บทที่ 2

วิธีวิเคราะห์

สมมุติฐาน

การวิเคราะห์ในวิทยานิพนธ์นี้ อาศัยข้อสมมุติฐานต่อไปนี้.-

1. ระยะโก่งขององค์อาคาร ตลอดจนระยะเอนของโครงสร้างมีค่าน้อย
2. องค์อาคารทุกชิ้น เป็นวัสดุที่เป็นเนื้อเดียวกันและมีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดเป็นไปตามกฎของฮูก
3. ระบบพื้นมีความเกร็ง (rigidity) ในระนาบของมันเองสูงมาก
4. ในกรณีที่พื้น เป็นระบบพื้นและคาน (slabs and beams) ความสามารถในการรับแรงดัดของพื้นน้อยมาก ตัดทิ้งได้ แต่ในกรณีที่เป็นระบบพื้นไร้คาน ก็ให้พิจารณาถึงความกว้างประสิทธิผลของแผ่นพื้นที่ทำหน้าที่เป็นคาน[13]
5. ผังของโครงอาคารมีลักษณะสมมาตร
6. คุณสมบัติเชิงกลและเชิงเรขาคณิตของโครงอาคารทุกชั้นเหมือนกันตลอดความสูง
7. ตำแหน่งของจุดดัดกลับในโครงข้อแข็ง อยู่ที่จุดกึ่งกลางความสูงของชั้น และจุดกึ่งกลางช่วงคาน

---

[13] Aslam Qadeer, and Bryan Stafford Smith, "The Bending Stiffness of Slabs Connecting Shear Walls," Journal of the American Concrete Institute 66 (June 1969): pp. 464-473

8. ผลของความเครียดเชิงแกนและความเครียดเชิงเฉือนในคาน และเสามีค่าน้อยมาก

9. ผลของความเครียดเชิงเฉือนในผนังรับแรงเฉือนทั้งเดี่ยวและคู่มีค่าน้อยมากตัดทิ้งได้

10. ความสามารถในการรับแรงบิด ของคานมีค่าน้อยไม่นำมาพิจารณา

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับระยะเอนของโครงข้อแข็ง

เมื่อมีแรงด้านข้างมากระทำต่อโครงข้อแข็ง จะเกิดลักษณะการเอน เช่น ปรากฏในรูปที่ 1 ก. อาศัยข้อสมมุติฐานที่ 7 โดยถือเอาจุดตัดกลับเป็นหลัก สามารถที่จะเขียนลักษณะการเอนของหน่วยโครงข้อแข็งได้ดังรูปที่ 1ข. และจากรูปที่ 1 ข. ก็สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือน Q_i ในเสา i กับระยะเอน $\triangle$ ได้ดังนี้คือ

$$Q_i = K_i \frac{\triangle}{h}$$

ซึ่ง

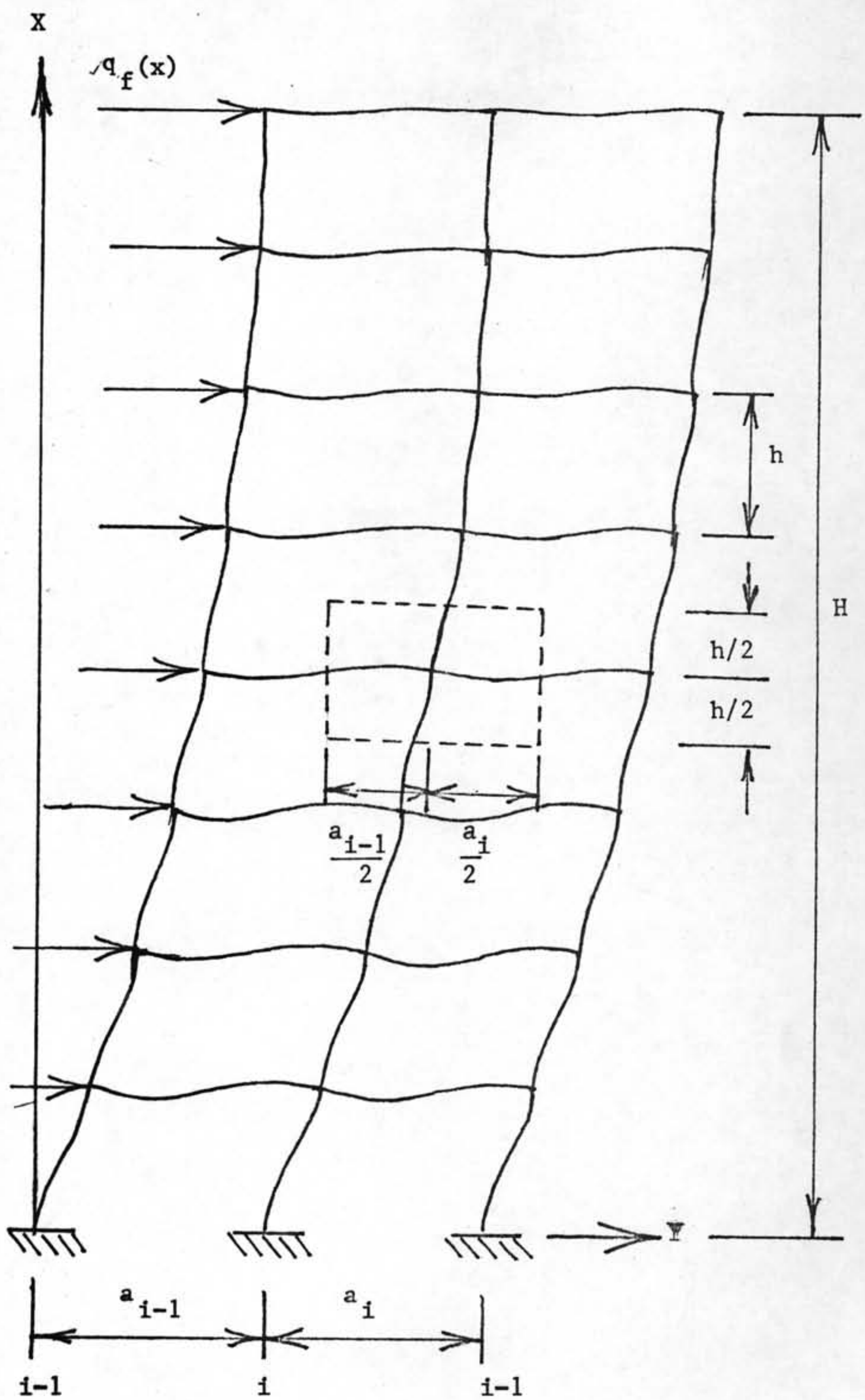
$$K_i = \frac{12EI_{ci}}{h^2\left(1+\dfrac{2I_{ci}/h}{\dfrac{I_{bi}}{a_i}+\dfrac{I_{bi-1}}{a_{i-1}}}\right)} \qquad \ldots 1\ ก.$$

