

การออกแบบแขนกลที่ทำงานด้วยความเร็วสูง

นาย พลังรัฐ ธนการพานิช



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

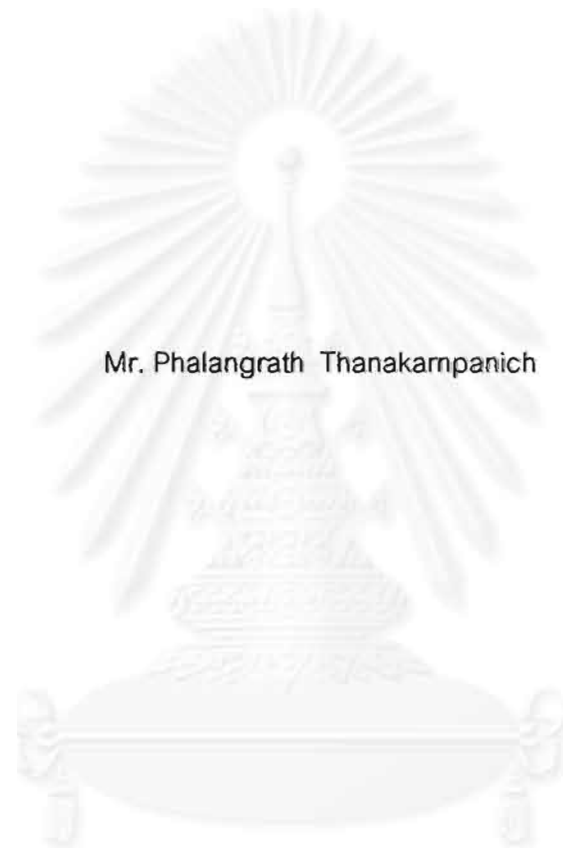
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2542

ISBN 974-334-511-6

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DESIGN OF A HIGH-SPEED MANIPULATOR ARM



Mr. Phalangrath Thanakampanich

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University


Academic Year 1999

ISBN 974-334-511-6

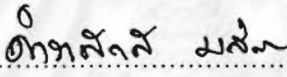
หัวข้อวิทยานิพนธ์
โดย
ภาควิชา
อาจารย์ที่ปรึกษา

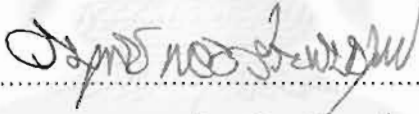
การออกแบบแขนกลที่ทำงานด้วยความเร็วสูง
นาย พลังรัฐ ธนการพาณิชย์
วิศวกรรมเครื่องกล
รองศาสตราจารย์ ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ

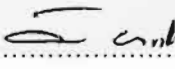
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

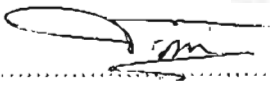

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดำรงศักดิ์ มลิลลา)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ยงเจริญ)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ)

นายพลิงรัฐ ฐนการพาณิชย์ : การออกแบบแขนกลที่ทำงานด้วยความเร็วสูง. (Design of a High-Speed Manipulator Arm) อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ, 75 หน้า. ISBN 974-334-511-6.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบและพัฒนาแขนกล 6 แกน ให้สามารถทำงานด้วยความเร็วสูง โดยศึกษารายละเอียดของเมตริกซ์ความเฉื่อยแบบไม่เชื่อมต่อ (Decoupled inertia tensor) และเมตริกซ์ความเฉื่อยแบบไม่เปลี่ยนแปลง (Invariant inertia tensor) รวมถึงวิธีการแสดงเมตริกซ์ความเฉื่อยด้วยรูปทรงรีซึ่งเรียกรูปร่างรีความเฉื่อย (Inertia ellipsoid) ในขั้นตอนก่อนการสร้าง ได้เปรียบเทียบเมตริกซ์ความเฉื่อยและประสิทธิภาพในการส่งกำลังจากอุปกรณ์ขับไปยังปลายแขนของกลไก 3 รูปแบบเพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการเลือกรูปลักษณะ (Configuration) ของแขนกล นอกจากนี้ ภายในวิทยานิพนธ์ยังได้แสดงวิธีการหาสมการจลนศาสตร์ (Kinematics) ของแขนกลและการควบคุมแขนกลให้เคลื่อนที่ตามวิถี (Trajectory-following control) อีกด้วย แขนกลที่พัฒนาขึ้นมีรูปแบบเป็นกลไก 5 ก้านต่อ (Five-bar-link mechanism) เพื่อวางอุปกรณ์ขับข้อต่อที่ 2 และ 3 แบบขนาน (Parallel drive) ในขณะที่ข้อต่ออื่น ๆ เป็นข้อต่อหมุนแบบทั่วไป การทดสอบแสดงให้เห็นสมรรถนะในเชิงความแม่นยำและความสามารถในการทำซ้ำ (Repeatability) ที่เทียบเท่ากับแขนกลในท้องตลาดด้วยความเร็วเชิงมุมสูงสุดของข้อต่อเท่ากับ 240 องศาต่อวินาที



ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

3971168121 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: HIGH-SPEED / PARALLEL DRIVE / INERTIA ELLIPSOID / FIVE-BAR-LINK

PHALANGRATH THANAKARNPANICH : DESIGN OF A HIGH-SPEED MANIPULATOR ARM.

THESIS ADVISOR : ASSO. PROF. VIBOON SANGVERAPHUNSIRI, Ph.D., 75 pp. ISBN 974-334-511-6.

The design and development of a high-speed 6-axis manipulator arm is carried on in this research. The detail study of inertia tensor for both Decoupled and Invariant are described as well as Inertia Ellipsoid. Before building the robot, the three different mechanisms are compared according to inertia matrices and power dissipations in the actuators when a force is exerted at the tip of the arm. Both inertia matrices and power dissipations are used as criteria for selecting the final robot configuration. Kinematics of the robot and Trajectory-following controllers are also described in details. The robot, that is developed for verifying result, consists of a Five-bar-link mechanism to form a parallel drive mechanism for joint 2 and 3 while the rest joints are typical rotating. The experiments showed that at the maximum joint angular velocity, 240 deg/sec, the accuracy and repeatability are compatible to good conventional commercial robots.



ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา 2542

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม



กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบพระคุณมารดาบิดา ผู้เป็นครูคนแรกที่ได้อบรมสั่งสอนและส่งเสริมให้ได้รับการศึกษาจนกระทั่งทุกวันนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำแนะนำปรึกษาและข้อคิดเห็นต่าง ๆ ในการทำวิจัย พร้อมทั้งจัดหาอุปกรณ์ต่าง ๆ ในการทำวิจัยจนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.) ที่ได้มอบทุนวิจัย และค่าใช้จ่ายรายเดือนโดยไม่มีเงื่อนไขใด ๆ เป็นเวลา 1 ปี และเนื่องจากบริษัท NSS จำกัด ได้มอบทุนอีกส่วนหนึ่งเป็นค่าใช้จ่ายรายเดือนโดยไม่มีเงื่อนไขใด ๆ เป็นเวลา 1 ปี จึงขอขอบคุณบริษัท NSS จำกัด มา ณ โอกาสนี้ด้วย

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณ คุณไพรัช ตั้งพรประเสริฐ คุณบวร ปัญญาารวิจน์ คุณมนูศักดิ์ จานทอง คุณเกียรติศักดิ์ ศรีตระกูลชัย คุณธิตินพล ศรีทชาพร คุณณัฐดนัย ตันทวิรุพพ์ คุณมงคล เทียนวิบูลย์ คุณประสาทพร พูลสมบัติ ซึ่งเป็นรุ่นพี่ เพื่อน และรุ่นน้องภายในห้องปฏิบัติการวิจัยหุ่นยนต์อุตสาหกรรม ที่ได้ร่วมคิดและแก้ไขปัญหาระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

นาย พลังรัฐ ธนการพาณิชย์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฅ
สารบัญภาพ	ญ
บทที่	
1. บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	1
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์	2
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของวิทยานิพนธ์	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
2. ทฤษฎีเกี่ยวกับการออกแบบ	3
2.1 เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกล	3
2.2 ข้อดีของแขนกลที่มีเมตริกซ์ความเฉื่อยแบบไม่เชื่อมต่อและไม่เปลี่ยนแปลง	4
2.3 การวิเคราะห์ประสิทธิภาพในการส่งกำลังของแขนกล	6
2.4 การสร้างรูปทรงรีความเฉื่อยเพื่อช่วยในการออกแบบแขนกล	7
2.5 ขั้นตอนการตัดสินใจเลือกโครงสร้างของแขนกล	10
3. ทฤษฎีเกี่ยวกับการควบคุม	18
3.1 การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่	18
3.2 การควบคุมแขนกล	20
4. ข้อมูลต่างๆของแขนกลจู่ฬา 3	23
4.1 รูปร่าง การตั้งแกน และข้อมูลโดยทั่วไป	23
4.2 จลนศาสตร์ของแขนกลจู่ฬา 3	29

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5. การทดสอบแขนกลजूषา 3	32
5.1 วิธีการทดสอบ	32
5.2 ผลการทดสอบ	34
5.3 สรุปผลการทดสอบโดยรวม	52
6. บทสรุปและข้อเสนอแนะ	53
6.1 สรุปสมรรถนะของแขนกลजूषา 3	53
6.2 สรุปปัญหาและข้อเสนอแนะ	54
รายการอ้างอิง	57
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก อุปกรณ์ของแขนกลजूषา 3	59
ภาคผนวก ข จลนศาสตร์ของแขนกลजूषา 3	65
ภาคผนวก ค การสร้างรูปทรงรีความเฉื่อย	71
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	75

สารบัญตาราง

บทที่	หน้า
4.1 พารามิเตอร์ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg ของแขนกลจู่ฬา 3	25
5.1 มุมของข้อต่อต่าง ๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดอ้างอิง ..	35
5.2 มุมของข้อต่อต่าง ๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดที่ 1	36
5.3 มุมของข้อต่อต่าง ๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดที่ 2 ...	40
5.4 มุมของข้อต่อต่าง ๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดที่ 3	44
5.5 มุมของข้อต่อต่าง ๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดที่ 4	48
6.1 สมรรถนะของข้อต่อแต่ละข้อต่อ	53



สารบัญญภาพ

รูปที่	หน้า
2.1	รูปทรงรีความเฉื่อยที่นิยามบนพิกัดนัยทั่วไป 8
2.2	รูปทรงรีความเฉื่อยที่แสดงในพื้นที่ทำงาน 9
2.3	โครงสร้างของ a) แขนกล 2 ก้านต่อต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน b) แขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ c) แขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ 10
2.4	รูปอย่างง่ายของแขนกล 2 ก้านต่อต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน 11
2.5	รูปอย่างง่ายของแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ 12
2.6	รูปอย่างง่ายของแขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ 13
2.7	มุมข้อต่อและความยาวก้านต่อของแขนกล 2 ก้านต่อต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ ขับเคลื่อนแบบขนาน 14
2.8	มุมข้อต่อและความยาวก้านต่อของแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ 15
2.9	มุมข้อต่อและความยาวก้านต่อของแขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ 16
3.1	กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วที่ได้จากสมการตำแหน่งซึ่งเป็นพหุนามดีกรี 3 19
3.2	แผนภาพบล็อกของตัวควบคุมให้วัตถุเคลื่อนที่ตามแนววิถี 21
3.3	แผนภาพบล็อกของตัวควบคุม เมื่อมีการรบกวนระบบจากภายนอก 21
4.1	แขนกลจุฬา 3 23
4.2	แผนผังติดตั้งอุปกรณ์จ่ายกระแสและวงจรนับ 24
4.3	การเรียกชื่อก้านต่อต่างๆ ของแขนกลจุฬา 3 24
4.4	การตั้งแกนหมุนทั้ง 6 แกนและแกนที่ปลายแขนของแขนกลจุฬา 3 25
4.5	ความยาวและตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของแต่ละก้านต่อ 25
4.6	รูปทรงรีความเฉื่อย ณ ตำแหน่งต่างๆที่ข้อมือของแขนกลจุฬา 3 เลื่อนไป 27
4.7	พื้นที่ทำงานของแขนกลจุฬา 3 เมื่อรวมผลการเคลื่อนที่ของก้านต่อที่ 7 28
5.1	θ_3 ซึ่งวัดระหว่างก้านต่อที่ 3 กับแนวระดับ 34
5.2	ตำแหน่งของข้อมือสำหรับจุดอ้างอิงและจุดที่ 1-4 34
5.3	กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 1 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังจุดที่ 1 ภายใน 0.7 วินาที 37
5.4	กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 2 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังจุดที่ 1 ภายใน 0.7 วินาที 37
5.5	กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 3 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังจุดที่ 1 ภายใน 0.7 วินาที 38

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.6 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 5 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 1 ภายใน 0.7 วินาที	39
5.7 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 1 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 2 ภายใน 1.0 วินาที	41
5.8 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 2 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 2 ภายใน 1.0 วินาที	41
5.9 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 3 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 2 ภายใน 1.0 วินาที	42
5.10 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 5 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 2 ภายใน 1.0 วินาที	43
5.11 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 1 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 3 ภายใน 0.4 วินาที	45
5.12 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 2 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 3 ภายใน 0.4 วินาที	45
5.13 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 3 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 3 ภายใน 0.4 วินาที	46
5.14 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 5 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 3 ภายใน 0.4 วินาที	47
5.15 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 1 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 4 ภายใน 1.25 วินาที	49
5.16 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 2 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 4 ภายใน 1.25 วินาที	49
5.17 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 3 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 4 ภายใน 1.25 วินาที	50
5.18 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 5 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 4 ภายใน 1.25 วินาที	51
6.1 แผนภาพอย่างง่ายของการต่อไดโอดเปล่งแสงเพิ่มเข้าในวงจรถอดรหัส	55
ก.1 มอเตอร์เซอร์โวกระแสสลับ รุ่น B-102-A-21	59
ก.2 มอเตอร์เซอร์โวกระแสตรงรุ่น E-372 พร้อมทั้ง ตัวเข้ารหัส	60

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
ก.3 ชุดขยายกระแสสลับรุ่น SR0300-2G102A และตัวจ่ายกำลังรุ่น PA0800	60
ก.4 ชุดขยายขั้วมอเตอร์กระแสตรงรุ่น 4122P และตัวจ่ายกำลังกระแสตรง	61
ก.5 วงจรถอดรหัส	61
ก.6 กล่องวงจรเรกูเลเตอร์แรงดัน 24 โวลต์พร้อมแผงระบายความร้อน	62
ก.7 การ์ดแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นอะนาลอก PCL-726 และบอร์ดปลายทาง PCLD-780	62
ก.8 การ์ดรับส่งสัญญาณ ET-PC 8255	63
ก.9 ชุดเฟืองฮาร์มอนิก รุ่น CSF Series, size 25 อัตราทด 1:100	64
ก.10 ชุดเฟืองฮาร์มอนิก รุ่น RHS, size 8 อัตราทด 1:100	64
ค.1 การวัดมุมของข้อต่อตามพิกัดน้อยทั่วไปซึ่งวัดเทียบกับแนวระดับ	71
ค.2 ข้อมืออยู่ ณ ตำแหน่ง A ทำให้ $\theta_2 = 75.0^\circ$ และ $\theta_3 = 165.0^\circ$	73
ค.3 รูปทรงรีความเฉื่อยที่จุด A	74

บทที่ 1

บทนำ



1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

แขนกล (Robot Manipulator) ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อทำงานแทนมนุษย์ในงานหลาย ๆ ด้าน เช่น งานที่ต้องอยู่ในสภาพแวดล้อมที่อันตราย (Hazardous environment) งานที่ต้องทำซ้ำ ๆ (Tedious work) เป็นต้น โรงงานอุตสาหกรรมหลายแห่งจึงนำแขนกลเข้ามามีบทบาทในการผลิตมากขึ้น ไม่ว่าจะเป็น การเชื่อมชิ้นส่วน (Welding) การพ่นสี (Painting) การประกอบชิ้นส่วน (Assembling) ฯลฯ ดังนั้น อัตราการผลิตของโรงงานเหล่านี้ จึงขึ้นอยู่กับขีดความสามารถของแขนกลด้วย หากสามารถลดเวลาของการทำงาน 1 รอบ (Cycle time) ของแขนกลลงได้ ก็จะเป็นการเพิ่มอัตราการผลิตให้กับสายการผลิตนั้น ๆ

อย่างไรก็ตาม แขนกลที่ทำงานด้วยความเร็วสูง จะมีผลของความไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinearity) ปรากฏชัดเจนขึ้น ความไม่เป็นเชิงเส้นนี้เป็นพฤติกรรมที่ยากแก่การควบคุม ดังนั้น การออกแบบแขนกลให้สามารถทำงานด้วยความเร็วสูง จำเป็นต้องคำนึงถึงผลจากความไม่เป็นเชิงเส้นด้วยเสมอ ถ้าหากสามารถออกแบบให้ผลของความไม่เป็นเชิงเส้นลดลงไป ก็จะเป็นผลดีแก่การควบคุม เช่น สามารถใช้กฎการควบคุมพื้นฐาน (Basic control law) มาควบคุมแขนกลได้

วิทยานิพนธ์นี้จึงเสนอ การออกแบบแขนกลที่ทำงานด้วยความเร็วสูง โดยพยายามออกแบบโครงสร้างของแขนกล ให้สามารถลดผลของความไม่เป็นเชิงเส้นลง เพื่อง่ายต่อการควบคุมแขนกลนี้ ที่ความเร็วสูง ๆ

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

เพื่อสร้างแขนกลที่สามารถทำงานด้วยความเร็วสูง

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1.3.1 แขนกลที่จะสร้างเป็นแขนกล 6 แกน โดยที่ 3 แกนแรก (แกนที่ 1, 2 และ 3) จะออกแบบให้ทำงานที่ความเร็วสูง ส่วนอีก 3 แกนที่เหลือ (แกนที่ 4, 5 และ 6) ออกแบบให้ทำงานที่ความเร็วปกติที่แขนกลทั่วไปทำงาน (0.2-0.3 รอบต่อวินาที)

1.3.2 ใน 3 แกนแรกที่ทำงานด้วยความเร็วสูงนี้ สามารถขับเคลื่อนข้อต่อ (Joint) ด้วยความเร็วรอบสูงสุด 0.6-1.0 รอบต่อวินาที

1.3.3 แขนกลสามารถยกน้ำหนักสูงสุด (Maximum pay load) ได้ประมาณ 1 กก.

1.3.4 ความแม่นยำ (Accuracy) ของตำแหน่งปลายแขนอยู่ในช่วง ± 3 มม.

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของวิทยานิพนธ์

1.4.1 ศึกษาและทำความเข้าใจทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1.4.2 ตรวจสอบชนิดของมอเตอร์ที่เป็นไปได้

1.4.3 วิเคราะห์ข้อดี-ข้อเสีย ของกลไกเพื่อตัดสินใจเลือกรูปแบบแขนกล โดยพิจารณาจาก

- ความสามารถในการส่งกำลังจากอุปกรณ์ขับไปเป็นแรงที่ปลายแขน

- เมตริกซ์ความเฉื่อย (Inertia matrix) ของกลไก

1.4.4 ออกแบบชิ้นส่วน พร้อมทั้งตรวจสอบรูปทรงรีของความเฉื่อย (Inertia ellipsoid)

1.4.5 สร้างและประกอบชิ้นส่วนขึ้นเป็นแขนกล

1.4.6 ออกแบบระบบควบคุมพื้นฐาน เช่น ตัวควบคุมพีไอดี (PID Control) หรือการควบคุมด้วยการคำนวณแรงบิด (Computed torque control)

1.4.7 ทดสอบความแม่นยำ (Accuracy) ในการควบคุมตำแหน่งของปลายแขนให้เคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นไปยังอีกจุดสุดท้ายที่จุดต่างๆกัน (Point to point)

1.4.8 เขียนวิทยานิพนธ์

1.4.9 ตรวจสอบและแก้ไขวิทยานิพนธ์

1.4.10 สอบวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 แขนกลสามารถทำงานด้วยความเร็วสูงขึ้นได้

1.5.2 ผู้วิจัยในอนาคต สามารถนำแขนกลนี้ไปใช้ศึกษาผลของความไม่เป็นเชิงเส้นต่อไป

1.5.3 ผู้วิจัยในอนาคต สามารถนำทฤษฎีการควบคุมขั้นสูงมาประยุกต์ใช้กับแขนกลนี้เพื่อพัฒนาขีดความสามารถของแขนกล เช่น ความแม่นยำ ให้ดียิ่งขึ้น

บทที่ 2

ทฤษฎีเกี่ยวกับการออกแบบ

2.1 เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกล

ในระบบที่มีองศาอิสระ (Degree of freedom) เท่ากับ 1 หากเราจะบรรยายคุณลักษณะ (Characteristic) ของวัตถุเกร็ง (Rigid body) โดยทั่วไป มักจะกล่าวถึงมวลของวัตถุเกร็งนั้น และเมื่อวัตถุเกร็งนั้นมีการหมุนรอบแกนหนึ่ง ๆ ก็จะพิจารณาโมเมนต์ของความเฉื่อย (Moment of inertia) แต่สำหรับวัตถุเกร็งที่สามารถหมุนอย่างอิสระในพิภัก 3 มิติ แกนของการหมุนที่เป็นไปได้จะมีได้ไม่จำกัด ดังนั้น สำหรับการหมุนรอบแกนใด ๆ วิธีที่จะบรรยายคุณลักษณะ (Characteristic) ของวัตถุได้สมบูรณ์ที่สุดก็คือ การบรรยายด้วยเมตริกซ์ความเฉื่อย (Inertia matrix)

เมตริกซ์ความเฉื่อยของวัตถุเกร็ง (Rigid body) หนึ่ง ๆ เทียบกับเฟรม (Frame) {A} จะสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ซึ่งมีมิติ 3x3 ได้ดังนี้

$${}^A \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.1.1)$$

โดยที่

$$I_{xx} = \iiint_V (y^2 + z^2) \rho \cdot dV$$

$$I_{yy} = \iiint_V (x^2 + z^2) \rho \cdot dV$$

$$I_{zz} = \iiint_V (x^2 + y^2) \rho \cdot dV$$

$$I_{xy} = \iiint_V xy \rho \cdot dV$$

$$I_{xz} = \iiint_V xz \rho \cdot dV$$

$$I_{yz} = \iiint_V yz \rho \cdot dV$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของวัตถุเกร็ง

V คือ ปริมาตรของวัตถุเกร็ง

x, y, z คือ ระยะตามแกน x, y และ z บนพิภักคาร์ทีเซียน (Cartesian Coordinates)

ตามลำดับ

การหาเมตริกซ์ความเฉื่อยของวัตถุสามารถหาได้จากสมการของพลังงานจลน์ โดยที่พลังงานจลน์ของวัตถุเป็นผลจากการเคลื่อนที่โดยการเลื่อนทางขนาน (Translation) ของจุดศูนย์กลางมวล และการเคลื่อนที่โดยการหมุน (Rotation) รอบจุดศูนย์กลางมวลนั้น ถ้า v_i แทน ความเร็วของการเคลื่อนที่โดยการเลื่อนทางขนาน และ ω_i แทน ความเร็วเชิงมุมของการหมุน พลังงานจลน์ของก้านต่อ (Link) ที่ i สามารถเขียนได้เป็น

$$k_i = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i \omega_i \quad (2.1.2)$$

เมื่อ m_i และ I_i แทน มวล และ เมตริกซ์ความเฉื่อยของก้านต่อที่ i ตามลำดับ

ผลรวมของพลังงานจลน์จากแต่ละก้านต่อ เมื่อเทียบกับแกนเดียวกันจะเป็นพลังงานจลน์ของแขนกลทั้งระบบ และสามารถเขียนให้สมการของพลังงานจลน์ นิยามบนพิกัดของข้อต่อ (Joint coordinates) ได้ในรูป

$$k = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T H \dot{\theta} \quad (2.1.3)$$

โดยที่ H คือ เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลซึ่งนิยามบนพิกัดของข้อต่อ มีมิติ $n \times n$

และ $\dot{\theta} = \text{col}(\dot{\theta}_1, \dots, \dot{\theta}_n)$ คือเวกเตอร์ความเร็วของข้อต่อบนพิกัดของข้อต่อ

หากต้องการนิยามเมตริกซ์ความเฉื่อยบนพิกัดนี้ทั่วไป (Generalized coordinates) ซึ่งเป็นพิกัดที่วัดมุมของข้อต่อโดยเทียบกับแกนในแนวระดับ [1] สมการพลังงานจลน์จะเขียนได้ในรูป

$$k = \frac{1}{2} \dot{q}^T G \dot{q} \quad (2.1.4)$$

เมื่อ $\dot{q} = \text{col}(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n)$ คือเวกเตอร์ความเร็วของข้อต่อบนพิกัดนี้ทั่วไป

$G = R^T H R$ คือเมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลซึ่งนิยามบนพิกัดนี้ทั่วไป

และ R คือ เมตริกซ์ผกผันของเมตริกซ์จาโคเบียน (Jacobian matrix) ที่แปลงพิกัดของข้อต่อให้เป็นพิกัดนี้ทั่วไป

2.2 ข้อดีของแขนกลที่มีเมตริกซ์ความเฉื่อยแบบไม่เชื่อมต่อและไม่เปลี่ยนแปลง

สมการการเคลื่อนที่ของแขนกล [5] สามารถเขียนได้ในรูป

$$\tau_i = H_{ii} \ddot{\theta}_i + \sum_{j \neq i} H_{ij} \ddot{\theta}_j + \sum_j \sum_k \left(\frac{\partial H_{ij}}{\partial \theta_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{jk}}{\partial \theta_i} \right) \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k + \tau_{g_i} \quad (2.2.1)$$

เมื่อ H_{ij} คือ สมาชิก (Element) แถวที่ i สดมภ์ที่ j ของเมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกล

τ_{g_i} คือ ทอร์กเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (Gravity torque)

พจน์แรกทางขวามือของสมการ (2.2.1) แทนทอร์กความเฉื่อย (Inertia torque) ซึ่งเกิดขึ้นจากการเร่งข้อต่อที่ i ในขณะที่พจน์ที่สอง แทนทอร์กจากการกระทำระหว่างกันต่อ (Interactive torque) จากการเร่งข้อต่ออื่น ๆ สำหรับพจน์ที่สามนั้น แทนทอร์กที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear torque) ซึ่งเกิดจากผลของแรงโคริโอลิส (Coriolis force) และแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง (Centrifugal force) ซึ่งจะเห็นได้ว่าการที่เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลเปลี่ยนแปลงเมื่อแขนกลเคลื่อนที่ไปในพื้นที่ทำงาน (Workspace) ทำให้เกิดทอร์กที่ไม่เป็นเชิงเส้นเหล่านี้

เมตริกซ์ความเฉื่อยนั้นขึ้นกับโครงสร้างทางจลนศาสตร์ (Kinematic structure) ของแขนกล และคุณสมบัติเชิงมวล (Mass property) ของแต่ละก้านต่อ การปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางจลนศาสตร์และคุณสมบัติเชิงมวลของก้านต่อจะทำให้เมตริกซ์ความเฉื่อยเปลี่ยนแปลงไป

ถ้าหากเมตริกซ์ความเฉื่อยลดรูปลงเป็นเมตริกซ์เฉียง (Diagonal matrix) ในทุก ๆ จุดบนพื้นที่ทำงาน พจน์ที่สองในสมการ (2.2.1) จะหายไปหรือกล่าวได้ว่าไม่มีทอร์กจากการกระทำระหว่างกันต่อเกิดขึ้น กรณีนี้จะเรียกเมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลว่าเป็น เมตริกซ์ความเฉื่อยแบบไม่เชื่อมต้อ (Decoupled inertia matrix) ข้อดีของเมตริกซ์ความเฉื่อยแบบไม่เชื่อมต้อก็คือสามารถควบคุมข้อต่อแต่ละข้อต่ออย่างเป็นอิสระต่อกันได้ และสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจะลดรูปเหลือเพียง

$$\tau_i = H_{ii} \ddot{\theta}_i + \sum \left(\frac{\partial H_{ii}}{\partial \theta_k} \dot{\theta}_i \dot{\theta}_k - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{kk}}{\partial \theta_i} \dot{\theta}_k^2 \right) + \tau_{yi} \quad (2.2.2)$$

เมื่อสังเกตสมการ (2.2.2) จะพบว่า จำนวนพจน์ของทอร์กที่ไม่เป็นเชิงเส้นในสมการ (2.2.2) จะน้อยกว่าสมการ (2.2.1) มาก เนื่องจากสมาชิกนอกเส้นทแยงมุมทุกตัวของเมตริกซ์ความเฉื่อยมีค่าเป็นศูนย์สำหรับทุก ๆ ค่า $\theta_1, \dots, \theta_n$ ซึ่งเป็นการลดความยุ่งยากในการคำนวณทอร์กที่ไม่เป็นเชิงเส้นลงไป

รูปแบบที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งของเมตริกซ์ความเฉื่อยที่สามารถลดความซับซ้อนทางพลวัต (Dynamic complexity) ก็คือรูปแบบที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามรูปลักษณะของแขนกล (Configuration-invariant form) ในกรณีนี้ เมตริกซ์ความเฉื่อยจะเท่ากันทุกตำแหน่งที่แขนกลเคลื่อนที่ไป หรือกล่าวได้ว่า ไม่ขึ้นกับการกระจัดของข้อต่อ (Joint displacement) ดังนั้นพจน์ที่สามของสมการ (2.2.1) จะหายไป และสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจะลดรูปเหลือเพียง

$$\tau_i = H_{ii} \ddot{\theta}_i + \sum_{j \neq i} H_{ij} \ddot{\theta}_j + \tau_{yi} \quad (2.2.3)$$

