแนว B รูปที่ 1) แต่ว่าสภาพสมดุลย์ใหม่นี้อยู่ใกล้กับสภาพสมดุลย์เดิมมาก (adjacent equilibrium position) แรงกดในขณะนี้ (ที่จุด A) เรียกว่าแรงวิกฤตและการโก่งงอชนิดนี้เรียกว่า Classical Buckling

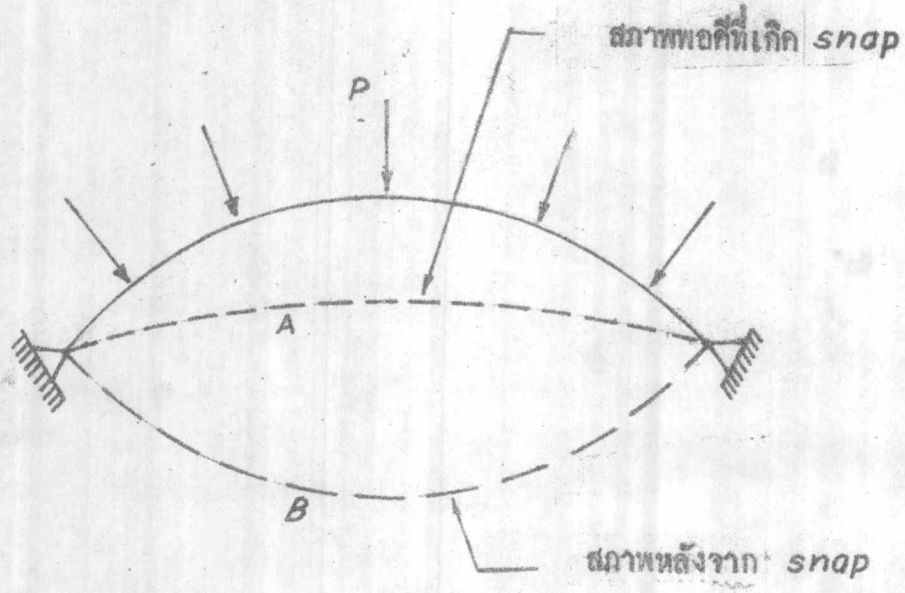
b) Finite - Disturbance Buckling ปรกติแล้วโครงสร้างส่วนมากที่เกิดการโก่งงอมักจะเป็นแบบแรก เช่น โครงสร้างรูปทรงกระบอกแบบผนังบางเมื่อมีแรงกระทำตามแนวแกน ในขณะที่แรงกระทำมีค่าถึงจุดหนึ่ง แต่ยังไม่มากพอที่จะเกิดการโก่งงอแบบชนิดแรก ถ้ามีแรงมากระทบที่มีขนาดมากพอก็จะเกิดการโก่งงอขึ้นทันที การโก่งงอชนิดนี้จึงขึ้นอยู่กับขนาดของแรงที่มากระทบด้วย และเรียกว่าเกิดการโก่งงอแบบ Finite - Disturbance Buckling

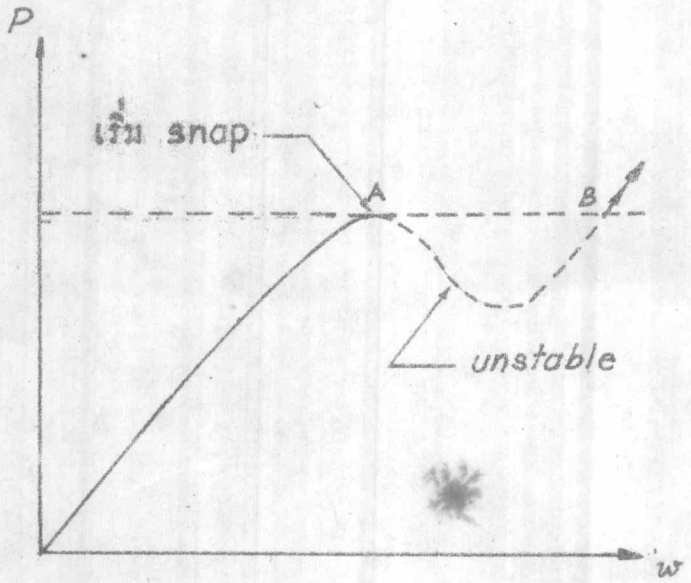
ตามรูปที่ 2 แสดงถึงการโก่งงอแบบ Finite - Disturbance แรงที่น้อยที่สุดอาจจะทำให้เกิดการโก่งงอ คือ P'_{cr} ส่วน P''_{cr} เป็นแรงสูงสุดที่รูปทรงกระบอกนี้อาจจะรับได้โดยไม่เกิดการโก่งงอ ตามทฤษฎี Classical Buckling การโก่งงอควรจะเกิดที่จุด A แต่ในความเป็นจริงแล้ว การโก่งงอจะเกิดอยู่ระหว่าง P'_{cr} และ P''_{cr} ดังเช่นแรง P'''_{cr} เป็นต้น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความสมบูรณ์ในรูปร่างของทรงกระบอก (perfection of cylindrical shape) และแรงกด P ซึ่งอาจจะไม่อยู่ในแนวแกนที่เดียว รูปร่างของโครงสร้างซึ่งรับแรงเช่นนี้จึงเรียกว่ามีคุณสมบัติที่เรียกว่า imperfection sensitivity