หากใช้ช่วงว่างของคาน และความสูงที่แท้จริงของเสาระหว่างที่รองรับ จะได้ความสัมพันธ์ของ K_i เป็น

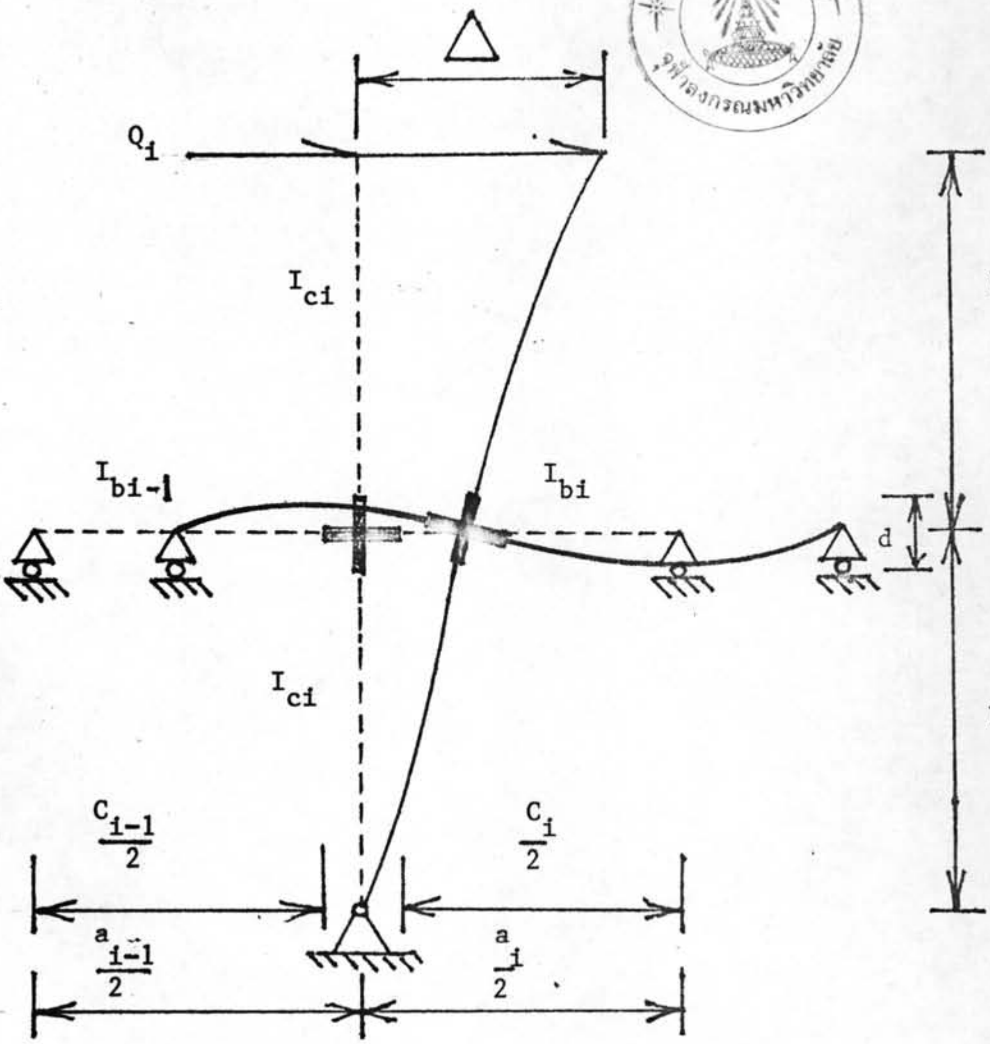
$$K_i^{14} = \frac{12EI_{ci}}{h^2(1-d/h)^3} \cdot \frac{1}{1+\dfrac{2\left(\dfrac{c_i}{a_i}\right)^3 \dfrac{I_{ci}}{h}}{\left(\dfrac{I_{bi}}{a_i}+\left(\dfrac{c_i}{a_i}\right)^3\left(\dfrac{a_{i-1}}{c_{i-1}}\right)^3 \dfrac{I_{bi-1}}{a_{i-1}}\right)}} \qquad \ldots 1\ ข.$$

---

[14] Paul C.K. Chan, Arthur C.Heidebrecht, and Kai W. Tso, "Approximate Analysis of Multistory Multibay Frames," Journal of the Structural Devision, Proceedings of American Society of Civil Engineering 101 (May 1975) : pp. 1023.