โดยสังเกตว่า H_{ii} และ H_{ij} จะคงที่ในทุก ๆ รูปลักษณะของแขนกล (Arm configuration) ดังนั้น สมการการเคลื่อนที่จะเป็นสมการเชิงเส้น (Linear equation) ยกเว้นพจน์สุดท้ายซึ่งก็คือพจน์ของทอร์กเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก เราจะเรียกเมตริกซ์ความเฉื่อยในกรณีนี้ว่าเป็นเมตริกซ์ความเฉื่อยที่ไม่เปลี่ยนแปลง (Invariant inertia matrix) ข้อดีของ เมตริกซ์ความเฉื่อยที่ไม่เปลี่ยนแปลง ก็คือ สามารถใช้วิธีการควบคุมแบบเชิงเส้น (Linear control scheme) กับระบบได้

เมื่อเมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลอยู่ในรูปเมตริกซ์แบบไม่เชื่อมต้อและไม่เปลี่ยนแปลงพร้อมกัน สมการการเคลื่อนที่จะลดรูปเหลือเพียง

$$\tau_i = H_{ij} \ddot{\theta}_j + \tau_{gi} \quad (2.2.4)$$

สมการ (2.2.4) แสดงให้เห็นว่าข้อต่อแต่ละข้อต่อจะถูกควบคุมอย่างเป็นอิสระต่อกันด้วย พารามิเตอร์ที่คงที่ได้ ซึ่งเป็นการลดความยุ่งยากในการควบคุมนั่นเอง

2.3 การวิเคราะห์ประสิทธิภาพในการส่งกำลังของแขนกล

ประสิทธิภาพในการส่งกำลังจากมอเตอร์ไปยังปลายแขนของแขนกลแต่ละรูปร่างนั้นไม่เท่ากัน เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการส่งกำลังนี้ เราจะวิเคราะห์ถึงกำลังงานที่มอเตอร์ต้องใช้ เพื่อสร้างแรงที่ปลายแขนของแขนกล

พารามิเตอร์ตัวหนึ่งที่สำคัญของมอเตอร์ก็คือค่าคงที่มอเตอร์ (Motor constant, k_m) ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างทอร์กที่จ่ายออกมา กับรากที่สองของกำลังงาน (P) ที่ต้องสูญเสียให้กับมอเตอร์ ดังสมการ

$$k_m = \frac{\tau}{\sqrt{P}} \quad (2.3.1)$$

ค่าคงที่ของมอเตอร์นี้จะแทนประสิทธิภาพของมอเตอร์ในการเปลี่ยนกำลังงานไฟฟ้าที่ให้กับมอเตอร์ไปเป็นทอร์กที่มอเตอร์จ่ายออกมา ถ้า k_m มีค่าน้อยหมายความว่า มอเตอร์ต้องใช้กำลังงานมากแต่จ่ายทอร์กได้เพียงเล็กน้อยเท่านั้น

ขณะที่แขนกลรับภาระที่ปลายแขน ภาระนี้จะถูกรับไว้โดยมอเตอร์ทุกตัวในกลไกของแขน ดังนั้น นอกเหนือจากคุณสมบัติของมอเตอร์แล้ว ประสิทธิภาพในการออกแรงที่ปลายแขนยังขึ้นกับ โครงสร้างทางจลนศาสตร์ (Kinematic structure) ของกลไกแขนอีกด้วย ถ้าให้ F เป็นแรงที่สร้างขึ้นที่ปลายแขนโดยนิยามบนพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinates) และให้ τ เป็นเวกเตอร์ของทอร์กสมมูล (Equivalent torque) ของมอเตอร์ n ตัว จะได้ว่า

$$\tau = J^T F \quad (2.3.2)$$

เมื่อ J คือ เมตริกซ์จาโคเบียนที่แปลงพิกัดของข้อต่อให้เป็นพิกัดคาร์ทีเซียน

ให้ P เป็น กำลังทั้งหมดที่สูญเสียให้กับมอเตอร์ n ตัวขณะขับเคลื่อนกลไกแขน และ k_{mi} คือ ค่าคงที่มอเตอร์ของมอเตอร์ตัวที่ i ดังนั้นกำลังงานทั้งหมดที่ใช้ไปสามารถเขียนในรูปของสมการพหุนามกำลังสอง (Quadratic form) ของแรงที่ปลายแขน (F) ได้เป็น

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{\tau_i^2}{k_{mi}^2} = F^T L F \quad (2.3.3)$$

เมื่อ

$$\mathbf{L} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{m1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_{m2}} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{k_{mn}} \end{bmatrix} \mathbf{J}^T$$

นั่นหมายความว่า กำลังงานที่ต้องใช้ ไม่เพียงแต่ขึ้นกับค่าคงที่มอเตอร์ (Motor constant) ของอุปกรณ์ขับ (Actuator) แต่ยังขึ้นกับโครงสร้างทางจลนศาสตร์ (Kinematic structure) ของแขนกลด้วยนั่นเอง

เมื่อต้องการหาประสิทธิภาพรวมของแขนกลและมอเตอร์ ทำได้โดยพิจารณาจากค่าอัตราส่วนการจ่ายพลังงานเฉลี่ย (Mean power dissipation ratio) λ_m โดยนิยามเป็น

$$\lambda_m = \frac{1}{n} \text{trace}(\mathbf{L}) \quad ; \quad \text{trace}(\mathbf{M}) = \sum_{i=1}^n M_{ii} \quad (2.3.3)$$

ซึ่งมีหน่วยเป็น วัตต์ต่อนิวตันยกกำลังสอง (W/N^2)

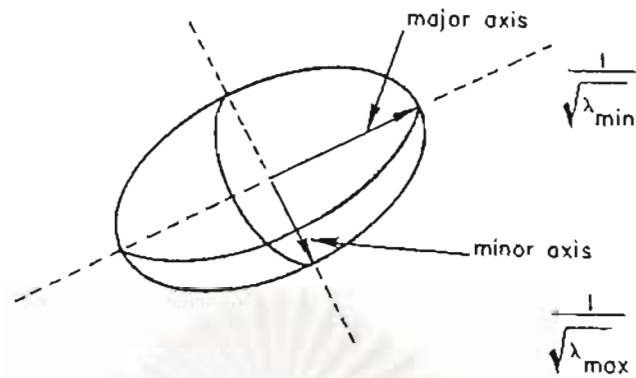
2.4 การสร้างรูปทรงรีความเฉื่อยเพื่อช่วยในการออกแบบแขนกล

โดยทั่วไป เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลใด ๆ จะเปลี่ยนแปลงเมื่อปลายแขนมีการเคลื่อนตำแหน่งไปในพื้นที่ทำงาน ซึ่งหมายความว่าคุณสมบัติทางพลวัตของแขนกลจะเปลี่ยนไปด้วย การพิจารณาถึงคุณสมบัติทางพลวัตของแขนกลทั่วทั้งพื้นที่ทำงาน จึงเป็นเรื่องที่ยุ่ยากสำหรับผู้ออกแบบ Asada H. [4] จึงเสนอให้นำวิธีการที่แสดงเมตริกซ์ความเฉื่อยด้วยรูปทรงรี ซึ่งปกติใช้แสดงคุณสมบัติเชิงมวลของวัตถุเกร็งเดี่ยว ๆ (Single Rigid body) มาใช้แสดงคุณสมบัติเชิงมวลของแขนกลทั้งระบบ รูปทรงรีนี้เรียกว่า รูปทรงรีความเฉื่อย (Inertia ellipsoid)

จากสมการ (2.1.4) เป็นสมการที่เกี่ยวข้องกับเมตริกซ์ความเฉื่อยที่นิยามบนพิกัดนัยทั่วไป (Generalized inertia matrix) เราจะเรียกรูปทรงรีซึ่งสอดคล้องกับเมตริกซ์ความเฉื่อยที่นิยามบนพิกัดนัยทั่วไปนี้ว่า รูปทรงรีที่นิยามบนพิกัดนัยทั่วไป (Generalized inertia ellipsoid หรือ GIE) โดยเป็นพื้นผิวที่มีสมการเป็น

$$\mathbf{q}^T \mathbf{G} \mathbf{q} = 1 \quad (2.4.1)$$

รูปทรงรีที่นิยามบนพิกัดนัยทั่วไปนี้จะมีแกนหลักอยู่ในทิศทางที่เมตริกซ์ความเฉื่อยเป็นเมตริกซ์เฉื่อย แกนหลักของรูปทรงรีที่นิยามบนพิกัดนัยทั่วไปนี้จะเอียงตามเวกเตอร์ค่าเจาะจง (Eigenvector) ของเมตริกซ์ \mathbf{G} และมีความยาวของแต่ละแกนเท่ากับส่วนกลับของรากที่สองของค่าเจาะจง (Eigenvalue) ที่สอดคล้องกับเวกเตอร์ค่าเจาะจง (Eigenvector) นั้น ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 รูปทรงรีความเฉื่อยที่นิยามบนพิกัดนี้ทั่วไป

ในทางปฏิบัติ เราสนใจการเคลื่อนที่ของวัตถุหรืออุปกรณ์ใด ๆ ที่ติดอยู่ตรงปลายแขนกล จึงจะตรวจสอบสมบัติทางพลวัตตามการเคลื่อนที่ของปลายแขนซึ่งนิยามบนพิกัดคาร์ทีเซียน ดังนั้น ขั้นตอนแรกจะต้องแปลงเมตริกซ์ความเฉื่อยที่นิยามบนพิกัดนี้ทั่วไป ให้นิยามบนพิกัดคาร์ทีเซียนเสียก่อน โดยเปลี่ยนสมการพลังงานจลน์ให้อยู่ในรูป

$$k = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}} \quad (2.4.2)$$

เมื่อ $\dot{\mathbf{x}} = (\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z})^T$ คือ เวกเตอร์ความเร็วของปลายแขนกลบนพิกัดคาร์ทีเซียน 3 มิติ

หรือ $\dot{\mathbf{x}} = (\dot{x} \ \dot{y})^T$ เมื่อ \mathbf{C} มีมิติ 2×2

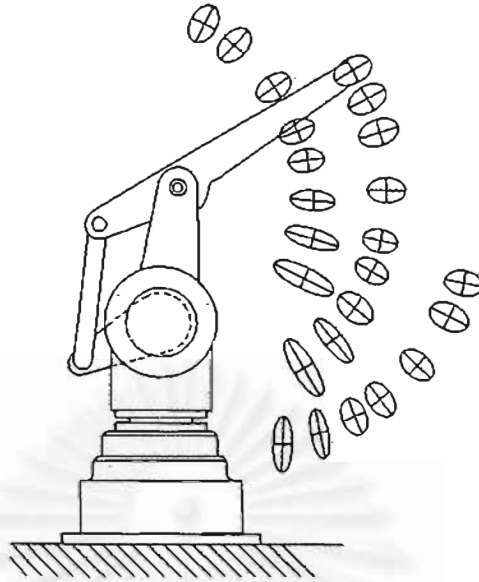
$\mathbf{C} = \mathbf{S}^T \mathbf{G} \mathbf{S}$ คือ เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลที่นิยามบนพิกัดคาร์ทีเซียน

\mathbf{S} คือ เมตริกซ์ผกผันของเมตริกซ์จาโคเบียนที่แปลงพิกัดนี้ทั่วไปให้เป็นพิกัดคาร์ทีเซียน

ดังนั้น สมการพื้นผิวของรูปทรงรีความเฉื่อยที่นิยามบนพิกัดคาร์ทีเซียนจะอยู่ในรูป

$$\mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x} = 1 \quad (2.4.3)$$

คำนวณหาค่าเจาะจง (Eigenvalue) และเวกเตอร์ค่าเจาะจง (Eigenvector) ณ จุดที่ต้องการ โดยให้จุดศูนย์กลางของรูปทรงรีอยู่ ณ จุดที่ต้องการนั้น หาความยาวแกนหลักของรูปทรงรีจากส่วนกลับของรากที่สองของค่าเจาะจง โดยให้ทิศทางของแกนหลักเอียงตามเวกเตอร์ค่าเจาะจงที่สอดคล้องกับค่าเจาะจงนั้น ๆ ต่อจากนั้น จึงคำนวณและวาดรูปทรงรีให้ทั่วพื้นที่ทำงาน ดังแสดงในรูปที่ 2.2 สำหรับขั้นตอนการคำนวณค่าเจาะจงและเวกเตอร์ค่าเจาะจง รวมทั้งการวาดรูปทรงรี ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ค



รูปที่ 2.2 รูปทรงรีความเฉื่อยที่แสดงในพื้นที่ทำงาน

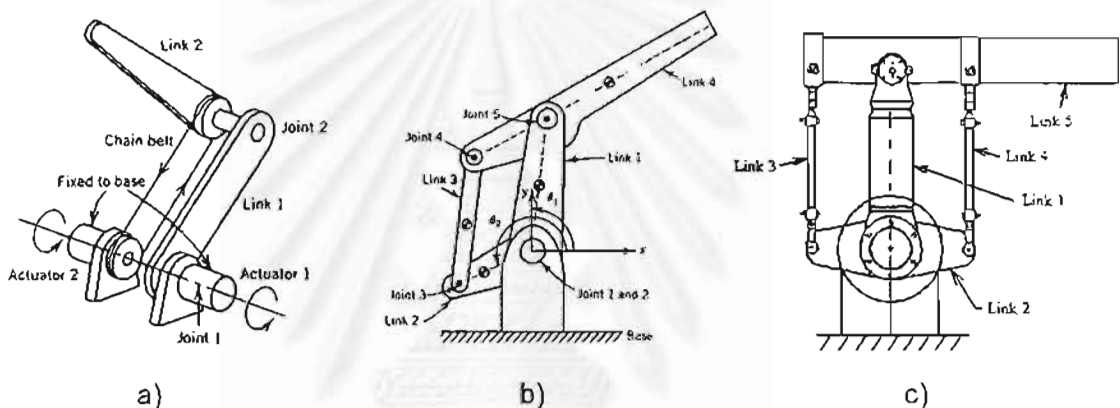
รูปที่ 2.2 แสดงให้เห็นว่า ณ จุดต่าง ๆ ในพื้นที่ทำงาน รูปทรงรีความเฉื่อยของแขนกลจะแตกต่างกันไป ซึ่งเป็นการยืนยันว่า เมื่อแขนกลเคลื่อนที่ ความเฉื่อยของแขนกลก็จะเปลี่ยนไปตามรูปลักษณะ (Configuration) นอกจากนี้ รูปทรงรีแต่ละรูปยังสื่อความหมายได้ว่า การเคลื่อนที่ของปลายแขนกลตามแกนโท (Minor axis) จะมีความเฉื่อยสูงกว่าตามแกนเอก (Major axis) อุปกรณ์ขับจึงต้องจ่ายทอร์คสูงกว่า แขนกลที่ทำงานโดยการทำซ้ำตามที่สอน (Playback) เช่น แขนกลพ่นสี ควรมีความเฉื่อยในการเคลื่อนที่ทุกทิศทางเท่า ๆ กัน เพื่อให้ผู้สอนสามารถเคลื่อนแขนกลได้ตามทิศทางที่ต้องการได้เป็นอย่างดี ดังนั้น การออกแบบที่ดี คือการพยายามเปลี่ยนแปลงรูปร่างของก้านต่อ เพื่อให้ความยาว จุดศูนย์กลางมวล และมวลของแต่ละก้านต่อเปลี่ยนไป จนกระทั่งได้รูปทรงรีส่วนใหญ่มีลักษณะใกล้เคียงวงกลมมากที่สุด ซึ่งหมายความว่าแขนกลมีความเฉื่อยในการเคลื่อนที่แต่ละทิศทางไม่แตกต่างกันมากนักเอง

จะเห็นได้ว่า วิธีการนำรูปทรงรีความเฉื่อยเพื่อช่วยในการออกแบบแขนกลนี้ ช่วยให้ผู้ออกแบบมองเห็นการเปลี่ยนแปลงของความเฉื่อยของแขนกลอย่างคร่าว ๆ ทั่วทั้งพื้นที่ทำงาน ทำให้การออกแบบแขนกลสะดวกรวดเร็วยิ่งขึ้น

2.5 ขั้นตอนการตัดสินใจเลือกโครงสร้างของแขนกล

โดยทั่วไป แขนกลสามารถแบ่งประเภทตามการวางตำแหน่งของอุปกรณ์ขับเคลื่อนได้ 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ ประเภทที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบอนุกรม (Serial drive) และประเภทที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน (Parallel drive)

การวางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบอนุกรม คือ การวางอุปกรณ์ขับเคลื่อนกันต่อถัดไปไว้บนปลายของกันต่อก่อนหน้า ทำให้อุปกรณ์ขับเคลื่อนกันต่อก่อนหน้าต้องรับภาระเนื่องจากน้ำหนักของอุปกรณ์ขับเคลื่อนกันต่อถัดไป ลักษณะเช่นนี้แตกต่างจากการวางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน ซึ่งนำอุปกรณ์ขับเคลื่อนกันต่อถัดไปมาวางไว้ที่ฐาน แล้วส่งกำลังด้วยโซ่ สายพาน หรือกันต่อที่เพิ่มขึ้นมา ทำให้อุปกรณ์ขับเคลื่อนกันต่อก่อนหน้าไม่ต้องรับภาระดังกล่าว จากข้อดีของการวางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนานตรงจุดนี้ จึงเลือกสร้างแขนกลให้วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน



รูปที่ 2.3 โครงสร้างของ a) แขนกล 2 กันต่อต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน b) แขนกลแบบกลไก 5 กันต่อ c) แขนกลแบบกลไก 6 กันต่อ

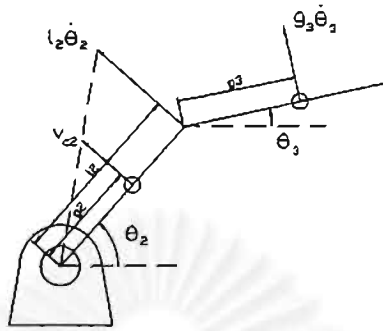
แขนกลที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนานที่จะนำมาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบข้อดีข้อเสีย ได้แก่ แขนกล 2 กันต่อต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน (Parallel drive 2-serial-link mechanism), แขนกลแบบกลไก 5 กันต่อ (5-bar-link mechanism) และแขนกลแบบกลไก 6 กันต่อ (6-bar-link mechanism) ซึ่งแสดงโครงสร้างในรูปที่ 2.3

จากรูปที่ 2.3 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าแขนกล 2 กันต่อต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนานจะนำอุปกรณ์ขับเคลื่อนกันต่อที่ 2 มาวางไว้ที่ฐานแล้วใช้สายพานส่งกำลังเพื่อขับเคลื่อนข้อต่อที่ 2 ส่วนแขนกลแบบกลไก 5 กันต่อและ 6 กันต่อนั้น อุปกรณ์ขับเคลื่อนจะขับเคลื่อนข้อต่อที่ 1 และ 2 โดยตรงแล้วอาศัยกันต่อที่เพิ่มเข้ามาส่งกำลังไปยังปลายแขน

ขั้นตอนต่อไป คือการนำทฤษฎีข้างต้นมาใช้วิเคราะห์เพื่อช่วยในการตัดสินใจเลือกรูปแบบของแขนกลที่จะสร้าง

การวิเคราะห์เมตริกซ์ความเฉื่อย

1. แขนกล 2 ก้านต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน



รูปที่ 2.4 รูปอย่างง่ายของแขนกล 2 ก้านต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน

จากรูปที่ 2.4 จะได้

$$v_{c2}^2 = (g_2 \dot{\theta}_2)^2$$

$$\omega_2 = \dot{\theta}_2$$

$$v_{c3}^2 = (l_2 \dot{\theta}_2)^2 + (g_3 \dot{\theta}_3)^2 + 2l_2 g_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\omega_3 = \dot{\theta}_3$$

ดังนั้น พลังงานจลน์รวมจะได้เป็น

$$\sum k = \left[\frac{1}{2} (I_2 + m_2 g_2^2 + m_3 l_2^2) \right] \dot{\theta}_2^2 + \left[\frac{1}{2} (I_3 + m_3 g_3^2) \right] \dot{\theta}_3^2 + [m_3 l_2 g_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)] \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3$$

นำมาเทียบกับสมการ

$$\sum k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{12} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกล 2 ก้านต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน มีสมาชิกดังต่อไปนี้

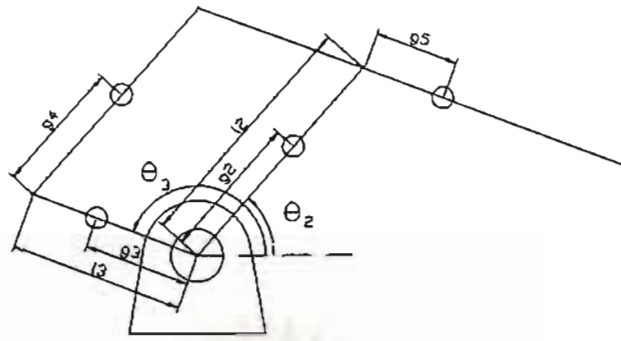
$$H_{11} = I_2 + m_2 g_2^2 + m_3 l_2^2$$

$$H_{22} = I_3 + m_3 g_3^2$$

$$H_{12} = m_3 l_2 g_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

(2.5.1)

2. แขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ



รูปที่ 2.5 รูปถ่ายของแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ

จากรูปที่ 2.5 จะได้

$$v_{c_2}^2 = (g_2 \dot{\theta}_2)^2$$

$$\omega_2 = \dot{\theta}_2$$

$$v_{c_3}^2 = (g_3 \dot{\theta}_3)^2$$

$$\omega_3 = \dot{\theta}_3$$

$$v_{c_4}^2 = (l_3 \dot{\theta}_3)^2 + (g_4 \dot{\theta}_2)^2 + 2l_3 g_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\omega_4 = \dot{\theta}_2$$

$$v_{c_5}^2 = (l_2 \dot{\theta}_2)^2 + (g_5 \dot{\theta}_3)^2 - 2l_2 g_5 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\omega_5 = \dot{\theta}_3$$

ดังนั้น พลังงานจลน์รวมจะได้เป็น

$$\begin{aligned} \sum k = & \left[\frac{1}{2} (I_2 + m_2 g_2^2 + I_4 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2) \right] \dot{\theta}_2^2 + \left[\frac{1}{2} (I_3 + m_3 g_3^2 + I_5 + m_5 g_5^2 + m_4 l_3^2) \right] \dot{\theta}_3^2 \\ & + [(m_4 l_3 g_4 - m_5 l_2 g_5) \cos(\theta_3 - \theta_2)] \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \end{aligned}$$

นำมาเทียบกับสมการ

$$\sum k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{12} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ มีสมาชิกดังต่อไปนี้

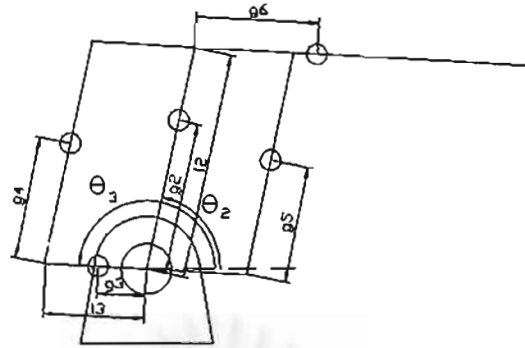
$$H_{11} = I_2 + m_2 g_2^2 + I_4 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2$$

$$H_{22} = I_3 + m_3 g_3^2 + I_5 + m_5 g_5^2 + m_4 l_3^2$$

$$H_{12} = (m_4 l_3 g_4 - m_5 l_2 g_5) \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

(2.5.2)

3. แขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ



รูปที่ 2.6 รูปอย่างง่ายของแขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ

จากรูปที่ 2.6 จะได้

$$v_{c2}^2 = (g_2 \dot{\theta}_2)^2$$

$$\omega_2 = \dot{\theta}_2$$

$$v_{c3}^2 = (g_3 \dot{\theta}_3)^2$$

$$\omega_3 = \dot{\theta}_3$$

$$v_{c4}^2 = (l_3 \dot{\theta}_3)^2 + (g_4 \dot{\theta}_2)^2 + 2l_3 g_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\omega_4 = \dot{\theta}_2$$

$$v_{c5}^2 = (l_3 \dot{\theta}_3)^2 + (g_5 \dot{\theta}_2)^2 - 2l_3 g_5 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\omega_5 = \dot{\theta}_2$$

$$v_{c6}^2 = (l_2 \dot{\theta}_2)^2 + (g_6 \dot{\theta}_3)^2 - 2l_2 g_6 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\omega_6 = \dot{\theta}_3$$

ดังนั้น พลังงานจลน์รวมจะได้เป็น

$$\sum k = \left[\frac{1}{2} (I_2 + m_2 g_2^2 + I_4 + m_4 g_4^2 + I_5 + m_5 g_5^2 + m_6 l_2^2) \right] \dot{\theta}_2^2 + \left[\frac{1}{2} (I_3 + m_3 g_3^2 + I_6 + m_6 g_6^2 + m_4 l_3^2 + m_5 l_3^2) \right] \dot{\theta}_3^2 + [(m_4 l_3 g_4 - m_5 l_3 g_5 - m_6 l_2 g_6) \cos(\theta_3 - \theta_2)] \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3$$

นำมาเทียบกับสมการ

$$\sum k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{12} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ มีสมาชิกดังต่อไปนี้

$$H_{11} = I_2 + m_2 g_2^2 + I_4 + m_4 g_4^2 + I_5 + m_5 g_5^2 + m_6 l_2^2$$

$$H_{22} = I_3 + m_3 g_3^2 + I_6 + m_6 g_6^2 + m_4 l_3^2 + m_5 l_3^2$$

$$H_{12} = (m_4 l_3 g_4 - m_5 l_3 g_5 - m_6 l_2 g_6) \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

(2.5.3)

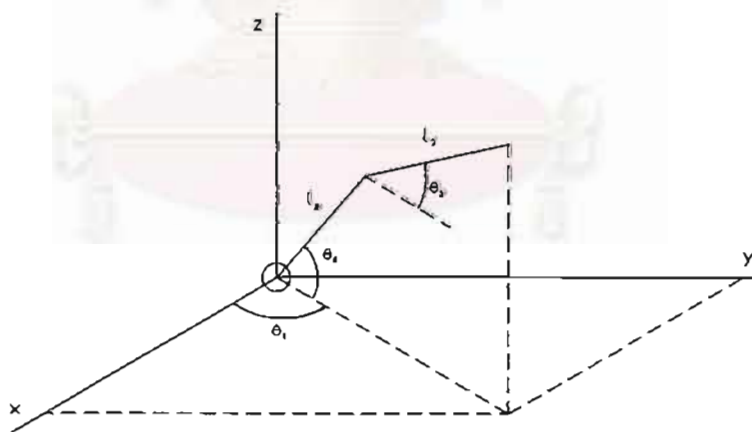
จากการพิจารณาสมการ (2.5.1) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกล 2 ก้านต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน พบว่า เมตริกซ์นี้จะเป็นเมตริกซ์เฉื่อยก็ต่อเมื่อ $\theta_3 - \theta_2 = \pm 90^\circ$ เท่านั้น ในบริเวณอื่น ๆ เมตริกซ์ความเฉื่อยก็จะเปลี่ยนไปตามมุม θ_2 และ θ_3 ดังนั้น การที่ เมตริกซ์ความเฉื่อยไม่เป็นเมตริกซ์เฉื่อยและไม่คงที่ หมายถึง การควบคุมไม่สามารถคิดเป็นระบบอินพุตเดี่ยวเอาต์พุตเดี่ยว (Single-input single-output) ได้ และมีความไม่เป็นเชิงเส้นปรากฏขึ้นในสมการการเคลื่อนที่

ในขณะที่ แขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ มีโอกาสทำให้พจน์ H_{12} ตามสมการ (2.5.2) เป็นศูนย์ได้ทุก ๆ ค่ามุม θ_2 และ θ_3 โดยการปรับค่า $m_4 l_3 g_4$ ให้เท่ากับ $m_5 l_2 g_5$ ดังนั้น เมตริกซ์ความเฉื่อยจะเป็นเมตริกซ์เฉื่อยโดย H_{11} และ H_{22} เป็นค่าคงที่ เราจึงสรุปได้ว่า แขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ มีโอกาสทำให้ควบคุมระบบแบบอินพุตเดี่ยวเอาต์พุตเดี่ยวได้ รวมทั้งยังอาจลดความยุ่งยากในการคำนวณผลของความไม่เป็นเชิงเส้นลงไปได้ด้วย

เช่นเดียวกัน แขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ ก็มีโอกาสทำให้เมตริกซ์ความเฉื่อยตามสมการ (2.5.3) เป็นเมตริกซ์เฉื่อยได้โดยการปรับค่า $m_4 l_3 g_4$ ให้เท่ากับ $m_5 l_3 g_5 + m_6 l_2 g_6$ จึงสรุปได้ว่า แขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ ก็มีโอกาสควบคุมระบบแบบอินพุตเดี่ยวเอาต์พุตเดี่ยวได้ รวมทั้งยังสามารถลดความยุ่งยากในการคำนวณผลของความไม่เป็นเชิงเส้นลงไปได้ด้วยเช่นกัน

การวิเคราะห์ประสิทธิภาพในการส่งกำลัง

1. แขนกล 2 ก้านต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนานใน 3 มิติ



รูปที่ 2.7 มุมข้อต่อและความยาวก้านต่อของแขนกล 2 ก้านต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนแบบขนาน

จากรูปที่ 2.7 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}x &= (l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3) \cos \theta_1 \\y &= (l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3) \sin \theta_1 \\z &= (l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin \theta_3)\end{aligned}$$

ดิฟเฟอเรนเชียล (Differentiate) เทียบกับเวลาจะได้

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -(l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3) \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \dot{\theta}_2 - l_3 \sin \theta_3 \cos \theta_1 \dot{\theta}_3 \\ \dot{y} &= (l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3) \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_2 \sin \theta_2 \sin \theta_1 \dot{\theta}_2 - l_3 \sin \theta_3 \sin \theta_1 \dot{\theta}_3 \\ \dot{z} &= l_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 + l_3 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3\end{aligned}$$

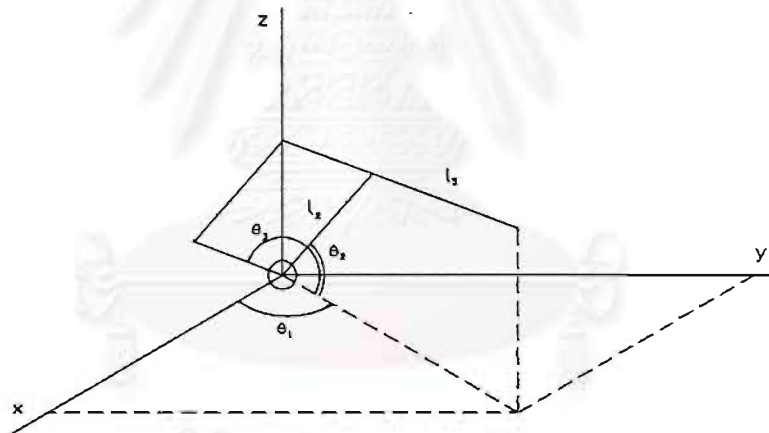
จะได้เมตริกซ์จาโคเบียนดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} -(l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3) \sin \theta_1 & -l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 & -l_3 \sin \theta_3 \cos \theta_1 \\ (l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3) \cos \theta_1 & -l_2 \sin \theta_2 \sin \theta_1 & -l_3 \sin \theta_3 \sin \theta_1 \\ 0 & l_2 \cos \theta_2 & l_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \quad (2.5.4)$$

หาเมตริกซ์ L จากสมการ (2.2.3) แล้วใช้สมการ (2.2.4) จะได้

$$\begin{aligned}\lambda_m &= \frac{1}{3}(L_{11} + L_{22} + L_{33}) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{(l_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos \theta_3)^2}{k_{m1}^2} + \frac{l_2^2}{k_{m2}^2} + \frac{l_3^2}{k_{m3}^2} \right)\end{aligned} \quad (2.5.5)$$

2. แขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อใน 3 มิติ



รูปที่ 2.8 มุมข้อต่อและความยาวก้านต่อของแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ

จากรูปที่ 2.8 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}x &= (l_2 \cos \theta_2 - l_5 \cos \theta_3) \cos \theta_1 \\ y &= (l_2 \cos \theta_2 - l_5 \cos \theta_3) \sin \theta_1 \\ z &= (l_2 \sin \theta_2 - l_5 \sin \theta_3)\end{aligned}$$

ดิฟเฟอเรนเชียลเทียบกับเวลา จะได้

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -(l_2 \cos \theta_2 - l_5 \cos \theta_3) \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \dot{\theta}_2 + l_5 \sin \theta_3 \cos \theta_1 \dot{\theta}_3 \\ \dot{y} &= (l_2 \cos \theta_2 - l_5 \cos \theta_3) \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_2 \sin \theta_2 \sin \theta_1 \dot{\theta}_2 + l_5 \sin \theta_3 \sin \theta_1 \dot{\theta}_3 \\ \dot{z} &= l_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 - l_5 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3\end{aligned}$$

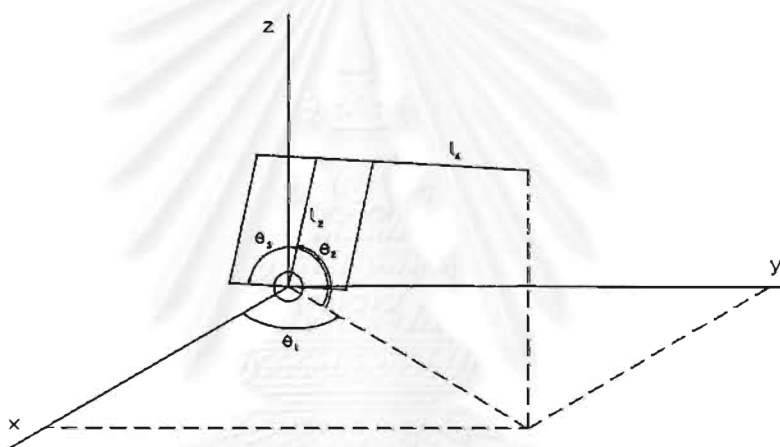
จะได้เมตริกซ์จาโคเบียนดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} -(l_2 \cos \theta_2 - l_5 \cos \theta_3) \sin \theta_1 & -l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 & l_5 \sin \theta_3 \cos \theta_1 \\ (l_2 \cos \theta_2 - l_5 \cos \theta_3) \cos \theta_1 & -l_2 \sin \theta_2 \sin \theta_1 & l_5 \sin \theta_3 \sin \theta_1 \\ 0 & l_2 \cos \theta_2 & -l_5 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \quad (2.5.6)$$

หาเมตริกซ์ L จากสมการ (2.2.3) แล้วใช้สมการ (2.2.4) จะได้

$$\begin{aligned} \lambda_m &= \frac{1}{3}(L_{11} + L_{22} + L_{33}) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{(l_2 \cos \theta_2 - l_5 \cos \theta_3)^2}{k_{m1}^2} + \frac{l_2^2}{k_{m2}^2} + \frac{l_5^2}{k_{m3}^2} \right) \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

3. แขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อใน 3 มิติ



รูปที่ 2.9 มุมข้อต่อและความยาวก้านต่อของแขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อ

จากรูปที่ 2.9 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} x &= (l_2 \cos \theta_2 - l_6 \cos \theta_3) \cos \theta_1 \\ y &= (l_2 \cos \theta_2 - l_6 \cos \theta_3) \sin \theta_1 \\ z &= (l_2 \sin \theta_2 - l_6 \sin \theta_3) \end{aligned}$$

ดิฟเฟอเรนเชียลเทียบกับเวลา จะได้

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(l_2 \cos \theta_2 - l_6 \cos \theta_3) \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \dot{\theta}_2 + l_6 \sin \theta_3 \cos \theta_1 \dot{\theta}_3 \\ \dot{y} &= (l_2 \cos \theta_2 - l_6 \cos \theta_3) \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 - l_2 \sin \theta_2 \sin \theta_1 \dot{\theta}_2 + l_6 \sin \theta_3 \sin \theta_1 \dot{\theta}_3 \\ \dot{z} &= l_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 - l_6 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3 \end{aligned}$$

จะได้เมตริกซ์จาโคเบียนดังนี้

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -(l_2 \cos \theta_2 - l_6 \cos \theta_3) \sin \theta_1 & -l_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 & l_6 \sin \theta_3 \cos \theta_1 \\ (l_2 \cos \theta_2 - l_6 \cos \theta_3) \cos \theta_1 & -l_2 \sin \theta_2 \sin \theta_1 & l_6 \sin \theta_3 \sin \theta_1 \\ 0 & l_2 \cos \theta_2 & -l_6 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \quad (2.5.8)$$

หาเมตริกซ์ \mathbf{L} จากสมการ (2.2.3) แล้วใช้สมการ (2.2.4) จะได้

$$\begin{aligned} \lambda_m &= \frac{1}{3}(\mathbf{L}_{11} + \mathbf{L}_{22} + \mathbf{L}_{33}) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{(l_2 \cos \theta_2 - l_6 \cos \theta_3)^2}{k_{m1}^2} + \frac{l_2^2}{k_{m2}^2} + \frac{l_6^2}{k_{m3}^2} \right) \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

เมื่อต้องการเปรียบเทียบ λ_m ของแขนกลทั้งสามรูปแบบ ก็ต้องมีการปรับตัวแปรเล็กน้อย นั่นคือ

$$\begin{aligned} (l_3)_{2\text{bar}} &= (l_5)_{5\text{bar}} = (l_6)_{6\text{bar}} \\ (\theta_3)_{5\text{bar}} &= (\theta_3)_{6\text{bar}} = 180^\circ + (\theta_3)_{2\text{bar}} \end{aligned}$$

จะได้ว่า λ_m ของทั้งสามรูปแบบมีค่าเท่ากัน ดังนั้น สรุปได้ว่า ในการออกแรงค่าหนึ่งทีปลายแขน แขนกลทั้ง 3 รูปแบบใช้กำลังงานเท่ากัน จึงถือว่าไม่มีรูปแบบใดดีกว่าในประเด็นนี้

เมื่อพิจารณาจากการวิเคราะห์ทั้งเมตริกซ์ความเฉื่อยและประสิทธิภาพเชิงกำลังงานแล้วถือว่า แขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อและแขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อมีข้อดีมากกว่าแขนกล 2 ก้านต่อต่อกันแบบอนุกรมที่วางอุปกรณ์ขับเคลื่อนบนาน ตรงที่สามารถออกแบบให้มีเมตริกซ์ความเฉื่อยแบบไม่เชื่อมต่อหรือไม่เปลี่ยนแปลงได้ ซึ่งจะเป็นผลให้ความไม่เป็นเชิงเส้นลดลง หรือสามารถควบคุมข้อต่อแต่ละข้อต่ออย่างเป็นอิสระต่อกันได้

นอกเหนือจากการพิจารณาข้างต้น แขนกลแบบกลไก 6 ก้านต่อมีข้อดีอีกอย่างคือ มีความแข็งตึง (Stiffness) ทีปลายแขนสูงกว่าแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ ซึ่งจะเห็นผลชัดเจนเมื่อแขนกลมีความยาวของก้านต่อมาก ๆ อย่างไรก็ตาม การออกแบบและการสร้างจะยุ่งยากกว่าแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อเนื่องจากมีชิ้นส่วนเพิ่มเข้ามา นอกจากนี้ แขนกลที่จะสร้างมีขนาดไม่ใหญ่มาก จึงตัดสินใจเลือกแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ เป็นรูปแบบของแขนกลที่จะสร้าง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

ทฤษฎีเกี่ยวกับการควบคุม

3.1 การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่

Craig J.J. [2] ได้รวบรวมวิธีการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ (Trajectory generation) ของแขนกลที่ใช้กันโดยทั่วไปไว้หลายวิธีด้วยกัน ได้แก่ การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ด้วยสมการพหุนามกำลัง 3 (Cubic polynomials) การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ด้วยสมการพหุนามที่มีกำลังสูงที่สุดมากกว่า 3 (Higher order polynomials) การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ด้วยฟังก์ชันเชิงเส้นซึ่งมีส่วนโค้งแบบพาราโบลาผสมอยู่ (Linear function with parabolic blend) ฯลฯ สำหรับวิธีที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ คือการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ด้วยสมการพหุนามกำลัง 3 ซึ่งมีรายละเอียดของวิธีการดังต่อไปนี้

การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ด้วยสมการพหุนามกำลัง 3

เมื่อพิจารณาถึงการเคลื่อนที่ของปลายแขนกล จากตำแหน่งเริ่มต้นไปยังตำแหน่งเป้าหมายภายในเวลาหนึ่งๆ จะต้องคำนวณหามุมที่ข้อต่อต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับตำแหน่งและทิศทางสุดท้ายด้วยคิเนแมติกส์ผกผัน (Inverse kinematics) จากนั้นจึงนำมุมของแต่ละข้อต่อ ในขณะที่เริ่มต้นและที่ตำแหน่งสุดท้าย มาหาฟังก์ชันของตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง สำหรับแต่ละข้อต่อ ที่เริ่มต้นด้วยเวลา t_0 (เท่ากับศูนย์) และไปถึงตำแหน่งสุดท้ายที่เวลา t_f

เพื่อให้ได้การเคลื่อนที่ซึ่งต่อเนื่องและเรียบ จะต้องใช้เงื่อนไขอย่างน้อย 4 เงื่อนไข ได้แก่

$$\begin{aligned}\theta(0) &= \theta_0, \quad \theta(t_f) = \theta_f \\ \dot{\theta}(0) &= 0, \quad \dot{\theta}(t_f) = 0\end{aligned}\tag{3.1.1}$$

จากเงื่อนไขเหล่านี้ สมการพหุนามกำลังต่ำสุดที่สอดคล้องเงื่อนไขทั้ง 4 ข้อ คือสมการพหุนามกำลัง 3 โดยที่สมการจะอยู่ในรูป

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3\tag{3.1.2}$$

ดังนั้น จะได้สมการของความเร็วและความเร่งของข้อตอดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{\theta}(t) &= a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \\ \ddot{\theta}(t) &= 2a_2 + 6a_3t\end{aligned}\quad (3.1.3)$$

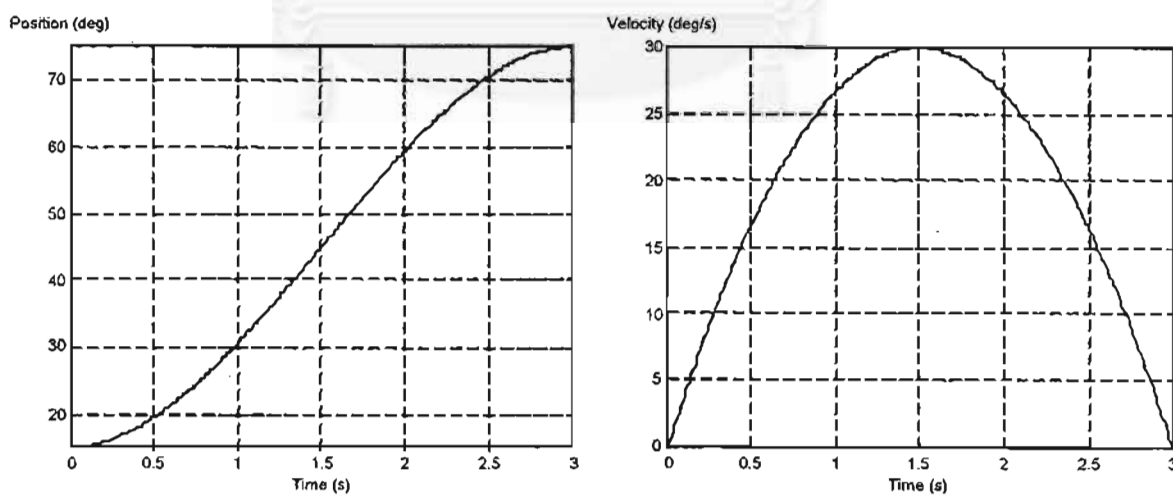
เมื่อรวมสมการ (3.1.2) และ (3.1.3) เข้ากับเงื่อนไข (3.1.1) จะได้สมการ 4 สมการ ที่มีค่าที่ไม่ทราบค่า 4 ค่า ดังนี้

$$\begin{aligned}\theta_0 &= a_0 \\ \theta_f &= a_0 + a_1t_f + a_2t_f^2 + a_3t_f^3 \\ 0 &= a_1 \\ 0 &= a_1 + 2a_2t_f + 3a_3t_f^2\end{aligned}\quad (3.1.4)$$

แก้สมการเหล่านี้เพื่อหาค่า a_i จะได้

$$\begin{aligned}a_0 &= \theta_0, \quad a_1 = 0 \\ a_2 &= \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) \\ a_3 &= -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0)\end{aligned}\quad (3.1.5)$$

ด้วยผลลัพธ์ (3.1.5) พร้อมทั้งสมการตำแหน่ง (3.1.2) และสมการความเร็วจาก (3.1.3) จะสามารถคำนวณสมการพหุนามกำลัง 3 ที่เชื่อมระหว่างจุดเริ่มต้นกับจุดสุดท้าย และสมการพหุนามกำลัง 2 ที่แทนความเร็วของข้อต่อได้ ดังตัวอย่างของกราฟตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อหนึ่ง ๆ จากการคำนวณซึ่งแสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วที่ได้จากสมการตำแหน่งซึ่งเป็นพหุนามกำลัง 3

3.2 การควบคุมแขนกล

ในการเลือกใช้ขั้นตอนวิธีควบคุม (Control algorithm) สำหรับแขนกล ต้องพิจารณาถึงวัตถุประสงค์ในการทำงานของแขนกลนั้น ๆ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ต้องการทดสอบว่าแขนกลจุฬา 3 สามารถเคลื่อนที่ตามคำสั่งได้ดีเพียงใด ขั้นตอนวิธีควบคุมที่ใช้จึงต้องเกี่ยวข้องกับการควบคุมแขนกลให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่วางไว้ ขั้นตอนวิธีนั้นเรียกว่า การควบคุมเพื่อติดตามแนววิถี (Trajectory-following control) [2]

การควบคุมเพื่อติดตามแนววิถี

สมมติให้เส้นทางการเคลื่อนที่ที่ต้องการ ใช้สัญลักษณ์ $x_d(t)$ เป็นฟังก์ชันของเวลา โดยสามารถหา x_d , \dot{x}_d และ \ddot{x}_d ได้ทุกขณะเวลา t ใดๆ กำหนดให้ความผิดพลาดระหว่างตำแหน่งตามเส้นทางที่ต้องการกับตำแหน่งที่เคลื่อนที่จริงเป็น $e = x_d - x$

กฎการควบคุมซึ่งทำให้แขนกลเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่วางไว้ คือ

$$f' = \ddot{x}_d + k_v \dot{e} + k_p e \quad (3.2.1)$$

เมื่อรวมสมการ (3.2.1) เข้ากับ สมการการเคลื่อนที่ของมวล 1 หน่วย

$$f' = \ddot{x} \quad (3.2.2)$$

จะได้ว่า

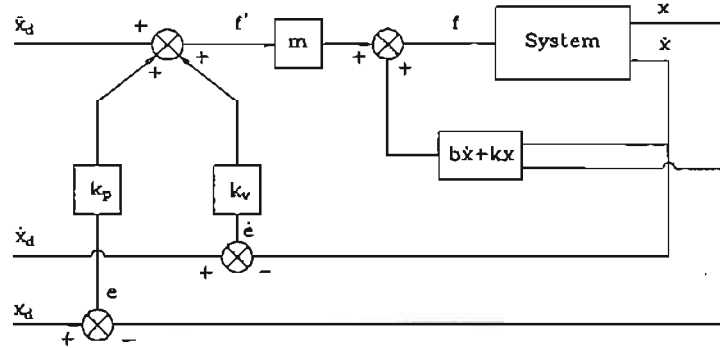
$$\ddot{x} = \ddot{x}_d + k_v \dot{e} + k_p e \quad (3.2.3)$$

หรือ

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e = 0 \quad (3.2.4)$$

โดยมีแผนภาพบล็อกของตัวควบคุมให้วัตถุเคลื่อนที่ตามแนววิถี ดังรูปที่ 3.2

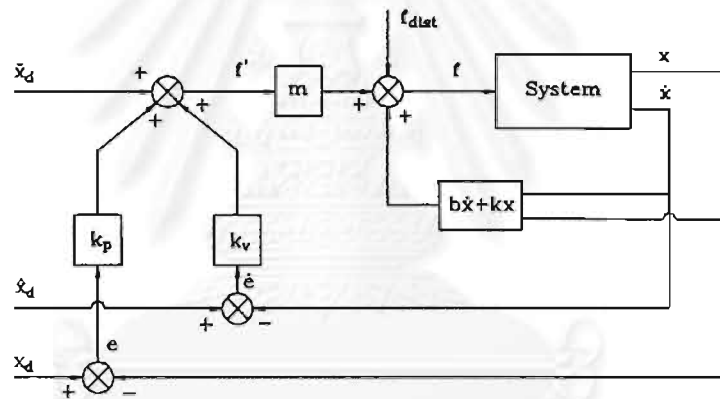
หากสามารถทราบคุณสมบัติของระบบได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งได้แก่ มวล ค่าสัมประสิทธิ์ของความหน่วง และค่าความแข็งตึงของวัสดุ รวมทั้งปราศจากการรบกวนระบบจากภายนอกและความผิดพลาดเริ่มต้นแล้ว ระบบจะเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่วางไว้ได้อย่างแท้จริง ซึ่งแน่นอนว่า ไม่สามารถทำเช่นนั้นได้ในทางปฏิบัติ



รูป 3.2 แผนภาพบล็อกของตัวควบคุมให้วัตถุเคลื่อนที่ตามแนววิถี

การขจัดการรบกวนจากภายนอก (Disturbance rejection)

เมื่อมีการรบกวนจากภายนอกกระทำต่อระบบ โดยสมมติเป็นสัญญาณ f_{dist} จะทำให้แผนภาพบล็อกของตัวควบคุมเปลี่ยนไปเป็นดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนภาพบล็อกของตัวควบคุม เมื่อมีการรบกวนระบบจากภายนอก

ดังนั้น สมการความผิดพลาดจะเปลี่ยนเป็น

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e = f_{dist} \quad (3.2.5)$$

เมื่อระบบเข้าสู่สถานะอยู่ตัว (Steady state) อนุพันธ์อันดับต่างๆ ของตัวแปรในสมการจะมีค่าเป็นศูนย์ จะได้ว่า

$$k_p e = f_{dist} \quad (3.2.6)$$

หรือ

$$e = \frac{f_{dist}}{k_p} \quad (3.2.7)$$

จะเห็นได้ว่า e ในสมการ (3.2.7) คือ ความผิดพลาดเมื่อระบบเข้าสู่สถานะหยุดตัว ซึ่งจะมีค่ามาก เมื่อ k_p มีค่าน้อย

อย่างไรก็ตาม หากต้องการขจัดความผิดพลาดเมื่อระบบอยู่ในสถานะหยุดตัว ก็สามารถทำได้โดยเพิ่มพจน์อินทิกรัล (Integral) เข้าไปในกฎการควบคุม

$$f' = \ddot{x}_d + k_v \dot{e} + k_p e + k_i \int e dt \quad (3.2.8)$$

ซึ่งจะทำให้ได้สมการความผิดพลาดในรูป

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e + k_i \int e dt = f_{dist} \quad (3.2.9)$$

เมื่อเวลาผ่านไป $t > 0$ จะได้

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e + k_i e = \dot{f}_{dist} \quad (3.2.10)$$

โดยในสถานะหยุดตัว สำหรับระบบที่มีแรงภายนอกซึ่งคงที่มารบกวน สมการจะกลายเป็น

$$k_i e = 0 \quad (3.2.11)$$

ดังนั้น

$$e = 0 \quad (3.2.12)$$

สมการ (3.2.8) นี้ เป็นรูปแบบของการควบคุมที่เรียกว่ากฎการควบคุมพีไอดี (PID control) นั้นเอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

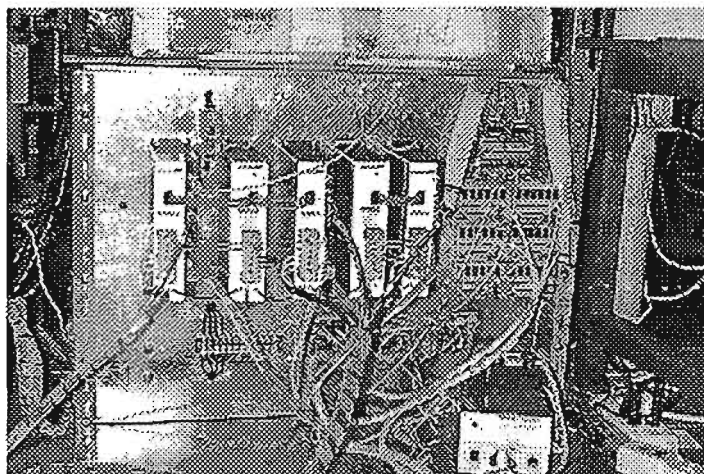
ข้อมูลต่าง ๆ ของแขนกลจู่ฬา 3

4.1 รูปร่าง การตั้งแกน และข้อมูลโดยทั่วไป

แขนกลจู่ฬา 3 มีส่วนประกอบหลักที่สำคัญ 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนของแขนกล ซึ่งถูกสร้างขึ้นให้มีลักษณะโครงสร้างของแขนเป็นแบบกลไก 5 ก้านต่อ (5-bar-link mechanism) และแผงติดตั้งอุปกรณ์จ่ายกระแสและวงจรรันับ ดังแสดงในรูปที่ 4.1 และ 4.2 ตามลำดับ

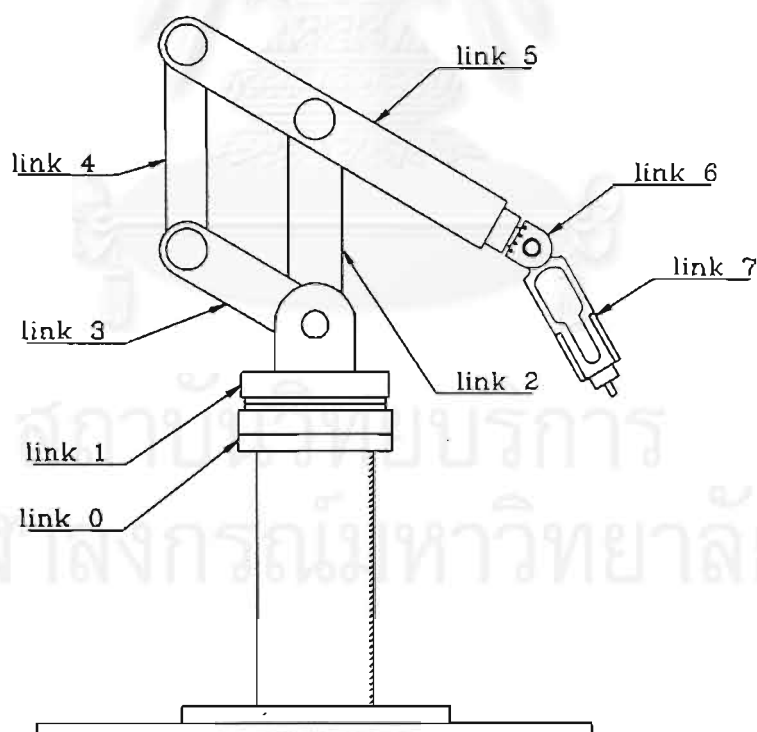


รูปที่ 4.1 แขนกลจู่ฬา 3

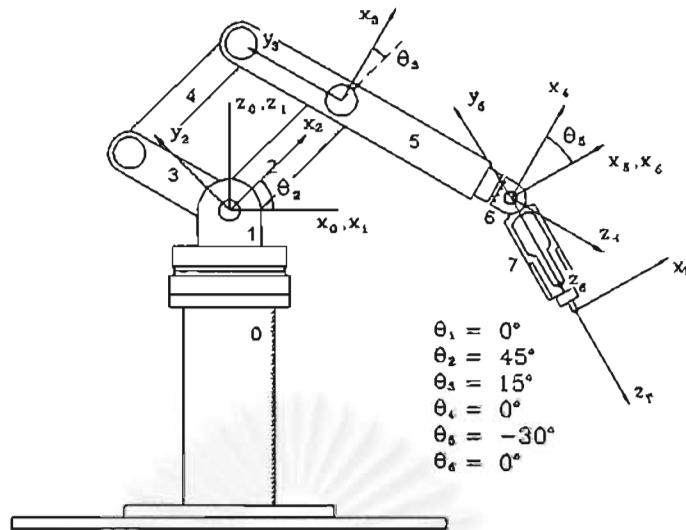


รูปที่ 4.2 แผงติดตั้งอุปกรณ์จ่ายกระแสและวงจรรัน

ในส่วนของแขนกลนี้ ประกอบด้วยก้านต่อ (Link) 7 ก้านต่อ แกนหมุน 6 แกนและแกนที่ปลายแขน (T) อีก 1 แกน การเรียกชื่อก้านต่อต่างๆ การตั้งแกนทั้ง 7 แกน และพารามิเตอร์ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg [2] แสดงอยู่ในรูปที่ 4.3, 4.4 และตารางที่ 4.1 ตามลำดับ



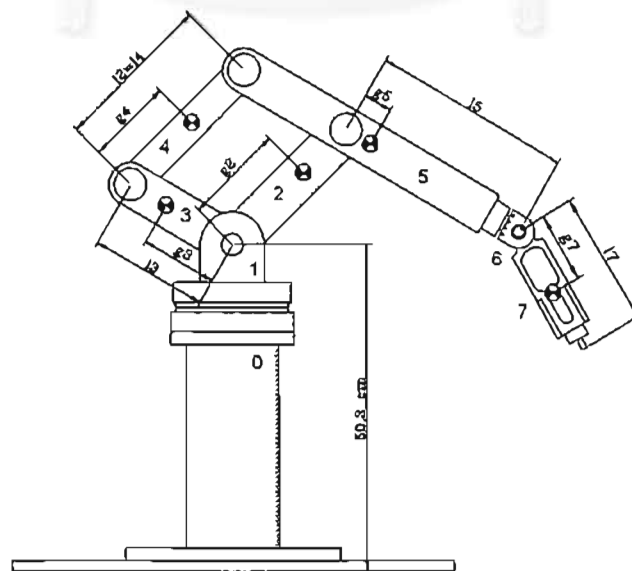
รูปที่ 4.3 การเรียกชื่อก้านต่อต่างๆ ของแขนกลจุฬา 3



รูปที่ 4.4 การตั้งแกนหมุนทั้ง 6 แกนและแกนที่ปลายแขนของแขนกลจู่พา 3

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0°	0	0	θ_1
2	90°	0	0	θ_2
3	0°	l_2	0	θ_3
4	90°	0	l_5	θ_4
5	-90°	0	0	θ_5
6	90°	0	0	θ_6

