บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

นับจากอดีตจนถึงปัจจุบันเศรษฐกิจในประเทศมีภาวการณ์เติบโตค่อนข้างสูง และในช่วงเวลาที่ผ่านมามีธุรกิจทางการเงินกำเนิดขึ้นมาหลากหลายประเภท เช่น สถาบันด้านการเงินประเภทต่างๆ ได้แก่ สถาบันด้านธุรกิจการเช่าซื้อรถยนต์ สถาบันการเงินด้านสินเชื่อเงินสด สถาบันการเงินด้านบัตรเครดิต สถาบันการเงินด้านสินเชื่อเพื่อการสร้างบ้าน สถาบันการเงินด้านสินเชื่อเพื่อการลงทุนและอื่นๆ อีกมากมาย

เป็นที่ทราบกันดีว่า การลงทุนใดๆ ย่อมมีความเสี่ยงในด้านผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับ นักลงทุนจึงต้องมีการคาดคะเนถึงผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้รับ และความเสี่ยงของการลงทุนก่อนที่จะตัดสินใจลงทุน หากผลตอบแทนที่นักลงทุนได้รับจริงต่ำกว่าระดับที่ได้คาดไว้ย่อมเป็นเหตุการณ์ที่ไม่พึงประสงค์ของนักลงทุน ดังนั้นเทคนิคการประเมินค่าความเสี่ยงที่เรียกว่า มูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk หรือ VaR) เป็นทางเลือกหนึ่งของนักลงทุนในการใช้ประมาณค่าความเสี่ยงของการลงทุน เพื่อที่จะมีการปรับน้ำหนักการลงทุนให้มีขนาดเหมาะสม โดยข้อดีของเทคนิคนี้คือ สามารถแสดงความเสี่ยงของการลงทุนในรูปเม็ดเงินของการขาดทุน หรือมูลค่าความเสียหายสูงสุดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการลงทุนในระยะเวลาที่ต้องการและเป็นตัวเลขที่เข้าใจได้ง่าย โดยมูลค่าความเสี่ยงจะชี้ให้เห็นถึงระดับความเสี่ยงของการลงทุนซึ่งจะทำให้ผู้บริหารสามารถวางแผนและจัดสรรเงินทุนที่มีอยู่จำกัด ให้ได้รับความพอใจสูงสุดภายใต้การบริหารความเสี่ยงที่เกิดขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สำหรับงานวิจัยฉบับนี้มุ่งเน้นที่จะนำเทคนิคการประเมินค่าความเสี่ยงจากการคำนวณมูลค่าความเสี่ยงซึ่งขึ้นอยู่กับฟังก์ชันการแจกแจงของลูกค้าว่ามีการแจกแจงอย่างไร จึงจะทำให้สามารถมองโครงสร้างการลงทุนในภาพรวมได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งงานวิจัยนี้จะอาศัยเทคนิคการจำลอง (Simulation) เพื่อจำลองสถานการณ์ของลูกค้าที่มาขอสินเชื่อ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

เมื่อมีลูกค้ามาขอสินเชื่อกับบริษัททางการเงิน การพิจารณาว่าควรอนุมัติการปล่อยสินเชื่อหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยต่างๆของผู้สินเชื่อ (ลูกค้า) เช่น อาชีพ รายได้ จำนวนเงินที่ต้องการขอสินเชื่อ เป็นต้น ว่ามีความน่าเชื่อถือหรือไม่ ซึ่งในทางสถิติแล้วการพยากรณ์ก็เป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่ได้รับความนิยมโดยทั่วไป ถ้ามีการปล่อยสินเชื่อ ไปแล้วเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นตามมาสำหรับผู้ขอสินเชื่อก็คือ ลูกค้าไม่ชำระเงิน (หนีหนี้) หรือลูกค้าชำระเงินคืนเท่านั้น หากมองว่าลูกค้าจะหนีหนี้

หรือชำระเงินคืนเป็นตัวแปรตาม (Dependence variable) ซึ่งเป็นตัวแปรเชิงกลุ่มที่เป็นไปได้เพียงสองค่า (Dichotomous or Binary Variable) ดังนี้

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{ถ้าลูกค้าไม่ชำระเงิน} \\ 0, & \text{ถ้าลูกค้าชำระเงิน} \end{cases}$$

โดยที่ตัวแปรอิสระ (Independence variable) สามารถเป็นได้ทั้งตัวแปรเชิงกลุ่ม (Categorical Variable) หรือตัวแปรเชิงปริมาณ (Quantitative Variable) เช่น อาชีพ รายได้ จำนวนเงินที่ต้องการขอสินเชื่อ เป็นต้น สามารถอาศัยการวิเคราะห์การถดถอยโลจิสติค (Logistic regression analysis) เข้ามาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูลได้ โดยการสร้างตัวแบบถดถอยโลจิสติคที่มีความน่าเชื่อถือสำหรับการพยากรณ์จะทำให้ทราบว่าลูกค้าแต่ละรายมีความน่าจะเป็นของการหนีหนี้หรือความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสีย (Value of loss)เท่ากับเท่าใด ซึ่งอาจจะนำไปเป็นข้อมูลที่ใช้ในการพิจารณาว่าบริษัททางการเงินควรปล่อยกู้หรือไม่ต่อไป