รูปที่ 1 ก. ลักษณะการเอนของโครงข้อแข็งเมื่อมีแรงกระทำด้วนข้าง



รูปที่ 1 ข. ลักษณะการเอนของหน่วยโครงข้อแข็ง

เมื่อ K_i = สติฟเนสเฉือนของเสา i ใด ๆ

E = โมดูลัสยืดหยุ่น

I_{ci} = โมเมนต์อินเนอเชียของเสา i

I_{bi} = โมเมนต์อินเนอเชียของคาน i

a_i = ระยะจากช่วงเสาถึงช่วงเสา

c_i = ช่วงว่างของคาน i

h = ความสูงของช่วงชั้น

d = ความลึกของคาน

แต่ที่ความสูง x ใด ๆ แรงเฉือน Q_f ในเสาทั้งหมด เท่ากับผลรวมของแรงเฉือนในแต่ละเสา ดังนั้น

$$Q_f = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} K_i \frac{\Delta}{h}$$

โดยอาศัยหลักการของคอนตินัม ก็สามารถแทน Δ/h ได้ด้วย dy/dx แล้วเขียนสมการข้างบนได้ใหม่ เป็น

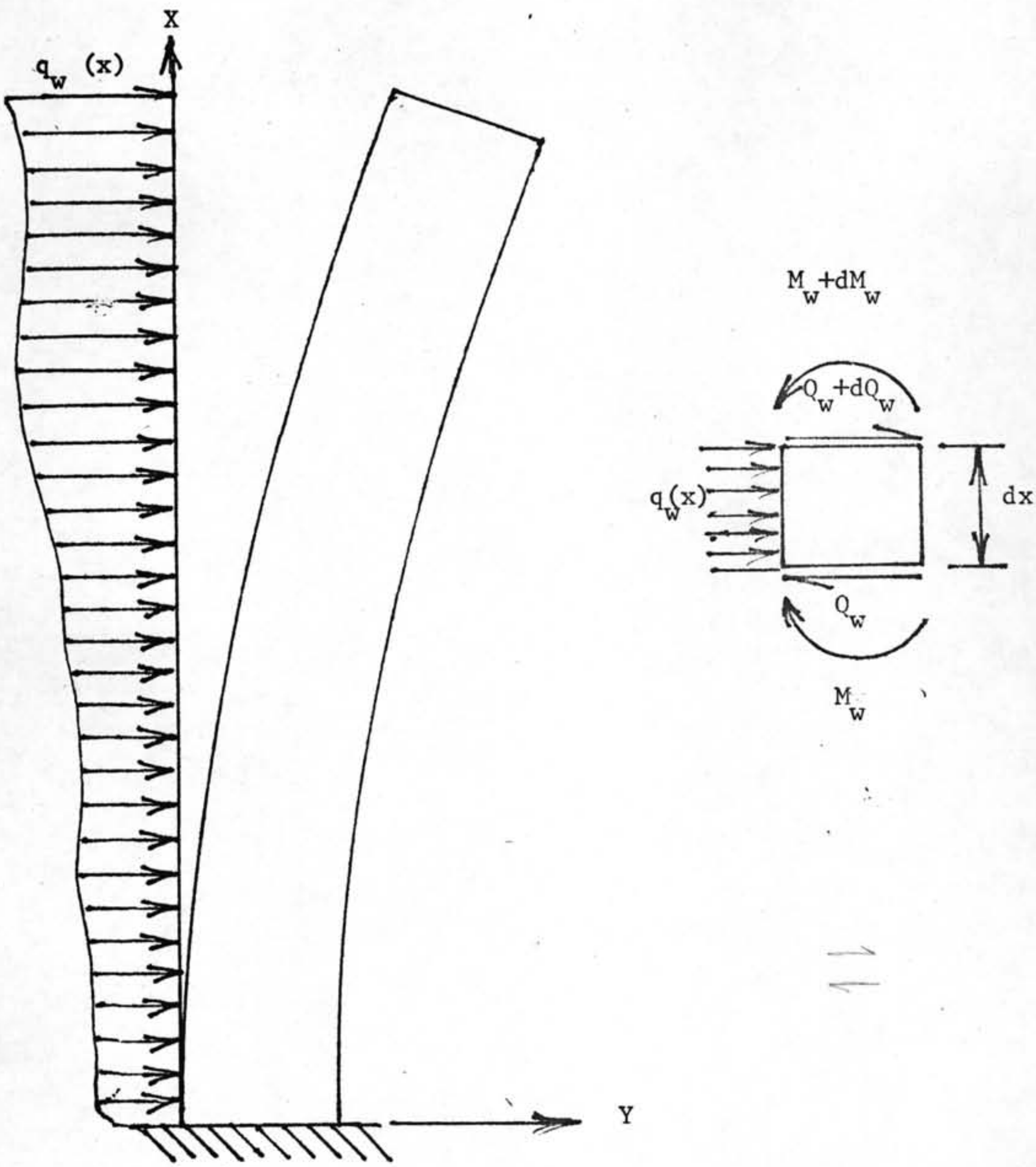
$$Q_f(x) = K_f \frac{dy(x)}{dx} \qquad \ldots \quad 2$$

เมื่อ $$K_f = \sum_{i=1}^{n} K_i$$

และ n เป็นจำนวนของเสาทั้งหมดในแนว

เนื่องจาก $q_f(x)$ เป็นแรงด้านข้างที่กระจายไปตามความสูงของโครงข้อแข็ง $q_f(x)$ จะเท่ากับ $\frac{-dQ_f(x)}{dx}$ ดังนั้นจากสมการที่ 2 เราจะได้

$$q_f(x) = -K_f \frac{d^2y(x)}{dx^2} \qquad \ldots \quad 3$$



รูปที่ 2ลักษณะการเอนของผนังรับแรงเฉือนเดียวเมื่อมีแรงกระทำด้านข้าง

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับระยะเอนของผนังรับแรงเฉือนเดี่ยว