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ตามวิธีของ Denavit-Hartenberg ของแขนกลจู่พา 3



รูปที่ 4.5 ความยาวและตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของแต่ละก้านต่อ

ข้อมูลของแต่ละก้านต่อ

ข้อมูลต่างๆของ ก้านต่อที่ i (อ้างอิงรูปที่ 4.5) จะใช้ตัวแปรแทนดังนี้

- m_i แทน มวลของก้านต่อที่ i
 l_i แทน ความยาวของก้านต่อที่ i
 g_i แทน ระยะจากแกนหมุนของก้านต่อถึงจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อที่ i
 I_i แทน เมตริกซ์ของความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อที่ i

ก้านต่อที่ 1 :

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 21.68 && \text{กก.} \\
 l_1 &= 0.00 && \text{ซม.} \\
 g_1 &= 0.00 && \text{ซม.} \\
 I_1 &= \begin{bmatrix} 0.708 & 0 & 0 \\ 0 & 0.099 & 0 \\ 0 & 0 & 0.675 \end{bmatrix} && \text{กก.เมตร}^2
 \end{aligned}$$

ก้านต่อที่ 2 :

$$\begin{aligned}
 m_2 &= 2.28 && \text{กก.} \\
 l_2 &= 30.00 && \text{ซม.} \\
 g_2 &= 18.78 && \text{ซม.} \\
 I_2 &= \begin{bmatrix} 0.0022 & 0 & -0.0014 \\ 0 & 0.0269 & 0 \\ -0.0014 & 0 & 0.0276 \end{bmatrix} && \text{กก.เมตร}^2
 \end{aligned}$$

ก้านต่อที่ 3 :

$$\begin{aligned}
 m_3 &= 1.84 && \text{กก.} \\
 l_3 &= 22.00 && \text{ซม.} \\
 g_3 &= 14.37 && \text{ซม.} \\
 I_3 &= \begin{bmatrix} 0.0131 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0173 & -0.00102 \\ 0 & -0.00102 & 0.0137 \end{bmatrix} && \text{กก.เมตร}^2
 \end{aligned}$$

ก้านต่อที่ 4 :

$$\begin{aligned}
 m_4 &= 2.106 && \text{กก.} \\
 l_4 &= 30.00 && \text{ซม.} \\
 g_4 &= 16.20 && \text{ซม.} \\
 I_4 &= \begin{bmatrix} 0.0132 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0282 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0285 \end{bmatrix} && \text{กก.เมตร}^2
 \end{aligned}$$

ก้านต่อที่ 5 :

$$\begin{aligned}
 m_5 &= 6.649 && \text{กก.} \\
 I_5 &= 37.60 && \text{ชม.} \\
 g_5 &= 5.29 && \text{ชม.} \\
 I_5 &= \begin{bmatrix} 0.2258 & -0.00081 & 0 \\ -0.00081 & 0.0082 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2256 \end{bmatrix} && \text{กก.เมตร}^2
 \end{aligned}$$

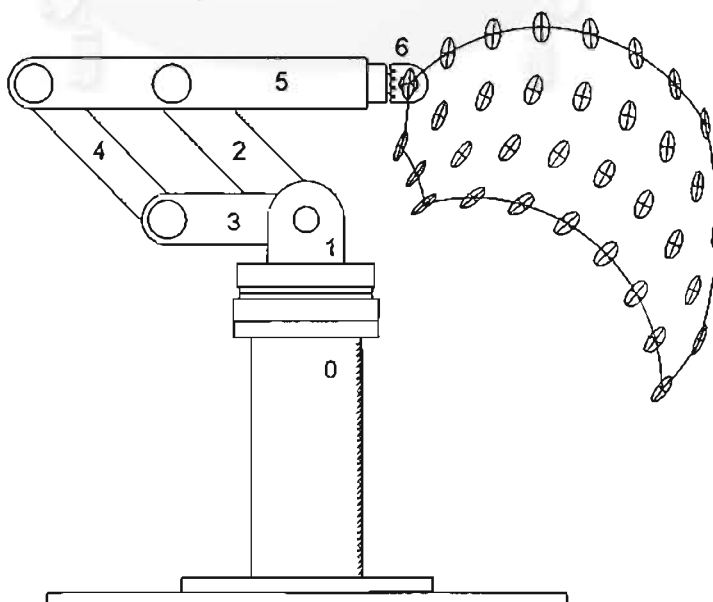
ก้านต่อที่ 6 :

$$\begin{aligned}
 m_6 &= 0.835 && \text{กก.} \\
 I_6 &= 0.00 && \text{ชม.} \\
 g_6 &= 0.00 && \text{ชม.} \\
 I_6 &= \begin{bmatrix} 0.005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000287 & -0.00029 \\ 0 & -0.00029 & 0.00498 \end{bmatrix} && \text{กก.เมตร}^2
 \end{aligned}$$

ก้านต่อที่ 7 :

$$\begin{aligned}
 m_7 &= 1.426 && \text{กก.} \\
 I_7 &= 24.80 && \text{ชม.} \\
 g_7 &= 12.94 && \text{ชม.} \\
 I_7 &= \begin{bmatrix} 0.00592 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00117 & -0.000408 \\ 0 & -0.000408 & 0.00557 \end{bmatrix} && \text{กก.เมตร}^2
 \end{aligned}$$

รูปทรงรีความเฉื่อยของแขนกลจู่หา 3



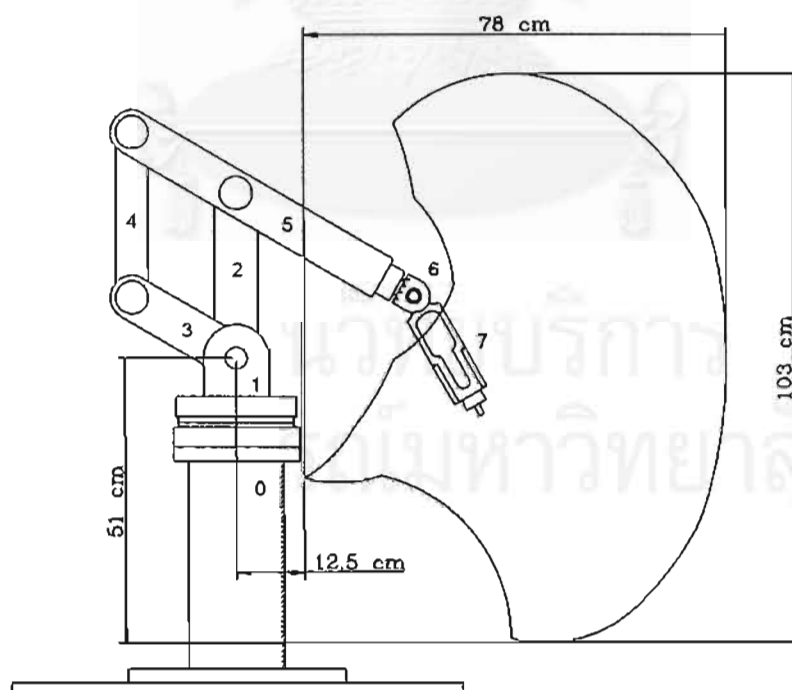
รูปที่ 4.6 รูปทรงรีความเฉื่อย ณ ตำแหน่งต่างๆที่ข้อมือของแขนกลจู่หา 3 เลื่อนไป

จากการตรวจสอบรูปทรงรีความเฉื่อย (Inertia ellipsoid) ของแขนกลจู่หา 3 ซึ่งแสดงในรูปที่ 4.6 จะสังเกตได้ว่า แกนเอกและแกนโทของวงรีมีการเปลี่ยนแปลง ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ในพื้นที่ทำงาน (Workspace) ที่ข้อมือของแขนกลเคลื่อนที่โดยไม่รวมผลการเคลื่อนที่ของก้านต่อที่ 7 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความเฉื่อยของแขนกลเปลี่ยนแปลงตามรูปลักษณะของแขน (Arm configuration) จากรูปทรงรีความเฉื่อยที่ได้ ทำให้ตีความหมายได้ว่า การเคลื่อนที่ของข้อมือที่เกิดขึ้นเนื่องจากก้านต่อที่ 2 เคลื่อนที่ (ตามแกนโท) มีความเฉื่อยมากกว่าการเคลื่อนที่ของข้อมือที่เกิดขึ้นเนื่องจากก้านต่อที่ 3 เคลื่อนที่ (ตามแกนเอก) นั้นหมายความว่า มอเตอร์ซึ่งติดตั้งที่ข้อมือต่อที่ 2 ต้องจ่ายทอร์กเพื่อเอาชนะความเฉื่อยของแขนกลมากกว่าที่มอเตอร์ซึ่งติดตั้งที่ข้อมือต่อที่ 3 ต้องจ่ายนั่นเอง

อย่างไรก็ตาม แม้ทรงรีที่ได้จะไม่ใช้รูปวงกลม แต่ความยาวของแกนเอกและแกนโทของวงรีส่วนใหญ่ ถือว่าไม่แตกต่างกันมากเกินไปนัก มิฉะนั้นแล้ว วงรีจะรีมากจนเกือบเป็นเส้นตรง จึงถือว่าแขนกลจู่หา 3 นี้ ถูกออกแบบได้ดีพอใช้

พื้นที่ทำงานของแขนกลจู่หา 3

เมื่อรวมผลการเคลื่อนที่ของก้านต่อที่ 7 ปลายแขนของแขนกลจู่หา 3 เคลื่อนที่ได้เป็นพื้นที่ดังแสดงในรูปที่ 4.7 ซึ่งวัดระยะเคลื่อนที่ตามแนวตั้งได้สูงสุด 103 ซม. โดยจุดต่ำสุดที่เคลื่อนได้อยู่ต่ำกว่าเฟรม {0} เป็นระยะ 51 ซม. และวัดระยะเคลื่อนที่ตามแนวราบได้สูงสุด 78 ซม. โดยระยะที่ไกลที่สุด อยู่ห่างจาก เฟรม {0} เป็นระยะ 12.5 ซม.



รูปที่ 4.7 พื้นที่ทำงานของแขนกลจู่หา 3 เมื่อรวมผลการเคลื่อนที่ของก้านต่อที่ 7

4.2 จลนศาสตร์ของแขนกลจู่หา 3

จลนศาสตร์ (Kinematics) ของแขนกลประกอบไปด้วยคิเนแมติกส์เดินหน้า (Forward kinematics) และ คิเนแมติกส์ผกผัน (Inverse kinematics) โดยที่คิเนแมติกส์เดินหน้าเป็นการหาตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนเมื่อกำหนดค่ามุมของแต่ละข้อต่อมาให้ ส่วนคิเนแมติกส์ผกผันก็คือการหาค่ามุมของแต่ละข้อต่อ เมื่อกำหนดให้ปลายแขนกลอยู่ในตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการ สำหรับวิธีการหาคิเนแมติกส์เดินหน้าและคิเนแมติกส์ผกผันแสดงไว้ในภาคผนวก ข

คิเนแมติกส์เดินหน้า

ตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนกลจู่หา 3 ที่สัมพันธ์กับค่ามุมต่างๆที่ข้อต่อ เขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์แปลง (Transformation matrix) ของปลายแขน $\{T\}$ เทียบกับแกนนิ่ง $\{0\}$ ได้ดังสมการ (4.2.1)

$${}^0_T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} r_{11} &= c_1[c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] + s_1[s_4c_5c_6 + c_4s_6] \\ r_{12} &= c_1[-c_{23}(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] - s_1[s_4c_5s_6 - c_4c_6] \\ r_{13} &= c_1[c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5] + s_1s_4s_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{21} &= s_1[c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] - c_1[s_4c_5c_6 + c_4s_6] \\ r_{22} &= s_1[-c_{23}(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] + c_1[s_4c_5s_6 - c_4c_6] \\ r_{23} &= s_1[c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5] - c_1s_4s_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{31} &= s_{23}[c_4c_5c_6 - s_4s_6] + c_{23}s_5c_6 \\ r_{32} &= -s_{23}[c_4c_5s_6 + s_4c_6] - c_{23}s_5s_6 \\ r_{33} &= s_{23}c_4s_5 - c_{23}c_5 \end{aligned}$$

$$p_x = c_1[l_5s_{23} + l_2c_2] + r_{13}l_6$$

$$p_y = s_1[l_5s_{23} + l_2c_2] + r_{23}l_6$$

$$p_z = l_2s_2 - l_5c_{23} + r_{33}l_6$$

เมื่อ p_x, p_y, p_z แทนตำแหน่งของปลายแขนที่อยู่ห่างจากเฟรม {0} ในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ

และ $\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$ เป็นเมตริกซ์หมุน (Rotation matrix) ของเฟรมที่ปลายแขน {T} เทียบกับเฟรม {0}

หมายเหตุ สัญลักษณ์ s_i แทน $\sin(\theta_i)$
 c_i แทน $\cos(\theta_i)$
 และ s_{ij} แทน $\sin(\theta_i + \theta_j)$
 c_{ij} แทน $\cos(\theta_i + \theta_j)$

คิเนแมติกส์ผกผัน

เมื่อต้องการให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งและทิศทางที่กำหนด จำเป็นจะต้องทราบมุมของแต่ละข้อต่อ เมื่อก้าวในเชิงตัวแปร ก็คือการทราบค่า p_x, p_y, p_z (ตำแหน่ง) และ $r_{11}, r_{12}, \dots, r_{33}$ (ทิศทาง) อยู่ก่อน แล้วคำนวณหาค่ามุม θ ต่างๆที่สัมพันธ์กับตำแหน่งและทิศทางนั้นๆ ค่ามุม θ ต่างๆ ที่สัมพันธ์กับตำแหน่งและทิศทางของแขนกลจุฬา 3 เป็นไปตามสมการที่ (4.2.2) ถึง (4.2.7)

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{p_y - r_{23}l_6}{p_x - r_{13}l_6}\right) \quad (4.2.2)$$

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{s_3}{c_3}\right) \quad (4.2.3)$$

เมื่อ

$$s_3 = \frac{-l_2^2 - l_5^2 + (p_x - r_{13}l_6)^2 + (p_y - r_{23}l_6)^2 + (p_z - r_{33}l_6)^2}{2l_2l_5}$$

$$c_3 = \sqrt{1 - s_3^2}$$

$$\theta_2 = -\theta_3 + \arctan\left(\frac{s_{23}}{c_{23}}\right) \quad (4.2.4)$$

เมื่อ

$$s_{23} = \frac{l_2c_3(p_z - r_{33}l_6) + [(l_2s_3 + l_5)(c_1(p_x - r_{13}l_6) + s_1(p_y - r_{23}l_6))]}{(p_z - r_{33}l_6)^2 + [c_1(p_x - r_{13}l_6) + s_1(p_y - r_{23}l_6)]^2}$$

$$c_{23} = \frac{l_2 c_3 [c_1 (p_x - r_{13} l_6) + s_1 (p_y - r_{23} l_6)] - (p_z - r_{33} l_6) (l_2 s_3 + l_5)}{(p_z - r_{33} l_6)^2 + [c_1 (p_x - r_{13} l_6) + s_1 (p_y - r_{23} l_6)]^2}$$

$$\theta_4 = \arctan\left(\frac{r_{13} s_1 - r_{23} c_1}{r_{13} c_{23} c_1 + r_{23} c_{23} s_1 + r_{33} s_{23}}\right) ; \theta_5 \neq 0 \quad (4.2.5)$$

ขณะที่ θ_5 เป็นศูนย์ จะเกิดภาวะเอกฐาน (Singularity) ขึ้น คือแกนที่ 4 กับ แกนที่ 6 จะซ้อนกัน การหมุนของสองแกนนี้จึงให้ผลในแนวเดียวกัน ดังนั้น เพื่อความสะดวก จึงเลือกให้แกนที่ 4 นิ่งอยู่กับที่ แล้วหมุนแกนที่ 6 แทน อนึ่ง การตรวจสอบว่าภาวะเอกฐานจะเกิดขึ้นเมื่อไร ทำได้โดยตรวจสอบจากค่าของพจน์ตัวตั้งและพจน์ตัวหารของ $\arctan(\cdot)$ ในสมการ (4.2.5) โดยจะมีค่าเข้าใกล้ 0 ทั้งสองพจน์

$$\theta_5 = \arctan\left(\frac{s_5}{c_5}\right) \quad (4.2.6)$$

เมื่อ

$$s_5 = r_{13} [s_1 s_4 + c_1 c_4 c_{23}] + r_{23} [s_1 c_4 c_{23} - c_1 s_4] + r_{33} [c_4 s_{23}]$$

$$c_5 = r_{13} [c_1 s_{23}] + r_{23} [s_1 s_{23}] - r_{33} [c_{23}]$$

$$\theta_6 = \arctan\left(\frac{s_6}{c_6}\right) \quad (4.2.7)$$

เมื่อ

$$s_6 = r_{11} [s_1 c_4 - c_1 s_4 c_{23}] - r_{21} [c_1 c_4 + s_1 s_4 c_{23}] - r_{31} [s_4 s_{23}]$$

$$c_6 = r_{11} [s_1 s_4 c_5 + c_1 (c_4 c_5 c_{23} - s_5 s_{23})] + r_{21} [s_1 c_4 c_5 c_{23} - c_1 s_4 c_5 - s_1 s_5 s_{23}]$$

$$+ r_{31} [c_4 c_5 s_{23} + s_5 c_{23}]$$

บทที่ 5

การทดสอบแขนกลจู่ฟ่า 3

5.1 วิธีการทดสอบ

การทดสอบแขนกลจู่ฟ่า 3 แบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่

ตอนที่ 1 : การปรับเทียบตำแหน่งของปลายแขนกับจุดอ้างอิง

การปรับเทียบตำแหน่งของปลายแขนกับจุดอ้างอิง กระทำเพื่อปรับเทียบ (Calibrate) ว่าความยาวของก้านต่อ (Link) ต่างๆถูกต้องเพียงใด โดยอาศัยเทียบกับจุดอ้างอิงที่ทราบพิกัดแน่นอน ขั้นตอนในการทดสอบ เริ่มจากการกำหนดจุดที่ทราบตำแหน่งแน่นอนเทียบกับเฟรม (Frame) {0} แล้วแปลงตำแหน่งนั้นเป็นมุมที่ข้อต่อต่างๆ ด้วยคิเนแมติกส์ผกผัน (Inverse kinematics) ทำการควบคุมด้วยตัวควบคุมพีไอดี (PID control) ให้แขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม (Home position) ไปหยุดที่ตำแหน่งดังกล่าวจำนวน 10 ครั้ง บันทึกค่ามุมสุดท้ายของแต่ละข้อต่อที่อ่านได้จากเครื่องเข้ารหัส (Encoder) แล้วคำนวณความผิดพลาดของตำแหน่งที่ปลายแขนเทียบกับจุดอ้างอิงโดยใช้คิเนแมติกส์เดินหน้า (Forward kinematics) พร้อมทั้งวัดระยะห่างจริงที่เกิดขึ้นระหว่างปลายแขนกับจุดอ้างอิงนั้นด้วยตลับเมตร

จุดอ้างอิงที่ใช้ทดสอบ คือปลายของก้านพลาสติกปลายแหลมซึ่งติดตั้งให้อยู่หนึ่งเทียบกับแขนกล จากการวัดระยะด้วยตลับเมตรจะได้ว่า จุดอ้างอิงดังกล่าวมีพิกัดเทียบเฟรม {0} เป็น

$${}^0 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3585 \\ 0.3940 \\ -0.0610 \end{bmatrix} \text{ เมตร}$$

สำหรับทิศทางของปลายแขนนั้น กำหนดให้ก้านต่อที่ 7 ทำมุม 0 องศากับแนวตั้ง

ตอนที่ 2 : การควบคุมตำแหน่งของแต่ละข้อต่อ

แขนกลหยุดนิ่งอยู่ที่ตำแหน่งโฮม กำหนดตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการของปลายแขน แล้วใช้คิเนแมติกส์ผกผัน คำนวณกลับมาเป็นค่ามุม ณ ตำแหน่งสุดท้ายของแต่ละข้อต่อ ต่อจากนั้น สร้างสมการตำแหน่งและความเร็วด้วยสมการ (3.1.2) ถึง (3.1.5) เพื่อใช้เป็นเส้นอ้างอิง (Reference)

แล้วทำการควบคุมตำแหน่งของแต่ละข้อต่อด้วยตัวควบคุมพีไอดีโดยปรับตั้ง (Tune) ค่าเกน (Gain) สำหรับทดสอบกับจุดที่ 1 จากนั้น นำค่ามุมที่ข้อต่อเคลื่อนที่ซึ่งวัดได้จากเครื่องเข้ารหัส มาหาอนุพันธ์เพื่อหาความเร็ว วาดกราฟตำแหน่งและความเร็วจริงเพื่อเปรียบเทียบกับเส้นอ้างอิง บันทึกค่ามุมสุดท้ายของแต่ละข้อต่อเคลื่อนที่ไป แล้วแทนค่ามุมที่วัดได้ลงในคิเนแมติกส์เดินหน้าเพื่อคำนวณระยะผิดพลาด ทดลองซ้ำ 10 ครั้ง ต่อจากนั้น ใช้ค่าเกนนี้ชุดนี้ ทำการทดสอบกับจุดอื่น ๆ อีก 3 จุด ตำแหน่งและทิศทางที่กำหนดไว้เพื่อทดสอบในตอนที่ 2 ทั้ง 4 จุด มีดังนี้

จุดที่ 1

$${}^0_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -0.26 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จุดที่ 2

$${}^0_T = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.866 & 0.499 & 0.381 \\ 0.052 & -0.5 & 0.866 & 0.661 \\ 0.998 & 0 & -0.06 & 0.234 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จุดที่ 3

$${}^0_T = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.866 & 0 & 0.2 \\ -0.866 & -0.5 & 0 & -0.346 \\ 0 & 0 & -1 & -0.114 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

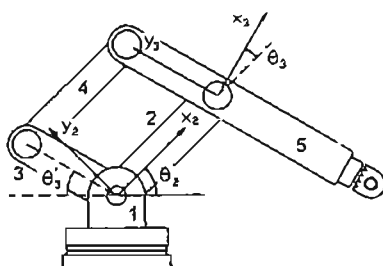
จุดที่ 4

$${}^0_T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0 & -1 & -0.264 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

หมายเหตุ

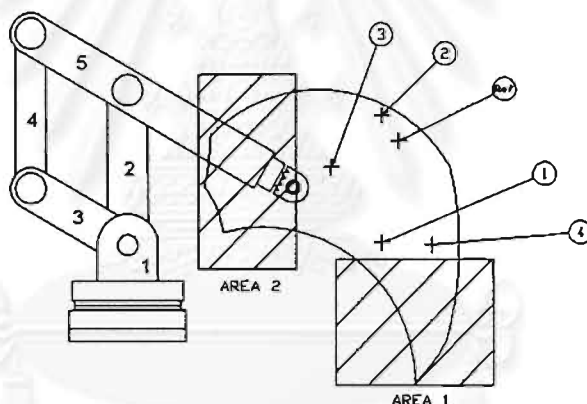
1. ค่ามุม θ_3 จากการตั้งแกนในบทที่ 4 นั้น จะเป็นค่าที่ขึ้นกับมุม θ_2 ด้วยเสมอ นั่นคือ θ_3 จะเปลี่ยนแปลงได้ทั้ง ๆ ที่มอเตอร์ที่ขับข้อต่อที่ 3 อยู่กับที่ โดยการเปลี่ยนแปลงของ θ_2 ในการควบคุมข้อต่อที่ 3 จึงไม่เหมาะสมที่จะควบคุมที่ค่า θ_3 โดยตรง ดังนั้น ตลอดการทดสอบจึงมีการนิยามพารามิเตอร์ตัวใหม่คือ θ'_3 ซึ่งเป็นมุมที่วัดระหว่างก้านต่อที่ 3 กับแนวระดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.1 สำหรับความสัมพันธ์ระหว่าง θ'_3 กับ θ_3 เป็นไปตามสมการ

$$\theta'_3 = 90^\circ - (\theta_2 + \theta_3)$$



รูปที่ 5.1 θ_3' ซึ่งวัดระหว่างก้านต่อที่ 3 กับแนวระดับ

2. จุดต่างๆที่เลือกเพื่อการทดสอบ พยายามเลือกให้ตำแหน่งสุดท้ายของข้อมือกระจายอยู่ในพื้นที่ทำงาน (Workspace) ที่ข้อมือสามารถเคลื่อนที่ได้ ดังแสดงในรูปที่ 5.2 โดยมี บริเวณที่ 1 (AREA 1) คือ บริเวณที่ปลายแขนกลจะชนกับโต๊ะทดสอบ และบริเวณที่ 2 (AREA 2) คือบริเวณที่ก้านต่อที่ 4 มีโอกาสเคลื่อนที่ชนกับก้านต่อที่ 5 เนื่องจากความเร็วที่ข้อต่อที่ 2 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม อาจจะน้อยกว่าความเร็วที่ข้อต่อที่ 3 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม หากต้องการเคลื่อนที่แขนกลให้ตำแหน่งสุดท้ายของข้อมืออยู่ในบริเวณที่ 2 จำเป็นต้องเขียนโปรแกรมป้องกันการชน ดังนั้น ในการทดสอบจึงหลีกเลี่ยงไม่ให้ข้อมือเคลื่อนที่มาหยุดในบริเวณที่ 1 และบริเวณที่ 2 นั้นเอง



รูปที่ 5.2 ตำแหน่งของข้อมือสำหรับจุดอ้างอิง (Ref.) และจุดที่ 1-4

3. ความละเอียด (Resolution) ของเครื่องเข้ารหัส (Encoder) สำหรับข้อต่อที่ 1, 2 และ 3 มีค่า 0.0035 องศา ส่วนข้อต่อที่ 4, 5 และ 6 มีค่า 0.0036 องศา หลังจากแปลงหน่วยองศาเป็นเรเดียนเพื่อใช้คำนวณระยะ ทำให้สามารถอ่านระยะความผิดพลาดได้ละเอียดถึงระดับ 1/1000 มม. ในขณะที่การวัดระยะด้วยตลับเมตรมีความละเอียดเพียง 0.5 มม.