ในกรณีลูกค้าที่มีมูลค่าความสูญเสียเท่ากันทั้งหมด แต่มีความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียแต่ละรายไม่เท่ากัน จะกล่าวได้ว่าลูกค้าแต่ละรายมีการแจกแจงแบบเบอร์นูลี (Independent Bernoulli with not-all-equal probabilities of success) หากนำลูกค้าแต่ละรายมาพิจารณาร่วมกันโดยมีเป้าหมายเพื่อคำนวณหามูลค่าความเสี่ยงจากจำนวนลูกค้าทั้งหมด จะกล่าวได้ว่าลูกค้าทั้งหมดมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินาม (Poisson-Binomail distribution) และหากมองว่าความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญหายของลูกค้าแต่ละรายสามารถเป็นไปได้ในทุกๆค่าของความน่าจะเป็น $\left(p \in [0,1]\right)$ แล้ว จะกล่าวได้ว่าความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญหายมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) นั่นเอง

<u>หมายเหตุ</u> ในกรณีการนำลูกค้าแต่ละรายมาพิจารณาร่วมกันโดยลูกค้าแต่ละรายมีมูลค่าสูญหายเท่ากัน และมีความน่าจะเป็นของมูลค่าความเสียหายแต่ละรายเท่ากัน โดยที่ลูกค้าแต่ละรายเป็นอิสระต่อกัน จะกล่าวได้ว่าลูกค้าทั้งหมดมีการแจงแจงแบบทวินาม (Binomail distribution)

ฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม มีรูปแบบดังนี้

กำหนดให้ $X_1,\ldots,X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเบอร์นูลี ซึ่งเป็นอิสระต่อกันด้วยความน่าจะเป็น $P(X_i = 1) = p_i$ และ $P(X_i = 0) = 1 - p_i$ เมื่อ $\boldsymbol{X} = (X_1,\ldots,X_N)$ และ $\boldsymbol{p} = (p_1,\ldots,p_N)$ แล้ว จะได้ว่า $S_X = X_1 + \cdots + X_N$ เป็นตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม ด้วยพารามิเตอร์ $\boldsymbol{p}$ ดังนั้น

$$P(S_X = n) = \left\{\prod_{i=1}^{N}(1 - p_i)\right\} \sum_{i_1 < \cdots < i_n} w_{i_1} \cdots w_{i_n}, \quad i = 1,2,\ldots,N \tag{1}$$

หรือ

กำหนดให้ $D^n = \{\boldsymbol{d} = (d_1,\ldots,d_N) : d_i = 0$ หรือ1, และ $d_1 + \cdots + d_N = n\}$ จะได้ว่า

$$P(S_X = n) = \sum_{d\in D^n}\left(\prod_{i=1}^{N} w_i^{d_i}\right)\prod_{i=1}^{N}(1+w_i)^{-1},\ \ n = 0,1,\ldots,N \tag{2}$$

หรือ

กำหนดให้ $S = \{1,\ldots,N\}$, $|A| =$ จำนวนสามาชิกของ A และ

$R(k,C) = \sum_{B\subset C,|B|=k}\left(\prod_{i=B} w_i\right)$ สำหรับ เซตที่ไม่เป็นเซตว่างใดๆของ $C \subset S$ และ $1 \le k \le |C|$

เมื่อ $R(0,C) = 1$ และ $R(k,C) = 0$ สำหรับทุกๆ $k > |C|$ จะได้ว่า

$$P(S_X = n) = R(n,S)\prod_{i\in S}(1+w_i)^{-1},\ \ n = 0,1,\ldots,N \tag{3}$$

โดยที่ $w_i = \dfrac{p_i}{1-p_i}$

จากฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามดังกล่าว สามารถคำนวณหาค่าคาดหวังและความแปรปรวนได้ดังนี้

$$E\left[S_X|p_i\right] = \mu = p_1 + \cdots + p_N \ \text{ และ } \ Var\left[S_X|p_i\right] = \sigma^2 = p_1q_1 + \cdots + p_Nq_N$$

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษางานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม ทำให้ทราบว่า สามารถประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม โดยการแจกแจงปัวส์ซอง และการแจกแจงปกติมาตรฐาน ดังนี้

1. การประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง ด้วยพารามิเตอร์ $\lambda = \sum_{i=1}^{N} p_i$ โดยที่ $P(Y=k) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$, x=0,1,2,... เมื่อ Y เป็นตัวแปรสุ่มแบบปัวส์ซอง

2. การประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน เมื่อ $Z = \dfrac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}}$, $k = 0,1,2,\ldots$ ซึ่งกล่าวได้ว่า $Z = \dfrac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}} \sim N(0,1)$ นั่นเอง

