หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

การวิเคราะห์คานและแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมไม้ไผ่

2.1 ทฤษฎีอีลัสติกของคานและแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมไม้ไผ่

การวิเคราะห์คานและแผ่นพื้น (คานรูป ไอ (I)) นั้นจะใช้หลักการเช่นเดียวกับคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ต่างกันก็เพียงแต่หน่วยแรงที่ยอมให้ในแต่ละกรณีเท่านั้น โดยมีสมมติฐานเบื้องต้นดังนี้

1. พื้นที่หน้าตัดซึ่งเป็นระนาบก่อนรับแรงดัด ยังคงเป็นระนาบอยู่หลังจากรับแรงดัดแล้ว

2. ขณะที่บรรทุกน้ำหนักใช้งาน ถือว่าวัสดุ (คอนกรีตและไม้ไผ่) ที่ใช้อยู่ในช่วงพิกัดยืดหยุ่น

3. สำหรับการรับแรงดึง ในช่วงก่อนแตกร้าวคอนกรีตและไม้ไผ่ร่วมกันรับแรงดึงหลังแตกร้าวไม้ไผ่รับแรงดึงทั้งหมด ส่วนคอนกรีตรับแรงอัดทั้งหมด

4. กรณีของแผ่นพื้น การยึดเหนี่ยวตัวระหว่างคอนกรีตทับหน้ากับตงรูป ที (T) หงาย และทับหน้ากับแผ่นคอนกรีตเสริมไม้ไผ่
ส่วนบูรณ์ในช่วงใช้งาน

2.1.1 การแตกร้าวเริ่มแรกของตงและแผ่นพื้น

พิจารณาตงและแผ่นพื้นที่มีรูปตัด ดังแสดงในรูปที่ 2.1

การหาแรงดัดที่ทำให้เกิดการแตกร้าวเริ่มแรก จากมาตรฐาน ACI 318-71 กำหนดการคำนวณหาแรงดัดแตกร้าว (M_{cr}) ดังนี้ คือ

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \qquad (2.1\text{-}1)$$

โดยที่ f_r = โมดูลัสแตกร้าว

$$= 1.99 \sqrt{f'_c} \quad \text{(ACI 318-71)} \qquad (2.1\text{-}2)$$

I_g = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดทั้งหมด

y_t = ระยะจากแนวแกนสะเทินของหน้าตัดทั้งหมดถึงขอบนอกสุดในการรับแรงดึง

f'_c = กำลังอัดประลัยของคอนกรีต เมื่ออายุ 28 วัน หน่วยเป็น กก./ซม.^{2}

2.1.2 ตงรูป ที (T) หงาย หลังเกิดการแตกร้าวเริ่มแรก

พิจารณาตงที่มีรูปตัด ดังแสดงในรูป 2.2

การวิเคราะห์ตงเหมือนกับคานรูปตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างเท่ากับ b' และมีความลึกประสิทธิผลเท่ากับ d และมีไม้ไผ่เสริมพื้นที่ A_b รับแรงดึงเพียงอย่างเดียว

$$\epsilon_c = \frac{f_c}{E_c}$$

และ $$\epsilon_b = \frac{f_b}{E_b}$$

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_b} = \frac{f_c/E_c}{f_b/E_b} = \frac{f_c}{f_b} \cdot \frac{E_b}{E_c} = n_b \cdot \frac{f_c}{f_b}$$

จากรูปที่ 2.2 (ข) และ (ค)

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_b} = \frac{kd}{d-kd} = \frac{k}{1-k}$$

$$\therefore \quad \frac{k}{1-k} = n_b \cdot \frac{f_c}{f_b}$$

$$\frac{f_b}{f_c} = \frac{n_b(1-k)}{k}$$

จากรูปที่ 2.2 (ก) และ (ข)