ผนังรับแรงเฉือนเดี่ยวที่มีการยึดรั้งที่ฐาน เมื่อมีแรงด้านข้างมากระทำ จะมีลักษณะการเอน เป็นแบบเดียวกับคานยื่น ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนที่ระดับความสูงใด ๆ กับระยะเอนจากรูปที่ 2 สามารถเขียนในรูปของสัญลักษณ์ของแคลคูลัสได้ว่า

$$Q_w(x) = -EI_w\frac{d^3y(x)}{dx^3} \qquad \ldots\ 4$$

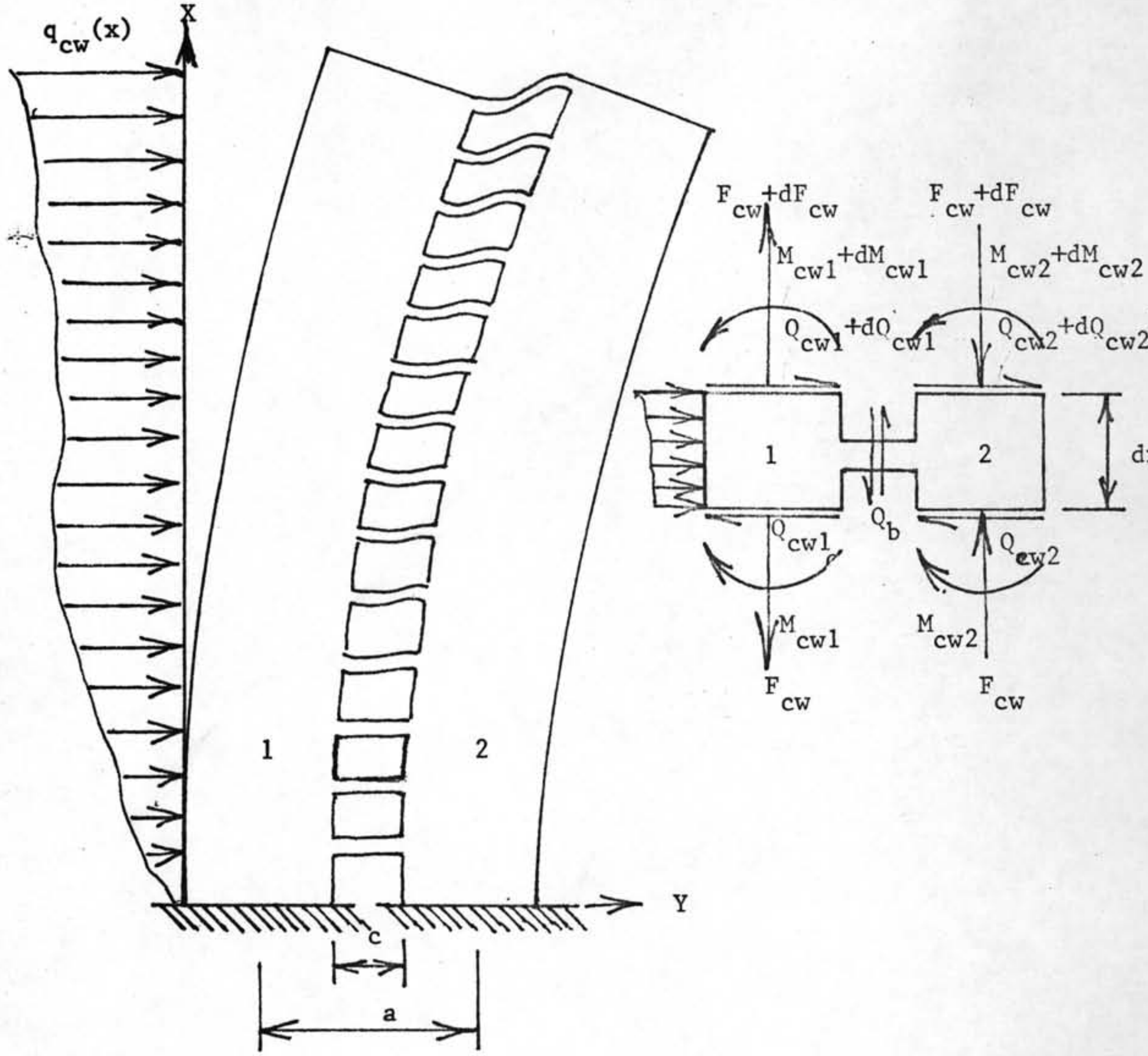
เมื่อ $Q_w(x)$ เป็นแรงเฉือนที่เกิดในผนังรับแรงเฉือน และ I_w เป็นโมเมนต์อินเนอเชียของผนังรับแรงเฉือน

ถ้า เราดิฟเฟอเรนชิเอต สมการที่ 4 จะได้ความสัมพันธ์แรงกระจาย $q_w(x)$ ของผนังรับแรงเฉือนกับระยะเอน ดังนี้

$$q_w(x) = EI_w\frac{d^4y(x)}{dx^4} \qquad \ldots\ 5$$

สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัด $M_w(x)$ กับระยะเอน สามารถเขียนได้ดังนี้คือ

$$M_w(x) = -EI_w\frac{d^2y(x)}{dx^2} \qquad \ldots\ 6$$



รูปที่ 3 ผนังรับแรงเฉือนคู่และแรงในทิศทางบวก

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับระยะเอนของผนังรับแรงเฉือนคู่