5.2 ผลการทดสอบ

ตอนที่ 1

เมื่อแปลงตำแหน่งของจุดอ้างอิงด้วยคิเนแมติกส์ผกผัน ได้ค่ามุมของข้อต่อต่างๆ ดังนี้

$$\theta_1 = 47.689^\circ$$

$$\theta_2 = 57.645^\circ$$

$$\theta_3 = 8.058^\circ$$

$$\theta_5 = -81.942^\circ$$

ทำการทดสอบ 10 ครั้ง ได้ผลดังที่บันทึกในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 มุมของข้อต่อต่างๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดอ้างอิง

ครั้งที่	θ_1 (องศา)	θ_2 (องศา)	θ_3 (องศา)	θ_5 (องศา)	ความคลาดเคลื่อน ที่ปลายแขน จาก คิเนแมติกส์เดินหน้า (มม.)	ความคลาดเคลื่อน ที่ปลายแขน จากการวัด (มม.)
1	47.651	57.604	8.048	-81.901	0.555	0.5
2	47.770	57.649	7.996	-81.893	1.019	1.0
3	47.784	57.515	7.996	-81.862	1.558	1.5
4	47.710	57.640	8.021	-81.922	0.435	0.5
5	47.766	57.626	8.010	-81.959	0.807	1.0
6	47.792	57.603	7.983	-81.994	1.088	1.0
7	47.751	57.597	7.996	-81.876	1.066	1.0
8	47.770	57.630	8.039	-82.015	0.775	1.0
9	47.690	57.640	8.021	-81.864	0.625	1.0
10	47.720	57.626	8.000	-82.030	0.432	0.5
				เฉลี่ย	0.836	0.95
				S.D.	0.353	0.28

จากตารางที่ 5.1 จะเห็นได้ว่า เมื่อเคลื่อนที่แขนกลจากตำแหน่งโฮม ให้ปลายแขนชี้ไปยังจุดอ้างอิง ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งที่ได้จากการแทนค่ามุมของแต่ละข้อต่อจากเครื่องเข้ารหัส ลงในคิเนแมติกส์เดินหน้า มีค่าเฉลี่ย 0.836 มม. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.353 มม. เมื่อเปรียบเทียบกับความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการวัด ซึ่งมีค่าเฉลี่ย 0.95 มม. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.28 มม. จะพบว่า ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการอ่านตำแหน่งของแต่ละข้อต่อด้วยเครื่องเข้ารหัส มีค่าต่างกับค่าที่ได้จากการวัดเพียง 0.11 มม. อนึ่ง ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการวัดมีความละเอียดเพียง 0.5 มม. เนื่องจากการวัดด้วยตลับเมตร ดังนั้น การเปรียบเทียบนี้จึงทำได้เพียงตรวจสอบคร่าวๆ เท่านั้น อย่างไรก็ตามความแตกต่างระหว่างความคลาดเคลื่อนที่ปลายแขนจากทั้งสองวิธีมีค่าเพียง 0.11 มม. จึงสรุปว่า แขนกลที่สร้างขึ้น มีความยาวของแต่ละก้านต่อตามที่ออกแบบไว้

ตอนที่ 2

จุดที่ 1

เมื่อใช้ คิเนแมติกส์ผกผัน แปลงตำแหน่งของจุดที่ 1 ออกมาแล้ว ได้ค่ามุมสุดท้ายของข้อต่อต่าง ๆ ดังนี้

$$\theta_1 = 0.0^\circ$$

$$\theta_2 = 48.977^\circ$$

$$\theta_3 = 36.262^\circ$$

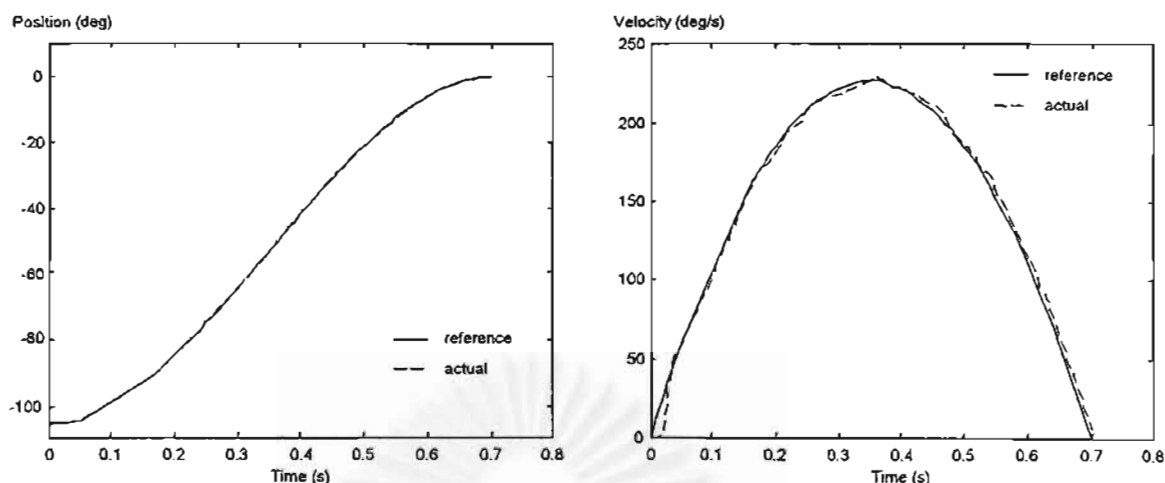
$$\theta_5 = -53.738^\circ$$

จากการปรับตั้งค่าเกณฑ์ที่เหมาะสม แล้วสั่งแขนกลให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดไว้ 10 ครั้ง ได้ผลดังตารางที่ 5.2 ส่วนกราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของแต่ละข้อต่อ แสดงอยู่ในรูปที่ 5.3-5.6

ตารางที่ 5.2 มุมของข้อต่อต่างๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดที่ 1

ครั้งที่	θ_1 (องศา)	θ_2 (องศา)	θ_3 (องศา)	θ_5 (องศา)	ความผิดพลาดของ ตำแหน่งปลายแขน (มม.)
1	0.014	48.987	36.274	-53.751	0.188
2	0.014	48.983	36.288	-53.629	0.370
3	0.011	48.987	36.267	-53.744	0.161
4	0.011	49.025	36.264	-53.830	0.613
5	0.004	49.018	36.274	-53.632	0.374
6	0.018	48.987	36.285	-53.690	0.178
7	0.018	49.004	36.271	-53.672	0.312
8	0.011	48.987	36.271	-53.658	0.373
9	0.006	48.987	36.274	-53.658	0.335
10	0.014	49.004	36.278	-53.794	0.446
เฉลี่ย	0.012	48.997	36.275	-53.706	0.335
S.D.	0.005	0.015	0.007	0.070	0.138

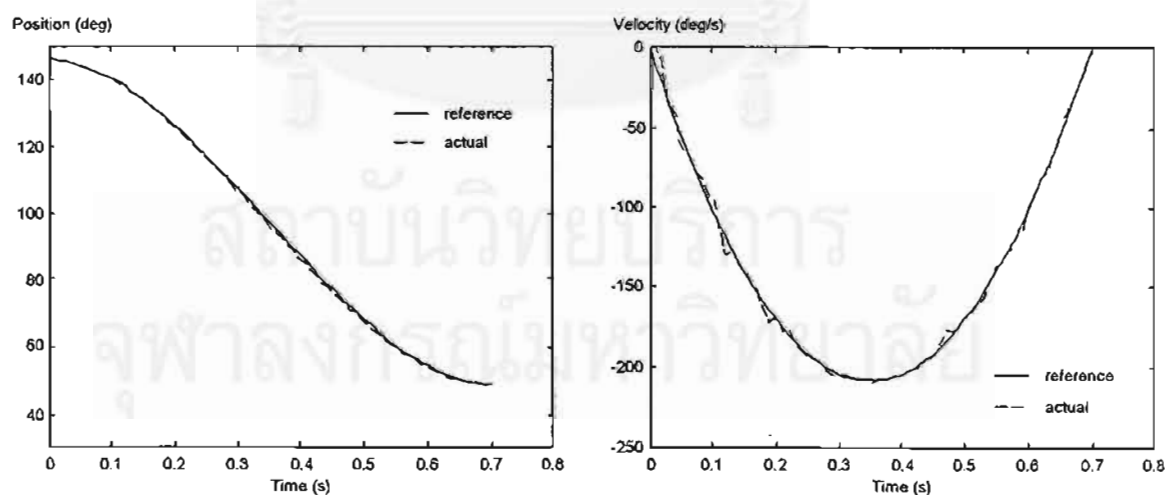
ข้อต่อที่ 1



รูปที่ 5.3 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 1 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 1 ภายใน 0.7 วินาที

ข้อต่อที่ 1 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 0 องศา ภายในเวลา 0.7 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.012 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.012 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่า 0.005 องศา จากรูปที่ 5.3 จะเห็นว่า เส้นตำแหน่งจริงแทบจะทับกันสนิทกับเส้นตำแหน่งอ้างอิง ดังนั้น เส้นความเร็วจริงที่เกิดจากอนุพันธ์ของตำแหน่งจริงจึงใกล้เคียงกับเส้นความเร็วอ้างอิงมาก นอกจากนี้ ยังสังเกตได้ว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 1 นี้ ข้อต่อที่ 1 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.02 วินาที

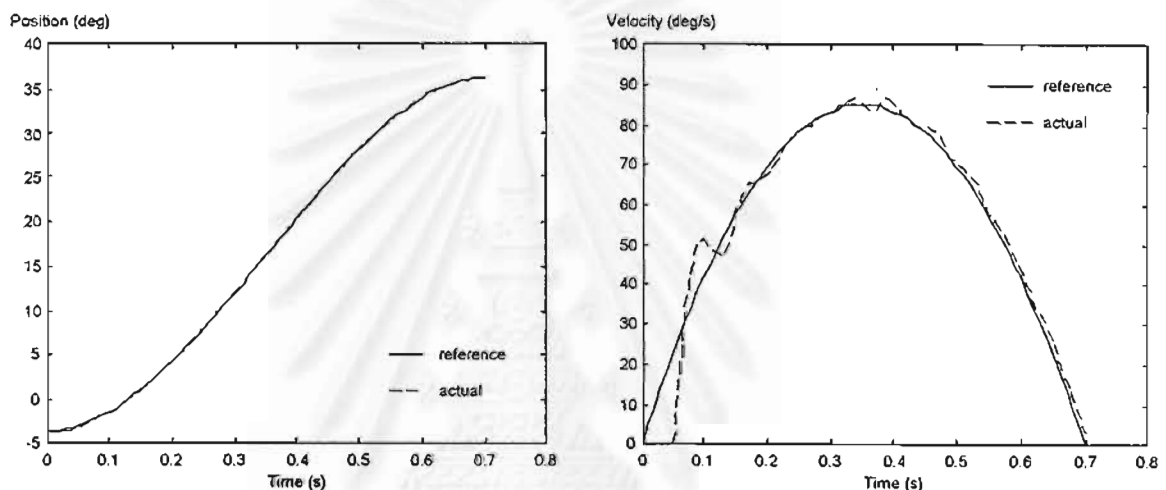
ข้อต่อที่ 2



รูปที่ 5.4 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 2 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 1 ภายใน 0.7 วินาที

ข้อต่อที่ 2 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 48.977 องศา ภายในเวลา 0.7 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 48.997 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.020 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่า 0.015 องศา จากรูปที่ 5.4 จะเห็นว่า ในช่วงเพิ่งเริ่มเคลื่อนที่และช่วงก่อนจะสิ้นสุดการเคลื่อนที่ เส้นตำแหน่งจริงแทบจะทับกันสนิทกับเส้นตำแหน่งอ้างอิง สำหรับในช่วงกลางของการเคลื่อนที่ แม้ตำแหน่งจริงจะคลาดเคลื่อนจากตำแหน่งอ้างอิงไปประมาณ 0.5-1.0 องศา แต่ก็รักษาอัตราการเคลื่อนที่ได้ใกล้เคียงดี เส้นความเร็วจริงที่เกิดจากอนุพันธ์ของตำแหน่งจริงจึงใกล้เคียงกับความเร็วอ้างอิงมาก นอกจากนี้ เมื่อสังเกตเส้นความเร็วจริงจะพบว่าการทดสอบกับจุดที่ 1 นี้ ข้อต่อที่ 2 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.02 วินาที

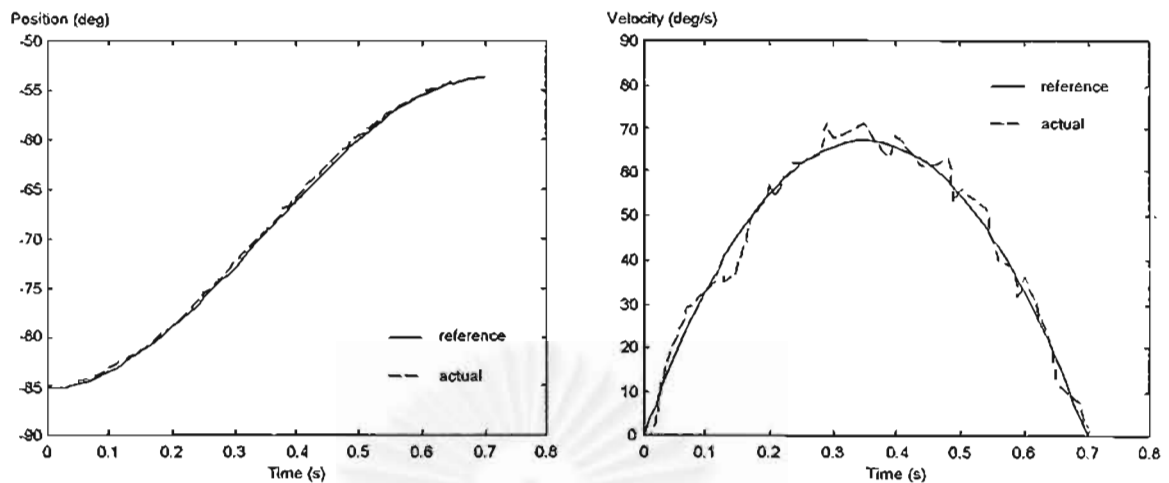
ข้อต่อที่ 3



รูปที่ 5.5 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 3 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังจุดที่ 1 ภายใน 0.7 วินาที

ข้อต่อที่ 3 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 36.262 องศา ภายในเวลา 0.7 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 36.275 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.013 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.007 องศา จากรูปที่ 5.5 จะเห็นว่าเส้นตำแหน่งอ้างอิงกับเส้นตำแหน่งจริงแทบจะทับกันสนิท มีเพียงช่วงแรกที่เกิดจากความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ซึ่งใช้เวลาประมาณ 0.05 วินาที ต่อจากนั้น ตำแหน่งจริงจะเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วเพื่อให้ตำแหน่งจริงเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงได้ทัน จึงทำให้เส้นความเร็วจริงมีโอเวอร์ชูต (Overshoot) เกิดขึ้น

ข้อต่อที่ 5



รูปที่ 5.6 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 5 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 1 ภายใน 0.7 วินาที

ข้อต่อที่ 5 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง -53.738 องศา ภายในเวลา 0.7 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ -53.706 องศา คลาดเคลื่อน 0.032 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.070 องศา จากรูปที่ 5.6 จะเห็นว่า เส้นตำแหน่งจริงจะเคลื่อนที่นำหน้าเส้นตำแหน่งอ้างอิงอยู่ประมาณ 0.5 องศา จนกระทั่งเริ่มเข้าใกล้ได้มากขึ้นที่เวลาประมาณ 0.55 วินาที ซึ่งเป็นช่วงที่ความเร็วกำลังลดลงเพื่อจะหยุดการเคลื่อนที่ จะเห็นว่าการควบคุมตำแหน่งข้อต่อที่ 5 ทำได้ไม่ดีเมื่อเทียบกับข้อต่อ 1, 2 และ 3 ทั้งนี้เป็นเพราะ มุมที่ ก้านต่อที่ 7 ทำกับแกน z ของเฟรม {0} ไม่ได้เปลี่ยนด้วยการหมุนของข้อต่อที่ 5 เพียงข้อต่อเดียวเท่านั้น แต่ขึ้นกับการหมุนของข้อต่อที่ 3 ด้วย ดังนั้น พลวัต (Dynamics) ของก้านต่อที่ 7 จึงมีปัจจัยที่มาเกี่ยวข้องมากกว่า ทำให้การควบคุมทำได้ยาก เช่นเดียวกัน จะสังเกตได้จากเส้นความเร็วจริงว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 1 นี้ ข้อต่อที่ 5 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.01-0.02 วินาที

เมื่อพิจารณาโดยรวมถึงการเคลื่อนที่ของแขนกลทั้งระบบ จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 1 ภายในเวลา 0.7 วินาที พบว่า ตำแหน่งที่ปลายแขนมีความผิดพลาดเฉลี่ย 0.335 มม. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความผิดพลาดเท่ากับ 0.138 มม. การทดสอบกับจุดที่ 1 นี้ เป็นการแสดงให้เห็นถึงการสั่งให้แขนกลเคลื่อนที่ด้วยความเร็วข้อต่อที่สูงกว่า 200 องศาต่อวินาที (ข้อต่อที่ 1 และ 2) ซึ่งแขนกลสามารถตอบสนองคำสั่งได้เป็นอย่างดี

จุดที่ 2

เมื่อใช้ คิเนแมติกส์ผกผัน แปลงตำแหน่งของจุดที่ 2 ออกมาแล้ว ได้ค่ามุมสุดท้ายของข้อต่อต่างๆ ดังนี้

$$\theta_1 = 60.0^\circ$$

$$\theta_2 = 65.440^\circ$$

$$\theta_3 = 3.485^\circ$$

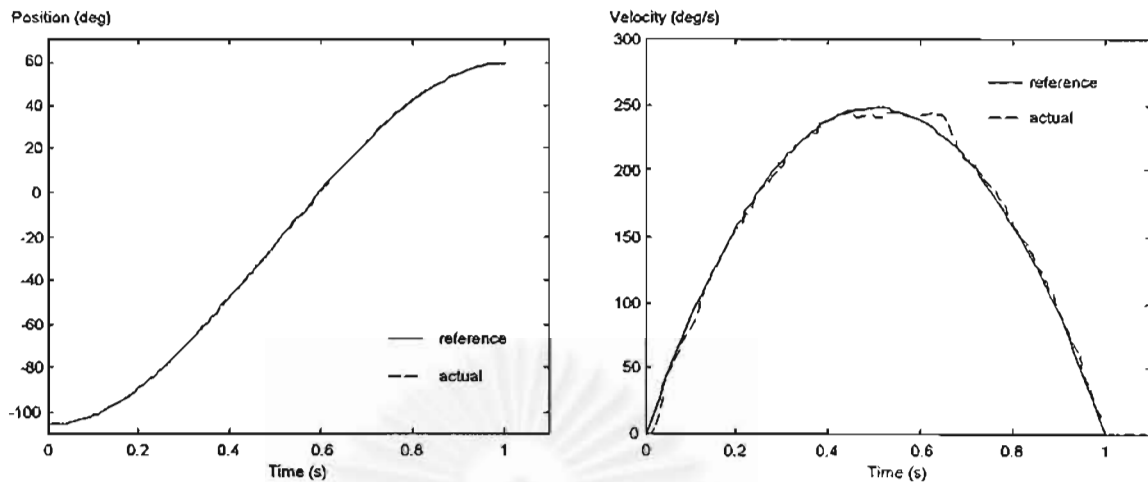
$$\theta_5 = 0.0^\circ$$

ใช้ค่าเกณฑ์ที่ปรับตั้งในการทดสอบกับจุดที่ 1 สั่งแขนกลให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดไว้ 10 ครั้ง ได้ผลเป็นตำแหน่งสุดท้ายดังตารางที่ 5.3 ส่วนกราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของแต่ละข้อต่อ แสดงอยู่ในรูปที่ 5.7-5.10

ตารางที่ 5.3 มุมของข้อต่อต่างๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดที่ 2

ครั้งที่	θ_1 (องศา)	θ_2 (องศา)	θ_3 (องศา)	θ_5 (องศา)	ความผิดพลาดของ ตำแหน่งปลายแขน (มม.)
1	60.075	65.454	3.462	-0.007	1.096
2	60.054	65.482	3.457	-0.014	0.933
3	60.068	65.436	3.432	-0.032	1.194
4	60.061	65.435	3.438	-0.040	1.191
5	60.080	65.475	3.441	-0.080	1.078
6	60.057	65.437	3.424	-0.014	1.254
7	60.072	65.482	3.438	-0.010	1.252
8	60.061	65.475	3.431	0.000	1.274
9	60.016	65.482	3.447	-0.020	0.871
10	60.105	65.453	3.461	-0.102	1.260
เฉลี่ย	60.065	65.461	3.443	-0.032	1.140
S.D.	0.023	0.020	0.013	0.034	0.143

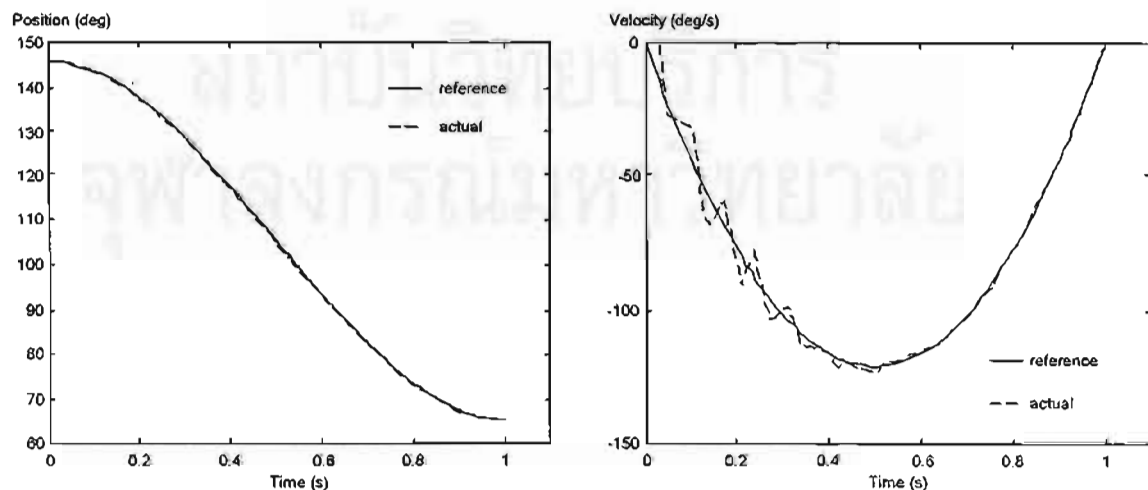
ข้อต่อที่ 1



รูปที่ 5.7 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 1 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 2 ภายใน 1.0 วินาที

ข้อต่อที่ 1 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 60 องศา ภายในเวลา 1 วินาที ตำแหน่งสุดท้าย มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 60.065 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.065 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.023 องศา จากรูปที่ 5.7 จะเห็นว่า เส้นตำแหน่งจริงติดตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้เป็นอย่างดี เมื่อพิจารณาเส้นความเร็วจริงพบว่า ที่ 0.45 วินาที เส้นความเร็วจริงไม่สามารถติดตามเส้นความเร็วอ้างอิงได้ ทั้งนี้เป็นเพราะแขนกลถูกกำหนดให้มีความเร็วได้ไม่เกิน 240 องศาต่อวินาที ซึ่งเป็นความเร็วสูงสุดของชุดเฟืองฮาร์มอนิก (Harmonic drive) อย่างไรก็ตาม เส้นตำแหน่งจริงที่เกิดขึ้น ยังคงติดตามตำแหน่งอ้างอิงได้ดี เพราะในช่วงเวลา 0.6-0.65 วินาที มีการชดเชยความเร็วที่ขาดไปเพื่อให้เส้นตำแหน่งจริงตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้ทัน นอกจากนี้จะสังเกตได้ว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 2 นี้ ข้อต่อที่ 1 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.02 วินาที

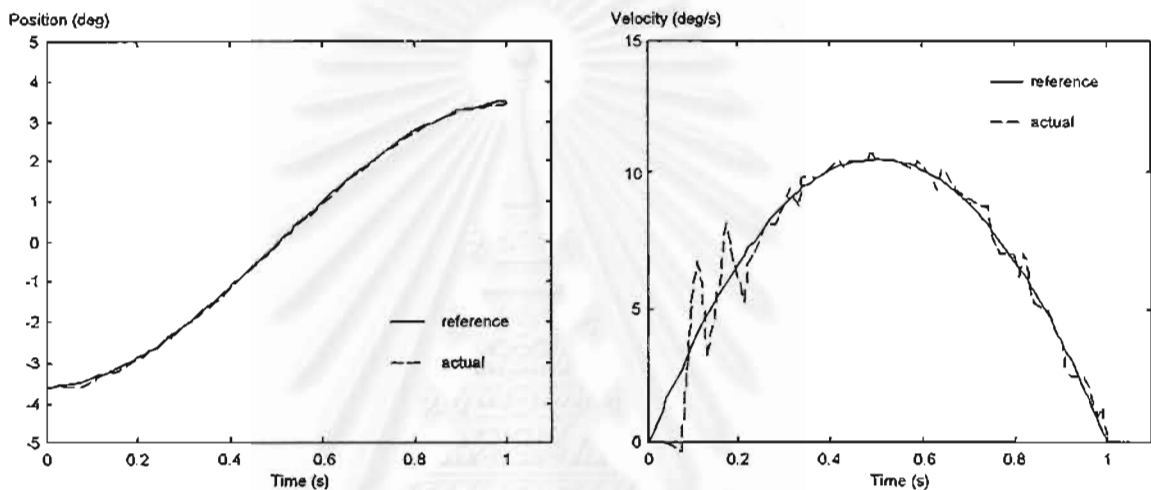
ข้อต่อที่ 2



รูปที่ 5.8 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 2 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 2 ภายใน 1.0 วินาที

ข้อต่อที่ 2 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 65.440 องศา ในเวลา 1 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายของข้อต่อมีค่าเฉลี่ย 65.461 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.021 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.020 องศา จากรูปที่ 5.8 จะเห็นได้ว่า เส้นตำแหน่งจริงติดตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้ค่อนข้างดี เมื่อพิจารณาเส้นความเร็วจริงจะพบว่า ในช่วง 0.4 วินาทีแรก เส้นความเร็วจริงจะแกว่งรอบเส้นความเร็วอ้างอิง โดยแอมพลิจูด (Amplitude) ของการแกว่งจะลดลงเรื่อยๆ จนค่อยๆ เข้าใกล้เส้นความเร็วอ้างอิงได้ในที่สุด ทั้งนี้เนื่องจากค่าเกณฑ์ที่ใช้ เป็นค่าเกณฑ์ปรับตั้งในการทดสอบกับจุดที่ 1 นอกจากนี้จะสังเกตได้ว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 2 นี้ ข้อต่อที่ 2 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.04 วินาที

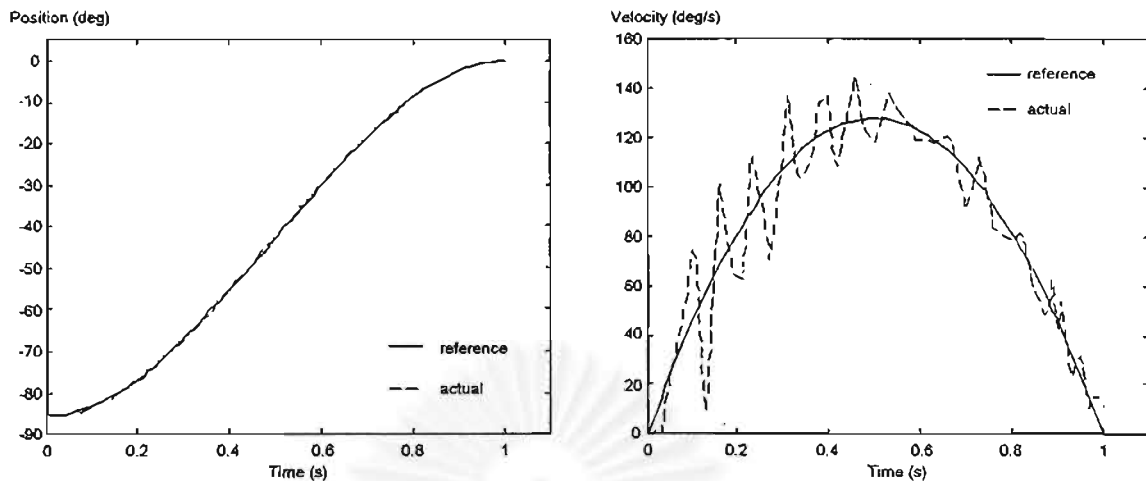
ข้อต่อที่ 3



รูปที่ 5.9 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 3 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังจุดที่ 2 ภายใน 1.0 วินาที

ข้อต่อที่ 3 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 3.485 องศา ในเวลา 1 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ย 3.443 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.042 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.013 องศา จากรูปที่ 5.9 พบว่าเส้นตำแหน่งจริงติดตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้ค่อนข้างดี เพียงแต่มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.07 วินาที ทำให้เห็นความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งชัดเจนในช่วง 0.1 วินาทีแรก ต่อจากนั้นเส้นตำแหน่งจริงพยายามติดตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงให้ทัน จึงทำให้มีโอเวอร์ชูต (Overshoot) ของเส้นความเร็วจริงปรากฏขึ้นมาแล้วค่อยๆ เข้าใกล้เส้นความเร็วอ้างอิงในเวลาประมาณ 0.25 วินาที อย่างไรก็ตาม เมื่อเปรียบเทียบรูปที่ 5.9 กับรูปที่ 5.5 ซึ่งเป็นผลจากการทดสอบข้อต่อที่ 3 กับจุดที่ 1 แล้ว จะเห็นว่า รูปที่ 5.9 มีโอเวอร์ชูตของเส้นความเร็วจริงในสูงกว่ารูปที่ 5.5 ทั้งนี้เนื่องจากค่าเกณฑ์ที่ใช้เป็นค่าเกณฑ์ปรับตั้งสำหรับทดสอบกับจุดที่ 1 นั้นเอง

ข้อต่อที่ 5



รูปที่ 5.10 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 5 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 2 ภายใน 1.0 วินาที

ข้อต่อที่ 5 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 0 องศา ในเวลา 1 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ย -0.032 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.032 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.034 องศา จากรูปที่ 5.10 พบว่า เส้นตำแหน่งจริงติดตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้ค่อนข้างดี แต่เมื่อพิจารณาถึงเส้นความเร็วจริง จะเห็นว่า เส้นความเร็วจริงจะแกว่งรอบเส้นความเร็วอ้างอิงอย่างเห็นได้ชัด ซึ่งสาเหตุที่เป็นเช่นนี้ ประการแรกคือ มุมที่ ก้านต่อที่ 7 ทำกับแกน z ของเฟรม $\{0\}$ ขึ้นกับข้อต่อที่ 3 และข้อต่อที่ 5 ดังที่ได้กล่าวไว้แล้ว จึงทำให้ควบคุมได้ยาก ประการที่ 2 คือ ค่าเกณฑ์ที่ใช้เป็นค่าเกณฑ์ปรับตั้งในการทดสอบกับจุดที่ 1 นอกจากนี้ จะสังเกตเห็นว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 2 นี้ ข้อต่อที่ 5 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.03 วินาที

เมื่อพิจารณาโดยรวมถึงการเคลื่อนที่ของแขนกลทั้งระบบ จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 2 ภายในเวลา 1.0 วินาที พบว่า ตำแหน่งที่ปลายแขนมีความผิดพลาดเฉลี่ย 1.140 มม. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความผิดพลาดเท่ากับ 0.143 มม. การทดสอบกับจุดที่ 2 นี้ แสดงให้เห็นถึงการติดตามตำแหน่งได้เป็นอย่างดีของข้อต่อที่ 1 ที่แม้จะถูกจำกัดความเร็วไว้ที่ 240 องศาต่อวินาที แต่ตัวควบคุมจะสามารถชดเชยความเร็วที่ขาดไปได้ในภายหลัง ทำให้แขนกลรักษาตำแหน่งที่ต้องการไว้ได้ อย่างไรก็ตาม ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยของตำแหน่งปลายแขนในการทดสอบกับจุดที่ 2 นี้มีค่าสูงกว่าการทดสอบกับจุดที่ 1 ซึ่งแสดงว่า การใช้ค่าเกณฑ์เดียวกับจุดที่ 1 ควบคุมแขนกลด้วยเงื่อนไขของเวลาต่างกัน ความเร็วต่างกัน ไม่สามารถควบคุมแขนกลให้เกิดผลดีเท่ากับเงื่อนไขของจุดที่ 1 ได้ นอกจากนี้ ระยะทางที่ข้อต่อที่ 1 ต้องเคลื่อนไกลกว่า ก็มีผลทำให้ความคลาดเคลื่อนปรากฏได้ชัดเจนกว่าด้วย