การสมดุลย์ของแรงในแนวราบ

$$C = T$$

$$\frac{1}{2} f_c.b.k.d = A_b.f_b = \rho_b.b.d.f_b$$

$$\frac{f_b}{f_c} = \frac{k}{2\rho_b}$$

$$\therefore \frac{k}{2\rho_b} = \frac{n_b(1-k)}{k}$$

$$k^2+2n_b\rho_b k = 2n_b\rho_b$$

$$k^2+2n_b\rho_b k+(n_b\rho_b)^2 = 2n_b\rho_b + (n_b\rho_b)^2$$

$$(k+n_b\rho_b)^2 = 2n_b\rho_b + (n_b\rho_b)^2$$

$$k = \sqrt{2n_b\rho_b + (n_b\rho_b)^2} - n_b\rho_b \qquad (2.1\text{-}3)$$

จากรูปที่ 2.2 (ข)

$$d = jd + \frac{1}{3}kd$$

$$\therefore j = 1-\frac{k}{3} \qquad (2.1\text{-}4)$$

$$M_c = \frac{1}{2} f_c.k.j.b'd^2 \qquad (2.1\text{-}5)$$

$$M_b = A_b.f_b.jd$$

หรือ $$M_b = f_b.\rho_b.j.b'd^2 \qquad (2.1\text{-}6)$$

2.1.3 แผ่นพื้นหลังเกิดการแตกร้าวเริ่มแรก

สำหรับกรณีคานรูป ที (T) หรือคานรูป ไอ (I) นั้น เกลนน์[10] (Glenn)

แนะนำว่าให้วิเคราะห์เหมือนคานรูปตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างเท่ากับปีกคานซึ่งในการวิจัยนี้พบว่าแผ่นพื้นทุกตัวเมื่อเกิดการแตกร้าวแล้วมีแนวแกนล่างเกินอยู่ภายในปีกคาน ดังนั้นการวิเคราะห์จึงสามารถใช้ทฤษฎีในหัวข้อ 2.1.2 โดยเพียงแต่เปลี่ยนค่าความกว้างของคานจาก b' ไปเป็น b เท่านั้น

2.1.4 หน่วยแรงเฉือน

หน่วยแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมไม้ไผ่ จะประมาณได้โดยใช้ทฤษฎีของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

ค่าหน่วยแรงเฉือน (v) หาจากสูตร

$$v = \frac{V}{b'd} \qquad (2.1\text{-}7)$$

โดยที่ V เป็นค่าแรงเฉือนที่หน้าตัดที่กำลังพิจารณา b' และ d เป็นความกว้างและความลึกประสิทธิผลของคานตามลำดับ

ส่วนค่าที่ยอมให้ใช้ตามมาตรฐาน ACI 318-71 กรณีคานคอนกรีตซึ่งไม่มีเหล็กเสริมรับแรงเฉือนให้มีส่วนต้านทานหน่วยแรงเฉือนด้วย โดยพิจารณาเฉพาะส่วนที่ต้านโดยคอนกรีตล้วนที่ตำแหน่งห่างจากขอบฐานรองรับเป็นระยะ d ดังนี้

$$v_c = 0.29\sqrt{f'_c} \qquad (2.1\text{-}8)$$

006636

2.1.5 หน่วยแรงยึดเหนี่ยว

หน่วยแรงยึดเหนี่ยวของคานคอนกรีตเสริมไม้ไผ่ จะประมาณได้เหมือนค่าคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไป ตามมาตรฐาน ว.ส.ท. 1001-16

ค่าหน่วยแรงยึดเหนี่ยว (u) หาได้จากสูตร

$$u = \frac{V}{(\Sigma O)jd} \qquad (2.1\text{-}9)$$

โดยที่ u = หน่วยแรงยึดเหนี่ยว

ΣO = ผลบวกของเส้นรอบวงของไม้ไผ่ที่เสริมตามยาว

jd = ระยะแขนโมเมนต์

i 18318630

ส่วนค่าที่ยอมให้นั้น คอกส์และเกย์เมเยอร์[9] (Cox and Geymayer) แนะนำว่าควรใช้ค่าที่ได้จากการทดลองหาค่าแรงยึดเหนี่ยวระหว่างไม้ผ่กับคอนกรีตจาก Pull-Out Test หารด้วยค่าตัวคูณส่วนปลอดภัย (Factor of Safety)

2.1.6 ระยะโก่ง

การคำนวณหาระยะโก่ง ($\triangle$) ที่เกิดขึ้นทันทีทันใด เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกใช้งานจะใช้สูตรของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\triangle = \frac{F\ (\text{น้ำหนักบรรทุก, ช่วงความยาวคาน})}{E_c I} \qquad (2.1\text{-}10)$$