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำด้านข้างกับระยะเอนของผนังรับแรงเฉือนคู่สามารถหาได้ตามขั้นตอนดังนี้

สมการสมดุลย์

พิจารณาผนังรับแรงเฉือนในรูปที่ 3 ซึ่งประกอบด้วยผนังเดี่ยวสองผนัง เชื่อมต่อด้วยคานเชื่อม โดยที่ปลายทั้งสองของคานเชื่อมรั้งติดกับผนัง เมื่อมีแรงด้านข้าง $q_{cw}(x)$ ซึ่งเป็นแรงกระจายมากระทำ $F_{cw}(x)$ เป็นแรงในแนวแกนของผนัง ซึ่งจะมีขนาดเท่ากันทั้งในผนังที่ 1 และผนังที่ 2 $M_{cw1}(x)$ และ $M_{cw2}(x)$ เป็นโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นภายในผนังที่ 1 และผนังที่ 2 และ $Q_{cw1}(x)$ และ $Q_{cw2}(x)$ เป็นแรงเฉือนในผนังที่ 1 และผนังที่ 2 ตามลำดับ พิจารณาส่วนเล็ก ๆ dx และอาศัยหลักการสมดุลย์ของแรงในแนวราบ จะได้

$$\frac{dQ_{cw}}{dx} = -q_{cw} \qquad \ldots 7$$

เมื่อ $Q_{cw} = Q_{cw1} + Q_{cw2}$

โดยอาศัยหลักการสมดุลย์ของโมเมนต์ จะได้ 006720

$$\frac{dM_{cw}}{dx} = Q_{cw} + \frac{adF_{cw}}{dx} \qquad \ldots 8$$

เมื่อ a เป็นระยะระหว่างจุดกึ่งกลางของผนังทั้งสองและ $M_{cw} = M_{cw1}+M_{cw2}$

ถ้ากำหนดให้ แรงเฉือนที่ปลายคานเชื่อมในแต่ละชั้น มีค่าเป็น $Q_{b\,j}$, $j = 1,2,3,\ldots.$ โดยสมมุติใช้แรงเฉือนนี้กระจายสม่ำเสมอตลอดช่วงความสูงของชั้น ก็อาจแทน Q_{bj} ด้วยฟังค์ชั่นต่อเนื่อง $Q_b(x)$ ซึ่งเท่ากับค่าแรงเฉือนรวมในความสูงหนึ่งชั้น อาศัยหลักการสมดุลย์ของแรงในแนวดิ่ง พบว่า

$$\frac{dF_{cw}}{dx} = \frac{Q_b}{h} \qquad \ldots 9$$

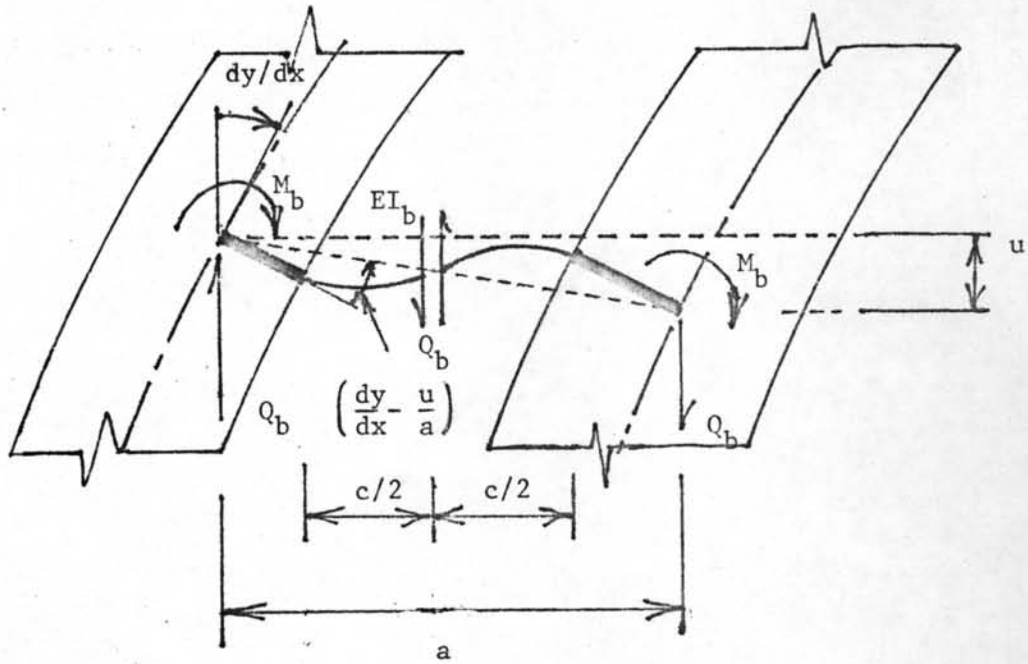
ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดที่ปลายคานเชื่อม $M_b(x)$ และแรงเฉือน $Q_b(x)$ นั้น สมมุติให้คานเชื่อมเสมือนมีความยาวจากศูนย์กลางถึงศูนย์กลางผนังทั้งสอง โดยให้ส่วนของคานที่ฝังในผนังมีค่า EI เข้าใกล้อนันต์ (infinity) และให้มีจุดดัดกลับเกิดขึ้นที่จุดกลางช่วงคาน ซึ่งทำให้สามารถเขียนลักษณะของการโก่งและแรงภายในของคานเชื่อมได้ เช่นรูปที่ 4 และจากสมการการสมดุลย์ของโมเมนต์จะได้

$$Q_b(x) = -\frac{2M_b(x)}{a} \qquad \ldots 10$$

<u>ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่</u>

เมื่อมีแรง $F_{cw}(x)$ เกิดขึ้นในแนวแกนของผนัง ซึ่งจะเป็นแรงดึงในผนังที่ 1 และเป็นแรงอัดในผนังที่ 2 ถ้า $u(x)$ เป็นการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ในแนวแกนระหว่างผนังทั้งสอง ซึ่งวัดที่ความสูง x ใด ๆ อาศัยความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเชิงแกนจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$u(x) = \frac{1}{A_{cw1}E}\int_0^x F_{cw}(\lambda)\,d\lambda + \frac{1}{A_{cw2}E}\int_0^x F_{cw}(\lambda)\,d\lambda$$



