การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1

นางสาวอภิชญา ลือชัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

AN ANALYSIS OF SKILLS USED FOR SOLVING MATHEMATICAL WORD PROBLEMS OF SEVENTH GRADE STUDENTS

Miss Aphichaya Luechai

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2012
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1
โดย	นางสาวอภิชญา ลือชัย
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์)

อภิชญา ลือชัย : การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. (AN ANALYSIS OF SKILLS USED FOR SOLVING MATHEMATICAL WORD PROBLEMS OF SEVENTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รศ.ดร.อัมพร ม้าคนอง, 290 หน้า.

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Mayer อันประกอบด้วย 4 ทักษะย่อยได้แก่ ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และทักษะการดำเนินการตามแผน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39 จังหวัดอุตรดิตถ์ จำนวน 413 คน ที่ได้จากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีค่าความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์เท่ากับ 0.583 ค่าความตรงตามสภาพเท่ากับ 0.571 ค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.877 ค่าความยากอยู่ที่ 0.27 - 0.84 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ที่ 0.23 - 0.88 วิเคราะห์ข้อมูลจากค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละของค่าเฉลี่ย และการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว โดยมีผลการวิจัยดังนี้

1. เมื่อวิเคราะห์ทักษะย่อยที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยของนักเรียนพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้น้อยที่สุด

เมื่อจำแนกตามกลุ่มนักเรียนพบว่า

1.1 นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาได้มากที่สุด รองลงมาคือทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ และใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้น้อยที่สุด

1.2 นักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้น้อยที่สุด

1.3 นักเรียนกลุ่มต่ำใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้น้อยที่สุด

2. เมื่อเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมระหว่างกลุ่มนักเรียนพบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เมื่อเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มนักเรียน โดยจำแนกตามทักษะย่อยพบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และทักษะการดำเนินการตามแผน ได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำในทุกทักษะอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำในทุกทักษะ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2555

5283463127: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: PROBLEM SOLVING / MATHEMATICAL WORD PROBLEM

APHICHAYA LUECHAI: AN ANALYSIS OF SKILLS USED FOR SOLVING MATHEMATICAL WORD PROBLEMS OF SEVENTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 290 pp.

The purpose of this research was to analyze skills used for solving mathematical word problems which consist of four skills that were problem translation skill, problem integration skill, solution planning and monitoring skill, and solution execution skill. The sample was 413 seventh grade students in schools under the Office of the Basic Education Commission in Secondary Educational Service Area 39 Uttaradit province, which was selected by Multi-stage Random Sampling. The research instrument was the test of skills used for solving mathematical word problems which was constructed by the researcher, with its criterion-related validity of 0.583, the concurrent validity of 0.571, the reliability of 0.877, the difficulty index of 0.27 - 0.84 and the discriminant index of 0.23 - 0.88. The data were analyzed by arithmetic mean, standard deviation, percentage of arithmetic mean, and One-way ANOVA. The results of this research were:

1. When analyzed four skills used for solving mathematical word problems, it turned out that seventh grade students could use problem translation skill the most, the following was solution planning and monitoring skill and they could use solution execution skill the least.

When analyzed four skills separated by each group of students, the results were:

1.1 High group could use solution planning and monitoring skill the most, the following was problem translation skill, and they could use problem integration skill the least.

1.2 Moderate group could use problem translation skill the most, the following was solution planning and monitoring skill, and they could use problem integration skill the least.

1.3 Low group could use problem translation skill the most, the following was problem integration skill, and they could use solution execution skill the least.

2. When compared skills used for solving mathematical word problems between groups of students, it turned out that high group could use whole skills used for solving mathematical word problems more than the other groups could use, at the level of significance 0.01. And moderate group could use skills used for solving mathematical word problems more than low group could use, at the level of significance 0.01.

When compared each skill used for solving mathematical word problems between groups of students, it turned out that high group could use problem translation skill, problem integration skill, solution planning and monitoring skill, and solution execution skill, more than the other groups could use, at the level of significance 0.01. And moderate group could use for all of four skills more than low group could use, at the level of significance 0.01.

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature .....

Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....

Academic Year: 2012

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง ที่ได้กรุณาเสียสละเวลาให้คำปรึกษา แนวคิด และช่วยตรวจสอบปรับปรุงแก้ไขในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่มาโดยตลอด

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ กรรมการภายนอกสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาเสียสละเวลาในการตรวจสอบและให้คำแนะนำในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.ชานนท์ จันทรา กรรมการสอบโครงร่างวิทยานิพนธ์ อ.ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน อ.ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม อ.ดร.จงกล ทำสวน และ อ.ดร.จิณดิษฐ์ ลออปักษิณ ที่ให้ความอนุเคราะห์แก่ผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบพระคุณ อ.จิราพร พรายมณี อ.ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ครูประทวน บัวจันทร์ ครูเจษฎ์สุดา ขำพงศ์ และครูรุ่งระวี ด่อนสิงหะ ที่ได้กรุณาเป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบ ปรับปรุงและแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ขอขอบพระคุณครูวรมน ตั้งค้าวานิช ที่ได้ให้ความช่วยเหลือในหลายด้าน ขอขอบพระคุณคณะครูและนักเรียนโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า อุตรดิตถ์ โรงเรียนลับแลพิทยาคม โรงเรียนน้ำริดวิทยา โรงเรียนท่าปลาประชาอุทิศ และโรงเรียนทองแสนขันวิทยา ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย เพื่อปรับปรุงให้เป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพยิ่งขึ้น และขอขอบคุณคณะครูและนักเรียน โรงเรียนอุตรดิตถ์ โรงเรียนอุตรดิตถ์ดรุณี โรงเรียนทุ่งกะโล่ โรงเรียนแสนตอวิทยา โรงเรียนวังกะพี้พิทยาคม โรงเรียนตรอนตรีสินธุ์ โรงเรียนลับแลศรีวิทยา โรงเรียนด่านแม่คำมันพิทยาคม โรงเรียนพิชัย โรงเรียนบ้านโคนพิทยา โรงเรียนดาราพิทยาคม โรงเรียนน้ำปาดชนูปถัมภ์ โรงเรียนฟากท่าวิทยา และโรงเรียนบ้านโคกวิทยาคม ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณความอนุเคราะห์จากบัณฑิตวิทยาลัย ที่ให้เงินทุนสนับสนุนชื่อ “ทุนอุดหนุนวิทยานิพนธ์สำหรับนิสิต” ในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบคุณ นางสาววริศรา ตั้งค้าวานิช และผองเพื่อน รุ่นพี่ รุ่นน้องที่เรียนปริญญาโท สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ทุกคน ที่คอยให้ความช่วยเหลือ เป็นกำลังใจ และให้คำปรึกษาในการทำวิทยานิพนธ์เสมอมา ตลอดจนขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ทุกฝ่ายที่กรุณาช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการดำเนินเรื่องเอกสารต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการสอบวิทยานิพนธ์และการขอสำเร็จการศึกษา

ขอขอบพระคุณ ครอบครัว บิดา มารดา ตา ยาย ญาติพี่น้องทุกฝ่าย และขอบใจน้องชาย นายชญานนท์ ลือชัย ที่ให้ความช่วยเหลือในทุกๆ เรื่อง และเป็นกำลังใจมาโดยตลอด

ความสำเร็จพร้อมทั้งคุณค่าที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบบูชาแด่ผู้มีพระคุณทุกท่านมี บิดา - ร.ต.เชษฐา ลือชัย มารดา - นางจงกล ลือชัย ตา - ร.ต.อ.สมพงษ์ แสวงรุจิธรรม ยาย-นางรัตนา แสวงรุจิธรรม ท่านผู้เป็น “ครู” ทั้งทางโลกและทางธรรม ที่ช่วยอบรมสั่งสอนทั้งทางกาย วาจา ใจ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่านที่ไม่ได้เอ่ยนามในที่นี้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ญ
สารบัญภาพ ..... ฐ

บทที่

1 บทนำ 1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย 5
สมมติฐานการวิจัย 6
ขอบเขตของการวิจัย 6
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 7
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย 8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 9
1. ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 10
1.1 โจทย์คณิตศาสตร์ 10
1.1.1 ความหมายของโจทย์คณิตศาสตร์ 10
1.1.2 ลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจ 11
1.1.3 ประเภทของโจทย์คณิตศาสตร์ 12
1.2 การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 15
1.2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 15
1.2.2 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 17
1.2.3 ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 23
1.2.4 กลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 35
1.2.5 ข้อบกพร่องและสาเหตุของข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 38
1.2.6 การวัดและประเมินผลการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 45
1.2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการเรียนรู้คณิตศาสตร์กับการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 55
1.3 ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 60

บทที่ หน้า

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 70
2.1 งานวิจัยในประเทศ 70
2.2 งานวิจัยต่างประเทศ 76
3 วิธีดำเนินการวิจัย 79
1. การศึกษาเอกสารวิชาการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 79
2. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง 79
3. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 85
4. การดำเนินการทดสอบและเก็บรวบรวมข้อมูล 99
5. การวิเคราะห์ข้อมูล 100
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 101
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 104
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 105
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 119
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 144
สรุปผลการวิจัย 145
อภิปรายผล 145
ข้อเสนอแนะ 148
รายการอ้างอิง 149
ภาคผนวก 160
ภาคผนวก ก 161
- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย 162
- หนังสือขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย 163
- หนังสือขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย 168
- หนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย 173
ภาคผนวก ข 187
การคัดเลือกพฤติกรรมพบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด
ภาคผนวก ค 194
วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
ภาคผนวก ง 199
- แบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 200
- เฉลยแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 216

บทที่ หน้า

ภาคผนวก จ 244
วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนและวิธีให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดของข้อสอบ
วัดพฤติกรรม 3.1 ในทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา
ภาคผนวก ฉ 279
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติโดยใช้โปรแกรม SPSS
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 290

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงจำนวนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนทั้งหมดจาก 14 โรงเรียน	81
2	แสดงจำนวนนักเรียนที่ทำแบบวัดโดยสมบูรณ์และไม่สมบูรณ์	83
3	แสดงเกณฑ์การจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ตามร้อยละของคะแนนที่ทำแบบวัดได้	84
4	แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม	84
5	แสดงลักษณะโจทย์คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและสอดคล้องต่อวัตถุประสงค์การวิจัย	85
6	แสดงพฤติกรรมของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมาออกแบบข้อสอบ	86
7	แสดงการกำหนดคะแนนประจำพฤติกรรมที่สอดคล้องกับพุทธิพิสัยของ Wilson ระดับต่างๆ	86
8	ตารางสรุปคะแนนประจำพฤติกรรมที่ต้องการตรวจสอบ และคะแนนประจำทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะย่อย	90
9	แสดงลักษณะข้อสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนน	93
10	แสดงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อจากการทดลองใช้ครั้งที่ 5	98
11	แสดงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อในแบบวัด	99
12	ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยภาพรวม	105
13	ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสูง	106
14	ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มปานกลาง	107
15	ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มต่ำ	108
16	ผลการเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ	109
17	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ	110

ตารางที่ หน้า

18 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Tamhane’s T2 110

19 ผลการเปรียบเทียบทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ 111

20 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ 112

21 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Tamhane’s T2 112

22 ผลการเปรียบเทียบทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ 113

23 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ 114

24 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Scheffe ... 114

25 ผลการเปรียบเทียบทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ 115

26 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ 116

27 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Tamhane’s T2 116

28 ผลการเปรียบเทียบทักษะการดำเนินการตามแผน ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ 117

29 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะการดำเนินการตามแผน ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ 118

30 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการดำเนินการตามแผนระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Scheffe 118

31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ 120

32 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 128

ตารางที่ หน้า

33 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา 134
34 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน 138

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กรอบโครงร่างหลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์	2
2	แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Gick	26
3	แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Wilson และคณะ	29
4	แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC	31
5	แผนภาพสำหรับแนวทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	41
6	แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Mayer	66
7	ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	120
8	ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	120
9	ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	121
10	ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	121
11	ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	121
12	ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	122
13	ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	122
14	ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	123
15	ตัวอย่างที่ 5 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	123
16	ตัวอย่างที่ 5 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	124
17	ตัวอย่างที่ 6 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	124
18	ตัวอย่างที่ 6 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	125

ภาพที่ หน้า

19 ตัวอย่างที่ 7 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 125
20 ตัวอย่างที่ 7 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 126
21 ตัวอย่างที่ 8 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 126
22 ตัวอย่างที่ 8 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 127
23 ตัวอย่างที่ 9 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 127
24 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 128
25 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 128
26 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 129
27 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 129
28 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 130
29 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 130
30 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 130
31 ตัวอย่างที่ 5 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 131
32 ตัวอย่างที่ 6 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 131
33 ตัวอย่างที่ 7 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 132
34 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 133
35 ตัวอย่างที่ 8 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 133

ภาพที่ หน้า

36 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 134
37 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 134
38 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 135
39 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 135
40 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 136
41 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 137
42 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 137
43 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 138
44 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 138
45 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 139
46 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 139
47 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 140
48 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 140
49 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 141
50 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 141
51 ตัวอย่างที่ 5 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 142
52 ตัวอย่างที่ 6 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 142

ภาพที่ หน้า

53 ตัวอย่างที่ 7 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 143
54 ตัวอย่างที่ 8 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 143

บทที่ 1

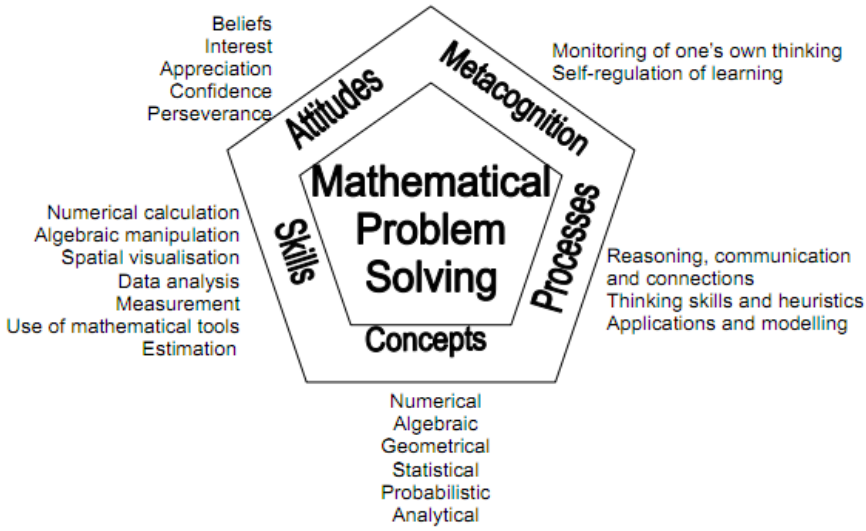
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

วิชาคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แขนงหนึ่งซึ่งทุกประเทศให้การยอมรับว่า เป็นปัจจัยหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบ และมีเหตุมีผล เพราะวิชาคณิตศาสตร์มีเนื้อหาที่ช่วยส่งเสริมให้คนคิดเป็น ทำเป็นและแก้ปัญหาเป็น ดังเช่น ยุพิน พิพิธกุล (2524: 1) ได้กล่าวไว้ว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างสรรค์จิตใจของมนุษย์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ...” ด้วยเหตุนี้ ระบบการเรียนการสอนของไทยจึงได้บรรจุวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในหลักสูตรการศึกษามาตั้งแต่ครั้งอดีต ดังที่เราเคยได้ยินคำว่า“3R” ซึ่งหมายถึง “Reading, Writing, and Arithmetic” หรือ “อ่านออก เขียนได้ และคำนวณเป็น” เหตุเพราะสิ่งเหล่านี้เป็นทักษะพื้นฐานที่มนุษย์จำเป็นต้องใช้ในการดำรงชีวิต เพื่อที่จะปรับตัวและอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข และเพื่อให้ได้งานที่สามารถหาเลี้ยงชีพได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2553: 8)

ความสำคัญอีกประการหนึ่งของการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ที่นอกเหนือจากการถ่ายทอดความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนโดยตรงแล้ว ยังเป็นทางผ่านในการฝึกฝนทักษะสำคัญอีกหลายทักษะ ดังที่ปัจจุบันหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อันประกอบด้วย ความสามารถในการแก้ปัญหา (Problem solving) การให้เหตุผล (Reasoning) การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ (Communication and presentation) การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ (Connection) และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity) โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งมุ่งให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจนมีระเบียบและรัดกุมนั้น เป็นความสามารถสำคัญที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนตั้งแต่ระดับประถมศึกษา (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537: 6) ด้วยเหตุนี้ ในบางประเทศเช่นสิงคโปร์ จึงได้กำหนดให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญหรือเป็นแกนกลางของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เลยทีเดียว (ดังภาพที่ 1) และจากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ พ.ศ.2550 (Trends in International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS 2007) ก็พบว่า นักเรียนประเทศสิงคโปร์สามารถทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้สูงสุดเป็นอันดับสามจากประเทศที่เข้าร่วมโครงการทั้งหมด 49 ประเทศ ในขณะที่นักเรียนไทยซึ่งเข้าร่วมการประเมินครั้งนี้ด้วยเช่นกัน ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เพียงอันดับที่ 29 เท่านั้น และคะแนนที่ได้ยังต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติที่กำหนดไว้อีกด้วย (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2552: 79 - 80) ดังนั้น จากความแตกต่างของผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยและนักเรียนสิงคโปร์จึงทำให้เห็นว่า การจัดหลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์ที่กำหนดให้ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นหัวใจหลักของการจัดการเรียนการสอนนั้น

อาจมีส่วนช่วยที่ทำให้นักเรียนจากประเทศสิงคโปร์ประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังที่เป็นอยู่นี้ ฉะนั้น ทักษะการแก้ปัญหาจึงเป็นทักษะที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาความสามารถทาง



ภาพที่ 1 กรอบโครงร่างหลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์

คณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ เพราะเหตุที่การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน ซึ่งเกี่ยวข้องกับความรู้ และรวมทักษะและความสามารถสำคัญหลายอย่างไว้ด้วยกัน เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิดและความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติและความเชื่อของผู้แก้ปัญหาด้วย การแก้ปัญหาจึงมีประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนในหลายด้าน อันได้แก่ (1) ช่วยพัฒนาทักษะการคิดของผู้เรียน (2) ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง (3) ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ (4) ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 94 - 95) อย่างไรก็ตาม จากการติดตามผลการประเมินและรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ประสบความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เท่าที่ควร (ดารณี คำแหง, 2532; อัมพร ม้าคนอง, 2536; ขนิษฐา คำทอน, 2539; เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม, 2542; วันทยา วงศ์-ศิลปภิรมย์, 2543; จงกล ทำสวน, 2547) โดยเฉพาะทักษะการนำประสบการณ์และความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ยังอยู่ในระดับต่ำ นั่นเพราะนักเรียนขาดการคิดค้นหาเหตุผล ไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ อันเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนส่วนใหญ่ ครูยังเน้นทักษะการคิดคำนวณและสอนให้นักเรียนเกิดความรู้ความจำมากกว่าฝึกให้คิดและทำความเข้าใจปัญหา (ฉวีวรรณ กีรติกร, 2537 อ้างถึงใน วลี เฉลยสมัย, 2538: 2) จึงมักพบว่านักเรียนส่วนใหญ่จะสามารถ

ทำเลขได้พอประมาณ หากว่าโจทย์นั้นอยู่ในสภาพของปัญหาทางการคำนวณที่มีเครื่องหมายกำหนดว่าต้อง บวก ลบ คูณ หรือหารอย่างชัดเจน โดยไม่มีถ้อยคำหรือประโยคมาปะปน แต่เมื่อใดก็ตามที่นำเอาโจทย์ดังกล่าวมาสร้างเป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนต้องอ่าน และทำความเข้าใจด้วยตนเองก่อนแล้วจึงค่อยตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการคำนวณแบบใด กลับพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มักจะทำโจทย์เลขดังกล่าวไม่ได้ (พิศิษฐ ตัณฑวณิช, 2538: 2) นอกจากนี้นักเรียนส่วนมากเมื่ออ่านพบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นภาษา ก็มักจะเกิดความท้อถอยในการทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหานั้น ทั้งที่การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญเพราะเป็นขั้นแรกในกระบวนการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ (สมบูรณ์ แก้วหมุน, 2533: 16) จึงส่งผลให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะดังกล่าว

ด้วยเหตุนี้จึงเป็นที่น่าสนใจว่าเพราะเหตุใดนักเรียนส่วนมากจึงไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ ทั้งที่การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เปรียบเสมือนการจำลองสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ในการจัดการปัญหา จึงถือเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนทุกคนควรจะสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้มาไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ การฝึกให้นักเรียนมีความชำนาญในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ควรเป็นสิ่งจำเป็นและให้ความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อเตรียมพร้อมนักเรียนก่อนออกสู่สังคมภายนอก ฉะนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาทักษะการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อค้นหาอุปสรรคของการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จลุล่วง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทดสอบทักษะการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่า ส่วนใหญ่งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยตรงเป็นงานวิจัยเมื่อหลายปีมาแล้วเช่น งานวิจัยของ Ballew และ Cunningham (1982) ซึ่งได้ศึกษานักเรียนเกรด 6 (หรือชั้นประถมศึกษาปีที่ 6) โดยการตรวจสอบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 4 ทักษะได้แก่ ทักษะการอ่านและแปลความโจทย์ปัญหา (Reading-problem interpretation) ทักษะการแปลความโจทย์ปัญหา (Problem interpretation) (การทดสอบทักษะนี้ทีมผู้วิจัยเป็นผู้อ่านโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟังเพื่อตัดความสามารถด้านการอ่านออก และเพื่อเปรียบเทียบกับทักษะแรกคือ ทักษะการอ่านและแปลความโจทย์ปัญหา ซึ่งให้นักเรียนต้องอ่านโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง) ทักษะการคำนวณ (Computation) และทักษะการอ่านเพื่อแก้โจทย์ปัญหา (Reading - problem solving) (เป็นความสามารถในการประมวลทักษะทั้งสามในข้างต้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา) ทีมผู้วิจัยได้ทำการวินิจฉัยนักเรียนแต่ละคนเพื่อหาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่เป็นจุดอ่อนหรือเป็นอุปสรรคต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมากที่สุด งานวิจัยของเจริญ แก้วประดิษฐ์ (2532) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกการแก้ปัญหาออกเป็น 5 ขั้นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหาได้แก่ การตีความและทำความเข้าใจโจทย์ การใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า การเขียนสมการ การแก้สมการหรือการคำนวณ และการตรวจสอบคำตอบ งานวิจัยของ เบญจา เขียวสม (2534) ได้สร้างและพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งแบบทดสอบเป็น 5 ฉบับ แต่ละฉบับวัดความสามารถที่เป็นองค์ประกอบในการแก้ปัญหา

ได้แก่ การแปลความหมายคำหรือข้อความที่กำหนด การสร้างสมการ การรวบรวมข้อมูล การนำหลักการกฎเกณฑ์ไปใช้แก้ปัญหา และการคำนวณ งานวิจัยของ ขนิษฐา คำทอน (2539) ที่ได้ศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการตรวจสอบความบกพร่องในขั้นตอนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya อันประกอบด้วย ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นคิดวางแผนเพื่อแก้ปัญหา (Devising a plan) ขั้นดำเนินการตามแผน (Carry out the plan) และขั้นตรวจสอบการดำเนินการ (Looking back) มีการวิเคราะห์ผลการวิจัยจำแนกตามนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ งานวิจัยของ ภูรินาถ โภคากรณ์ (2545) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยแต่ละแบบทดสอบวัดพฤติกรรมของการแก้โจทย์ปัญหาที่ต่างกันคือ การแปลความหมายของคำหรือข้อความที่โจทย์กำหนด การรวบรวมข้อมูล การเขียนสัดส่วน การนำหลักการคูณไขว้มาใช้ในการแก้ปัญหา การคิดคำนวณ และการตรวจสอบคำตอบ เหล่านี้เป็นต้น ซึ่งจะเห็นว่ายังไม่พบงานวิจัยใดที่ศึกษาความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่จำแนกตามกลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แตกต่างกันมาก่อน ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อตรวจสอบทักษะย่อยสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ว่านักเรียนในแต่ละกลุ่มมีความสามารถในการใช้ทักษะที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหามากน้อยเพียงใด เพื่อให้ผลการวิจัยเป็นประโยชน์ต่อการแก้ไขข้อบกพร่องที่เป็นจุดด้อยและส่งเสริมจุดเด่นของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทันท่วงทีก่อนที่นักเรียนจะต้องต่อยอดการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาที่สูงขึ้นต่อไป

จากการศึกษาเอกสาร ตำราวิชาการ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่า มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไว้อย่างหลากหลาย ซึ่งผู้วิจัยสนใจทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Mayer (1992: 455 - 489; 2003: 146 - 189) ที่ได้เสนอทักษะที่เป็นความสามารถพื้นฐานของการแก้ปัญหารวมทั้งสิ้น 4 ทักษะ ดังนี้

1. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation)

หมายถึง ความสามารถในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์และการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของโจทย์ที่บรรยายอยู่ในรูปของประโยคภาษา กราฟ แผนภูมิ ตารางข้อมูล หรือรูปภาพ เพื่อจะได้ทราบว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและโจทย์ต้องการหาสิ่งใด โดยความรู้ที่ต้องใช้ในทักษะนี้มี 2 ประเภทคือ (1) ความรู้ทางภาษา (Linguistic knowledge) เป็นความรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถอ่านหนังสือได้และเข้าใจความหมายของสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนด (2) ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Factual knowledge) และความรู้เกี่ยวกับความหมายของศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือนิยามทางคณิตศาสตร์ (Semantic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้แจ่มชัดยิ่งขึ้น

2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration)

หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้คัดเลือกข้อมูลจากโจทย์ที่มีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และประมวลข้อมูลที่คัดเลือกแล้วดังกล่าวมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation) โดยการจัดวางข้อมูลให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องกันตามหลักคณิตศาสตร์ สำหรับความรู้ที่ต้องใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้ด้านแบบแผนทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา (Schematic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาเพื่อนำไปเชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ ในสถานการณ์ปัญหาว่ามีความเกี่ยวข้องกันในลักษณะใด และมีหลักการทางคณิตศาสตร์อะไรบ้างที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring)

หมายถึง ความสามารถในการบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation) เพื่อเชื่อมโยงข้อมูลทั้งหมดไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยมีการแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา (Planning) พร้อมทั้งกำกับความคิด (Monitoring) เพื่อตรวจสอบการวางแผนขั้นตอนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่ามีความสำคัญอย่างไรหรือเพราะเหตุใดจึงเลือกขั้นตอนนั้นมาแก้ปัญหาและขั้นตอนเหล่านั้นมีความถูกต้องเหมาะสมแล้วหรือไม่ สำหรับความรู้ที่ใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้ด้านกลวิธีในการหาคำตอบหรือความรู้เกี่ยวกับการวางแผนแก้ปัญหา (Strategic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ต้องอาศัยประสบการณ์การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคล ร่วมกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาในการวางแผนหรือสร้างกลวิธีแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ

4. ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution)

หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามกลวิธีที่ได้วางแผนไว้และการคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยความรู้สำคัญที่ต้องใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ (Procedural knowledge) เพื่อคำนวณหาคำตอบตามแผนการที่วางไว้จนได้ผลลัพธ์ออกมาตามที่ต้องการ

ดังนั้นในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาและวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Mayer เพื่อเป็นประโยชน์ต่อการหาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน และเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน การเลือกเทคนิคการสอนและกลวิธีการสอน ให้สอดคล้องกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์ร่วมกันต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยภาพรวม และจำแนกตามนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ
2. เพื่อเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยและแยกตามทักษะย่อย ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

สมมติฐานการวิจัย

จากงานวิจัยของ Hegarty, Mayer และ Monk (1995) ซึ่งทำการทดลองเปรียบเทียบความเข้าใจในโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหากับนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา โดยการสังเกตและสัมภาษณ์นักเรียนสองกลุ่ม ซึ่งกลุ่มหนึ่งเป็นนักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ (Successful problem solvers) ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งเป็นนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ (Unsuccessful problem solvers) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามีกระบวนการในการแก้ปัญหาแตกต่างจากนักเรียนกลุ่มที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเล็กน้อย นั่นคือ นักเรียนกลุ่มที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามักใช้วิธีการทำความเข้าใจปัญหาโดยวิธีการแปลภาษาหรือถอดประโยคในโจทย์คณิตศาสตร์แบบคำต่อคำ (Direct translation approach) กล่าวคือเป็นการถอดคำที่ปรากฏในโจทย์คณิตศาสตร์โดยตรง โดยการหาคีย์เวิร์ด (Key words) ในโจทย์คณิตศาสตร์ เช่น คำว่า “เพิ่ม” หรือ “น้อยกว่า” เป็นต้น จากนั้นนักเรียนจะทำการแทนคำที่เป็นคีย์เวิร์ดด้วยตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีความเข้าใจว่าเป็นตัวแทนของคำเหล่านั้น แล้วจึงค่อยทำการแก้ปัญหา ส่วนนักเรียนกลุ่มที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามักใช้วิธีการทำความเข้าใจปัญหาโดยการพยายามสร้างโครงสร้างทางคณิตศาสตร์หรือโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล หรือนักเรียนจะพยายามสร้างโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่สามารถเป็นตัวแทนในการอธิบายสถานการณ์ของปัญหาได้อย่างสอดรับกัน (Problem model approach)

จากผลการวิจัยข้างต้นจะเห็นว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามีข้อแตกต่างจากนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาด้านการตีความสถานการณ์ปัญหาของโจทย์เพื่อหาหลักการทางคณิตศาสตร์ที่สอดรับกันอย่างสมเหตุสมผลและการใช้การคิดเชิงวิเคราะห์ ซึ่งสองสิ่งนี้มีความสำคัญยิ่งต่อการเริ่มต้นแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนั้นเมื่อนักเรียนสองกลุ่มมีแนวทางการแก้ปัญหาในเบื้องต้นที่แตกต่างกันแล้ว กระบวนการแก้ปัญหาที่ตามมาในขั้นอื่นๆ หากเป็นผลจากความผิดพลาดของการตีความโจทย์เสียแล้วก็ย่อมไม่ทำให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จได้แต่ประการใด ฉะนั้นผู้วิจัยจึงสันนิษฐานว่า นักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ จะใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย และทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะย่อย อันได้แก่ ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และทักษะการดำเนินการตามแผน ได้แตกต่างกัน

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรของการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39 จังหวัดอุตรดิตถ์

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นการบูรณาการเนื้อหาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นประถมศึกษาของสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ในการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตัวแปรที่ศึกษาคือ ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยสี่ทักษะ ตามแนวคิดของ Mayer (1992: 455 - 489; 2003: 146 - 189) ได้แก่

1) ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation skill)
2) ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration skill)
3) ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring skill)
4) ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution skill)

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. โจทย์คณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของประโยคภาษาซึ่งบรรยายสถานการณ์หรือเรื่องราวที่ต้องการค้นหาคำตอบ โดยผู้แก้ปัญหายังไม่ทราบวิธีการหรือขั้นตอนที่จะหาคำตอบในทันที ซึ่งต้องใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามหรือหลักตรรกะทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการอธิบายและแก้ปัญหา

2. ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ อันประกอบด้วย 4 ทักษะย่อยตามแนวคิดของ Mayer ได้แก่

1) ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation skill) หมายถึง ความสามารถในการแปลความประโยคภาษาในโจทย์ปัญหา และความสามารถในการแปลความข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหา ประกอบด้วยทักษะย่อย 2 ทักษะคือ ทักษะการแปลความประโยคภาษา และทักษะการแปลความข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์

2) ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration skill) หมายถึง ความสามารถในการประมวลข้อมูลที่ได้จากการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์มาบูรณาการกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาเข้าด้วยกันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดไว้ เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจข้อมูลจนสามารถมองเห็นเป็นความสัมพันธ์โดยภาพรวม และการสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาในรูปของสมการคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยทักษะย่อย 2 ทักษะคือ ทักษะการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล และทักษะการสร้างสมการคณิตศาสตร์

3) ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring skill) หมายถึง ความสามารถในการวางแผนกลวิธีที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการเลือกขั้นตอนหรือกำหนดขั้นตอนที่จะแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา และเลือกกลวิธีการแก้ปัญหา หรือเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ สูตร กฎ ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของแต่ละขั้นตอน ประกอบด้วยทักษะย่อย 2 ทักษะคือ ทักษะการเลือกและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และทักษะการเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา

4) ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution skill) หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามกลวิธีที่ได้วางแผนไว้อย่างมีเหตุมีผลสอดคล้องตาม

หลักคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคำนวณตามหลักเลขคณิตและตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาข้อมูลสำคัญจากขั้นตอนการแก้ปัญหาที่วางแผนไว้ จนกระทั่งได้ผลลัพธ์ออกมาตามที่โจทย์ต้องการ ประกอบด้วยทักษะย่อย 2 ทักษะคือ ทักษะการดำเนินการตามแผนอย่างมีเหตุมีผล และทักษะการคิดคำนวณ

โดยทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยวัดได้จากแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 39 จังหวัดอุตรดิตถ์ ที่แบ่งออกเป็น 3 กลุ่มตามระดับคะแนนจากการทำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น หรือจำแนกตามคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์รวมสี่ทักษะย่อย ได้แก่

3.1 นักเรียนกลุ่มสูง หมายถึง นักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยได้สูง โดยมีคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์รวมสี่ทักษะย่อยตั้งแต่ร้อยละ 75 ขึ้นไป

3.2 นักเรียนกลุ่มปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยได้ปานกลาง โดยมีคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์รวมสี่ทักษะย่อยตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ไม่ถึงร้อยละ 75

3.3 นักเรียนกลุ่มต่ำ หมายถึง นักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยได้ต่ำ โดยมีคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์รวมสี่ทักษะย่อยต่ำกว่าร้อยละ 50

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

เพื่อเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้สอน ให้สามารถพัฒนาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเป็นประโยชน์ต่อการเตรียมความพร้อมในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” ผู้วิจัยได้สืบค้นและศึกษาข้อมูลจากเอกสาร ตำรา หนังสือและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการทำวิจัย โดยแบ่งลักษณะของเนื้อหาที่ได้ศึกษาตามหัวข้อดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1: ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

- 1.1 โจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.1.1 ความหมายของโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.1.2 ลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจ
  - 1.1.3 ประเภทของโจทย์คณิตศาสตร์
- 1.2 การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.2.2 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.2.3 ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.2.4 กลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.2.5 ข้อบกพร่องและสาเหตุของข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.2.6 การวัดและประเมินผลการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
  - 1.2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการเรียนรู้คณิตศาสตร์กับการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
- 1.3 ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

ตอนที่ 2: งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน

- 2.1 งานวิจัยในประเทศ
- 2.2 งานวิจัยต่างประเทศ

<u>ตอนที่ 1</u> : ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

1.1 <u>โจทย์คณิตศาสตร์</u>

1.1.1 ความหมายของโจทย์คณิตศาสตร์

โดยส่วนมากนักการศึกษาทางคณิตศาสตร์หลายท่านได้นิยามความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ค่อนข้างคล้ายคลึงกัน ซึ่งโจทย์คณิตศาสตร์หรือโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ถือเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ประเภทหนึ่ง อย่างไรก็ตามบางคราวคำทั้งสองอาจถูกใช้ในฐานะที่เหมือนกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับบริบทของการใช้และผู้ใช้ในขณะนั้น

Henderson และ Pingry (1955: 228 - 230) Orton และ Frobisher (1996: 24 - 25) Cooney, Davis และ Henderson (1975: 242) Krulik และ Rudnick (1993: 6 - 7) Lesh และ Zawojewski (1992: 50) Reys และคณะ (2004: 115) ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 7) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 7) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ในมุมกว้างที่คล้ายคลึงกันโดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่มีคำถามซึ่งต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ หรือสถานการณ์ปัญหาที่ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ อันมีลักษณะท้าทายสติปัญญา จูงใจให้อยากเข้าไปแก้ปัญหา เร้าให้เชื่อว่าจะสามารถหาทางแก้ปัญหาให้สำเร็จลุล่วงลงได้ หรือเชื่อว่าต้องมีคำตอบอย่างใดอย่างหนึ่งรออยู่ โดยที่นักเรียนยังไม่ทราบวิธีแก้ปัญหาในทันที หรือยังไม่มียุทธวิธีใดสำหรับใช้แก้ปัญหามาก่อน ครั้นเมื่อลงมือแก้ปัญหาก็พบกับอุปสรรคระหว่างการค้นหาคำตอบ และไม่สามารถนำประสบการณ์เดิมที่เคยใช้แก้ปัญหามาแก้ไขอุปสรรคที่เกิดขึ้นได้ อันส่งผลเป็นแรงผลักดันให้เกิดความมุ่งมั่นและความพยายามที่จะหาทางแก้ปัญหาด้วยความรอบคอบ โดยการตั้งสมมติฐานที่คาดว่าจะนำไปสู่หนทางแก้ไขอุปสรรคดังกล่าว แล้วทำการตรวจสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ในที่สุด ด้วยเหตุนี้สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เรื่องหนึ่งจึงอาจเป็นหรือไม่เป็น “ปัญหาคณิตศาสตร์” สำหรับนักเรียนเพียงคนใดคนหนึ่ง ขณะเดียวกันแม้บางสถานการณ์จะเป็น “ปัญหาคณิตศาสตร์” สำหรับนักเรียนบางคน แต่ก็อาจไม่ได้เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนอีกคนได้ เพราะเหตุว่าสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเป็น “ปัญหาคณิตศาสตร์” สำหรับบุคคลใด ย่อมขึ้นกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคล นอกจากนั้นแล้วสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ต่อบุคคลหนึ่งในอดีตก็อาจไม่เป็นปัญหาต่อบุคคลนั้นแล้วในกาลต่อมาได้อีกเช่นกัน

สำหรับ Adams, Ellis และ Beeson (1977: 176) อัมพร ม้าคนอง (2534: 24) ลัดดา ภู่เกียรติ (2536: 34) และ สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 71) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ในอีกมุมมองหนึ่งที่มีความเจาะจงมากขึ้นซึ่งสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณ และต้องการคำตอบที่เกี่ยวข้องกับปริมาณหรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล ส่วนใหญ่ประกอบด้วยจำนวน ตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพและข้อความ โดยผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้ ทักษะและวิธีการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกัน แล้วตัดสินใจลงมือแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบด้วยตนเอง โดยปัญหาคณิตศาสตร์ยังหมายรวมถึงปัญหาที่เป็นโจทย์ภาษา (Word problem) ปัญหาเชิงเรื่องราว (Story problem) และปัญหาเชิงสนทนา (Verbal problem)

ซึ่งต้องมีการแปลความหมายและวิเคราะห์ความหมายของโจทย์ก่อนลงมือหาคำตอบ ทั้งนี้ ไตรรงค์ เจนการ (2531 อ้างถึงใน ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล, 2533: 8) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาที่เป็นโจทย์ภาษา ปัญหาเชิงเรื่องราว และปัญหาเชิงสนทนา มีชื่อเรียกรวมกันว่า “โจทย์ปัญหา”

จากการนิยามความหมายข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า โจทย์คณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นสถานการณ์หรือเรื่องราวซึ่งประกอบด้วยข้อความบอกเล่าเหตุการณ์ จำนวน และข้อคำถามที่ต้องการหาคำตอบโดยอาศัยการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยที่นักเรียนยังไม่ทราบวิธีแก้ปัญหา ขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือกลวิธีสำหรับใช้แก้ปัญหาในทันที จึงต้องมีการประมวลความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา ตลอดจนทักษะและประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อหาหนทางไปสู่การแก้ปัญหาด้วยตนเอง

1.1.2 ลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจ

การใช้โจทย์คณิตศาสตร์ที่ดีและมีลักษณะน่าสนใจ สามารถช่วยให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นที่จะหาคำตอบ และยังช่วยพัฒนาทักษะการคิดและทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนได้เป็นอย่างดี ซึ่งลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ที่ดีและน่าสนใจมีดังนี้

Corle (1967: 108) ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 90) และ สิริพร ทิพย์คง (2544: 18) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ควรนำมาจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้คล้ายคลึงกัน โดยสรุปได้ดังนี้

1. เป็นปัญหาที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน แต่ต้องมีความเหมาะสมต่อระดับความรู้พื้นฐานของนักเรียน และมีความยากง่ายพอเหมาะกับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ คือ ไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่เกิดความท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไป นักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของนักเรียนคือ เป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ จึงควรเป็นสถานการณ์ที่สัมพันธ์กับนักเรียนซึ่งทำให้สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้หรือเป็นเหตุการณ์ที่มักเกิดกับบุคคลโดยทั่วๆ ไป และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

3. เป็นปัญหาแปลกใหม่หรือไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน หรือไม่ใช่ปัญหาทั่วไปที่นักเรียนเคยพบมาแล้ว ซึ่งจะช่วยกระตุ้นให้เกิดการวิเคราะห์และการพัฒนาความคิดของนักเรียน

4. เป็นปัญหาที่มีวิธีหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง เข้าใจง่าย ไม่สั้นหรือยาวเกินไป ควรใช้ภาษาสำหรับบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์มาก่อน เนื่องจากโจทย์ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ แต่ควรเน้นให้การใช้ภาษาเป็นสื่อสำหรับเชื่อมโยงให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ตรงกับสภาพปัญหาที่แท้จริง

Kroll และ Miller (1993 อ้างถึงใน Cathcart, 2006: 51 - 52) เสนอวิธีการใช้โจทย์ปัญหาให้มีประสิทธิภาพโดยกล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ดีเพื่อฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้นักเรียน ครูผู้สอนไม่เพียงใช้โจทย์ปัญหาที่หลากหลายรูปแบบเท่านั้น แต่ต้องพิจารณาด้วยว่าโจทย์ที่ใช้มีคุณสมบัติของปัญหาที่ดีและมีการนำมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างเหมาะสมหรือไม่ ฉะนั้นโจทย์ปัญหาที่ดีจึงควรมีลักษณะและบริบทของการนำไปใช้ดังนี้

1. ควรมีลักษณะกระตุ้นให้เกิดความสนใจ และมีเนื้อหาสอดคล้องกับสภาพแวดล้อมทางสังคมที่นักเรียนอาศัยอยู่ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนรู้สึกคุ้นเคยและเพิ่มความอยากรู้อยากเห็นมากขึ้น
2. ในบางโอกาสครูผู้สอนควรเลือกใช้โจทย์ปัญหาเหล่านี้บ้าง ซึ่งได้แก่ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบถ้วน โจทย์ปัญหาที่มีมีข้อมูลไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหา โจทย์ปัญหาที่ให้ข้อมูลที่ไม่จำเป็นมาด้วย หรือโจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์ของปัญหาขัดแย้งกันเอง
3. ครูผู้สอนอาจนำโจทย์ปัญหาที่จำเป็นต้องใช้เครื่องคำนวณ คอมพิวเตอร์ หรือสื่อเทคโนโลยีอื่นๆ มาจัดการเรียนการสอน
4. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ควรเลือกใช้โจทย์ปัญหาที่ช่วยเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย
5. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้โจทย์ปัญหาเพื่อช่วยส่งเสริมการสื่อสารและการสื่อความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกสู่ภายนอก

1.1.3 ประเภทของโจทย์คณิตศาสตร์

Polya (1973, 154 - 157; อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537: 8 - 10) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหาหรือตามลักษณะคำถามของปัญหา ออกเป็น 2 ประเภท

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์เพื่อให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณหรือจำนวน โดยเป็นปัญหาที่ให้หาวิธีการหรือหาเหตุผลก็ได้ ปัญหาประเภทนี้มีองค์ประกอบที่สำคัญอยู่ 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา (Unknown) สิ่งที่กำหนดให้ (Data) และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ (Condition) อย่างไรก็ตาม บางปัญหาอาจไม่ได้ระบุสิ่งที่เป็นเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ของตนเองมากำหนดเงื่อนไขดังกล่าวขึ้นเอง
2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์เพื่อให้แสดงการให้เหตุผลว่า “ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง” หรือ “ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ” ปัญหาประเภทนี้มีองค์ประกอบที่สำคัญ 2 ส่วนคือ ส่วนที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน (Hypothesis) และส่วนที่เป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือผลสรุป (Conclusion) ส่วนใหญ่ปัญหาประเภทนี้จะเขียนอยู่ในรูปของ “ถ้า *สมมติฐาน* แล้ว *ผลสรุป*”

LeBlanc, Proudfit และ Putt (1980: 104 - 106) Troutman และ Lichtenberg (1982: 265 - 266) Holmes (1995: 35 - 36) และ Mayer และ Hegarty (1996: 32 - 33) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทเช่นกัน แต่ใช้ลักษณะของผู้แก้ปัญหา โครงสร้างของปัญหา และความซับซ้อนของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่งดังนี้

1. ปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่คุ้นเคย (Routine or familiar problems) รวมถึงปัญหาที่พบตามหนังสือแบบเรียนทั่วๆ ไป (Standard textbook problems)

ปัญหาประเภทนี้นักเรียนจะมีความคุ้นเคยในวิธีการและโครงสร้างของปัญหา ซึ่งส่วนมากได้เคยพบเจอจากตัวอย่างหรือในหนังสือแบบเรียนมาแล้ว ทำให้นักเรียนเกือบจะทราบในทันทีว่าต้องแก้ปัญหาด้วยวิธีใด และโดยส่วนใหญ่ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาจะเป็นข้อมูลที่จำเป็นต่อแก้ปัญหาและเพียงพอสำหรับใช้หาคำตอบอยู่แล้ว นอกจากนี้ลักษณะของปัญหาจะเน้นตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะใดทักษะหนึ่งเป็นการเฉพาะ เช่นปัญหาที่ต้องการพัฒนาความสามารถด้านการคิดคำนวณ (Arithmetic operation) เช่น การคูณจำนวนเต็มบวก เป็นต้น ซึ่งนักเรียนส่วนมากสามารถประยุกต์ใช้กระบวนการคิดคำนวณและความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังจากที่ได้เรียนมาแล้วเพื่อใช้แก้ปัญหาโจทย์ประเภทนี้ได้โดยตรง โดยยุทธวิธีหลักที่ใช้แก้ปัญหาโจทย์ประเภทนี้คือ การพิจารณาเนื้อความในโจทย์ปัญหาแล้วตัดสินใจเลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสม ด้วยเหตุนี้บางครั้งจึงเรียกปัญหาประเภทนี้ว่า ปัญหาโดยการถอดเนื้อความ (Translation problems) เพราะเป็นปัญหาที่สามารถหาคำตอบโดยการแปลความหมายของสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาแล้วเลือกใช้วิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันในการแก้ปัญหาได้ทันที อย่างไรก็ตามปัญหานี้อาจอยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงก็ได้ โดยจุดประสงค์หลักของการใช้โจทย์ปัญหาประเภทนี้คือ เพื่อพัฒนาความรู้ความจำในการระลึกข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมาแล้ว พัฒนาทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณให้ชำนาญยิ่งขึ้น และเพื่อกระตุ้นให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน

2. ปัญหาไม่ธรรมดาหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine or unusual problems) และปัญหาเน้นกระบวนการ (Process problems)

ปัญหาประเภทนี้ ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา กล่าวคือ นักเรียนต้องหายุทธวิธีหรือกระบวนการที่ใช้แก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งมีรูปแบบที่ไม่ตายตัวมากกว่าปัญหาประเภทแรก ปัญหาประเภทนี้จึงเน้นการคิดวิเคราะห์เพื่อหากระบวนการแก้ปัญหามากกว่าเน้นการหาเพียงให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเท่านั้น ฉะนั้นนักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาประเภทนี้ จึงไม่ได้ขึ้นอยู่ที่ความสามารถในการประยุกต์ใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้จำเพาะสำหรับใช้แก้ปัญหา (Specific mathematical concepts) หรือเพียงการทราบสูตรแล้วจะสามารถหาคำตอบได้ หรือการที่นักเรียนทราบแบบแผนการดำเนินการแก้ปัญหาที่ตายตัวสำหรับหาคำตอบอยู่ก่อนแล้ว แต่ขึ้นอยู่ที่นักเรียนจะสามารถมองหาวิธีการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธีหรือไม่ เนื่องด้วยปัญหาประเภทนี้นิยมสร้างให้สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี บ้างอาจสร้างให้ปัญหามีคำตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือเป็นปัญหาที่กำหนดข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหามาให้พร้อมกัน แล้วให้นักเรียนเป็นผู้ตัดสินใจเลือกใช้ข้อมูลในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง รวมถึงการสร้างปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอต่อการนำมาใช้แก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาประเภทนี้ยังมีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงมากกว่าปัญหาประเภทแรกอีกด้วย โดยจุดประสงค์หลักของการใช้โจทย์ปัญหาประเภทนี้คือ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและฝึกฝนการสร้างยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลายวิธี

Charles และคณะ (1987 อ้างถึงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551: 47 - 48) แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากการสอนวิธีแก้ปัญหา โดยมีปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอนคือ

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว (One-step problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้อยู่ในรูปของประโยคทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร โดยปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ และกลวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาขั้นตอนเดียวคือ การเลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับการแก้ปัญหา

2. ปัญหาหลายขั้นตอน (Multi-step problem) เป็นปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาขั้นตอนเดียว เพียงแต่มีจำนวนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบมากกว่าหนึ่งขั้นตอน และยังคงใช้กลวิธีพื้นฐานในการแก้ปัญหาเช่นเดียวกัน

สำหรับปัญหาขั้นตอนเดียวและปัญหาหลายขั้นตอนที่สามารถแก้ปัญหาได้โดยการแปลความจากประโยคภาษาที่บรรยายสถานการณ์ของโจทย์ปัญหานั้น Cathcart (2006: 42) จัดให้เป็นปัญหาประเภท ปัญหาโดยการแปลงเนื้อความ (Translation problems)

3. ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที แต่ต้องใช้กระบวนการอื่นๆ ช่วยในการแก้ปัญหาด้วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา เป็นต้น การแก้ปัญหาประเภทนี้จึงอาจต้องใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ เป็นต้น

4. ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) หรือ ปัญหาเชิงสถานการณ์ (Situational problem) ปัญหาประเภทนี้นักเรียนต้องประมวลทักษะ ความรู้ มโนทัศน์ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง หรือสถานการณ์ที่คำนึงถึงสภาพความเป็นจริง ซึ่งต้องใช้วิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดให้ในโจทย์ปัญหาอยู่แล้วและที่ไม่ได้บอกในโจทย์เลย การจัดกระทำข้อมูล เป็นต้น ปัญหาที่มีลักษณะเช่นนี้จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์

จากการแบ่งประเภทของโจทย์คณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า ประเภทของโจทย์คณิตศาสตร์มีหลากหลายรูปแบบขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการจำแนก อย่างไรก็ตาม สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้โจทย์คณิตศาสตร์ประเภทที่เป็น*ปัญหาให้ค้นหา*ในการศึกษาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน และเป็นปัญหาหลายขั้นตอนที่มีสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง เพื่อศึกษาว่านักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้วไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้จริงมากน้อยเพียงใด

1.2 การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

1.2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

Branca (1980: 3 - 7) กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาไว้อย่างน่าสนใจว่า ความหมายของการแก้ปัญหาสามารถนิยามได้หลายบริบทขึ้นอยู่กับตัวบุคคลและสถานการณ์ เช่น ในช่วงเวลาหนึ่งหรือในสถานการณ์ปัญหาเดียวกัน แต่ละบุคคลอาจมีท่าทีต่อการแก้ปัญหาที่หลากหลายแตกต่างกันออกไปตามทรรศนะของตน ในทางตรงข้ามเมื่อเวลาเปลี่ยนไปบุคคลเดิมอาจมีท่าทีหรือทรรศนะต่อการแก้ปัญหากับสถานการณ์ที่เคยเผชิญมาแล้วในอดีตที่แตกต่างจากเดิมได้เช่นกัน อย่างไรก็ตาม Branca ให้ความเห็นว่า การนิยามความหมายของการแก้ปัญหามักจะอยู่ในบริบทหลัก 3 บริบทต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหาในบทบาทที่เป็นจุดมุ่งหมาย (Problem solving as a goal)

นักการศึกษาหลายท่านอ้างถึงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในแง่ที่เป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น Begle (1979, อ้างถึงใน Branca, 1980: 3) ได้กล่าวไว้ว่า “เหตุผลที่แท้จริงของการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เนื่องจาก คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณประโยชน์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งช่วยให้สามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้หลายประเภท” และที่ Braunfeld (1975 อ้างถึงใน Branca, 1980: 3) ได้กล่าวว่า “(การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์)...เปรียบเสมือนพาหนะที่จะขับเคลื่อนไปสู่การสร้างและการฝึกฝนความสามารถในการแก้ปัญหาต่างๆต่อไป” ด้วยเหตุนี้เมื่อพิจารณาการแก้ปัญหาในแง่มุมดังกล่าวจึงพบว่า ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงการเลือกใช้โจทย์ปัญหาให้มีลักษณะพิเศษกว่าโจทย์ปัญหาธรรมดาเสมอไป หรือไม่จำเป็นต้องเลือกใช้กระบวนการและกลวิธีแก้ปัญหา รวมทั้งเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องจำเพาะเจาะจงลงไปแต่อย่างใด หากเน้นความสำคัญเพียงเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ว่า เมื่อต้องประสบกับสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้อย่างไร ซึ่งการนิยามการแก้ปัญหาในแง่มุมนี้ ถือเป็นจุดมุ่งหมายหลักที่มีอิทธิพลต่อการจัดหลักสูตรการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งระบบ และยังถือเป็นสิ่งสำคัญต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนอีกด้วย

2. การแก้ปัญหาในบทบาทที่เป็นกระบวนการ (Problem solving as a process)