จุดที่ 3

เมื่อใช้ คิเนแมติกส์ผกผัน แปลงตำแหน่งของจุดที่ 3 ออกมาแล้ว ได้ค่ามุมสุดท้ายของข้อต่อต่าง ๆ ดังนี้

$$\theta_1 = -60.0^\circ$$

$$\theta_2 = 79.788^\circ$$

$$\theta_3 = 22.724^\circ$$

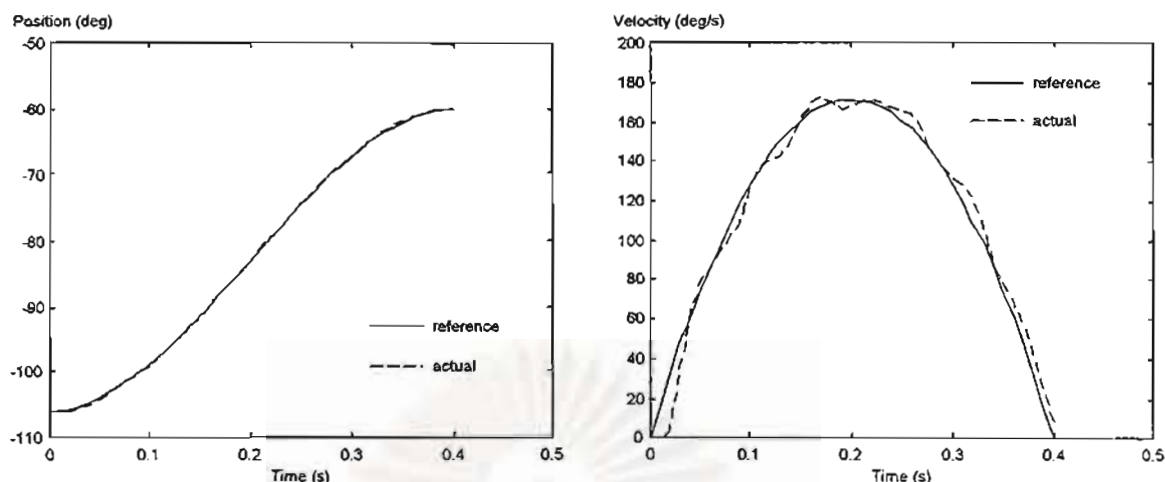
$$\theta_5 = -67.276^\circ$$

ใช้ค่าเกณฑ์ปรับตั้งในการทดสอบกับจุดที่ 1 สั่งแขนกลให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดไว้ 10 ครั้ง ได้ผลเป็นตำแหน่งสุดท้ายดังตารางที่ 5.4 ส่วนกราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของแต่ละข้อต่อ แสดงอยู่ในรูปที่ 5.11-5.14

ตารางที่ 5.4 มุมของข้อต่อต่างๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดที่ 3

ครั้งที่	θ_1 (องศา)	θ_2 (องศา)	θ_3 (องศา)	θ_5 (องศา)	ความผิดพลาดของ ตำแหน่งปลายแขน (มม.)
1	-59.991	79.734	22.764	-67.299	0.254
2	-59.955	79.738	22.785	-67.258	0.327
3	-59.955	79.731	22.771	-67.304	0.337
4	-59.948	79.661	22.795	-67.286	0.403
5	-59.948	79.734	22.781	-67.269	0.340
6	-59.994	79.657	22.792	-67.245	0.431
7	-59.945	79.766	22.799	-67.270	0.605
8	-59.959	79.755	22.869	-67.281	1.222
9	-59.967	79.721	22.771	-67.256	0.164
10	-59.989	79.743	22.762	-67.243	0.120
เฉลี่ย	-59.965	79.724	22.789	-67.271	0.420
S.D.	0.019	0.037	0.031	0.021	0.313

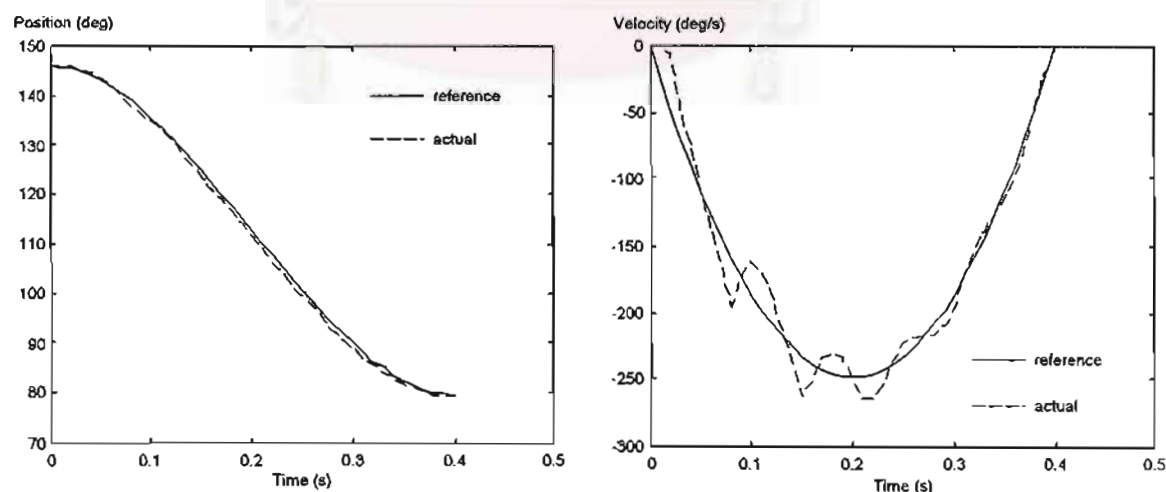
ข้อต่อที่ 1



รูปที่ 5.11 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 1 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 3 ภายใน 0.4 วินาที

ข้อต่อที่ 1 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง -60.0 องศา ภายในเวลา 0.4 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ -59.965 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.035 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.019 องศา จากรูปที่ 5.11 จะเห็นว่า เส้นตำแหน่งจริงติดตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้ค่อนข้างดี ในขณะที่เส้นความเร็วจริงคลาดเคลื่อนจากเส้นความเร็วอ้างอิงเล็กน้อยเนื่องจากค่าเกณฑ์ที่ใช้ เป็นค่าที่ปรับตั้งในการทดสอบกับจุดที่ 1 นอกจากนี้จะสังเกตเห็นว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 3 นี้ ข้อต่อที่ 1 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.02 วินาที

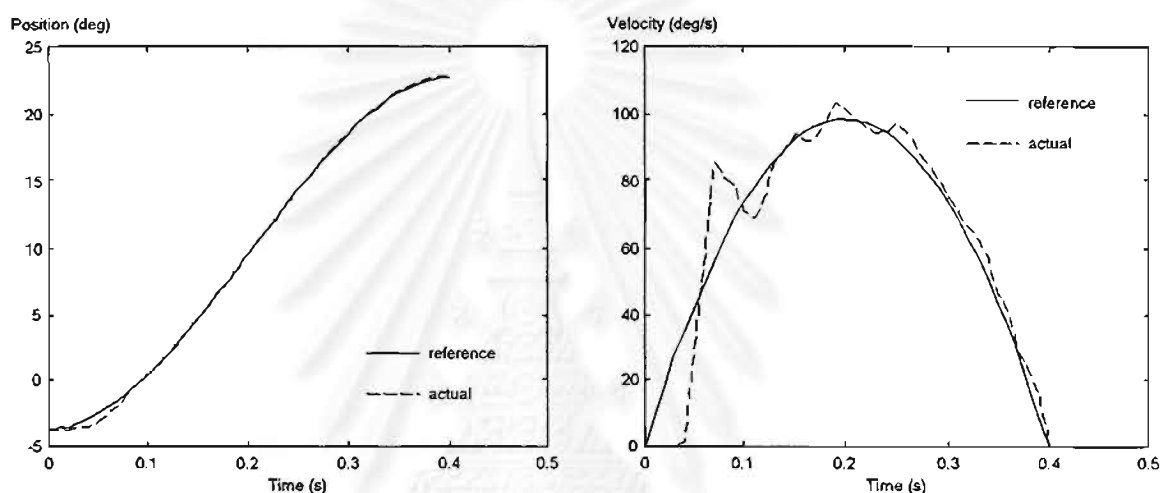
ข้อต่อที่ 2



รูปที่ 5.12 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 2 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 3 ภายใน 0.4 วินาที

ข้อต่อที่ 2 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 79.788 องศา ภายในเวลา 0.4 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 79.724 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.064 องศา มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.037 องศา จากรูปที่ 5.12 จะเห็นว่าเส้นตำแหน่งจริงจะตามหลังเส้นตำแหน่งอ้างอิงประมาณ 1 องศา เมื่อใกล้จะสิ้นสุดการเคลื่อนที่ซึ่งเป็นช่วงที่ความเร็วลดลงเพื่อจะหยุดนิ่ง เส้นตำแหน่งจริงจะขยับเข้าใกล้เส้นตำแหน่งอ้างอิงได้มากขึ้น จนความคลาดเคลื่อนสุดท้ายอยู่ในช่วง 0.03-0.10 องศา ส่วนเส้นความเร็วจริงจะแกว่งรอบเส้นความเร็วอ้างอิง เนื่องจากค่าเกนที่ใช้เป็นค่าเกนที่ปรับตั้ง (Tune) ใช้กับการทดสอบจุดที่ 1 นอกจากนี้จะสังเกตเห็นว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 3 นี้ ข้อต่อที่ 2 มีความล่าช้าในการเคลื่อนที่ประมาณ 0.02 วินาที

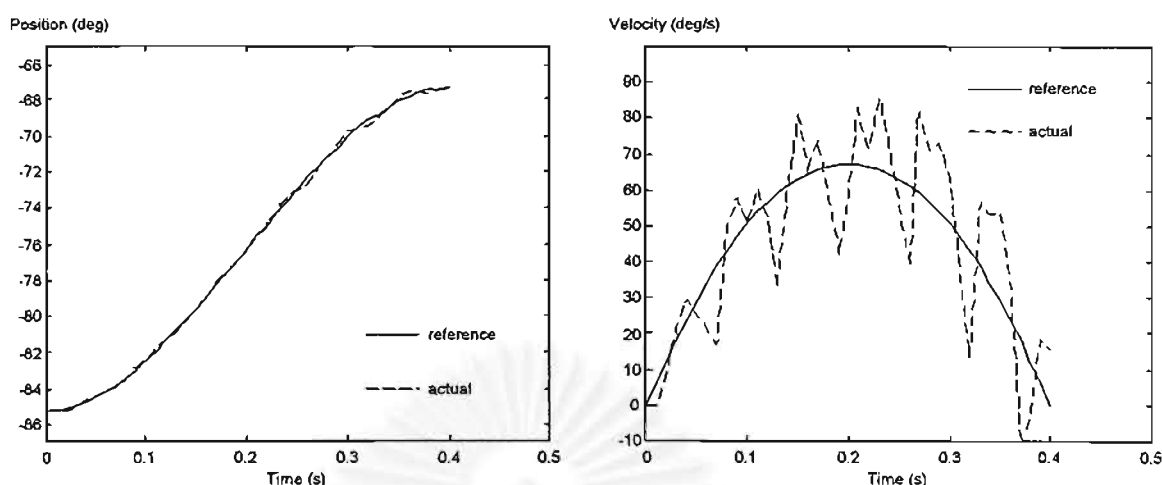
ข้อต่อที่ 3



รูปที่ 5.13 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 3 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังจุดที่ 3 ภายใน 0.4 วินาที

ข้อต่อที่ 3 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 22.724 องศา ภายใน 0.4 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายของข้อต่อที่ 3 มีค่าเฉลี่ย 22.789 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.065 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.031 องศา จากรูปที่ 5.13 จะเห็นได้ว่า เส้นตำแหน่งจริงติดตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้ค่อนข้างดี มีเพียงช่วง 0.1 วินาทีแรกที่คลาดเคลื่อนค่อนข้างชัดเจนเพราะความล่าช้า 0.05 วินาทีในการเริ่มเคลื่อนที่ ซึ่งเป็นสาเหตุให้เส้นความเร็วจริงมีโอเวอร์ชูต (Overshoot) เกิดขึ้นก่อนจะเข้าใกล้เส้นความเร็วอ้างอิงต่อไป อย่างไรก็ตาม เมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 5.13 กับรูปที่ 5.2.3 ซึ่งเป็นผลการทดสอบข้อต่อที่ 3 กับจุดที่ 1 แล้ว จะเห็นว่า รูปที่ 5.13 มีโอเวอร์ชูตของเส้นความเร็วจริงในสูงกว่ารูปที่ 5.2.3 ทั้งนี้เนื่องจากค่าเกนที่ใช้เป็นค่าเกนที่ปรับตั้งสำหรับทดสอบกับจุดที่ 1 นั้นเอง

ข้อต่อที่ 5



รูปที่ 5.14 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 5 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 3 ภายใน 0.4 วินาที

ข้อต่อที่ 5 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง -67.276 องศา ภายในเวลา 0.4 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ย -67.271 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.005 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.021 องศา จากรูปที่ 5.14 จะเห็นว่า เส้นตำแหน่งจริงจะแกว่งรอบเส้นตำแหน่งอ้างอิง และมีแนวโน้มที่แอมพลิจูด (Amplitude) ของการแกว่งจะมากขึ้นเมื่อเวลาผ่านไป เมื่อพิจารณาความเร็วจะเห็นเส้นความเร็วจริงแกว่งรอบเส้นความเร็วอ้างอิงอย่างเห็นได้ชัด สาเหตุที่เป็นเช่นนี้ ประการแรกคือ มุมที่ ก้านต่อที่ 7 ทำกับแกน z ของเฟรม $\{0\}$ ขึ้นกับข้อต่อที่ 3 และข้อต่อที่ 5 จึงทำให้ควบคุมยาก ประการที่ 2 คือ ค่าเกนที่ใช้เป็นค่าเกนที่ปรับตั้ง (Tune) ใช้กับการทดสอบจุดที่ 1 ซึ่งไม่เหมาะกับเงื่อนไขที่เปลี่ยนไป ดังที่ได้กล่าวไว้แล้ว นอกจากนี้ จะสังเกตได้ว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 3 นี้ ข้อต่อที่ 5 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.01 วินาที จากการทดสอบที่เวลาเพียง 0.4 วินาทีนี้ ทำให้พบว่า การควบคุมข้อต่อที่ 5 ภายในเวลาสั้นๆ ทำได้ไม่ดีนัก

เมื่อพิจารณาโดยรวมถึงการเคลื่อนที่ของแขนกลทั้งระบบ จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 3 ภายในเวลา 0.4 วินาที พบว่า ตำแหน่งที่ปลายแขนมีความผิดพลาดเฉลี่ย 0.420 มม. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความผิดพลาดเท่ากับ 0.313 มม. แม้ว่าค่าผิดพลาดเฉลี่ยจะไม่สูงนัก แต่ถือว่าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานค่อนข้างสูง สาเหตุที่ความผิดพลาดไม่สูงมากเป็นเพราะ ข้อต่อแต่ละข้อต่อเคลื่อนที่เป็นระยะสั้น ๆ เท่านั้น ความผิดพลาดจึงยังไม่ปรากฏเด่นชัดขึ้นมา การทดสอบกับจุดที่ 3 นี้ แสดงให้เห็นถึงการเร่งข้อต่อให้มีความเร็วสูงด้วยเวลาสั้นๆ ซึ่งพบว่า ความสามารถในการติดตามวิถีอ้างอิงและความสามารถในการทำซ้ำจะด้อยลงไปเมื่อต้องใช้ความเร่งสูงขึ้น

จุดที่ 4

เมื่อใช้ คิเนแมติกส์ผกผัน แปลงตำแหน่งของจุดที่ 4 ออกมาแล้ว ได้ค่ามุมสุดท้ายของข้อต่อต่างๆ ดังนี้

$$\theta_1 = 90.0^\circ$$

$$\theta_2 = 30.987^\circ$$

$$\theta_3 = 24.253^\circ$$

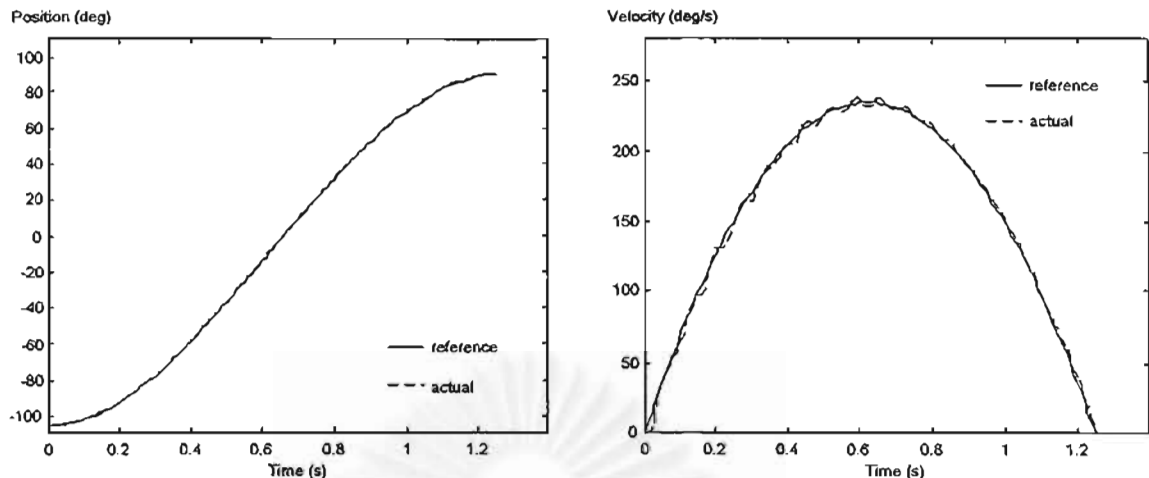
$$\theta_5 = -65.747^\circ$$

ใช้ค่าเกณฑ์ปรับตั้งในการทดสอบกับจุดที่ 1 สังเกตให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางที่กำหนดไว้ 10 ครั้ง ได้ผลเป็นตำแหน่งสุดท้ายดังตารางที่ 5.5 ส่วนกราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของแต่ละข้อต่อ แสดงอยู่ในรูปที่ 5.15-5.18

ตารางที่ 5.5 มุมของข้อต่อต่างๆ ซึ่งได้จากเครื่องเข้ารหัส เมื่อสั่งให้เคลื่อนปลายแขนไปยังจุดที่ 4

ครั้งที่	θ_1 (องศา)	θ_2 (องศา)	θ_3 (องศา)	θ_5 (องศา)	ความผิดพลาดของ ตำแหน่งปลายแขน (มม.)
1	90.074	31.036	24.223	-65.725	1.329
2	90.084	31.011	24.226	-65.709	1.395
3	90.098	30.980	24.195	-65.818	1.513
4	90.077	31.032	24.195	-65.812	1.414
5	90.074	31.032	24.209	-65.754	1.358
6	90.051	31.021	24.212	-65.772	1.110
7	90.062	30.991	24.219	-65.760	1.140
8	90.049	31.046	24.199	-65.728	1.257
9	90.081	31.025	24.198	-65.826	1.423
10	90.076	31.011	24.212	-65.781	1.313
เฉลี่ย	90.073	31.019	24.209	-65.769	1.325
S.D.	0.015	0.021	0.012	0.041	0.127

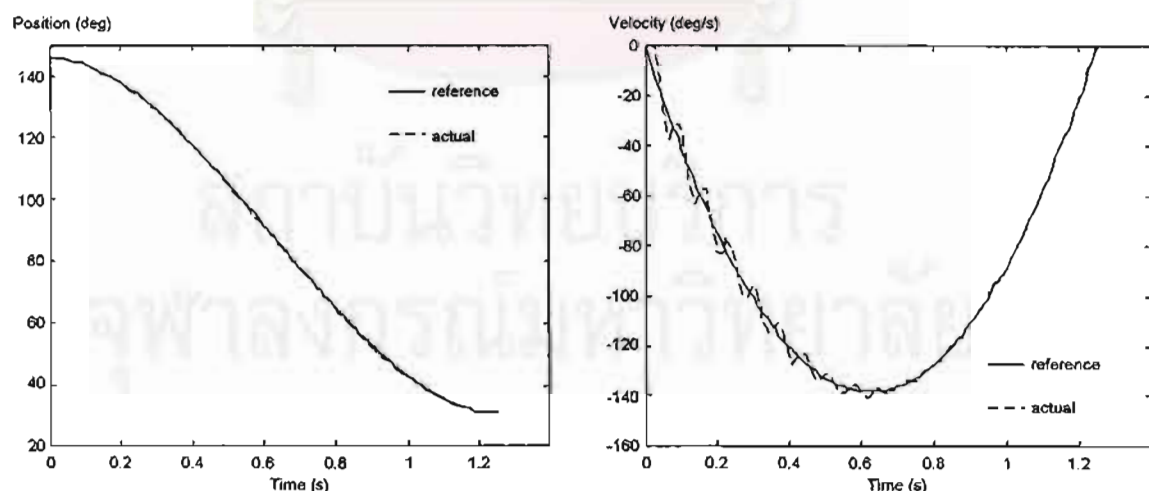
ข้อต่อที่ 1



รูปที่ 5.15 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 1 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 4 ภายใน 1.25 วินาที

ข้อต่อที่ 1 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 90.0 องศา ภายในเวลา 1.25 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 90.073 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.073 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.015 องศา จากรูปที่ 5.15 พบว่า เส้นตำแหน่งจริงแทบจะทับกับเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้สนิทพอดี โดยที่เส้นความเร็วจริงมีการแกว่งรอบเส้นความเร็วอ้างอิงเล็กน้อยจนกระทั่งสิ้นสุดเข้าในที่สุด การแกว่งนี้เกิดจากค่าเกนที่ใช้เป็นค่าเกนที่ปรับตั้งในการทดสอบกับจุดที่ 1 นอกจากนี้ จะสังเกตเห็นว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 4 นี้ ข้อต่อที่ 1 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.02 วินาที

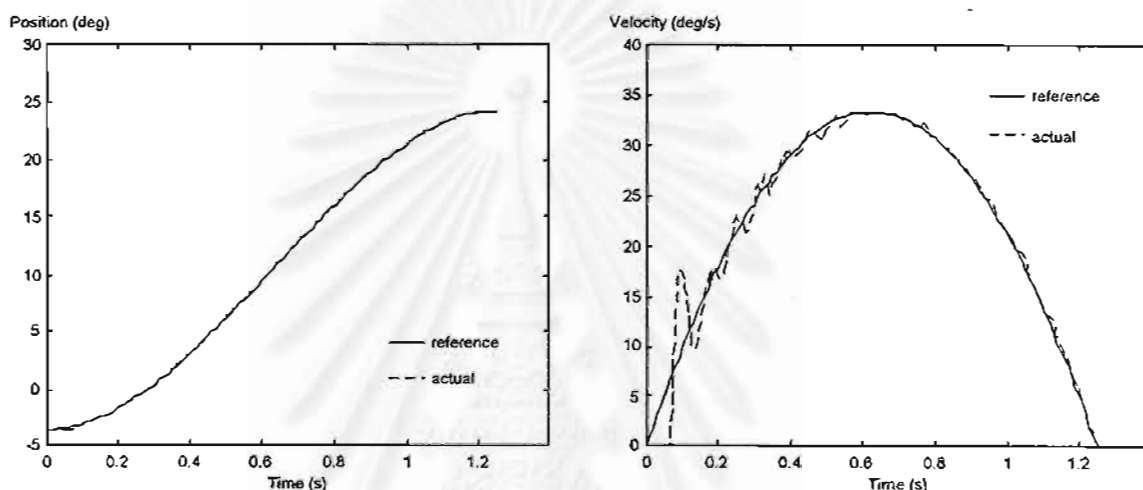
ข้อต่อที่ 2



รูปที่ 5.16 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 2 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 4 ภายใน 1.25 วินาที

ข้อต่อที่ 2 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 30.987 องศา ภายใน 1.25 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 31.019 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.032 องศา ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.021 องศา จากรูปที่ 5.16 พบว่า เส้นตำแหน่งจริงแทบจะทับกับเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้สนิทพอดี โดยที่เส้นความเร็วจริงมีการแกว่งรอบเส้นความเร็วอ้างอิงเล็กน้อยจนกระทั่งลู่ออกที่สุดในที่สุด การแกว่งนี้เกิดจากค่าเกณฑ์ที่ใช้ เป็นค่าที่ได้จากการปรับตั้งในการทดสอบกับจุดที่ 1 นอกจากนี้ ยังสังเกตเห็นว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 4 นี้ ข้อต่อที่ 2 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.02 วินาที

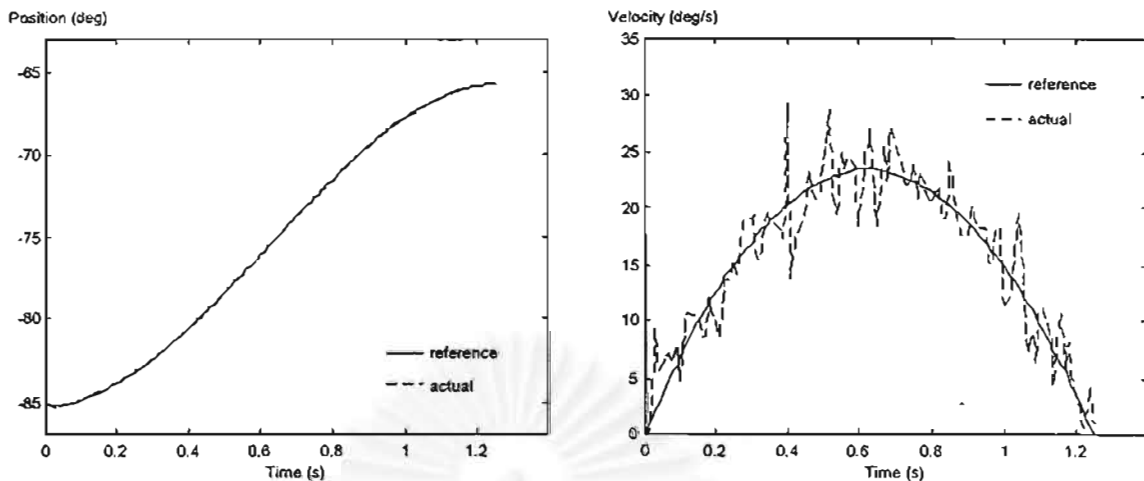
ข้อต่อที่ 3



รูปที่ 5.17 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 3 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังจุดที่ 4 ภายใน 1.25 วินาที

ข้อต่อที่ 3 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง 24.253 องศา ภายในเวลา 1.25 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 24.209 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.044 องศา มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.012 องศา จากรูปที่ 5.17 จะเห็นว่าเส้นตำแหน่งจริงแทบจะทับกับเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้สนิทพอดี มีเพียงช่วงเวลาเริ่มต้นเคลื่อนที่ ที่มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ 0.05-0.07 วินาที ทำให้เส้นความเร็วจริงมีโอเวอร์ชูตเมื่อเส้นตำแหน่งจริงพยายามเคลื่อนเข้าใกล้เส้นตำแหน่งอ้างอิง อย่างไรก็ตาม เมื่อเวลาผ่านไป 0.2 วินาที เส้นความเร็วจริงมีการแกว่งรอบเส้นความเร็วอ้างอิงเล็กน้อยจนกระทั่งลู่ออกที่สุดในที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 5.17 กับรูปที่ 5.5 ซึ่งเป็นผลจากการทดสอบข้อต่อที่ 3 กับจุดที่ 1 แล้ว จะเห็นว่า รูปที่ 5.17 มีโอเวอร์ชูตของเส้นความเร็วจริงในสูงกว่ารูปที่ 5.5 ทั้งนี้เนื่องจากค่าเกณฑ์ที่ใช้เป็นค่าเกณฑ์ปรับตั้งสำหรับทดสอบกับจุดที่ 1 นั่นเอง

ข้อต่อที่ 5



รูปที่ 5.18 กราฟแสดงตำแหน่งและความเร็วของข้อต่อที่ 5 เมื่อแขนกลเคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 4 ภายใน 1.25 วินาที

ข้อต่อที่ 5 เคลื่อนที่จากตำแหน่งโฮม ไปยังตำแหน่ง -65.747 องศา ภายในเวลา 1.25 วินาที ตำแหน่งสุดท้ายมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ -65.769 องศา คลาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิง 0.022 องศา มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.041 องศา จากรูปที่ 5.18 พบว่า เส้นตำแหน่งจริงติดตามเส้นตำแหน่งอ้างอิงได้ค่อนข้างดี ในขณะที่เส้นความเร็วจริงมีการแกว่งรอบเส้นความเร็วอ้างอิง เนื่องจาก 2 สาเหตุตั้งที่กล่าวไปแล้วข้างต้น ประการแรกคือ มุมที่ก้านต่อที่ 7 ทำกับแกน z ของเฟรม {0} ขึ้นกับข้อต่อที่ 3 และข้อต่อที่ 5 จึงทำให้ควบคุมได้ยาก ประการที่ 2 คือ ค่าเกนที่ใช้เป็นค่าเกนที่ปรับตั้ง (Tune) ในการทดสอบกับจุดที่ 1 ซึ่งไม่เหมาะสมกับเงื่อนไขที่เปลี่ยนไป นอกจากนี้ จะสังเกตเห็นว่า ในการทดสอบกับจุดที่ 4 นี้ ข้อต่อที่ 5 มีความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ประมาณ 0.01 วินาที

เมื่อพิจารณาโดยรวมถึงการเคลื่อนที่ของแขนกลทั้งระบบ จากตำแหน่งโฮมไปยังจุดที่ 4 ภายในเวลา 1.25 วินาที พบว่า ตำแหน่งที่ปลายแขนมีความผิดพลาดเฉลี่ย 1.325 มม. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความผิดพลาดเท่ากับ 0.127 มม. ความผิดพลาดที่สูงนี้ เกิดจากการเคลื่อนที่เป็นระยะทางไกลของข้อต่อที่ 1 ทำให้ความคลาดเคลื่อนปรากฏเด่นชัดขึ้น นอกจากนี้ จะเห็นว่าข้อต่อทุกข้อต่อ ติดตามวิถีได้ค่อนข้างดี ทั้งนี้เป็นเพราะเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่เท่ากับ 1.25 วินาที ทำให้ความเร่งไม่สูงมาก

5.3 สรุปผลการทดสอบโดยรวม

เมื่อพิจารณาผลการทดสอบแขนกลจู่ฬา 3 ทั้ง 5 จุด (จุดอ้างอิงและจุดที่ 1-4) พบว่า ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งที่ปลายแขน ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ได้แก่ ระยะทางการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อ เวลาที่กำหนด ค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมกับความเร็วและความเร่งที่ต้องการ เป็นต้น เนื่องจากในการทดสอบใช้ตัวควบคุมพีไอดี ซึ่งมีค่าเกณฑ์ ดังนั้นจึงไม่สามารถควบคุมแขนกลให้ได้ผลดีเท่ากันในทุกเงื่อนไขได้ จึงปรากฏผลความคลาดเคลื่อนที่แตกต่างกันไปในแต่ละจุดที่ทดสอบ อย่างไรก็ตาม ความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยสูงสุดที่เกิดขึ้น ปรากฏในขณะที่ทดสอบโดยให้แขนกลเคลื่อนที่ไปยังจุดที่ 4 มีค่าเท่ากับ 1.325 มม. เนื่องจากค่านี้เป็นความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่สูงที่สุด จึงถือเอาค่านี้เป็นตัวเลขที่บ่งบอกถึงความแม่นยำ (Accuracy) ของแขนกลจู่ฬา 3 อย่างไรก็ตาม จะเห็นว่า แขนกลจู่ฬา 3 นี้ มีความแม่นยำอยู่ในเกณฑ์ที่แขนกลทั่วไปสามารถทำได้ นั่นคืออยู่ในช่วงระหว่าง 1-3 มม.นั่นเอง

สมรรถนะ (Performance) ของแขนกลที่สำคัญอีกประการหนึ่งก็คือ ความสามารถในการทำซ้ำ (Repeatability) เป็นสิ่งที่บ่งบอกถึงความแน่นอนในการเคลื่อนแขนกลกลับมาที่จุดเดิม เนื่องจากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นค่าที่บ่งบอกถึงการกระจายของข้อมูล จึงพิจารณาความสามารถในการทำซ้ำจากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความผิดพลาด ณ ตำแหน่งปลายแขน ทั้งนี้ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสูงสุด ปรากฏในขณะที่ทดสอบแขนกลให้เคลื่อนที่ไปยังจุดอ้างอิง ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.353 มม. ตามหลักการพื้นฐานของวิสาสถิติด้วยช่วงความเชื่อมั่น 95 % จึงใช้ 2 เท่าของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นตัวเลขบ่งบอกถึงความสามารถในการทำซ้ำ ดังนั้น ความสามารถในการทำซ้ำของแขนกลจู่ฬา 3 นี้ จึงมีค่าเท่ากับ 0.70 มม.