รูปที่ 4 ลักษณะการโก่งและแรงในคานเชื่อม

$$u(x) = \frac{A_{cw}}{A_{cw1}A_{cw2}E} \int_{o}^{x} F_{cw}(\lambda)d\lambda \qquad \text{——— } 11$$

เมื่อ A_{cw1} และ A_{cw2} เป็นพื้นที่หน้าตัดของผนังที่ 1 และผนังที่ 2 ตามลำดับ และ A_{cw} เป็นผลรวมของ A_{cw1} และ A_{cw2}

ถ้าพิจารณารูปที่ 4 ซึ่งเป็นลักษณะการโก่งของคานเชื่อม การเอนของผนังรับแรงเฉือนคู่ และพิจารณาการเปลี่ยนแปลงความยาวในแนวแกนของผนัง พบว่ามุมที่ปลายคานเชื่อมหมุนไปเมื่อวัดจากแนวของเส้นเชื่อมระหว่างศูนย์กลางผนังทั้งสอง จะมีค่าเท่ากับ $dy/dx - u/a$ และสัมพันธ์กับโมเมนต์ดัด $M_b(x)$ ดังนี้ คือ

$$\frac{dy}{dx} - \frac{u}{a} = \frac{M_b c^3}{6EI_b a^2} \qquad \text{. . . } 12$$

เมื่อ I_b เป็นโมเมนต์อินเนอเชียของคานเชื่อม และ c เป็นช่วงว่างของคานเชื่อม

สำหรับความสัมพันธ์ระหว่าง โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในผนังรับแรงเฉือนกับระยะเอนของมัน สามารถเขียนได้ดังนี้ คือ

$$M_{cw1} = - EI_{cw1}\frac{d^2y}{dx^2} \qquad \text{. . . } 13\text{ก}$$

$$M_{cw2} = - EI_{cw2}\frac{d^2y}{dx^2} \qquad \text{. . . } 13\text{ข}$$

และจากการรวมสมการที่ 13ก. และสมการที่ 13ข. เข้าด้วยกัน จะได้

$$M_{cw} = - E\,I_{cw}\frac{d^2y}{dx^2} \qquad \text{. . . } 13$$

เมื่อ I_{cw} เป็นผลรวมของโมเมนต์อินเนอเชียของ I_{cw1} และ I_{cw2} ของผนังที่ 1 และผนังที่ 2

<u>สมการควบคุมของผนังรับแรงเฉือนคู่</u>

เรามีสมการการสมดุลย์ 4 สมการ ได้แก่สมการที่ 7,8,9 และ 10 และมีสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่ 3 สมการ คือสมการที่ 11,12 และ 13 รวมแล้วเป็น 7 สมการและตัวไม่ทราบค่าได้แก่ Q_{cw}, M_{cw}, Q_b, M_b, F_{cw}, y และ u จำนวน 7 ตัว ดังนั้นสามารถที่จะเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง y กับ Q_{cw} ได้ เริ่มโดยการแทนสมการที่ 11 ลงในสมการที่ 12 แล้วนำความสัมพันธ์ที่ได้ แทนลงไปในสมการที่ 10 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือน ในความเชื่อม แรงในแนวแกนของผนัง และระยะเอนดังนี้ คือ

$$Q_b(x) = -\frac{12EI_b a^2}{a\ c^3}\left(\frac{dy}{dx}(x) - \frac{A_{cw}}{aA_{cw1}A_{cw2}E}\int_o^x F_{cw}(\lambda)d\lambda\right) \quad \ldots \quad 14$$

และแทนสมการที่ 13 ลงในสมการที่ 8 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนและแรงในแนวแกนของผนังกับระยะเอนดังนี้

$$\frac{dF_{cw}(x)}{dx} = -\frac{1}{a}\left(EI_{cw}\frac{d^3y(x)}{dx^3} + Q_{cw}(x)\right) \quad \ldots \quad 15$$

จากการแทนค่า $\frac{dF_{cw}(x)}{dx}$ จากสมการที่ 15 และ Q_b จากสมการที่ 14 ลงในสมการที่ 9 ซึ่งเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงทั้งสองจะได้

$$EI_{cw}\frac{d^3y(x)}{dx^3} - \frac{12EI_b a^2}{h\ c^3}\frac{dy(x)}{dx} = -Q_{cw}(x) - \frac{12EI_b a^2}{h\ c^3}\,\frac{A_{cw}\int_o^x F_{cw}(\lambda)d\lambda}{aA_{cw1}A_{cw2}E} \quad \ldots \quad 16$$

ซึ่งเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะเอนกับแรงเฉือนและแรงในแนวแกนของผนัง