อย่างไรก็ดีมันเป็นการยากที่จะบอกว่าจะเกิดการโก่งงอแบบนี้ที่ตำแหน่งใด เพราะข้อมูลในปัจจุบันนี้ยังไม่เพียงพอสำหรับการคำนวณที่จะชี้ชัดลงไปได้

c) Snap - Through Buckling การโก่งงอแบบนี้เกิดขึ้นเมื่อโครงสร้างค่อยๆ ยุบลงเมื่อถูกแรงกระทำที่ค่อย ๆ เพิ่มอย่างต่อเนื่องกัน จนกระทั่งถึงแรงค่าหนึ่ง โครงสร้างนั้นจะเด้ง (snap) ไปอย่างกระทันหัน ไปสู่สภาพสมดุลย์ซึ่งอยู่ห่างจากสภาพเดิมมาก

ตัวอย่างของการโก่งงอแบบนี้ เช่น มี arch อันหนึ่งถูกแรงกระทำต่อเนื่องไปเรื่อยๆ ถึงจุดหนึ่ง (ตำแหน่ง A ในรูปที่ 3) arch จะเด้งลงแล้วโค้งตามตำแหน่ง B





รูปที่ 3 Snap – Through Buckling

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.2 ผลของการวิจัยในอดีต

จากรายงานของ Sauindranath Majumdar [3] กล่าวว่าในปี ค.ศ. 1891 Bryan ได้ศึกษาเสถียรภาพของแผ่นกลมบาง และได้สมมุติว่า แรงวิกฤตที่มีค่าน้อยที่สุดสำหรับแผ่นกลมบางนั้น จะเกิดที่รูปร่างซึ่งมีลักษณะสมมาตรตามแนวรัศมี (radially symmetric buckling mode) ต่อมา Dean ได้ศึกษาการโก่งงอของแผ่นวงแหวนโดยมีแรงเฉือน (Shearing forecs) กระจายอย่างสม่ำเสมอตามขอบทั้งสอง ต่อจากนั้นก็มีการวิจัยการโก่งงอของแผ่นวงแหวนซึ่งถูกกระทำด้วย bending moment อันเนื่องมาจาก initial stress งานวิจัยบางชิ้นคำนวณผลโดยแปรผันความหนาของชิ้นงานด้วย สำหรับแผ่นวงแหวนที่มีแรงกด กระทำเท่า ๆ กัน กระจายตามขอบนอกและขอบในนั้นศึกษาโดย Olsson, Schubert, Yamaki และ Vijayakumar ร่วมกับ C.V. Joga Rao โดย Olsson และ Schubert พิจารณาแต่กรณีของการโก่งงอแบบมีสมมาตรเท่านั้น แต่ Yamaki [12] ได้แสดงให้เห็นว่าในบางกรณีแรงวิกฤตไม่ได้เกิดที่รูปร่างสมมาตรเสมอไป สำหรับ Vijayakumar ร่วม C.V Joga Rao [11] ได้ศึกษากรณีที่แผ่นวงแหวนเป็น orthotropic material และเกิดการโก่งงอแบบมีสมมาตร โดยมีแรงกดกระจายอยู่ขอบนอกและขอบในเท่า ๆ กัน และพร้อมกันเขาได้พิจารณากรณีที่มีแรงกดกระจายอยู่ขอบนอกเท่านั้นด้วย ทั้งสองกรณีเขาได้คำนวณแรงวิกฤตที่อัตราส่วนของรัศมีขอบในต่อขอบนอกเท่ากับ 0.5 ในปี ค.ศ. 1974 G.K. Ramaiah และ Vijayakumar [4] ร่วมกันได้แสดงผลในกรณีของแผ่นวงแหวนที่เป็น orthotropic material และมีแรงกดสม่ำเสมอกระจายตามขอบในเท่านั้น จากรายงานของ Majumdar ได้กล่าวต่อไปว่า ในกรณีที่ขอบนอกถูกยึดแน่น (fixed) และขอบในเป็นอิสระ (freely supported) มีแรงกดรอบ ๆ ขอบนอกได้ศึกษาเป็นครั้งแรกโดย Meissner ได้สมมุติการโก่งงอเป็นแบบรูปร่างสมมาตรสำหรับ Majumdar [3] ได้พิจารณาเช่นเดียวกับกรณีของ Meissner แต่มิได้จำกัดว่าแรงวิกฤตจะทำให้เกิดการโก่งงอแบบมีสมมาตรเท่านั้น จากทฤษฎีและการทดลองกับแผ่นอลูมิเนียมที่ขอบนอกถูกยึดแน่น และขอบในเป็นอิสระ เขาได้พบว่าแรงวิกฤตจะทำให้เกิดการโก่งงอแบบไม่มีสมมาตรเสียเป็นส่วนใหญ่ ฉะนั้น การสมมุติให้เกิดการโก่งงอแบบมีสมมาตรของผู้วิจัยอื่น ๆ จึงไม่แน่ว่าจะให้ค่าแรงวิกฤตที่แท้จริง นั่นคือ แรงที่คำนวณได้จากการสมมุติแบบมีสมมาตรอาจจะให้ค่ามากกว่าแรงวิกฤตที่จะเริ่มทำให้เกิดการโก่งงอ