การนิยามความหมายของการแก้ปัญหาเฉกเช่นกระบวนการ แสดงให้เห็นทรรศนะต่อการแก้ปัญหาในมุมมองของลักษณะการกระทำในการแก้ปัญหา ซึ่งเอกลักษณ์สำคัญที่แสดงถึงพฤติกรรมของการแก้ปัญหาคือ การกระทำที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาคำตอบซึ่งดำเนินไปอย่างมีขั้นตอนตามหลักของเหตุและผล ดังเช่นที่สมาคมศึกษานิเทศก์คณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกาหรือ The National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM) ได้นิยามการแก้ปัญหาไว้ว่า เป็นกระบวนการของการประยุกต์ความรู้เดิมที่มีอยู่เพื่อใช้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน ดังนั้นความหมายของการแก้ปัญหาในแง่มุมนี้จึงมีจุดเน้นอยู่ที่การให้ความสำคัญต่อกระบวนการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่าการมองเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบที่หามาได้ กล่าวโดยสรุปคือสิ่งสำคัญของการพิจารณาการแก้ปัญหาเฉกเช่นกระบวนการได้แก่ วิธีการแก้ปัญหา (Methods) กระบวนการแก้ปัญหา (Procedures) กลวิธีที่ใช้แก้ปัญหา (Strategies) และแนวทางหรือยุทธวิธีของการแก้ปัญหา (Heuristics) ซึ่งองค์ประกอบเหล่านี้ล้วนมีความสำคัญต่อการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

3. การแก้ปัญหาในบทบาทที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem solving as a basic skill)

การนิยามความหมายของการแก้ปัญหาในแง่ของทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นทรรศนะที่มีต่อการแก้ปัญหาว่าเป็นทักษะพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนทุกคนจะต้องได้รับการฝึกฝน การนิยามความหมายในมุมมองนี้จึงเน้นให้ความสำคัญต่อสิ่งที่จะนำมาจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหาหรือสิ่งที่นักเรียนควรได้เรียนรู้ในการแก้ปัญหา อันเป็นการเริ่มต้นปูทักษะพื้นฐานด้วยการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหาให้แก่นักเรียนนั่นเอง ฉะนั้นจึงต้องคำนึงถึงการพิจารณาเนื้อหาและบริบทที่จะใช้เป็นโจทย์ปัญหา รวมถึงรูปแบบหรือประเภทของโจทย์ปัญหา การออกแบบโจทย์ปัญหา และวิธีการที่ใช้แก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้รับสาระสำคัญของทักษะการแก้ปัญหาอันพึงมีและเทคนิคการแก้ปัญหาที่พึงทราบอย่างครบถ้วน

Polya (1980: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นการหาวิถีทางที่ไม่เคยใช้มาก่อนเพื่อจะใช้หาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา โดยเป็นการหาวิธีการเพื่อเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือได้คำตอบที่มีความชัดเจน แต่สิ่งเหล่านี้มิได้เกิดขึ้นได้อย่างทันทีทันใด

Luflig (1988: 348) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการใช้ทักษะการคำนวณเพื่อแก้ปัญหาที่เกี่ยวเนื่องในชีวิตประจำวันและใช้ภาษาในการสื่อสาร โดยไม่รวมการแก้ปัญหาที่อยู่ในรูปของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หรืออยู่ในรูปของตัวเลขเท่านั้น

อัมพร ม้าคนอง (2534: 25) ให้นิยามของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปใจความได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในการนำความรู้ความคิด ประสบการณ์ที่ผ่านมา มาจัดเรียงลำดับใหม่ เพื่อจะได้ความรู้หรือแนวคิดใหม่อันเป็นจุดมุ่งหมายที่ต้องการ ซึ่งสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณในลักษณะของโจทย์ภาษา คำพูด เรื่องราวหรือสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งต้องใช้ความรู้พื้นฐาน ความเข้าใจในโจทย์ปัญหา และวิธีการที่จะแก้ปัญหาตลอดจนความสามารถในด้านอื่นๆ ประกอบด้วย

ประสาท สอ้านวงศ์ (2536: 38) กล่าวไว้ว่า "การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ประกอบขึ้นด้วยขั้นตอนต่างๆ ที่สำคัญคือ การทำความเข้าใจกับข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ จัดข้อมูลวางลำดับขั้นในการแก้ปัญหา ทดลองแก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ”

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 8) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคล้ายคลึงกันสรุปว่า การแก้ปัญหาเป็นวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา หรือเป็นกระบวนการที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหาเพื่อค้นหาคำตอบ

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2545: 13 - 14) สรุปความหมายของการแก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหาคือการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาซึ่งยังไม่ทราบวิธีแก้ปัญหา ขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ย้อนกลับไปกลับมาได้ เริ่มตั้งแต่การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา และการดำเนินการแก้ปัญหา

โดยสรุปแล้ว การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์คือ กระบวนการที่นักเรียนต้องประยุกต์ความรู้พื้นฐานและทักษะทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนประสบการณ์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มาใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและเป็นสถานการณ์ในชีวิตประจำวันซึ่งมีการใช้ภาษาในการสื่อสาร โดยกระบวนการดังกล่าวประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม การจัดวางลำดับการแก้ปัญหา และการดำเนินการตามแผนที่วางไว้จนได้คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ ทั้งนี้ขั้นตอนดังกล่าวสามารถย้อนกลับไปมาระหว่างขั้นตอนอื่นได้

1.2.2 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

Dutton, Petrie และ Adams (1970: 148) กล่าวว่า ปัจจัยพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้แก่

1. ทักษะด้านการคำนวณทางเลขคณิต
2. ความเข้าใจในคำศัพท์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจทางภาษาที่เหมาะสม
3. ความสามารถในการคิดและให้เหตุผล ซึ่งเกี่ยวข้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาตามระดับการศึกษา
4. มโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ทั่วไป ซึ่งช่วยในการหาคำตอบของปัญหานั้น

Troutman และ Lichtenberg (1974: 590 - 597) สรุปความสามารถเฉพาะบางประการที่ช่วยส่งผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการระบุคุณลักษณะสำคัญของวัตถุหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Finding characteristics of objects or mathematical ideas) เช่น การที่นักเรียนสามารถบอกได้ว่า ลูกบาศก์มีลักษณะอย่างไร ยกตัวอย่างสิ่งของที่เป็นทรงลูกบาศก์ หรือบอกได้ว่าเมื่อสิ่งที่เป็นทรงลูกบาศก์มีลักษณะทางกายภาพเปลี่ยนไปในแบบต่างๆ แล้ว สิ่งนั้นจะยังคงคุณลักษณะของทรงลูกบาศก์อยู่หรือไม่ และเพราะเหตุใด เหล่านี้เป็นต้น
2. ความสามารถในการแปลงสารทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบต่างๆ (Translating a mathematical communication into different forms) นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจข้อมูลทางคณิตศาสตร์ที่รับรู้มาและตีความอย่างมีเหตุผล จึงจะสามารถแปลงให้อยู่ในรูปแบบต่างๆ ได้ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น การแปลความหมายโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของประโยคคณิตศาสตร์ หรือกราฟ แผนภาพ แผนภูมิ เป็นต้น
3. ความสามารถในการหาคุณลักษณะที่เหมือนกันและต่างกันของแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ (Finding similarities and differences) โดยการเปรียบเทียบข้อมูลหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้ เพื่อหาคุณลักษณะบางประการที่เหมือนกันและคุณลักษณะบางประการที่ต่างกันได้
4. ความสามารถในการระบุเงื่อนไขเพียงพอ เงื่อนไขสำคัญหรือจำเป็น และเงื่อนไขที่เสมอเหมือนกัน (Determining sufficient, necessary, and equivalent conditions) ซึ่งเป็นเกณฑ์ในการจำแนกคุณลักษณะสำคัญหรือองค์ประกอบพื้นฐานของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้ได้

5. ความสามารถในการวางหลักเกณฑ์ทั่วไปจากการสังเกตเห็นลักษณะเฉพาะที่ปรากฏออกมาได้ (Making a generalization based on the observation of specific evidence) โดยการพิจารณารูปแบบที่ยังคงปรากฏในเหตุการณ์ พร้อมทั้งคาดเดาหลักเกณฑ์ที่อาจเป็นไปได้อย่างมีเหตุมีผล ตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดลำดับ 3, 9, ... มาให้ นักเรียนอาจมองเห็นลักษณะเฉพาะบางประการว่า เหตุที่ลำดับนี้มีจำนวนเต็ม 9 ต่อจากจำนวนเต็ม 3 เนื่องจากผลของการคูณจำนวนเต็ม 3 ด้วย 3 หรืออาจเกิดจากผลของการบวกจำนวนเต็ม 3 ด้วย 6 ก็เป็นได้ ต่อเมื่อครูกำหนดจำนวนเต็มถัดมาเป็น 81 นักเรียนจึงจะพบว่าข้อคาดการณ์ (Conjecture) เดิมที่ตั้งไว้ไม่สามารถอธิบายหลักเกณฑ์ทั่วไปของลำดับนี้ได้อีก ทำให้นักเรียนต้องหาเหตุผลใหม่เพื่อตั้งข้อความคาดการณ์ใหม่ที่จะสามารถอธิบายหลักเกณฑ์ทั่วไปให้สอดคล้องกับลักษณะของลำดับที่ปรากฏ

6. ความสามารถในการหายุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา
(Determining alternative strategies)

7. ความสามารถในการคิดคำนวณและการประมาณคำตอบ (Approximating)

Krutetskii (1976 อ้างถึงใน Silver และ Thompson, 1984: 536) ทำการสังเกตนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระยะยาวพบว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะมีความสามารถต่างๆ และคุณลักษณะเฉพาะที่เป็นองค์ประกอบดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจและจับหลักโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหา

2. ความสามารถในการจินตนาการภาพและตีความปัญหาในเชิงปริมาณหรือตามความเป็นจริงของพื้นที่และความสัมพันธ์ของข้อมูล

3. ความสามารถในการจัดกระบวนการทางความคิดให้มีความยืดหยุ่นได้ (Flexibility of mental processes)

4. ความสามารถในการวางหลักการทั่วไปตามโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาต่างๆ

5. มีอุปนิสัยที่มุ่งมั่นเพื่อจะหาคำตอบที่มีความชัดเจน มีวิธีการที่เรียบง่าย ถูกต้องตามหลักเศรษฐศาสตร์ และมีความสมเหตุสมผล

6. มีความรู้ความจำในการจัดวางหลักการทั่วไปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบแผนของการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ และลักษณะความรู้อย่างเป็นโครงสร้าง เป็นต้น

Adams และคณะ (1977: 176) กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่

1. องค์ประกอบด้านสติปัญญา
การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดในระดับสูง โดยเฉพาะอย่างยิ่งองค์ประกอบด้านปริมาณ (Quantitative factors)

2. องค์ประกอบด้านการอ่าน
การแก้โจทย์ปัญหาต้องใช้ความสามารถในการอ่านแบบวิเคราะห์ (Analytical reading) เพื่อให้เกิดความเข้าใจและเกิดการตัดสินใจว่าควรทำอะไร อย่างไร

3. องค์ประกอบด้านทักษะพื้นฐาน

องค์ประกอบด้านทักษะพื้นฐานซึ่งต้องใช้ในขั้นตอนการคำนวณคือ ทักษะในการบวก ลบ คูณ และหาร หรือทักษะการคำนวณทางเลขคณิต เพราะในการแก้โจทย์ปัญหาจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องใช้ทักษะเหล่านี้

Heimer และ Trueblood (1978: 31 - 33) กล่าวถึงปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้หลายประการ ได้แก่

1. ความรู้ในการอธิบายสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเอง และความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะทางคณิตศาสตร์หรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. ความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่เกี่ยวข้องหรือไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดมาให้
5. ความสามารถในการคาดคะเนคำตอบอย่างมีเหตุมีผลว่า สิ่งโจทย์ปัญหาต้องการควรมีขอบเขตอย่างไร หรือคำตอบที่ต้องการควรอยู่ในลักษณะใด
6. ความสามารถในการเลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลสำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นข้อมูลที่ปัญหาไม่ได้ระบุไว้โดยตรง
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Fleischner, Nuzum และ Marzola (1987: 214 - 217 อ้างถึงใน ทองหล่อ วงษ์อินทร์, 2536: 38 - 39) เสนอความรู้ที่จำเป็นสำหรับใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาให้บรรลุเป้าหมายไว้ 3 ด้าน ได้แก่

1. ความรู้ที่ได้จากโจทย์ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องรู้ว่าสิ่งใดที่โจทย์ต้องการให้หาและโจทย์ให้ข้อมูลใดมาบ้าง ข้อมูลใดเกี่ยวข้องและข้อมูลใดไม่เกี่ยวข้องกับการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และต้องเห็นความสัมพันธ์ของทั้งสองส่วนนี้
2. ความรู้เฉพาะในงานที่ต้องทำในโจทย์ปัญหา ได้แก่ ความรู้ในเรื่องการคำนวณ สูตร กฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น
3. ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการในการจัดลำดับขั้นตอน ได้แก่ การรู้ถึงคำหรือข้อความสำคัญของปัญหา การวางแผนในการแก้ปัญหา การตั้งและทดสอบสมมติฐาน ตลอดจนการประเมินผลลัพธ์ที่ได้มา

สมบูรณ์ หมุนแก้ว (2533: 10) สรุปองค์ประกอบของการคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้คือ

1. องค์ประกอบทางสติปัญญา
2. ความสามารถในการอ่านเชิงวิเคราะห์
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูล
4. ความสามารถในการคิดคำนวณ

สุพัตรา ผาติวิสันติ์ (2534: 18) สรุปองค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 6 ประการได้แก่

1. ความรู้ความสามารถในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการอ่าน การแปลความ และการตีความหมาย
3. ความสามารถในการวิเคราะห์และแยกแยะหาความสัมพันธ์
4. ความสามารถในการคำนวณ
5. การมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. การมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 81 - 82) กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากโจทย์ปัญหาจะอยู่ในรูปของข้อความที่เป็นตัวอักษร ซึ่งนักเรียนต้องอ่านและทำความเข้าใจเพื่อพิจารณาสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ตลอดจนข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาจึงต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนทัศน์ และข้อเท็จจริงต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา จึงแสดงถึงความสามารถในการระลึกถึงและความสามารถในการเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ของนักเรียน

2. ทักษะในการแก้ปัญหา

ทักษะนี้ต้องมีการฝึกฝนบ่อยๆ จนเกิดความชำนาญ นักรียนที่ได้ฝึกแก้ปัญหาอยู่เสมอจะมีโอกาสพบโจทย์ปัญหาหลายรูปแบบทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน เมื่อเจอปัญหาใหม่ก็สามารถแยกเป็นปัญหาย่อยๆ เพื่อหาโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วได้ จึงมีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีหรือวางแผนเพื่อกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล

ทักษะการคิดคำนวณและการให้เหตุผล มักอยู่ในขั้นของการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้เรียบร้อยแล้ว โดยทักษะการคิดคำนวณพื้นฐานเป็นสิ่งที่นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนให้เกิดความชำนาญ เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ สำหรับการให้เหตุผลนั้น นักเรียนต้องศึกษากระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจเพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

4. แรงขับ

โจทย์ปัญหาบางข้ออาจเป็นสถานการณ์แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาวิธีหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้พลังในการคิดวิเคราะห์มาก นักเรียนจึงต้องมีแรงขับในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งมาจากปัจจัยต่างๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ แต่สิ่งเหล่านี้ต้องใช้ระยะเวลานานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม

5. ความยืดหยุ่น

ผู้แก้ปัญหาที่ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตัวเองคุ้นเคย โดยการเปิดโอกาสให้ตัวเองได้เรียนรู้ ยอมรับรูปแบบการคิดและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 101) สรุปองค์ประกอบของกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

หมายถึง นักเรียนสามารถตีความ ทำความเข้าใจปัญหา จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาออกได้ สามารถมองเห็นว่าปัญหาต้องการสิ่งใด อะไรคือสิ่งที่เราคาดหวังว่าจะพบ และเรามีข้อมูลอะไรอยู่แล้วบ้าง การเขียนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหานั้นๆ ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

หมายถึง นักเรียนสามารถค้นพบว่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ยังไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร แล้วหาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการและทฤษฎีมาใช้ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเพื่อเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ

หมายถึง นักเรียนสามาถหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยใช้วิธีการตามแผนที่วางไว้ และผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมด้วย

สุนันท์ ฉิมวัย (2543: 23 อ้างถึงใน อรชร ภูบุญเติม, 2550: 19) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับตัวผู้แก้ปัญหา ได้แก่
   1.1 ความรู้ ความคิด และประสบการณ์
   1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ
   1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
   1.4 ทักษะและพื้นฐานต่างๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและการคิดคำนวณ
   1.5 ความรู้สึกและความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหา
   1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพสิ่งแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับ
   2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
   2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา
   2.3 มีเวลาในการพัฒนาความสามารถอย่างเพียงพอ และได้รับการพัฒนาความสามารถอย่างต่อเนื่อง
   2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้และการพัฒนาทักษะต่างๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

สุวร กาญจนมยูร (2544: คำนำ, 3 - 4) เสนอองค์ประกอบที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ พร้อมทักษะที่ใช้ในแต่ละองค์ประกอบของนักเรียนระดับประถมศึกษาไว้ 5 ประการดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับ “ภาษา” ได้แก่ คำและความหมายของคำต่างๆ ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อว่ามีความหมายอย่างไร คำคำเดียวกันอยู่ต่างสถานการณ์กันอาจมีความหมายต่างกัน ซึ่งนักเรียนต้องเข้าใจเรื่องราว และความเกี่ยวพันเชื่อมโยงกันของสถานการณ์ของโจทย์ปัญหาเป็นอย่างดี ทักษะที่ต้องใช้ในองค์ประกอบนี้ได้แก่

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง

1.2 ทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง สามารถแบ่งข้อความของโจทย์ได้ว่าตอนใดเป็นข้อความของสิ่งที่กำหนดให้ และข้อความตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.3 รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำได้ถูกต้องตามเจตนาของโจท์ปัญหา

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับ “ความเข้าใจ” เป็นขั้นตีความและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่จะนำไปสู่การหาคำตอบได้ ซึ่งนักเรียนต้องคิดได้ด้วยตนเอง จึงจะแสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจและแก้โจทย์ปัญหาได้แน่นอน ทักษะที่ต้องใช้ในองค์ประกอบนี้ได้แก่

2.1 ทักษะจับใจความ กล่าวคือ เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถบอกได้ว่าเป็นเรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

2.2 ทักษะตีความ กล่าวคือ เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถแปลข้อความในโจทย์มาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ หรือการหารได้

2.3 ทักษะแปลความ กล่าวคือ สามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่จากประโยคสัญลักษณ์ที่ตีความมาจากโจทย์ปัญหาเก่าได้ในลักษณะเดียวกันอีกหลายโจทย์ปัญหา

3. องค์ประกอบเกี่ยวกับ “การคิดคำนวณ” ขั้นนี้นักเรียนต้องมีทักษะการบวก ลบ คูณ หาร ยกกำลังจำนวนต่างๆ และทักษะการแก้สมการ ได้อย่างรวดเร็วและถูกต้องแม่นยำ

4. องค์ประกอบเกี่ยวกับ “การแสดงวิธีทำ” ในขั้นแสดงวิธีทำ นักเรียนต้องได้รับการฝึกทักษะต่อไปนี้

4.1 ทักษะในการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความได้รัดกุม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้มาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง และสามารถเขียนแสดงวิธีทำได้ทุกบรรทัดอย่างชัดเจน รัดกุม และสื่อความหมายแก่ผู้ตรวจสอบการแสดงวิธีทำนั้นได้

5. องค์ประกอบในการ “ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา” ผู้สอนต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาให้แก่นักเรียนตั้งแต่ง่ายไปหายากคือ เริ่มฝึกตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่าง จึงค่อยฝึกทักษะจากการแปลความ และฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

อรชร ภูบุญเติม (2550: 19 - 20) สรุปองค์ประกอบในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านสติปัญญา ได้แก่

1.1 ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ กฎ ทฤษฎี สูตรต่างๆ

1.2 ความสามารถในการใช้ตัวแทน เช่น การวาดรูป การกำหนดสัญลักษณ์ การสร้างตาราง กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

1.3 ความสามารถในการวางแผน หาความสัมพันธ์ การจัดลำดับ การหาแบบรูป หรือข้อสรุป

1.4 ความสามารถพื้นฐานในการคิดคำนวณ เช่น การบวก ลบ คูณ หาร ซึ่งถือเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบด้านความรู้สึกและเจตคติต่อการแก้ปัญหา ได้แก่

2.1 ความต้องการ ความสนใจในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหาว่าท้าทายหรือสามารถเร้าความสนใจของผู้แก้ปัญหานั้นมากน้อยเพียงใดและมีความเกี่ยวข้องกับผู้แก้ปัญหาหรือไม่ เป็นต้น

2.2 ความมั่นใจ ความวิตกกังวล ความพากเพียรและความอดทนในการแก้ปัญหา

3. ด้านสิ่งแวดล้อม ได้แก่

3.1 บรรยากาศในการเรียนการสอน เช่น ครูผู้สอน รูปแบบการสอน (ให้แก้ปัญหาคนเดียวหรือหลายคน) เทคนิคหรือวิธีการสอนของครู การใช้สื่อ สภาพห้องเรียน เป็นต้น

3.2 เพื่อนร่วมชั้นหรือบุคคลใกล้ชิด

3.3 ระยะเวลาและความต่อเนื่องในการแก้ปัญหา

โดยสรุปแล้ว ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน สามารถแบ่งได้เป็น 2 ปัจจัยหลักคือ ปัจจัยด้านตัวนักเรียนเองและปัจจัยจากภายนอก โดยปัจจัยด้านตัวนักเรียนเองประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนที่เป็นพุทธิพิสัย เช่น ระดับสติปัญญา ทักษะและความสามารถทางคณิตศาสตร์ ระบบการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน เป็นต้น และส่วนที่เป็นจิตพิสัย เช่น เจตคติ ค่านิยม อารมณ์ และความรู้สึกที่มีต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน สำหรับปัจจัยจากภายนอก หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวนักเรียนในขณะแก้ปัญหา เช่น สภาพห้องเรียนและโรงเรียน สภาพบรรยากาศขณะแก้ปัญหา เพื่อนร่วมชั้นหรือบุคคลใกล้ชิด ตลอดจนระยะเวลาในการแก้ปัญหาที่ถูกกำหนดไว้ และแรงกระตุ้นจากสิ่งต่างๆ รอบตัว

1.2.3 ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

Polya (1973: xvi - xvii, 5 - 16; อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537: 12 - 16; อ้างถึงใน ชมนาด สืบศรี, 2533: 28) นักการศึกษาคณิตศาสตร์คนสำคัญที่คิดรูปแบบของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้รับความนิยมและนำไปใช้กันอย่างกว้างขวาง ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาหลัก 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem)

ขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจคำ วลีหรือประโยคต่างๆ ในตัวปัญหาก่อน โดยจะถือว่านักเรียนมีความเข้าใจปัญหาก็ต่อเมื่อสามารถแยกระบุส่วนสำคัญของปัญหาแต่ละส่วนได้ ซึ่งเกิดจากการพยามยามตั้งคำถามและตอบคำถามให้ได้ว่าโจทย์ต้องการค้นหาสิ่งใด อะไรคือข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไขของปัญหา เงื่อนไขเหล่านั้นจะสามารถนำไปสู่สิ่งที่ต้องการค้นหาได้หรือไม่ หรือเงื่อนไขเหล่านั้นเพียงพอสำหรับใช้แก้ปัญหาแล้วหรือยัง และข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันอย่างไร สิ่งเหล่านี้สามารถสังเกตได้จากการสรุปปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเอง อย่างไรก็ตามหากนักเรียนยังไม่เข้าใจปัญหาอย่างชัดเจน อาจใช้การวาดรูปหรือเขียนแผนภูมิช่วยทำความเข้าใจปัญหาเพิ่มขึ้นได้การแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขของปัญหาออกเป็นส่วนๆ เช่นนี้ จะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

นอกจากนี้ Fendel (1987: 423 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537: 12 - 13) ได้แบ่งขั้นทำความเข้าใจปัญหาของ Polya ออกเป็น 2 ขั้นตอนย่อยคือ ขั้นตอนแรก เป็นการมองที่สาระของตัวปัญหาและคัดเลือกข้อมูลจากปัญหา โดยการพยายามตอบคำถามที่กล่าวมาแล้วข้างต้น และตรวจสอบว่ามีคำศัพท์เฉพาะ บทนิยาม ความคิดรวบยอด กฎ สูตร ทฤษฎีที่ต้องการคำอธิบายเพิ่มเติมหรือไม่ เพื่อจะช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาให้ชัดเจนมากขึ้น ส่วนขั้นตอนย่อยที่สองเป็นการมองไปที่ธรรมชาติหรือประเภทของคำตอบของปัญหาว่าจะอยู่ในรูปแบบใด หรือรูปแบบของคำตอบที่ปัญหาต้องการนั้นเป็นอย่างไร ทั้งนี้แม้ผู้เรียนจะไม่สามารถตอบคำถามดังกล่าวได้ทั้งหมดในตอนแรก แต่คำถามเหล่านั้นก็ควรเกิดขึ้นในตัวผู้เรียนเมื่อเริ่มต้นแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 คิดวางแผนเพื่อแก้ปัญหา (Devising a plan)

ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนจะพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหาผนวกเข้ากับประสบการณ์เดิมในการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนมีอยู่ แล้วกำหนดเป็นวิธีการและกลยุทธ์ที่จะใช้แก้ปัญหา จึงกล่าวได้ว่าขั้นตอนนี้เป็นขั้นที่ยากที่สุดในกระบวนการแก้ปัญหา

สำหรับขั้นตอนนี้จะเป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา หากยังไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ทันที ผู้เรียนต้องรู้จักพิจารณาปัญหาข้างเคียงหรือปัญหาที่เคยพบมาก่อนเพื่อประกอบการวางแผน โดยการพิจารณาว่าเคยพบปัญหานั้นหรือปัญหาที่มีรูปแบบเดียวกันมาก่อนหรือไม่ ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้องหรือทฤษฎีที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ หากเป็นปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือเป็นปัญหาที่มีลักษณะโครงสร้างคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยพบมาแล้ว จะสามารถใช้วิธีการใดเพิ่มเพื่อแก้ปัญหาได้หรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทั้งหมด ให้พยายามแก้ปัญหาบางส่วนก่อนแล้วจึงพิจารณาต่อว่าปัญหานั้นเป็นปัญหาทั่วๆ ไปหรือเป็นปัญหาที่มีรูปแบบพิเศษ ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไขทั้งหมดแล้วหรือยัง ได้แจกแจงสิ่งที่เป็นสาระประโยชน์เพื่อพาดพิงไปยังตัวปัญหาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carry out the plan)

ขั้นตอนนี้เป็นการลงมือดำเนินการแก้ปัญหาตามยุทธวิธีที่เลือกไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ผู้เรียนต้องประมวลความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เข้าด้วยกันเพื่อแก้ปัญหา โดยสามารถให้เหตุผลและข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จตามแผนการที่วางไว้ จะต้องค้นหาสาเหตุและใช้ประโยชน์จากประสบการณ์ในครั้งก่อนๆ เพื่อจุดประกายความคิดในการหากลยุทธ์เพื่อ

แก้ปัญหาครั้งใหม่ ดังนั้นผู้เรียนต้องมีการทบทวนความคิดขณะลงมือทำแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาอยู่เสมอ เพื่อตรวจสอบว่าขั้นตอนแต่ละขั้นมีความถูกต้องเหมาะสมแล้วหรือไม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบการดำเนินการ (Looking back)

ขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาเป็นการทบทวนผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการว่าถูกต้องสมบูรณ์หรือไม่ โดยการพิจารณาเหตุผลหรือข้อโต้แย้งต่างๆ ว่า มีความน่าเชื่อถือหรือไม่ ตลอดจนพิจารณาว่าสามารถใช้วิธีการนั้นในการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้หรือไม่

Suydam (1980: 38 - 39) ได้รวบรวมแนวคิดของกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาหลายๆ ท่าน แล้วสรุปเป็นกระบวนการแก้ปัญหาทั่วไปไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา โดยการตระหนักรู้ถึงสถานการณ์ของปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร ได้แก่

1) แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนประกอบย่อย แจกแจงข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
2) ระลึกถึงข้อมูลที่เป็นสารสนเทศของปัญหา และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ
3) ตั้งสมมติฐานหรือแนวคิดว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ได้แก่

1) แปลงประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างตัวแทนของสถานการณ์ของปัญหา
2) วิเคราะห์สถานการณ์ออกเป็นปัญหาย่อยเพื่อหาคำตอบโดยการแก้ปัญหาย่อยเหล่านั้น
3) คำนวณหาผลลัพธ์ออกมา

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและผลลัพธ์ที่ได้มา ได้แก่

1) ย้อนตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้มากับตัวปัญหา
2) ทบทวนผลลัพธ์ที่ได้มาว่ามีความถูกต้องหรือไม่
3) ค้นคว้าหากลวิธีในการแก้ปัญหาวิธีใหม่ต่อไป

Bransford และ Stien (1984 อ้างถึงใน Nitko และ Brookhart, 2007: 217) เสนอทักษะพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรือกระบวนการทั่วไปที่ใช้แก้ปัญหาจำนวน 5 ขั้นตอน และเรียกกระบวนการนี้ว่า “นักแก้ปัญหาใน*อุดมคติ*” (IDEAL problem solver) ซึ่งประกอบด้วย

ขั้นที่ 1: I - “Identify the problem” การพิจารณาปัญหา

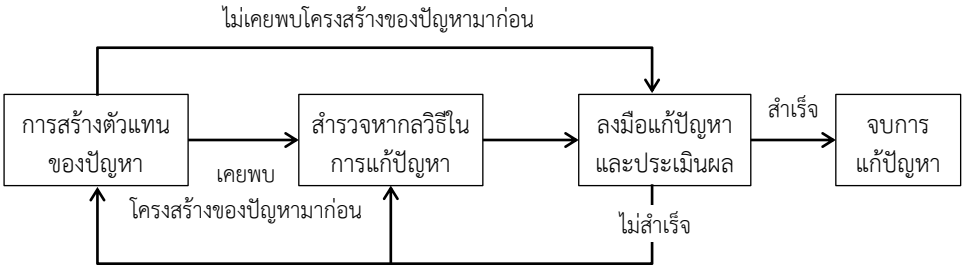
ขั้นที่ 2: D - “Define and represent the problem”
การกำหนดลักษณะของปัญหาและการสร้างตัวแทนของปัญหา

ขั้นที่ 3: E - “Explore possible strategies”
การสำรวจกลยุทธ์ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4: A - “Act on the strategies”
การดำเนินการแก้ปัญหาตามกลยุทธ์ที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 5: L - “Look back and evaluate the effects of your activities”
การตรวจสอบและประเมินผลการแก้ปัญหา

Gick (1986: 101 อ้างถึงใน Reed, 2009: 37 - 38; อ้างถึงใน Nitko และ Brookhart, 2007: 216 - 217; อ้างถึงใน ทองหล่อ วงษ์อินทร์, 2536: 36; อ้างถึงใน สมบัติ โพธิ์ทอง, 2539: 17 - 18; อ้างถึงใน วราพร ขาวสุทธิ์, 2542: 19 - 20) เสนอกระบวนการคิดแก้ปัญหาตามทฤษฎีการประมวลผลข้อมูลดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Gick

การแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Gick ที่นำมาใช้ในทางคณิตศาสตร์ จะเน้นกระบวนการที่สำคัญ 2 ประการ คือ

1) การสร้างตัวแทนของปัญหา โดยผู้แก้ปัญหาพยายามทำความเข้าใจปัญหา เชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิมที่มีอยู่และสร้างเป็นตัวแทนของปัญหาในรูปแบบต่างๆ

2) กระบวนการแก้ปัญหา เป็นการค้นหาขอบข่ายของปัญหา ซึ่งเป็นการใช้ความเข้าใจรวมไปถึงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้ในปัญหานั้น และสร้างรูปแบบในการแก้ปัญหาขึ้น

จากแผนภูมินี้อธิบายได้ว่า กระบวนการคิดแก้ปัญหาจะเริ่มจากการสร้างตัวแทนของปัญหา (Construct representation) เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ในกรณีที่ผู้แก้ปัญหาเคยพบโครงสร้างปัญหาที่เคยแก้มาก่อน (Schema activated) ผู้แก้ปัญหาจะดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีที่เคยใช้มา (Try solution) และทำการประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluate) จนได้คำตอบ หากผู้แก้ปัญหายังไม่ได้คำตอบตามที่ปัญหาต้องการ จำเป็นต้องมองย้อนกลับไปพิจารณาที่วิธีการและตัวแทนของปัญหาอีกครั้งหนึ่งว่ามีข้อบกพร่องส่วนไหน เพื่อที่จะได้แก้ไขให้ถูกต้องต่อไป การแก้ปัญหาก็จะถือว่าประสบความสำเร็จ ในทางกลับกันถ้าผู้แก้ปัญหาไม่เคยพบโครงสร้างของปัญหาเช่นนี้มาก่อน (No schema activated) หลังจากสร้างตัวแทนของปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวิธีการ (Search for a solution) เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาก่อน แล้วจึงค่อยดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่เลือกไว้ ตลอดจนประเมินผลการแก้ปัญหาเช่นเดียวกับที่กล่าวไปแล้วข้างต้นในลำดับต่อไป

ดังนั้นกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Gick จึงสามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างตัวแทนปัญหา อาจใช้การสร้างสัญลักษณ์ วาดรูป ทำแผนผัง หรือแผนภูมิ เพื่อทำให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 การคิดวิธีการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมวิธีการต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบ รวมไปถึงการวางแผนและจัดลำดับขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การลงมือแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติตามแผนและขั้นตอนที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ว่ามุ่งไปสู่คำตอบหรือเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่ อาจทบทวนวิธีการคิดตั้งแต่ต้นใหม่ว่าผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใด เพื่อจะได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาให้บรรลุเป้าหมาย

Beyer (1987: 192 – 196 อ้างถึงใน จรุง ขำพงศ์, 2542: 18 - 20) ได้ศึกษากลวิธีเมตา-คอดนิชัน (Metacognition) ในการแก้ปัญหา และได้แบ่งกลวิธีเมตาคอคนิชันในการแก้ปัญหาออกเป็น 3 ขั้นตอนย่อยดังนี้

ขั้นที่ 1 วางแผนการแก้ปัญหา (Planning) เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา กับประสบการณ์เดิมของผู้แก้โจทย์ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนที่ทำการแก้โจทย์ปัญหาต่อไป ซึ่งประกอบด้วย

1.1 กำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาโจทย์ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หาส่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลจำเป็นในการแก้ปัญหา

1.2 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่เหมาะสมที่สุด

1.3 เรียงลำดับวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการนำวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกมาลำดับเป็นขั้นตอนย่อยๆ ทำให้สะดวกต่อการแก้ปัญหาและตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.4 คาดเดาอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้ เป็นการคาดการณ์ถึงสิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้

1.5 คาดเดาวิธีการที่จะสามารถแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.6 ประมาณหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการคาดคะเนคำตอบที่ต้องการโดยการวิเคราะห์ข้อมูล หรือเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 2 กำกับการแก้ปัญหา (Monotoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาไปพร้อมๆ กับการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1 กำกับเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการกำกับถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการขณะทำการแก้ปัญหา

2.2 กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการแก้ปัญหา โดยการกำกับถึงสิ่งต่อไปนี้

2.2.1 รู้ว่าแก้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้สำเร็จ

2.2.2 ตัดสินใจไปสู่วิธีการหรือขั้นตอนต่อไป

2.2.3 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม

2.2.4 รู้ข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

2.2.5 รู้วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

ขั้นที่ 3 ประเมินการแก้ปัญหา (Assessment) เป็นการมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด โดยประกอบด้วย

3.1 ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้แก้ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาสามารถบรรลุเป้าหมายของการแก้ปัญหานั้นๆ ตามที่ได้ตั้งไว้หรือไม่

3.2 พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยวิธีการใดหรือขั้นตอนใด เพื่อทำให้เกิดความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง

3.3 ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ เป็นการมองย้อนกลับไปที่วิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นในขณะแก้ปัญหาแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไป

3.4 ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด เป็นการอภิปรายถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะแก้ปัญหาแล้ววิเคราะห์หาสาเหตุและแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นจริง เพื่อเป็นการลดปัญหาและอุปสรรคที่อาจจะเกิดขึ้นในครั้งต่อไป

3.5 พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จ เป็นการพิจารณาถึงวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ทำให้การแก้ปัญหามีความถูกต้องแน่นอนนั้นประสบความสำเร็จได้ดีเพียงใด

Krulik (1987: 45 - 46 อ้างถึงใน ทองหล่อ วงษ์อินทร์, 2536: 37 - 38) ได้เสนอวิธีการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีแก้ปัญหาแบบตรงจุด (Heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การอ่านโจทย์ (Read) ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหา การทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ถามอะไร และบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

ขั้นที่ 2 การสำรวจรายละเอียดของปัญหา (Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูปหรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง

ขั้นที่ 3 การเลือกวิธี (Select a strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบการทำงานย้อนกลับ การคาดคะเนและการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์หรือการทดลอง การเขียนโครงสร้างในการจัดระบบหรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอนุมานทางตรรกศาสตร์ และการแบ่งปัญหาออกเป็นตอนๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 การลงมือแก้ปัญหา (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะการคำนวณ การใช้ทักษะทางเรขาคณิต การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

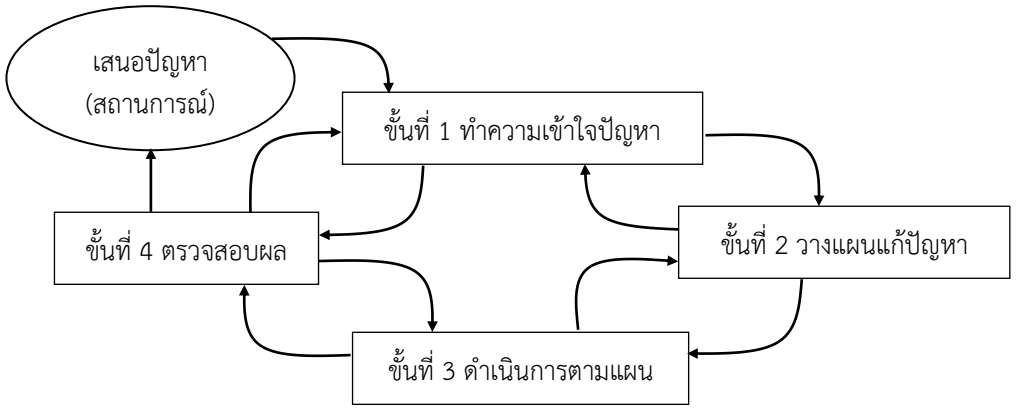
ขั้นที่ 5 การพิจารณาคำตอบและการขยายผล (Review and extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า...แล้ว (if...then) และการอภิปรายการแก้ปัญหา

Klausmeier และ Ripple (1971) เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตระหนักถึงปัญหา
ขั้นที่ 2 พิจารณาถึงความต้องการของโจทย์ไปสู่วิธีการต่างๆ การแก้ปัญหา และมิติของปัญหาตามลำดับ
ขั้นที่ 3 การระลึกถึงความรู้ ข้อมูลที่มีอยู่ และวิธีการในการแก้ปัญหา
ขั้นที่ 4 ประยุกต์หลักการและวิธีการที่ตัวเองรู้
ขั้นที่ 5 พิจารณาความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหาหลายวิธี และคาดคะเนแต่ละวิธี
ขั้นที่ 6 ประเมินคุณภาพของวิธีที่ยอมรับมาใช้
ขั้นที่ 7 นำวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

Wilson และคณะ (อ้างถึงใน กระทรวงศึกษาธิการ, สสวท., 2551: 10 - 12; อ้างถึงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551: 39 - 41) เสนอแนะว่ากระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่เป็นขั้นๆ ในลักษณะของแนวตรงนั้น ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง และขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง ซึ่งมีข้อบกพร่องได้แก่ (1) ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวเส้นตรงเสมอ (2) การแก้ปัญหาเป็นชุดของขั้นตอน (3) ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่จำต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำๆ (4) เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องดังกล่าว Wilson และคณะจึงได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya และเสนอกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (Dynamic) ซึ่งมีลำดับไม่ตายตัวและสามารถวนไปมาได้ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 3 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Wilson และคณะ

จากกรอบความคิดตามแผนภาพ สามารถอธิบายได้ดังนี้

เมื่อนำเสนอปัญหาต่อนักเรียน นักเรียนจะคิดและหาวิธีทำความเข้าใจกับปัญหา สร้างแนวคิด วางแผนกำหนดวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการในส่วนนี้จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหาดีขึ้นและอาจมีการปรับปรุงแผนการใหม่ เมื่อวางแผนเสร็จเรียบร้อยแล้วนักเรียนต้องตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน แจกแจงรายละเอียดและลงมือปฏิบัติตามแผน หากพบว่าไม่สามารถทำตามแผนได้ นักเรียนจะย้อนกลับไปพยายามสร้างแผนใหม่ หรืออาจต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่ และเมื่อลงมือปฏิบัติดำเนินการตามแผนจนได้คำตอบที่คิดว่าเป็นสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้ว นักเรียนจะย้อนกลับไปพิจารณาว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ ที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น นอกจากนี้การตรวจสอบย้อนกลับยังรวมถึงการพิจารณาหาคำตอบของปัญหาใหม่ด้วยวิธีการหรือกลยุทธการแก้ปัญหาแบบอื่น ซึ่งจะต้องวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาใหม่ ด้วยเหตุนี้การที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาหนึ่งด้วยวิธีการหลายอย่างหรือใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย จึงทำให้ได้มีโอกาสเปรียบเทียบวิธีการและปรับปรุงการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น เพราะวิธีการแต่ละอย่างอาจนำสาระของคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันมาใช้แก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนมองเห็นความเชื่อมโยงของสาระคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

Maccini (1998 อ้างถึงใน ปาจรีย์ เยาคำ, 2552: 24 - 25) ได้พัฒนาการสอนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยการใช้กลวิธี STAR (STAR strategy steps) ซึ่งเป็นกลวิธีการสอนอย่างหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนสามารถจำขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยจำอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น ซึ่งกลวิธีนี้ได้แนะนำให้นักเรียนแก้ปัญหาตามขั้นตอน 4 ขั้นได้แก่

ขั้นที่ 1: S (Search the word problem) ศึกษาโจทย์ปัญหา ได้แก่

1.1 อ่านโจทย์อย่างละเอียด

1.2 ถามตัวเองว่า ทราบข้อมูลอะไรจากโจทย์บ้างและโจทย์ต้องการให้หาอะไร

1.3 เขียนข้อมูลดังกล่าวลงไป

ขั้นที่ 2: T (Transition the problem) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจเลือกใช้สื่อการเรียนรู้หรือสัญลักษณ์ช่วยในการแปลงข้อมูลดังนี้

2.1 สื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C)

- ใช้วัตถุจริงหรือสื่อการเรียนรู้เสมือนจริง

2.2 สื่อการเรียนรู้ที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S)

- วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

2.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A)

- หานัยทั่วไป นำเสนอในรูปนิพจน์ทางพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3: A (Answer the problem) หาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4: R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

4.1 ทบทวนโจทย์ปัญหาอีกครั้ง

4.2 ถามตัวเองว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่

4.3 ตรวจสอบคำตอบอีกครั้ง

The Integrated Mathematics Science and Technology หรือ IMaST (2007, จากเว็บไซต์ของ Center for Mathematics, Science, and Technology, Illinois State University; อ้างถึงใน นวลทิพย์ นวพันธุ์, 2552: 98 – 99; อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553: 42 - 43) เสนอกระบวนการแก้ปัญหาใหม่ที่เรียกว่า DAPIC ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์เข้าด้วยกัน โดย DAPIC เป็นชื่อที่เกิดจากการนำตัวอักษาตัวแรกขององค์ประกอบในกระบวนการแก้ปัญหามาเรียงต่อกัน อันได้แก่

1. D – Define: ระบุลักษณะของปัญหา

นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาให้ถ่องแท้ โดยการตั้งคำถามเพื่อระบุองค์ประกอบของปัญหา สิ่งที่ปัญหาต้องการหรือคำถามของปัญหา รวมถึงการรวบรวมข้อมูลในเบื้องต้น การเรียนรู้คำศัพท์หรือข้อเท็จจริงบางประการที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ความยากหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นในปัญหา ตลอดจนข้อจำกัดของปัญหาที่ต้องคำนึงอย่างเฉพาะเจาะจง ทั้งนี้นักเรียนแต่ละคนจะกำหนดลักษณะของปัญหาที่แตกต่างกันออกไปตามความเข้าใจและประสบการณ์ของนักเรียน

2. A – Assess: ประเมินสภาพปัญหา

หลังจากรวบรวมข้อมูลในเบื้องต้นเรียบร้อยแล้ว นักเรียนต้องพิจารณาหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือคัดเลือกข้อมูลที่จะช่วยในการหาคำตอบ ซึ่งรวมถึงการพิจารณาข้อมูลหรือคำตอบที่ผ่านมาด้วยว่าประสบความสำเร็จหรือล้มเหลวอย่างไร แล้วจึงบูรณาการข้อมูลที่เกี่ยวข้องเหล่านั้นเข้ากับเงื่อนไขต่างๆ ของปัญหา เพื่อประเมินสภาพปัญหา และตั้งสมมติฐานที่จะนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมต่อไป

3. P – Plan: วางแผนแก้ปัญหา

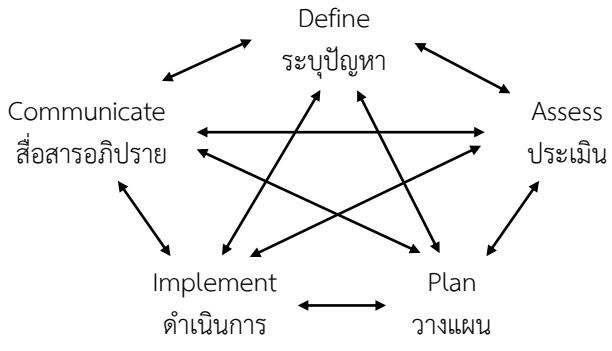
ในขั้นนี้เป็นการมองหากลวิธีการแก้ปัญหาแนวทางต่างๆ ที่เป็นไปได้ เพื่อวิเคราะห์หากลวิธีที่เหมาะสมซึ่งทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด

4. I – Implement: ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

นักเรียนนำแผนการที่วางไว้ไปปฏิบัติ โดยนักเรียนอาจดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้สำเร็จตามต้องการหรืออาจมีการปรับแผนให้ดีขึ้นไปด้วยพร้อมกัน

5. C – Communicate: สื่อสารและอภิปรายร่วมกัน

นักเรียนนำผลที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหาแล้วมาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสารอภิปรายร่วมกัน รวมถึงการทำนายผลกระทบที่อาจเกิดขึ้น และการมองหาปัญหาใหม่ที่ต้องแก้ต่อไป



ภาพที่ 4 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

ทั้งนี้กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ไม่ได้กำหนดไว้ว่าต้องเริ่มแก้ปัญหาที่จุดไหน ต้องใช้องค์ประกอบใดบ้าง หรือต้องแก้ปัญหาเป็นไปตามลำดับแต่อย่างใด แต่ขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาเป็นผู้พิจารณาเองตามลักษณะของปัญหาและประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่ากระบวนการแก้ปัญหา DAPIC เป็นกระบวนการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear) สามารถยืดหยุ่นได้

สุพัตรา ผาติวิสันติ์ (2534: 20) สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ปัญหา เป็นการทำความเข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โจทย์ถามอะไร เงื่อนไขในโจทย์หมายความว่าอย่างไร และอะไรคือสิ่งที่ต้องใช้ประกอบการแก้ปัญหานั้น
2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นการมองความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้แล้วค้นหาวิธีการที่จะแก้ปัญหานั้น โดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่และความรู้ที่เรียนมาประกอบกัน
3. การหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นการลงมือทำตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องโดยอาศัยการคำนวณที่เหมาะสม และคำตอบที่ได้ต้องมีการทดสอบโดยการแทนค่าในโจทย์แล้วว่าถูกต้อง

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2536: 43 - 45) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิดแก้ปัญหา และสรุปกระบวนการแก้ปัญหาตามกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหาจากโจทย์ ได้แก่
- 1.1 การบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้
- 1.2 การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา
- 1.3 การบอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
- 1.4 การระบุคำที่ยากต่อการเข้าใจ

ขั้นที่ 2 การสร้างตัวแทนปัญหา ได้แก่
- 2.1 การวาดรูป แสดงข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนด
- 2.2 การสร้างแผนภูมิหรือแผนภาพ
- 2.3 การเขียนสัญลักษณ์ต่างๆ แทนข้อความในโจทย์
- 2.4 การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
- 2.5 การจัดระบบข้อมูลใหม่

ขั้นที่ 3 การวางแผนในการแก้ปัญหา ได้แก่
- 3.1 การระบุเงื่อนไขจากโจทย์
- 3.2 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา
- 3.3 การเลือกขั้นตอนในการทำงาน
- 3.4 การจัดลำดับขั้นตอน
- 3.5 การประมาณค่าคำตอบ
- 3.6 การระบุว่าปัญหาเกี่ยวกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด

ขั้นที่ 4 การลงมือแก้ปัญหา ได้แก่
- 4.1 การดำเนินการตามแผนที่กำหนดไว้

4.2 การใช้ทักษะด้านพีชคณิตและเรขาคณิต

4.3 การระบุเหตุผลในการคำนวณ

4.4 การระบุความถูกต้องในการคำนวณ

4.5 การใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ

ขั้นที่ 5 การตรวจสอบการแก้ปัญหา ได้แก่

5.1 การตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา

5.2 การทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากการคิดคำนวณ

5.3 การตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่

5.4 การตรวจสอบความถูกต้องของค่าคำตอบ

5.5 การทบทวนคำตอบจากการประมาณค่า

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 114) ได้ทบทวนแนวคิดจากทฤษฎีต่างๆ พบว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการทางปัญญาเป็นพื้นฐาน จะพบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการภายในของการแก้ปัญหาอยู่ 4 ขั้น ได้แก่

ขั้นที่ 1 ความสามารถพื้นฐาน (Intellectual skills) เป็นขั้นที่มีกฎเกณฑ์ มีความคิดรวบยอดไว้ล่วงหน้า ถ้าไม่มีแล้วนักเรียนจะเรียนรู้ต่อไปในเรื่องนั้นๆ ไม่ได้

ขั้นที่ 2 เห็นแนวทางแก้ปัญหา (Problem schemata) เป็นการให้ความรู้สอดคล้องกับโครงสร้างการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ว่า นักเรียนจะต้องสามารถรู้กฎหรือแนวดำเนินการคณิตศาสตร์ซึ่งจะมีวิธีดำเนินการใหญ่ๆ ในแต่ละข้อ

ขั้นที่ 3 วางแผนดำเนินการ (Planning strategy) คือ การที่นักเรียนรู้วิธีดำเนินการ รู้ว่ามีขั้นตอนดำเนินการอย่างไร ควรทำอะไรก่อนอะไรหลัง

ขั้นที่ 4 สามารถตรวจสอบผล (Validation) เมื่อได้คำตอบแล้วควรจะตรวจสอบได้ว่าถูกหรือผิดอย่างไร

วราพร ขาวสุทธิ์ (2542: 75 - 77) ได้สังเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Gick (1986) และศึกษาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาพบว่า ทักษะย่อยที่จำเป็นในแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างตัวแทนปัญหา ประกอบด้วย

1) ทักษะการทำความเข้าใจปัญหา โดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ เป้าหมายของการแก้ปัญหา ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และบอกคำยากต่อการเข้าใจได้

2) ทักษะการเชื่อมโยงปัญหา โดยการเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิมที่มีอยู่

3) ทักษะการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยสร้างตัวแทนความคิดในรูปแบบต่างๆ คือ ใช้การวาดรูป สร้างแผนภูมิ แผนภาพ แทนสิ่งที่โจทย์กำหนด การเขียนสัญลักษณ์แทนข้อความในโจทย์และการจัดระบบข้อมูลใหม่

ขั้นที่ 2 การคิดวิธีการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

1) ทักษะการระบุเงื่อนไข โดยการระลึกรูปแบบ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ ข้อมูลข้างเคียงและสิ่งที่ต้องการหา แล้วระบุเงื่อนไขที่สอดคล้องกับโจทย์

2) ทักษะการสร้างขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยการเลือกขั้นตอน แบ่งขั้นตอนและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

3) ทักษะเลือกแนวทางการแก้ปัญหา โดยเลือกวิธีการ หลักการที่เป็นไปได้มากที่สุดในการแก้ปัญหา

4) ทักษะการประมาณค่าคำตอบ โดยการตั้งสมมติฐานและคาดคะเนคำตอบ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

1) ทักษะการดำเนินงาน โดยการลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนที่กำหนดไว้

2) ทักษะด้านการคำนวณ โดยคิดคำนวณตามความรู้ กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

3) ทักษะการระบุเหตุผลในการดำเนินการ โดยระบุความถูกต้องในการคำนวณ จากการใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

1) ทักษะการตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยตรวจสอบการดำเนินการแต่ละขั้นตอนว่าตรงกับสิ่งที่ต้องการ

2) ทักษะการทบทวนคำตอบ พิจารณาจากการคิดคำนวณ และการประมาณค่า

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543: 44) สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์มาช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง เป็นต้น

ขั้นที่ 2 แสวงหาความรู้ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ พิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ หายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ อาจมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบผล เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2546: 19) กล่าวไว้ว่า ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของแต่ละทักษะดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

ขั้นที่ 2 สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้

ขั้นที่ 3 ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา

จากแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้างต้นสรุปได้ว่า ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนหลักได้แก่

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

ในขั้นนี้ นักเรียนต้องสามารถแปลข้อความที่เป็นสถานการณ์ในโจทย์ปัญหา เพื่อทำความเข้าใจในเบื้องต้นว่า โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาบ้าง สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร เงื่อนไขหรือข้อบังคับที่โจทย์กำหนดมีหรือไม่ ถ้ามี คืออะไร ในขั้นนี้จึงเป็นขั้นที่นักเรียนต้องสำรวจและคัดเลือกข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และมีความเกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อเตรียมไปสู่การแก้ปัญหาในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 2 การสร้างตัวแทนของปัญหา

เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจปัญหาอย่างถูกต้องแล้ว ต่อมาเป็นการสำรวจรายละเอียดของปัญหาโดยการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดและข้อมูลอื่นที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้แต่มีความจำเป็นต่อการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่สัมพันธ์กันเหล่านั้นมีความเกี่ยวพันกันโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบบใด หรือเป็นขั้นที่นักเรียนมีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลเหล่านั้นมีการจัดโครงสร้างของปัญหาอย่างไร โครงสร้างดังกล่าวนักเรียนเคยพบหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหรือไม่ ในขั้นนี้นักเรียนอาจวาดรูป แผนผัง แผนภาพ หรือสร้างแผนภูมิ ตาราง สมการ เพื่อสร้างตัวแทนของปัญหา และหากนักเรียนยังไม่สามารถจัดโครงสร้างของปัญหาได้ นักเรียนอาจต้องย้อนกลับไปตรวจสอบขั้นที่ 1 ใหม่อีกครั้ง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหาด้วยกลวิธีที่มีประสิทธิภาพ