เพื่อที่จะกำจัดเครื่องหมายอินติเกรต และแรงในแนวแกนของผนัง สามารถทำได้โดยการดิฟเฟอเรนชิเอตสมการที่ 16 เทียบกับ x สองครั้งแล้วแทน แล้วแทนด้วยสมการที่ 15 และจัดพจน์ใหม่จะได้

$$EI_{cw}\frac{d^5y(x)}{dx^5} - \frac{12EI_b a^2}{h\,c^3}\left(1+\frac{A_{cw}I_{cw}}{a^2A_{cw1}A_{cw2}}\right)\frac{d^3y(x)}{dx^3}$$

$$= -\frac{d^2Q_{cw}(x)}{dx^2} + \frac{12EI_b a^2}{h\,c^3}\,\frac{A_{cw}\,Q_{cw}(x)}{a^2A_{cw1}A_{cw2}E} \qquad \ldots \quad 17$$

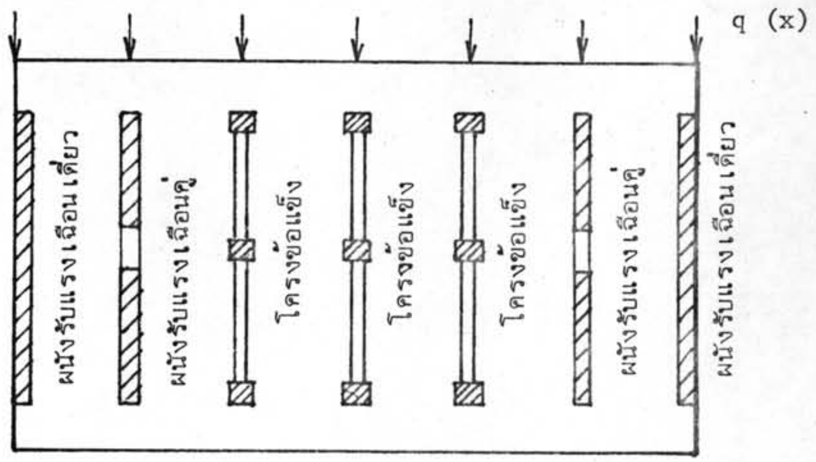
ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ในรูปของระยะเอนกับแรงเฉือน

ในขั้นตอนนี้เราได้หาความสัมพันธ์ระหว่าง แรงกระทำด้านข้างกับระยะเอนของโครงสร้างทั้งสามประเภทแล้ว คือ โครงข้อแข็ง ผนังรับแรงเฉือนเดี่ยว และผนังรับแรงเฉือนคู่ ซึ่งในขั้นตอนต่อไป จะเป็นการหาสมการควบคุมของโครงอาคารทั้งหมดที่ประกอบด้วยโครงสร้างทั้งสามประเภท

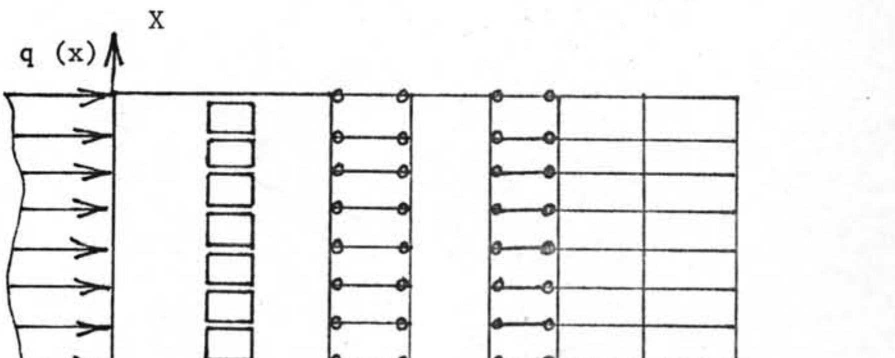
สมการควบคุมของโครงสร้างทั้งหมดและสภาพของขอบ

ตัวแบบโครงอาคารสำหรับการวิเคราะห์

เมื่อมีแรงด้านข้างมากระทำต่อโครงอาคารที่ประกอบด้วยโครงข้อแข็ง ผนังรับแรงเฉือนเดี่ยว และผนังรับแรงเฉือนคู่ ซึ่งมีความสมมาตรในรูปผัง ดังตัวอย่างในรูปที่ 5 โดยอาศัยข้อสมมุติฐานที่ 3,5 และ 10 ก็สามารถที่จะเขียนรูปแสดงการรับแรงของโครงอาคารได้ เช่นรูปที่ 6 ซึ่งได้มาจากการรวมสติฟเนสของโครงสร้างประเภทเดียวกันเข้าด้วยกัน และให้โครงสร้างแต่ละประเภท เชื่อมต่อกันด้วยข้อต่อที่มีความแข็งในแนวแกนสูง แต่หมุนได้รอบจุดต่อ ทั้งนี้ เพื่อที่จะให้ค่าระยะเอนของโครงสร้างแต่ละประเภทในโครงอาคารมีค่าเท่ากันที่ตำแหน่งความสูงเดียวกัน



รูปที่ 5 ตัวอย่างผังโครงอาการที่ประกอบด้วยผนังรับแรงเฉือนคู่, ผนังรับแรงเฉือนเดี่ยว และโครงข้อแข็งซึ่งจัดวางในลักษณะสมมาตร