สำหรับความล่าช้าในการเริ่มเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อมีสาเหตุมาจากความเสียดทานสถิตย์ (Static friction) จะสามารถแก้ไขได้โดยการชดเชยทอร์กเนื่องจากความเสียดทานสถิตย์เข้าไปในตัวควบคุม ก็จะทำให้ระบบตอบสนองต่อคำสั่งอ้างอิงได้ดียิ่งขึ้น

อย่างไรก็ตาม แขนกลจู่ฬา 3 นี้ สามารถทำให้มีความแม่นยำและความสามารถในการทำซ้ำสูงขึ้นได้อีก โดยการปรับปรุงตัวควบคุม โดยใช้ทฤษฎีการควบคุมขั้นสูง เช่น การควบคุมแบบปรับตัว (Adaptive control) ซึ่งสามารถปรับค่าเกณฑ์ได้เองเข้ามาประยุกต์ใช้

บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปสมรรถนะของแขนกลจู่ฬา 3

แขนกลจู่ฬา 3 มีสมรรถนะรวมดังต่อไปนี้

ความแม่นยำ (Accuracy)	1.325	มม.
ความสามารถในการทำซ้ำ (Repeatability)	0.70	มม.
น้ำหนักสูงสุดที่ยกได้ (Maximum pay load)	1.0	กก.

สำหรับสมรรถนะของข้อต่อแต่ละข้อต่อ สามารถสรุปได้ตามตารางที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 สมรรถนะของข้อต่อแต่ละข้อต่อ

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
มุมกวาดสูงสุด (องศา)	210	145	50	270	170	∞
ความเร็วเชิงมุมสูงสุด (องศาต่อวินาที)	240	240	240	190	288	288
ความเร่งเชิงมุมสูงสุด (องศาต่อวินาที ²)	6700	5650	5100	4350	9200	13350

6.2 สรุปปัญหาและข้อเสนอแนะ

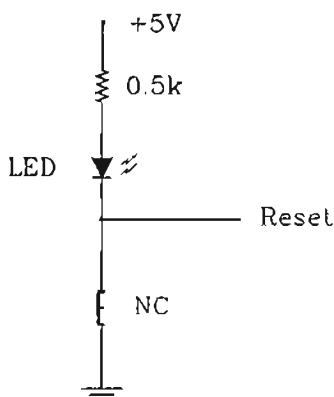
ในระหว่างการทดสอบแขนจู่พา 3 ได้พบปัญหาในบางจุด จึงสรุปปัญหาสำคัญ ๆ และแนวทางแก้ไข เพื่อให้ผู้ที่จะนำแขนกลจู่พา 3 นี้ ไปวิจัยต่อในอนาคต ได้ทราบถึงสาเหตุและแนวทางแก้ไขโดยสังเขป ดังต่อไปนี้

6.2.1 สัญญาณรบกวน

ชุดขยายกระแสขับมอเตอร์เซอร์โวกระแสสลับ (AC servo motor drive amplifier) ซึ่งจ่ายกระแสให้มอเตอร์ที่ขับข้อต่อที่ 1, 2 และ 3 จะสร้างสนามแม่เหล็กขึ้นมารบกวนวงจรถอดรหัส (Decoder) ทำให้การนับผิดพลาดไปในบางรอบของการสุ่มข้อมูล (Sampling cycle) เอกสารคู่มือจากผู้ผลิต [6] ได้แนะนำให้ติดตั้งตัวกรองสัญญาณรบกวนจากสนามแม่เหล็ก (Electro-magnetic interference filter หรือ EMI filter) ลงบนแผงติดตั้งชุดควบคุม หลังจากที่ได้ติดตั้งตัวกรองสัญญาณรบกวนจากสนามแม่เหล็กแล้ว สัญญาณรบกวนดังกล่าวลดลงแต่ยังไม่หมดไป ทั้งนี้เนื่องจากสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในวงจรถอดรหัสไม่เพียงแต่ผ่านทางอากาศเท่านั้น ในสัญญาณขาออกเทียบเท่าสัญญาณจากเครื่องเข้ารหัส (Encoder equivalent output) ที่ออกจากชุดขยายกระแสก็มีสัญญาณรบกวนในตัวด้วย ซึ่งทราบได้จากการดูสัญญาณทางออสซิลโลสโคป (Oscilloscope) เมื่อต่อสายนำสัญญาณขาออกเทียบเท่าสัญญาณจากเครื่องเข้ารหัสจากชุดขยายกระแสมายังวงจรถอดรหัส ก็เป็นการนำสัญญาณรบกวนเข้ามาทางสายสัญญาณนั่นเอง จึงได้แก้ไขจุดนี้ได้ง่าย ๆ ด้วยการนำตัวเก็บประจุ (Capacitor) มาคร่อมสายสัญญาณดังกล่าว ผลก็คือ สามารถลดสัญญาณรบกวนลงได้อีก แต่ก็ยังไม่หมดไป การแก้ไขต่อไป จำเป็นต้องศึกษาเทคนิคการขจัดสัญญาณรบกวนอย่างจริงจัง เพื่อที่จะขจัดสัญญาณรบกวนนี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

6.2.2 ปุ่มรีเซ็ต (Reset) ของวงจรถอดรหัส (Decoder)

วงจรถอดรหัสจะมีปุ่มรีเซ็ตเชื่อมระหว่างขาลงดิน (Ground) ของวงจรถับขาเรีเซ็ตของไอซี 74 นอลเอส 193 (IC 74LS193) ซึ่งโดยปกติจะปิด (Normally closed) ขารีเซ็ตจะมีสถานะเป็น 0 (Low) เมื่อต้องการรีเซ็ตจำนวนพัลส์ (Pulse) ที่วงจรถอดรหัสอ่านได้ ก็กดปุ่มรีเซ็ต จะทำให้ขารีเซ็ตมีสถานะเป็น 1 (High) พัลส์ที่อ่านได้จะถูกรีเซ็ตเป็น 0 เมื่อใช้งานไปนาน ๆ ปุ่ม รีเซ็ตเริ่มเสื่อมสภาพ เมื่อกด (เปิด) แล้วปล่อย (ปิด) ปุ่มกลับค้างอยู่ในสถานะเปิดอยู่ตลอดเวลา ทำให้ขารีเซ็ตยังคงมีสถานะเป็น 1 อยู่ตลอด ไม่ว่าข้อต่อจะเคลื่อนที่ไปเท่าไรก็ตาม วงจรจะยังคงอ่านได้ 0 พัลส์อยู่เสมอ เมื่อเวลาผ่านไป ตำแหน่งอ้างอิงเปลี่ยนไปตามสมการ แต่โปรแกรมควบคุมยังเข้าใจว่าข้อต่อยังนิ่งอยู่กับที่เนื่องจากพัลส์ที่ส่งเข้ามายังเป็น 0 โปรแกรมควบคุมจึงพยายามจ่ายกระแสให้แก่มอเตอร์สูงขึ้นเรื่อยๆเท่าที่อุปกรณ์จะทำได้ เป็นผลให้ข้อต่อหมุนด้วยความเร็วสูงสุด แขนกลชนกับโต๊ะทดสอบอย่างแรงได้รับความเสียหาย หลังจากซ่อมแซมแขนกลแล้วได้ทำการป้องกันเหตุการณ์นี้โดยการต่อไดโอดเปล่งแสง (LED) เข้าไปในวงจร ถอดรหัสที่ใช้อ่านตำแหน่งของข้อต่อที่ 1, 2 และ 3 ดังแสดงในรูปที่ 6.1



รูปที่ 6.1 แผนภาพอย่างง่ายของการต่อไดโอดเปล่งแสงเพิ่มเข้าในวงจรถอดรหัส

จากรูปที่ 6.1 ตัวต้านทาน 0.5 กิโลโอมห์ใส่เข้ามาเพื่อจำกัดกระแสที่จะไหลผ่านไดโอดเปล่งแสงไม่ให้สูงเกินไป หลักการทำงานของวงจรก็คือ ในขณะที่ปุ่มรีเซ็ตยังไม่ถูกกด กระแสจากแหล่งจ่าย + 5 โวลต์สามารถไหลผ่านไดโอดเปล่งแสงไปลงดินได้ ไดโอดเปล่งแสงนี้จึงสว่าง แต่เมื่อกดปุ่มรีเซ็ต ขารีเซ็ตจะมีสถานะสูง (High) ความต่างศักย์ที่ขารีเซ็ตจะเท่ากับ 5 โวลต์ กระแสจึงหยุดไหล แสงจากไดโอดเปล่งแสงจะดับลง จากหลักการทำงานนี้ ทำให้สามารถตรวจสอบสถานะของปุ่มรีเซ็ตได้ อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยในอนาคต อาจต้องวงจรตรวจสอบนี้ ให้กับวงจรถอดรหัสที่เหลืออีก 3 วงจร เพื่อความมั่นใจยิ่งขึ้นว่าวงจรถอดรหัสทุกวงจรอยู่ในสภาพที่พร้อมทำงาน

6.2.3 การหยุดการเคลื่อนที่

แขนกลจุฬา 3 เป็นแขนกลที่ทำงานด้วยความเร็วสูง เมื่อสิ้นสุดการทำงานหนึ่งรอบ โดยปกติ ชุดขยายกระแสจะหยุดส่งกระแสให้กับมอเตอร์ บางครั้งแขนกลอาจเคลื่อนที่ต่อไปด้วยแรงเฉื่อย หรือข้อต่อบางข้อต่ออาจตกลงด้วยแรงโน้มถ่วงของโลก วิธีการป้องกันที่ใช้ คือ เขียนโปรแกรมให้มอเตอร์จ่ายทอร์คต้านไว้ อย่างไรก็ตาม เพื่อที่จะหยุดการเคลื่อนที่ได้แน่นอน จำเป็นต้องติดตั้งระบบเบรก (Braking system) เข้ากับแขนกล เพราะนอกจากจะช่วยให้การหยุดการเคลื่อนที่ได้ได้อย่างแน่นอนแล้ว ยังช่วยป้องกันอันตรายเมื่อไฟฟ้าถูกตัด หรือ โปรแกรมควบคุมผิดพลาดได้ด้วย

6.2.4 ลิ้มิตสวิตช์ (Limit switches)

แขนกลจุฬา 3 ติดตั้งไมโครสวิตช์ (Microswitches) ไว้ตามจุดต่างๆ บนแขนกลเพื่อไม่ให้แต่ละส่วนต่อชนกัน โดยไมโครสวิตช์เหล่านี้จะส่งสัญญาณให้กับชุดขยายกระแสเมื่อแขนกลเคลื่อนที่มาแตะ จากนั้น ชุดขยายกระแสจะหยุดจ่ายกระแสให้กับมอเตอร์ เป็นการจำกัดการเคลื่อนที่ของข้อต่อต่างๆ นั้นเอง ดังนั้น จึงอาจเรียกไมโครสวิตช์เหล่านี้ตามหน้าที่การทำงานว่า ลิ้มิตสวิตช์

ลิมิตสวิทช์ที่ติดตั้งบนแขนกลจุฬา 3 มีก้านสวิทช์ที่อ่อน เมื่อถูกกดแรงๆ ก้านนี้อาจงอได้ แขนกลจุฬา 3 ทำการกลับตำแหน่งโฮม (Home position) โดยการเคลื่อนที่ไปจนแตะลิมิตสวิทช์ หากแขนกลเคลื่อนที่มาแตะอย่างแรง จะทำให้ก้านสวิทช์งอได้ ตำแหน่งโฮมในขณะก่อนงอกับ ขณะหลังงอจึงไม่ใช่จุดเดียวกัน เป็นผลให้การควบคุมผิดพลาดไปจากเดิมได้ เทคนิคที่เครื่องจักรกลอัตโนมัติทั่วไปใช้กันในการกลับตำแหน่งโฮม ก็คือ เมื่อเครื่องจักรนั้นเคลื่อนที่จนใกล้จะแตะลิมิตสวิทช์ จะลดความเร็วให้การเคลื่อนที่ของอุปกรณ์นั้นช้ามาก ๆ เพื่อการแตะลิมิตสวิทช์ที่เที่ยงตรงและหยุดในตำแหน่งเดียวกันทุกครั้ง ดังนั้นการแก้ไขในจุดนี้ทำได้โดยการเปลี่ยนลิมิตสวิทช์เป็นชนิดก้านแข็ง เมื่อประกอบกับการติดตั้งระบบเบรกเข้าไปแล้ว จะทำให้แขนกลจุฬา 3 สามารถกลับตำแหน่งโฮมได้เที่ยงตรงเสมอ



รายการอ้างอิง

1. Asada H. and Kamal Y. Direct-Drive Robots, Theory and Practice. : The MIT Press, London, 1987.
2. Craig J.J. Introduction to Robotics, Mechanics and Control, 2nd edition. : Addison-Wesley Publishing Company, Inc.,1989.
3. Asada H. and Kamal Y. Analysis and Design of a Direct-Drive Arm with a five-Bar-Link Parallel Drive Mechanism. ASME Journal of Dynamic systems, Measurement and Control. Vol. 106, 1984. : pp. 225-230.
4. Asada H. Dynamic Analysis and Design of Robot Manipulators Using Inertia Ellipsoid. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics. Atlanta, March 1984.
5. Asada H. and Slotine J.-J. E. Robot Analysis and Control. : John Wiley and Sons, Inc.,1986.
6. Kollmorgen Motion Technology Group. Servostar, Installation and Setup Manual. : The United State of America,1997



ภาคผนวก

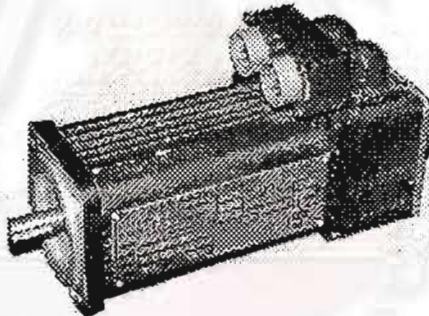
ภาคผนวก ก

อุปกรณ์ของแขนกลจู่ฬา 3

แขนกลจู่ฬา 3 ประกอบด้วยอุปกรณ์หลักๆ ดังนี้

1. มอเตอร์เซอร์โวโร้ดระแสสลับ (AC Servo Motor)

แขนกลจู่ฬา 3 ใช้มอเตอร์เซอร์โวโร้ดระแสสลับ 3 ตัว เพื่อขับข้อต่อที่ 1, 2 และ 3 โดยทั้งสามตัวเป็นมอเตอร์ของ KOLLMORGEN Motion Technologies Group ชนิด Goldline Brushless รุ่น B-102-A-21 ซึ่งมีรีโซลฟเวอร์ (Resolver) เป็นอุปกรณ์วัดตำแหน่งติดตั้งที่ท้ายมอเตอร์ สำหรับความละเอียด (Resolution) ของรีโซลฟเวอร์คือ 1 ส่วนใน 16384 ส่วนต่อรอบ รูปของมอเตอร์เซอร์โวโร้ดระแสสลับดังกล่าวแสดงอยู่ในรูปที่ ก.1

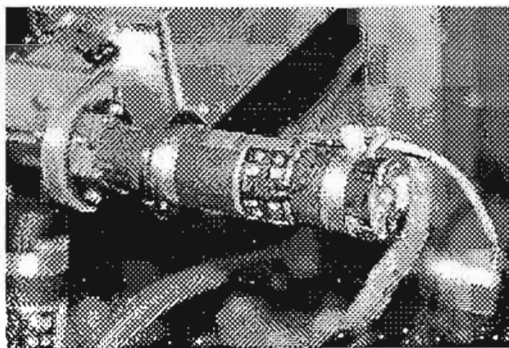


รูปที่ ก.1 มอเตอร์เซอร์โวโร้ดระแสสลับ รุ่น B-102-A-21

2. มอเตอร์เซอร์โวโร้ดระแสดตรง (DC Servo Motor) และเครื่องเข้ารหัส (Encoder)

แขนกลจู่ฬา 3 ใช้มอเตอร์เซอร์โวโร้ดระแสดตรง 3 ตัว เพื่อขับข้อต่อที่ 4, 5 และ 6 โดยทั้งสามตัวเป็นมอเตอร์ยี่ห้อ Electro-Craft ของบริษัท Reliance Motion Control Inc. มอเตอร์ที่ขับข้อต่อที่ 4 เป็นรุ่น S-240 ส่วนมอเตอร์ที่ขับข้อต่อ 5 และ 6 เป็นรุ่น E-372

สำหรับเครื่องเข้ารหัสนั้น แขนกลจู่ฬา 3 ใช้เครื่องเข้ารหัสจากส่วนที่เปลี่ยนแปลง (Incremental encoder) ของบริษัท Renco Encoders Inc. จำนวน 3 ตัว เพื่อวัดตำแหน่งของมอเตอร์เซอร์โวโร้ดระแสดตรงแต่ละตัว โดยติดตั้งไว้ที่ท้ายมอเตอร์ ความละเอียดของ เครื่องเข้ารหัส ทั้งสามตัวนี้ คือ 1000 พัลส์ต่อรอบ Electro-Craft DC Servo Motor รุ่น E-372 พร้อมทั้ง เครื่องเข้ารหัส ซึ่งติดตั้งที่ท้ายมอเตอร์ แสดงอยู่ในรูปที่ ก.2

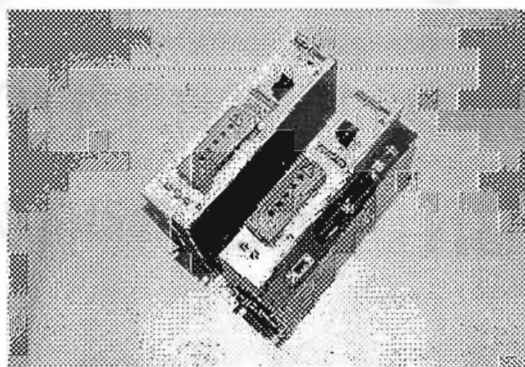


รูปที่ ก.2 มอเตอร์เซอร์โวกระแสตรงรุ่น E-372 พร้อมทั้ง เครื่องเข้ารหัส

3. ชุดขยายกระแสขับมอเตอร์เซอร์โวกระแสสลับ (AC Servo Motor Drive Amplifier) และตัวจ่ายกำลัง (Power Supply)

แขนกลจูปา 3 ใช้ชุดขยายกระแสขับมอเตอร์เซอร์โวกระแสสลับ 3 ชุดและตัวจ่ายกำลัง 2 ชุด ยี่ห้อ SERVOSTAR ของบริษัท KOLLMORGEN Motion Technologies Group โดย ชุดขยายกระแสทั้งสามชุดเป็นรุ่น SR0300-2G102A ซึ่งจ่ายกระแสให้กับมอเตอร์เซอร์โวกระแสสลับ เป็นกระแสสลับต่อเนื่องได้ 3 แอมแปร์ต่อเฟส สูงสุด 6 แอมแปร์ต่อเฟส (2 วินาที) ที่ 230 โวลต์ ชุดขยายกระแสนี้สามารถรับสัญญาณป้อนกลับจากรีโซลฟ์เฟเวอร์ แล้วแปลงผลเป็นสัญญาณขาออกเทียบเท่าสัญญาณจากเครื่องเข้ารหัส (Encoder equivalent output) ได้ ซึ่งสามารถเลือกจำนวนพัลส์ต่อรอบที่ต้องการได้ด้วย

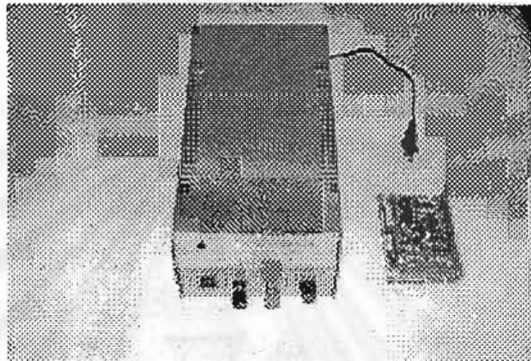
ส่วนตัวจ่ายกำลังเป็นรุ่น PA0800 ซึ่งจ่ายกระแสให้แก่ชุดขยายกระแสสลับ เป็นกระแสตรงต่อเนื่องได้ 8 แอมแปร์ สูงสุด 16 แอมแปร์ (2 วินาที) ที่ 310 โวลต์ จึงสามารถใช้ตัวจ่ายกำลังชุดเดียวต่อกับชุดขยายกระแสสลับ 2 ชุดได้ สำหรับข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับชุดขยายกระแสสลับและตัวจ่ายกำลังนี้มีรวบรวมอยู่ในเอกสารคู่มือจากผู้ผลิต [6] ส่วนรูปชุดขยายกระแสสลับและตัวจ่ายกำลังนี้แสดงอยู่ในรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.3 ชุดขยายกระแสสลับรุ่น SR0300-2G102A และตัวจ่ายกำลังรุ่น PA0800

4. ชุดขยายกระแสขับมอเตอร์กระแสตรง (DC servo motor drive amplifier) และตัวจ่ายกำลังกระแสตรง (DC power supply)

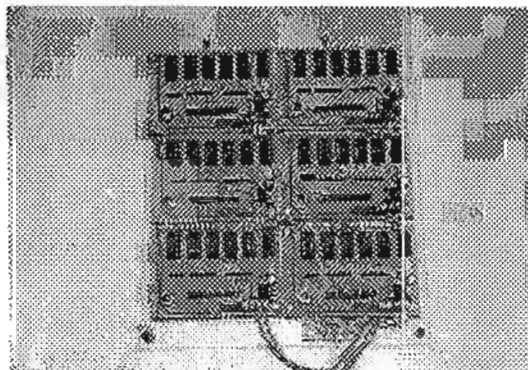
แขนกลจู่ฬา 3 ใช้ ชุดขยายกระแสขับมอเตอร์กระแสตรง 3 ชุด เพื่อจ่ายกระแสให้กับมอเตอร์เซอร์โวกระแสตรงทั้งสามตัว โดยทั้งสามตัวเป็นของบริษัท Copley Controls Corp. รุ่น 4122P ซึ่งสามารถจ่ายกระแสต่อเนื่องได้ 10 แอมแปร์ สูงสุด 20 แอมแปร์ (2 วินาที) ที่ 80 โวลต์ แขนกลจู่ฬา 3 ใช้ตัวจ่ายกำลังกระแสตรง 1 ชุดจ่ายกระแสให้กับชุดขยายกระแสขับมอเตอร์กระแสตรงทั้ง 3 ชุด ตัวจ่ายกำลังกระแสตรงที่ใช้เป็นยี่ห้อ Spectrum จ่ายกระแสตรงสูงสุดได้ 20 แอมแปร์ ที่ 33 โวลต์ รูปชุดขยายกระแสตรงและตัวจ่ายกำลังกระแสตรงนี้ แสดงอยู่ในรูปที่ ก.4



รูปที่ ก.4 ชุดขยายขับมอเตอร์กระแสตรงรุ่น 4122P และตัวจ่ายกำลังกระแสตรง

5. วงจรถอดรหัส (Decoder Circuit)

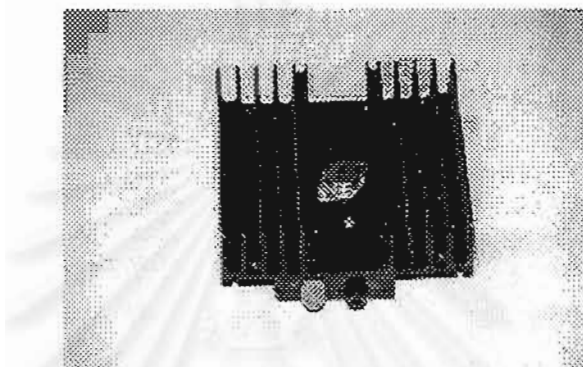
วงจรถอดรหัสเป็นวงจรที่ใช้รับสัญญาณจากเครื่องเข้ารหัส (รวมทั้งสัญญาณขาออกเทียบเท่าสัญญาณจากเครื่องเข้ารหัสจากชุดขยายกระแสขับมอเตอร์กระแสสลับด้วย) วงจรนี้ ใช้ไอซี 74LS74 (Dual D-Type Positive-Edge-Triggered Flip-Flop with Preset and Clear) เพื่อตรวจทิศทางหมุนของมอเตอร์ จากนั้นส่งสัญญาณที่ได้เข้าวงจรนับซึ่งใช้ไอซี 74LS193 (Synchronous 4-Bit Binary Up/Down Counter) 5 ตัวเรียงกัน วงจรนับจึงสามารถนับได้ถึง 20 บิต ($2^{20}=1048576$) เมื่อทราบตำแหน่งของมอเตอร์ ก็จะสามารถนำตำแหน่งดังกล่าวมาเป็นสัญญาณป้อนกลับในการควบคุมมอเตอร์ได้ รูปวงจรถอดรหัสที่ใช้กับแขนกลจู่ฬา 3 แสดงอยู่ในรูปที่ ก.5



รูปที่ ก.5 รูปวงจรถอดรหัส

6. วงจรเรกูเลตแรงดัน 24 โวลต์ (24 VDC Regulated Circuit)

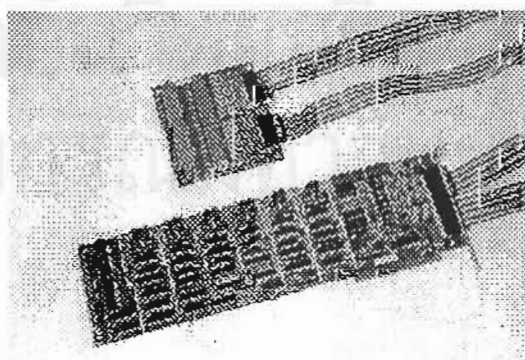
ชุดขยายกระแสขั้วมอเตอร์กระแสสลับ SERVOSTAR ต้องการความต่างศักย์ 24 โวลต์ เพื่อใช้ร่วมกับลิมิตสวิตช์ จึงจำเป็นต้องสร้างวงจรเพื่อตัดทอน (Regulate) ความต่างศักย์ 33 โวลต์ ให้เหลือเพียง 24 โวลต์ วงจรนี้ ใช้ไอซีเรกูเลเตอร์ (IC Regulator) LM 338K มาต่อกับความต้านทาน 2 ตัวที่คำนวณไว้ นอกจากนี้ จำเป็นต้องติดตั้งแผงระบายความร้อน (Heat sink) เนื่องจาก LM 338K นี้จะร้อนมากขณะทำงาน กล่องวงจรเรกูเลตแรงดัน 24 โวลต์พร้อมแผงระบายความร้อนแสดง อยู่ในรูปที่ ก.6