โดยที่ $E_c I$ เป็นค่าความแกร่งต่อการดัด และ F (น้ำหนักบรรทุก, ช่วงความยาวคาน) เป็นฟังค์ชั่นของน้ำหนักบรรทุกและช่วงความยาวคาน เช่นคานช่วงเดียวยาว L รับน้ำหนักบรรทุกแผ่สม่ำเสมอ (w) ต่อหน่วยความยาว จะได้ระยะโก่ง

$$\triangle = \frac{5}{384}\ \frac{wL^4}{E_c I}$$

ในการวิจัยนี้เป็นคานช่วงเดียวยาว L มีน้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดแบ่งสาม จะได้ระยะโก่งดังนี้

$$\triangle = \frac{23}{1296}\ \frac{PL^3}{E_c I_c}$$

โดยที่ P เป็นน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด E_c เป็นโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต I_c เป็นโมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผล

จากมาตรฐาน ACI 318-71 กำหนดไว้ว่า ในการคำนวณหาระยะโก่งให้ใช้โมเมนต์อินเนอร์เชียประสิทธิผลดังนี้ คือ

$$Ic = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 Ig + \left\{1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right\} I_{cr}$$

โดยที่ M_{cr} = โมเมนต์แตกร้าว ดังแสดงไว้ในสมการ (2.1-1)

M_a = แรงดัดสูงสุดในคานตอนที่คำนวณหาระยะโก่ง

I_g = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดทั้งหมด

I_{cr} = โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดแปลงร้าว

แต่ค่า I_c จะต้องไม่มากกว่า I_g ถ้า M_a มีค่าน้อยกว่า M_{cr} ให้ใช้ I_g แทนลงในสมการ (2.2-10) ได้เลย

มาตรฐาน ACI 318-71 กำหนดให้

แผ่นพื้นที่ไม่ได้รองรับหรือติดอยู่บนชิ้นส่วนที่ไม่ช่วยรับแรงและการเสียหายจากการโก่งตัวมาก มีระยะโก่งทันทีทันใดเนื่องจากน้ำหนักจรไม่เกิน L/360 โดยที่ L คือความยาวประสิทธิผลของแผ่นพื้นนั้น

สำหรับโครงสร้างหลังคาหรือแผ่นพื้นที่รองรับหรือติดอยู่บนชิ้นส่วนที่ไม่ช่วยรับแรงและไม่เสียหายจากการโก่งมาก ต้องมีระยะโก่งตัวทั้งหมดที่เกิดขึ้นหลังจากที่ติดตั้งชิ้นส่วนที่ไม่ช่วยรับแรงนั้น ๆ รวมกับระยะโก่งที่เพิ่มขึ้นตามกาลเวลาเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกค้างไว้และระยะโก่งที่เกิดขึ้นทันทีทันใดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจรไม่เกิน L/240 โดยที่ L คือความยาวประสิทธิผลของโครงสร้างนั้น

2.2 <u>ทฤษฎีกำลังประลัยของคานและแผ่นพื้น-คานคอนกรีตเสริมไม้ไผ่</u>

สมมติฐาน

1. ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงดึงกับความเครียดของไม้ไผ่เป็นเส้นตรงจนถึงจุดวิบัติ
2. คอนกรีตรับแรงอัดได้อย่างเดียวไม่สามารถรับแรงดึงได้
3. แรงกระทำกับคานและแผ่นพื้นในแนวดิ่ง ในลักษณะที่ทำให้เกิดโมเมนต์รอบแกนเดียว
4. การกระจายของความเครียดในคอนกรีตเป็นเส้นตรง
5. ในกรณีที่วิบัติด้วยแรงดึงนั้น ณ จุดประลัยไม้ไผ่ถึงจุดประลัยและมีการยืดมากพอที่ทำให้คอนกรีตด้านรับแรงอัดถูกอัดจนใกล้จุดวิบัติ