รูปที่ 6 ตัวแบบโครงอาคารสำหรับการวิเคราะห์

<u>สมการควบคุม</u>

เมื่อมีแรงกระจาย $q(x)$ มากระทำต่อด้านข้างของอาคารตามรูปที่ 6 ให้ $Q_f(x)$, $Q_w(x)$, และ $Q_{cw}(x)$ เป็นแรงเฉือนที่เกิดขึ้นที่ความสูง x ใด ๆ ของโครงข้อแข็ง ผนังรับแรงเฉือนเดี่ยวและผนังรับแรงเฉือนคู่ตามลำดับ โดยอาศัยหลักการสมดุลย์ของแรงในแนวราบจะได้

$$Q_f(x) + Q_w(x) + Q_{cw}(x) = Q(x) \qquad \ldots 18$$

เมื่อ $Q(x)$ เป็นแรงกระทำด้านข้างทั้งหมด โดยคิดจากจุดยอด H ซึ่งเป็นความสูงของอาคาร จนถึงระดับความสูง x ใด ๆ ซึ่งในกรณีที่แรงกระทำด้านข้างมีแรงกระจาย $q(x)$ อย่างเดียว $Q(x) = \int_0^H q(x)dx$ เมื่อ แทนสมการที่ 2 และ 4 ลงในสมการที่ 18 แล้วจัดพจน์ใหม่ได้

$$Q_{cw}(x) = Q(x) - K_f\frac{dy(x)}{dx} + EI_w\frac{d^3y(x)}{dx^3} \qquad \ldots 19$$

จากนั้นแทนสมการที่ 19 ลงในสมการที่ 17 แล้วจัดใหม่ได้

$$EI\frac{d^5y(x)}{dx^5} - \left[\frac{12EI_b}{h}\frac{a^2}{c^3}\left(1 + \frac{A_{cw}I}{a^2A_{cw1}A_{cw2}}\right) + K_f\right]\frac{d^3y(x)}{dx^3}$$

$$+ \frac{12EI_b}{h}\frac{a^2}{c^3}\frac{A_{cw}K_f}{a^2A_{cw1}A_{cw2}E}\frac{dy(x)}{dx}$$

$$= -\frac{d^2Q(x)}{dx^2} + \frac{12EI_b}{h}\frac{a^2}{c^3}\frac{A_{cw}Q(x)}{a^2A_{cw1}A_{cw2}E}$$

เมื่อ $\quad I = I_w + I_{cw}$

หรือทำให้รูปสมการง่ายขึ้นจะได้

$$\beta_1 \frac{d^5y(x)}{dx^5} - \beta_2 \frac{d^3y(x)}{dx^3} + \beta_3 \frac{dy(x)}{dx}$$

$$= -\frac{d^2Q(x)}{dx} + \frac{\beta_3}{K_f} Q(x) \qquad \ldots \quad 20$$

เมื่อ

$$\beta_1 = E(I_w + I_{cw})$$

$$\beta_2 = \frac{12EI_b}{h} \frac{a^2}{c^3} \left(1 + \frac{A_{cw}(I_w + I_{cw})}{a^2 A_{cw1} A_{cw2}}\right) + K_f$$

$$\beta_3 = \frac{12EI_b}{h} \frac{a^2}{c^3} \frac{A_{cw} K_f}{a^2 A_{cw1} A_{cw2} E}$$

สมการที่ 20 เป็นสมการควบคุมระยะเอนของโครงอาคารทั้งหมด โดยแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างระยะเอนกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของแรงที่มากระทำซึ่งอยู่ในรูปของแรงเฉือน

คำตอบทั่วไปของสมการ 20 ซึ่งเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลธรรมดา ออเดอร์ 5 คือ

$$y(x) = C_1\cosh\alpha_1 x + C_2\sinh\alpha_1 x + C_3\cosh\alpha_2 x$$

$$+ C_4\sinh\alpha_2 x + C_5$$

$$+ e^{-\alpha_1 x}\int e^{2\alpha_1 x}\int e^{-(\alpha_1+\alpha_2)x}\int e^{2\alpha_2 x}\int e^{-\alpha_2 x}\int f(x)\,dx\,dx\,dx\,dx\,dx \qquad \ldots \quad 21$$

เมื่อ

$$f(x) = -\frac{d^2}{dx^2}Q(x) + \frac{\beta_3}{K} Q(x)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 - 4\beta_1\beta_3}}{2\beta_1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{\beta_2 - \sqrt{\beta_2^2 - 4\beta_1\beta_3}}{2\beta_1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

และ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 ซึ่งเป็นตัวคงที่ (arbitrary constants) ซึ่งจะหาค่าได้จากสมการของสภาพขอบและจะได้กล่าวถึงในตอนต่อไป

<u>สมการสภาพขอบ</u>

ในกรณีที่ฐานรากของโครงอาคารมีการยึดรั้งที่ฐาน จึงอาจเขียนสมการของสภาพขอบได้ดังนี้.-

1. ระยะเอนที่ฐานของอาคารมีค่าเป็นศูนย์ จะได้

$$y(0) = 0 \quad \ldots \quad 22$$

2. ความลาดเอียงที่ฐานมีค่าเป็นศูนย์

$$y'(0) = 0 \quad \ldots \quad 23$$

3. โมเมนต์ดัดที่จุดยอดทั้งของผนังรับแรงเฉือนเดี่ยวและผนังรับแรงเฉือนคู่มีค่าเป็นศูนย์

$$y''(H) = 0 \quad \ldots \quad 24$$

4. ผลรวมของแรงเฉือนที่ฐานของโครงสร้างทั้งสามส่วน ย่อมเท่ากับแรงภายนอกที่มากระทำต่ออาคารทั้งหมด

$$Q_f(o) + Q_w(o) + Q_{cw}(o) = Q(o)$$

หรือ $$\beta_1 y'''(o) = -Q(o) \quad \ldots \quad 25$$

5. ผลรวมของแรงกระจายที่จุดยอดของโครงสร้างทั้งสามส่วน จะเท่ากับแรงกระจายที่มากระทำที่จุดยอด

$$q_f(H) + q_w(H) + q_{cw}(H) = q(H)$$

หรือ $\beta_1 Y''''(H) = q(H)$ . . . 26