เป็นการประมวลความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเพื่อหาทางแก้ปัญหาให้สำเร็จลุล่วง หรือเพื่อหาข้อมูลใดๆ ที่สำคัญต่อการแก้ปัญหา อันจะนำไปสู่การหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้ ในขั้นนี้จึงเป็นทั้งการสร้างกลวิธีในการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาตามกลวิธีที่สร้างขึ้น และการทดสอบกลวิธีดังกล่าวว่าสามารถใช้หาคำตอบได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพหรือไม่ หากพบว่ากลวิธีที่ใช้อยู่ไม่มีประสิทธิภาพหรือไม่สามารถบรรลุเป้าหมายได้ นักเรียนอาจต้องย้อนกลับไปตรวจสอบการดำเนินการในขั้นที่ 1 หรือขั้นที่ 2 ใหม่อีกรอบ

1.2.4 กลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

กลวิธีในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละวิธี มีลักษณะของกลวิธี จุดประสงค์การใช้งานและประโยชน์ที่แตกต่างกันออกไป ปัญหาหนึ่งอาจมีวิธีหาคำตอบได้หลายวิธี ขณะที่บางกลวิธีอาจเหมาะสำหรับบางปัญหา ดังนั้นการเรียนรู้เกี่ยวกับกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหารูปแบบต่างๆ จะช่วยให้สามารถนำมาปรับใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น (Thomas, 1991: 203; พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2547: 140) จากการศึกษาพบว่า นักการศึกษาหลายท่านได้รวบรวมกลวิธีสำหรับใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไว้หลายรูปแบบ (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537: 23 - 79; เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม, 2542: 21 - 31; สมศักดิ์ โสภณพินิจ, 2543: 45 - 47; สสวท., 2551: 12 - 42; Charles, Lester, and O'Deffer, 1994 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553: 44 - 45; Kennedy and Tipps, 1991: 121 - 162; Nitko and Brookhart, 2007: 45 - 51) ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and test) หรือ กลวิธีการลองผิดลองถูก (Trial and error) เป็นการเดาคำตอบของปัญหาที่พบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ โดยพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดมาให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิม เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าคำตอบที่ได้ยังไม่ถูกต้อง ก็เดาคำตอบใหม่จนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยอาศัยเหตุผลจากการเดาครั้งที่ผ่านมาเป็นกรอบในการคาดเดาครั้งต่อไป การเดาจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นถ้ามีเทคนิคบางอย่างช่วย เช่น การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อม เป็นต้น ดังนั้นการใช้วิธีนี้นักเรียนจึงควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด วิธีนี้จึงเป็นวิธีที่ผู้เรียนมักใช้กับปัญหาที่สามารถทดสอบคำตอบได้ แม้จะเป็นวิธีที่ไม่แน่นอนว่าจะได้คำตอบเมื่อใด แต่ก็เป็นวิธีหนึ่งที่ผู้เรียนสามารถทำได้อย่างสะดวก

2. กลวิธีค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์นั้นๆ จึงเป็นการหาคำตอบโดยการสังเกตจากตัวอย่างที่ปัญหากำหนดให้ แล้วใช้รูปแบบที่คาดเดาจากการสังเกตนั้นเป็นแนวทางในการคาดเดาคำตอบที่โจทย์ต้องการ ซึ่งคำตอบที่ได้จะถูกยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องก็ต่อเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยันอย่างมีเหตุผลตามหลักคณิตศาสตร์ สำหรับกลวิธีนี้มักใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต หรือปัญหาที่เป็นเรื่องราวบางเรื่องซึ่งอาจมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลขหรือเป็นคู่ลำดับ เป็นต้น

3. การเลือกวิธีการในการคำนวณให้เหมาะ เป็นกลวิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กลวิธีที่สมควรนำมาใช้คือวิธีใดจึงจะได้ผล ควรใช้การคำนวณรูปแบบใด หรือใช้ความรู้ทางสถิติ พีชคณิต กราฟ ฯลฯ อย่างใดมาช่วยในการคำนวณ

4. กลวิธีวาดภาพและเขียนแผนภาพ (Draw a picture or draw a diagram) กลวิธีวาดภาพเป็นการวาดภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ เพื่อทำให้เข้าใจ ความซับซ้อนของปัญหาได้ง่ายขึ้นและเข้าใจบริบทของปัญหาได้มากขึ้น หรือทำให้ปัญหาที่เป็นนามธรรมมีลักษณะเป็นรูปธรรมมากขึ้น ซึ่งจะช่วยเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ ส่วนกลวิธีเขียนแผนภาพ เป็นการเขียนสาระสำคัญเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหา กลวิธีทั้งสองต่างกันที่กลวิธีการเขียนแผนภาพจะไม่แสดงรายละเอียดของข้อมูล โดยจะบอกเพียงสาระสำคัญเท่านั้น

5. กลวิธีสร้างรายการ ตาราง และแผนภูมิ (Make a list, table and chart) เป็นกลวิธีที่จัดระบบหรือค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยการใช้ตารางหรือแผนภูมิ ซึ่งอาจทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้นและอาจทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ยังสามารถใช้กลวิธีการสร้างรายการและตารางเพื่อเสริมการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ต้องมีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ต่างๆ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนไม่หลงลืมหรือสับสนในการแจกแจงกรณีต่างๆ ได้

6. กลวิธีการสร้างโมเดล (Model) เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้การจำลองโมเดลของปัญหา เช่น การใช้สมการหรือกราฟสร้างโมเดล เป็นต้น

7. กลวิธีสร้างสถานการณ์จำลอง (Do a simulation) เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดมาให้ โดยการใช้วัสดุที่มีลักษณะรูปร่างคล้ายกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาจำลองเป็นสถานการณ์

8. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี (Consider all possibilities) เป็นการจัดระบบข้อมูลโดยแยกเป็นกรณีๆ ที่สามารถเกิดขึ้นได้ทั้งหมด จึงเป็นการหาคำตอบที่มีสาเหตุของคำตอบมาจากกรณีย่อยๆ หลายกรณี โดยการพิจารณาคำตอบจากทุกกรณีร่วมกันเพื่อใช้เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดตามที่โจทย์ต้องการ ซึ่งนักเรียนอาจขจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อนแล้วค่อยพิจารณากรณีที่เหลืออยู่ อย่างไรก็ตามถ้านักเรียนไม่มีระบบการแจกแจงที่เหมาะสม กลวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพในการใช้หาคำตอบ ดังนั้นปัญหาที่ใช้กลวิธีนี้ได้ดีจึงควรเป็นปัญหาที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอนด้วย

9. กลวิธีการแบ่งเป็นปัญหาย่อย (Simplify or break into part) เป็นการแบ่งปัญหาที่ใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเป็นส่วนๆ เพื่อลดระดับความซับซ้อนของปัญหาและช่วยให้ปัญหาอยู่ในลักษณะที่คุ้นเคยต่อการแก้ปัญหาหรือง่ายต่อการแก้ปัญหามากขึ้น แล้วจึงนำผลจากการแก้ปัญหาย่อยๆ นั้นไปตอบปัญหาที่โจทย์ต้องการต่อไป

10. กลวิธีสร้างปัญหาขึ้นใหม่หรือกลวิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a familiar and simpler problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ให้มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิมแต่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือเป็นการเปลี่ยนข้อมูลของปัญหาให้อยู่ในรูปที่ไม่ซับซ้อนและมีลักษณะที่คุ้นเคยต่อการแก้ปัญหามาก่อนแต่ยังคงรูปแบบของโครงสร้างปัญหาเดิมอยู่ เช่น การเปลี่ยนให้จำนวนมีความซับซ้อนน้อยลงแต่เป็นโจทย์ปัญหาลักษณะเดียวกัน เป็นต้น แล้วนำวิธีการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นใหม่นี้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาเดิม

11. กลวิธีใช้ตัวแปรและการเขียนสมการ/อสมการ (Use a variable) กลวิธีใช้ตัวแปรเป็นการกำหนดตัวแปรแทนตัวที่ไม่ทราบค่าหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการ แล้วหาค่าของตัวแปรนั้น ซึ่งกลวิธีนี้คล้ายคลึงกับกลวิธีเขียนสมการที่เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรกับข้อมูลที่กำหนดให้ในรูปของสมการหรืออสมการ

12. กลวิธีใช้สูตรที่เหมาะสม (Look for a formula) ปัญหาบางปัญหาสามารถใช้สูตรในการแก้ปัญหาได้ ฉะนั้นในการแก้ปัญหาต้องพิจารณาหรือวิเคราะห์ปัญหาก่อนว่า สูตรใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ เป็นกลวิธีที่หาคำตอบโดยการใช้สูตรที่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการหาคำตอบ

13. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง (Use direct reasoning) เป็นการหาคำตอบโดยใช้ข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้เป็นเหตุผลในการหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ส่วนใหญ่การใช้กลวิธีนี้มักพบอยู่ตลอดเวลาและมักใช้ร่วมกับกลวิธีการแก้ปัญหาอื่นๆ

14. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางอ้อม (Use indirect reasoning) เป็นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้การพิสูจน์ ซึ่งจะเปลี่ยนการหาคำตอบเป็นการหาเหตุผลมาแสดงว่า คำตอบที่โจทย์กำหนดให้เป็นจริง โดยการแสดงให้เห็นว่าคำตอบเดียวกันเมื่อมีทิศทางตรงกันข้ามจะไม่เป็นจริง ส่วนมากกลวิธีนี้จะใช้ในการพิสูจน์และมักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากต่อการแก้ปัญหาโดยตรง

15. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ (Logical reasoning) เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์หรือหลักการที่เป็นเหตุเป็นผล

และไม่เกิดข้อขัดแย้งมาช่วย ซึ่งส่วนใหญ่เป็นปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ แต่ต้องใช้เหตุผลในการคิด เช่น การเปรียบเทียบปริมาตรของภาชนะ การเรียงลำดับขั้นตอนการทำงาน เป็นต้น โดยการแก้ปัญหาบางปัญหาเราอาจใช้กลวิธีนี้ร่วมกับกลวิธีการคาดเดาและตรวจสอบ หรือกลวิธีการเขียนภาพและแผนภาพ

16. กลวิธีการทำย้อนกลับ (Work backward) เป็นการแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นพิจารณาจากผลลัพธ์หรือเหตุการณ์สุดท้ายที่โจทย์กำหนดให้ แล้วมองย้อนกลับไปหาข้อมูลหรือวิธีการแก้ปัญหาก่อนหน้า เพื่อตัดสินว่าจะต้องใช้ข้อมูลหรือดำเนินการอะไรก่อน และเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการต่อไป

17. กลวิธีเปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหาหรือการเปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your point of view) เป็นการแก้ปัญหาไปทีละตอนหรือทีละส่วนจนได้คำตอบที่โจทย์ปัญหาถามแทนการมุ่งไปสิ่งที่โจทย์ถามอย่างเดียว ซึ่งอาจทำให้ไม่สามารถหาวิธีการหรือคำตอบได้ แต่ถ้าเปลี่ยนจุดมุ่งหมายไปหาคำตอบจากส่วนย่อย ๆ ของโจทย์ปัญหาแทนอาจสามารถหาคำตอบได้ กล่าวคือในแต่ละช่วงของการแก้ปัญหาอาจมีการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือจากที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น กลวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยกลวิธีอื่นไม่ได้แล้ว

1.2.5 ข้อบกพร่องและสาเหตุของข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

Movshovitz-Hadar และคณะ (1987 อ้างถึงใน ทัศนาพร คลังแก้ว, 2531: 27 - 31) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยศึกษาตามแนวคิดของ Radatz (1979) เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนในวิชาพีชคณิต และจัดกลุ่มของข้อบกพร่องสรุปไว้ 6 ด้านได้แก่

1. การใช้ข้อมูลผิด (Misused data)

หมายถึง ข้อบกพร่องจากการที่นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์ให้มาไปใช้ผิด ซึ่งการนำข้อมูลมาใช้ผิดนี้จะอยู่ในวิธีทำของนักเรียน อาจจะอยู่ในตอนเริ่มต้น ขณะนำข้อมูลมาแก้ปัญหาหรือในภายหลังจากที่ได้นำข้อมูลมาแก้ปัญหาแล้ว

ลักษณะที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการใช้ข้อมูลผิดคือ นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา และใช้ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาทดแทน ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง ต้องการในสิ่งที่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้หน่วยผิด ลอกโจทย์ผิด

2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (Misinterpreted language)

หมายถึง การตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง การไม่เข้าใจในความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เขียนและอ่านกราฟไม่ถูกต้อง

3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically invalid inference)

หมายถึง ความบกพร่องในการหาค่าความจริงของประพจน์ภายใต้เงื่อนไข ถ้า...แล้ว... สรุปการให้เหตุผลภายใต้เงื่อนไข ถ้า...แล้ว... ไม่ถูกต้อง ใช้วิธีบอกปริมาณในตำแหน่งไม่ถูกต้อง การอ้างหลักตรรกศาสตร์ที่ข้ามขั้นตอน

4. การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (Distorted theorem or definition)

หมายถึง การประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ใช้กฎไม่ถูกต้อง การจำสูตรผิด นักเรียนประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข

5. การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified solution)

ลักษณะที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในด้านนี้คือ ในแต่ละขั้นตอนที่นักเรียนทำมาจะถูกต้องหมด แต่จะผิดตรงคำตอบไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ต้องการ ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนไม่ได้มีการตรวจสอบในระหว่างที่ทำ

6. ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ (Technical error)

หมายถึง ความบกพร่องในการคิดคำนวณ บกพร่องในการใช้ข้อมูลจากตาราง บกพร่องในการใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตเบื้องต้น การใส่เครื่องหมายหน่วยผิด

อัมพร ม้าคนอง (2536: 23 - 24) ได้สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกเป็น 3 ด้านดังนี้

1. ด้านการตีความจากโจทย์ มีส่วนประกอบของข้อผิดพลาดดังนี้
   1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
   1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด
2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ มีส่วนประกอบของข้อผิดพลาดดังนี้
   2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ผิด
   2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
   2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสมมาใช้
   2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง
3. ด้านการคิดคำนวณ มีส่วนประกอบของข้อผิดพลาดดังนี้
   3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น
   3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการ และอสมการ
   3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ
   3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ
   3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543: 41 - 52) ได้สรุปข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้จากศึกษาของนักการศึกษาหลายท่าน ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 8 ประเภทใหญ่คือ

1. ผิดพลาดเนื่องจากขาดความรู้ที่เหมาะสมกับเรื่องที่ต้องการแก้ปัญหา หรือนำความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง

2. ผิดพลาดเนื่องจากการคำนวณผิด สะเพร่า หรือบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ

3. ไม่มีหรือไม่รู้จักใช้ยุทธิวิธีในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์

4. ตัดสินใจ วางแผน หรือดำเนินการตามขั้นตอนต่างๆ ไม่ถูกต้องในการแก้ปัญหา

5. มีความหลงเชื่อแบบผิดๆ ในการแก้ปัญหา เช่น เชื่อในเรื่องของโชคลางแบบไม่มีเหตุผล เชื่อว่าทำไม่ได้ (ขาดความมั่นใจ) ซึ่งความเชื่อเหล่านี้จะเป็นอุปสรรคไปสู่ความสำเร็จในกระบวนการแก้ปัญหา

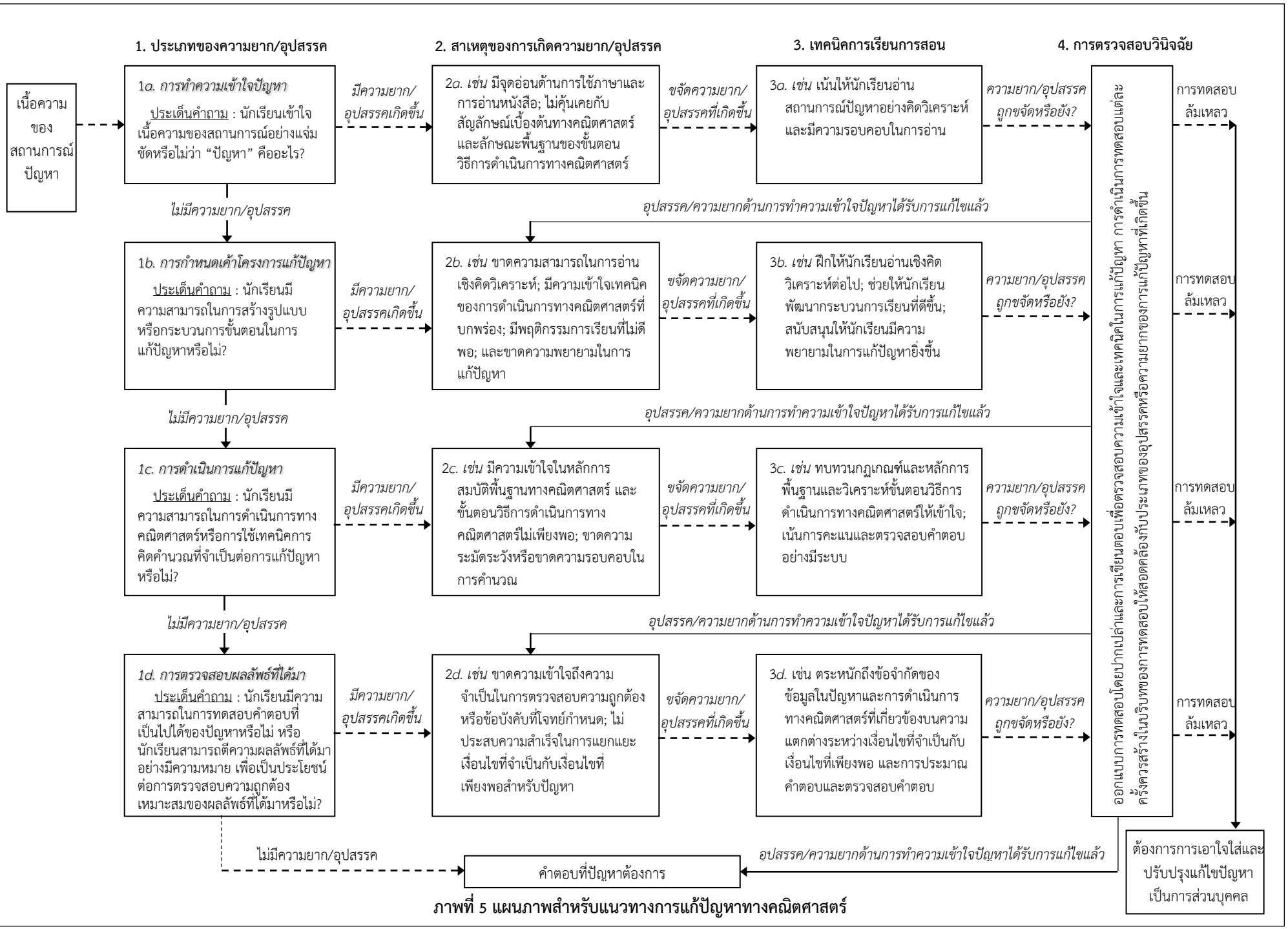
6. ความรู้สึกฝังใจในเรื่องบางเรื่อง ทำให้การตัดสินใจเอนเอียง มีผลให้ขาดเหตุผล ขาดความเที่ยงธรรมในการตัดสินใจหรือเลือกวิธีการที่เหมาะสม

7. เลือกวิธีแก้ปัญหาหรือเลือกหนทางในการแก้ปัญหาผิดพลาดตั้งแต่ต้น

8. การนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในทางที่ผิด หรือแปลความหมายในทางที่ไม่ถูกต้อง

Butler และคณะ (1970: 82 - 87) เสนอแผนผังการแก้ปัญหาที่แสดงให้เห็นถึงอุปสรรคหรือความยากในการแก้ปัญหาของนักเรียนซึ่งเป็นสาเหตุของความบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่สามารถเกิดขึ้นได้ในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงสาเหตุของการเกิดอุปสรรคในแต่ประเภทและแนะนำเทคนิควิธีการสอนเพื่อแก้ไขปัญหาหรือสาเหตุของอุปสรรคเหล่านั้น โดย Butler ได้แบ่งลักษณะของอุปสรรคหรือความยากต่อการแก้ปัญหาของนักเรียนตามสาเหตุที่ทำให้เกิดอุปสรรคในแต่ละขั้นของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมีทั้งหมด 4 ขั้นได้แก่

1. การทำความเข้าใจปัญหา (Comprehension)
2. การกำหนดโครงสร้างในการแก้ปัญหา (Structure)
3. การดำเนินการแก้ปัญหา (Operation)
4. การพิจารณาตรวจสอบคำตอบที่ได้มา (Judgment)



ภาพที่ 5 แผนภาพสำหรับแนวทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(1a) *อุปสรรคประเภทที่ 1*: ความยากในการทำความเข้าใจปัญหา (Comprehension)

เมื่อบุคคลหนึ่งเผชิญกับความพยายามในการพิจารณาว่า โจทย์ปัญหามีคำตอบหรือไม่ เข้าใจปัญหาอย่างแจ่มชัดหรือไม่ มีข้อมูลใดบ้างที่ใช้ในการหาคำตอบได้ สิ่งที่โจทย์ต้องการอยู่ในบริบทของอะไรหรืออยู่ในขอบเขตใด และ ถ้าพบคำตอบที่โจทย์ต้องการแล้วจะต้องตอบอยู่ในข้อมูลประเภทใด คำถามเหล่านี้เป็นสิ่งที่นักเรียนต้องหาคำตอบให้ได้ในทุกๆ ปัญหา ก่อนที่จะใช้ความรู้ ความคิดและสติปัญญาเพื่อแก้ปัญหาในขั้นตอนถัดไป

(2a) หากนักเรียนไม่สามารถตอบคำถามข้างต้นอย่างใดอย่างหนึ่งได้ แสดงว่าสาเหตุของปัญหาเหล่านั้นอาจเกิดจาก การไม่เข้าใจคำศัพท์ในโจทย์ปัญหา มีทักษะการอ่านต่ำ ไม่มีสมาธิมากพอที่จะตั้งใจพิจารณารายละเอียดของปัญหา ไม่มีความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่โจทย์กำหนด ให้ออกจากสิ่งที่ไม่ทราบค่าและหรือข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ได้ ไม่มีความสามารถในการลำดับใจความของโจทย์ปัญหาใหม่ด้วยภาษาของตนเอง หรือไม่มีความสามารถในการค้นหาสิ่งที่โจทย์ปัญหาถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ไม่มีความสามารถในการตีความโจทย์และสิ่งที่เกี่ยวข้องภายในปัญหา

(3a) เทคนิควิธีการสอนเพื่อขจัดปัญหาของอุปสรรคดังกล่าวได้แก่ การฝึกให้นักเรียนเรียนรู้คำศัพท์ต่างๆ ให้มากขึ้น การถามตอบกับนักเรียนเพื่อฝึกให้นักเรียนเรียนรู้การค้นหาคำถามของโจทย์ปัญหาและข้อมูลที่ซ่อนอยู่ในโจทย์ปัญหาอย่างมีความหมาย การฝึกให้นักเรียนตั้งคำถามที่เกี่ยวข้องกับปัญหาด้วยตนเอง ฝึกให้นักเรียนให้ความสำคัญกับการอ่านช้าๆ อย่างไตร่ตรองและใช้การคิดวิเคราะห์ในการอ่าน ฝึกให้พิจารณารูปแบบของปัญหา ฝึกให้นักเรียนสามารถบอกเล่าสถานการณ์ของปัญหาด้วยภาษาหรือคำพูดของตนเอง

หลังจากที่นักเรียนได้รับการสอนเสริมในเทคนิคต่างๆ ข้างต้นแล้ว ควรมีการจัดสอบเพื่อวินิจฉัยผลการใช้เทคนิคการสอนอีกครั้ง หากผลการทดสอบพบว่านักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ไขสิ่งที่เคยเป็นอุปสรรคมาก่อนได้แล้ว ครูผู้สอนอาจติดตามดูสิ่งที่อาจเป็นอุปสรรคประเภทอื่นๆ ที่สามารถเกิดขึ้นในกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ในขั้นต่อไป

(1b) *อุปสรรคประเภทที่ 2*: ความยากของการกำหนดโครงสร้างในการแก้ปัญหา (Structure)

(2b) สาเหตุของการเกิดอุปสรรคประเภทนี้คือ การขาดความสามารถในการจำแนกข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา การขาดความสามารถในการระลึกถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล การขาดความสามารถในการระบุกระบวนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา การขาดกระบวนการคิดที่เป็นระบบ และการมีอุปนิสัยการเรียนที่ไม่ดีหรือมีนิสัยการเรียนที่ไม่ถูกต้อง รวมถึงไม่มีความอุตสาหพยายามในการแก้ปัญหามากพอ

(3b) เทคนิคการสอนของครูที่จะช่วยแก้ไขอุปสรรคเหล่านี้ได้คือ

1. สอนให้นักเรียนมีความตั้งใจในการพินิจพิจารณาเพื่อคัดเลือกข้อมูลที่มีความเกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา ด้วยการตั้งคำถามดังนี้
   - โจทย์ให้ข้อมูลใดมาบ้าง
   - โจทย์ให้หาสิ่งใด
   - จำเป็นต้องรู้สิ่งใดบ้างเพื่อที่จะสามารถตอบคำถามของปัญหาได้

- จำเป็นต้องใช้ข้อมูลอื่นนอกเหนือจากที่โจทย์กำหนดให้มาเพิ่มเติมอีกหรือไม่
- ถ้าจำเป็นต้องใช้ข้อมูลอื่นเพิ่มเติม สิ่งนั้นคืออะไร
- เหตุใดจึงจำเป็นต้องใช้ข้อมูลบางอย่างและไม่จำเป็นต้องใช้ข้อมูลบางอย่างที่โจทย์กำหนดมาให้

2. สอนให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของบริบทหรือสถานการณ์ในโจทย์ปัญหา สูตรที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา คำถามที่ซ่อนอยู่หรือข้อมูลที่ต้องทราบก่อนที่จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ รวมถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหา

3. สอนให้นักเรียนรู้จักวาดรูปและเขียนคำอธิบายประกอบแผนภาพให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในโจทย์ปัญหา จะช่วยเพิ่มความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น

4. เน้นให้นักเรียนทราบถึงบทบาทหรือหน้าที่ของตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ รวมถึงลักษณะพื้นฐานของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ควรรู้

5. กำหนดข้อมูลมาให้นักเรียนฝึกสร้างสถานการณ์เป็นโจทย์ปัญหา

6. ฝึกให้นักเรียนแปลงข้อความหรือประโยคในโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และแปลงประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นข้อความหรือประโยคภาษา โดยการบรรยายความคิดออกมาในรูปของภาษาเขียนที่มีถูกต้องเหมาะสม

7. ฝึกให้นักเรียนมีวินัยในการทำงานทุกอย่างด้วยความเป็นระเบียบเรียบร้อย

8. ไม่สนับสนุนให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยการคิดเอาเองหรือคาดเดาตามอำเภอใจโดยไม่มีการวางแผน แต่กระตุ้นให้นักเรียนรู้จักคิดและรู้จักประเมินและวินิจฉัยอย่างรอบคอบ

9. ส่งเสริมและช่วยเหลือให้นักเรียนพัฒนาอุปนิสัยการเรียนที่ดี และมีรูปแบบการทำงานที่เป็นระบบ

10. สนับสนุนให้นักเรียนมีความมุมานะพยายามต่อไป และมีสมาธิต่อการเอาใจใส่ที่จะพิจารณางานอย่างต่อเนื่อง

11. ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ที่จะสามารถสร้างโจทย์ปัญหาหลายๆ สถานการณ์ซึ่งมีลักษณะโครงสร้างหรือรูปแบบที่คล้ายคลึงกัน แต่สามารถแก้ปัญหาได้ไม่ยากเกินไป

หลังจากที่ได้จัดการเรียนการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนขจัดสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการแก้ปัญหาข้างต้นเป็นที่เรียบร้อยแล้ว ควรมีการทดสอบเพื่อวินิจฉัยความบกพร่องอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพหรือสำรวจผลการแก้ไขอุปสรรคที่เกิดขึ้น

(1c) *อุปสรรคประเภทที่ 3*: ความยากในการดำเนินการแก้ปัญหา (Operation)

(2c) สาเหตุที่ทำให้เกิดอุปสรรคด้านนี้คือ นักเรียนมีความเข้าใจหลักของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่มากพอ หรือมีความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์หรือบกพร่อง นักเรียนมีความเข้าใจในกฎเกณฑ์พื้นฐานของมาตราหน่วยทางคณิตศาสตร์ภายใต้บริบทของโจทย์ปัญหาไม่ดีพอหรือไม่คุ้นเคยกับสิ่งที่เกี่ยวข้องกับลำดับของขั้นตอนพื้นฐานในการคำนวณและสูตรการแปลงมาตราหน่วย รวมถึงการขาดความรอบคอบขณะดำเนินการคำนวณ

(3c) เทคนิคการจัดการเรียนการสอนที่จะช่วยแก้ไขอุปสรรคด้านนี้คือ การทบทวนกฎเกณฑ์และหลักการเบื้องต้นให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ การฝึกหัดคำนวณให้ชำนาญ วิเคราะห์ลำดับขั้นของการ

ดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสูตรต่างๆ ให้เข้าใจถึงโครงสร้างของระบบการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยทำความเข้าใจหลักการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น การสอนให้นักเรียนรู้เทคนิคการประมาณค่าอย่างมีความหมายและตรวจสอบอย่างรอบคอบ รวมทั้งการเน้นให้นักเรียนมีกระบวนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ และมีความรอบคอบในการคำนวณ

เมื่อแก้ไขอุปสรรคที่เกิดขึ้นแล้ว ในทำนองเดียวกันควรมีการทดสอบนักเรียนอีกครั้งเพื่อประเมินผลการจัดการเรียนการสอนว่าประสบความสำเร็จมากน้อยเพียงใด ซึ่งยังช่วยเป็นแนวทางในการดำเนินการจัดการเรียนการสอนต่อไป

(1d) *อุปสรรคประเภทที่ 4*: การพิจารณาตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้มา (Judgment)

(2d) สาเหตุของอุปสรรคคือ การไม่เห็นคุณค่าของความจำเป็นในการแปลงระบบมาตราหน่วยทางคณิตศาสตร์ หรือการไม่ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้อย่างระมัดระวัง การไม่คุ้นชินกับเทคนิคการตรวจสอบผลลัพธ์ที่เหมาะสม ไม่มีความสามารถในการประมาณค่า และการขาดความสามารถในการวินิจฉัยและตีความข้อมูลและขอบเขตของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่โจทย์กำหนดมาให้

(3d) เทคนิคการเรียนการสอนที่จะช่วยแก้ไขอุปสรรคนี้ได้คือ ควรเน้นให้นักเรียนรู้จักแยกแยะระหว่างความสำคัญของการแปลงหน่วยตามเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหาต้องการ เทคนิคการประมาณค่าความจำเป็นในการตรวจสอบผลลัพธ์กับสถานการณ์เดิมของปัญหาและการคำนึงถึงสภาพความเป็นจริงของบริบทในโจทย์ปัญหา และข้อจำกัดของระบบการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

Henney (1971 อ้างถึงใน บุญรวย ชูรักษา, 2523: 3) กล่าวถึงสาเหตุของการที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้ว่ามาจาก 2 กรณีใหญ่ๆ คือ ประการแรกนักเรียนมองไม่เห็นว่าปัญหาคืออะไร และประการที่สอง นักเรียนไม่ทราบวิธีการในการแก้ปัญหานั้นๆ หรือบางครั้งนักเรียนแก้ปัญหาได้แต่ไม่ทราบว่า “ทำไม” ต้องทำอย่างนั้น ซึ่งสาเหตุที่แท้จริงของปัญหาดังกล่าวก็คือ ความไม่เข้าใจปัญหานั่นเอง

Suydam และ Weaver (1977: 42 อ้างถึงใน แน่งน้อย ทองธวัส, 2527: 22) ได้รวบรวมงานวิจัยทางการศึกษาคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ผิดด้วยสาเหตุต่างๆ ดังนี้

1. มีเหตุผลคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง
2. ขาดความรู้เกี่ยวกับหลักเกณฑ์ กฎ และกระบวนการต่างๆ
3. ขาดทักษะในการคิดคำนวณ
4. มีความเข้าใจต่อความหมายของคำศัพท์ไม่ถูกต้อง
5. ล้มเหลวต่อการอ่านเพื่อเก็บรายละเอียดต่างๆ

West (1977 อ้างถึงใน ชมนาด สืบศรี, 2532: 3) กล่าวถึงสาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถทำข้อสอบที่เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ซึ่งสรุปได้ 3 ประการคือ

1. นักเรียนไม่เข้าใจในข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. นักเรียนไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้

ขนิษฐา คำทอน (2539: 33) ได้สรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการขาดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ 6 ประการ ได้แก่

1. นักเรียนมีความบกพร่องในด้านการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ ไม่สามารถระบุได้ว่า โจทย์ต้องการหาอะไรและกำหนดสิ่งใดให้ ไม่ทราบว่าความรู้เรื่องใดที่จะนำมาใช้ในการหาคำตอบ
2. นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
3. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่อง กฎ นิยาม และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์
4. นักเรียนขาดทักษะในการคิดคำนวณ
5. นักเรียนไม่รู้จักจัดระบบความคิดเกี่ยวกับการจัดเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
6. นักเรียนขาดประสบการณ์ในการฝึกแก้ปัญหาหลายๆ รูปแบบ

1.2.6 การวัดและประเมินผลการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

ก. <u>แบบสอบเลือกตอบ</u>

แบบสอบเลือกตอบ (Multiple-choice) ประกอบด้วยส่วนที่เป็นคำถามและส่วนที่เป็นตัวคำตอบซึ่งมีหลายตัวเลือก แต่จะมีเพียงตัวเลือกเดียวที่เป็นตัวคำตอบถูก และมีการตรวจให้คะแนนแบบตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน แบบสอบเลือกตอบเป็นแบบสอบที่เป็นที่นิยมโดยทั่วไป ด้วยเหตุที่แบบสอบประเภทนี้สามารถวัดได้ทั้งความรู้ ความสามารถและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้อย่างเป็นปรนัย และเป็นแบบสอบที่ใช้วัดได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิด ตลอดจนความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สถาบันทดสอบทางการศึกษา, 2551: 62) นอกจากนี้ยังมีข้อได้เปรียบหลายประการ เช่น มีความเที่ยงและความตรงสูง นำไปใช้ได้อย่างสะดวก ไม่ซับซ้อน และสามารถวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อปรับปรุงคุณภาพได้ง่าย แต่มีจุดอ่อนคือเปิดโอกาสให้ผู้สอบเดาคำตอบได้ (รุจิรา ขาวสะอาด, 2543: 1) ทำให้คะแนนที่ได้มีความคลาดเคลื่อนมาก นอกจานี้ผลการวัดที่ได้ไม่สามารถให้สารสนเทศที่เพียงพอที่จะจำแนกผู้ตอบในระดับความสามารถต่างๆ ระหว่างผู้ที่รู้จริง (Full knowledge) ผู้ที่มีความรู้บางส่วน (Partial knowledge) และผู้ที่ไม่รู้ (Absence of knowledge) จากข้อจำกัดดังกล่าวจึงเกิดแนวคิดในการปรับวิธีการตอบการตรวจให้คะแนน และโครงสร้างข้อสอบจากแบบเดิม ซึ่งวิธีหนึ่งที่เป็นที่นิยมและมีวิธีการดำเนินการสอบที่ไม่ซับซ้อนคือ วิธีการแสดงความมั่นใจ (Confidence marking)

วิธีการแสดงความมั่นใจ (Confidence marking) วิธีนี้คิดค้นโดย Dressel และ Schmidt (1953) โดยที่ผู้สอบถูกถามให้แสดงความมั่นใจในคำตอบที่คิดว่าถูก โดยใช้ C - point scale (โดยทั่วไป $3 \leq c \leq 5$) หรืออาจเป็นการบอกความมั่นใจเป็นภาษา คือ ไม่แน่ใจ ค่อนข้างแน่ใจ แน่ใจมาก ซึ่งมีการแบ่งระดับความรู้ออกเป็น 5 ระดับคือ

1) Full knowledge คือ การเลือกคำตอบให้ถูก ด้วยความมั่นใจสูงสุด
2) Partial knowledge คือ การเลือกคำตอบได้ถูกต้อง ด้วยความมั่นใจระดับต่ำ
3) Partial misinformation คือ การเลือกคำตอบผิด ด้วยความมั่นใจระดับต่ำ
4) Full misinformation คือ การเลือกคำตอบผิด ด้วยความมั่นใจระดับสูงสุด
5) Absence of knowledge คือ การไม่เลือกคำตอบ เว้นว่างไว้

ผลการวิจับพบว่า วิธีการนี้ทำให้ความตรงของแบบสอบสูงขึ้นกว่าการให้คะแนนแบบ 0 - 1 (Dressel และ Schmidt, 1953; Hopkins, Hakstain และ Hopkins, 1973 อ้างถึงใน Simon et al., 1997 อ้างถึงใน เอมอร จังศิริพรปกรณ์) และการตอบโดยบอกระดับความมั่นใจในการตอบ ให้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบสูงกว่าวิธีการตอบธรรมดา (Pugh and Brunza, 1975: 73 - 78 อ้างถึงใน บุญชม ศรีสะอาด, 2536: 133) แต่วิธีนี้ต้องการเวลาในการตอบ และการให้คะแนนมากกว่าเดิม

อย่างไรก็ตาม รุจิรา ขาวสะอาด (2549: 115) ได้ให้ข้อเสนอแนะของการให้คะแนนด้วยวิธีนี้ว่า การให้คะแนนตามระดับความมั่นใจจัดอยู่ในกลุ่มการให้รางวัลเมื่อตอบถูกและลงโทษ เมื่อตอบผิด คะแนนที่ได้จึงมีทั้งคะแนนบวกและคะแนนลบซึ่งอาจจะรบกวนความรู้สึกของผู้สอบทำให้เกิดความคับข้องใจในการทำแบบสอบ ถ้าต้องการลดปัญหานี้อาจปรับเปลี่ยนการให้คะแนนด้วยวิธีให้รางวัลเมื่อตอบถูกแต่ไม่ลงโทษเมื่อตอบผิดโดยไม่มีคะแนนเป็นลบ เช่น การให้คะแนนตามระดับความมั่นใจ 3 ระดับ (น้อย ปานกลาง มาก) จะได้คะแนน 1, 2 หรือ 3 คะแนน เมื่อตอบถูกและระบุความมั่นใจน้อย ปานกลาง หรือมาก และเมื่อตอบผิดหรือเว้นว่างไว้จะได้ 0 คะแนนโดยไม่หักคะแนน ซึ่ง รัตนา ไชยตรี (2549: 63 - 64) ได้นำแนวคิดของรุจิรา ขาวสะอาด มาใช้ในการวิจัย โดยให้นักเรียนบอกระดับความมั่นใจในการตอบ 3 ระดับ ได้แก่ ระบุความมั่นใจมาก ปานกลาง และน้อย คะแนนที่ให้อยู่ในช่วง 3 ถึง 0 ซึ่งมีวิธีการให้คือ ถ้านักเรียนตอบถูก และระบุระดับความมั่นใจมาก ปานกลาง และน้อย จะให้คะแนน 3, 2 และ 1 ตามลำดับ ส่วนนักเรียนที่ตอบผิดจะได้ 0 คะแนน ในทุกกรณี ไม่ว่านักเรียนจะระบุความมั่นใจระดับใดก็ตาม นอกจากนี้ งานวิจัยของ นริศรา อุปกูล (2539 อ้างถึงใน รุจิรา ขาวสะอาด, 2549: 38, 41) ได้ศึกษาองค์ประกอบเชิงสาเหตุด้านตัวนักเรียน แบบการคิด คุณภาพการสอน ที่มีผลต่อความมั่นใจในการตอบแบบสอบเลือกตอบและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้ใช้แบบสอบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และให้ระบุระดับความมั่นใจในการตอบ 3 ระดับ คะแนนที่ให้นักเรียนอยู่ในช่วง 0 - 1

จากหลักการการให้คะแนนการตอบแบบสอบเลือกตอบโดยระบุความมั่นใจในการตอบ และจากงานวิจัยต่างๆ ที่แสดงให้เห็นว่าวิธีการให้คะแนนความรู้บางส่วนด้วยวิธีนี้เป็นอีกวิธีหนึ่งที่มีประสิทธิภาพ ผู้วิจัยจึงเห็นว่า การให้คะแนนการตอบข้อสอบแบบเลือกตอบด้วยวิธีการระบุความมั่นใจในการเลือกตอบ เป็นวิธีการให้คะแนนความรู้บางส่วนของนักเรียนที่มีประโยชน์ต่อการช่วยให้แบบสอบมีความตรงมากขึ้น นอกจากนี้ผู้วิจัยยังเห็นประโยชน์ของการให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบด้วยวิธีนี้อีกประการหนึ่งคือ การให้คะแนนวิธีนี้จะช่วยให้คะแนนของข้อสอบแบบเลือกตอบมีระดับคะแนนมากขึ้นกว่าวิธีการให้คะแนนแบบดั้งเดิมคือ 0-1 ซึ่งมีระดับคะแนนเพียง 2 ระดับ เพราะการตอบข้อสอบแบบเลือกตอบโดยระบุความมั่นใจในการตอบ จะมีระดับคะแนนตามจำนวนระดับความมั่นใจ เช่น เมื่อกำหนดจำนวนระดับความมั่นใจให้นักเรียนเลือกตอบ 3 ระดับ เมื่อใช้วิธีการให้คะแนนตามแนวคิดของ รุจิรา ขาวสะอาด จะได้ระดับคะแนน 4 ระดับ หรือหากกำหนดจำนวนระดับความมั่นใจในการตอบ 4 ระดับให้นักเรียนเลือก ก็แสดงว่าจะมีระดับคะแนนที่ให้นักเรียนถึง 5 ระดับ ซึ่งผลจากการมีระดับคะแนนมากขึ้นจะช่วยให้สามารถจำแนกนักเรียนได้ดีขึ้น และผู้วิจัยคิดว่า การให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบโดยระบุความมั่นใจในการตอบ จะเป็นประโยชน์ต่อแบบทดสอบที่มีจำนวนข้อสอบแบบเลือกตอบน้อยได้ เพราะเปรียบเสมือนช่วยให้แบบทดสอบมีจำนวนข้อสอบมากขึ้น ด้วยเหตุที่การตอบข้อสอบแบบเลือกตอบด้วยวิธีนี้จะช่วยให้

ระดับคะแนนที่จะให้นักเรียนมีมากขึ้นกว่าเดิม หรือช่วยให้แบบทดสอบมีจำนวนระดับคะแนนในการให้นักเรียนมากกว่าจำนวนข้อสอบแบบเลือกตอบที่นักเรียนสอบนั่นเอง

ข. <u>แบบสอบอัตนัย</u>

แบบสอบอัตนัย มีลักษณะสำคัญคือ ให้อิสระแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ในการตอบและการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อเท็จจริงต่างๆ มาใช้ในการตอบ โดยทั่วไปแบบทดสอบแบบอัตนัยจะทำให้นักเรียนแสดงความสามารถเกี่ยวกับความจำในข้อเท็จจริงต่างๆ ประเมินเกี่ยวกับข้อเท็จจริงเหล่านั้น รวบรวมแนวความคิดและเสนอแนวคิดอย่างมีเหตุผล เพราะแบบสอบแบบอัตนัยมีรูปแบบของคำถามที่เผิดโอกาสให้ผู้ตอบได้เขียนตอบอย่างอิสระภายในเวลาที่กำหนดให้ ให้โอกาสแสดงความรู้และความคิดอย่างเต็มที่ นอกจากนี้ยังสามารถวัดพฤติกรรมได้หลายด้านในแต่ละข้อ เช่น วัดความรู้ ความคิด ทัศนคติและการใช้สำนวนภาษา ตลอดจนการวิเคราะห์สังเคราะห์ (ทัศนาพร คลังแก้ว, 2531: 24) ด้วยเหตุนี้แบบทดสอบแบบอัตนัยจึงเป็นที่นิยมใช้เป็นแบบสอบในวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะแบบทดสอบให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน หรือแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 70) กล่าวว่า แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำเป็นแบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาหรือเขียนตอบอย่างอิสระ จึงใช้ประเมินได้ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์และวิธีการคิดการวางแผนอย่างเป็นขั้นตอน รวมถึงการใช้ทักษะความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการแก้ปัญหา แบบทดสอบประเภทนี้จึงใช้ประเมินผลการเรียนรู้ด้านกระบวนการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

- หลักการสร้างข้อสอบอัตนัย

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2536: 34 - 35) ได้กล่าวถึงหลักการสร้างข้อสอบอัตนัยไว้ว่า

1) ขั้นเตรียมหรือขั้นวางแผนการสร้างข้อสอบ ต้องกระทำสิ่งต่อไปนี้

1.1) ตั้งวัตถุประสงค์ของการสร้างข้อสอบอัตนัยว่า มุ่งวัดพฤติกรรมด้านใด

1.2) จัดทำตารางวิเคราะห์หลักสูตรหรือตารางวิเคราะห์เนื้อหาวิชา เพื่อกำหนดว่าข้อสอบต้องวัดเนื้อหาและพฤติกรรมด้านใด

2) ขั้นสร้าง เป็นขั้นของการสร้างข้อสอบตามตารางวิเคราะห์เนื้อหาวิชา โดยอาจมีจำนวนข้อสอบมากกว่าที่กำหนด ซึ่งจะดำเนินการตัดทิ้งภายหลัง

3) ขั้นสร้างคู่มือเฉลยคำตอบและการให้คะแนน เป็นขั้นของการเฉลยคำตอบที่มีโอกาสเป็นไปได้พร้อมทั้งกำหนดกฎเกณฑ์การให้คะแนน

4) ขั้นทบทวนและคัดเลือกข้อสอบ

4.1) ตรวจสอบว่าข้อสอบแต่ละข้อที่สร้างวัดตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งหรือตามตารางวิเคราะห์เนื้อหาหรือไม่

4.2) คาดคะเนว่าข้อสอบแต่ละข้อมีระดับความยากระดับใด เช่น ยาก ปานกลาง และน้อย พร้อมทั้งพิจารณาว่ามีโอกาสที่จะมีผู้ตอบถูกหรือไม่ ถ้าคาดว่าจะไม่มีก็ควรตัดทิ้ง หรือปรับปรุงให้ง่ายขึ้น

4.3) คัดเลือกข้อสอบตามจำนวนข้อที่ต้องการ พร้อมทั้งพิจารณาว่าจำนวนข้อที่คัดเลือกนั้นเหมาะสมกับระยะเวลาในการสอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 70) กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบทางคณิตศาสตร์แบบแสดงวิธีทำที่มีคุณภาพ ซึ่งมีหลักการดังนี้

1) ควรสร้างโจทย์หรือคำถามเพื่อจะได้คำตอบที่สะท้อนความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้และทักษะกระบวนการ

2) หลีกเลี่ยงคำถามประเภทการวัดความจำหรือมีคำตอบถูกผิดอย่างชัดเจน

3) สร้างโจทย์หรือคำถามที่ชัดเจน เพื่อสื่อความหมายให้ผู้ตอบเข้าใจตรงกัน

4) ต้องกำหนดกรอบของการตอบตามประเด็นของคำถามและแนวทางการตอบแบบอื่นๆ

5) มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนอย่างครอบคลุม โดยอาจกำหนดประเด็นเป็นตอนๆ และกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละตอนอย่างชัดเจน

- **ประเภทของการให้คะแนน**

การให้คะแนนข้อสอบอัตนัยมี 2 ประเภท (สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2536: 36)

1) การให้คะแนนแบบจุด หรือแบบวิเคราะห์เป็นส่วนๆ (Point method or analytical method) เป็นการจัดเตรียมเกณฑ์ซึ่งแบ่งเป็นส่วนย่อยๆ มีกฎเกณฑ์การให้คะแนนที่ตายตัว วิธีการตรวจให้คะแนนโดยการเปรียบเทียบคำตอบกับคำเฉลย ถ้าถูกต้องตามเฉลยก็ได้คะแนนเต็ม ถ้าถูกบางส่วนก็ได้คะแนนลดลงตามที่วางไว้ การตรวจให้คะแนนด้วยวิธีนี้เหมาะสมกับแบบอัตนัยแบบจำกัดคำตอบ

2) การให้คะแนนแบบประเมินค่าหรือแบบภาพรวม (Rating method or Global holistic method) เป็นการจัดเตรียมเกณฑ์การให้คะแนนอย่างกว้างๆ วิธีตรวจให้คะแนนอย่างกว้างๆ วิธีตรวจให้คะแนนโดยเปรียบเทียบคำตอบข้อหนึ่งๆ ของทุกคนพร้อมทั้งจัดแบ่งตามคุณภาพออกเป็นกลุ่มหรือกองๆ เช่น ข้อนั้นมีคะแนนเต็ม 8 คะแนน จะมี 9 กอง คือกองที่ได้คะแนนตั้งแต่ 0, 1, ..., 8 หรือบางครั้งอาจจัดแบ่งเป็น 5 กอง เช่น ดีเยี่ยม ดี ปานกลาง ไม่ดี และแย่มาก เป็นต้น วิธีนี้เหมาะสำหรับข้อสอบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบ

- **แนวทางการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ**

การให้คะแนนแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำสามารถทำได้หลายวิธี โดยจะต้องพิจารณาให้คะแนนในส่วนของคำตอบและการแสดงวิธีทำ ทั้งนี้การเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอาจจะให้คะแนนเท่ากันทุกวิธี หรือให้คะแนนแต่ละวิธีไม่เท่ากันก็ได้ ในกรณีที่วิธีการแก้ปัญหาของแต่ละวิธีมีประสิทธิภาพที่ต่างกัน ก็อาจกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่แตกต่างกันได้ จากตัวอย่างแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำมีวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ 3 วิธี คือ วิธีที่ 1 และวิธีที่ 2 มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน แต่วิธีที่ 3 มีข้อดีเหนือกว่าวิธีที่ 1 และวิธีที่ 2 ดังนั้นถ้าผู้เรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีที่ 3 จะได้รับคะแนนพิเศษเพิ่มขึ้นอีก 2 คะแนน เนื่องจากแสดงถึงการคิดอย่างเป็นระบบและการคิดวิเคราะห์ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรวมของแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	คำตอบถูกต้อง และแสดงวิธีทำที่มีประสิทธิภาพโดยแสดงถึงการคิดอย่างเป็นระบบและการคิดวิเคราะห์
3	คำตอบถูกต้อง และแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
2	คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำถูกต้อง
1	คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

- **เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์**

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 104 - 106) เสนอแนวคิดว่า การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนควรมีรายการประเมินที่แสดงถึง (1) ความเข้าใจปัญหา (2) การวางแผนในการแก้ปัญหา (3) การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และ (4) การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่างๆ เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ โดยในการประเมินผลตามรายการประเมินดังกล่าว ผู้สอนจะต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีรายละเอียดไม่มากจนเป็นการสร้างแรงกดดันให้กับผู้เรียน แต่ผู้สอนควรมีบันทึกเพิ่มเติมในกรณีที่ผู้เรียนมีหลักฐานแสดงความสามารถในการมองปัญหาย้อนกลับไปยังขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ เพื่อตรวจสอบถึงคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น หรือมีการปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้ชัดเจนและเหมาะสมกว่าเดิม ตลอดจนสามารถขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไปได้ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ที่แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 นอกจากนี้ผู้สอนอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหาหรือความเหมาะสมได้ดังตัวอย่างตามตารางด้านล่าง

ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง - เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง - เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยค-คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง - เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกแต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องบางครั้ง - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ - สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง - ไม่มีการสรุปคำตอบ

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543: 41 - 52) ได้รวบรวมแนวทางการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งนำเสนอเกณฑ์การให้คะแนน 3 แบบดังนี้

<u>แบบที่ 1</u> การให้คะแนนตามรูปแบบของ Walter Szetele

Walter Szetele เสนอการประเมินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ใน NCTM (1998) ว่าครูควรประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยใช้เกณฑ์คะแนนง่ายๆ ดังนี้

0 คะแนน ถ้านักเรียนไม่ได้แสดงความคิดแก้ปัญหาได้เลย กระดาษคำตอบอาจว่างเปล่า ไม่มีการตอบคำถามหรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาเอาไว้เลย

1 คะแนน ถ้านักเรียนได้พยายามตอบคำถาม แต่คำถามที่ให้ไม่มีเหตุผล หรือตอบไม่ตรงคำถาม

2 คะแนน ถ้านักเรียนแสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในตัวคำถาม สามารถตอบคำถามได้บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ มีวิธีที่ยังมีความสับสนอยู่

3 คะแนน ถ้านักเรียนเข้าใจคำถามได้ดี สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีเหตุผลพอสมควร การอ้างอิงถูกต้อง แต่วิธีทำยังขาดความสมบูรณ์ขาดความสมบูรณ์ ขาดความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนต่างๆ หรือมีข้อผิดพลาดบ้าง

4 คะแนน ถ้านักเรียนเข้าใจคำถามดี ตอบคำถามและแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ มีเหตุมีผลและอ้างอิงถูกต้อง

<u>แบบที่ 2</u> การให้คะแนนตามรูปแบบของ Randall Charles

Randall Charles ได้เสนอเกณฑ์ให้คะแนนอีกวิธีหนึ่งที่เรียกว่าการให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic scoring scales) ซึ่งแบ่งให้คะแนนออกเป็น 3 ตอน แต่ละตอนมีคะแนนเต็ม 2 คะแนนดังนี้

ตอนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา มีการให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน นักเรียนไม่เข้าใจปัญหาเลย

1 คะแนน นักเรียนเข้าใจปัญหาเพียงบางส่วนหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายตัวปัญหาบางส่วนผิดพลาด

2 คะแนน นักเรียนเข้าใจตัวปัญหาอย่างถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 การวางแผนปัญหา มีการให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน นักเรียนไม่ได้มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่ได้มีแนวทางแก้ปัญหาได้เลย