6. ในกรณีที่วิบัติด้วยแรงอัดนั้น ณ จุดประลัยคอนกรีตวิบัติแต่ไม้ไผ่ไม่ถึงจุดคืงประลัย ความเครียดในคอนกรีตเมื่อยณะวิบัติสมมติให้เท่ากับ ϵ_u เนื่องจากขาดผลการวิจัยในการกำหนดค่า ϵ_u จะสมมติให้มีค่า 0.003

7. ทั้งกรณีการวิบัติด้วยแรงอัดและแรงดึง สมมุติว่าสามารถใช้บล็อคหน่วยแรงเทียบเท่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนการกระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตขณะวิบัติ โดยที่ความเข้มของหน่วยแรงเท่ากับ $0.85\ f'_c$

8. การยึดเหนี่ยวตัวระหว่างคอนกรีตกับไม้ไผ่สมบูรณ์ไม่เกิดการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ จนถึงจุดประลัย

9. โครงสร้างไม่วิบัติโดยสาเหตุอื่น นอกจากการดัด

พิจารณาตงที่มีหน้าตัดและเสริมไม้ไผ่รับแรงดึงพื้นที่ A_b ดังแสดงในรูปที่ 2.3 (ก) รูปที่ 2.3 (ข) แสดงการกระจายของหน่วยความเครียดที่ยอบบนคอนกรีตให้ความเครียดมีค่าเท่ากับ ϵ_c และความเครียดในไม้ไผ่มีค่าเท่ากับ ϵ_b ณ จุดประลัย รูปที่ 2.3 (ค) แสดงการกระจายของหน่วยแรง ณ จุดประลัย โดยที่ความเข้มของหน่วยแรงอัดเทียบเท่าในคอนกรีตมีค่าเท่ากับ $0.85\ f'_c$ และหน่วยแรงกระจายสม่ำเสมอบนเนื้อที่ ab' โดยสมมุติ $a = k_1 c$ โดยที่ k_1 เป็นตัวคงที่ เนื่องจากขาดผลการวิจัยในการกำหนดค่า k_1 สำหรับโครงสร้างเสริมไม้ไผ่ จึงจะใช้ค่า $k_1 = 0.85$ ในการวิจัยนี้

ในการวิเคราะห์ใช้วิธี Trial and Error ดังนี้ คือ

1. สมมติค่าของ $f_{bo} = k' f_{bu}$ โดยที่ k' เป็นตัวคูณน้อยกว่าหนึ่ง แล้วหาค่า ϵ_{bo} จาก $\epsilon_{bo} = f_{bo}/E_b$

2. จากการสมดุลย์ของแรงในแนวราบ $A_b f_b = 0.85\ f'_c ab'$ จะสามารถหาค่าของ a ได้

3. หาค่า c จากความสัมพันธ์ของ $a = k_1 c$

4. หาค่า ϵ_{bl} จากรูปการกระจายของหน่วยความเครียดระหว่างไม้ไผ่กับคอนกรีต ในรูปที่ 2.3 (ข) โดยสมมติ $\epsilon_c = \epsilon_u$

5. เปรียบเทียบระหว่าง ϵ_{b1} ที่ได้กับค่า ϵ_{bo} หาก $\epsilon_{b1} > \epsilon_{bu} > \epsilon_{bo}$ มาก ใช้ $f_{b2} = f_{bu}$ แล้วทำตามขั้นตอน 1-5 ใหม่ หาก $\epsilon_u < \epsilon_{bo} < \epsilon_{bu}$ ให้สมมติค่า $\epsilon_{b2} \approx (\epsilon_{bo} + \epsilon_{b1})/2$ และ $f_{b2} = E_b \epsilon_{b2}$ แล้วทำซ้ำขั้นตอน 2-5 ใหม่ จนกระทั่ง ϵ_b ค่าใหม่กับค่าเก่าใกล้เคียงกันมาก ในกรณีใช้ค่า $f_b = f_{bu}$ หาก ϵ_b ยังได้มากกว่าหรือเท่ากับ ϵ_{bu} ก็แสดงว่าไม้ไผ่ถึงกำลังดึงประลัย

6. หาค่า M'_u จากสูตร

$$M'_u = A_b f_{bi} \left(d - \frac{a}{2}\right) \qquad (2.2\text{-}1)$$

โดยที่ f_{bi} เป็นค่าสุดท้ายของ f_b ที่ได้จากข้อ 5