i 1739305x

ครั้งแรกขึ้น

1.3 ปัญหาสำหรับการวิจัยนี้

ตามที่ได้กล่าวมาแล้วจะเห็นว่า ผู้วิจัยส่วนมากได้สมมุติว่าแรงวิกฤตจะทำให้เกิดการโก่งงอแบบมีสมมาตร นอกจาก Yamaki ที่แสดงว่าแรงวิกฤตไม่ได้เกิดที่การโก่งงอแบบมีสมมาตรเสมอไป(สำหรับแผ่นวงแหวนที่มีแรงกดกระทำทั้งขอบนอกและขอบใน)และ Majumdar ได้คำนวณการโก่งงอโดยละทิ้งข้อสมมุติแบบมีสมมาตร และได้ทำกราฟสำหรับการออกแบบแผ่นวงแหวนบางไว้ แต่เขาก็ได้ทำการศึกษาแต่เพียงกรณีเดียวเท่านั้น ทั้งนี้เนื่องจากความยากลำบากในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้จึงมีความจำเป็นที่จะต้องทำการวิจัยในกรณีอื่น ๆ อีกเพื่อให้ได้มาซึ่งกราฟสำหรับใช้ในการออกแบบชิ้นส่วน หรือโครงสร้างซึ่งมีลักษณะเป็นแผ่นวงแหวนบาง สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้จะทำการวิเคราะห์หาแรงวิกฤตของแผ่นวงแหวนซึ่งถูกกระทำโดยแรงที่กระจายออกไปอย่างสม่ำเสมอตามขอบนอก โดยให้การรองรับที่ขอบทั้งสองมีลักษณะดังต่อไปนี้คือ

กรณีที่ (1) ขอบใน และขอบนอกของแผ่นวงแหวนต่างถูกยึดแน่น (fixed edges)

(2) ขอบใน ถูกรองรับแบบธรรมดา (simply supported edge) และขอบนอกถูกยึดแน่น (fixed edge)

ในการแก้ปัญหานี้ได้ใช้วิธีของ Galerkin (ดูภาคผนวก ก) ซึ่งเป็นวิธีการแก้ปัญหาจากสมการที่ควบคุมกลไกของการโก่งงอ (Governing Differential Equation) โดยตรง โดยการสมมุติ function ซึ่งสอดคล้องกับข้อกำหนดของขอบทั้งสองของวงแหวนนี้และจัดทำกราฟสำหรับใช้ในการออกแบบวงแหวนสำหรับทั้งสองกรณี โดยที่แผ่นวงแหวนมีรูขนาดต่าง ๆ กัน