1 คะแนน นักเรียนวางแผนมีส่วนถูกอยู่บ้าง สามารถนำปัญหาบางส่วนมากำหนดเป็นขั้นตอนเพื่อใช้วิธีแก้ปัญหาได้

2 คะแนน นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

ตอนที่ 3 การได้คำตอบ มีการให้คะแนนดังนี้

0 คะแนน ไม่มีคำตอบ หรือได้คำตอบที่ผิดๆ หลงทางเนื่องจากการวางแผนที่ผิดพลาดแต่แรก

1 คะแนน นักเรียนมีการเขียนคำตอบหรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอกโจทย์ผิด คำนวณผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้าง คำตอบบางส่วนมีความถูกต้อง

2 คะแนน คำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

<u>แบบที่ 3</u> การให้คะแนนตามรูปแบบของ Charles Randall, Frank Lester และ Phares O'Daffer

Charles Randall, Frank Lester และ Phares O'Daffer ได้เสนอวิธีการให้คะแนนที่เรียกว่า Holistic Scoring Scale โดยกำหนดให้คะแนนเต็มเป็น 4 คะแนน ถ้าสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องมากน้อยต่างๆ กัน จะได้คะแนนลดหลั่นกันตามส่วนดังนี้

0 คะแนน นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้เลย แม้จะมีรอยขีดเขียนอยู่บ้างก็ไม่ได้ใกล้เคียงหรือมีลู่ทางว่าจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

1 คะแนน นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาโจทย์ได้ถูกต้อง ได้แสดงการคิดคำนวณที่ถูกต้องบ้างเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าเขารู้วิธีทำที่ถูกต้องแต่ไม่สามารถทำจนสำเร็จได้

2 คะแนน นักเรียนมีวิธีการคำนวณที่ถูกต้อง ได้แสดงวิธีทำอย่างมีเหตุผล แต่รายละเอียดของการคิดคำนวณยังผิดอยู่ ส่วนใหญ่เป็นความผิดจากการเข้าใจผิด หรือมีความบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ

3 คะแนน นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการถูกต้องตามขั้นตอนต่างๆ แต่มีข้อผิดพลาดบกพร่องในรายละเอียดบางประการ เช่น ไม่ได้ระบุเงื่อนไขที่จะเป็นการประกอบคำอธิบายหรือวิธีทำถูกต้องตลอดทาง แต่วิเคราะห์หรือตอบในขั้นสุดท้ายผิดพลาด

4 คะแนน นักเรียนแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งวิธีทำและรายละเอียดของการคิดคำนวณ

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 77 - 78) เสนอแนวทางในการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์ 2 แบบคือ แบบที่ 1 สำหรับนักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้

กลวิธีอื่นๆ ที่ไม่ใช่การแก้สมการ และแบบที่ 2 สำหรับนักเรียนที่ใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ แบบทดสอบมีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยแต่ละข้อจะประกอบด้วย 3 ส่วนดังต่อไปนี้

แบบที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนนักเรียนที่แก้ปัญหาโดยไม่ใช้การสมการ

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะคือ

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในขั้นตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งจะมีวิธีการในการหาคำตอบได้หลายวิธี คะแนนเต็มในส่วนนี้มี 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะคือ

ให้ 0 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วนไม่ว่าจะทำวิธีใดก็ตาม

ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องครบถ้วนอย่างน้อย 1 วิธี หรืออาจจะทำวิธีอื่นและทำได้ถูกต้อง

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 2 ลักษณะคือ

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

แบบที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะคือ

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในขั้นตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ ซึ่งคะแนนเต็มในส่วนนี้มี 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 4 ลักษณะคือ

ให้ 1 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสร้างสมการหรือประโยคที่เขียนแสดงความเท่ากันได้

ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีการแก้สมการถูกต้องบางส่วน

ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีการแก้สมการถูกต้องครบถ้วน

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 2 ลักษณะคือ

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2552: 316 - 317) กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	คะแนนเต็ม	ระดับคะแนน	ระดับพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหา
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือ วิเคราะห์ปัญหา (Understand the problem)	1	0	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		0.5	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วน หรือไม่ครบถ้วน
		1	นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องและครบถ้วน
2. วางแผนแก้ปัญหา (Devise a plan)	2	0	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ทำเลย
		1	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีบางส่วนผิดโดยอาจแสดงลำดับการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
		2	นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม เช่น แสดงขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับก่อนหลังหรือเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ (Carry out the plan)	2	0	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย
		0.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องในบางส่วน ซึ่งเป็นส่วนน้อย หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบ้างเล็กน้อยแต่ไม่สำเร็จ
		1	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาได้พอสมควรแต่ไม่สำเร็จ
		1.5	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ครบถ้วน
		2	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ (Look back)	1	0	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผล ไม่ครบถ้วนหรือไม่มีการตรวจสอบเลย
		0.5	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบได้ถูกต้อง และสมเหตุสมผล แต่ไม่ครบถ้วน
		1	นักเรียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบได้ถูกต้อง

- **ข้อแนะนำในการตรวจให้คะแนน**

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2536: 37) ได้ให้ข้อแนะนำในการตรวจให้คะแนนข้อสอบอัตนัยไว้ดังนี้

1. ควรตรวจให้คะแนนข้อหนึ่งๆ ของทุกคนให้เสร็จ เพื่อป้องกันการลำเอียง และเพิ่มความเที่ยงในการให้คะแนน

2. ควรตรวจให้คะแนนข้อหนึ่งๆ ให้เสร็จ โดยปราศจากการรบกวนหรือการหยุดพักเป็นเวลานานๆ ถ้าข้อสอบมีจำนวนมากควรหยุดพักเป็นระยะๆ และเป็นเวลาสั้นๆ และควรกำหนดช่วงเวลาตรวจข้อสอบ ซึ่งเป็นช่วงเวลาที่ปลอดโปร่ง เช่น ช่วงเช้า นอกจากนี้ผู้ตรวจควรมีสุขภาพกายและจิตปกติ พยายามควบคุมสติและอารมณ์ให้แจ่มใสและเป็นปกติขณะกำลังตรวจสอบ

3. ควรมีการสุ่มตรวจข้อสอบ โดยไม่ต้องเรียงลับจากคนแรกไปถึงคนสุดท้ายในทุกๆ ข้อ เพื่อป้องกันความลำเอียง ซึ่งคนแรกๆ อาจได้คะแนนสูงหรือต่ำกว่าคนอื่นๆ

4. ไม่ควรดูชื่อผู้ตอบ วิธีป้องกันอาจให้ผู้ตอบเขียนชื่อด้านหลังของข้อสอบแทนที่จะเป็นหน้าแรกของข้อสอบ หรือให้เลือกบัตรที่มีเลขตรงกับหมายเลขในตัวข้อสอบ แล้วให้เขียนชื่อ-สกุลที่บัตร

5. ปัจจัยอื่นๆ ที่มิใช่เกี่ยวกับเนื้อหาสาระของการตอบ เช่น ลายมือ สำนวนภาษา การสะกด ไม่ควรนำมาพิจารณา แต่ถ้าผู้ตรวจเห็นว่าเป็นสิ่งสำคัญควรแจ้งให้ผู้ตอบทราบล่วงหน้าว่าปัจจัยเหล่านี้มีผลต่อคะแนน พร้อมทั้งแยกคะแนนส่วนนี้ไว้ต่างหาก และตั้งเป็นเกณฑ์เกี่ยวกับเรื่องนี้โดยเฉพาะ

6. ควรให้ผู้ตรวจให้คะแนน 2 คนหรือมากกว่า เพื่อเพิ่มความเที่ยงของการให้คะแนน ถ้าหากหาผู้ตรวจมากกว่า 1 คนไม่ได้ อาจใช้ผู้ตรวจคนเดียวตรวจซ้ำ 2 ครั้ง โดยเว้นช่วงเวลาในการตรวจ พร้อมทั้งสลับลำดับที่ของข้อสอบ ทั้งนี้ก็เพื่อเพิ่มความเที่ยงในการให้คะแนน วิธีดังกล่าวนี้เหมาะสมกับการตรวจข้อสอบที่ใช้ในการตัดสินที่สำคัญๆ

ค. <u>ข้อแนะนำในสร้างแบบทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</u>

อัมพร ม้าคนอง (2553: 172, 174) ได้ตั้งข้อสังเกตและให้ข้อแนะนำของการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตสาสตร์ไว้ว่า ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตสาสตร์ที่ผ่านมา มักใช้แบบทดสอบลักษณะเดียวกับแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมักเป็นข้อสอบปรนัยระดับการนำไปใช้ ให้ผู้เรียนเลือกตอบข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ซึ่งผลรวมของคะแนนสอบเป็นเพียงภาพรวมของระดับความสามารถที่ผู้เรียนมี ทั้งที่การแก้ปัญหาอาจมีระดับความบกพร่องแตกต่างกัน ตั้งแต่ไม่ทราบว่าจะแก้ปัญหาอย่างไรหรือทำไม่ได้เลย จนถึงเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาถูกต้องหรือเหมาะสม แต่คิดหรือคำนวณคำตอบผิดพลาด ด้วยเหตุนี้ผู้สอนจึงควรตระหนักว่าการใช้ข้อสอบลักษณะดังกล่าว ไม่ได้ให้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาของผู้เรียน สิ่งที่จะเป็นประโยชน์มากกว่าคือข้อมูลที่ทำให้ทราบว่าผู้เรียนแก้ปัญหาไม่ได้เพราะเหตุใด เช่น ไม่เข้าใจปัญหา วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เลือกใช้วิธีแก้ปัญหาไม่เหมาะสม ดำเนินการตามขั้นตอนทางคณิตสาสตร์ไม่ได้ ใช้เทคนิคหรือกลวิธีไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา ไม่ทราบวิธีตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นต้น แบบทดสอบที่จะใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา จึงควรมีลักษณะเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ ซึ่งแบบทดสอบการแก้ปัญหาแบบหนึ่งที่นิยมใช้กัน คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีทำงาน 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของ Polya เพื่อที่จะประเมินความสามารถในการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของผู้เรียน และใน

การใช้เครื่องมือเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ผู้สอนต้องแน่ใจว่าผู้เรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับทักษะที่ประเมินและเครื่องมือที่เลือกมาใช้เพียงพอ มิเช่นนั้นแล้วข้อผิดพลาดที่เกิดจากการประเมินอาจมิใช่ที่สาเหตุของการการเขียนของนักเรียน แต่อาจเกิดจากความไม่คุ้นเคยกับการเขียนมากกว่า

ด้วยข้อเด่นและข้อด้อยของแบบสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกและแบบสอบชนิดอัตนัยที่กล่าวในข้างต้นนั้น ผู้วิจัยจึงเห็นควรในการสร้างแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ให้มีข้อสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกโดยให้นักเรียนระบุความมั่นใจในการเลือกตอบ เพื่อจะเป็นประโยชน์ต่อการวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ให้มีความแม่นตรงมากขึ้น และมีข้อสอบอัตนัยแสดงวิธีทำ เพื่อให้นักเรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาและแสดงความรู้ความคิดอย่างเต็มที่ ทั้งนี้เพื่อให้เป็นประโยชน์ต่อการตรวจสอบความคิด ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ และข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างละเอียดต่อไป

1.2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการเรียนรู้คณิตศาสตร์กับการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

Wilson (1971: 643 - 696, อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 60 - 75, อ้างถึงใน อนันต์ จันทร์กวี, 2536: 252 - 259) ได้นำการจำแนกพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยหรือพฤติกรรมด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ของ Bloom และคณะ (Benjamin S. Bloom and others) มาแบ่งพฤติกรรมที่พึงประสงค์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หรือพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทางด้านพุทธิพิสัยออกเป็น 4 ระดับ พฤติกรรมในแต่ละระดับมีลักษณะดังนี้

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation)

พฤติกรรมระดับนี้เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนมาแล้วทั้งในด้านข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม ตลอดจนความสามารถในการคิดคำนวณ และการดำเนินการคิดโจทย์ปัญหาอย่างง่ายๆ ไม่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ต้องใช้การตัดสินใจ รวมถึงโจทย์ปัญหาที่เหมือนตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่เคยทำมาแล้ว พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 3 ขั้นย่อยๆ คือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts)

ความสามารถในการระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่เคยเรียนมาแล้ว ตลอดจนความรู้พื้นฐานต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ การวัดพฤติกรรมนี้มักเป็นการถามเพื่อวัดความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในรูปแบบเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว รวมถึงความรู้พื้นฐานซึ่งผู้เรียนต้องนำมาใช้เสมอ เช่น สูตรสำหรับหาเส้นรอบวงของวงกลมเมื่อกำหนด r เป็นรัศมีคืออะไร อินเวอร์สการคูณของจำนวนเต็ม 5 คือจำนวนอะไร ความชันของเส้นตรงแนวราบหรือความชันของเส้นตรงที่ขนานกับแกนนอนมีค่าเท่าใด เป็นต้น

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology)

ความสามารถในการระลึกถึงศัพท์และนิยามทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาแล้ว การวัดพฤติกรรมนี้มักเป็นการถามให้ผู้เรียนบอกความหมายของคำศัพท์และนิยามต่างๆ ตามที่ได้เคยเรียนมาแล้ว โดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างใด และไม่ต้องการหาความรู้อื่นมาช่วย เช่น เซต

ที่ไม่มีสมาชิกอยู่ในเซตเลยเรียกว่าอะไร ค่าสัมบูรณ์ของของจำนวนเต็ม k ใดๆ เขียนว่าอย่างไร รูปหลายเหลี่ยม (Polygon) มีลักษณะอย่างไร เป็นต้น

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ

(Ability to carry out algorithms)

ความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง ศัพท์หรือนิยาม และกระบวนการคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยได้เรียนมาแล้ว หรือการที่ผู้เรียนสามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาดำเนินการตามกระบวนการของการคิดคำนวณในแบบที่ได้เคยเรียนมาแล้ว โดยมิได้มุ่งหมายให้ผู้เรียนคิดหากระบวนการคิดคำนวณแบบใหม่ด้วยตนเอง เช่น การคำนวณตามลำดับขั้นตอนในการหารยาว ลำดับขั้นตอนในการหา ห.ร.ม.หรือค.ร.น. เป็นต้น หรือคำถามเพื่อให้นักเรียนคำนวณผลลัพธ์ออกมา เช่น ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของ 6 - (-3), $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$ หรือเปลี่ยน $\frac{1}{20}$ ให้อยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์ เป็นต้น

2. ความเข้าใจ (Comprehension)

พฤติกรรมระดับนี้เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนความสามารถในการตีความ แปลความ สรุปความและขยายความได้ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งเป็น 6 ขั้นย่อยๆ คือ

2.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of concepts)

ความสามารถในการนำความรู้และข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่เคยเรียนรู้มาสัมพันธ์กันและประมวลเข้าเป็นมโนทัศน์ ซึ่งเป็นความรู้ที่ทำให้สามารถตัดสินได้ว่าข้อมูลใดเป็นหรือไม่เป็นตัวอย่างตามมโนทัศน์ของสิ่งนั้น รวมถึงสามารถสรุปความหมายของสิ่งนั้นตามความเข้าใจของตนเองได้ คำถามเกี่ยวกับมโนทัศน์นี้ ครูจะต้องไม่เคยบอกหรือสอนสิ่งนั้นมาก่อน เพราะว่าถ้าเคยบอกมาก่อนแล้วจะกลายเป็นเพียงการวัดความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริงของสิ่งนั้นเท่านั้น จึงกล่าวได้ว่ามโนทัศน์เป็นเซตของสิ่งที่เกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริงต่างๆ เช่น กล่องไม้ขีดไฟเป็นรูปทรงอะไร เมื่อกำหนดให้ $f(x) = 2x + 1$ และ $g(x) = 3x - 1$ แล้ว $f(g(x)) = ?$ ถ้ามุมสองมุมเป็นมุมประกอบของมุมฉากแล้ว มุมทั้งสองจะเป็นมุมลักษณะใด เป็นต้น

2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไปทางคณิตศาสตร์

(Knowledge of principles, rules and generalization)

ความสามารถระดับนี้เป็นการนำเอาหลักการ กฎและความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นความสามารถที่ผู้เรียนควรจะรู้หลังจากที่ได้เรียนเนื้อหาเรื่องนั้นจบแล้ว อย่างไรก็ตาม บางครั้งคำถามในระดับนี้อาจเป็นการวัดพฤติกรรมในขั้นการวิเคราะห์ได้ ถ้าหากคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักและกฎที่ผู้เรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก เช่น ถ้าจำนวนสองจำนวนมี ห.ร.ม. เป็น 1 ดังนั้น ค.ร.น. ของสองจำนวนนี้เท่ากับเท่าใด เป็นต้น

2.3 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

(Knowledge of Mathematical structure)

คำถามที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้จะต่างจากพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม แม้ว่าส่วนใหญ่คำถามจะเกี่ยวกับศัทพ์และนิยามในคณิตศาสตร์แต่เน้นวัดพฤติกรรม

เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อวัดความสามารถในการมองเห็นส่วนประกอบย่อยของข้อความทางด้านคณิตศาสตร์ตามลักษณะที่มุ่งหวัง

2.4 ความสามารถในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability of transform problem elements from one mode to another)

ความสามารถในการเปลี่ยนข้อความให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ สมการ หรือรูปภาพ หรือการแปลข้อความที่กำหนดให้ออกเป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่อีกรูปหนึ่งหรือกลับกันแต่ยังคงความหมายเดิมอยู่ เป็นต้นว่าเปลี่ยนโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของสมการ ซึ่งการวัดในขั้นนี้ไม่ได้รวมถึงการหาคำตอบจากสมการนั้น

2.5 ความสามารถในการดำเนินความคิดตามเหตุผลที่วางไว้ (Ability of follow a line of reasoning)

ความสามารถในการอ่านและเข้าใจกับข้อความทางคณิตศาสตร์ และสามารถบอกได้ว่าผลสรุปของข้อความทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในแต่ละขั้นมาจากเหตุผลใด เช่น ความเข้าใจในบทความหรือผลงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความสามารถในการดำเนินตามแนวเหตุผลขณะที่อ่าน และความเข้าใจคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของการอนุมาน (Deductive format)

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability of read and interpret a mathematics problem)

ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ เพื่อทราบว่าโจทย์ต้องการอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ยังขาดส่วนใดอีก รวมทั้งการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลความและตีความสมการหรืออสมการที่

3. การนำไปใช้ (Application)

เป็นการนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง ทฤษฎี ฯลฯ ที่เคยได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ หรือความสามารถในการแก้ปัญหาต่างๆ ที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้ว โดยนักเรียนต้องผสมผสานความรู้ความสามารถจากพุทธิพิสัยที่มีในขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 ในการนำมาใช้แก้ปัญหา ซึ่งมีหลายขั้นตอนของการจัดกระทำ (Sequence of responses) เพื่อให้ได้คำตอบออกมา ดังนั้นพฤติกรรมที่ปรากฏในขั้นนี้จึงจำเป็นต้องมีการเลือกและตัดสินใจว่าจะทำขั้นตอนใดก่อนหลัง อย่างไรก็ตาม หากต้องการวัดพฤติกรรมระดับนี้ ไม่ควรใช้โจทย์ปัญหาข้อเดิมซึ่งอยู่ในแบบฝึกหัดหรือโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้ว สำหรับพฤติกรรมในระดับนี้จะแบ่งเป็น 4 ขั้นย่อยๆ ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย (Ability to solve routine problem)

ปัญหาที่คุ้นเคยเป็นปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้วในห้องเรียน แต่ไม่ใช่ปัญหาข้อเดียวกันกับตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเคยทำมาก่อนแล้ว ซึ่งนักเรียนจะต้องอาศัยพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำและพฤติกรรมขั้นความเข้าใจมาผสมผสานกันและใช้กระบวนการเพื่อที่จะแก้ปัญหา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons)

ความสามารถในการหาความสัมพันธ์โดยการเปรียบเทียบข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ 2 ชุด โดยในการแก้ปัญหาอาจต้องใช้พฤติกรรมขั้นความรู้ความจำและการคำนวณ กับพฤติกรรมขั้น

ความเข้าใจร่วมในการเปรียบเทียบเพื่อตัดสินใจ ซึ่งการวัดพฤติกรรมนี้มักเป็นคำถามที่ให้นักเรียนนึกถึงรายละเอียดที่เกี่ยวข้องต่างๆ เช่น มโนทัศน์ กฎ ศัพท์ นิยาม ของข้อมูล 2 ชุด เพื่อค้นพบความสัมพันธ์เปรียบเทียบและนำมาสรุปในการตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data)

ความสามารถนี้เกี่ยวข้องกับการอ่านและตีความข้อมูล การจัดกระทำข้อมูลและการตัดสินใจหรือให้ผลสรุปของข้อมูลนั้น ซึ่งพฤติกรรมที่พบในความสามารถนี้ได้แก่ การจำแนกโจทย์ปัญหาออกเป็นส่วนย่อย เพื่อตัดสินใจว่าข้อมูลส่วนใดมีความจำเป็นหรือไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา และประเมินว่าโจทย์ปัญหายังต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาอีกบ้าง

3.4 ความสามารถในการมองเห็นรูปแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to recognize patterns isomorphism and symmetries)

พฤติกรรมในขั้นนี้เกี่ยวกับการระลึกถึงข้อมูล การแปลงปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล การระลึกถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้ โดยคำถามในระดับนี้จะให้ผู้เรียนหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้หรือจากปัญหาที่กำหนดให้

4. การวิเคราะห์ (Analysis)

พฤติกรรมในขั้นนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้านพุทธิพิสัย นักเรียนที่ตอบปัญหาที่วัดพฤติกรรมขั้นนี้ได้ต้องมีความสามารถในระดับสูง เพราะเป็นการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าปัญหาธรรมดา กล่าวคือปัญหาจะมีลักษณะที่ซับซ้อน พลิกแพลง หรือเป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยกับที่นักเรียนเคยรู้เคยฝึกมาก่อน แต่ทั้งนี้มิได้หมายความว่าโจทย์ปัญหานั้นจะอยู่นอกขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมา ดังนั้นการแก้ปัญหาในระดับนี้จึงครอบคลุมความรู้ความสามารถทั้งสามขั้นที่กล่าวมาแล้ว รวมทั้งการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อสามารถค้นพบวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหานั้นๆ ได้ พฤติกรรมในขั้นนี้แบ่งออกเป็น 5 ขั้นย่อยๆ คือ

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Ability to solve non-routine problems)

ความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไป สู่เนื้อหาใหม่ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ส่วนมากเป็นปัญหาสถานการณ์ ซึ่งเป็นโจทย์ที่ไม่ได้อยู่ในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างและไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจึงต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อสำรวจว่ารู้อะไรบ้างในแต่ละส่วน ซึ่งในการแก้ปัญหาต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ของคณิตศาสตร์และความเข้าใจในมโนทัศน์หรือนิยาม ตลอดจนความรู้และทฤษฎีต่างๆ ที่ครูสอนมาแล้วมาผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา เนื่องจากจะนำกระบวนการคิดคำนวณมาใช้โดยตรงไม่ได้ ต้องพยายามหาวิธีการใหม่

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships)

ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่หรือนำสัญลักษณ์จากสิ่งที่กำหนดให้มาสร้างสูตรใหม่ด้วยตนเอง หรือเพื่อนำมาใช้ประโยชน์ในการหาคำตอบ โดยข้อสอบที่วัดพฤติกรรมในขั้นนี้นักเรียนจะจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา จึงต่างจากพฤติกรรมขั้นนำไปใช้ตรงที่นักเรียนต้องรวบรวมสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนดให้มาเป็นความสัมพันธ์ใหม่ แทนที่จะเป็นเพียงการระลึกถึงความสัมพันธ์แบบเดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการแสดงพิสูจน์ (Ability to construct proofs)

ความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเองซึ่งไม่เหมือนกับความสามารถในการพิสูจน์ขั้นนำไปใช้ โดยนักเรียนจะต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีความรู้ต่างๆ เข้ามาช่วยแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ (Ability to criticize proofs)

ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ การพิสูจน์ โดยเป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่ไปกับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่มีความยุ่งยากซับซ้อนกว่าการเขียนการพิสูจน์ เพราะต้องการให้นักเรียนให้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและการทดสอบความถูกต้องของสูตรนั้นซึ่งใช้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations)

พฤติกรรมขั้นนี้คล้ายกับพฤติกรรมของความสามารถในการแสดงพิสูจน์ แต่อาจซับซ้อนมากกว่า เพราะนักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นใหม่ได้ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องที่เคยเรียนมาแล้วและต้องมีความสมเหตุสมผล สามารถใช้สูตรนั้นได้ในกรณีทั่วไป หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าพฤติกรรมขั้นนี้เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนการพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบนั้น และข้อคำถามจะต้องการให้นักเรียนแสดงความสมเหตุสมผล

พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยจะเรียงลำดับขั้นคล้ายบันได พฤติกรรมด้านความรู้ความจำและการคิดคำนวณเป็นขั้นต่ำสุด สูงขึ้นไปเป็นขั้นความเข้าใจ การนำไปใช้และการวิเคราะห์ตามลำดับ ข้อสอบที่วัดด้านการนำไปใช้จะวัดความรู้ความจำและความเข้าใจด้วย บางครั้งพฤติกรรมมีความเกี่ยวพันกันจนยากที่จะจำแนกว่าข้อความนั้นวัดพฤติกรรมด้านใด โดยเฉพาะการจำเกี่ยวกับกระบวนการและการนำไปใช้อย่างง่ายๆ หรือการนำไปใช้ที่ซับซ้อนและการวิเคราะห์ อย่างไรก็ตามหากพิจารณาว่าข้อสอบข้อหนึ่งนักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่ผ่านมาเคยทำเคยเรียนมาก่อน ทำข้อสอบได้ข้อสอบข้อนั้นก็วัดความรู้ความจำ แต่ถ้าไม่เคยเรียนเคยทำมาก่อนข้อสอบข้อนั้นก็วัดสูงกว่าความรู้ความจำ ซึ่งเป็นความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ให้ใช้นิยามเข้าจับก็จะจำแนกได้ง่ายขึ้น (อนันต์ จันทร์กวี, 2537: 259) ดังนั้นจึงเห็นได้ว่า ข้อสอบบางข้อสามารถวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยได้หลายระดับขึ้นอยู่กับความสามารถของแต่ละบุคคล ว่าเคยมีความรู้และประสบการณ์มาก่อนหรือไม่

NLSMA หรือ The National Longitudinal of Mathematical Abilities (Heimer and trueblood, 1977: 11 อ้างถึงใน ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2533: 26 - 29) ได้กำหนดจุดประสงค์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์โดยพัฒนามาจากแนวคิดในการจำแนกประเภทจุดประสงค์ทางการศึกษาของ Bloom (Bloom’s taxonomy of educational objectives) โดยแบ่งความสามารถทางคณิตศาสตร์เป็น 5 ระดับเรียงจากระดับต่ำไปหาระดับสูงได้ดังนี้

4.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of facts) หมายถึง การระลึกข้อเท็จจริงเฉพาะเรื่องได้ เช่น คำศัพท์คณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ จุดเน้นคือ การระลึกได้หรือจำได้เท่านั้น ไม่ใช่การสังเคราะห์หรือการแปลสิ่งที่ระลึกได้

4.2 การคิดคำนวณ (Computation) หมายถึง ความสามารถในการทำตามกฎหลักการที่เรียนรู้มาแล้ว จุดเน้นคือ การจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ (บวก ลบ คูณ หาร) ซึ่งระบุไว้ชัดเจนแล้วไม่ต้องตัดสินใจว่าจะจัดกระทำด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์แบบใด

4.3 ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการตีความโจทย์ปัญหา กราฟ แผนภูมิ การแปลโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ การใช้เหตุผล จุดเน้นคือ ความเข้าใจเขียนสัญลักษณ์ได้ ไม่ใช่การคำนวณหาคำตอบ

4.4 การนำไปใช้ (Application) เป็นการนำความคิดรวบยอดหรือหลักการที่เรียนรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่โดยตรง เช่น นำความรู้ที่เรียนไปแก้โจทย์ปัญหาที่คล้ายกับโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้ว นอกจากนี้ยังครอบคลุมความสามารถในการเปรียบเทียบเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด การวิเคราะห์โจทย์ปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อหาว่าข้อมูลใดจำเป็นหรือไม่จำเป็นต้องนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

4.5 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการนำความคิดรวบยอดและหลักการไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่ซับซ้อนขึ้น ต้องใช้ความคิดลึกซึ้งขึ้น เช่น คิดอย่างสร้างสรรค์ แยกแยะส่วนประกอบสำคัญอย่างละเอียด การคิดหากระบวนการใหม่ในการแก้ปัญหา การแสดง การพิสูจน์ การสร้างหลักการ

1.3 <u>ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์</u>

Mayer (1992: 455 - 489; 2003: 146 - 189) ได้เสนอทักษะที่เป็นความสามารถพื้นฐานของการแก้ปัญหารวมทั้งสิ้น 4 ทักษะ ซึ่งในแต่ละทักษะต้องใช้ความรู้ด้านต่างๆ ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u>: ขั้นสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation)

การสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนทุกคนจะต้องผ่านกระบวนการในขั้นนี้ก่อนไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยทักษะสำคัญที่นักเรียนต้องใช้ในกระบวนการขั้นนี้มีด้วยกัน 2 ทักษะดังนี้

1. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation)

หมายถึง ความสามารถในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ และการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของโจทย์ที่บรรยายอยู่ในรูปของประโยคภาษา กราฟ แผนภูมิ ตารางข้อมูล หรือรูปภาพ เพื่อจะได้ทราบว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและโจทย์ต้องการหาสิ่งใด โดยความรู้ที่ต้องใช้ในทักษะนี้มี 2 ประเภทคือ (1) ความรู้ทางภาษา (Linguistic knowledge) เป็นความรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถอ่านหนังสือได้และเข้าใจความหมายของสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนด (2) ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Factual knowledge) หรือความรู้เกี่ยวกับความหมายของศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือนิยามทางคณิตศาสตร์ (Semantic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้แจ่มชัดยิ่งขึ้น

Mayer ได้กล่าวว่า การแปลความโจทย์คณิตศาสตร์จะมีความยากเพิ่มขึ้นเมื่อสถานการณ์ปัญหามีประโยคที่บรรยายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้กับปริมาณของตัวแปรในโจทย์ (Relational statement) ตัวอย่างเช่น “แมรี่มีอายุเป็น 2 เท่าของเบ็ตตี้ ถ้าแมรี่อายุ 40 ปี เบ็ตตี้จะมีอายุกี่ปี?” จะเห็นว่าโจทย์ปัญหานี้ได้บรรยายความสัมพันธ์ของอายุของแมรี่คือ 40 ปี (ปริมาณของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้) กับอายุของเบ็ตตี้ (ปริมาณของตัวแปรในโจทย์) โดยกล่าวไว้ว่า *แมรี่มีอายุเป็น 2 เท่าของเบ็ตตี้* ซึ่งโจทย์ปัญหาลักษณะนี้จะมีความยากมากกว่าโจทย์ที่บอก

ปริมาณของข้อมูลมาให้โดยตรง (Assignment statement) เช่น “แมรี่อายุ 40 ปี เบ็ตตี้อายุ 20 ปี แมรี่มีอายุเป็นกี่เท่าของเบ็ตตี้?” ดังนี้เป็นต้น นอกจากนี้ Loftus และ Suppes (1972 อ้างถึงใน Mayer, 2003: 154) ยังพบว่า โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการแปลงหน่วยปริมาณของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้จะมีความยากมากกว่าโจทย์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแปลงหน่วยปริมาณของข้อมูล

ตัวอย่างคำถามวัดทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์

- **บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้**

“กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้าน 30 เซนติเมตร ถ้าต้องการซื้อกระเบื้องมาปูห้องๆ หนึ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความยาว 7.2 เมตร ความกว้าง 5.4 เมตร ซึ่งกระเบื้องราคาแผ่นละ 0.72 เซนต์ จะต้องจ่ายเงินซื้อค่ากระเบื้องทั้งหมดเท่าใด”

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ข. ห้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 7.2 x 5.4 ตารางเมตร
(ค.) กระเบื้องราคาแผ่นละ 30 เซ็นต์
ง. กระเบื้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 30 x 30 ตารางเซนติเมตร
จ. ห้องมีความยาว 7.2 เมตร

- **ทบทวนสิ่งที่โจทย์ถาม**

“กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้าน 30 เซนติเมตร ถ้าต้องการซื้อกระเบื้องมาปูห้องๆ หนึ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความยาว 7.2 เมตร ความกว้าง 5.4 เมตร ซึ่งกระเบื้องราคาแผ่นละ 0.72 เซนต์ จะต้องจ่ายเงินซื้อค่ากระเบื้องทั้งหมดเท่าใด”

สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร ?

ก. ความยาวและความกว้างของห้อง
ข. ราคากระเบื้องต่อ 1 แผ่น
(ค.) ราคากระเบื้องทั้งหมดที่ต้องซื้อมาปูห้อง
ง. ขนาดของกระเบื้องที่ต้องการ

2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration)

หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้คัดเลือกข้อมูลจากโจทย์ที่มีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และประมวลข้อมูลที่คัดเลือกแล้วดังกล่าวมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation) โดยการจัดวางข้อมูลให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องกันตามหลักคณิตศาสตร์ สำหรับความรู้ที่ใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้ด้านแบบแผนทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา (Schematic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาเพื่อนำไปเชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ ในสถานการณ์ปัญหาว่ามีความเกี่ยวข้องกันในลักษณะใด และมีหลักการทางคณิตศาสตร์อะไรบ้างที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ อย่างไรก็ตามพฤติกรรมที่พบในทักษะนี้สามารถแสดงออกได้หลายรูปแบบ ได้แก่

1) บอกได้ว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มีความขัดแย้งกันเองหรือไม่ (โดยเป็นการขัดแย้งกันด้วยหลักของเหตุผลหรือขัดแย้งกันด้วยหลักคณิตศาสตร์) ถ้ามี ข้อมูลที่ขัดแย้งกันนั้นคือข้อมูลใดและมีความขัดแย้งกันอย่างไร ในการตรวจสอบพฤติกรรมที่ว่านี้ให้สร้างโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีสถานการณ์ปัญหาซึ่งมีข้อมูลที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้จริง หรือมีข้อมูลที่เป็นไปไม่ได้ (Impossible problem) เพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อมูล เช่น “ชายคนหนึ่งมีจำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซนต์เป็น 7 เท่าของจำนวนเหรียญสิบเซนต์ที่เขามี ถ้ามูลค่าของจำนวนเหรียญสิบเซนต์ที่เขามีมากกว่ามูลค่าของจำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซนต์อยู่ 2.50 ดอลลาร์ อยากทราบว่าชายคนนี้จะมีเหรียญแต่ละชนิดจำนวนกี่เหรียญ?” หากพิจารณาปัญหานี้ให้ดีจะพบว่า เมื่อใช้ความรู้ด้านภาษาและความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เพื่อแปลงประโยคในโจทย์ให้เป็นสมการทางคณิตศาสตร์จะได้ว่า Q = 7D และ D(0.10) = 2.50 + Q(0.25) เมื่อกำหนดให้ Q แทนจำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซนต์ และ D แทนจำนวนเหรียญสิบเซนต์ แต่เมื่อได้พิจารณาสมการทั้งสองร่วมกันอย่างถี่ถ้วนแล้วจึงพบว่า ปัญหานี้ไม่สามารถสร้างสมการเพื่อเป็นตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation) ได้ เนื่องจากสมการที่สร้างขึ้นไม่สอดคล้องกันอย่างสมเหตุสมผลตามหลักคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนที่จะสามารถแสดงพฤติกรรมนี้ได้จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ร่วมในการพิจารณาข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อบูรณาการข้อมูลเหล่านั้นมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาให้มีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์

2) พิจารณาข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแยกแยะข้อมูลที่จำเป็นและข้อมูลที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา ให้สามารถเลือกใช้ข้อมูลมาแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง หรือคัดเลือกเฉพาะข้อมูลจากโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ ฉะนั้นนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมนี้ได้จึงต้องรู้จักประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการจำแนกข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ แล้วคัดเลือกเฉพาะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหานั้น

3) บอกได้ว่าในการแก้ปัญหานั้นๆ จำเป็นต้องใช้ข้อมูลใดบ้าง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือบอกได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลมาเพียงพอสำหรับใช้แก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอ ข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมนั้นคืออะไรบ้าง อย่างไรก็ตามพฤติกรรมนี้จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับพฤติกรรมในข้อ 2 เพียงแต่แสดงออกในรูปแบบที่ต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหา กล่าวคือโจทย์ปัญหาซึ่งใช้วัดพฤติกรรมในข้อ 2 มักเป็นโจทย์ที่ให้ข้อมูลมากเกินความจำเป็นต่อการแก้ปัญหาเพื่อวัดความ สามารถในการจำแนกข้อมูลและคัดเลือกข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ในขณะที่ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ใช้วัดพฤติกรรมนี้มักเป็นโจทย์ที่กำหนดข้อมูลให้ไม่ครบถ้วนหรือไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา แล้วบอกข้อมูลส่วนที่เหลือหรือบอกข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมในการใช้แก้ปัญหา กล่าวอีกนัยหนึ่งคือนักเรียนต้องสามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อบอกข้อมูลที่ต้องการซึ่งได้ขาดหายไปแต่มีความเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวอันจะนำไปสู่การแก้ปัญหาต่อไปได้

4) สร้างโจทย์คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับสมการคณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้ได้ ซึ่งนักเรียนต้องแสดงความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อมาบูรณาการกับข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาให้

ออกมาเป็นโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลในโจทย์สอดคล้องกันตามเงื่อนไขของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้

5) จำแนกโจทย์ปัญหาตามลักษณะเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือตามลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการใช้แก้ปัญหาได้ โดยส่วนใหญ่แล้วนักเรียนที่จะแสดงพฤติกรรมนี้ได้ต้องมีความรู้พื้นฐานเรื่อง “กลุ่มโครงสร้างของโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem categories)” ก่อน จึงจะสามารถจำแนกหรือจัดประเภทของโจทย์ปัญหาตามลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ (ซึ่งโดยส่วนมากการสอนความรู้พื้นฐานดังกล่าว มักพบในรูปแบบการเรียนการสอนของโรงเรียนในต่างประเทศ และมักไม่ค่อยพบการเรียนการสอนลักษณะนี้ในโรงเรียนของไทย) อย่างไรก็ตามพฤติกรรมนี้ยังคงเป็นพฤติกรรมที่ต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เช่นกัน เพื่อที่จะจำแนกสถานการณ์ปัญหาในโจทย์ตามลักษณะของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

6) สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ โดยใช้การวาดรูปเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือจะแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยการสร้างแผนภูมิ ตารางข้อมูลหรือแผนภาพก็ได้ รวมถึงการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยสร้างสมการที่สอดคล้องกัน เป็นต้น ซึ่งนักเรียนที่สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาได้จะต้องสามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้และมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ได้

พฤติกรรมที่ปรากฏในทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวไปในข้างต้นนี้ มีข้อสังเกตบางประการซึ่งเห็นได้ว่า พฤติกรรมเหล่านั้นล้วนมีลักษณะของพฤติกรรมที่เท่าเทียมกัน ในแง่ที่ต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงความรู้กับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เหมือนกัน หรือพฤติกรรมเหล่านั้นต่างมีคุณลักษณะบางประการที่เหมือนกันคือต้องการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล เพียงแต่มีการแสดงออกของแต่ละพฤติกรรมที่แตกต่างกันออกไปเท่านั้น

ตัวอย่างคำถามวัดทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

- จำแนกรูปแบบของปัญหา

“ร้านแห่งหนึ่งขายแตงโม 3 ลูก ราคา 1 ดอลลาร์ แลร์รี่จะได้แตงโมกี่ลูก ถ้าเขาซื้อไป 4 ดอลลาร์” ปัญหาใดต่อไปนี้มีวิธีการแก้ปัญหาเหมือนกับโจทย์ปัญหาดังกล่าว

(ข.) มีหนังสือ 3 เล่ม สำหรับนักเรียน 4 คน จะมีหนังสือทั้งหมดกี่เล่ม เมื่อห้องๆ หนึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 20 คน

ค. รถยนต์คันหนึ่งวิ่งด้วยความเร็วคงที่ 65 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ผ่านไป 4 ชั่วโมงรถคันนี้วิ่งได้ระยะทางกี่กิโลเมตร

ง. จอห์นมีลูกแก้ว 25 ลูก ซูมีลูกแก้ว 12 ลูก จอห์นมีลูกแก้วมากกว่าซูกี่ลูก

จ. ถ้าลูกโป่งราคาลูกละ 10 เซ็นต์ และดินสอราคาแท่งละ 5 เซ็นต์ จะต้องจ่ายเงินซื้อลูกโป่ง 3 ลูก และดินสอ 2 แท่งทั้งหมดกี่บาท

- **จำแนกข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา**

"ผู้จัดการซื้อกล้องถ่ายรูปมา 100 ตัว จ่ายเงินไปทั้งหมด 3,578 ดอลลาร์ จากนั้นขายกล้องถ่ายรูปที่ซื้อมาทั้งหมดได้เงินมา 6,024 ดอลลาร์ อยากทราบว่าผู้จัดการได้กำไรเท่าไร?"

จำนวนในข้อใดนำมาใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว

ก. 100 , 6,024 , 3,578 ข. 100 , 3,578

ค. 100 , 6,024 (ง.) 6,024 , 3,578

- **พิจารณาข้อมูลที่จำเป็นสำหรับใช้หาคำตอบ**

"แม่น้ำมิสซิซิปปีมีความยาวมากกว่าแม่น้ำแยงซีเกียงเท่าใด ?"

ข้อมูลใดจำเป็นสำหรับใช้ในการหาคำตอบของปัญหาดังกล่าว

(ก.) ความยาวของแม่น้ำมิสซิซิปปีและความยาวของแม่น้ำแยงซีเกียง

ข. ที่ตั้งและความยาวของแม่น้ำมิสซิซิปปีและที่ตั้งและความยาวของแม่น้ำแยงซีเกียง

ค. ค่าเฉลี่ยของปริมาณน้ำฝนที่ตกลงสู่แม่น้ำมิสซิซิปปีและค่าเฉลี่ยของปริมาณน้ำฝนที่ตกลงสู่แม่น้ำแยงซีเกียง

ง. ความยาวของแม่น้ำแยงซีเกียง

- **สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาในรูปของแผนภาพหรือรูปภาพ**

"แมรี่ แจ็กสัน มีรายได้ 215 ดอลลาร์ต่อสัปดาห์ เธอจ่ายค่าที่พักไป 30% อยากทราบว่าเธอจ่ายค่าที่พักกี่บาทต่อสัปดาห์" แผนภาพใดอธิบายสภาพของปัญหาดังกล่าวถูกต้องที่สด

<u>ขั้นที่ 2</u>: ขั้นแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ (Problem solution)

สำหรับขั้นสุดท้ายของกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เป็นการใช้ตัวแทนทางความคิดของปัญหาที่สร้างแล้วนั้น มาประกอบในการวางแผนแก้ปัญหาเพื่อหากลวิธีที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยกระบวนการในขั้นนี้ประกอบด้วยทักษะที่สำคัญ 2 ทักษะ ได้แก่

1. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring)

หมายถึง ความสามารถในการบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงข้อมูลทั้งหมดไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยมีการแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา (Planning) พร้อมทั้งกำกับความคิด (Monitoring) เพื่อตรวจสอบการวางแผนขั้นตอนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่ามีความสำคัญอย่างไรหรือเพราะเหตุใดจึงเลือกขั้นตอนนั้นมาแก้ปัญหา และขั้นตอนเหล่านั้นมีความถูกต้องเหมาะสมแล้วหรือไม่ สำหรับความรู้ที่ใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้ด้านกลวิธีในการหาคำตอบหรือความรู้เกี่ยวกับการวางแผนแก้ปัญหา (Strategic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ต้องอาศัยประสบการณ์การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคล ร่วมกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาในการวางแผนหรือสร้างกลวิธีแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ

ตัวอย่างคำถามวัดทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา

- **สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาในรูปของประโยคสัญลักษณ์ สมการคณิตศาสตร์ หรือเขียนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา**

"ตัวแทนขายประกันไปพบลูกค้า 585 คน เขาขายประกันชีวิตได้ 76 คน ขายประกันอัคคีภัยได้ 97 คน และขายประกันรถยนต์ได้ 208 คน อยากทราบว่าเขาขายประกันได้ทั้งหมดเท่าใด?" ประโยคสัญลักษณ์ในข้อใดสอดคล้องกับปัญหาดังกล่าว

(ก.) 76 + 97 + 208 =　　ข. 585 + 76 + 97 + 208 =
ค. 585 - 76 - 97 - 208 =　　ง. 208 - 97 - 76 =

- **สร้างปัญหาย่อยหรือตั้งคำถามย่อยเพื่อแก้ปัญหา**

"กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้าน 30 เซนติเมตร ถ้าต้องการซื้อกระเบื้องมาปูห้องๆ หนึ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความยาว 7.2 เมตร ความกว้าง 5.4 เมตร ซึ่งกระเบื้องราคาแผ่นละ 0.72 เซนต์ จะต้องจ่ายเงินซื้อค่ากระเบื้องทั้งหมดเท่าใด"

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนต้องหาสิ่งใดก่อน

(ก.) จำนวนกระเบื้องที่ต้องการทั้งหมด
ข. ผลต่างของความยาวด้านของห้อง
ค. ราคากระเบื้อง 100 แผ่น
ง. จำนวนเงินที่เหลือจากการซื้อกระเบื้อง

- **สรุปคำถามของปัญหา**

"นักเรียนจำนวน 130 คน จากโรงเรียนมารีคูรีกำลังเดินทางไปปิคนิคที่นอกโรงเรียน ซึ่งรถโรงเรียนแต่ละคันสามารถบรรทุกนักเรียนได้ 50 คน อยากทราบว่า จะต้องใช้รถโรงเรียนทั้งหมดกี่คัน?" โรสแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยการดำเนินการดังนี้: เมื่อพิจารณาคำถามของปัญหาดังกล่าว อยากทราบว่าคำตอบของปัญหาคือข้อใด?

$$\begin{array}{r} 2 \\ 50\overline{)130} \\ \underline{100} \\ 30 \end{array}$$

ก. 2　　ข. 2 เศษ 30　　ค. $2\frac{3}{5}$　　(ง.) 3

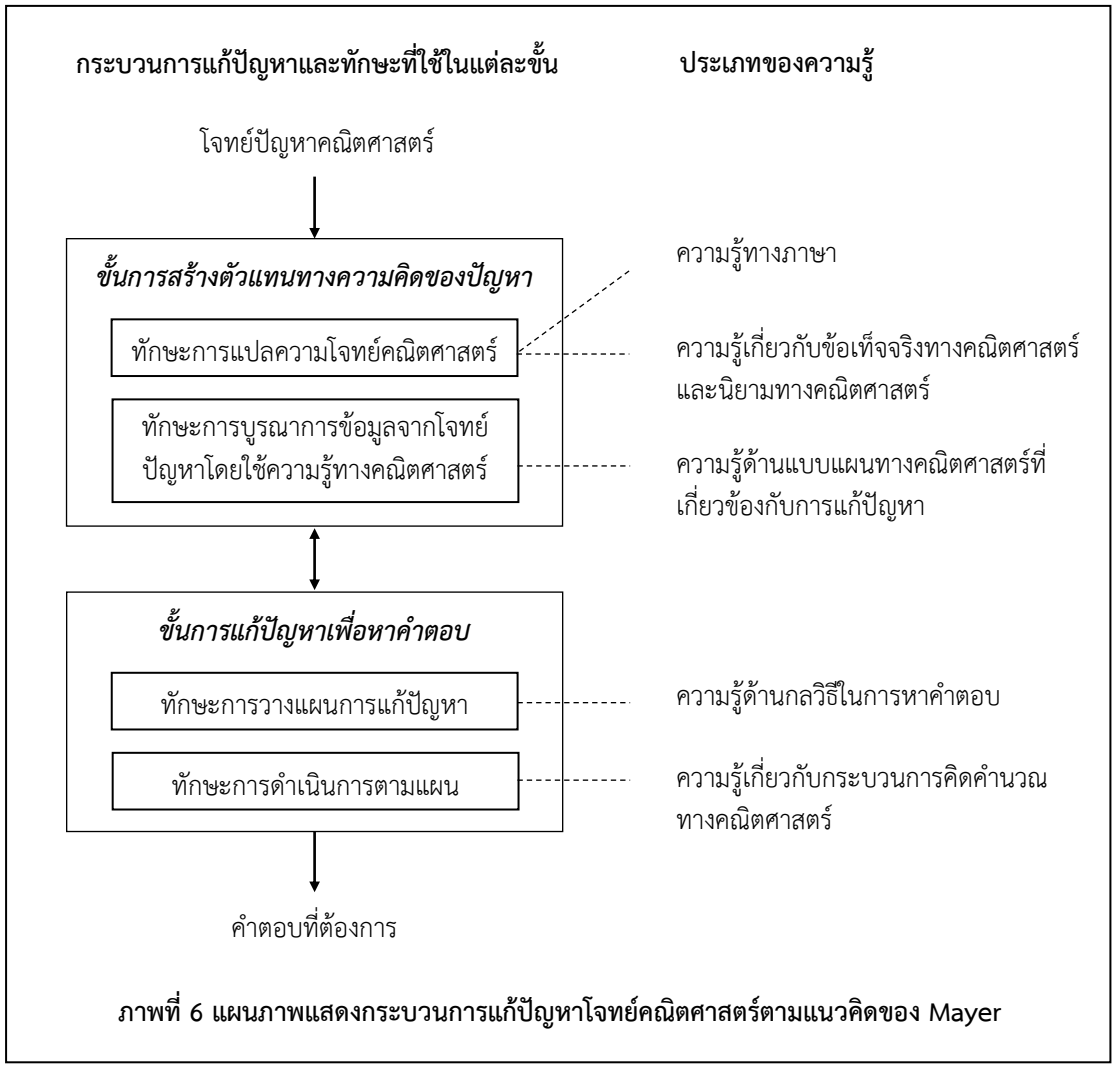
2. ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution)

หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามกลวิธีที่ได้วางแผนไว้และการคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยความรู้สำคัญที่ต้องใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ (Procedural knowledge) เพื่อคำนวณหาคำตอบตามแผนการที่วางไว้จนได้ผลลัพธ์ออกมาตามที่ต้องการ ทักษะนี้จึงเป็นทักษะที่ใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ลำดับสุดท้ายนั่นเอง

ตัวอย่างคำถามวัดทักษะการดำเนินการตามแผน

- **ดำเนินการทางเลขคณิตได้ถูกต้อง**
  จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ
  1) (3.4 x 5.1) - 12 2) (49 + 0.15) x 18 เป็นต้น

สำหรับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละทักษะย่อยที่กล่าวมาในข้างต้น จะปรากฏอยู่ในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 6 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Mayer

ตารางสรุปพฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา
1. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation) หมายถึง ความสามารถในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์และทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของโจทย์ซึ่งบรรยายอยู่ในรูปของประโยคภาษา กราฟ แผนภูมิ ตารางข้อมูลหรือรูปภาพ เพื่อที่จะทราบว่าโจทย์ได้ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและโจทย์ต้องการหาสิ่งใด	พฤติกรรม 1-1 : ● บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ พฤติกรรม 1-2 : ● บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ พฤติกรรม 1-3 : ● บอกข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้เกี่ยวกับมาตราและหน่วยของปริมาณต่างๆ รวมถึงความหมายหรือนิยามของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาได้
2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration) หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้คัดเลือกข้อมูลจากโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และประมวลข้อมูลดังกล่าวเพื่อนำมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา โดยการจัดวางข้อมูลให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์	พฤติกรรม 2-1 : ● บอกได้ว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มีความขัดแย้งกันเองหรือไม่ ถ้ามี ข้อมูลที่ขัดแย้งกันดังกล่าวคือข้อมูลใดบ้าง และมีความขัดแย้งกันอย่างไร (ความขัดแย้งนั้นต้องเป็นการขัดแย้งกันด้วยหลักของเหตุผลหรือขัดแย้งกันตามหลักคณิตศาสตร์) พฤติกรรม 2-2 : ● แยกแยะข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพื่อคัดเลือกเฉพาะข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหามาใช้ในการแก้ปัญหาได้ หรือคัดเลือกเฉพาะข้อมูลจากโจทย์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ พฤติกรรม 2-3 : ● บอกได้ว่าโจทย์ปัญหาให้ข้อมูลเพียงพอสำหรับใช้แก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอ ข้อมูลที่ต้องการเพิ่มนั้นมีอะไรบ้าง พฤติกรรม 2-4 : ● สร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หรือสมการคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้ พฤติกรรม 2-5 : ● จำแนกรูปแบบของโจทย์คณิตศาสตร์ต่างๆ ที่กำหนดมาให้ตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือตามลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการใช้แก้ปัญหาได้ พฤติกรรม 2-6 : ● สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ โดยใช้การวาดรูปเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือการนำข้อมูลมาสร้างเป็นแผนภูมิ ตารางข้อมูล แผนภาพหรือสมการคณิตศาสตร์ เป็นต้น

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา
3. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring) หมายถึง ความสามารถในการบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยมีการแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาและเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำกับความคิดเพื่อตรวจสอบการวางแผนกระบวนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่ามีความสำคัญอย่างไรและถูกต้องเหมาะสมแล้วหรือไม่	<u>พฤติกรรม 3-1</u> : ● แบ่งขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาและเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา โดยบอกได้ว่าแต่ละขั้นตอนที่ใช้แก้ปัญหามีความสำคัญอย่างไร เหตุใดจึงเลือกทำเช่นนั้น *หรือ* ● บอกข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาก่อนไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งเป็นข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ได้ <u>พฤติกรรม 3-2</u> : ● บอกวิธีการคำนวณหรือสูตร กฎ หลักการ ที่ต้องใช้ในการดำเนินการของขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนได้
4. ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution) หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาตามกลวิธีที่ได้วางแผนไว้ และการคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการ	<u>พฤติกรรม 4-1</u> : ● ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการหรือกลวิธีที่กำหนดไว้อย่างมีเหตุผล <u>พฤติกรรม 4-2</u> : ● คิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะทางเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิตและการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้นอย่างเหมาะสมได้

ตัวอย่างการนำทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้ง 4 ทักษะมาใช้แก้ปัญหาสามารถอธิบายด้วยตัวอย่างการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ต่อไปนี้ (Mayer, 2003: 152)

“กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาว 30 เซนติเมตร ถ้าจะซื้อกระเบื้องมาปูห้องๆ หนึ่ง ซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ยาว 7.2 เมตร และกว้าง 5.4 เมตร และกระเบื้องหนึ่งแผ่นราคาแผ่นละ 35 บาท จะต้องจ่ายเงินซื้อค่ากระเบื้องมาทั้งหมดเท่าใด”

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Mayer	ประเภทของความรู้ที่ใช้	ตัวอย่างการนำปัญหามาพิจารณาแยกตามทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และความรู้ที่ใช้
2. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation)	- ความรู้ทางภาษา (Linguistic knowledge)	- กระเบื้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 30 ซ.ม. - ห้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาว 7.2 เมตร และด้านกว้าง 5.4 เมตร - กระเบื้องแต่ละแผ่นราคา 35 บาท - โจทย์ต้องการทราบค่าใช้จ่ายในการซื้อกระเบื้องเพื่อมาปูห้อง
	- ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Factual knowledge) หรือความรู้เกี่ยวกับความหมายของศัพท์คณิตศาสตร์หรือนิยามทางคณิตศาสตร์ (Semantic knowledge)	- 1 เมตร มีค่าเท่ากับ 100 เซนติเมตร
3. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration)	- ความรู้ด้านแบบแผนทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา (Schematic knowledge)	- ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งต้องใช้สูตร พื้นที่ = ความกว้าง x ความยาว
4. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring)	- ความรู้ด้านกลวิธีในการหาคำตอบหรือความรู้เกี่ยวกับการวางแผนแก้ปัญหา (Strategic knowledge)	- หาพื้นที่ของห้องจากการคูณ 7.2 x 5.4 ตร.ม. จากนั้นหาพื้นที่ของกระเบื้องโดยการคูณ 0.3 x 0.3 ตร.ม. ต่อไปหาจำนวนของกระเบื้องที่ต้องซื้อ โดยการเอาพื้นที่ของห้องตั้ง หารด้วยพื้นที่ของกระเบื้อง สุดท้ายนำจำนวนกระเบื้องที่คำนวณได้ มาคูณกับราคาต่อแผ่น คือ 35 บาท เพื่อหาว่าต้องจ่ายเงินทั้งหมดเท่าใด
4. ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution)	- ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ (Procedural knowledge)	- 7.2 x 5.4 = 38.88 - 0.3 x 0.3 = 0.09 - 38.88 ÷ .09 = 432 - 432 x 35 = 15,120

<u>ตอนที่ 2</u> : งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

2.1 <u>งานวิจัยในประเทศ</u>

วรรณดี วรรณศิลป์ (2522) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างประชากรนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2522 ในโรงเรียนรัฐบาลสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 310 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ซึ่งมีค่าความยาก 0.28 – 0.78 ค่าอำนาจจำแนก 0.25 – 0.80 ค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.86 ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

แน่งน้อย ทองธวัส (2526) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำและความสามารถในการใช้นิยมและทฤษฎีบท กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เครื่องมือวิจัยเป็นแบบทดสอบ 3 ชุดคือ แบบทดสอบความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ แบบทดสอบความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบท และแบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ ความสามารถในการใช้นิยมและทฤษฎีบท และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน โดยเป็นความสัมพันธ์ทางบวก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ และความสามารถในการใช้นิยมและทฤษฎีบท สามารถพยากรณ์ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เจริญ แก้วประดิษฐ์ (2532) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนรัฐบาล สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 3 จำนวน 405 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์สมการวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีโจทย์สมการทั้งหมด 10 ข้อ แต่ละโจทย์มีข้อคำถามย่อยจำนวน 5 คำถาม เพื่อแยกวัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาโจทย์สมการ 5 ขั้นตอน ได้แก่ (1) การตีความและทำความเข้าใจโจทย์ (2) การใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า (3) การเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนด (4) การแก้สมการหาคำตอบ และ (5) การตรวจสอบคำตอบ คำถามย่อยแต่ละข้อให้คะแนนแบบ 1 - 0 การตัดสินความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนแต่ละคนคือ ต้องผ่านเกณฑ์ 5 ข้อขึ้นไปจากโจทย์สมการทั้งหมด 10 ข้อ โดยมีเกณฑ์การให้ผ่านของโจทย์สมการแต่ละข้อ คือ ต้องได้คะแนน 4 คะแนนจากคะแนนเต็ม(ของโจทย์) 5 คะแนน ส่วนเกณฑ์การตัดสินความสามารถของการแก้โจทย์สมการของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างว่าอยู่ในระดับใด ผู้วิจัยถือเอาจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ทำโจทย์สมการผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไปมาคิดเป็นร้อยละ และนำค่าร้อยละที่ได้มาเทียบเกณฑ์ที่ผู้วิจัยตั้งขึ้น เพื่อการตัดสินว่านักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับใด ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับต่ำมาก ส่วนความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนในแต่ละขั้น ได้ผลดังนี้คือ

1. ความสามารถในการตีความและทำความเข้าใจโจทย์ อยู่ในระดับปานกลาง
2. ความสามารถในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า อยู่ในระดับปานกลาง
3. ความสามารถในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดอยู่ในระดับต่ำ
4. ความสามารถในการแก้สมการหาคำตอบ อยู่ในระดับต่ำมาก
5. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ อยู่ในระดับต่ำมาก

ไตรรงค์ เจนการ (2532; อ้างถึงใน ทองหล่อ วงษ์อินทร์, 2536: 57) ศึกษาเรื่อง การพิสูจน์ร่องรอยกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แล้วนำกระดาษคำตอบของนักเรียนที่แสดงวิธีการคิดในแต่ละตอนจนได้คำตอบ พร้อมกับร่องรอยการคิดในกระดาษทดมาสอบถามนักเรียนเป็นรายบุคคลอีกครั้ง นักเรียนจะเล่าและแสดงกระบวนการคิดอีกครั้ง สรุปได้เป็นรูปแบบการคิด 6 แบบ คือ

1. นักเรียนอ่านโจทย์เข้าใจ รู้วิธีทำ คิดคำนวณได้ถูกตามวิธีการ ได้คำตอบถูกต้อง
2. นักเรียนอ่านโจทย์เข้าใจ รู้วิธีทำ เรียงลำดับได้ว่าทำสิ่งใดก่อนสิ่งใดหลัง แต่เมื่อลงมือคำนวณแล้วไม่ถูกต้อง หรือถูกบางจุด จึงได้คำตอบผิด
3. นักเรียนอ่านโจทย์เข้าใจ แต่ไม่รู้วิธีทำที่ถูกจริง ทำให้ได้คำตอบที่ผิด แม้จะมีความสามารถในการคำนวณก็ตาม
4. นักเรียนมีความเข้าใจโจทย์อย่างเดียว นอกนั้นทำไม่ได้
5. นักเรียนคำนวณได้อย่างเดียว ไม่มีความเข้าใจโจทย์
6. นักเรียนไม่รู้อะไรเลย บางคนอ่านหนังสือไม่ออก

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2533) ได้ศึกษากระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษากรุงเทพมหานคร ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจำนวน 102 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ชุด ได้แก่ (1) แบบวัดกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา เป็นแบบวัดที่สร้างขึ้นโดยดัดแปลงจากรูปแบบของแบบสอบเขียนตอบ เอ็ม อี คิว มีโจทย์ปัญหาทั้งหมด 6 ข้อ แต่ละข้อจะมีข้อความซึ่งเป็นข้อมูลและคำถามข้อละ 3 ตอน ซึ่งแยกแต่ละตอนไว้ในแต่ละหน้า โดยที่แต่ละตอนของโจทย์ปัญหาข้อหนึ่งๆ จะให้ข้อมูลเพิ่มเติมจากข้อมูลของตอนในลำดับก่อนหน้าของโจทย์ข้อนั้น และมีคำถามที่แตกต่างกันไปในแต่ละตอนเพื่อเน้นวัดกระบวนการย่อยๆ ก่อนจะถึงจุดหมายปลายทางของสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบอย่างแท้จริง (2) แบบสังเกตกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา เป็นแบบสำรวจรายการขั้นตอนและวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่จะเกิดขึ้น และ (3) แบบสัมภาษณ์การใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วยคำถามปลายเปิดที่ใช้ถามนักเรียน เพื่อให้ได้ความเข้าใจในกระบวนการที่นักเรียนใช้ตามที่สังเกตพบมากขึ้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีกระบวนการแก้ปัญหาเพียง 3 ขั้นตอนคือ การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา และการดำเนินการตามแผนแก้ปัญหา มีเพียงส่วนน้อยที่มีขั้นทบทวนคำตอบและแผนแก้ปัญหา ด้านกลวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนมีวิธีการเปรียบเทียบและให้เหตุผล การลองผิดลองถูก การเขียนรายการ และการหาทางเลือกที่มากที่สุด แต่มีวิธีการคิดย้อนหลังจำนวนน้อย และไม่มีการสร้างตารางเลย

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533) ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยชุดการเรียนการสอนมีลักษณะเป็นสื่อประสม อันได้แก่ แผ่นโปร่งใส แบบฝึกกลุ่ม แบบฝึกรายบุคคล และเกมการแข่งขัน การพัฒนาใช้ทฤษฎีการรู้คิด (Cognitive theory) และทฤษฎีการซึมซับ (Absorption theory) และหลักการเรียนรู้ 3 แบบคือ หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning) หลักการเรียนรู้เป็นรายบุคคล (Individual learning) และหลักการเรียนแบบรอบรู้ (Mastery learning) ชุดการเรียนการอสนประกอบด้วย 3 ชุดย่อยคือ 1) ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา 2) ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหา และ 3) ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา โดยชุดการเรียนการสอนทั้ง 3 ชุดมีลักษณะต่อเนื่องและลำดับชั้นกัน ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดการเรียนการสอนชุดนี้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย เกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียน และเกณฑ์ความคงทนในการเรียนรู้
2. เมื่อพิจารณาตามภูมิหลังทางการเรียนคณิตศาสตร์ ได้ผลว่า

2.1 ตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย พบว่า ชุดการเรียนการสอนย่อยทั้ง 3 ชุด มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์เมื่อใช้กับนักเรียนที่มีภูมิหลังทางการเรียนคณิตศาสตร์แปรปรวน แต่ถ้าใช้กับนักเรียนที่มีภูมิหลังทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำจะพบว่า ชุดการเรียนการสอนย่อยชุดที่ 1 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด ส่วนชุดการเรียนการสอนย่อยชุดที่ 2 และ 3 มีประสิทธิภาพต่ำกว่าเกณฑ์

2.2 ตามเกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียนพบว่า นักเรียนที่มีภูมิหลังทางการเรียนคณิตศาสตร์แปรปรวนและต่ำ ต่างเกิดการเรียนรู้โดยเฉลี่ยเท่าเทียมกันในชุดการเรียนการสอนย่อยชุดที่ 1 และ 2 แต่จะแตกต่างกันในชุดที่ 3 โดยนักเรียนที่มีภูมิหลังทางคณิตศาสตร์แปรปรวนเกิดการเรียนรู้โดยเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่มีภูมิหลังทางคณิตศาสตร์ต่ำ

เบญจา เขียวสม (2534) สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้แบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 5 ฉบับ คือ ฉบับที่ 1 วัดความสามารถในการแปลความหมายคำหรือข้อความที่กำหนด ฉบับที่ 2 วัดความสามารถในการสร้างสมการ ฉบับที่ 3 วัดความสามารถในการรวบรวมข้อมูล ฉบับที่ 4 วัดความสามารถในการนำหลักการ-กฎเกณฑ์ไปใช้ และฉบับที่ 5 วัดความสามารถในการคำนวณ แบบทดสอบแต่ละฉบับประกอบด้วยโจทย์ปัญหาเดียวกันโดยโจทย์ปัญหาแต่ละโจทย์จะมีข้อคำถามหนึ่งข้อต่อหนึ่งฉบับ ฉะนั้นแบบทดสอบทุกฉบับจึงมีข้อคำถามหรือข้อสอบจำนวนเท่ากัน โดยที่ข้อสอบแต่ละข้อต่างทำหน้าที่เป็นคำถามของโจทย์ปัญหาที่แตกต่างกันออกไป

พิศิษฐ ตัณฑวณิช (2538) ได้ศึกษาสัดส่วนความถูกต้องของการทำนายค่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนเมื่อใช้ตัวทำนายคือ ความสามารถทำโจทย์สัญลักษณ์ และระดับความเข้าใจในการอ่านของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยที่สำคัญจำนวนหนึ่งพบว่า

1. คะแนนโจทย์ปัญหากับโจทย์สัญลักษณ์มีความสัมพันธ์กันสูงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไม่ต่ำกว่า 0.73

2. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างโจทย์ปัญหากับโจทย์สัญลักษณ์มีค่าสูงกว่าสัมประสิทธิ์ระหว่างโจทย์ปัญหากับค่าคะแนนระดับความเข้าใจในการอ่านทุกชั้นเรียน

3. การทำนายความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา สามารถทำนายได้โดยใช้ความสามารถในการทำโจทย์สัญลักษณ์และระดับความเข้าใจในการอ่าน โดยตัวแปรที่เข้าไปเป็นตัวแรกในสมการทำนายคือ ความสามารถในการคำนวณในลักษณะของโจทย์สัญลักษณ์ ตัวแปรทำนายในลำดับต่อมาคือ ระดับความเข้าใจในการอ่าน ในทุกๆ ชั้นเรียน

4. ค่าความแปรปรวนในการแก้โจทย์ปัญหา สามารถอธิบายได้ด้วยความแปรปรวนในการทำโจทย์สัญลักษณ์และความแปรปรวนด้านระดับความเข้าใจในการอ่าน และพบว่าความแปรปรวนที่เพิ่มขึ้นในส่วนของระดับความเข้าใจในการอ่านอยู่ในระดับต่ำเมื่อเทียบกับความแปรปรวนของการทำโจทย์สัญลักษณ์ซึ่งเข้าไปอธิบายได้ก่อนแล้ว โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6

5. ระดับความเข้าใจในการอ่านของระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 มีความสำคัญต่อการทำนายความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาน้อยกว่าของระดับชั้นประถมศึกษปีที่ 3 และ 4 หรือกล่าวได้ว่า ระดับความเข้าใจในการอ่านมีความสำคัญลดต่ำลงในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6

วลี เฉลยสมัย (2538) ได้พัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีขั้นตอนการวินิจฉัยที่แยกเป็น 3 มิติ คือ มิติที่ 1 มิติความเข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา พฤติกรรมที่วัดคือ นักเรียนสามารถบอกวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาได้ มิติที่ 2 มิติการคิดคำนวณ พฤติกรรมที่วัดคือ นักเรียนสามารถคิดคำนวณทางเลขคณิตได้ถูกต้อง มิติที่ 3 มิติการให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง พฤติกรรมที่วัดคือ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาให้ได้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง เครื่องมือที่ใช้ในการวินิจฉัยเป็นแบบสอบชนิดเลือกตอบ เนื้อหาเรื่อง ทศนิยม และจำนวนเต็มบวก มีจำนวนข้อกระทงรวมทั้งสิ้น 18 ข้อ โดยแยกวัดพฤติกรรมแต่ละมิติ มิติละ 6 ข้อ และวินิจฉัยรูปแบบการคิดแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทั้ง 3 มิติ เป็นอิสระจากกัน ใช้เกณฑ์การวินิจฉัยตามแนวคิดของอันเดอร์ฮิลและไนซ์ลีคือ ถือเอาการตอบข้อสอบถูกร้อยละ 67 ของจำนวนข้อสอบในแต่ละมิติเป็นตัวบอกว่านักเรียนมีความสามารถในมิตินั้นจริง มิใช่ผิดเพราะความเลินเล่อ ใช้กลุ่มตัวอย่างในการวินิจฉัยจำนวน 452 คน ผลการวิจัยพบว่า วิธีการที่พัฒนาขึ้นมีความเที่ยงแบบแบบสอบคู่ขนาน โดยให้ผลการวินิจฉัยในการจำแนกรูปแบบความสามารถของผู้เรียนได้สอดคล้องกันร้อยละ 81.86 และมีความตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ โดยให้ผลการวินิจฉัยตรงกับวิธีการคิดออกเสียงร้อยละ 86.87 ผลการวินิจฉัยพบว่า นักเรียนมีรูปแบบการแก้ปัญหาอยู่ 5 กลุ่ม (จากรูปแบบการแก้ปัญหาทั้งสิ้น 8 กลุ่ม) เรียงจากมากไปน้อย ได้แก่

- รูปแบบการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ 8 คือ นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา คิดคำนวณไม่ถูกต้อง และไม่สามารถให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง คิดเป็นร้อยละ 31.42
- รูปแบบการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ 2 คือ นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา คิดคำนวณได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง คิดเป็นร้อยละ 29.42

- รูปแบบการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ 4 คือ นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา แต่คิดคำนวณไม่ถูกต้อง และไม่สามารถให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง คิดเป็นร้อยละ 19.25

- รูปแบบการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ 6 คือ นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง และไม่สามารถให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง คิดเป็นร้อยละ 12.85

- รูปแบบการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ 1 คือ นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา คิดคำนวณได้ถูกต้อง และสามารถให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง คิดเป็นร้อยละ 7.08

และไม่พบนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มที่ 3 คือ นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง และสามารถให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง กลุ่มที่ 5 คือ นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง และสามารถให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง และกลุ่มที่ 7 คือ นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา คิดคำนวณไม่ถูกต้อง แต่สามารถให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง

ขนิษฐา คำทอน (2539) ได้ศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร จำนวน 400 คน โดยใช้แบบสอบอัตนัยเพื่อตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา แบบสอบมีจำนวนโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสิ้น 8 ปัญหา แต่ละปัญหามีคำถามย่อย 4 คำถาม เพื่อแยกตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาอย่างเฉพาะเจาะจง โดยมีเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในแต่ละขั้นที่เป็นอิสระต่อกัน กล่าวคือ การพิจารณาว่าขั้นใดบกพร่องหรือไม่ จะไม่นำผลการพิจารณาในขั้นตอนอื่นมาเกี่ยวข้องหรือร่วมตัดสินด้วย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เรียงลำดับจากมากไปน้อยดังนี้คือ ขั้นวางแผนแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 42.75 ขั้นดำเนินการตามแผน คิดเป็นร้อยละ 37.25 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ คิดเป็นร้อยละ 36.75 และขั้นทำความเข้าใจปัญหา คิดเป็นร้อยละ 17.50 ตามลำดับ

วันทยา วงศ์ศิลปภิรมย์ (2543) ได้ทำการประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 - 6 เพื่อสนองต่อแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคม และแผนพัฒนาแห่งชาติระยะที่ 7 โดยศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความบกพร่องในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำในแต่ละขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 - 6 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 - 6 ของสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ ปีการศึกษา 2536 รวมทั้งสิ้นประมาณ 90,000 คน โดยได้วิเคราะห์ผลเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ตอนคือ ตอนที่ 1 แสดงการวิเคราะห์ผลการตอบโจทย์ปัญหาแบบต่างๆ ของนักเรียนแต่ละระดับชั้น และตอนที่ 2 แสดงการวิเคราะห์ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนจากการแสดงวิธีทำข้อสอบแต่ละข้อ โดยวิเคราะห์ตามขั้นตอนซึ่งพิจารณาจาก ความเข้าใจโจทย์ วิธีการหาคำตอบ การคิดคำนวณ และการสรุปคำตอบในแต่ละระดับชั้น ผลการวิจัย ตอนที่ 1 สามารถสรุปความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนได้เป็น 2 ประเด็นคือ

ประเด็นที่ 1 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 6 มีจำนวนนักเรียนที่แสดงวิธีทำถูกและตอบถูกมากกว่าจำนวนนักเรียนที่แสดงวิธีทำผิดและหรือคำตอบผิด ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษา

ปีที่ 3, 4 และ 5 มีจำนวนนักเรียนที่แสดงวิธีทำถูกและคำตอบถูกน้อยกว่าจำนวนนักเรียนที่แสดงวิธีทำผิดและหรือคำตอบผิด

ประเด็นที่ 2 เมื่อรวมจำนวนร้อยละนักเรียนที่แสดงวิธีทำถูกและคำตอบถูก กับถูกเฉพาะคำตอบ ซึ่งจัดว่าเป็นจำนวนนักเรียนที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ พบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนนักเรียนที่แสดงวิธีทำถูกและคำตอบถูกกับถูกเฉพาะวิธีทำมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 57.1 ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1, 3, 4, 5 และ 6 มีจำนวนนักเรียนที่แสดงวิธีทำถูกและคำตอบถูกกับถูกเฉพาะวิธีทำน้อยกว่าร้อยละ 50 ทั้งสิ้น

สำหรับผลการวิจัยตอนที่ 2 พบว่า นักเรียนทุกระดับชั้น ยกเว้นชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 และประถมศึกษาปีที่ 6 พบความบกพร่องในขั้นตอนการทำความเข้าใจโจทย์มากกว่าขั้นตอนอื่นๆ รองลงมาได้แก่ วิธีการหาคำตอบ คำนวณหาคำตอบ และสรุปคำตอบ ตามลำดับ สำหรับนักเรียนชั้นประถม-ศึกษาปีที่ 1 พบความบกพร่องในขั้นตอนการทำความเข้าใจโจทย์มากกว่าขั้นตอนอื่นๆ รองลงมาได้แก่ วิธีการหาคำตอบ การสรุปคำตอบ และคำนวณหาคำตอบ ตามลำดับ ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบความบกพร่องในขั้นตอนวิธีการหาคำตอบมากกว่าขั้นตอนอื่นๆ รองลงมาได้แก่ ขั้นตอนการทำความเข้าใจโจทย์ การคิดคำนวณ และการสรุปคำตอบ ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาเฉพาะกลุ่มสูงพบว่า บกพร่องในขั้นวิธีการหาคำตอบมากที่สุด รองลงมาได้แก่ การทำความเข้าใจโจทย์ การคำนวณหาคำตอบ และสรุปคำตอบ ตามลำดับ ส่วนในกลุ่มต่ำพบว่ามีความบกพร่องในขั้นทำความเข้าใจในโจทย์ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือ วิธีการหาคำตอบ การคำนวณหาคำตอบ และสรุปคำตอบ ตามลำดับ

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545) ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร โดยใช้แผนการสอนที่เน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ และมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ขวัญจิรา อนันต์ (2546) ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรที่มีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรียงตามลำดับคือ ความถนัดทางการเรียนเชิงภาษา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ความถนัดทางการเรียนเชิงเหตุผล การคิดอภิมาน และพฤติกรรมการสอนของครู ตัวแปรที่มีอิทธิพลทางอ้อมต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยผ่านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์และการคิดอภิมาน คือ ความถนัดทางการเรียนเชิงภาษา ความถนัดทางการเรียนเชิงเหตุผล และพฤติกรรมการสอนของครู ส่วนความเอาใจใส่ในการเรียนมีอิทธิพลทางอ้อมต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยผ่านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

2.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Balow (1964 อ้างถึงใน ขนิษฐา คำทอน, 2539: 40) ได้ทำการศึกษาถึงความสำคัญของความสามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณ ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนและการควบคุมระดับสติปัญญาของนักเรียนจำนวน 468 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์จะเพิ่มขึ้น ถ้าความสามารถในการอ่านและความสามารถในการคิดคำนวณเพิ่มขึ้น

Silver (1981) ได้ทดลองให้นักเรียนเกรด 7 (เทียบเท่าระดับประถมศึกษาปีที่ 6) จัดกลุ่มของโจทย์คณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้จำนวน 16 โจทย์ ที่นักเรียนคิดว่าโจทย์เหล่านั้นมีลักษณะบางประการคล้ายกัน ผลการทดลองพบว่า นักเรียนที่อ่อนคณิตศาสตร์โดยส่วนมากจะจัดประเภทของโจทย์คณิตศาสตร์บนพื้นฐานของเนื้อเรื่องของสถานการณ์ปัญหาที่มีเนื้อหาเป็นเรื่องเดียวกัน เช่นจัดให้โจทย์คณิตศาสตร์ที่มีเนื้อเรื่องเกี่ยวกับเงินอยู่ในกลุ่มเดียวกัน ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับดีจะจัดกลุ่มของโจทย์คณิตศาสตร์โดยคำนึงถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาเป็นหลัก หรือนักเรียนกลุ่มเก่งจะจัดกลุ่มของโจทย์คณิตศาสตร์บนพื้นฐานของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องหรือเสมือนเป็นตัวแทนของสถานการณ์ในโจทย์เป็นหลัก

Ballew และ Cunningham (1982) ได้ศึกษานักเรียนระดับการศึกษาเกรด หกโดยการตรวจสอบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ 4 ทักษะได้แก่ ทักษะการอ่านและแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Reading-problem interpretation) ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem interpretation) (การทดสอบทักษะนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้อ่านโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟังเพื่อตัดความสามารถด้านการอ่านออก และเพื่อเปรียบเทียบกับทักษะแรกคือ ทักษะการอ่านและแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง) ทักษะการคำนวณ (Computation) และทักษะการอ่านเพื่อแก้โจทย์ปัญหา (Reading-problem solving) (เป็นความสามารถในการประมวลทักษะทั้งสามข้างต้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา) ผู้วิจัยได้ทำการวินิจฉัยนักเรียนแต่ละคนเพื่อหาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ข้างต้นซึ่งเป็นจุดอ่อนหรือเป็นอุปสรรคต่อการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์มากที่สุด ผลการวินิจฉัยพบว่า ทักษะที่เป็นจุดด้อยมากที่สุดของนักเรียนเรียงลำดับจากมากไปน้อยตามร้อยละของจำนวนนักเรียน คือ ทักษะการอ่านและแปลความโจทย์ปัญหา 29% ทักษะการอ่านเพื่อแก้โจทย์ปัญหาและทักษะการคำนวณ 26% (ทั้งสองทักษะได้ร้อยละของจำนวนนักเรียนเท่ากัน) และทักษะการแปลความโจทย์ปัญหา 19% ตามลำดับ ผลการวิจัยนี้ชี้ให้เห็นว่า การทราบว่านักเรียนมีจุดอ่อนหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ยังไม่เพียงพอที่จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เพราะการแก้โจทย์ปัญหาจะต้องใช้ทักษะที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาทุกทักษะกระทำร่วมกัน

Lewis (1989) ได้ทำการทดลองฝึกทักษะแปลความโจทย์คณิตศาสตร์แก่นักเรียนกลุ่มหนึ่ง โดยเริ่มจากการให้นักเรียนกลุ่มหนึ่งทำโจทย์คณิตศาสตร์ประเภทสองขั้นตอนที่มีสถานการณ์ปัญหาเหมือนกัน แต่ใช้เนื้อความหรือภาษาที่บรรยายสถานการณ์แตกต่างกัน (Two-step comparison problems) และโจทย์คณิตศาสตร์ประเภทสามขั้นตอนที่มีการใช้ภาษาบรรยายสถานการณ์ปัญหาแตกต่างกันเช่นกัน (Three-step problems) พบว่า มีนักเรียนถึงหนึ่งในสามที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา จึงได้ทดลองฝึกทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์แก่นักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาดังกล่าวจำนวนหนึ่ง (Translation-trained group) ดังนั้นนักเรียนกลุ่มนี้จึงเป็นกลุ่มทดลอง โดยมีตัวแปรต้นเป็นทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ในขณะที่นักเรียนอีกจำนวนหนึ่งที่เหลือซึ่งไม่ได้รับการฝึกทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์จัดเป็นกลุ่มควบคุม โดยนักเรียนกลุ่มนี้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอบเพื่อแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามลำพังโดยมิได้รับการฝึกเช่นนักเรียนกลุ่มทดลอง ระยะเวลาในการทดลองครั้งนี้คือสองภาคเรียน จากนั้นให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์รูปแบบเดิมอีกครั้ง ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสองประเภทได้ดีขึ้น โดยพบข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาลดลงจากเดิมหรือพบเปอร์เซ็นต์ของข้อบกพร่องลดลงจากเดิม ส่วนนักเรียนกลุ่มควบคุมพบเปอร์เซ็นต์ของข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ชนิดสองขั้นตอนลดลง แต่ก็ยังมีค่า(เปอร์เซ็นต์ความบกพร่อง)มากกว่านักเรียนกลุ่มทดลอง ส่วนเปอร์เซ็นต์ความบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ชนิดสามขั้นตอนพบว่ามีเปอร์เซ็นต์ลดลงน้อยมาก หรือกล่าวได้ว่านักเรียนกลุ่มควบคุมยังคงมีข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ชนิดสามขั้นตอนค่อนข้างเท่าที่จะเดิม

Hegarty, Mayer และ Monk (1995) ได้ทำการสังเกตและสัมภาษณ์นักเรียนสองกลุ่มโดยกลุ่มหนึ่งเป็นนักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ (Successful problem solvers) ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งเป็นนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ (Unsuccessful problem solvers) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามีกระบวนการในการแก้ปัญหาแตกต่างจากนักเรียนกลุ่มที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเล็กน้อย นั่นคือ นักเรียนกลุ่มที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามักใช้วิธีการทำความเข้าใจปัญหาโดยวิธีการแปลภาษาหรือถอดประโยคในโจทย์คณิตศาสตร์แบบคำต่อคำ (Direct translation approach) กล่าวคือเป็นการถอดคำที่ปรากฏในโจทย์คณิตศาสตร์โดยตรง โดยการหาคีย์เวิร์ด (Key words) ในโจทย์คณิตศาสตร์ เช่น คำว่า “เพิ่ม” หรือ “น้อยกว่า” เป็นต้น จากนั้นนักเรียนจะทำการแทนคำที่เป็นคีย์เวิร์ดด้วยตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีความเข้าใจว่าเป็นตัวแทนของคำเหล่านั้น แล้วจึงค่อยทำการแก้ปัญหา ส่วนนักเรียนกลุ่มที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามักใช้วิธีการทำความเข้าใจปัญหาโดยการพยายามสร้างโครงสร้างทางคณิตศาสตร์หรือโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล หรือนักเรียนจะพยายามสร้างโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่สามารถเป็นตัวแทนในการอธิบายสถานการณ์ของปัญหาได้อย่างสอดรับกัน (Problem model approach)

จากงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่กล่าวมาในข้างต้นพบว่า นักวิจัยส่วนใหญ่ให้ความสนใจกับนักเรียนเพียงสองกลุ่มคือ นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์กับนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ จึงยังไม่มีงานวิจัยใดทำการศึกษาความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่จำแนกตามกลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันสามกลุ่ม เพื่อจะได้เปรียบเทียบความแตกต่างของการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มนักเรียน และหาข้อแตกต่างของความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์อันทำให้นักเรียนถูกจำแนกออกเป็นกลุ่มที่แตกต่างกัน นอกจากนี้งานวิจัยที่พบมักเป็นการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน แต่ยังไม่พบงานวิจัยใดที่ศึกษาทักษะย่อยอันเป็นองค์ประกอบจำเป็นต่อการแก้ปัญหา แล้วทำการเปรียบเทียบระหว่างทักษะย่อยเหล่านั้นภายในกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันของแต่ละกลุ่ม ด้วยเหตุที่กล่าวมานี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามแนวคิดของ Mayer

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์สำคัญในการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยแบบผสมผสานระหว่างระเบียบวิธีเชิงปริมาณและระเบียบวิธีเชิงคุณภาพ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การศึกษาเอกสารวิชาการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
3. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการทดสอบและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาเอกสารวิชาการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยศึกษาเอกสารวิชาการ ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน ข้อบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ตลอดจนศึกษาระเบียบวิธีการวิจัยทางการศึกษา วิธีการวัดและประเมินผลทางการศึกษา ความรู้ด้านหลักการและแนวทางการสร้างแบบวัดพุทธิพิสัย การประเมินคุณภาพของข้อสอบรายข้อและแบบสอบทั้งฉบับ และศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 - 6 จากหนังสือแบบเรียนของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และหนังสือแบบเรียนของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยมีความสนใจศึกษาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Mayer อันประกอบด้วยทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์จำนวน 4 ทักษะย่อย ได้แก่ ทักษะการแปลความโจทย์ปัญหา ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และทักษะการดำเนินการตามแผน

2. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรของการวิจัยนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39 จังหวัดอุตรดิตถ์ จำนวน 19 โรงเรียน โดยมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2555 รวมทั้งสิ้น 3,089 คน (อ้างอิงจากเว็บไซต์ของสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39 หรือ www.secondary39.go.th)

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39 จังหวัดอุตรดิตถ์ ซึ่งสุ่มมาจาก 14 โรงเรียน โดยกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างจากสูตรของ Taro Yamane (1973, อ้างถึงใน ดวงกมล ไตรวิจิตรคุณ, 2552: 114 - 115) ดังนี้

$$n = \frac{N}{1+Ne^2}$$

เมื่อ n = จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
N = จำนวนประชากร
e = ความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เกิดขึ้น (e = 0.05)

เมื่อคำนวณตามสูตรของ Taro Yamane จะได้ขนาดกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนประชากรนักเรียนขั้นต่ำสุดจำนวน 354 คน ผู้วิจัยทำการสุ่มกลุ่มตัวอย่างโดยวิธีการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage random sampling) ซึ่งมีการดำเนินการดังนี้

1. แบ่งโรงเรียนที่ต้องการสุ่มกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่มตามเกณฑ์ซึ่งผู้วิจัยประยุกต์จากเกณฑ์การแบ่งขนาดโรงเรียนตามจำนวนนักเรียนของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งได้แบ่งขนาดโรงเรียนดังแสดงตามตาราง

ตารางแสดงเกณฑ์การแบ่งขนาดโรงเรียนตามจำนวนนักเรียน
จากสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ขนาดที่	จำนวนนักเรียน (คน)	ขนาด
1	1 – 120	เล็ก
2	121 – 200	เล็ก
3	201 – 300	เล็ก
4	301 – 499	เล็ก
5	500 – 1,499	กลาง
6	1,500 – 2,499	ใหญ่
7	2,500 คนขึ้นไป	ใหญ่พิเศษ

ผู้วิจัยประยุกต์ใช้เกณฑ์ดังกล่าวในการแบ่งโรงเรียนออกเป็น 2 กลุ่มได้แก่

1) กลุ่มโรงเรียนขนาดเล็กและขนาดกลาง หมายถึง โรงเรียนขนาดที่ 1 - 5 หรือโรงเรียนที่มีนักเรียนจำนวน 1 - 1,499 คน

2) กลุ่มโรงเรียนขนาดใหญ่และขนาดใหญ่พิเศษ หมายถึง โรงเรียนขนาดที่ 6 - 7 หรือโรงเรียนที่มีนักเรียนจำนวน 1,500 คนขึ้นไป

โดยเหตุผลของการแบ่งโรงเรียนออกเป็น 2 กลุ่มนั้น เพื่อสุ่มกลุ่มตัวอย่างนักเรียนแบบชั้นภูมิ (Stratified random sampling) โดยใช้ขนาดโรงเรียนเป็นเกณฑ์ ซึ่งผู้วิจัยกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่จะสุ่มจากกลุ่มโรงเรียนขนาดเล็กและขนาดกลางโรงเรียนละ 1 ห้องเรียน และกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างจากกลุ่มโรงเรียนขนาดใหญ่และขนาดใหญ่พิเศษโรงเรียนละ 2 ห้องเรียน

ฉะนั้น ด้วยวิธีการสุ่มกลุ่มตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้กลุ่มตัวอย่างนักเรียนทั้งสิ้น 567 คน ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงจำนวนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนทั้งหมดจาก 14 โรงเรียน

โรงเรียน	**จำนวนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนที่สุ่มได้**		
	ชาย(คน)	**หญิง(คน)**	**รวม(คน)**
1. โรงเรียนอุตรดิตถ์	69	10	79 *(2 ห้องเรียน)*
2. โรงเรียนอุตรดิตถ์ดรุณี	5	65	70 *(2 ห้องเรียน)*
3. โรงเรียนทุ่งกะโล่	12	10	22
4. โรงเรียนแสนตอวิทยา	10	12	22
5. โรงเรียนวังกะพี้พิทยาคม	17	20	37
6. โรงเรียนตรอนตรีสินธุ์	7	29	36
7. โรงเรียนลับแลศรีวิทยา	12	7	19
8. โรงเรียนด่านแม่คำมันพิทยาคม	7	15	22
9. โรงเรียนพิชัย	34	56	90 *(2 ห้องเรียน)*
10. โรงเรียนบ้านโคนพิทยา	19	17	36
11. โรงเรียนดาราพิทยาคม	11	11	22
12. โรงเรียนน้ำปาดชนูปถัมภ์	9	31	40
13. โรงเรียนฟากท่าวิทยา	13	20	33
14. โรงเรียนบ้านโคกวิทยาคม	13	26	39
รวม	**238**	**329**	**567**

2. แบ่งกลุ่มตัวอย่างนักเรียนที่ทำแบบวัดทั้งหมดออกเป็น 2 ประเภท เพื่อคัดเลือกเฉพาะกลุ่มตัวอย่างที่ทำแบบวัดโดยสมบูรณ์มาวิเคราะห์ผลการวิจัย โดยกำหนดให้

ก. นักเรียนที่ทำแบบวัดโดยสมบูรณ์ หมายถึง นักเรียนที่ทำข้อสอบของโจทย์คณิตศาสตร์อย่างน้อย 1 โจทย์ได้ครบถ้วนทุกข้อ ทั้งในส่วนของข้อสอบปรนัยและข้อสอบอัตนัยแสดงวิธีทำ โดยมีร่อยรอยของการพยายามแสดงวิธีทำเพื่อแก้ปัญหา หรือร่องรอยการทดเลขและการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาปรากฏอยู่

ข. นักเรียนที่ทำแบบวัดไม่สมบูรณ์ หมายถึง นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งดังต่อไปนี้

1) นักเรียนที่ไม่ได้ทำข้อสอบของโจทย์คณิตศาสตร์ใดเลย

2) นักเรียนที่ทำข้อสอบปรนัยเพียงอย่างเดียว โดยไม่มีร่อยรอยของความพยายามแสดงวิธีทำกระทั่งการคำนวณหรือทดเลขใดๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาปรากฏในทุกโจทย์ปัญหา

3) นักเรียนที่พบว่าลอกการแสดงวิธีทำจากเพื่อนอย่างชัดเจน โดยสังเกตจากการใช้ภาษาเขียนที่เหมือนกันทุกตัวอักษร การคำนวณตัวเลขที่ผิดพลาดเหมือนกัน และไม่ปรากฏว่านักเรียนมีการทดเลขใดๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา รวมถึงการมีนักเรียนที่แสดงวิธีทำเหมือนกันทุกประการตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป

4) นักเรียนที่ลอกประโยคข้อความในโจทย์ปัญหามาเขียนในส่วนของการแสดงวิธีทำเพียงอย่างเดียว

5) นักเรียนที่ลอกขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ในข้อสอบก่อนหน้ามาเขียนในส่วนของการแสดงวิธีทำ แต่ไม่ปรากฏการแสดงวิธีทำเพื่อแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เลือกไว้

6) นักเรียนที่เขียนเฉพาะคำตอบแต่ไม่ปรากฏร่อยรอยของการแสดงวิธีทำหรือการคำนวณหรือทดเลขใดๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

7) นักเรียนที่ทำแบบวัดไม่ถูกต้องตามคำสั่งเพราะมีความเข้าใจคำสั่งผิดพลาด เช่น นักเรียนที่กากบาทเฉพาะตารางระบุความมั่นใจในการเลือกตอบ แต่ไม่ได้กากบาทเลือกตัวเลือกใด

เมื่อแบ่งนักเรียนที่ทำแบบวัดทั้งหมดออกเป็น 2 ประเภทดังกล่าวแล้ว ผู้วิจัยได้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างสำหรับใช้ในการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์จำนวน 413 คน ดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนนักเรียนที่ทำแบบวัดโดยสมบูรณ์และไม่สมบูรณ์

โรงเรียน	จำนวนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนที่สุ่มได้		
	นักเรียนที่ทำแบบวัดโดยสมบูรณ์(คน)	นักเรียนที่ทำแบบวัดไม่สมบูรณ์(คน)	รวม(คน)
1. โรงเรียนอุตรดิตถ์	72	7	79
2. โรงเรียนอุตรดิตถ์ดรุณี	64	6	70
3. โรงเรียนทุ่งกะโล่	15	7	22
4. โรงเรียนแสนตอวิทยา	12	10	22
5. โรงเรียนวังกะพี้พิทยาคม	8	29	37
6. โรงเรียนตรอนตรีสินธุ์	17	19	36
7. โรงเรียนลับแลศรีวิทยา	17	2	19
8. โรงเรียนด่านแม่คำมันพิทยาคม	17	5	22
9. โรงเรียนพิชัย	72	18	90
10. โรงเรียนบ้านโคนพิทยา	17	19	36
11. โรงเรียนดาราพิทยาคม	15	7	22
12. โรงเรียนน้ำปาดชนูปถัมภ์	36	4	40
13. โรงเรียนฟากท่าวิทยา	16	17	33
14. โรงเรียนบ้านโคกวิทยาคม	35	4	39
รวม	**413**	**154**	**567**

3. ผู้วิจัยจำแนกกลุ่มตัวอย่างนักเรียนโดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นเกณฑ์ในการจำแนก โดยมิได้ใช้ระดับผลการเรียนหรือเกรดวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างซึ่งมาจากต่างโรงเรียนเป็นเกณฑ์ในการจำแนก ด้วยสาเหตุสองประการคือ ประการที่หนึ่ง วิธีการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของแต่ละโรงเรียนย่อมมีความแตกต่างกันออกไป เนื่องจากการวัดและประเมินผลของโรงเรียนแต่ละแห่งต้องตัดสินผ่านวิธีการประเมินแบบอิงกลุ่มร่วมด้วย ซึ่งหมายความว่าผลการตัดสินระดับการเรียนหรือเกรดวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ในเชิงเปรียบเทียบของระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ภายในโรงเรียนเดียวกันได้เท่านั้น จึงไม่อาจนำเกรดวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองคนใดๆ ซึ่งมาจากต่างโรงเรียนมาเปรียบเทียบกันได้โดยตรง ประการ

ที่สอง แม้ผู้วิจัยจะนำเกรดวิชาคณิตศาสตร์จากนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมาใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ แต่เกรดที่ได้มาก็เป็นผลจากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเฉพาะเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในภาคเรียนที่ผ่านมา ซึ่งไม่ตรงกับจุดประสงค์ของงานวิจัยที่ต้องการวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ในมวลเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาเท่านั้น

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมานี้ ผู้วิจัยจึงใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นเกณฑ์ในการจำแนกกลุ่มนักเรียน โดยนำกลุ่มตัวอย่างที่คัดเลือกแล้วจำนวน 413 คนแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มได้แก่ กลุ่มนักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้สูงหรือกลุ่มสูง กลุ่มนักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ปานกลางหรือกลุ่มปานกลาง และกลุ่มนักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ต่ำหรือกลุ่มต่ำ ตามร้อยละของคะแนนที่นักเรียนสามารถทำแบบวัดได้ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3 แสดงเกณฑ์การจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ตามร้อยละของคะแนนที่ทำแบบวัดได้

ร้อยละของคะแนนที่ทำได้	**กลุ่มนักเรียน**
นักเรียนที่ทำคะแนนได้ตั้งแต่ร้อยละ 75 ขึ้นไป	กลุ่มสูง
นักเรียนที่ทำคะแนนได้ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป แต่ไม่ถึงร้อยละ 75	กลุ่มปานกลาง
นักเรียนที่ทำคะแนนได้ต่ำกว่าร้อยละ 50	กลุ่มต่ำ

ดังนั้นเมื่อแบ่งกลุ่มตัวอย่างตามเกณฑ์ที่กำหนดในตารางที่ 3 จะได้จำนวนนักเรียนในแต่ละกลุ่ม ดังรายละเอียดในตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม

กลุ่มตัวอย่าง	**จำนวนนักเรียน(คน)**	**ร้อยละ**
กลุ่มสูง	67	16.22
กลุ่มปานกลาง	72	17.43
กลุ่มต่ำ	274	66.35
รวม	**413**	**100.00**

3. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ แบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งมีวิธีการพัฒนาเครื่องมือดังต่อไปนี้

1) ศึกษาความหมาย แนวคิด ทฤษฎีจากตำรา เอกสารวิชาการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะและการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ตลอดจนวิธีและหลักการสร้างแบบวัด การทดสอบประสิทธิภาพของข้อสอบรายข้อและแบบวัดทั้งฉบับ และศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 - 6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2) ออกแบบลักษณะโจทย์คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและสอดคล้องต่อวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 5 แสดงลักษณะโจทย์คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและสอดคล้องต่อวัตถุประสงค์การวิจัย

คุณลักษณะที่คัดสรร	**ลักษณะโจทย์คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่อนำมาสร้างแบบวัด**
1. แหล่งที่พบ	- ไม่ค่อยพบในหนังสือแบบเรียน
2. ความคุ้นเคยในการแก้ปัญหา	- ส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคย
3. การตัดสินใจเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา	- ยังไม่ทราบวิธีการแก้ปัญหาทันทีอย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจึงต้องพยายามคิดสร้างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเอง
4. วิธีในการแก้ปัญหา	- มีหลายวิธีในการหาคำตอบ หรือมีหลากหลายกลยุทธ์ในการหาคำตอบ
5. จำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหา	- ตั้งแต่ 2 ขั้นตอนขึ้นไป
6. ระดับพุทธิพิสัย	- ระดับการนำไปใช้ และการวิเคราะห์

3) ออกแบบเนื้อหาคณิตศาสตร์เพื่อสร้างโจทย์คณิตศาสตร์ โดยการวิเคราะห์อัตราส่วนของชั่วโมงการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 5 สาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัดสาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต และสาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น เพื่อหาความเหมาะสมของปริมาณเนื้อหาคณิตศาสตร์ของแต่ละสาระการเรียนรู้สำหรับออกแบบโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งหมดของแบบวัด

4) ออกแบบลักษณะของข้อสอบให้สอดคล้องต่อทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะย่อย และพฤติกรรมต่างๆ ที่คัดเลือกมาออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด ดังแสดงในตารางต่อไปนี้ (สามารถดูการคัดเลือกพฤติกรรมที่ปรากฏในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อนำมาออกแบบแบบวัดได้ในภาคผนวก ข)

ตารางที่ 6 แสดงพฤติกรรมของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมาออกแบบข้อสอบ

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่คัดเลือกมาออกแบบข้อสอบ
1. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation skill) หมายถึง ความสามารถในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์และทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของโจทย์ซึ่งบรรยายอยู่ในรูปของประโยคภาษา กราฟ แผนภูมิ ตารางข้อมูลหรือรูปภาพ เพื่อที่จะทราบว่าโจทย์ได้ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและโจทย์ต้องการหาสิ่งใด	พฤติกรรม 1-1 : ● บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ พฤติกรรม 1-2 : ● บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ พฤติกรรม 1-3 : ● บอกข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้เกี่ยวกับมาตรา และหน่วยของปริมาณต่างๆ รวมถึงความหมายหรือนิยามของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาได้
2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration skill) หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้คัดเลือกข้อมูลจากโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและประมวลข้อมูลดังกล่าวเพื่อนำมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา โดยการจัดวางข้อมูลให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์	พฤติกรรม 2-6 : ● สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ โดยใช้การวาดรูปเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือการนำข้อมูลมาสร้างเป็นแผนภูมิ ตารางข้อมูล แผนภาพ หรือสมการคณิตศาสตร์ เป็นต้น
3. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring skill) หมายถึง ความสามารถในการบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยมีการแบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาและเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำกับความคิดเพื่อตรวจสอบการวางแผนกระบวนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่ามีความสำคัญอย่างไรและถูกต้องเหมาะสมแล้วหรือไม่	พฤติกรรม 3-1 : ● แบ่งขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา โดยบอกได้ว่าแต่ละขั้นตอนที่ใช้แก้ปัญหามีความสำคัญอย่างไร เหตุใดจึงเลือกทำเช่นนั้น *หรือ* ● บอกข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาก่อนไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งเป็นข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ได้ พฤติกรรม 3-2 : ● บอกวิธีการคำนวณหรือสูตร กฎ หลักการ ที่ต้องใช้ในการดำเนินการของขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนได้

ตารางที่ 6 แสดงพฤติกรรมของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมาออกแบบข้อสอบ *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่คัดเลือกมาออกแบบข้อสอบ
4. ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution skill) หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาตามกลวิธีที่ได้วางแผนไว้ และการคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการ	พฤติกรรม 4-1 : ● ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการหรือกลวิธีที่กำหนดไว้อย่างมีเหตุผล พฤติกรรม 4-2 : ● คิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะทางเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้นอย่างเหมาะสม

5) สร้างเกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบแต่ละข้อให้เหมาะสมต่อระดับพุทธิพิสัยที่ข้อสอบวัด โดยการหาความสอดคล้องระหว่างพฤติกรรมกับระดับพุทธิพิสัยของ Wilson จากการเทียบเคียงพฤติกรรมที่ข้อสอบวัดว่าอยู่ในพุทธิพิสัยระดับใด ทั้งนี้เพื่อหาความเหมาะสมของระดับคะแนนประจำของแต่ละทักษะ ซึ่งกำหนดให้คะแนนของพฤติกรรมเท่ากับระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรมที่นำไปเทียบเคียงนั้น โดยผู้วิจัยกำหนดให้พฤติกรรมที่สอดคล้องกับระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ในแต่ระดับ มีคะแนนประจำทักษะดังนี้

ตารางที่ 7 แสดงการกำหนดคะแนนประจำพฤติกรรมที่สอดคล้องกับพุทธิพิสัยของ Wilson ระดับต่างๆ

ระดับพุทธิพิสัยของ Wilson	คะแนนประจำพฤติกรรมที่สอดคล้องกับพุทธิพิสัยในระดับต่างๆ
ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation)	1 คะแนน
ความเข้าใจ (Comprehension)	2 คะแนน
การนำไปใช้ (Application)	3 คะแนน
การวิเคราะห์ (Analysis)	4 คะแนน

เนื่องจากการทดสอบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เป็นการตรวจสอบพฤติกรรมของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะ ฉะนั้นผู้วิจัยจึงกำหนดให้คะแนนประจำทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะย่อย เท่ากับผลรวมของ

คะแนนประจำพฤติกรรมของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์นั้น (ดูวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ในภาคผนวก ค)

6) สร้างแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ครั้งที่ 1 โดยเป็นแบบวัดชนิดอัตนัยแสดงวิธีทำและแบบตอบสั้น แบบวัดแยกเป็น 2 ฉบับคือ ฉบับที่เป็นโจทย์คณิตศาสตร์ล้วนกับฉบับที่เป็นตัวข้อสอบหรือข้อคำถามซึ่งนักเรียนต้องเขียนคำตอบลงในฉบับนี้ แบบวัดประกอบด้วยโจทย์คณิตศาสตร์จำนวน 10 โจทย์ แต่ละโจทย์มีข้อสอบหรือข้อคำถามย่อยลักษณะเดียวกัน 8 - 9 ข้อ แต่ละข้อคำถามมีจุดประสงค์เพื่อทดสอบพฤติกรรมของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อหนึ่งทักษะ

7) นำแบบวัดและเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้ทรงคุณวุฒิ 4 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) โดยพิจารณาความตรงหรือความสอดคล้องของข้อสอบกับนิยามของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และพฤติกรรมที่ต้องการตรวจสอบ ความชัดเจนในการสื่อความหมายของภาษาที่ใช้ในโจทย์คณิตศาสตร์และข้อคำถามหรือข้อสอบ ความเหมาะสมของการลำดับข้อสอบของโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละโจทย์ ความสอดคล้องและความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และพฤติกรรม หรือความเหมาะสมของเกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบย่อยแต่ละข้อ และความยากของเนื้อหาคณิตศาสตร์หรือความเหมาะสมของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้สร้างโจทย์คณิตศาสตร์ต่อระดับของผู้รับการทดสอบ เพื่อนำข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิมาปรับปรุงแก้ไข

8) นำแบบวัดที่ปรับปรุงแล้วแบ่งเป็น 4 ชุด แต่ละชุดมีโจทย์คณิตศาสตร์ 4 โจทย์ (บางชุดจะมีโจทย์คณิตศาสตร์ที่ซ้ำกัน) ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จากโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า อุตรดิตถ์ จำนวน 78 คน นักเรียนแต่ละคนได้แบบวัดชุดใดชุดหนึ่งเพียงหนึ่งชุดโดยการสุ่ม ใช้เวลาในการทดสอบ 100 นาที ผลการทดลองใช้แบบวัดครั้งที่ 1 พบว่า ไม่มีนักเรียนคนใดสามารถทำแบบวัดได้ครบทุกโจทย์คณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนมากตอบคำถามไม่ตรงกับพฤติกรรมที่ต้องการวัดหรือตอบไม่ตรงคำถาม และนักเรียนบางคนมีความเข้าใจคำถามที่คลาดเคลื่อน

จากผลการทดลองใช้แบบวัดที่สร้างขึ้นครั้งที่ 1 สรุปว่า แบบวัดครั้งที่ 1 ยังไม่เหมาะสมต่อการนำมาใช้ในงานวิจัย โดยผู้วิจัยคาดว่าเป็นเพราะลักษณะของแบบวัดที่เป็นชนิดอัตนัยแสดงวิธีทำและแบบตอบสั้นทั้งหมด ซึ่งนักเรียนอาจไม่คุ้นเคยกับการทำแบบวัดลักษณะนี้ โดยเฉพาะการตอบข้อสอบแบบตอบสั้นที่นักเรียนส่วนมากไม่เข้าใจว่าต้องเขียนตอบอย่างไรหรือเขียนลักษณะใด ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงคิดปรับเปลี่ยนข้อสอบเป็นแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยยังคงใช้ข้อคำถามเดิมแต่มีตัวเลือกที่เป็นลักษณะของพฤติกรรมที่ต้องการวัด(หรือลักษณะของคำตอบ)มาให้นักเรียนพิจารณาเลือกตอบว่าพฤติกรรมใดในตัวเลือกที่กำหนดให้เป็นพฤติกรรมที่ถูกต้องที่สุด

9) นำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ครั้งที่ 1 ไปปรับปรุงใหม่ โดยใช้โจทย์คณิตศาสตร์เดิมและยังคงข้อคำถามของข้อสอบไว้เหมือนเดิม แต่เปลี่ยนรูปแบบข้อสอบบางข้อเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก คงไว้เฉพาะข้อสอบแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ และข้อสอบที่วัดพฤติกรรมทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (เนื่องจากต้องการให้นักเรียนเขียนอธิบายว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้วิธีการคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหาของแต่ละขั้นตอน) จากนั้นแบ่งแบบวัดออกเป็น 4 ชุดเช่นเดิม แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนลับแลพิทยาคม จำนวน

52 คน นักเรียนแต่ละคนได้รับแบบวัดชุดใดชุดหนึ่งเพียงหนึ่งชุดโดยการสุ่ม ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง ผลการทดลองใช้แบบวัดครั้งที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ทำข้อสอบเฉพาะส่วนที่เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีเพียงส่วนน้อยที่นักเรียนเขียนอธิบายในส่วนของข้อสอบที่ต้องเขียนตอบ แต่ทว่าเป็นการเขียนอธิบายที่ไม่เข้าใจ จึงไม่อาจสื่อสารได้ตรงกันระหว่างนักเรียนกับผู้วิจัยว่าสิ่งที่นักเรียนเขียนวางแผนนั้นต้องการทำอะไร อีกทั้งการแสดงวิธีทำของนักเรียนบางคนไม่สามารถระบุได้ว่านักเรียนกำลังดำเนินการแก้ปัญหาเป็นไปตามแผนที่วางไว้หรือไม่

จากอุปสรรคที่เกิดขึ้นดังกล่าวจึงสรุปว่า แบบวัดที่สร้างขึ้นเพื่อทดลองใช้ครั้งที่ 2 ยังไม่เหมาะสมเพียงพอต่อการนำมาใช้ในงานวิจัย ผู้วิจัยจึงสันนิษฐานว่าโจทย์คณิตศาสตร์ในแบบวัดอาจมีความยากมากเกินไปที่จะให้นักเรียนทำได้ครบหมดทุกโจทย์ภายในเวลาที่กำหนด ประกอบกับผลการสอบถามนักเรียนหลังจากทดลองใช้เครื่องมือเสร็จแล้วพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่รู้สึกท้อและไม่อยากลงมือแก้ปัญหาเมื่อเห็นว่าโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละโจทย์มีความยาวมาก ทั้งยังมีจำนวนข้อคำถามหรือข้อสอบย่อยของแต่ละโจทย์ที่ค่อนข้างมาก ฉะนั้นผู้วิจัยจึงตัดสินใจที่จะปรับแบบวัดเพื่อลดปัญหาดังกล่าวซึ่งอาจเป็นตัวแปรสอดแทรกอันส่งผลกระทบต่องานวิจัย

10) ผู้วิจัยปรับปรุงโจทย์คณิตศาสตร์ใหม่ให้มีความยากลดลงและตัดโจทย์คณิตศาสตร์บางโจทย์ที่เห็นได้ชัดจากการทดลองใช้สองครั้งที่ผ่านมาว่านักเรียนมีความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของโจทย์ที่คลาดเคลื่อน หรือไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหา ซึ่งอาจเป็นเพราะภาษาหรือคำศัพท์บางคำที่ใช้ในโจทย์ไม่เหมาะสมต่อนักเรียนในวัยนี้ หรือสถานการณ์ปัญหาในโจทย์เป็นสิ่งที่นักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อนหรือเป็นสิ่งที่เกินแก่การนึกคิดเพื่อสร้างมโนภาพได้ ด้วยเหตุนั้นผู้วิจัยจึงเพิ่มโจทย์คณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นใหม่เพื่อแทนโจทย์เก่าที่ตัดทิ้งไป และปรับให้แต่ละโจทย์มีข้อสอบย่อยลดลงจากเดิม โดยเหลือข้อสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกเพียง 2 ข้อ แต่ละข้อมีตารางให้นักเรียนระบุระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ 5 ระดับ ตามมโนทัศน์เกี่ยวกับวิธีการตอบและการให้คะแนนความรู้บางส่วนด้วยวิธีการแสดงความมั่นใจของข้อสอบแบบเลือกตอบ (Confidence marking) ซึ่งประยุกต์ตามแนวคิดของ รุจิรา ขาวสะอาด (2543, 113; อ้างถึงใน รัตนา ไชยตรี, 2549: 10, 63-64) นั่นคือ เมื่อนักเรียนตอบถูกจะให้คะแนนตามระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ แต่ถ้านักเรียนตอบผิดจะให้ 0 คะแนนเท่ากัน

ตัวอย่างการให้คะแนนตามระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ

ระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ	**คะแนนที่ได้** (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)	
	เมื่อตอบถูก	**เมื่อตอบผิด**
มากที่สุด	1	0
มาก	0.8	0
ปานกลาง	0.6	0
น้อย	0.4	0
น้อยที่สุด	0.2	0

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ปรับปรุงให้ข้อสอบย่อยเดิมบางข้อเป็นข้อสอบชนิดปรนัยแบบถูกผิด จำนวน 8 ข้อ และสร้างรูปแบบของข้อสอบวัดทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นข้อสอบชนิดปรนัยที่มีตัวเลือก 7 ตัวเลือก โดยมีตัวเลือกที่ถูกมากกว่า 1 ตัวเลือก และมีตัวเลือกที่ผิดหรือตัวลวงปนอยู่ด้วย ซึ่งการตอบข้อสอบในส่วนนี้ นักเรียนจะต้องเลือกตัวเลือกที่ถูก (หรือขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ถูก) มาให้ครบและเพียงพอต่อการแก้ปัญหา พร้อมทั้งเรียงลำดับตัวเลือกที่เลือกมาให้ถูกต้องต่อการแก้ปัญหา (สามารถดูวิธีการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนและวิธีให้คะแนนของข้อสอบส่วนนี้ได้ในภาคผนวก จ) และยังคงข้อสอบชนิดอัตนัยแสดงวิธีทำไว้เช่นเดิม

ดังนั้นแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ครั้งที่ 3 จึงมีลักษณะของข้อสอบแตกต่างจากแบบวัดในครั้งที่ผ่านมา แต่ยังคงโครงสร้างของการวัดพฤติกรรมไว้เช่นเดิม และได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และพฤติกรรมของแต่ละทักษะย่อยดังนี้ (สามารถดูวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ในภาคผนวก ค)

ตารางที่ 8 ตารางสรุปคะแนนประจำพฤติกรรมที่ต้องการทดสอบ และคะแนนประจำทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะย่อย

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา	**พฤติกรรมของแต่ละทักษะย่อย**	**คะแนนประจำพฤติกรรม**	**คะแนนประจำทักษะ**
<u>ทักษะย่อยที่ 1</u> : ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรม 1.1	1.5	2.5
	พฤติกรรม 1.2	1	
<u>ทักษะย่อยที่ 2</u> : ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรม 2.1	2	4
	พฤติกรรม 2.2	2	
<u>ทักษะย่อยที่ 3</u> : ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา	พฤติกรรม 3.1	2.5	5
	พฤติกรรม 3.2	2.5	
<u>ทักษะย่อยที่ 4</u> : ทักษะการดำเนินการตามแผน	พฤติกรรม 4.1	2	3.5
	พฤติกรรม 4.2	1.5	
คะแนนเต็ม (ต่อหนึ่งโจทย์คณิตศาสตร์)			**15 คะแนน**

แบ่งแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ครั้งที่ 3 ออกเป็น 2 ชุด แต่ละชุดประกอบด้วยโจทย์คณิตศาสตร์ 6 โจทย์ โดยแบบวัดหนึ่งชุดมี 2 ฉบับเช่นเดิมคือ ฉบับที่เป็นส่วนของกระดาษคำตอบกับฉบับที่เป็นส่วนของโจทย์คณิตศาสตร์และข้อสอบ จากนั้นนำแบบวัดที่ปรับปรุงแล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 1 ท่านซึ่งไม่ใช่ผู้ทรงคุณวุฒิท่านเดิม ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาในด้านต่างๆ เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

11) นำแบบวัดที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนน้ำริดวิทยา จำนวน 76 คน นักเรียนแต่ละคนได้แบบวัดชุดใดชุดหนึ่งเพียงหนึ่งชุดโดยการสุ่ม ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง ผลการทดลองใช้แบบวัดครั้งที่ 3 พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจในการทำแบบวัดและสามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น สำหรับข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกซึ่งนักเรียนต้องบอกระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ และข้อสอบวัดทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นข้อสอบชนิดปรนัยรูปแบบใหม่ที่นักเรียนไม่เคยพบมาก่อนนั้น นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจในวิธีการตอบข้อสอบรูปแบบใหม่ทั้งสองรูปแบบ มีเพียงส่วนน้อยเท่านั้นที่ยังสับสนในการวิธีการตอบ อย่างไรก็ตามยังไม่มีนักเรียนคนใดสามารถแสดงวิธีทำได้ถูกต้องอย่างน้อย 1 โจทย์ปัญหา และผู้วิจัยสังเกตพบว่า จากการทดลองเครื่องมือวิจัยทั้งสามครั้งที่ผ่านมา นักเรียนไม่สะดวกในการทำแบบวัดที่แยกส่วนของข้อสอบกับส่วนของกระดาษคำตอบออกจากกันเป็นสองฉบับ

12) ปรับปรุงแบบวัดที่ทดลองใช้ในครั้งที่ 3 อีกครั้ง โดยให้โจทย์คณิตศาสตร์ ข้อสอบและกระดาษคำตอบอยู่ภายในฉบับเดียวกัน จากนั้นนำแบบวัดไปทดลองใช้ครั้งที่ 4 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนท่าปลาประชาอุทิศ จำนวน 49 คน นักเรียนแต่ละคนได้แบบวัดชุดใดชุดหนึ่งเพียงหนึ่งชุดโดยการสุ่ม ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง 30 นาที ผลการทดลองใช้แบบวัดครั้งที่ 4 พบว่านักเรียนมีการตอบสนองต่อแบบวัดที่ดีขึ้น โดยมีนักเรียนเกินครึ่งหนึ่งที่ทำข้อสอบในส่วนให้แสดงวิธีทำและมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจำนวน 3 - 4 คน สามารถทำแบบวัดได้ถูกต้องเกือบทุกโจทย์

ผู้วิจัยนำแบบวัดมาคำนวณหาค่าความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-related validity) โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากการทำแบบวัดทั้ง 2 ชุดกับคะแนนผลการทดสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนขณะเรียนอยู่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดชุดที่ 1 กับคะแนนผลการทดสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.534 และคะแนนจากการทำแบบวัดชุดที่ 2 กับคะแนนผลการทดสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.474 เมื่อหาความตรงร่วมสมัยหรือความตรงตามสภาพ (Concurrent validity) โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากการทำแบบวัดทั้ง 2 ชุดกับระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือเกรดวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาคเรียนที่ผ่านมาพบว่า คะแนนจากการทำแบบวัดชุดที่ 1 กับระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.444 และคะแนนจากการทำแบบวัดชุดที่ 2 กับระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวก อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.450 และหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดทั้ง 2 ชุด โดยหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค

(Cronbach's Alpha coefficience) พบว่า แบบวัดชุดที่ 1 มีค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาคเท่ากับ 0.900 และแบบวัดชุดที่ 2 มีค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาคเท่ากับ 0.859

อย่างไรก็ตาม โกวิท ประวาลพฤษ์ และ สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2527: 83) ได้กล่าวถึงข้อเสียประการหนึ่งของข้อสอบปรนัยแบบถูกผิดไว้ว่า ข้อสอบชนิดนี้จะให้ค่าอำนาจการจำแนกต่ำกว่าข้อสอบแบบเลือกตอบ ขณะที่ชวลิต ชูกำแหง (2551: 99) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดข้อหนึ่งของข้อสอบถูกผิดไว้ว่า นักเรียนจะมีโอกาสเดาถูกได้ง่ายเพราะข้อสอบมีลักษณะการเลือกแบบหนึ่งในสอง ผู้วิจัยจึงสันนิษฐานว่า เหตุที่แบบวัดมีค่าความตรงไม่สูงนักอาจเป็นเพราะจุดด้อยของข้อสอบประเภทนี้

13) ปรับปรุงแบบวัดที่ทดลองใช้ในครั้งที่ 4 อีกครั้ง โดยพิจารณาคัดเลือกโจทย์คณิตศาสตร์จากแบบวัดทั้ง 2 ชุดมาชุดละ 2 โจทย์ ให้มีอัตราส่วนของมวลเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้สร้างโจทย์ใกล้เคียงกับอัตราส่วนที่กำหนดไว้มากที่สุด และเป็นโจทย์ที่ผู้วิจัยเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจสถานการณ์ในปัญหาถูกต้อง หรือมีการลงมือแสดงวิธีทำเพื่อแก้ปัญหา (ไม่คำนึงว่านักเรียนจะแสดงวิธีทำผิดหรือถูก) อันแสดงให้เห็นว่าโจทย์คณิตศาสตร์นั้นสามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนให้รู้สึกอยากแก้ปัญหาได้ ส่วนโจทย์คณิตศาสตร์ที่นักเรียนเว้นว่างไว้มาก รวมถึงโจทย์คณิตศาสตร์ที่ยากและง่ายเกินไปอย่างเห็นได้ชัด ผู้วิจัยได้ตัดทิ้งและไม่นำมาสร้างแบบวัด ฉะนั้นแบบวัดที่ทดลองใช้ครั้งที่ 5 จึงเหลือโจทย์คณิตศาสตร์เพียง 4 โจทย์ ซึ่งผู้วิจัยคำนวณจากการทดลองใช้เครื่องมือทั้งสี่ครั้งที่ผ่านมาแล้วว่า เป็นปริมาณที่เหมาะสมสำหรับการเก็บข้อมูลตามโรงเรียนต่างๆ เป็นเวลา 2 คาบ หรือประมาณ 1 ชั่วโมง 40 นาที (เนื่องจากการสำรวจเบื้องต้นพบว่า โรงเรียนส่วนใหญ่สละเวลาให้ผู้วิจัยไปเก็บข้อมูลได้มากที่สุดประมาณ 2 คาบการเรียนการสอนเท่านั้น) และได้เปลี่ยนข้อสอบปรนัยแบบถูกผิดจำนวน 8 ข้อ ให้เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกจำนวน 2 ข้อ โดยการประยุกต์ข้อสอบแบบถูกผิดนั่นเองมาสร้างเป็นตัวเลือกของข้อสอบ และให้ข้อสอบแต่ละข้อมีตารางให้นักเรียนระบุความมั่นใจในการเลือกตอบอีกเช่นกัน โดยอ้างข้อสนับสนุนจากโกวิท ประวาลพฤษ์ และ สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2527: 83) ที่กล่าวถึงข้อดีของข้อสอบแบบถูกผิดไว้ว่า ช่วยให้สามารถนำคำตอบผิดจากข้อสอบประเภทนี้มาดัดแปลงใช้สร้างข้อสอบแบบเลือกตอบได้ นอกจากนั้นแล้วผู้วิจัยได้เพิ่มการทดสอบความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไว้ในแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาด้วย โดยความรู้พื้นฐานที่ทดสอบดังกล่าวเป็นความรู้ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่โจทย์ ยกเว้นความรู้ด้านการคิดคำนวณที่ไม่อาจใช้ตัวเลขจากโจทย์ปัญหาได้ เพื่อกันการคาดเดาแนวทางการแก้ปัญหาออกของนักเรียน อย่างไรก็ตามคะแนนที่ได้จากการทดสอบความรู้พื้นฐานในส่วนนี้จะไม่นำมารวมเป็นคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ทว่าจะใช้เป็นสารสนเทศในการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาของนักเรียน ดังนั้นแบบวัดที่จะนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 5 จึงมีส่วนประกอบดังนี้

<u>ส่วนที่ 1</u> : คำชี้แจง เป็นส่วนของการอธิบายลักษณะของแบบวัดอย่างคร่าวๆ และระเบียบในการทำแบบวัด

<u>ส่วนที่ 2</u> : แบบวัดที่ 1 เป็นส่วนของแบบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

<u>ส่วนที่ 3</u> : แบบวัดที่ 2 เป็นส่วนของแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วยโจทย์คณิตศาสตร์จำนวน 4 โจทย์ แต่ละโจทย์มีข้อสอบย่อยหรือข้อคำถามย่อยจำนวน 6 ข้อ แต่ละข้อวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เพียงหนึ่งทักษะย่อย โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงลักษณะข้อสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนน

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา	พฤติกรรมที่ทดสอบ	ข้อสอบที่	ลักษณะของข้อสอบ	คะแนนเต็ม	เกณฑ์การให้คะแนน
<u>ทักษะย่อยที่ 1</u> : **ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	**<u>พฤติกรรม 1.1</u>: การแปลความประโยคภาษา** • แปลความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้เพื่อแยกแยะว่าข้อมูลใดมาจากโจทย์ปัญหาและข้อมูลใดไม่ใช่ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ รวมถึงสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง	1	ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และให้นักเรียนบอกระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ ว่ามั่นใจเพียงใดว่าคำตอบที่เลือกจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง	1.5 คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน คือ กรณีที่นักเรียนเลือกคำตอบถูก จะให้คะแนนตามระดับความมั่นในดังนี้ 1.5 คะแนน - มีความมั่นใจมากที่สุด 1.2 คะแนน - มีความมั่นใจมาก 0.9 คะแนน - มีความมั่นใจปานกลาง 0.6 คะแนน - มีความมั่นใจน้อย 0.3 คะแนน - มีความมั่นใจน้อยที่สุด กรณีที่นักเรียนเลือกคำตอบผิดจะให้ 0 คะแนน
	<u>พฤติกรรม 1.2</u>: การแปลความข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ • บอกข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้เกี่ยวกับมาตราและหน่วยของปริมาณต่างๆ นิยามหรือความหมายของศัพท์ทางคณิตศาสตร์ และประโยคภาษาที่เป็นข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาได้	2	ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และให้นักเรียนบอกระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ	1 คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน คือ กรณีที่นักเรียนเลือกคำตอบถูก จะให้คะแนนตามระดับความมั่นในดังนี้ 1 คะแนน - มีความมั่นใจมากที่สุด 0.8 คะแนน - มีความมั่นใจมาก 0.6 คะแนน - มีความมั่นใจปานกลาง 0.4 คะแนน - มีความมั่นใจน้อย 0.2 คะแนน - มีความมั่นใจน้อยที่สุด กรณีที่นักเรียนเลือกคำตอบผิด จะให้ 0 คะแนน

ตารางที่ 9 แสดงลักษณะข้อสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนน *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา	พฤติกรรมที่ทดสอบ	ข้อสอบที่	ลักษณะของข้อสอบ	คะแนนเต็ม	เกณฑ์การให้คะแนน
<u>ทักษะย่อยที่ 2</u> : **ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์คณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์**	**<u>พฤติกรรม 2.1</u>: การพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล** • ตีความโจทย์ปัญหาเพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด ให้ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์	3	ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และให้นักเรียนบอกระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ ว่ามั่นใจเพียงใดว่าคำตอบที่เลือกจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง	2 คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน คือ กรณีที่นักเรียนเลือกคำตอบถูก จะให้คะแนนตามระดับความมั่นในดังนี้ 2 คะแนน - มีความมั่นใจมากที่สุด 1.6 คะแนน - มีความมั่นใจมาก 1.2 คะแนน - มีความมั่นใจปานกลาง 0.8 คะแนน - มีความมั่นใจน้อย 0.4 คะแนน - มีความมั่นใจน้อยที่สุด กรณีที่นักเรียนเลือกคำตอบผิดจะให้ 0 คะแนน
	<u>พฤติกรรม 2.2</u>: การสร้างสมการคณิตศาสตร์ • สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาในรูปของสมการคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและตามหลักของคณิตศาสตร์	4	ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และให้นักเรียนบอกระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ ว่ามั่นใจเพียงใดว่าคำตอบที่เลือกจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง	2 คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน คือ กรณีที่นักเรียนเลือกคำตอบถูก จะให้คะแนนตามระดับความมั่นในดังนี้ 2 คะแนน - มีความมั่นใจมากที่สุด 1.6 คะแนน - มีความมั่นใจมาก 1.2 คะแนน - มีความมั่นใจปานกลาง 0.8 คะแนน - มีความมั่นใจน้อย 0.4 คะแนน - มีความมั่นใจน้อยที่สุด กรณีที่นักเรียนเลือกคำตอบผิดจะให้ 0 คะแนน

ตารางที่ 9 แสดงลักษณะข้อสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนน *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา	พฤติกรรมที่ทดสอบ	ข้อสอบที่	ลักษณะของข้อสอบ	คะแนนเต็ม	เกณฑ์การให้คะแนน
<u>ทักษะย่อยที่ 3</u> : **ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา**	**<u>พฤติกรรม 3.1</u>: การเลือกและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา** • คัดเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาและจัดเรียงลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง	5	ข้อสอบปรนัยที่มีตัวเลือกให้นักเรียนเลือกตอบ 7ตัวเลือก (ขั้นตอน) ซึ่งมีตัวเลือกที่ถูกมากกว่า1 ตัวเลือก และมีตัวเลือกที่ผิดปะปนอยู่ด้วย	2.5 คะแนน	การพิจารณาให้คะแนนทักษะนี้ จะแบ่งการให้คะแนนเป็นสองครั้ง ครั้งแรกเป็นการให้คะแนนการวางแผนแก้ปัญหาก่อนเริ่มลงมือแก้ปัญหา และครั้งที่สองเป็นการให้คะแนนการวางแผนแก้ปัญหาขณะดำเนินการแก้ปัญหา โดยเกณฑ์การให้คะแนนทักษะนี้ในแต่ละครั้งจะมีการพิจารณาเพื่อให้คะแนนเหมือนกัน ซึ่งแบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 ส่วนดังนี้ ส่วนที่ 1 ความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา ส่วนที่ 2 ความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา (ดูวิธีการให้คะแนนทักษะนี้ได้ในภาคผนวก จ)
	<u>พฤติกรรม 3.2</u>: การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา • เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ด้วยสูตร กฎหรือหลักการ เพื่อหาข้อมูลสำคัญของแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	6	ข้อสอบแบบอัตนัย (แสดงวิธีทำ)	2.5 คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมนี้จะเฉลี่ยคะแนนเต็ม 2.5 คะแนนตามจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาหลักของแต่ละโจทย์ปัญหา โดยพิจารณาความถูกต้องของการเลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ สูตร หรือกฎที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาข้อมูลในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา ดังนี้ คะแนนเต็มเฉลี่ยที่แล้วในแต่ละขั้นตอน - นักเรียนเลือกใช้การดำเนินการ สูตร กฎ ได้ถูกต้อง ครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มที่เฉลี่ยแล้วในแต่ละขั้นตอน - มีข้อผิดพลาดอันเกิดจากการจำสูตรผิด 0 คะแนน - นักเรียนเลือกใช้การดำเนินการ สูตร กฎ ไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 9 แสดงลักษณะข้อสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนน *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา	พฤติกรรมที่ทดสอบ	ข้อสอบที่	ลักษณะของข้อสอบ	คะแนนเต็ม	เกณฑ์การให้คะแนน
<u>ทักษะย่อยที่ 4</u> : **ทักษะการดำเนินการตามแผน**	**<u>พฤติกรรม 4.1</u>: การดำเนินการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุมีผล** • ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการหรือกลวิธีที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์	6	ข้อสอบแบบอัตนัย (แสดงวิธีทำ)	2 คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมนี้จะเฉลี่ยคะแนนเต็ม 2 คะแนนตามจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาหลักของโจทย์ปัญหาแต่ละโจทย์ โดยพิจารณาความถูกต้องของการอธิบายเหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา ดังนี้ คะแนนเต็มที่เฉลี่ยแล้วในแต่ละขั้นตอน - นักเรียนอธิบายเหตุผลในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มที่เฉลี่ยแล้วในแต่ละขั้นตอน - อธิบายเหตุผลคลุมเครือ แต่มีการแสดงวิธีทำถูกต้อง 0 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ถูกต้องเลย
	<u>ทักษะ 4.2</u>: การคิดคำนวณ • คิดคำนวณตามกระบวนทางคณิตศาสตร์ที่ได้วางแผนไว้ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	6	ข้อสอบแบบอัตนัย (แสดงวิธีทำ)	1.5 คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมนี้จะเฉลี่ยคะแนนเต็ม 1.5 คะแนนตามจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาหลักของโจทย์ปัญหาแต่ละโจทย์ โดยพิจารณาความถูกต้องของการคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา ดังนี้ คะแนนเต็มที่เฉลี่ยแล้วในแต่ละขั้นตอน - นักเรียนเลือกใช้ได้ถูกต้อง ครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มที่เฉลี่ยแล้วในแต่ละขั้นตอน - นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณไม่ถูกต้องตามหลักเลขคณิตหรือหลักการของกระบวนการคิดคำนวณ

14) นำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ครั้งที่ 5 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนทองแสนขันวิทยา จำนวน 33 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วนำแบบวัดมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อวิเคราะห์ความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-related validity) ความตรงร่วมสมัย (Concurrent validity) และความเที่ยง (Reliability) ด้วยวิธีเดียวกันกับแบบวัดที่ทดลองใช้ในครั้งที่ 4 ผลปรากฏว่า ได้ค่าความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์เท่ากับ 0.583 ค่าความตรงตามสภาพเท่ากับ 0.571 และค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.877 ซึ่งจะเห็นว่าแบบวัดฉบับนี้มีค่าความตรงมากกว่าแบบวัดที่ทดลองใช้ในครั้งที่ 4

15) ตรวจสอบประสิทธิภาพระหว่างวิธีการให้คะแนนการตอบข้อสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกตามระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ กับการให้คะแนนการตอบข้อสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกด้วยวิธีดั้งเดิมคือ ตอบถูกได้คะแนนเต็ม ตอบผิดได้ 0 คะแนน โดยการทดสอบสมมติฐาน โดยเริ่มจากนำแบบวัดทั้งหมดมาตรวจให้คะแนนแบบดั้งเดิมแล้วหาค่าความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ ค่าความตรงร่วมสมัย และค่าความเที่ยง ด้วยวิธีเดียวกันกับการตรวจสอบที่ผ่านมา ปรากฏว่าได้ค่าความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์เท่ากับ 0.570 ค่าความตรงร่วมสมัยเท่ากับ 0.535 และค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.852 ซึ่งจะเห็นว่าค่าความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ ค่าความตรงร่วมสมัย และค่าความเที่ยงของการให้คะแนนข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกโดยวิธีดั้งเดิม มีค่าน้อยกว่าวิธีให้คะแนนโดยระบุระดับความมั่นใจในการเลือกตอบ และเมื่อนำคะแนนที่ได้จากทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนโดยการทดสอบ t-test dependent ผลปรากฏว่า คะแนนที่ได้จากการให้คะแนนโดยระบุความมั่นใจในการเลือกตอบกับคะแนนที่ได้จากการให้คะแนนโดยวิธีดั้งเดิมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 จึงเป็นเครื่องบ่งชี้ว่า การให้คะแนนข้อสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบโดยระบุความมั่นใจในการเลือกตอบ ให้ความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์และความตรงตามสภาพสูงกว่าการให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบโดยวิธีดั้งเดิม

16) ในการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจการจำแนก ผู้วิจัยคำนวณโดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) สำหรับข้อสอบทุกข้อ ทั้งข้อสอบชนิดปรนัยและข้อสอบอัตนัยแสดงวิธีทำ เหตุเพราะสูตรสำหรับหาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแบบเลือกตอบที่มีระบบการให้คะแนนแบบดั้งเดิม (0-1) ไม่ได้มีการคำนวณค่าที่เป็นผลมาจากการระบุความมั่นใจในการเลือกตอบของผู้สอบ ซึ่งขัดแย้งกับจุดประสงค์ของแบบวัดที่จำเป็นต้องใช้ค่าที่ได้จากการตัดสินระดับความมั่นใจในการเลือกตอบมาเป็นเกณฑ์ในการจำแนกกลุ่มนักเรียนด้วย เพราะสูตรที่ใช้หาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกที่มีการให้คะแนนด้วยวิธีดั้งเดิม ใช้จำนวนผู้ที่ตอบถูกหรือก็คือความถี่ของข้อสอบข้อหนึ่งๆ ที่นักเรียนตอบถูกเท่านั้นในการคำนวณ โดยมิได้มีตัวแปรใดในสูตรที่คำนึงถึงผลของการระบุความมั่นใจในการเลือกตอบข้อสอบของนักเรียน กล่าวอีกนัยคือสูตรนั้นมิได้ใช้คะแนนที่ได้จากการตัดสินตามระดับความมั่นใจในการเลือกตอบของนักเรียนร่วมในการหาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก หรือสนใจแต่เพียงนักเรียนตอบข้อสอบถูกหรือผิดจำนวนเท่าใดเท่านั้น

ด้วยเหตุนี้การคำนวณค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบทั้งหมดในแบบวัดนี้จึงคำนวณตามสูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ซึ่งได้ผลการคำนวณดังแสดงตามตารางที่ 10

ตารางที่ 10 แสดงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อจากการทดลองใช้ครั้งที่ 5

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	**ข้อสอบที่/(พฤติกรรม)**	**ค่าความยาก (p)**	**ค่าอำนาจจำแนก (r)**
ทักษะย่อยที่ 1 : การแปลความโจทย์คณิตศาสตร์	1 / (**พฤติกรรม** 1.1)	0.08 – 0.65	-0.16 – 0.51
	2 / (**พฤติกรรม** 1.2)	0.25 – 0.54	-0.18 – 0.35
ทักษะย่อยที่ 2 : การบูรณาการข้อมูลจากโจทย์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์	3 / (**พฤติกรรม** 2.1)	0.19 – 0.50	-0.02 – 0.45
	4 / (**พฤติกรรม** 2.2)	0.15 – 0.38	-0.27 - 0.62
ทักษะย่อยที่ 3 : การวางแผนการแก้ปัญหา	5 / (**พฤติกรรม** 3.1)	0.40 – 0.54	0.48 – 0.71
	6 / (**พฤติกรรม** 3.2)	0.14 – 0.23	0.29 – 0.45
ทักษะย่อยที่ 4 : การดำเนินการตามแผน	6 / **(พฤติกรรม** 4.1)	0.14 – 0.22	0.27 – 0.44
	6 / (**พฤติกรรม** 4.2)	0.14 – 0.26	0.27 – 0.52

จากผลการหาค่าความยากและอำนาจจำแนกที่ได้พบว่า ข้อสอบมีความยากค่อนข้างมากและมีอำนาจจำแนกไม่ดีเท่าที่ควร ซึ่งโกวิท ประวาลพฤกษ์ และสมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2527: 276) ได้ให้ข้อสังเกตถึงสาเหตุของข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกติดลบไว้ว่า อาจเนื่องมาจากคำถามมีลักษณะเป็นสองแง่ ผู้เฉลยเฉลยคำตอบผิด ผู้ตรวจตรวจผิด พิมพ์มีตำหนิชวนให้เดา พิมพ์ตกหล่น หรืออาจเป็นผลมาจาก ตัวลวงเหมือนกัน ซ้อนกัน มีคำตอบถูกสองข้อ หรือข้อสอบยากมาก ผู้ตอบเลยเดาสุ่ม ดังนั้นเมื่อพิจารณาความเป็นไปได้ของข้อสังเกตดังกล่าวประกอบกับข้อมูลจากการสอบถามคุณครูภายในโรงเรียนแล้วพบว่า นักเรียนที่ผู้วิจัยทดลองใช้แบบวัดในครั้งนี้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลางและค่อนข้างต่ำ ผู้วิจัยจึงสันนิษฐานว่าสาเหตุที่ทำให้ข้อสอบมีค่าอำนาจจำแนกติดลบอาจเป็นเพราะนักเรียนที่ใช้ในการทดลองเครื่องมือวิจัยครั้งนี้ไม่ได้เป็นตัวแทนของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันอย่างชัดเจน

อย่างไรก็ตาม แม้ผลการตรวจสอบค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบบางข้อจะไม่ดีเท่าที่ควร แต่ข้อสอบเหล่านี้ได้ผ่านการประเมินจากผู้ทรงคุณวุฒิด้านความเหมาะสมระหว่างเนื้อหาที่วัดกับระดับความสามารถของนักเรียนแล้วว่าอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม (มีค่า IOC มากกว่า 0) ฉะนั้นผู้วิจัยจึงต้องทำการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยอีกครั้ง หลังจากนำแบบวัดไปเก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างเป็นที่เรียบร้อยแล้ว เพื่อให้ได้คะแนนจากกลุ่มตัวอย่างที่มีการกระจายมากขึ้น หรือเพื่อให้ได้คะแนนจากกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

17) เมื่อนำแบบวัดไปเก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างเป็นที่เรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยคำนวณหาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกอีกครั้งโดยใช้คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ปรากฏว่าได้ผลดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แสดงค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อในแบบวัด

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	**ข้อสอบที่/(พฤติกรรม)**	**ค่าความยาก (p)**	**ค่าอำนาจจำแนก (r)**
ทักษะย่อยที่ 1 : การแปลความโจทย์คณิตศาสตร์	1 / (**พฤติกรรม** 1.1)	0.37 – 0.84	0.23 – 0.58
	2 / (**พฤติกรรม** 1.2)	0.47 – 0.73	0.27 – 0.56
ทักษะย่อยที่ 2 : การบูรณาการข้อมูลจากโจทย์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์	3 / (**พฤติกรรม** 2.1)	0.30 – 0.70	0.37 - 0.62
	4 / (**พฤติกรรม** 2.2)	0.27 – 0.51	0.35 - 0.52
ทักษะย่อยที่ 3 : การวางแผนการแก้ปัญหา	5 / (**พฤติกรรม** 3.1)	0.48 – 0.58	0.67 – 0.81
	6 / (**พฤติกรรม** 3.2)	0.34 – 0.46	0.64 – 0.88
ทักษะย่อยที่ 4 : การดำเนินการตามแผน	6 / **(พฤติกรรม** 4.1)	0.33 – 0.45	0.63 – 0.87
	6 / (**พฤติกรรม** 4.2)	0.31 – 0.42	0.57 – 0.81

จากตารางที่ 11 จะเห็นว่า ข้อสอบส่วนใหญ่มีคุณภาพอยู่ในระดับที่เหมาะสมคือ มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.2 - 0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป ดังนั้นจึงถือว่าแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีคุณภาพเหมาะสมเพียงพอที่จะนำมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณต่อไป

4. การดำเนินการทดสอบและเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล สามารถแบ่งออกเป็นขั้นเตรียมการและขั้นดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้นดังนี้

4.1 <u>ขั้นเตรียมการ</u>

4.1.1 ในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย ผู้วิจัยสุ่มโรงเรียนจำนวน 5 โรงเรียน และทำการติดต่อผู้อำนวยการโรงเรียนเพื่อขอความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยเพื่อปรับปรุงคุณภาพของเครื่องมือ โดยนำจดหมายขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ส่งถึงผู้อำนวยการโรงเรียนทางไปรษณีย์ และดำเนินการติดต่อทางโทรศัพท์เพื่อนัดหมายวันเวลาในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยตามกำหนดการที่ยื่นเรื่อง

4.1.2 ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยติดต่อผู้อำนวยการโรงเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างและไม่ใช่โรงเรียนที่ผู้วิจัยทดลองใช้เครื่องมือวิจัย เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1-2 ห้องเรียนเพื่อใช้ในการวิจัย โดยส่งจดหมายขออนุญาตดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนที่

เป็นกลุ่มตัวอย่างทางไปรษณีย์ และดำเนินการติดต่อทางโทรศัพท์เพื่อนัดหมายวันเวลาในการเก็บข้อมูลของนักเรียนตามกำหนดการที่ยื่นเรื่อง

4.2 ขั้นดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

4.2.1 ผู้วิจัยนำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด โดยใช้เวลาในการทดสอบ 90 นาที หรือ 1 ชั่วโมง 30 นาที

4.2.2 ก่อนเริ่มดำเนินการสอบ ผู้วิจัยอธิบายวัตถุประสงค์ของการทำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการทำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ จากนั้นอธิบายคำสั่งและวิธีการตอบข้อสอบให้นักเรียนทุกคนเข้าใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนที่สงสัยในการทดสอบได้ซักถามจนเป็นที่เข้าใจก่อนลงมือทดสอบจริง เมื่อเห็นว่านักเรียนทุกคนเข้าใจวิธีการทำแบบวัดตรงกันแล้ว จึงเริ่มจับเวลาและให้นักเรียนทุกคนทำแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยพร้อมกันจนกระทั่งหมดเวลาสอบ เมื่อดำเนินการทดสอบจนครบตามระยะเวลาที่กำหนด ผู้วิจัยเก็บรวบรวมแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกคนเพื่อนำมาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์ผลการวิจัยต่อไป

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

5.1 จำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มตามระดับคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ ซึ่งได้แก่ กลุ่มนักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้สูงหรือกลุ่มสูง กลุ่มนักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ปานกลางหรือกลุ่มปานกลาง และกลุ่มนักเรียนที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ต่ำหรือกลุ่มต่ำ เพื่อนำผลคะแนนของแต่ละกลุ่มไปวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

5.2 หาค่าเฉลี่ย ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และร้อยละของค่าเฉลี่ย ($\overline{x}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยโดยภาพรวมและแยกตามแต่ละทักษะย่อย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด และจำแนกตามกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

5.3 ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลางและต่ำในแต่ละทักษะ หรือเปรียบเทียบการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะของนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลางและต่ำ โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว One-way Analysis of Variance (One-way ANOVA) ถ้าพบว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 หรือ 0.01 จะทำการทดสอบเป็นรายคู่เพื่อตรวจสอบว่าคะแนนเฉลี่ยระหว่างนักเรียนสองกลุ่มใดที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยหากพบว่าความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มเท่ากันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จะทำการทดสอบเป็นรายคู่ด้วย F-test ตามวิธีของเชฟเฟ (Scheffe' test for all possible comparisons) แต่ถ้าพบว่าความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จะทำการทดสอบเป็นรายคู่โดยเลือกการทดสอบ Tamhane's T2 (อ้างอิงจาก ยุทธ ไกยวรรณ์, 2553: 245 - 246)

5.4 วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ในรูปของความเรียงพร้อมภาพประกอบตัวอย่าง

6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

6.1 <u>สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด</u>

6.1.1 หาค่าความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-related validity) จากการหาค่าสหสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างคะแนนทักษะการแก้ปัญหา (หรือคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัด) กับผลคะแนนการทดสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์เมื่อนักเรียนอยู่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และค่าความตรงตามสภาพ (Concurrent validity) จากการหาค่าสหสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างคะแนนทักษะการแก้ปัญหา (หรือคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัด) กับระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือเกรดวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation Coefficient) ดังนี้

$$r_{xy} = \frac{N\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}}$$

เมื่อ r_{xy} คือค่าสัมประสิทธิ์ความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์

X คือคะแนนที่ได้จากแบบสอบที่ต้องการหาความตรง

Y คือคะแนนจากเกณฑ์

(เยาวดี รางชัยกุล วิบูลย์ศรี, 2553: 131 - 132)

6.1.2 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S_t^2}\right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อในแบบสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 128)

6.1.3 หาค่าความยาก (p) ของข้อสอบทุกข้อในแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ได้แก่ ข้อสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกโดยระบุความมั่นใจในการเลือกตอบข้อสอบชนิดปรนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และข้อสอบอัตนัยแสดงวิธีทำ โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

ค่าความยาก : Index of Difficulty, $p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{min})}{n_t (X_{max} - X_{min})}$

เมื่อ S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง
S_l แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ
X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้
X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้
n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 147 - 148)

6.1.4 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของข้อสอบทุกข้อในแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ทั้งข้อสอบชนิดปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกโดยระบุความมั่นใจในการเลือกตอบ ข้อสอบชนิดปรนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และข้อสอบอัตนัยแสดงวิธีทำ โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

ค่าอำนาจจำแนก : Index of Discrimination, $r = \frac{S_h - S_l}{n_h (X_{max} - X_{min})}$

เมื่อ S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง
S_l แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ
X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้
X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้
n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538: 147 - 148)

6.2 <u>สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย</u>

ผู้วิจัยคำนวณหาความถี่ (Frequency) ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\overline{x}_{\text{ร้อยละ}}$) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว One-way Analysis of Variance (One-way ANOVA) โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel และโปรแกรมสำเร็จรูป Statistical Package for Social Science: SPSS ในการวิเคราะห์ข้อมูล

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์โดยแบ่งออกเป็น 2 ตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 1.1 การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.1.1 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยภาพรวม ดังแสดงในตารางที่ 12

1.1.2 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสูง ดังแสดงในตารางที่ 13

1.1.3 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มปานกลาง ดังแสดงในตารางที่ 14

1.1.4 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 15

ตอนที่ 1.2 การเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

1.2.1 ผลการเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลางและต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 16 - 18

1.2.2 ผลการเปรียบเทียบทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 19 - 21

1.2.3 ผลการเปรียบเทียบทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลางและต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 22 - 24

1.2.4 ผลการเปรียบเทียบทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 25 - 27

1.2.5 ผลการเปรียบเทียบทักษะการดำเนินการตามแผน ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 28 - 30

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1: ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตอนที่ 1.1 การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.1.1 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยภาพรวม ดังแสดงในตารางที่ 12

ตารางที่ 12 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยภาพรวม

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	ผลการวิเคราะห์คะแนนของนักเรียน		
		$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}_{ร้อยละ}$
ทักษะย่อยที่ 1: ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์	10	6.37	2.27	63.69
ทักษะย่อยที่ 2: ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์	16	6.22	3.78	38.87
ทักษะย่อยที่ 3: ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา	20	8.31	6.52	41.56
ทักษะย่อยที่ 4: ทักษะการดำเนินการตามแผน	14	4.18	4.56	29.84
ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย	60	25.08	15.77	41.80

จากตารางที่ 12 พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้มากที่สุด คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 63.69 รองลงมาคือ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 41.56 และนักเรียนใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนในการแก้ปัญหาได้น้อยที่สุด คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 29.84

1.1.2 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสูง ดังแสดงในตารางที่ 13

ตารางที่ 13 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสูง

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	ผลการวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนกลุ่มสูง		
		$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}_{ร้อยละ}$
ทักษะย่อยที่ 1: ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์	(10)	(9.06)	0.94	90.58
พฤติกรรม 1.1: การแปลความประโยคภาษา	6	5.47	0.41	91.12
พฤติกรรม 1.2: การแปลความข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์	4	3.59	0.25	89.78
ทักษะย่อยที่ 2: ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์	(16)	(12.36)	2.37	77.24
พฤติกรรม 2.1: การพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล	8	6.57	0.68	82.16
พฤติกรรม 2.2: การสร้างสมการคณิตศาสตร์	8	5.79	0.82	72.31
ทักษะย่อยที่ 3: ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา	(20)	(18.81)	1.25	94.06
พฤติกรรม 3.1: การเลือกและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา	10	9.87	0.19	98.66
พฤติกรรม 3.2: การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา	10	8.97	0.51	89.46
ทักษะย่อยที่ 4: ทักษะการดำเนินการตามแผน	(14)	(12.10)	1.64	86.42
พฤติกรรม 4.1: การดำเนินการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุมีผล	8	7.08	0.42	88.54
พฤติกรรม 4.2: การคิดคำนวณ	6	5.02	0.34	83.60
ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย	(60)	(52.33)	4.43	87.21

จากตารางที่ 13 พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 94.06 รองลงมาคือ ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 90.58 และนักเรียนใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้น้อยที่สุด คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 77.24

เมื่อพิจารณาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยของนักเรียนกลุ่มสูง พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงสามารถใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยเพื่อแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 87.21

1.1.3 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มปานกลาง ดังแสดงในตารางที่ 14

ตารางที่ 14 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มปานกลาง

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	ผลการวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนกลุ่มปานกลาง		
		$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}_{ร้อยละ}$
ทักษะย่อยที่ 1: ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์	(10)	(7.82)	1.34	78.22
พฤติกรรม 1.1: การแปลความประโยคภาษา	6	4.79	0.55	79.86
พฤติกรรม 1.2: การแปลความข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์	4	3.03	0.36	75.76
ทักษะย่อยที่ 2: ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์	(16)	(7.79)	2.54	48.68
พฤติกรรม 2.1: การพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล	8	4.43	0.87	55.42
พฤติกรรม 2.2: การสร้างสมการคณิตศาสตร์	8	3.36	0.86	41.94
ทักษะย่อยที่ 3: ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา	(20)	(14.13)	2.48	70.66
พฤติกรรม 3.1: การเลือกและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา	10	8.23	0.77	82.31
พฤติกรรม 3.2: การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา	10	5.90	0.92	59.00
ทักษะย่อยที่ 4: ทักษะการดำเนินการตามแผน	(14)	(7.70)	1.81	55.00
พฤติกรรม 4.1: การดำเนินการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุมีผล	8	4.55	0.72	56.90
พฤติกรรม 4.2: การคิดคำนวณ	6	3.15	0.51	52.46
ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย	(60)	(37.44)	4.63	62.40

จากตารางที่ 14 พบว่า นักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 78.22 รองลงมาคือ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 70.66 และนักเรียนใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้น้อยที่สุด คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 48.68

เมื่อพิจารณาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยของนักเรียนกลุ่มปานกลาง พบว่า นักเรียนกลุ่มปานกลางสามารถใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยเพื่อแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 62.40

1.1.4 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 15

ตารางที่ 15 ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มต่ำ

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	ผลการวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนกลุ่มต่ำ		
		$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}_{ร้อยละ}$
ทักษะย่อยที่ 1: ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์	(10)	(5.33)	1.93	53.30
พฤติกรรม 1.1: การแปลความประโยคภาษา	6	3.42	0.68	57.01
พฤติกรรม 1.2: การแปลความข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์	4	1.91	0.45	47.74
ทักษะย่อยที่ 2: ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์	(16)	(4.30)	2.22	26.90
พฤติกรรม 2.1: การพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล	8	2.59	0.78	32.45
พฤติกรรม 2.2: การสร้างสมการคณิตศาสตร์	8	1.71	0.77	21.36
ทักษะย่อยที่ 3: ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา	(20)	(4.22)	3.06	21.88
พฤติกรรม 3.1: การเลือกและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา	10	3.13	0.76	31.24
พฤติกรรม 3.2: การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา	10	1.09	0.58	10.92
ทักษะย่อยที่ 4: ทักษะการดำเนินการตามแผน	(14)	(1.31)	1.73	9.40
พฤติกรรม 4.1: การดำเนินการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุมีผล	8	0.76	0.43	9.55
พฤติกรรม 4.2: การคิดคำนวณ	6	0.55	0.32	9.20
ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย	(60)	(15.17)	6.63	25.28

จากตารางที่ 15 พบว่า นักเรียนกลุ่มต่ำใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 53.30 รองลงมาคือทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 26.90 และนักเรียนใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนในการแก้ปัญหาได้น้อยที่สุด คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 9.40

เมื่อพิจารณาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยของนักเรียนกลุ่มต่ำ พบว่า นักเรียนกลุ่มต่ำสามารถใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยเพื่อแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้คิดเป็นค่าเฉลี่ยร้อยละ 25.28

ตอนที่ 1.2 การเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

1.2.1 ผลการเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 16 - 18

ตารางที่ 16 ผลการเปรียบเทียบคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

กลุ่มนักเรียน	คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์		
	$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}_{ร้อยละ}$
กลุ่มสูง	52..33	4.43	87.21
กลุ่มปานกลาง	37.44	4.63	62.40
กลุ่มต่ำ	15.17	6.63	25.28

จากตารางที่ 16 เมื่อเปรียบเทียบคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 87.21 รองลงมาคือนักเรียนกลุ่มปานกลาง ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยได้คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 62.40 และนักเรียนกลุ่มต่ำ ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยได้น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 25.28

ตารางที่ 17 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

แหล่งความแปรปรวน	Df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	87676.77	43838.39	1214.65**
ภายในกลุ่ม	410	14797.43	36.09	
ทั้งหมด	412	102474.20		

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 17 พบว่า มีกลุ่มนักเรียนอย่างน้อยสองกลุ่มที่ใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยระหว่างกลุ่มเป็นรายคู่ ตามวิธีของ Tamhane's T2 ปรากฏว่าได้ผลดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Tamhane's T2

ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) ของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างสองกลุ่ม	กลุ่มสูง	กลุ่มปานกลาง	กลุ่มต่ำ
กลุ่มสูง	-	14.89**	37.16**
กลุ่มปานกลาง	-	-	22.28**
กลุ่มต่ำ	-	-	-

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 18 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 กล่าวคือนักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

1.2.2 ผลการเปรียบเทียบทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 19 - 21

ตารางที่ 19 ผลการเปรียบเทียบคะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

กลุ่มนักเรียน	คะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์		
	$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}_{ร้อยละ}$
กลุ่มสูง	9.06	0.94	90.58
กลุ่มปานกลาง	7.82	1.34	78.22
กลุ่มต่ำ	5.33	1.93	53.30

จากตารางที่ 19 เมื่อเปรียบเทียบคะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 90.58 รองลงมาคือ นักเรียนกลุ่มปานกลาง ใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 78.22 และนักเรียนกลุ่มต่ำ ใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 53.30

ตารางที่ 20 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

แหล่งความแปรปรวน	Df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	932.21	466.11	159.44**
ภายในกลุ่ม	410	1198.63	2.92	
ทั้งหมด	412	2130.84		

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 20 พบว่า มีกลุ่มนักเรียนอย่างน้อยสองกลุ่มที่ใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มเป็นรายคู่ ตามวิธีของ Tamhane’s T2 ปรากฏว่าได้ผลดังตารางที่ 21

ตารางที่ 21 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Tamhane’s T2

ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) ของทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างสองกลุ่ม	กลุ่มสูง	กลุ่มปานกลาง	กลุ่มต่ำ
กลุ่มสูง	-	1.24**	3.73**
กลุ่มปานกลาง	-	-	2.49**
กลุ่มต่ำ	-	-	-

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 21 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 กล่าวคือนักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

1.2.3 ผลการเปรียบเทียบทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 22 - 24

ตารางที่ 22 ผลการเปรียบเทียบคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

กลุ่มนักเรียน	**คะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์**		
	$\overline{X}$	**S.D.**	$\overline{X}_{ร้อยละ}$
กลุ่มสูง	12.36	2.37	77.24
กลุ่มปานกลาง	7.79	2.54	48.68
กลุ่มต่ำ	4.30	2.22	26.90

จากตารางที่ 22 เมื่อเปรียบเทียบคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 77.24 รองลงมา คือ นักเรียนกลุ่มปานกลาง ใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 48.68 และนักเรียนกลุ่มต่ำ ใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 26.90

ตารางที่ 23 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

แหล่งความแปรปรวน	**Df**	**SS**	**MS**	**F**
ระหว่างกลุ่ม	2	3707.09	1853.55	349.25**
ภายในกลุ่ม	410	2175.97	5.31	
ทั้งหมด	412	5883.06		

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 23 พบว่า มีกลุ่มนักเรียนอย่างน้อยสองกลุ่มที่ใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มเป็นรายคู่ ตามวิธีของ Scheffe ปรากฏว่าได้ผลดังตารางที่ 24

ตารางที่ 24 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Scheffe

ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) ของทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระหว่างสองกลุ่ม	**กลุ่มสูง**	**กลุ่มปานกลาง**	**กลุ่มต่ำ**
กลุ่มสูง	-	4.57**	8.05**
กลุ่มปานกลาง	-		3.48**
กลุ่มต่ำ	-	-	-

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 24 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 กล่าวคือนักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

1.2.4 ผลการเปรียบเทียบทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 25 - 27

ตารางที่ 25 ผลการเปรียบเทียบคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

กลุ่มนักเรียน	**คะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา**		
	$\overline{X}$	**S.D.**	$\overline{X}_{ร้อยละ}$
กลุ่มสูง	18.81	1.25	94.06
กลุ่มปานกลาง	14.13	2.48	70.66
กลุ่มต่ำ	4.22	3.06	21.08

จากตารางที่ 25 เมื่อเปรียบเทียบคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 94.06 รองลงมาคือ นักเรียนกลุ่มปานกลาง ใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาได้คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 70.66 และนักเรียนกลุ่มต่ำ ใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาได้น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 21.08

ตารางที่ 26 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

แหล่งความแปรปรวน	Df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	14421.93	7210.97	955.96**
ภายในกลุ่ม	410	3092.69	7.54	
ทั้งหมด	412	17514.62		

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 26 พบว่า มีกลุ่มนักเรียนอย่างน้อยสองกลุ่มที่ใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาระหว่างกลุ่มเป็นรายคู่ ตามวิธีของ Tamhane’s T2 ปรากฏว่าได้ผลดังตารางที่ 27

ตารางที่ 27 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาระหว่างกลุ่ม ตามวิธีของ Tamhane’s T2

ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) ของทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาระหว่างสองกลุ่ม	กลุ่มสูง	กลุ่มปานกลาง	กลุ่มต่ำ
กลุ่มสูง	-	4.68**	14.60**
กลุ่มปานกลาง	-		9.92**
กลุ่มต่ำ	-	-	-

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 27 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 กล่าวคือนักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

1.2.5 ผลการเปรียบเทียบทักษะการดำเนินการตามแผนของนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ ดังแสดงในตารางที่ 28 - 30

ตารางที่ 28 ผลการเปรียบเทียบทักษะการดำเนินการตามแผน ระหว่างนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

กลุ่มนักเรียน	**คะแนนทักษะการดำเนินการตามแผน**		
	$\overline{X}$	**S.D.**	$\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$
กลุ่มสูง	12.10	1.64	86.42
กลุ่มปานกลาง	7.70	1.81	60.00
กลุ่มต่ำ	1.32	1.73	9.40

จากตารางที่ 28 เมื่อเปรียบเทียบคะแนนทักษะการดำเนินการตามแผนระหว่างนักเรียน แต่ละกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 86.42 รองลงมาคือ นักเรียนกลุ่มปานกลาง ใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 60.00 และนักเรียนกลุ่มต่ำ ใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 9.40

ตารางที่ 29 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวของคะแนนทักษะการดำเนินการตามแผนของนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ

แหล่งความแปรปรวน	Df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	7342.25	3671.12	1232.92**
ภายในกลุ่ม	410	1220.81	2.98	
ทั้งหมด	412	8563.05		

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 29 พบว่า มีกลุ่มนักเรียนอย่างน้อยสองกลุ่มที่ใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการดำเนินการตามแผนระหว่างกลุ่มเป็นรายคู่ ตามวิธีของ Scheffe ปรากฏว่าได้ผลดังตารางที่ 30