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษามูลค่าความเสี่ยงเมื่อลูกค้ามีมูลค่าความสูญเสียเท่ากันทั้งหมด แต่มีความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียแต่ละรายไม่เท่ากันซึ่งการแจกแจงของความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ โดยที่ลูกค้าแต่ละรายเป็นอิสระต่อกัน (มูลค่าความเสี่ยงของลูกค้ามีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินาม)

2. เพื่อศึกษาการประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง

3. เพื่อศึกษาการประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน

4. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองและการแจกแจงปกติมาตรฐาน

1.3 สมมติฐานการวิจัย

1. มูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามไม่สามารถประมาณโดยการแจกแจงปัวส์ซองได้

2. มูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามไม่สามารถประมาณโดยการแจกแจงปกติมาตรฐานได้

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียเป็นค่าที่คำนวณจากการวิเคราะห์ความถดถอยโลจิสติค

2. การแจกแจงของความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution)

3. ลูกค้าแต่ละรายเป็นอิสระต่อกัน และลูกค้าแต่ละรายขอสินเชื่อเป็นจำนวนเงิน 10,000 บาท

4. นักลงทุนมีระดับความเชื่อมั่นที่ 95% $(\alpha = 0.05)$

1.5 ขอบเขตการวิจัย

1. มูลค่าความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อลูกค้ามีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินาม โดยฟังก์ชันการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินาม มีรูปแบบ ดังนี้

$$P(S_X = n) = \left\{\prod_{i=1}^{N}(1-p_i)\right\} \sum_{i_1<\cdots<i_n} w_{i_1}\cdots w_{i_n},\quad i = 1,2,\ldots,N$$

หรือ

$$P(S_X = n) = \sum_{d\in D^n}\left(\prod_{i=1}^{N} w_i^{d_i}\right)\prod_{i=1}^{N}(1+w_i)^{-1},\quad n = 0,1,\ldots,N$$

เมื่อ $D^n = \{\boldsymbol{d} = (d_1,\ldots,d_N)\ :\ d_i = 0$ หรือ1, และ $d_1+\cdots+d_N = n\}$

หรือ

$$P(S_X = n) = R(n,S)\prod_{i\in S}(1+w_i)^{-1},\quad n = 0,1,\ldots,N$$

เมื่อ $R(k,C) = \sum_{B\subset C,|B|=k}\left(\prod_{i=B} w_i\right)$

โดยที่ $w_i = \dfrac{p_i}{1-p_i}$

2. ประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซองด้วยพารามิเตอร์ $\lambda = \sum_{i=1}^{N} p_i$ โดยที่ $P(Y=k) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$, x=0,1,2,...

3. ประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปกติมาตรฐาน โดยที่

$$Z = \frac{k - \sum_{i=1}^{N} p_i + 0.5}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i}} \sim N(0,1)$$

4. สำหรับการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ตัวแปรอิสระ $\boldsymbol{X} = (X_1,\ldots,X_N)$ มีเงื่อนไขตามข้อตกลงเบื้องต้น

5. ช่วงความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอที่ศึกษา คือ 0.00 – 0.10, 0.50 – 0.60, 0.90 – 1.00, 0.00 – 1.00, 0.00 – 0.50, 0.25 – 0.75 และ0.50 – 1.00

6. ขนาดตัวอย่าง (N) ที่ศึกษา คือ 200, 400, 600, 800 และ 1000 ตามลำดับ

7. ข้อมูลที่ใช้สำหรับการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล

1.6 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษามูลค่าความเสี่ยงจากการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม รวมถึงศึกษาการประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง และการแจกแจงปกติมาตรฐานตามเงื่อนไขที่กำหนดในข้อตกลงเบื้องต้น

2. เขียนโปรแกรมเพื่อศึกษามูลค่าความเสี่ยงจากการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรสุ่มปัวส์ซอง-ทวินาม พร้อมทั้งประมาณการแจกแจงปัวส์ซอง-ทวินามโดยการแจกแจงปัวส์ซอง และการแจกแจงปกติมาตรฐาน

3. ทำการประเมินและวิเคราะห์ผลจากข้อมูลที่ได้จากการเขียนโปรแกรม

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทราบถึงลักษณะมูลค่าความเสี่ยงเมื่อลูกค้ามีมูลค่าความสูญเสียเท่ากันทั้งหมด แต่มีความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียแต่ละรายไม่เท่ากันซึ่งการแจกแจงของความน่าจะเป็นของมูลค่าความสูญเสียมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ โดยที่ลูกค้าแต่ละรายเป็นอิสระต่อกัน (มูลค่าความเสี่ยงของลูกค้ามีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินาม)

2. สามารถอาศัยการแจกแจงปัวส์ซองประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. สามารถอาศัยการแจกแจงปกติมาตรฐานประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามได้อย่างมีประสิทธิภาพ

4. สามารถเลือกใช้การแจกแจงปัวส์ซองหรือการแจกแจงปกติมาตรฐานสำหรับการประมาณค่ามูลค่าความเสี่ยงของลูกค้าซึ่งมีการแจงแจงแบบปัวส์ซอง-ทวินามให้เกิดประสิทธาพสูงสุด