รูปที่ ก.6 กล่องวงจรเรกูเลตแรงดัน 24 โวลต์พร้อมแผงระบายความร้อน

7. การ์ดแปลงสัญญาณดิจิตอลเป็นอะนาลอกขาออก 6 ช่อง (Six Channel D/A Output Card)

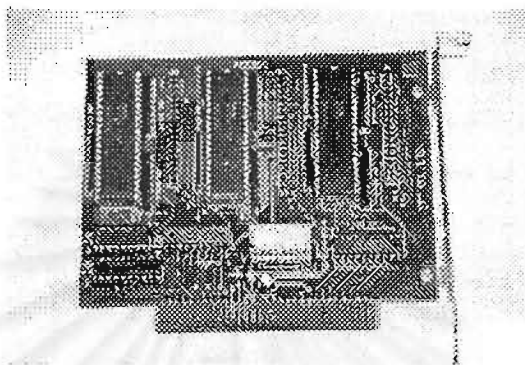
ในการควบคุมแขนกล การคำนวณทอร์กของมอเตอร์กระทำโดยคอมพิวเตอร์ ซึ่งสัญญาณจะอยู่ในรูปดิจิตอล เมื่อต้องการส่งสัญญาณออกเพื่อควบคุมจึงจำเป็นต้องมีอุปกรณ์แปลงสัญญาณดิจิตอลให้เป็นสัญญาณอะนาลอก แขนกลจุฬา 3 ใช้ การ์ด PCL-726 ยี่ห้อ ADVANTECH ซึ่งสามารถส่งสัญญาณออกแบบอะนาลอก ± 10 โวลต์ได้ 6 ช่อง พร้อมทั้งมีบอร์ดปลายทาง (Terminal board) รุ่น PCLD-780 เพื่อความสะดวกในการต่อสายส่งสัญญาณ รูป PCL-726 และ PCLD-780 แสดงอยู่ในรูปที่ ก.7



รูปที่ ก.7 การ์ดแปลงสัญญาณดิจิตอลเป็นอะนาลอก PCL-726 และบอร์ดปลายทาง PCLD-780

8. การ์ดรับส่งสัญญาณแบบดิจิทัล

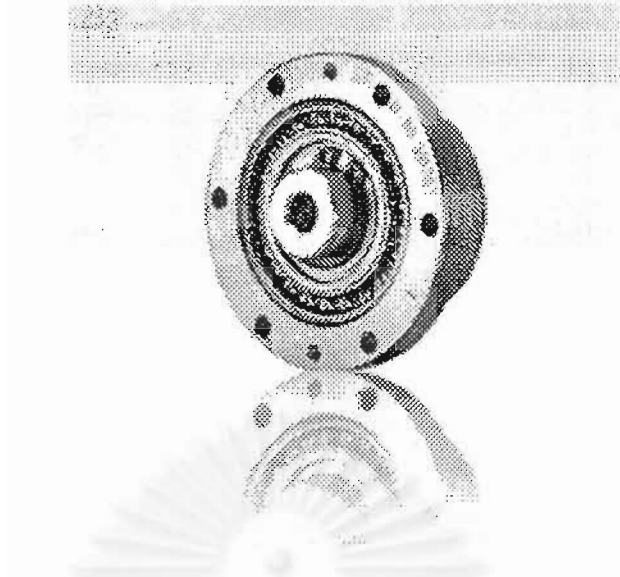
เนื่องจากคอมพิวเตอร์มีจำนวนช่องใช้งานจำกัด จึงจำเป็นต้องมีการ์ดรับส่งสัญญาณแบบดิจิทัล เพื่อทำหน้าที่ขยายให้คอมพิวเตอร์มีช่องใช้งาน (Port) สำหรับรับอินพุต (Input) หรือส่งเอาต์พุต (Output) ได้มากขึ้น แขนกลจฬา 3 ใช้ การ์ด ET-PC 8255 ของ บริษัท อีทีที จำกัด จำนวน 2 การ์ด (3 ช่องใช้งานต่อ 1 การ์ด) เพื่อรับสัญญาณจากวงจรถอดรหัส ทั้ง 6 วงจร รูปที่ ก.8 แสดงการรับส่งสัญญาณ ET-PC 8255



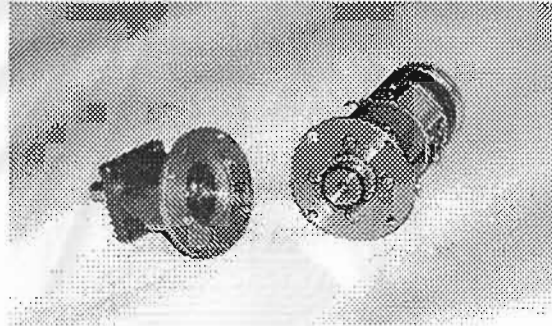
รูปที่ ก.8 การ์ดรับส่งสัญญาณ ET-PC 8255

9. ชุดเฟืองฮาร์โมนิก (Harmonic drive)

การส่งกำลังจากมอเตอร์จำเป็นต้องมีเฟืองเพื่อทดรอบให้ช้าลง และเพิ่มทอร์คให้สูงขึ้น ชุดเฟืองฮาร์โมนิกเป็นเฟืองทดชนิดหนึ่งที่ใช้กับงานที่ต้องการความเที่ยงตรงสูง เนื่องจากเป็นเฟืองที่มีช่องว่างระหว่างฟันเฟืองที่เข้ามาขบกัน (Backlash) ต่ำมาก แขนกลจฬา 3 ใช้ชุดเฟืองฮาร์โมนิกทั้งหมด 6 ชุด เพื่อทดรอบมอเตอร์ทั้ง 6 ตัว ชุดเฟืองฮาร์โมนิกทั้ง 6 ชุดเป็นของ บริษัท Harmonic Drive Systems, Inc. โดยข้อต่อที่ 1, 2 และ 3 เป็นรุ่น CSF Series, size 25 อัตราทด 1:100 ข้อต่อที่ 4 เป็นรุ่น HDUC, size 14 อัตราทด 1:100 สำหรับข้อต่อที่ 5 และ 6 ใช้ชุดเฟืองฮาร์โมนิก รุ่น RHS, size 8 ซึ่งมีอัตราทด 1:100 เช่นกัน รูปที่ ก.9 เป็นรูปชุดเฟืองฮาร์โมนิก รุ่น CSF Series, size 25 อัตราทด 1:100 สำหรับรูปที่ ก.10 เป็นรูปชุดเฟืองฮาร์โมนิก รุ่น RHS, size 8 อัตราทด 1:100 โดยมีเวฟเจนเนอเรเตอร์ (Wave generator) ติดอยู่ที่มอเตอร์ E-372 ซึ่งใช้เป็นตัวขับเคลื่อนข้อต่อที่ 5 และ 6



รูปที่ ก.9 ชุดเฟืองฮาร์โมนิก รุ่น CSF Series, size 25 อัตราทด 1:100



รูปที่ ก.10 ชุดเฟืองฮาร์โมนิก รุ่น RHS, size 8 อัตราทด 1:100

ภาคผนวก ข

จลนศาสตร์ของแขนกลจู่หา 3

ข.1 การหาคิเนแมติกส์เดิหน้าของแขนกลจู่หา 3

การหาคิเนแมติกส์เดิหน้า (Forward kinematics) ของแขนกลจู่หา 3 เริ่มจากการเขียนเมตริกซ์แปลง (Transformation matrix) ของเฟรม (Frame) ที่อยู่ติดกันดังนี้

$${}^0_1\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.1.1})$$

$${}^1_2\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.1.2})$$

$${}^2_3\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & l_2 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.1.3})$$

$${}^3_4\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_5 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.1.4})$$

$${}^4_5\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_5 & -c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.1.5})$$

$${}^5_6\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.1.6})$$

$${}^6_T\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.1.7})$$

จากนั้น นำเมตริกซ์แปลงทั้งหมดมาคูณกัน ได้เป็นเมตริกซ์แปลงของปลายแขน (T) เทียบกับเฟรมนิ่ง {0} ดังสมการ

$${}^0_T\mathbf{T} = {}^0_1\mathbf{T} \cdot {}^1_2\mathbf{T} \cdot {}^2_3\mathbf{T} \cdot {}^3_4\mathbf{T} \cdot {}^4_5\mathbf{T} \cdot {}^5_6\mathbf{T} \cdot {}^6_T\mathbf{T} \quad (\text{ข.1.8})$$

$$= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} r_{11} &= c_1[c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] + s_1[s_4c_5c_6 + c_4s_6] \\ r_{12} &= c_1[-c_{23}(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] - s_1[s_4c_5s_6 - c_4c_6] \\ r_{13} &= c_1[c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5] + s_1s_4s_5 \\ r_{21} &= s_1[c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] - c_1[s_4c_5c_6 + c_4s_6] \\ r_{22} &= s_1[-c_{23}(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] + c_1[s_4c_5s_6 - c_4c_6] \\ r_{23} &= s_1[c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5] - c_1s_4s_5 \\ r_{31} &= s_{23}[c_4c_5c_6 - s_4s_6] + c_{23}s_5c_6 \\ r_{32} &= -s_{23}[c_4c_5s_6 + s_4c_6] - c_{23}s_5s_6 \\ r_{33} &= s_{23}c_4s_5 - c_{23}c_5 \\ p_x &= c_1[l_5s_{23} + l_2c_2] + r_{13}l_6 \\ p_y &= s_1[l_5s_{23} + l_2c_2] + r_{23}l_6 \\ p_z &= l_2s_2 - l_5c_{23} + r_{33}l_6 \end{aligned}$$

เมื่อ p_x, p_y, p_z แทนตำแหน่งของปลายแขนที่อยู่ห่างจากเฟรม {0} ในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ

และ $\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$ เป็นเมตริกซ์หมุน (Rotation matrix) ของปลายแขน {T} เทียบเฟรม {0}

หมายเหตุ สัญลักษณ์ s_i แทน $\sin(\theta_i)$
 c_i แทน $\cos(\theta_i)$
 และ s_{ij} แทน $\sin(\theta_i + \theta_j)$
 c_{ij} แทน $\cos(\theta_i + \theta_j)$

ข.2 การหาเคเนแมติกส์ผกผันของแขนกลจุฬา 3

การหาเคเนแมติกส์ผกผัน (Inverse kinematics) ของแขนกลจุฬา 3 เริ่มจากการที่ทราบค่าของสมาชิก (Element) ทุกตัวในเมตริกซ์ ${}^0_T T$ โดย

$${}^0_T T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.2.1})$$

หาดำแหน่งและทิศทางของเฟรม {6} เทียบกับเฟรม {0} โดยนำ $[{}^0_T T]^{-1}$ คูณทางขวาทั้งสองฝั่งของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} {}^0_6 T &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x - r_{13}l_6 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y - r_{23}l_6 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z - r_{33}l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & a_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & a_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & a_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{ข.2.2})$$

ซึ่งยังคงเป็นเมตริกซ์ที่ทราบค่าทุกค่า เพื่อความไม่สับสน จะใช้สัญลักษณ์ ${}^i_j A$ แทน ส่วน ${}^i_j T$ ยังคงหมายถึง เมตริกซ์แปลงของเฟรม {j} เทียบกับเฟรม {i} จากนั้น หาผลลัพธ์จากทั้งสองฝั่งของสมการ

$${}^0_1\mathbf{T}^{-1} {}^0_6\mathbf{A} = {}^1_6\mathbf{T} \quad (\text{ข.2.3})$$

เมื่อพิจารณาสมาชิกที่ (1,4), (2,4) และ (3,4) จะได้ผลเรียงตามลำดับ ดังนี้

$$c_1 a_x + s_1 a_y = l_5 s_{23} + l_2 c_2 \quad (\text{ข.2.4})$$

$$-s_1 a_x + c_1 a_y = 0 \quad (\text{ข.2.5})$$

$$a_z = -l_5 c_{23} + l_2 s_2 \quad (\text{ข.2.6})$$

จากสมการที่ (ข.2.5) จะได้

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \arctan\left(\frac{p_y - r_{23}l_6}{p_x - r_{13}l_6}\right) \quad (\text{ข.2.7})$$

เมื่อนำสมการ (ข.2.4)²+(ข.2.5)²+(ข.2.6)² จะได้

$$a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = l_2^2 + l_5^2 + 2l_2 l_5 s_3 \quad (\text{ข.2.8})$$

จะได้

$$s_3 = \frac{-l_2^2 - l_5^2 + a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}{2l_2 l_5}$$

$$c_3 = \pm \sqrt{1 - s_3^2}$$

เมื่อพิจารณามุมที่แขนกลจุฬา 3 เคลื่อนที่ได้พบว่า c_3 จะเป็นบวกเสมอ จากนั้นแทนค่า a_x, a_y, a_z จะได้ว่า

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{s_3}{c_3}\right) \quad (\text{ข.2.9})$$

เมื่อ

$$s_3 = \frac{-l_2^2 - l_5^2 + (p_x - r_{13}l_6)^2 + (p_y - r_{23}l_6)^2 + (p_z - r_{33}l_6)^2}{2l_2 l_5}$$

$$c_3 = \sqrt{1 - s_3^2}$$

ต่อมา หาผลลัพธ์จากทั้งสองฝั่งของสมการ

$${}^0_3\mathbf{T}^{-1} {}^0_6\mathbf{A} = {}^3_6\mathbf{T} \quad (\text{ข.2.10})$$

พิจารณาสมาชิกที่ (1,4) และ (2,4), จะได้สมการเรียงตามลำดับ ดังนี้

$$c_1 c_{23} a_x + s_1 c_{23} a_y + s_{23} a_z - l_2 c_3 = 0 \quad (\text{ข.2.11})$$

$$-s_{23} c_1 a_x - s_1 s_{23} a_y + c_{23} a_z - l_2 s_3 = -l_5 \quad (\text{ข.2.12})$$

เมื่อแก้สมการ (ข.2.11) และ (ข.2.12) พร้อมกัน จะได้

$$s_{23} = \frac{l_2 c_3 a_z + [(l_2 s_3 + l_5)(c_1 a_x + s_1 a_y)]}{a_z^2 + (c_1 a_x + s_1 a_y)^2}$$

$$c_{23} = \frac{l_2 c_3 (c_1 a_x + s_1 a_y) - a_z (l_2 s_3 + l_5)}{a_z^2 + (c_1 a_x + s_1 a_y)^2}$$

ดังนั้น เมื่อแทนค่า a_x, a_y, a_z จะได้ว่า

$$\theta_2 = -\theta_3 + \arctan\left(\frac{s_{23}}{c_{23}}\right) \quad (\text{ข.2.13})$$

เมื่อ

$$s_{23} = \frac{l_2 c_3 (p_z - r_{33} l_6) + [(l_2 s_3 + l_5)(c_1 (p_x - r_{13} l_6) + s_1 (p_y - r_{23} l_6))]}{(p_z - r_{33} l_6)^2 + [c_1 (p_x - r_{13} l_6) + s_1 (p_y - r_{23} l_6)]^2}$$

$$c_{23} = \frac{l_2 c_3 [c_1 (p_x - r_{13} l_6) + s_1 (p_y - r_{23} l_6)] - (p_z - r_{33} l_6)(l_2 s_3 + l_5)}{(p_z - r_{33} l_6)^2 + [c_1 (p_x - r_{13} l_6) + s_1 (p_y - r_{23} l_6)]^2}$$

ต่อมา พิจารณาสมาชิกที่ (1,3) และ (3,3) จะได้

$$r_{13} c_1 c_{23} + r_{23} s_1 c_{23} + r_{33} s_{23} = c_4 s_5 \quad (\text{ข.2.14})$$

$$r_{13} s_1 - r_{23} c_1 = s_4 s_5 \quad (\text{ข.2.15})$$

ดังนั้น เมื่อ s_5 ไม่เท่ากับศูนย์ พร้อมทั้งพิจารณามุมที่เฟรม (5) เคลื่อนที่ได้ (-60° ถึง 60°) จะได้

$$\theta_4 = \arctan\left(\frac{r_{13} s_1 - r_{23} c_1}{r_{13} c_{23} c_1 + r_{23} c_{23} s_1 + r_{33} s_{23}}\right) ; \theta_5 \neq 0 \quad (\text{ข.2.16})$$

ขณะที่ θ_5 เป็นศูนย์ จะเกิดภาวะเอกฐาน (Singularity) ขึ้น คือแกนที่ 4 กับ แกนที่ 6 จะซ้อนกัน การหมุนของสองแกนนี้จึงให้ผลในแนวเดียวกัน ดังนั้น เพื่อความสะดวก จึงเลือกให้แกนที่ 4 นิ่งอยู่กับที่ แล้วหมุนแกนที่ 6 แทน อนึ่ง การตรวจสอบว่าภาวะเอกฐานนี้จะเกิดขึ้นเมื่อไร ทำได้โดยตรวจสอบจากค่าของพจน์ตัวตั้งและพจน์ตัวหารของ $\arctan(\cdot)$ ในสมการ (ข.2.16) โดยจะมีค่าเข้าใกล้ 0 ทั้งสองพจน์

ต่อมา หาผลลัพท์จากทั้งสองฝั่งของสมการ

$$[{}^0_4 T]^{-1} {}^0_6 A = {}^4_6 T \quad (\text{ข.2.17})$$

เมื่อพิจารณาสมาชิกที่ (1,3) และ (3,3) จะได้

$$\begin{aligned} s_5 &= r_{13}[s_1 s_4 + c_1 c_4 c_{23}] + r_{23}[s_1 c_4 c_{23} - c_1 s_4] + r_{33}[c_4 s_{23}] \\ c_5 &= r_{13}[c_1 s_{23}] + r_{23}[s_1 s_{23}] - r_{33}[c_{23}] \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\theta_5 = \arctan\left(\frac{s_5}{c_5}\right) \quad (\text{ข.2.18})$$

ต่อมา หาผลลัพธ์จากทั้งสองฝั่งของสมการ

$${}^0_5\mathbf{T}^{-1} {}^0_6\mathbf{A} = {}^5_6\mathbf{T} \quad (\text{ข.2.19})$$

พิจารณาสมาชิกที่ (3,1) และ (1,1) จะได้ผลดังนี้

$$\begin{aligned} s_6 &= r_{11}[s_1 c_4 - c_1 s_4 c_{23}] - r_{21}[c_1 c_4 + s_1 s_4 c_{23}] - r_{31}[s_4 s_{23}] \\ c_6 &= r_{11}[s_1 s_4 c_5 + c_1(c_4 c_5 c_{23} - s_5 s_{23})] + r_{21}[s_1 c_4 c_5 c_{23} - c_1 s_4 c_5 - s_1 s_5 s_{23}] \\ &\quad + r_{31}[c_4 c_5 s_{23} + s_5 c_{23}] \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\theta_6 = \arctan\left(\frac{s_6}{c_6}\right) \quad (\text{ข.2.20})$$

ภาคผนวก ค

การวาดรูปทรงรีความเฉื่อย

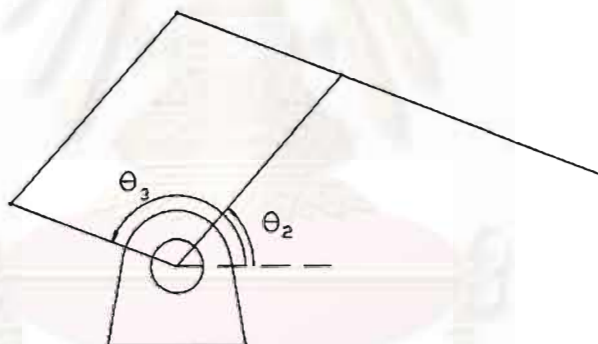
การวาดรูปทรงรีความเฉื่อยของแขนกลจู่ฬา 3

จากหัวข้อที่ 2.5 เมตริกซ์ความเฉื่อยที่นิยามบนพิกัดของข้อต่อ \mathbf{H} ของแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ ซึ่งเป็นรูปแบบของแขนกลจู่ฬา 3 มีสมาชิกของเมตริกซ์ ดังนี้

$$H_{11} = I_2 + m_2 g_2^2 + I_4 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2$$

$$H_{22} = I_3 + m_3 g_3^2 + I_5 + m_5 g_5^2 + m_4 l_3^2$$

$$H_{12} = (m_4 l_3 g_4 - m_5 l_2 g_5) \cos(\theta_3 - \theta_2)$$



รูปที่ ค.1 การวัดมุมของข้อต่อตามพิกัดน้อยทั่วไปซึ่งวัดเทียบกับแนวระดับ

เนื่องจากแขนกลแบบกลไก 5 ก้านต่อ วัดมุมของข้อต่อโดยเทียบกับแนวระดับอยู่แล้ว ดังรูปที่ ค.1 ดังนั้น พิกัดของข้อต่อ (Joint coordinates) กับพิกัดน้อยทั่วไป (Generalized coordinates) จึงเป็นพิกัดเดียวกัน เพราะฉะนั้น เมตริกซ์ความเฉื่อยที่นิยามบนพิกัดน้อยทั่วไป \mathbf{G} จึงเป็นเมตริกซ์เดียวกับเมตริกซ์ \mathbf{H} จึงได้ว่า

$$G_{11} = I_2 + m_2 g_2^2 + I_4 + m_4 g_4^2 + m_5 l_2^2$$

$$G_{22} = I_3 + m_3 g_3^2 + I_5 + m_5 g_5^2 + m_4 l_3^2$$

$$G_{12} = (m_4 l_3 g_4 - m_5 l_2 g_5) \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

แทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของแขนกลซึ่งระบุไว้ในบทที่ 4 ทำให้เมตริกซ์ \mathbf{G} เป็น

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.79 & -0.03 \cos(\theta_3 - \theta_2) \\ -0.03 \cos(\theta_3 - \theta_2) & 0.40 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์จาโคเบียนซึ่งแปลงพิกัดนี้ทั่วไปให้เป็นพิกัดคาร์ทีเซียนได้ในรูป

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -l_2 \sin \theta_2 & l_5 \sin \theta_3 \\ l_2 \cos \theta_2 & -l_5 \cos \theta_3 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น \mathbf{S} ซึ่งเป็นเมตริกซ์ผกผันของเมตริกซ์จาโคเบียนดังกล่าว จึงอยู่ในรูป

$$\mathbf{S} = \mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_3}{l_2 \sin(\theta_3 - \theta_2)} & \frac{\sin \theta_3}{l_2 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \\ \frac{\cos \theta_2}{l_5 \sin(\theta_3 - \theta_2)} & \frac{\sin \theta_2}{l_5 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \end{bmatrix}$$

จะได้เมตริกซ์ความเฉื่อยของทีนยามบนพิกัดคาร์ทีเซียน \mathbf{C} ในรูป

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{S}^T \mathbf{G} \mathbf{S} \\ &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

เมื่อ

$$C_{11} = \frac{G_{11} l_5^2 \cos^2 \theta_3 + G_{22} l_2^2 \cos^2 \theta_2 + 2G_{12} l_2 l_5 \cos \theta_2 \cos \theta_3}{l_2^2 l_5^2 \sin^2(\theta_3 - \theta_2)}$$

$$C_{22} = \frac{G_{11} l_5^2 \sin^2 \theta_3 + G_{22} l_2^2 \sin^2 \theta_2 + 2G_{12} l_2 l_5 \sin \theta_2 \sin \theta_3}{l_2^2 l_5^2 \sin^2(\theta_3 - \theta_2)}$$

$$C_{12} = \frac{G_{11} l_5^2 \sin \theta_3 \cos \theta_3 + G_{22} l_2^2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 + G_{12} l_2 l_5 \sin(\theta_2 + \theta_3)}{l_2^2 l_5^2 \sin^2(\theta_3 - \theta_2)}$$

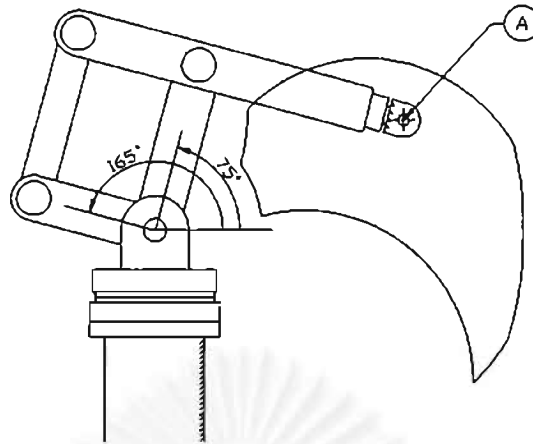
เมื่อต้องการวาดรูปทรงรีความเฉื่อย ณ จุดใด ก็แทนค่ามุม θ_2 และ θ_3 ที่ทำให้ข้อมือของแขนกลช้อยู่ ณ จุดนั้น รวมทั้งแทนค่าพารามิเตอร์อื่นๆของแขน ตัวอย่างเช่น ต้องการวาดรูปทรงรีความเฉื่อยเมื่อข้อมืออยู่ ณ ตำแหน่ง A ในรูปที่ ค.2 ซึ่ง ณ ตำแหน่งนั้นแขนกลมี $\theta_2 = 75.0^\circ$ และ $\theta_3 = 165.0^\circ$

จะได้

$$C_{11} = 8.379$$

$$C_{22} = 3.228$$

$$C_{12} = -1.487$$



รูปที่ ค.2 ข้อมืออยู่ ณ ตำแหน่ง A ทำให้ $\theta_2 = 75.0^\circ$ และ $\theta_3 = 165.0^\circ$

หาค่าเฉพาะจาง λ_1, λ_2 จาก $\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{C}) = 0$

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8.379 & -1.487 \\ -1.487 & 3.228 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda - 8.379 & 1.487 \\ 1.487 & \lambda - 3.228 \end{bmatrix} = 0$$

$$(\lambda - 8.379)(\lambda - 3.228) - 1.487^2 = 0$$

$$\lambda^2 - 11.606\lambda + 24.8362 = 0$$

แก้สมการกำลังสอง จะได้ λ_1, λ_2 เป็นรากทั้งสองของสมการดังนี้

$$\lambda_1 = 8.777$$

$$\lambda_2 = 2.830$$

หาเวกเตอร์ค่าเฉพาะจาง (Eigenvector) \mathbf{v}^1 ที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะจาง (Eigenvalue) λ_1 ดังนี้

$$\left(8.777 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8.379 & -1.487 \\ -1.487 & 3.228 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \end{bmatrix} = 0$$

จะได้ว่า

$$0.398v_1^1 + 1.487v_2^1 = 0$$

$$1.487v_1^1 + 5.549v_2^1 = 0$$

ดังนั้น

$$v_1^1 = -3.73v_2^1$$

ถ้าเลือก $v_2^1 = 1$ จะได้

$$\mathbf{v}^1 = \begin{bmatrix} -3.73 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ทำนองเดียวกัน สามารถหาเวกเตอร์ค่าเจาะจง \mathbf{v}^2 ที่สอดคล้องกับค่าเจาะจง λ_2 ได้เป็น

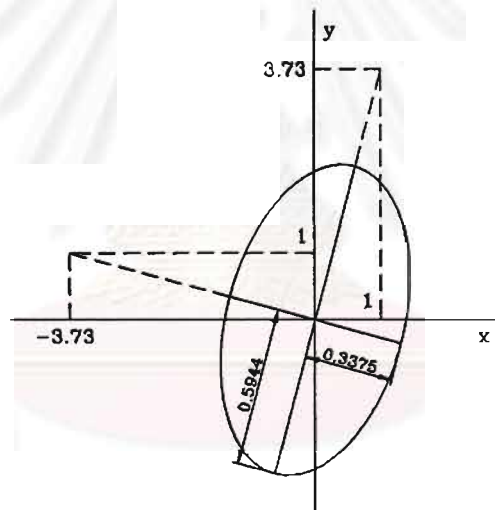
$$\mathbf{v}^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3.73 \end{bmatrix}$$

คำนวณหาความยาวแกนหลักทั้งสอง จากส่วนกลับของรากที่สองของค่าเจาะจง

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{8.777}} = 0.3375$$

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{2.830}} = 0.5944$$

จะได้ว่า รูปทรงรีความเฉื่อยมีความยาวแกนโท 0.3375 หน่วย ทิศทางของแกนโทเอียงตาม \mathbf{v}^1 และความยาวแกนเอก 0.5944 หน่วย ทิศทางของแกนเอกเอียงตาม \mathbf{v}^2 เนื่องจากความยาวแกนเอกและแกนโทที่คำนวณได้มีค่าน้อยมาก จึงขยายความยาวของแกนทั้งสองเป็น 4 เท่าเพื่อความชัดเจนของรูป แล้ววาดรูปทรงรีดังแสดงในรูปที่ ค. 3



รูปที่ ค. 3 รูปทรงรีความเฉื่อยที่จุด A

ต่อจากนั้น นำรูปทรงรีที่ได้ วางในพื้นที่ทำงานโดยให้จุดศูนย์กลางของวงรีอยู่ที่จุด A แล้วคำนวณและวาดรูปทรงรีความเฉื่อยให้ทั่วพื้นที่ทำงาน

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย พลังรัฐ ธนการพาณิชย์ เกิดเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน พ.ศ. 2518 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร เป็นบุตรของนายไพโรจน์ ธนการพาณิชย์ และนางสุรางค์ หทัยวิวัฒน์ สำเร็จ การศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่อง กล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2538 และเข้าศึกษาต่อใน หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2539