ตารางที่ 30 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการดำเนินการตามแผนระหว่างกลุ่มตามวิธีของ Scheffe

ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) ของทักษะการดำเนินการตามแผนระหว่างสองกลุ่ม	กลุ่มสูง	กลุ่มปานกลาง	กลุ่มต่ำ
กลุ่มสูง	-	4.40**	10.78**
กลุ่มปานกลาง	-	-	6.38**
กลุ่มต่ำ	-	-	-

** $p < 0.01$

จากตารางที่ 30 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการดำเนินการตามแผนระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 กล่าวคือ นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ตอนที่ 2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ในแต่ละทักษะย่อย โดยการนำตัวอย่างพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งสองประเภทมาแสดง พร้อมอธิบายลักษณะของพฤติกรรมเหล่านั้น จำแนกตามทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะย่อย ได้แก่

2.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะย่อยที่ 1 คือ ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์

2.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะย่อยที่ 2 คือ ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์คณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์คณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์คณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

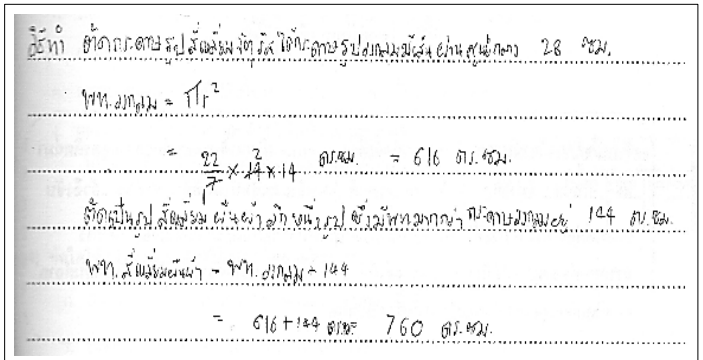
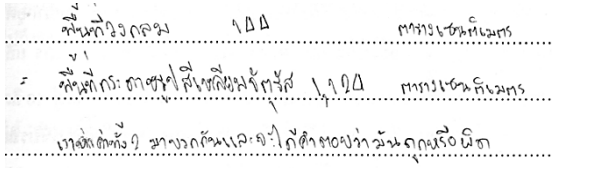
2.3 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะย่อยที่ 3 คือ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา

2.4 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะย่อยที่ 4 คือ ทักษะการดำเนินการตามแผน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการดำเนินการ ตามแผน และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะการดำเนินการตามแผน

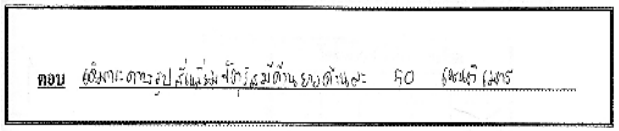
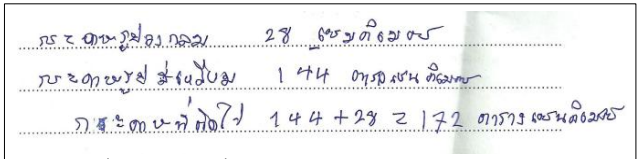
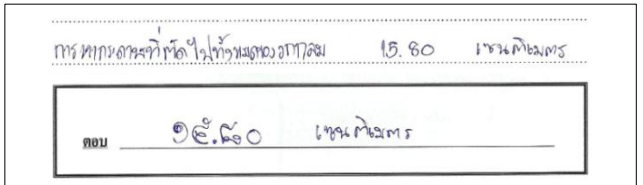
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพในแต่ละทักษะย่อยมีดังต่อไปนี้

2.1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะย่อยที่ 1 คือ ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์

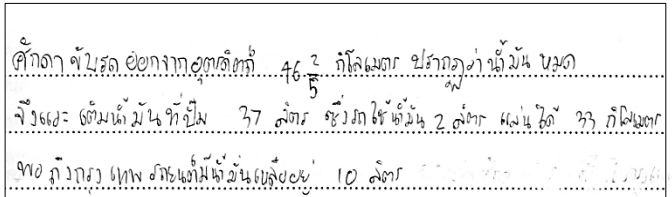
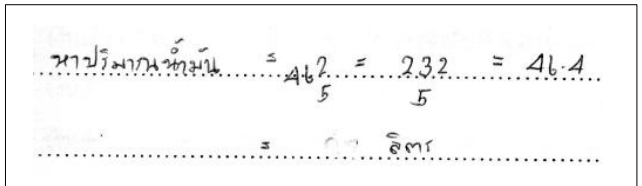
ตารางที่ 31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	**ตัวอย่างนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u> “แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรจำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่าเดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”	• นักเรียนเข้าใจสิ่งที่โจทย์ต้องการสื่อถึงหรือเข้าใจความหมายของประโยค/สถานการณ์ในโจทย์ได้ถูกต้อง เช่นจากภาพที่ 7  ภาพที่ 7 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	• นักเรียนไม่เข้าใจสิ่งที่โจทย์ต้องการสื่อถึงหรือเข้าใจความหมายของประโยค/สถานการณ์ในโจทย์ผิดพลาด หรือนักเรียนไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ เงื่อนไขของโจทย์คืออะไร หรือโจทย์ต้องการหาสิ่งใด เป็นต้น เช่นจากภาพที่ 8 นักเรียนเข้าใจสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ผิดว่าข้อมูล “144 ตารางเซนติเมตร” เป็นพื้นที่ของกระดาษรูป วงกลม ทั้งที่ข้อมูลดังกล่าวเป็นพื้นที่ของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในส่วนที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม และแปลความผิดว่าข้อมูล “1,124 ตารางเซนติเมตร” เป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ทั้งที่ข้อมูลดังกล่าวเป็นพื้นที่ของเศษกระดาษที่เหลือจากการตัดกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งโจทย์ปัญหาได้กล่าวไว้อย่างชัดเจน  ภาพที่ 8 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1

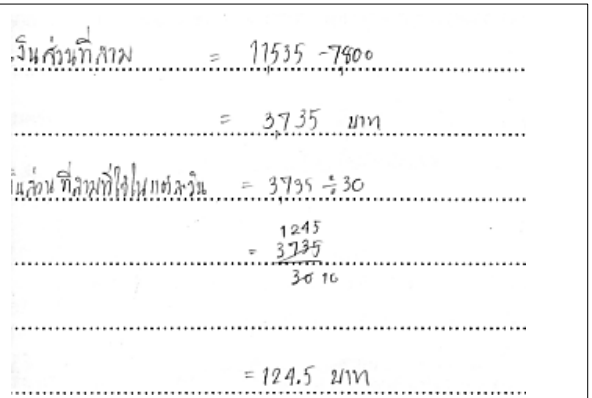
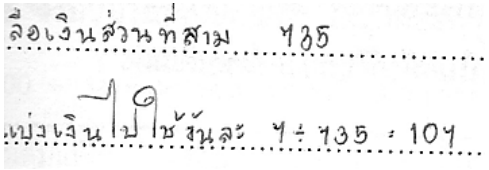
ตารางที่ 31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u> “แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรจำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”	จากภาพที่ 7 นักเรียนสามารถแปลความได้ถูกต้องว่า กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม โดยสังเกตจากนักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูล “28 เซนติเมตร” “144 ตารางเซนติเมตร” หรือ “1,124 ตารางเซนติเมตร” มาเป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นต้น จากตัวอย่าง ก1.2 นักเรียนสามารถสรุปคำตอบจากการแก้ปัญหาได้ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการ  ภาพที่ 9 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	จากตัวอย่าง ข1.2 นักเรียนแปลความข้อมูล “28 เซนติเมตร” “144 ตารางเซนติเมตร” ไม่ถูกต้อง โดยแปลความว่าข้อมูลดังกล่าวเป็นพื้นที่ของกระดาษรูปวงกลมและพื้นที่ของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามลำดับ แม้ว่านักเรียนจะเลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาพื้นที่ของกระดาษที่ตัดไปใช้ทั้งหมดได้ถูกต้อง แต่เพราะนักเรียนแปลความข้อมูลผิดพลาด จึงทำให้ผลลัพธ์ที่ได้ไม่ถูกต้อง  ภาพที่ 10 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 จากภาพที่ 11 นักเรียนสรุปคำตอบจากการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือนักเรียนตอบไม่ตรงตามจุดประสงค์ที่โจทย์ต้องการ  ภาพที่11 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1

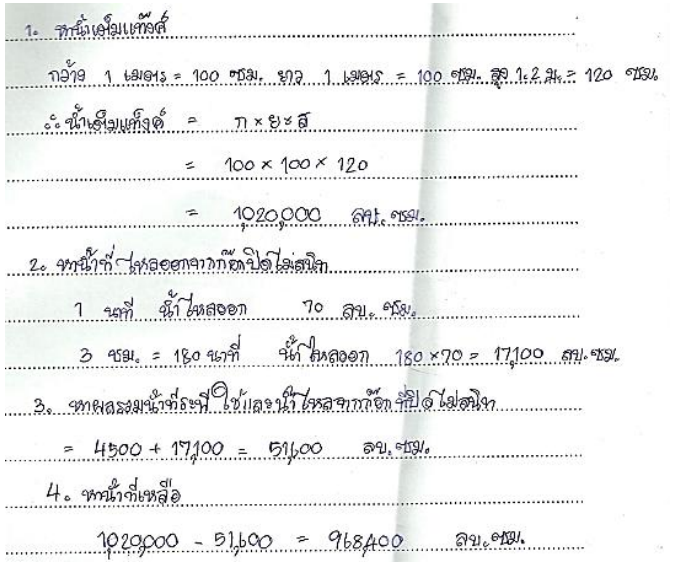
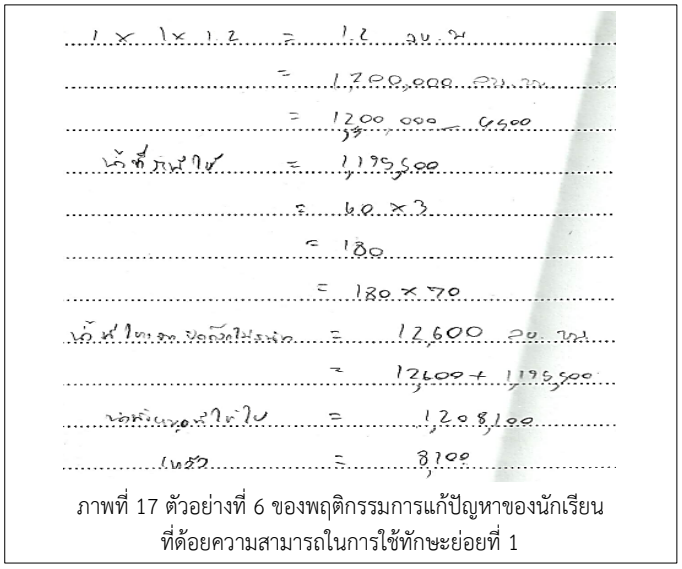
ตารางที่ 31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 2</u> "วันหนึ่งศักดาต้องขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์เพื่อไปกรุงเทพ เมื่อเขาขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์มา $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ก็ปรากฏว่าน้ำมันรถหมดพอดี ศักดาจึงแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร แล้วจึงขับรถยนต์ต่อโดยไม่ได้แวะที่ใดอีกเลยจนถึงกรุงเทพก็พบว่ารถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร ถ้ารถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร อยากทราบว่าศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ถึงกรุงเทพเป็นระยะทางทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร"	จากภาพที่ 12 นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการ แปลความโจทย์คณิตศาสตร์คนหนึ่ง ทวนข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ลงในส่วนของการแสดงวิธีทำได้อย่างถูกต้องด้วยภาษาของตนเอง  ภาพที่ 12 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	จากภาพที่ 13 นักเรียนแปลความข้อมูล "$46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร" ที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนเข้าใจว่าข้อมูลดังกล่าวซึ่งเป็นระยะทางเป็นสิ่งเดียวกันกับเป็นปริมาณน้ำมัน  ภาพที่ 13 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1

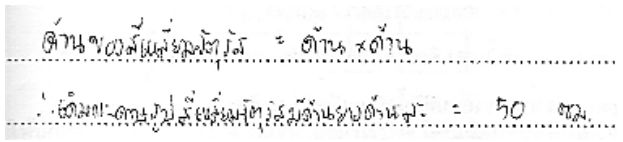
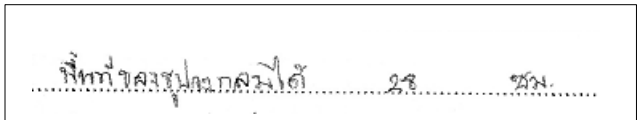
ตารางที่ 31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 3</u> “ สมศรีแบ่งเงินเดือนทั้งหมด 11,535 บาท ออกเป็น 3 ส่วนเพื่อใช้ในเดือนพฤศจิกายน โดยส่วนแรก เธอนำไปฝากธนาคาร 3,000 บาท ส่วนที่สองเป็นเงินสำหรับค่าใช้สอยทั่วไปจำนวน $1\frac{3}{5}$ ของเงินส่วนแรก และส่วนที่สาม เป็นเงินเดือนที่เหลือหลังจากแบ่งไว้ในสองส่วนแรกแล้ว ซึ่งเธอจะแบ่งเงินส่วนที่สามสำหรับไว้ใช้จ่ายในแต่ละวันเท่าๆ กัน อยากทราบว่า สมศรีจะแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ใช้วันละกี่บาท”	จากภาพที่ 14 นักเรียนสามารถแปลความได้ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดไว้ว่า สมศรีได้แบ่งเงินส่วนที่สามไว้ใช้จ่ายในเดือนพฤศจิกายนเท่าๆ กัน นักเรียนจึงสามารถเลือกข้อมูลคือ จำนวนวันในเดือนพฤศจิกายน และจำนวนเงินของส่วนที่สามมาดำเนินการเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง  ภาพที่ 14 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	จากภาพที่ 15 นักเรียนแปลความไม่ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดไว้ ดังจะเห็นว่า นักเรียนสามารถเลือกตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่ามีเข้าใจที่ถูกต้องว่าในขั้นนี้ต้องใช้การดำเนินทางคณิตศาสตร์อะไร แต่ทว่านักเรียนแปลความโจทย์ผิด จึงเลือกใช้ข้อมูลที่นำมาคำนวณผิด นั่นคือ นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่เป็นจำนวนวันของเดือนพฤศจิกายนมาหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ทั้งที่โจทย์บอกเงื่อนไขในส่วนนี้ไว้แล้วอย่างชัดเจน  ภาพที่ 15 ตัวอย่างที่ 5 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1

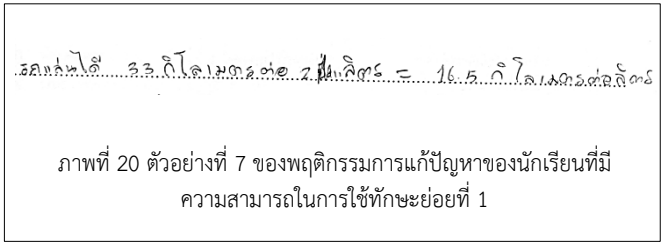
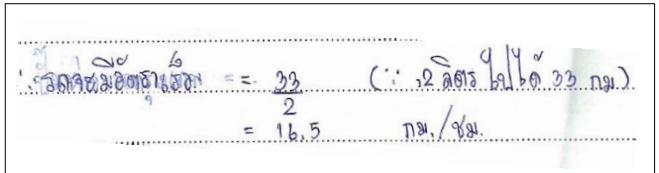
ตารางที่ 31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 4</u> “แท้งค์น้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอันหนึ่ง กว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร สูง 1.2 เมตร และมีน้ำอยู่เต็มแท้งค์ ต่อมาระพีใช้น้ำไป 4,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร แต่เขาปิดก๊อกน้ำไม่สนิทจึงทำให้ทุกๆ 1 นาที มีน้ำไหลออกจากแท้งค์ 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้าระพีกลับมาปิดก๊อกน้ำให้สนิทหลังจากเวลาผ่านไปแล้ว 3 ชั่วโมง อยากทราบว่า ระพีจะเหลือน้ำในแท้งค์กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร”	ภาพที่ 16 แสดงตัวอย่างนักเรียนที่มีความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของโจทย์ที่ถูกต้อง โดยตรวจสอบได้จากนักเรียนสามารถอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาที่สอดคล้องต่อวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง  ภาพที่ 16 ตัวอย่างที่ 5 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	จากภาพที่ 17 นักเรียนมีความเข้าใจในสถานการณ์โจทย์ผิดพลาด โดยนักเรียนแปลความว่า ผลรวมของปริมาณน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทกับน้ำที่เหลือในแท้งค์หลังจากระพีใช้ไป เป็นปริมาณน้ำที่เหลืออยู่ในแท้งค์เป็นครั้งสุดท้าย โดยไม่ได้ทันเฉลียวใจว่าการที่น้ำไหลออกจากแท้งค์ เป็นการกระทำที่ทำให้ปริมาณน้ำในแท้งค์ลดลง และยังเป็นส่วนของน้ำที่อยู่ภายนอกแท้งค์น้ำแล้ว จะเป็นน้ำที่เหลืออยู่ภายในแท้งค์ได้อย่างไร เช่นนี้จึงแสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจสถานการณ์โจทย์ปัญหาผิดพลาดจากสิ่งที่โจทย์ต้องการสื่อถึง  ภาพที่ 17 ตัวอย่างที่ 6 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1

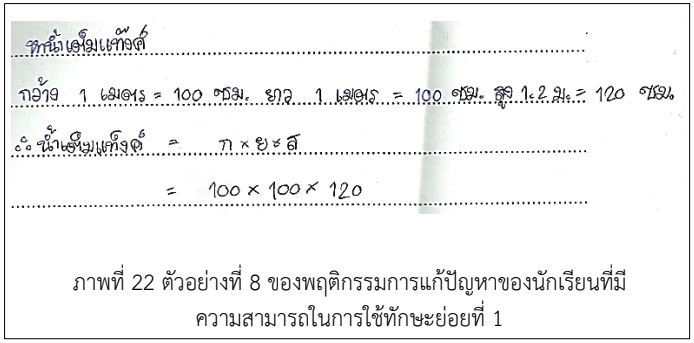
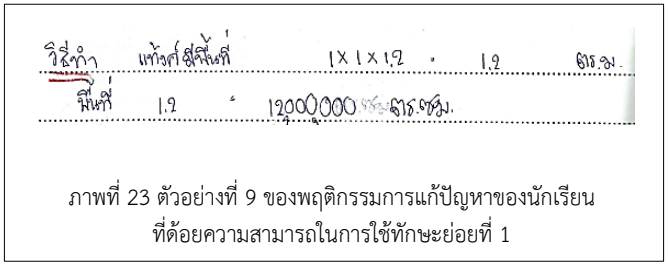
ตารางที่ 31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u> “แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตร จำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”	• นักเรียนทราบข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง จากภาพที่ 18 นักเรียนมีความเข้าใจถูกต้องเกี่ยวกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสว่ามีด้านแต่ละด้านยาวเท่ากัน  ภาพที่ 18 ตัวอย่างที่ 6 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	• นักเรียนไม่ทราบข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง จากภาพที่ 19 นักเรียนไม่ทราบข้อเท็จจริงของสมบัติรูปวงกลมและนิยามของเส้นผ่านศูนย์กลางรูปวงกลม ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนคิดว่าพื้นที่ของกระดาษรูปวงกลมเป็นสิ่งเดียวกันกับความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของกระดาษรูปวงกลม หรือเป็นข้อมูลเดียวกันได้ แสดงว่านักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องพื้นที่ของรูปวงกลมที่ไม่ถูกต้อง  ภาพที่ 19 ตัวอย่างที่ 7 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1

ตารางที่ 31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

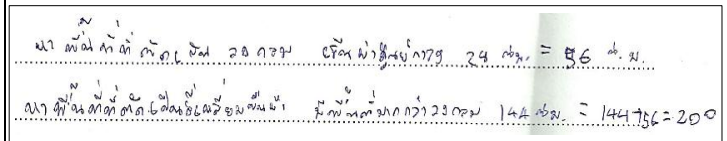
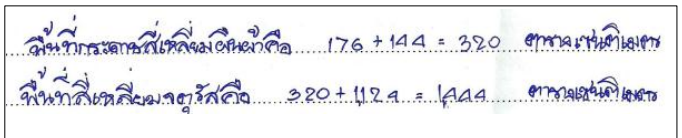
โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 2</u> “วันหนึ่งศักดาต้องขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์เพื่อไปกรุงเทพ เมื่อเขาขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์มา $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ก็ปรากฏว่าน้ำมันรถหมดพอดี ศักดาจึงแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร แล้วจึงขับรถยนต์ต่อโดยไม่ได้แวะที่ใดอีกเลยจนถึงกรุงเทพก็พบว่ารถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร ถ้ารถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร อยากทราบว่า ศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ถึงกรุงเทพเป็นระยะทางทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร”	จากภาพที่ 20 นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ในการใช้หน่วยของปริมาณข้อมูลได้ถูกต้อง  ภาพที่ 20 ตัวอย่างที่ 7 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	จากภาพที่ 21 นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องการใช้หน่วยของปริมาณข้อมูลที่ไม่ถูกต้อง ดังจะเห็นว่า นักเรียนใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นการคูณระหว่างจำนวนที่เป็นระยะทางซึ่งมีหน่วยเป็นกิโลเมตร กับจำนวนที่เป็นปริมาณน้ำมันซึ่งมีหน่วยเป็นลิตร แต่กลับสรุปหน่วยของผลคูณไม่ถูกต้อง คือสรุปเป็น “กม./ชม.” ทั้งที่ผลลัพธ์ที่ได้ต้องมีหน่วยเป็น “กม./ลิตร”  ภาพที่ 21 ตัวอย่างที่ 8 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1

ตารางที่ 31 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

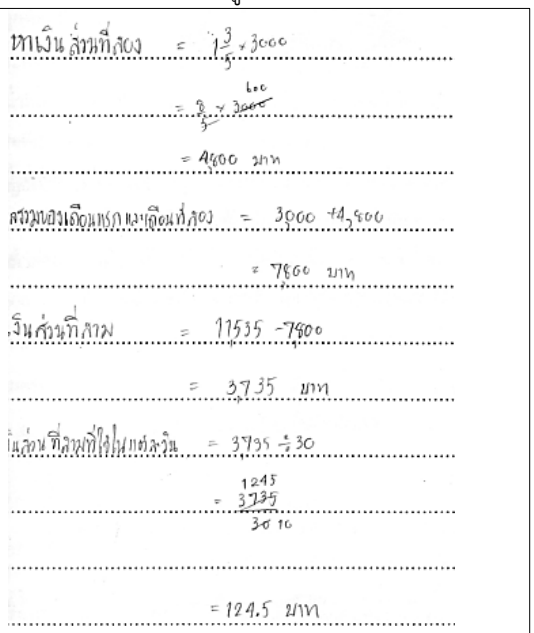
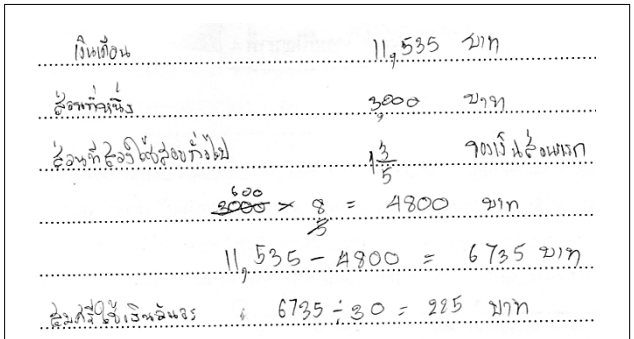
โจทย์คณิตศาสตร์	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 4</u> “แท้งค์น้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอันหนึ่งกว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร สูง 1.2 เมตร และมีน้ำอยู่เต็มแท้งค์ ต่อมาระพีใช้น้ำไป 4,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร แต่เขาปิดก๊อกน้ำไม่สนิทจึงทำให้ทุกๆ 1 นาที มีน้ำไหลออกจากแท้งค์ 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้าระพีกลับมาปิดก๊อกน้ำให้สนิทหลังจากเวลาผ่านไปแล้ว 3 ชั่วโมง อยากทราบว่า ระพีจะเหลือน้ำในแท้งค์กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร”	จากภาพที่ 22 นักเรียนมีความเข้าใจในในหลักการและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกต้อง ดังจะเห็นว่านักเรียนสามารถเขียนหน่วยของปริมาตรได้ถูกต้อง และสามารถแปลงหน่วยของปริมาตร จากลูกบาศก์เมตร เป็นลูกบาศก์เซนติเมตรได้อย่างถูกต้อง  ภาพที่ 22 ตัวอย่างที่ 8 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1	จากภาพที่ 23 นักเรียนขาดความเข้าใจในหลักการและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นว่า นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาปริมาตรของแท้งค์น้ำ แต่นักเรียนกลับบอกว่า ผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการเป็นพื้นที่ของน้ำ นอกจากนี้ยังใช้หน่วยของพื้นที่แทนหน่วยของปริมาตร แสดงว่านักเรียนยังไม่เข้าใจหลักการและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ว่า ผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณด้วยจำนวนสามจำนวนต้องมีหน่วยเป็นของรูปทรงสามมิติเท่านั้น มิใช่หน่วยของพื้นที่ซึ่งมีลักษณะเป็นสองมิติ  ภาพที่ 23 ตัวอย่างที่ 9 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 1

2.1.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะย่อยที่ 2 คือ ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

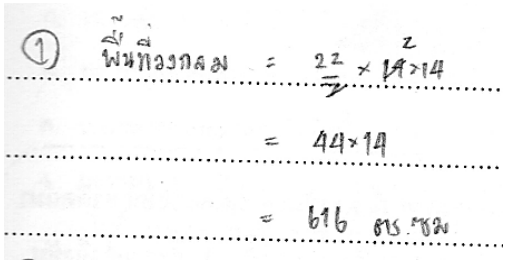
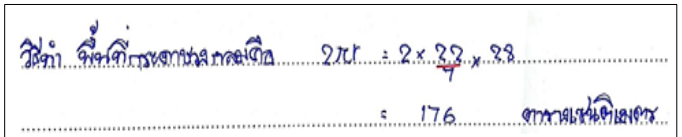
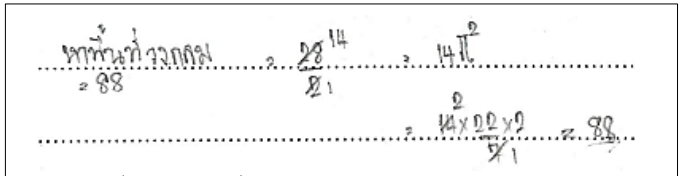
ตารางที่ 32 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u> “แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรจำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่าเดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”	● นักเรียนสามารถตีความโจทย์ปัญหาเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดเงื่อนไขไว้ได้ถูกต้อง กล่าวคือ นักเรียนมองภาพความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง ว่าข้อมูลทั้งสองมีความเกี่ยวข้องกันในลักษณะใด หรือในทิศทางใด ตัวอย่างเช่น จากภาพที่ 24 จะเห็นว่า แม้นักเรียนคนนี้จะหาพื้นที่ของกระดาษรูปวงกลมไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนก็สามารถหาพื้นที่ของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ถูกต้อง โดยการนำข้อมูล “144 ตารางเซนติเมตร” มาบวกกับพื้นที่ของกระดาษรูปวงกลมที่หามาได้ เนื่องจากโจทย์กำหนดความสัมพันธ์ของกระดาษรูปวงกลมกับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าว่า ต้องมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร  ภาพที่ 24 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	● นักเรียนตีความโจทย์ปัญหาเพื่อมองภาพหรือหาความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดเงื่อนไขไว้ไม่ได้หรือไม่ถูกต้อง จากภาพที่ 25 นักเรียนตีความความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากับพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไม่ถูกต้อง ดังจะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ถูกต้อง เพราะกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แต่เนื่องจากการหาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำเป็นต้องใช้พื้นที่ของกระดาษรูปวงกลมร่วมด้วย แสดงว่านักเรียนมองความสัมพันธ์ของพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับพื้นที่ของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าผิดพลาด  ภาพที่ 25 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2

ตารางที่ 32 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

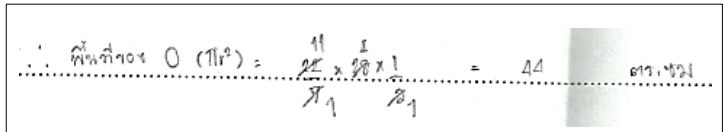
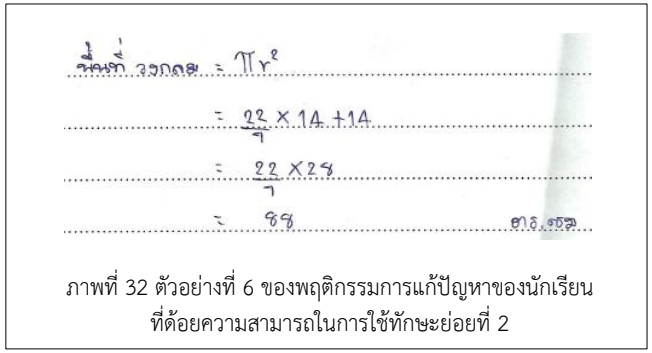
โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 3</u> “ สมศรีแบ่งเงินเดือนทั้งหมด 11,535 บาท ออกเป็น 3 ส่วนเพื่อใช้ในเดือนพฤศจิกายน โดยส่วนแรก เธอนำไปฝากธนาคาร 3,000 บาท ส่วนที่สองเป็นเงินสำหรับค่าใช้สอยทั่วไปจำนวน $1\frac{3}{5}$ ของเงินส่วนแรก และส่วนที่สาม เป็นเงินเดือนที่เหลือหลังจากแบ่งไว้ในสองส่วนแรกแล้ว ซึ่งเธอจะแบ่งเงินส่วนที่สามสำหรับไว้ใช้จ่ายในแต่ละวันเท่าๆ กัน อยากทราบว่า สมศรีจะแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ใช้วันละกี่บาท”	จากภาพที่ 26 จะเห็นว่านักเรียนสามารถมองความสัมพันธ์ของเงินส่วนที่สามและเงินส่วนที่สองได้อย่างถูกต้อง จึงสามารถหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูก  ภาพที่ 26 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	จากภาพที่ 27 นักเรียนตีความโจทย์ผิด โดยสังเกตจากนักเรียนหาเงินส่วนที่สามไม่ถูกต้อง โดยไม่ได้ตระหนักว่าเงินส่วนที่สามมีความสัมพันธ์กับเงินส่วนที่สองด้วย นักเรียนจึงไม่ได้ใช้ข้อมูลจากเงินส่วนที่สองมาใช้หาเงินส่วนที่สาม แสดงว่านักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ของเงินทั้งสองส่วนนี้  ภาพที่ 27 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2

ตารางที่ 32 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

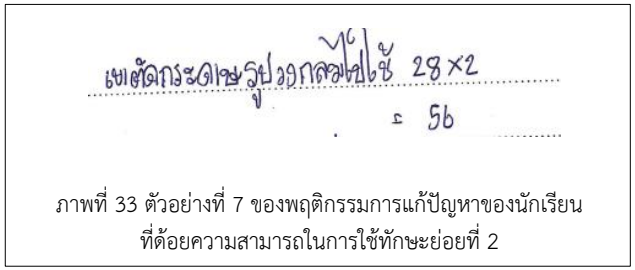
โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u> “แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรจำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”	• นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ หรือนิยาม ที่มีความสัมพันธ์กับข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง หรือนักเรียนสามารถสร้างสร้างสมการโดยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ หรือนิยาม กับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้สอดคล้องตามเงื่อนไขของปัญหา ตัวอย่างเช่น จากภาพที่ 28 แสดงตัวอย่างของนักเรียนที่สามารถประยุกต์ใช้สูตรหาพื้นที่รูปวงกลมคือ πr^2 ในการหาพื้นที่กระดาษรูปวงกลมได้อย่างถูกต้อง  ภาพที่ 28 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	• นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ หรือนิยามที่เคยเรียนมาแล้ว ในการเชื่อมความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ จากภาพที่ 29 นักเรียนจำทฤษฎีบท สูตร กฎ หรือนิยามที่เคยเรียนมาผิด โดยนักเรียนจำสูตรหาความยาวเส้นรอบวง ($2\pi r$) เป็นสูตรหาพื้นที่รูปวงกลม หรือจำสูตรได้ไม่ถูกต้อง เช่นจากภาพที่ 30 นักเรียนจำสูตรหาพื้นที่รูปวงกลมเป็น $r\pi^2$ เป็นต้น  ภาพที่ 29 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2  ภาพที่ 30 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2

ตารางที่ 32 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

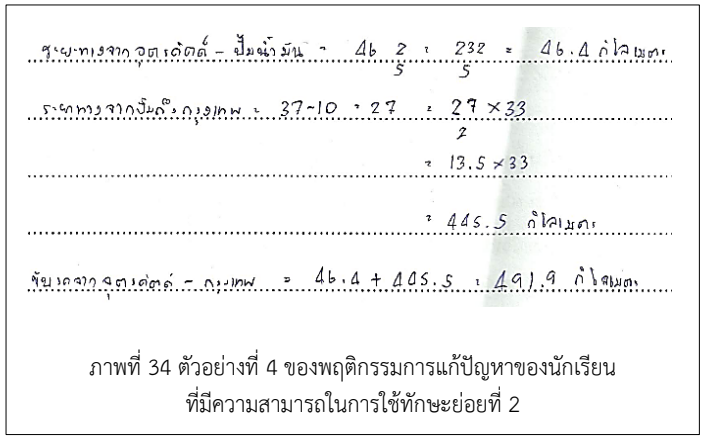
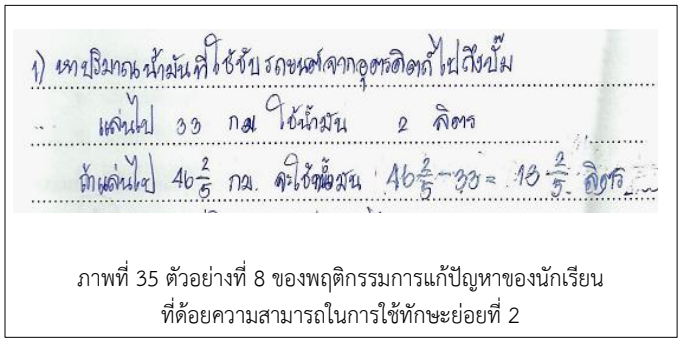
<table>
<tr><th rowspan="2">โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง</th><th colspan="2">ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถ
ในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์</th></tr>
<tr><th>ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2</th><th>ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2</th></tr>
<tr><td><u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u>

“แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตร จำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”</td><td>(ดูจากตัวอย่างในภาพที่ 28)</td><td>จากภาพที่ 31 และ 32 นักเรียนเลือกข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้คือ ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของกระดาษรูปวงกลม มาใช้ในการหาพื้นที่กระดาษรูปวงกลมได้ถูกต้องแล้ว แต่นักเรียนประยุกต์ใช้ข้อมูลกับสูตรหาพื้นที่รูปวงกลมไม่ถูกต้องตามหลักการ
 
ภาพที่ 31 ตัวอย่างที่ 5 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2
 
ภาพที่ 32 ตัวอย่างที่ 6 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2</td></tr>
</table>

ตารางที่ 32 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ *(ต่อ)*

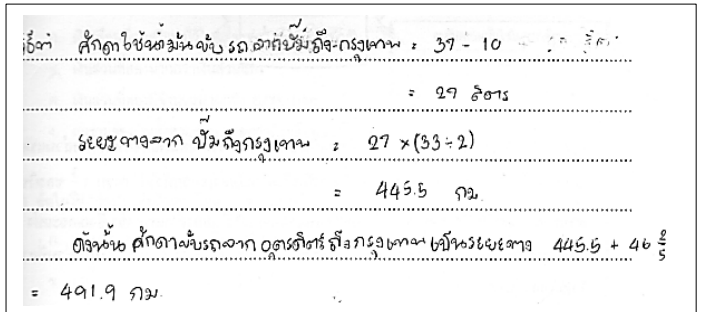
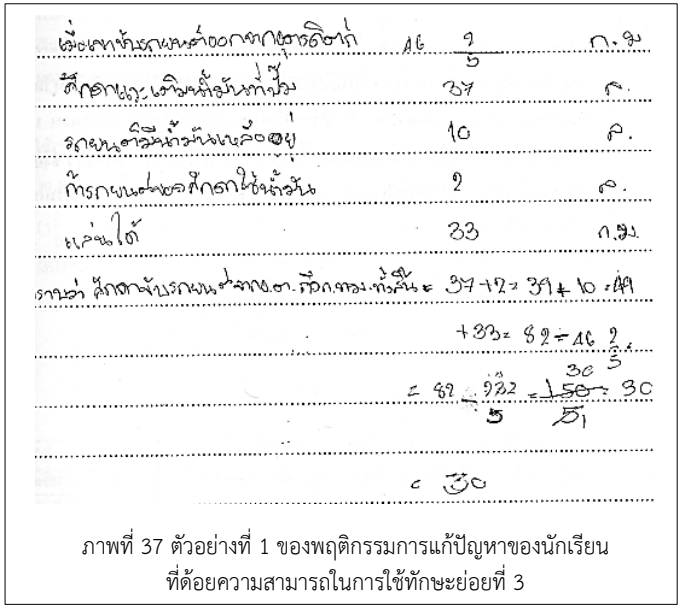
โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u> “แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตร จำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”	(ดูจากตัวอย่างในภาพที่ 28)	จากภาพที่ 33 นักเรียนไม่ได้ใช้สูตรหาพื้นที่รูปวงกลมคือ πr^2 ในการหาพื้นที่กระดาษรูปวงกลมเลย ซึ่งอาจเพราะนักเรียนไม่สามารถดึงความรู้ความจำที่เคยเรียนมา มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ หรือนักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ดังกล่าวมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ทั้งที่นักเรียนสามารถบอกสูตรหาพื้นที่รูปวงกลมได้อย่างถูกต้อง แต่กลับไม่ได้นำสูตรที่ตนมีความรู้อยู่แล้วมาใช้ให้เกิดประโยชน์  ภาพที่ 33 ตัวอย่างที่ 7 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2

ตารางที่ 32 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (*ต่อ*)

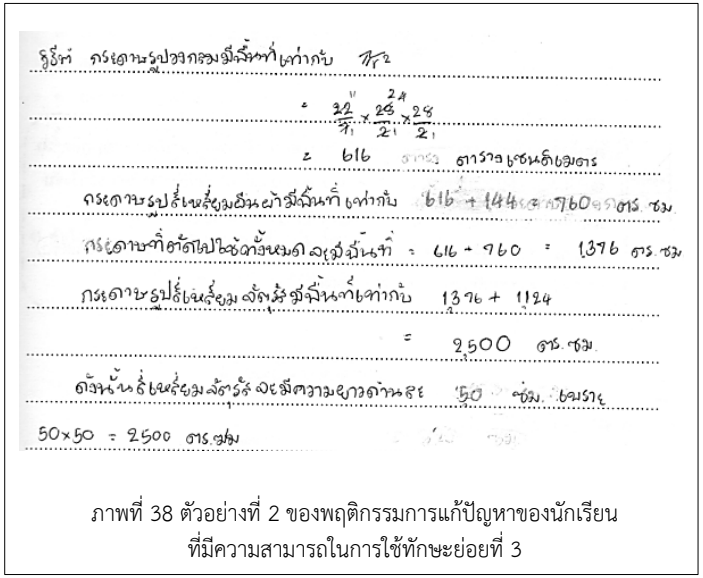
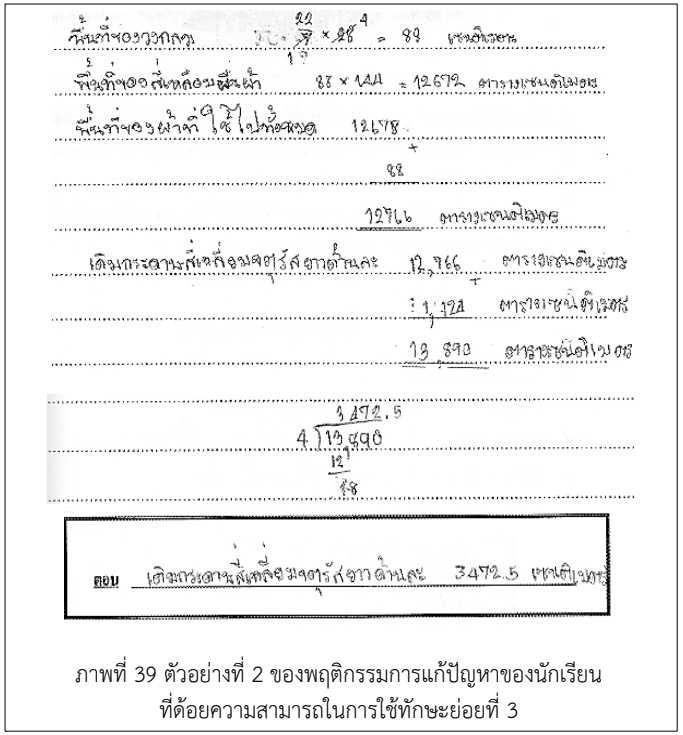
โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 2</u> “วันหนึ่งศักดาต้องขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์เพื่อไปกรุงเทพ เมื่อเขาขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์มา $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ก็ปรากฏว่าน้ำมันรถหมดพอดี ศักดาจึงแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร แล้วจึงขับรถยนต์ต่อโดยไม่ได้แวะที่ใดอีกเลยจนถึงกรุงเทพก็พบว่ารถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร ถ้ารถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร อยากทราบว่าศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ถึงกรุงเทพเป็นระยะทางทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร”	จากภาพที่ 34 นักเรียนสามารถประยุกต์ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพื่อหาระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพได้อย่างถูกต้อง  ภาพที่ 34 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2	จากภาพ 35 นักเรียนใช้ข้อมูลในการหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถจากอุตรดิตถ์ไปปั๊มได้ถูกต้อง แต่นักเรียนเลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผิด และไม่สามารถสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง แม้นักเรียนจะเลือกใช้ข้อมูลในการแก้ปัญหาขั้นตอนดังกล่าวได้ถูกต้องก็ตาม  ภาพที่ 35 ตัวอย่างที่ 8 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 2

2.1.3 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา

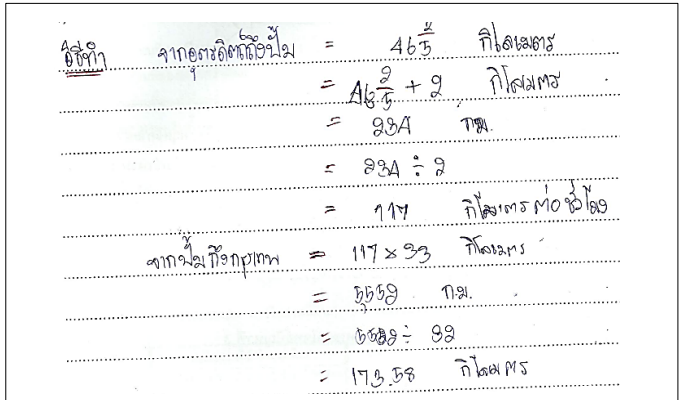
ตารางที่ 33 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 2</u> “วันหนึ่งศักดาต้องขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์เพื่อไปกรุงเทพ เมื่อเขาขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์มา $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ก็ปรากฏว่าน้ำมันรถหมดพอดี ศักดาจึงแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร แล้วจึงขับรถยนต์ต่อโดยไม่ได้แวะที่ใดอีกเลยจนถึงกรุงเทพก็พบว่ารถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร ถ้ารถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร อยากทราบว่าศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ถึงกรุงเทพเป็นระยะทางทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร”	● นักเรียนสามารถกำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหาและจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง เช่น ตัวอย่างจากภาพที่ 36 ซึ่งจากการสัมภาษณ์ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าในการหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพ ต้องทราบระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพเสียก่อน และเพื่อให้หาขั้นตอนดังกล่าวได้ ก็ต้องทราบปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถจากปั๊มไปกรุงเทพเสียก่อน ฉะนั้นนักเรียนจึงเลือกขั้นตอนการหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถจากปั๊มไปกรุงเทพ แล้วจัดเรียงขั้นตอนเหล่านั้นได้อย่างถูกต้อง  ภาพที่ 36 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3	● นักเรียนเลือกขั้นตอนที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องและ/หรือ/จัดเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เลือกมาไม่เหมาะสม ซึ่งไม่สามารถนำไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการได้  ภาพที่ 37 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3

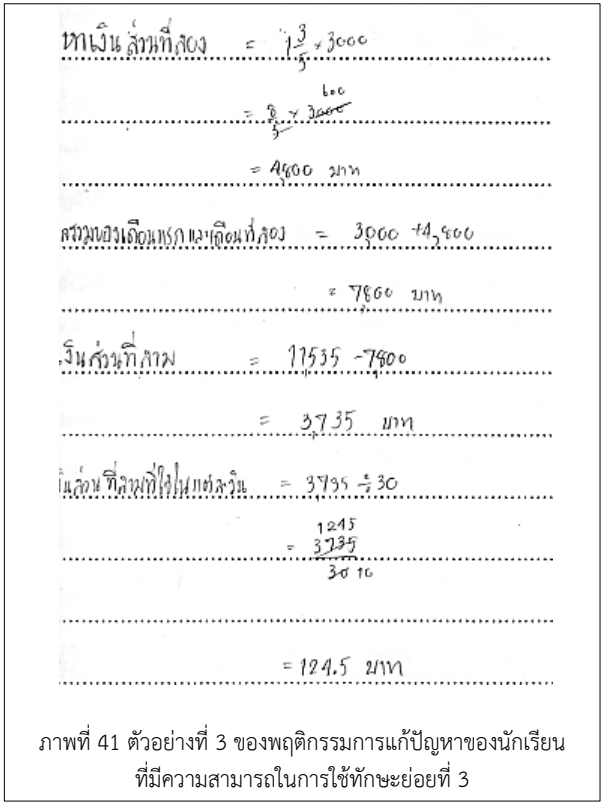
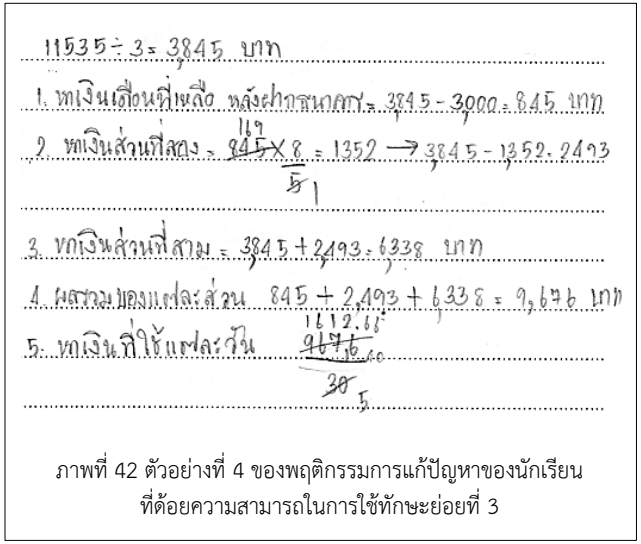
ตารางที่ 33 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u> “แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรจำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”	● นักเรียนสามารถใช้เลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยาม มาประยุกต์ใช้ในการหาข้อมูลจากขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ได้อย่างสอดคล้องและถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ เช่นจากตัวอย่างในภาพที่ 38  ภาพที่ 38 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3	● นักเรียนไม่สามารถเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยาม มาประยุกต์ใช้ในการหาข้อมูลจากขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ได้ หรือนักเรียนเลือกใช้กลวิธีแก้ปัญหาในแต่ละขั้นไม่เหมาะสม เช่นจากตัวอย่างในภาพที่ 39  ภาพที่ 39 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3

ตารางที่ 33 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 2</u> “วันหนึ่งศักดาต้องขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์เพื่อไปกรุงเทพ เมื่อเขาขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์มา $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ก็ปรากฏว่าน้ำมันรถหมดพอดี ศักดาจึงแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร แล้วจึงขับรถยนต์ต่อโดยไม่ได้แวะที่ใดอีกเลยจนถึงกรุงเทพก็พบว่า รถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร ถ้ารถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร อยากทราบว่า ศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ถึงกรุงเทพเป็นระยะทางทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร”	(ดูจากตัวอย่างในภาพที่ 38)	จากภาพที่ 40 นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การดำเนินการเพื่อหาระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพได้อย่างถูกต้อง โดยจะเห็นว่านักเรียนใช้ทั้งข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ผิด โดยข้อมูลที่นำมาใช้เป็นข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องในการหาระยะทาง ส่วนข้อมูลที่จำเป็นต้องนำมาใช้แก้ปัญหา นักเรียนกลับละเลยไม่ได้ใช้ให้เป็นประโยชน์ นอกจากนี้นักเรียนมีการใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่สับสนและไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์อีกด้วย  ภาพที่ 40 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3

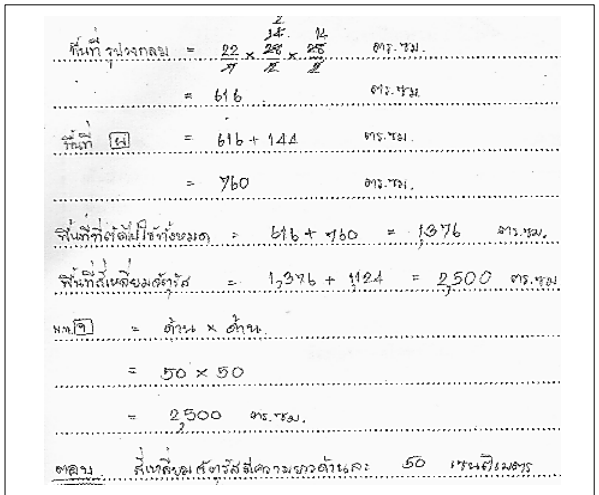
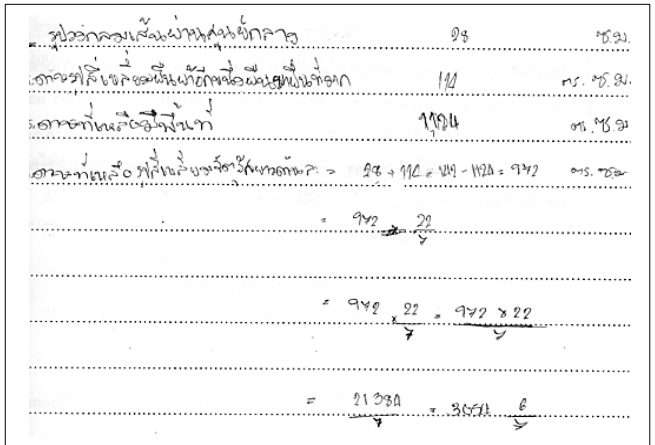
ตารางที่ 33 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา**	
	ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3	**ตัวอย่างนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 3</u> “ สมศรีแบ่งเงินเดือนทั้งหมด 11,535 บาท ออกเป็น 3 ส่วนเพื่อใช้ในเดือนพฤศจิกายน โดยส่วนแรก เธอนำไปฝากธนาคาร 3,000 บาท ส่วนที่สองเป็นเงินสำหรับค่าใช้สอยทั่วไปจำนวน $1\frac{3}{5}$ ของเงินส่วนแรก และส่วนที่สาม เป็นเงินเดือนที่เหลือหลังจากแบ่งไว้ในสองส่วนแรกแล้ว ซึ่งเธอจะแบ่งเงินส่วนที่สามสำหรับไว้ใช้จ่ายในแต่ละวันเท่าๆ กัน อยากทราบว่า สมศรีจะแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ใช้วันละกี่บาท”	 ภาพที่ 41 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3	จากภาพที่ 42 นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ซึ่งจะเห็นว่า นักเรียนเลือกขั้นตอนการหาผลรวมของเงินในแต่ละส่วน ซึ่งขั้นตอนดังกล่าวไม่มีความจำเป็นต่อการแก้ปัญหาแต่อย่างใด  ภาพที่ 42 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 3

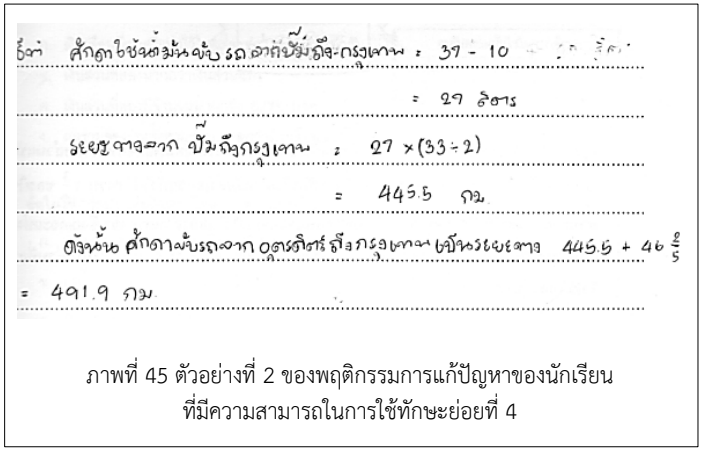
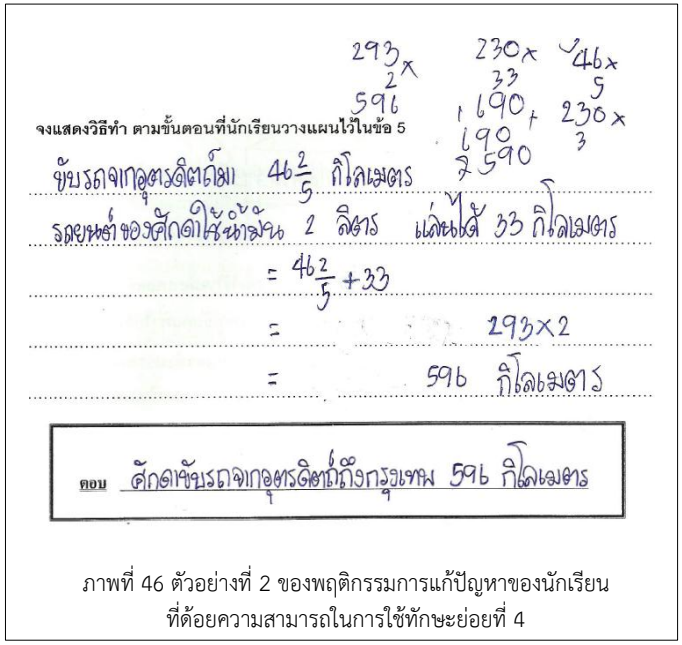
2.1.4 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการใช้ทักษะย่อยที่ 4 คือ ทักษะการดำเนินการตามแผนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถในการใช้ทักษะการดำเนินการตามแผน และนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะการดำเนินการตามแผน

ตารางที่ 34 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน

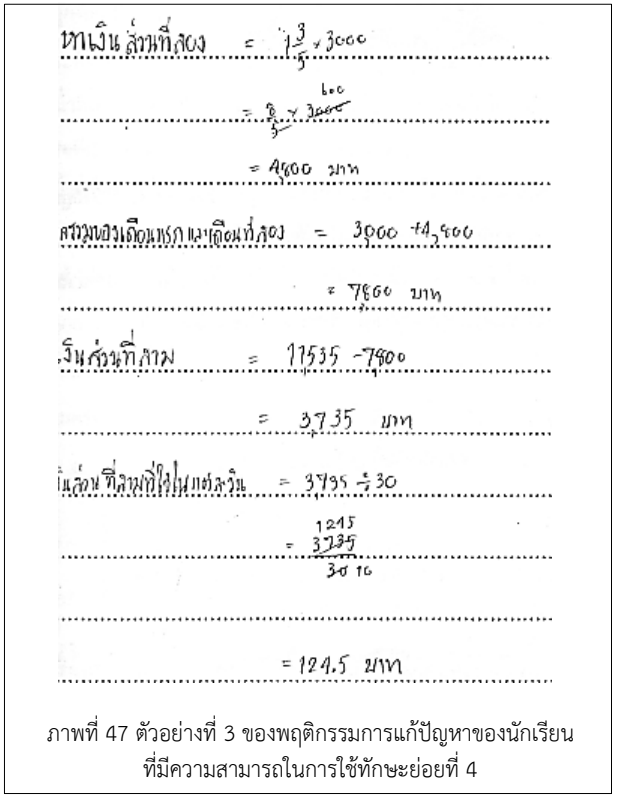
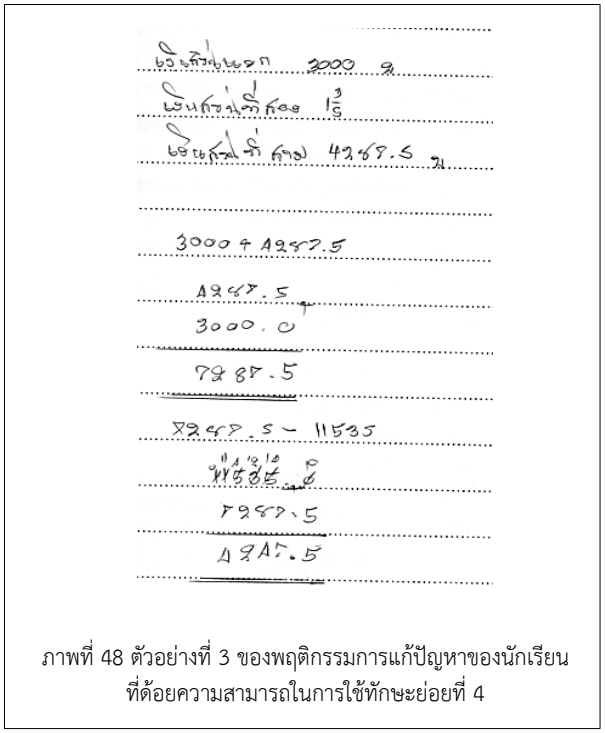
<table>
<tr><th rowspan="2">โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง</th><th colspan="2">ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถ
ในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน</th></tr>
<tr><th>นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4</th><th>นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4</th></tr>
<tr>
<td><u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u>

“แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตร จำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”</td>
<td>● นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้ในแต่ละขั้นตอนอย่างมีเหตุมีผล โดยทราบจากนักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลของการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนได้อย่างถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับสิ่งที่กำลังกระทำ
 
ภาพที่ 43 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4</td>
<td>● นักเรียนไม่สามารถอธิบายเหตุผลของการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนได้อย่างถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนอธิบายเหตุผลของการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนไม่สอดคล้องกับสิ่งที่กำลังกระทำและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือไม่สอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์
 
ภาพที่ 44 ตัวอย่างที่ 1 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4</td>
</tr>
</table>

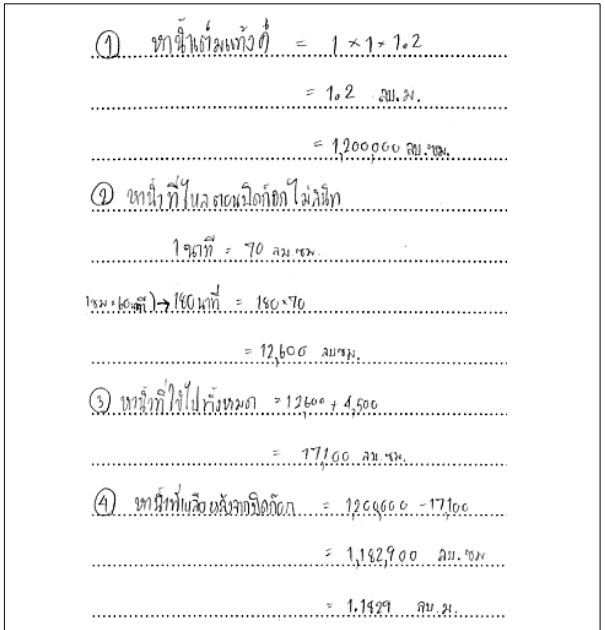
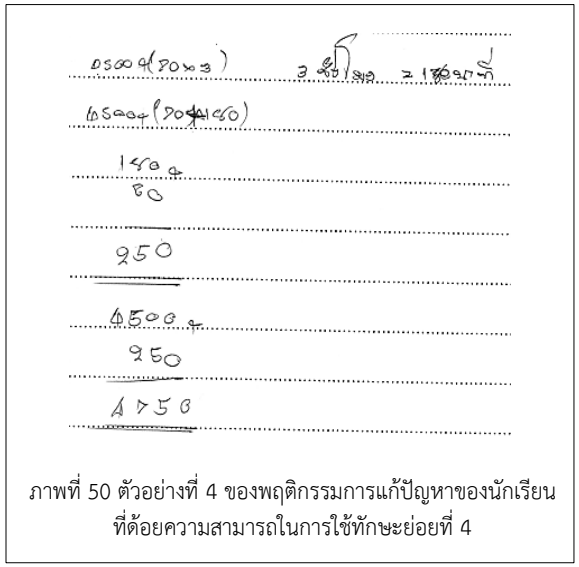
ตารางที่ 34 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน**	
	นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4	**นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 2</u> “วันหนึ่งศักดาต้องขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์เพื่อไปกรุงเทพ เมื่อเขาขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์มา $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ก็ปรากฏว่าน้ำมันรถหมดพอดี ศักดาจึงแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร แล้วจึงขับรถยนต์ต่อโดยไม่ได้แวะที่ใดอีกเลยจนถึงกรุงเทพก็พบว่ารถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร ถ้ารถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร อยากทราบว่าศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ถึงกรุงเทพเป็นระยะทางทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร”	 ภาพที่ 45 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4	 ภาพที่ 46 ตัวอย่างที่ 2 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4

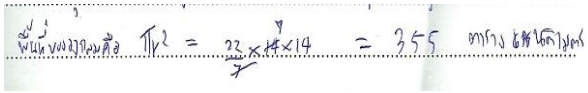
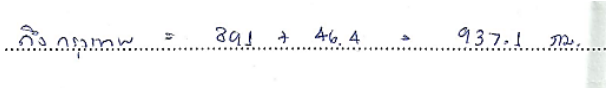
ตารางที่ 34 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน**	
	นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4	**นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 3</u> “ สมศรีแบ่งเงินเดือนทั้งหมด 11,535 บาท ออกเป็น 3 ส่วนเพื่อใช้ในเดือนพฤศจิกายน โดยส่วนแรก เธอนำไปฝากธนาคาร 3,000 บาท ส่วนที่สองเป็นเงินสำหรับค่าใช้สอยทั่วไปจำนวน $1\frac{3}{5}$ ของเงินส่วนแรก และส่วนที่สาม เป็นเงินเดือนที่เหลือหลังจากแบ่งไว้ในสองส่วนแรกแล้ว ซึ่งเธอจะแบ่งเงินส่วนที่สามสำหรับไว้ใช้จ่ายในแต่ละวันเท่าๆ กัน อยากทราบว่า สมศรีจะแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ใช้วันละกี่บาท”	 ภาพที่ 47 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4	 ภาพที่ 48 ตัวอย่างที่ 3 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4

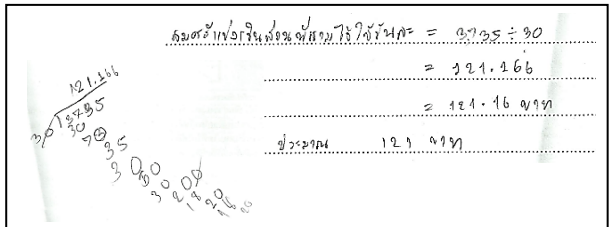
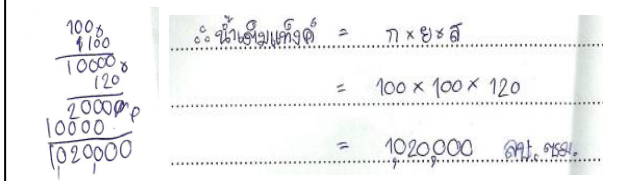
ตารางที่ 34 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน**	
	นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4	**นักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 4</u> “แท้งค์น้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอันหนึ่งกว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร สูง 1.2 เมตร และมีน้ำอยู่เต็มแท้งค์ ต่อมาระพีใช้น้ำไป 4,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร แต่เขาปิดก๊อกน้ำไม่สนิทจึงทำให้ทุกๆ 1 นาที มีน้ำไหลออกจากแท้งค์ 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้าระพีกลับมาปิดก๊อกน้ำให้สนิทหลังจากเวลาผ่านไปแล้ว 3 ชั่วโมง อยากทราบว่า ระพีจะเหลือน้ำในแท้งค์กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร”	 ภาพที่ 49 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4	จากภาพที่ 50 จะเห็นว่านักเรียนไม่ได้เขียนอธิบายการแก้ปัญหาแต่ประการใด จึงแสดงว่านักเรียนไม่มีความสามารถในการเขียนอธิบายเหตุผลของการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน  ภาพที่ 50 ตัวอย่างที่ 4 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4

ตารางที่ 34 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน**	
	นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4	**นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 1</u> “แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรจำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร”	• นักเรียนคิดคำนวณผลลัพธ์ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสมตามหลักเลขคณิต (ดูจากตัวอย่างในภาพที่ 43)	• นักเรียนคิดคำนวณผลลัพธ์ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ซึ่งอาจเกิดจากการขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตและกระบวนการคำนวณที่ถูกต้อง หรือนักเรียนไม่ระมัดระวังในการคำนวณ  ภาพที่ 51 ตัวอย่างที่ 5 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 2</u> “วันหนึ่งศักดาต้องขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์เพื่อไปกรุงเทพ เมื่อเขาขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์มา $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ก็ปรากฏว่าน้ำมันรถหมดพอดี ศักดาจึงแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร แล้วจึงขับรถยนต์ต่อโดยไม่ได้แวะที่ใดอีกเลยจนถึงกรุงเทพก็พบว่า รถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร ถ้ารถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร อยากทราบว่า ศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ถึงกรุงเทพเป็นระยะทางทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร”	(ดูจากตัวอย่างในภาพที่ 45)	 ภาพที่ 52 ตัวอย่างที่ 6 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4

ตารางที่ 34 แสดงลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีความสามารถและด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน (*ต่อ*)

โจทย์คณิตศาสตร์ที่นำมายกตัวอย่าง	**ลักษณะพฤติกรรมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถและนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน**	
	นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4	**นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4**
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 3</u> “สมศรีแบ่งเงินเดือนทั้งหมด 11,535 บาทออกเป็น 3 ส่วน เพื่อใช้ในเดือนพฤศจิกายน โดยส่วนแรก เธอนำไปฝากธนาคาร 3,000 บาท ส่วนที่สองเป็นเงินสำหรับค่าใช้สอยทั่วไปจำนวน $1\frac{3}{5}$ ของเงินส่วนแรก และส่วนที่สาม เป็นเงินเดือนที่เหลือหลังจากแบ่งไว้ในสองส่วนแรกแล้ว ซึ่งเธอจะแบ่งเงินส่วนที่สามสำหรับไว้ใช้จ่ายในแต่ละวันเท่าๆ กัน อยากทราบว่า สมศรีจะแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ใช้วันละกี่บาท”	(ดูจากตัวอย่างในภาพที่ 47)	จากภาพที่ 53 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคำนวณ สังเกตได้จาก มีร่องรอยการทดเลขปรากฏชัดเจนว่านักเรียนมีขั้นตอนและกระบวนการคำนวณถูกต้องตามหลักเลขคณิต แต่กลับข้ามขั้นตอนบางขั้นไป  ภาพที่ 53 ตัวอย่างที่ 7 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4
<u>โจทย์คณิตศาสตร์ที่ 4</u> “ แท้งค์น้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอันหนึ่งกว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร สูง 1.2 เมตร และมีน้ำอยู่เต็มแท้งค์ ต่อมาระพีใช้น้ำไป 4,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร แต่เขาปิดก๊อกน้ำไม่สนิทจึงทำให้ทุกๆ 1 นาที มีน้ำไหลออกจากแท้งค์ 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้าระพีกลับมาปิดก๊อกน้ำให้สนิทหลังจากเวลาผ่านไปแล้ว 3 ชั่วโมง อยากทราบว่า ระพีจะเหลือน้ำในแท้งค์กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร ”	(ดูจากตัวอย่างในภาพที่ 49)	 ภาพที่ 54 ตัวอย่างที่ 8 ของพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ด้อยความสามารถในการใช้ทักษะย่อยที่ 4

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปราย และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามแนวคิดของ Mayer ซึ่งประกอบด้วย 4 ทักษะย่อยได้แก่ ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และทักษะการดำเนินการตามแผน

ประชากรของการวิจัยนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39 จังหวัดอุตรดิตถ์ ในปีการศึกษา 2555 กลุ่มตัวอย่างมีวิธีการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling) จาก 14 โรงเรียน ได้นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิเคราะห์ข้อมูลรวมทั้งสิ้น 413 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีลักษณะของแบบวัดเป็นข้อสอบชนิดปรนัยและข้อสอบชนิดอัตนัย มีค่าความตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์เท่ากับ 0.583 ค่าความตรงตามสภาพเท่ากับ 0.571 ค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.877 ค่าความยากอยู่ที่ 0.27 - 0.84 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ที่ 0.23 - 0.88

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลแล้วนำข้อมูลที่ได้มาตรวจให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน เพื่อจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มตามคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์รวมสี่ทักษะย่อย ได้แก่ นักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ จากนั้นจึงนำคะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละกลุ่มมาวิเคราะห์ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละของค่าเฉลี่ย และทดสอบความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) เพื่อเปรียบเทียบผลคะแนนระหว่างนักเรียนแต่ละกลุ่ม

สรุปผลการวิจัย

จากการวิเคราะห์ข้อมูลสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. เมื่อวิเคราะห์ทักษะย่อยที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะย่อยของนักเรียน พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือ ทักษะการวางแผน การแก้ปัญหา และใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้น้อยที่สุด

เมื่อจำแนกตามกลุ่มนักเรียนพบว่า

1.1 นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาได้มากที่สุด รองลงมาคือทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ และใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้น้อยที่สุด

1.2 นักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้น้อยที่สุด

1.3 นักเรียนกลุ่มต่ำใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้น้อยที่สุด

2. เมื่อเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมระหว่างกลุ่มนักเรียนพบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เมื่อเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มนักเรียน โดยจำแนกตามทักษะย่อยพบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และทักษะการดำเนินการตามแผน ได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำในทุกทักษะอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำในทุกทักษะ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากผลการวิจัยซึ่งพบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือ ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้น้อยที่สุดนั้น สอดคล้องกับงานวิจัยของเจริญ แก้วประดิษฐ์ (2532) ซึ่งพบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์สมการในขั้นการตีความและทำความเข้าใจโจทย์ และขั้นการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่ามากกว่าขั้นอื่นคือ ขั้นการเขียนสมการและขั้นการแก้สมการหรือการคำนวณตามลำดับ ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากกว่าทักษะ

อื่นที่อยู่ในกระบวนการแก้ปัญหาลำดับถัดไป แสดงว่าทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะในขั้นต้นของการแก้ปัญหา เป็นทักษะที่สำคัญอันส่งผลต่อการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ในลำดับถัดไป

2. นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาได้มากที่สุด รองลงมาคือ ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ และใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้น้อยที่สุด สามารถอธิปรายได้ว่า นักเรียนกลุ่มสูง มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์เพื่อคัดเลือกขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา และเลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ สูตร กฎ ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเหมาะสมต่อการแก้ปัญหา แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการระลึกความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี จึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหาที่ดีด้วย รองลงมาคือทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ส่วนทักษะการดำเนินการตามแผนซึ่งนักเรียนกลุ่มสูงมีคะแนนเป็นอันดับสามนั้น ผู้วิจัยสังเกตพบว่า แม้นักเรียนกลุ่มสูงจะมีคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาสูง ซึ่งควรได้คะแนนทักษะการดำเนินการตามแผนสูงตามมาด้วยนั้น แต่นักเรียนกลุ่มนี้มักมีข้อบกพร่องในตนเองด้านของการขาดความระมัดระวังในการคำนวณมาก หรือมีความสะเพร่าในการคำนวณ มิใช่เกิดจากการขาดความรู้ความสามารถแต่อย่างใด จึงทำให้แม้นักเรียนจะวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ก็ต้องเสียคะแนนกับการคำนวณหาผลลัพธ์ซึ่งเป็นคะแนนในส่วนของทักษะการดำเนินการตามแผน ส่วนสาเหตุที่นักเรียนได้คะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด ผู้วิจัยพบว่า จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์สูงที่สุดถึงวิธีการคิดหาคำตอบของข้อสอบวัดทักษะดังกล่าว นักเรียนได้แสดงวิธีคิดหาคำตอบให้ผู้วิจัยเห็นว่านักเรียนต้องคำนวณหาผลลัพธ์ของตัวเลือกแต่ละตัวก่อน จึงจะตัดสินใจเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องได้ นั่นแสดงว่า นักเรียนได้ใช้ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาและทักษะการดำเนินการตามแผนในการคำนวณเพื่อหาผลลัพธ์ของสิ่งที่ต้องการล่วงหน้าแล้ว (หรือนักเรียนใช้ทักษะลำดับถัดไปก่อนแล้ว) จึงจะสามารถทำข้อสอบวัดทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ จึงอาจเป็นไปได้ว่า นักเรียนกลุ่มสูงมีทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นจุดด้อยในการแก้ปัญหา นั่นคือนักเรียนกลุ่มสูงยังขาดความชำนาญในสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาหรือยังมีความแม่นยำในทักษะนี้ไม่มากพอ จึงทำให้นักเรียนกลุ่มสูงได้คะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อยกว่าทักษะอื่นๆ นอกจากนี้ยังพบอีกว่า นักเรียนกลุ่มสูงโดยส่วนมากจะสามารถแสดงวิธีทำเพื่อแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่กลับเลือกตัวเลือกในข้อสอบวัดทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง เกิดเป็นข้อขัดแย้งที่นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำได้แต่กลับเลือกตัวเลือกของข้อสอบก่อนหน้าผิดพลาด ข้อสังเกตที่ได้นี้จึงเป็นเครื่องชี้ถึงจุดด้อยหรือจุดบกพร่องของนักเรียนกลุ่มสูงได้เป็นอย่างดี ว่านักเรียนจำนวนหนึ่งของกลุ่มนี้มักขาดความคอบรอบระมัดระวังในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

3. นักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา และใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้น้อยที่สุด สามารถอภิปรายได้ว่า สาเหตุหลักที่ทำให้กลุ่มนักเรียนกลุ่มปานกลางมี

คะแนนทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์มากกว่าทักษะอื่นเป็นเพราะ ทักษะนี้เป็นทักษะที่อยู่ระดับพุทธิพิสัยต่ำที่สุดในบรรดาทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทักษะอื่นๆ จึงทำให้นักเรียนกลุ่มปานกลางได้คะแนนทักษะนี้มากกว่าทักษะอื่น สอดคล้องกับงานวิจัยของ Ballew และ Cunningham (1982) และเจริญ แก้วประดิษฐ์ (2532) ที่พบว่านักเรียนมีความสามารถของการทำความเข้าใจปัญหาได้มากกว่าความสามารถขั้นอื่นในการแก้ปัญหา และงานวิจัยของขนิษฐา คำทอน (2539) ที่พบว่านักเรียนบกพร่องในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาน้อยที่สุด สำหรับทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นทักษะที่นักเรียนได้คะแนนเป็นอันดับสอง ผู้วิจัยได้สังเกตเห็นว่า เนื่องจากคะแนนทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มนี้มีการกระจายตัว (หรือค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน) ที่ค่อนข้างสูง จึงแสดงว่า มีนักเรียนบางจำนวนในกลุ่มปานกลางที่สามารถทำคะแนนทักษะนี้ได้ดี ในขณะเดียวกันก็มีนักเรียนจำนวนหนึ่งในกลุ่มปานกลางที่ทำคะแนนทักษะนี้ได้ไม่ดี สำหรับทักษะการดำเนินการตามแผนซึ่งอยู่อันดับที่สาม มีคะแนนใกล้เคียงกับคะแนนทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงพฤติกรรมที่ 3.2 ของทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา แสดงว่าทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการดำเนินการตามแผน และพฤติกรรมที่ 3.2 ซึ่งคือพฤติกรรมการเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กันสูงในนักเรียนกลุ่มปานกลาง แสดงว่านักเรียนกลุ่มนี้ใช้ทักษะที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ค่อยดี จึงทำให้แม้นักเรียนกลุ่มนี้จะมีทักษะของการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์และพฤติกรรมที่ 3.1 ซึ่งคือทักษะการเลือกและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาอยู่ในเกณฑ์ที่ดี แต่ก็ไม่เพียงพอที่จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้

4. นักเรียนกลุ่มต่ำใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ได้มากที่สุด รองลงมาคือ ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้น้อยที่สุด สามารถอภิปรายได้ว่า ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์เป็นทักษะที่นักเรียนกลุ่มต่ำมีความถนัดมากกว่าทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ ส่วนการใช้ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มนี้พบว่า มีความสามารถในการใช้ทักษะทั้งสองใกล้เคียงกัน และยังมีการกระจายของคะแนนของทักษะที่ค่อนข้างสูงคล้ายกัน แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้ทักษะทั้งสองอยู่ในระดับต่ำใกล้เคียงกัน สำหรับทักษะการดำเนินการตามแผนซึ่งเป็นทักษะที่นักเรียนสามารถใช้ได้น้อยที่สุดนั้น เนื่องจากสาเหตุที่นักเรียนมีความสามารถในการใช้ทักษะอันดับก่อนหน้าอยู่ในระดับต่ำ จึงทำให้นักเรียนใช้ทักษะการดำเนินการตามแผนได้ต่ำที่สุดตามมา

5. เมื่อเปรียบเทียบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อยระหว่างกลุ่มนักเรียนพบว่า นักเรียนกลุ่มสูงใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ทักษะโดยภาพรวมได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนกลุ่มปานกลางใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสี่ ทักษะโดยภาพรวมได้สูงกว่านักเรียนกลุ่มต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 สามารถอภิปรายได้ว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แตกต่างกันจะมีความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ในภาพรวมสี่ทักษะย่อย และความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะย่อยที่แตกต่างกัน ซึ่งพบว่าระดับของกลุ่มนักเรียนแปรผันตรง

กับระดับความสามารถในการใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ และผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Mayer (2003) เช่นเดียวกัน นั่นแสดงว่า ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทุกทักษะเป็นทักษะสำคัญซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละทักษะได้ในระดับสูง จึงจะสามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ดี ผู้วิจัยจึงสันนิษฐานว่าหากนักเรียนกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำสามารถพัฒนาทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะลำดับแรกของการแก้ปัญหาให้อยู่ในระดับเดียวกันกับนักเรียนกลุ่มสูงได้ อาจสามารถช่วยทำให้นักเรียนใช้ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาในลำดับถัดมาได้มากขึ้นตามมาด้วย

ข้อเสนอแนะ

1. ควรทำวิจัยเพื่อวิเคราะห์ต่อไปว่าทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทักษะใดที่เป็นจุดเด่นและทักษะใดที่เป็นจุดด้อยในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน เพราะหากว่ากระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นขั้นตอนตามลำดับแล้วนั้น ก็เป็นสิ่งที่น่าศึกษาต่อไปว่า การที่นักเรียนคนหนึ่งซึ่งขาดทักษะในการแก้ปัญหา เป็นเพราะนักเรียนคนนั้นเกิดอุปสรรคในการแก้ปัญหาหรือมีจุดด้อยของการแก้ปัญหาอยู่ที่ทักษะใด เพื่อจะได้ทดลองต่อไปว่า เมื่อแก้ไขทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เป็นจุดด้อยแล้ว จะส่งผลให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีขึ้นหรือไม่ อย่างไร ในแง่มุมต่างๆ

2. ควรทำวิจัยเพื่อตรวจสอบว่า ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ต่างๆ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร ในลักษณะแบบใด ทักษะใดเป็นเหตุ ทักษะใดเป็นผล เพื่อจะได้ตรวจหาวิธีการแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ตรงจุด เช่นหากว่าทักษะหนึ่งมีความเกี่ยวข้องกับอีกทักษะหนึ่ง ครูก็จะได้ทราบว่าไม่เพียงแต่จะต้องแก้ไขข้อบกพร่องของทักษะที่เจอข้อบกพร่องเท่านั้น แต่ยังต้องแก้ไขข้อบกพร่องไปถึงทักษะที่มีความสัมพันธ์กันด้วย หรือหากทักษะใดไม่มีความเกี่ยวข้องกับทักษะอื่นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติแล้ว ครูก็จะสามารถแก้ไขทักษะที่เป็นข้อบกพร่องนั้นได้โดยทันที และสามารถให้นักเรียนแยกฝึกฝนทักษะนั้นจนเกิดความชำนาญได้เลย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

วิชาการ, กรม. 2544. **การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**. ลาดพร้าว กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

โกวิท ประวาลพฤกษ์, สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. 2527. **การประเมินในชั้นเรียน**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

ขนิษฐา คำทอน. 2539. **การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ขวัญจิรา อนันต์. 2546. **การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

จงกล ทำสวน. 2547. **รายงานการวิจัย เรื่อง การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม**. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา)

จรุง ขำพงศ์. 2542. **ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอคนิชัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จิรวัฒน์ มีลักษณะ. 2544. **การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เจริญ แก้วประดิษฐ์. 2532. **การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม. 2542. **การศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. 2542. การสอนคณิตศาสตร์. **ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร**. (เอกสารอัดสำเนา)

ชมนาด สืบศรี. 2533. **การเปรียบเทียบความสามารถในกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแตกต่างกัน.** วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชวลิต ชูกำแหง. 2551. **การประเมินการเรียนรู้**. พิมพ์ครั้งที่ 2. มหาสารคาม: สำนักพิมพ์มหาสารคาม.

ชานนท์ จันทรา. 2552. การใช้คำถามในชั้นเรียนกับการพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์. **นิตยสารคณิตศาสตร์ MY MATHS** 5 (กันยายน): 48 - 52.

โชติกา ภาษีผล. 2552. **สถิติประยุกต์ทางการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โชติกา ภาษีผล. 2554. **การสร้างและพัฒนาเครื่องมือในการวัดและประเมินผลการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดวงกมล ไตรวิจิตรคุณ. 2552. **เอกสารคำสอนวิชา 2756627 วิธีวิทยาการวิจัยการศึกษา 1 ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**. (เอกสารอัดสำเนา)

ดวงเดือน อ่อนน่วม**.** 2533. **การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดารณี คำแหง. 2532. **การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทองหล่อ วงษ์อินทร์. 2536. **การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตรคอคนิชั่น ของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทัศนาพร คลังแก้ว. 2531. **การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี. 2552. **ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เทพสุดา เกตุทอง. 2551. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นวลทิพย์ นวพันธุ์. 2552. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นุตริยา จิตตารมย์. 2548. **ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

แน่งน้อย ทองธวัช. 2526. **ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำและความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบทกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บุญชม ศรีสะอาด. 2535. **การวิจัยทางการวัดและประเมินผล**. พิมพ์ครั้งที่ 1. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม: มหาสารคาม

บุญรวย ชูรักษา. 2524. **ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดสุราษฎ์ธานี**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เบญจา เขียวสม. 2534. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาการวัดผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ประสาท สอ้านวงศ์. 2536. กระบวนการคณิตศาสตร์ 2. **เอกสารการสอนชุดวิชาคณิตศาสตร์ 4 หน่วยที่ 1 – 8**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. **ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 - 15**. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปาจรีย์ เยาคำ. 2552. การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้กลวิธี STAR. **วารสารคณิตศาสตร์** 614 - 615 (พฤศจิกายน - ธันวาคม 2552, มกราคม 2553): 24 - 33.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2538. **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2547. การประเมินผลทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และ อัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), **ประมวลบทความหลักการและแนวทาง การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**, หน้า 137 - 153. กรุงเทพมหานคร: พบิธการพิมพ์.

พิศิษฐ ตัณฑวณิช. 2538. **รายงานการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบผลการทำนายความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดสุรินทร์และศรีสะเกษ เมื่อใช้ความสามารถพื้นฐานในการคำนวณและความเข้าใจในด้านการอ่านเป็นตัวทำนาย ระหว่างการทำนายโดยโมเดลผลรวมของคะแนน การใช้โมเดลการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบ ตามแนวทฤษฎี**

การตอบสนองต่อข้อสอบและการจัดกลุ่มผู้สอบตามระดับความสามารถ. คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏสุรินทร์. (เอกสารอัดสำเนา)

ยุทธ ไกรวรรณ์. 2553. **หลักสถิติวิจัยและการใช้โปรแกรม SPSS**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. 2524. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล. 2533. **การศึกษากระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงในโรงเรียนสังกัดสำนักงานประถมศึกษากรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล. 2545. **การพัฒนากระบวนการการเรียนการสอนโดยการประยุกต์แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักในการเรียนรู้เพื่อสร้างเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์**. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เยาวดี รางชัยกุล วิบูลย์ศรี. 2552. **การวัดผลและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์**. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รสอุบล ธรรมพานิชวงค์. 2545. **ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รัตนา ไชยตรี. 2549. **การเปรียบเทียบคุณภาพและอัตราความคลาดเคลื่อนของการกำหนดเกรดแบบอิงกลุ่ม และอิงเกณฑ์ เมื่อใช้แบบสอบเลือกตอบที่มีการตอบและการตรวจให้คะแนนความรู้บางส่วนด้วยวิธีแตกต่างกัน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราตรี เกตุบุตตา. 2546. **ผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รุจิรา ขาวสะอาด. 2543. **ผลของการให้น้ำหนักตามระดับความมั่นใจที่มีต่อความเที่ยงและค่าความตรงของแบบสอบประเภทเลือกตอบที่มีรูปแบบการเขียนตัวเลือกต่างกัน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ลัดดา ภู่เกียรติ. 2536. **รายงานผลการวิจัย เรื่อง การสร้างแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายประถม**. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา)

ลัดดา ภู่เกียรติ และ สุวัฒนา สุวรรณเขตนิคม. 2547. **รายงานผลการวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบโครงงาน เพื่อเสริมสร้างกระบวนการเรียนรู้ กระบวนการทำงานกลุ่ม และความตระหนักในการพึ่งตนเองของนักเรียนระดับประถมศึกษา**. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา)

วรรณดี วรรณศิลป์. 2522. **ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วราพร ขาวสุทธิ์. 2542. **การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้การสอนตนเองกับการเรียนการสอนแบบรายบุคคลและแบบกลุ่มสำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง**. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วลี เฉลยสมัย. 2539. **การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วันทยา วงศ์ศิลปภิรมย์. 2543. ความสามารถและลักษณะข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ป.1 - 6. **วารสารวิชาการ** 3 (กันยายน): 61 - 70.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. 2546. **การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2546. **คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2549. **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2544**. พิมพ์ครั้งที่ 8. ลาดพร้าว กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2551. **ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: ส.เจริญการพิมพ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2554. **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551**. พิมพ์ครั้งที่ 2. ลาดพร้าว กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. 2552. **สภาวการณ์การศึกษาไทยในเวทีโลก พ.ศ.2550**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: พริกหวานกราฟฟิค.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). 2551. **การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: องค์การค้าของ สกสค.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). 2551. **การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทั้ง 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: องค์การค้าของ สกสค.

สมบัติ โพธิ์ทอง. 2539. **การพัฒนาความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยใช้เมตาคอคนิชัน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมบูรณ์ หมุนแก้ว. 2533. **การศึกษาความสามารถทางภาษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เขตการศึกษา 1**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. 2543. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน). **วารสารคณิตศาสตร์** 500 - 502 (พฤษภาคม - กรกฎาคม): 41 - 52.

สิริพร ทิพย์คง. 2544. **การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สุนันท์ ฉิมวัย. 2543. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. ปริญญานิพนธ์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุนีย์ คล้ายนิล. 2546. คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็ง: เพราะอะไร. **วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี** 31 (กรกฎาคม - สิงหาคม): 18 - 24.

สุนีย์ คล้ายนิล. 2546. คณิตศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้. **วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี** 32 (กรกฎาคม - สิงหาคม): 12 - 24.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. 2533. **การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4**. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. 2536. ข้อสอบอัตนัย. **วารสารวัดผลการศึกษา** 42 (มกราคม - เมษายน): 32 - 39.

สุพัตรา ผาติวิสันติ์. 2534. **การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนต่างกัน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวร กาญจนมยูร. 2544. **เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่ม 3**. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 39: พิษณุโลก-อุตรดิตถ์. 2555. **ข้อมูลนักเรียน 2555** [ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://www.secondary39.go.th/plan55/student_55_k39.pdf [20 มิถุนายน 2555]

อรชร ภูบุญเติม. 2550. **การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation)**. สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อนันต์ จันทร์กวี. 2537. การวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์. **ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8 - 11**. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

อนันต์ ศรีโสภา. 2525. **การวัดผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

อัมพร ม้าคนอง. 2534. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เลือกใช้พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2536. **การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2547. การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุดมสิน และ อัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), **ประมวลบทความหลักการและแนวทาง การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**, หน้า 94 - 109. กรุงเทพมหานคร: พบิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. 2553. **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เอมอร จังศิริพรปกรณ์. 2544. การให้คะแนนความรู้บางส่วนทำได้อย่างไร. **วารสารวัดผลการศึกษา** 67 (พฤษภาคม - สิงหาคม): 21 - 32.

ภาษาอังกฤษ

Adams, S., Ellis, L., and Beeson, B., F. 1977. **Teaching mathematics with emphasis on the diagnostic approach**. New York: Harper & Row.

Ashlock, R., B., Johnson, M., L., Wilson, J., W., and Jones, W., L. 1983. **Guiding each child's learning of mathematics: A diagnostic approach to instruction**. Columbus, Ohio: Merrill.

Ballew, H., and Cunningham, J., W. 1982. Diagnosing strengths and weaknesses of sixth-grade students in solving word problems. **Journal for research in mathematics education** 13 (May): 202 - 210.

Balow, I., H. 1964. Reading and computational ability as determinants of problem solving. **The arithmetic teacher** 11 (January): 18 - 22.

Begle, E., G. 1979. **Critical variables in mathematics education**. Washington D. C.: Mathematical Association of America and the National Council of Teachers of Mathematics.

Beyer, B., K. 1987. **Practical strategies for teaching of thinking**. Boston: Allyn and Bacon.

Braunfeld, P. 1975. Basic skills and learning in mathematics. In **Conference on basic mathematical skills and learning** vol.1 pp. 23 - 32. Washington D.C.: National institute of education.

Butler, C., H., Wren, F., L., and Banks, J., H. 1970. **The teaching of secondary mathematics**. 5th ed. New York: McGraw-Hill.

Caldwell, J., H., and Goldin, G., A. 1987. Affecting word problem difficulty in secondary school mathematics. **Journal for research in mathematics education** 18 (May): 187 - 196.

Cathcart, W., G. and others, eds. 2006. **Learning mathematics in elementary and middle schools: A learner-centered approach.** 4th ed. multimedia ed. Upper Saddle River, N.J.: Merrill Prentice Hall.

Center for Mathematics, Science, and Technology, Illinois State University. 2012. **Integrated mathematics, science, and technology (ImaST) program characteristics** [Online]. Available from: http://cemast.illinoisstate.edu/educators/stem/6thru8/about/characteristics.shtml [January 2012]

Cooney, T., J., Davis, E., J., and Henderson, K., B. 1974. **Dynamics of teaching secondary school mathematics**. Boston: Houghton Mifflin.

Corle, C., G. 1964. **Teaching mathematics in the elementary school**. New York: The Ronald Press Company.

Dutton, W., H., Petrie, C., C., and Adams, L., J. 1970. **Arithmetic for teachers.** 2nd ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.

Fleischner, J. E., Margaert B. Nuzum, and Eillen S. Marzola. 1987. Diviing and instructional program to teach arithmetic problem solving skills to students with learning disabilities. **Journal of learning disabilities** 20 (April): 214 - 217.

Hegarty, M., Mayer, R., E., and Monk, C., A. 1995. Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. **Journal of educational psychology** 87 (March): 18 - 32.

Heimer, R., T., and Trueblood, C., R. 1978. **Strategies for teaching children mathematics**. 2nd ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.

Henderson, K., B., and Pingry, R., E. 1955. Problem solving in mathematics. In H., F., Fehr (ed.), **The learning of mathematics: Its theory and practice (Twenty-first Yearbook)**. 2nd ed., pp.228 - 270. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Holmes, E., E. 1995. **New direction in elementary school mathematics: Interactive teaching and learning**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

Kennedy, L., M., and Tipps, S. 1991. **Guiding children's learning of mathematics.** 5th ed. Belmont, California: Wadsworth.

Klausmeier, H., J., and Ripple, R., E. 1971. **Learning and human abilities: educational psychology.** 3rd ed. New York: Harper & Row.

Krulik, S. 1987. **Problem solving**. Massachusettes: Allyn and Bacon, Inc.

Krulik, S. and Rudnick, J., A. 1993. **Reasoning and problem solving: a handbook for elementary school teachers**. U.S.A.: Allyn and Bacon.

Krutetskii, V., A. (J. Teller, Trans.). 1976. In Kilpatrick, J. and Wirszup, I. (eds.), **The psychology of mathematical abilities in school children**. Chicago: University of Chicago Press.

LeBlanc, J., F., Proudfit, L., and Putt, I., J. 1980. Teaching problem solving in the elementary school. In S., Krulik, and R., E., Reys (eds.), **Problem solving in school mathematics (1980 Yearbook)**, pp.104 - 116. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R., and Zawojewski, J., S. 1992. Problem solving. In Post, T., R. (ed.), **Teaching mathematics in grades K - 8: research - based methods**, 2nd ed. pp. 49 - 88. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Lewis, A., B. 1989. Training students to represent arithmetic word problem. Journal of educational psychology 81 (December): 521 - 531.

Luftig, R., L. 1988. **Assessment of learners with special needs**. Boston: Allyn and Bacon.

Maccini, P. 1998. Effects of an instructional strategy incorporating concrete problem representation on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities. **Unpublished doctoral dissertation**. The Pennsylvania State University, University Park.

Mayer, R., E. 2003. **Learning and instruction**. Upper Saddle River, NJ: Merrill.

Mayer, R., E. 1992. **Thinking, problem solving, cognition**. 2nd ed. New York: Freeman.

Mayer, R., E., and Hegarty, M. 1996. The process of understanding mathematical problems. In R., J., Sternberg, and T., Ben-Zeev (eds), **The nature of**

mathematical thinking, pp.29 - 53. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ministry of Education, Singapore. 2006. **Secondary Mathematics Syllabuses** [Online]. Available from: http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-secondary.pdf [April 2010]

Nitko, A., J., and Brookhart, S., M. 2007. **Educational assessment of students**. 5th ed. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Merrill Prentice Hall.

Orton, A., and Frobisher, L. 1996. **Insights into teaching mathematics**. London: Cassell.

Osterlind, S., J. 1992. **Constructing test items**. *Norwell, Massachusetts*: Kluwer Academic.

Polya, G. 1973. **How to solve it: A new aspect of mathematical method**. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Polya, G. 1980. On solving mathematical problems in high school. In S., Krulik, and R., E., Reys (eds.), **Problem solving in school mathematics (1980 Yearbook)**, pp.1 - 2. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Reed, S., K. 2009. **Word problems: research and curriculum reform**. Taylor & Francis e-Library.

Reys, R., E., Lindquist, M., M., Lambdin, D., V., Smith, N., L., and Suydam, M., N. 2004. **Helping children learn mathematics**. N.J.: John Wiley & Sons.

Sheffield, L., J., and Cruikshank, D., E. 2005. **Teaching and learning mathematics: Pre-kindergarter through middle school.** 5th ed. New York: Wiley.

Silver, E., A. 1981. Recall of mathematical problem information: solving related problems. **Journal for research in mathematics education** 12 (January): 54 – 64.

Silver, E., A., and Thompson, A., G. 1984. Research perspectives on problem solving in elementary school mathematics. **The elementary school journal** 84(May): 529 - 545.

Suydam, M., N. 1980. Untangling clues from research on problem solving. In S., Krulik, and R., E., Reys (eds.), **Problem solving in school mathematics (1980 Yearbook)**, pp.34 - 50. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Troutman, A., P., and Lichtenberg, B., K. 1974. Problem solving in the general mathematics classroom. **The Mathematics teacher** 67(November): 590 - 597.

Troutman, A., P., and Lichtenberg, B., K. 1982. **Mathematics: A good beginning: Strategies for teaching children.** 2nd ed. Monterey, Californai: Books/Cole.

Wilson, J., W. 1971. Evaluation of learning in secondary school mathematics. In S., B., Benjamin (ed.), **Handbook on formative and summative evaluation of student learning**. U.S.A.: McGraw-Hill.

Yamane, T. 1973. **Statistics: An Introductory Analysis**. 3rd ed. New York: Harper & Row Publishers, Inc.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายนายผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย
- หนังสือขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย
- หนังสือขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย
- หนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

1. อาจารย์ จิราพร พรายมณี	สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
2. อาจารย์ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์	ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. อาจารย์ประทวน บัวจันทร์	ครูชำนาญการพิเศษ ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนลับแลพิทยาคม
4. อาจารย์เจษฎ์สุดา ขำพงศ์	ครูชำนาญการพิเศษ ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านวังลึก(ยุวนาฏชนูทิศ)
5. อาจารย์รุ่งระวี ด่อนสิงหะ	ครูชำนาญการพิเศษ ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนจ่านกร้อง

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 3303

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 กรกฎาคม 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ จิราพร พรายมณี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 3304

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 กรกฎาคม 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 3305

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 กรกฎาคม 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ประทวน บัวจันทร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 3306

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 กรกฎาคม 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ เจษฎ์สุดา **ขำพงศ์**

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/ 54- 4306

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ รุ่งระวี ต่อนสิงหะ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54-3446

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

10 สิงหาคม 2555

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า อุตรดิตถ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

เลขรับ 1103
วันที่ 14 ส.ค. 2555
เวลา 13.20 น.

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 3445

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

10 สิงหาคม 2555

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสับแลพิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)

พิจารณาอนุญาต
พิจารณาดำเนินการ
14 ส.ค. 2555

รองคณบดี ผอ.ลพ
ปฏิบัติการแทนคณบดี
ผู้รับผิดชอบ
วิชาการ
งบประมาณ
บุคคล
ทั่วไป
กิจการนักเรียน
อื่น
16 ส.ค. 55

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 4307

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนน้ำริดวิทยา

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4312

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนท่าปลาประชาอุทิศ

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4311

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนทองแสนขันวิทยา

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4308

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนด่านแม่คำมันพิทยาคม

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4309

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนดาราพิทยาคม

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4310

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนตรอนตรีสินธุ์

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 -ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4313

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนทุ่งกะโล่วิทยา

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4314

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนน้ำปาดชนูปถัมภ์

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54-4315

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านโคกวิทยาคม

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4316

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านโคนพิทยา

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4317

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพิชัย

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4318

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนฟากท่าวิทยา

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4319

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนลับแลศรีวิทยา

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4320

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวังกะพี้พิทยาคม

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4321

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนแสนตอวิทยา

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4322

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนอุตรดิตถ์ครุณี

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6 (2771)/54- 4323

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

14 พฤศจิกายน 2555

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนอุตรดิตถ์

ด้วย นางสาวอภิชญา ลือชัย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบทดสอบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ภาคผนวก ข

การคัดเลือกพฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
เพื่อออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด

ตารางแสดงผลการคัดเลือกพฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เพื่อออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	ผลการคัดเลือกพฤติกรรม		เหตุผลการคัดเลือก/ไม่คัดเลือก
		เลือก	ไม่เลือก	
1. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์และทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของโจทย์ซึ่งบรรยายอยู่ในรูปของประโยคภาษา กราฟ แผนภูมิ ตารางข้อมูลหรือรูปภาพ เพื่อที่จะทราบว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและโจทย์ต้องการหาสิ่งใด	<u>พฤติกรรม 1-1</u> : ● บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้	✓	-	เพราะ เป็นพฤติกรรมที่สำคัญหรือเป็นพฤติกรรมหลักของทักษะนี้
	<u>พฤติกรรม 1-2</u> : ● บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้	✓	-	เพราะ เป็นพฤติกรรมที่สำคัญหรือเป็นพฤติกรรมหลักของทักษะนี้
	<u>พฤติกรรม 1-3</u> : ● บอกข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้เกี่ยวกับมาตรา และหน่วยของปริมาณต่างๆ รวมถึงความหมายหรือนิยามของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาได้	✓	-	เพราะ ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์และความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่ต้องใช้ร่วมในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้สามารถทำความเข้าใจโจทย์ได้แจ่มชัดยิ่งขึ้น

ตารางแสดงผลการคัดเลือกพฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เพื่อออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	ผลการคัดเลือกพฤติกรรม		เหตุผลการคัดเลือก/ไม่คัดเลือก
		เลือก	ไม่เลือก	
2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้คัดเลือกข้อมูลจากโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และประมวลข้อมูลดังกล่าวเพื่อนำมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา โดยการจัดวางข้อมูลให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์	<u>พฤติกรรม 2-1</u> : ● บอกได้ว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มีความขัดแย้งกันเองหรือไม่ ถ้ามี ข้อมูลที่ขัดแย้งกันดังกล่าวคือข้อมูลใดบ้าง และมีความขัดแย้งกันอย่างไร (ความขัดแย้งนั้นต้องเป็นการขัดแย้งกันด้วยหลักของเหตุผลหรือขัดแย้งกันตามหลักคณิตศาสตร์)	-	✓	เนื่องจากการตรวจสอบพฤติกรรมนี้มีความจำเป็นต้องสร้างโจทย์คณิตศาสตร์บางปัญหาให้มีข้อมูลขัดแย้งกันเอง ซึ่งทำให้ข้อมูลเหล่านั้นไม่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไปได้ จึงส่งผลให้ไม่สามารถทดสอบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำดับถัดไปได้ด้วย ดังนั้นกล่าวอีกนัยคือการสร้างโจทย์ปัญหาที่กำหนดข้อมูลขัดแย้งกันเอง จะทำให้ไม่สามารถใช้ข้อมูลเหล่านั้นในการทดสอบทักษะอื่นๆ ได้ครอบคลุมทุกทักษะ ฉะนั้นการวัดพฤติกรรมนี้จึงยังไม่เหมาะสมสำหรับนำมาใช้สร้างแบบวัด
	<u>พฤติกรรม 2-2</u> : ● แยกแยะข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพื่อคัดเลือกเฉพาะข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหามาใช้ในการแก้ปัญหาได้ หรือคัดเลือกเฉพาะข้อมูลจากโจทย์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้	-	✓	เพราะโจทย์คณิตศาสตร์ที่เหมาะสมจะวัดพฤติกรรมนี้ ต้องมีรายละเอียดของข้อมูลเพิ่มขึ้นมากกว่าโจทย์ปัญหาโดยทั่วไป เพื่อให้สามารถเห็นพฤติกรรมการแยกแยะข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาออกจากข้อมูลที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน ขณะเดียวกันโจทย์ปัญหาลักษณะนี้จึงจำเป็นต้องมีความยาวเพิ่มขึ้นตามมาด้วย ซึ่งอาจส่งผลให้นักเรียนเสียเวลาในการวิเคราะห์โจทย์มากจนเกินไป และทำให้การแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาของทักษะอื่นมีได้ไม่เต็มที่ ฉะนั้นการวัดพฤติกรรมนี้จึงยังไม่เหมาะสมสำหรับงานวิจัย

ตารางแสดงผลการคัดเลือกพฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เพื่อออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	ผลการคัดเลือกพฤติกรรม		เหตุผลการคัดเลือก/ไม่คัดเลือก
		เลือก	ไม่เลือก	
2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ *- (ต่อ) -*	<u>พฤติกรรม 2-3</u> : ● บอกได้ว่าโจทย์ปัญหาให้ข้อมูลเพียงพอสำหรับใช้แก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอ ข้อมูลที่ต้องการเพิ่มนั้นมีอะไรบ้าง	-	✓	เพราะ พฤติกรรมนี้ไม่เหมาะที่จะวัดร่วมกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำดับถัดไป เนื่องจากโจทย์คณิตศาสตร์ที่ใช้ทดสอบจำเป็นต้องสร้างให้แต่ละโจทย์มีการกำหนดข้อมูลที่ใช้ในการแก้ปัญหามาครบถ้วนบ้างไม่ครบถ้วนบ้างแตกต่างกันออกไป เพื่อกันการคาดเดาของนักเรียน จึงทำให้เกิดปัญหาขึ้นว่า โจทย์ปัญหาที่ให้ข้อมูลสำหรับใช้ในการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วน จะไม่สามารถวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำดับต่อไปได้ (นั่นคือ ตั้งแต่ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาเป็นต้นไป) และถึงแม้จะสร้างข้อคำถามเพื่อให้นักเรียนบอกข้อมูลสำคัญที่ขาดหายไปได้ แต่การกำหนดปริมาณของข้อมูลที่ขาดหายไปให้ในภายหลัง เพื่อให้นักเรียนใช้จำนวนของข้อมูลที่ตรงกันในการแก้ปัญหานั้น ยังคงเสี่ยงต่อการชี้นำคำตอบของการทดสอบทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำดับถัดไปอยู่ ฉะนั้นการวัดพฤติกรรมนี้จึงยังไม่เหมาะสมสำหรับนำมาใช้ออกแบบข้อสอบในงานวิจัย
	<u>พฤติกรรม 2-4</u> : ● สร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หรือสมการคณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้ได้	-	✓	เนื่องจากพฤติกรรมนี้ไม่เหมาะสมที่จะวัดร่วมกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาของทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ประกอบกับเวลาที่ใช้ในการทดสอบพฤติกรรมต้องมีมากพอเพื่อให้นักเรียนมีเวลาในการคิดสร้างสรรค์โจทย์คณิตศาสตร์อย่างเต็มที่ ทำให้พฤติกรรมนี้ยังไม่เหมาะสำหรับนำมาใช้ทดสอบในงานวิจัย

ตารางแสดงผลการคัดเลือกพฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เพื่อออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	ผลการคัดเลือกพฤติกรรม		เหตุผลการคัดเลือก/ไม่คัดเลือก
		เลือก	ไม่เลือก	
2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ *- (ต่อ) -*	<u>พฤติกรรม 2-5</u> : ● จำแนกรูปแบบของโจทย์คณิตศาสตร์ต่างๆ ที่กำหนดมาให้ ตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ หรือตามลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการใช้แก้ปัญหาได้	-	✓	ด้วยเหตุที่การตรวจสอบพฤติกรรมนี้จำเป็นต้องใช้โจทย์คณิตศาสตร์ให้หลากหลายรูปแบบและมากเพียงพอ ต่อการให้นักเรียนจำแนกหรือจัดกลุ่มของโจทย์ตามลักษณะของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา จึงควรที่จะทดสอบพฤติกรรมนี้แยกต่างหากจากทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาอื่นๆ ด้วยเหตุนี้ การวัดพฤติกรรมนี้จึงยังไม่เหมาะสำหรับใช้ออกแบบข้อสอบในงานวิจัย
	<u>พฤติกรรม 2-6</u> : ● สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ โดยใช้การวาดรูปเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือการนำข้อมูลมาสร้างเป็นแผนภูมิ ตารางข้อมูล แผนภาพ หรือสมการคณิตศาสตร์ เป็นต้น	✓	-	เพราะ การสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเป็นพฤติกรรมที่สำคัญที่นักเรียนทุกคนต้องผ่านการจัดวางข้อมูลและเชื่อมโยงข้อมูลให้ได้ก่อนไปสู่ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำดับถัดไป

ตารางแสดงผลการคัดเลือกพฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เพื่อออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	ผลการคัดเลือกพฤติกรรม		เหตุผลการคัดเลือก/ไม่คัดเลือก
		เลือก	ไม่เลือก	
3. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยมีการแบ่งขั้นตอน ลำดับขั้นตอนและเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำกับความคิดเพื่อตรวจสอบการวางแผนกระบวนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่ามีความสำคัญอย่างไร และถูกต้องเหมาะสมแล้วหรือไม่	<u>พฤติกรรม 3-1</u>* : ● แบ่งขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา และลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา โดยบอกได้ว่าแต่ละขั้นตอนที่ใช้แก้ปัญหามีความสำคัญอย่างไร เหตุใดจึงเลือกทำเช่นนั้น *หรือ* ● บอกข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาก่อนไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งเป็นข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ได้ * *หมายเหตุ* : พฤติกรรมนี้อาจไม่สามารถวัดได้โดยตรงจากนักเรียนที่เขียนอธิบายการวางแผนแก้ปัญหาไม่เป็น หรือเขียนในสิ่งที่ไม่ตรงกับพฤติกรรมที่ต้องการให้แสดงออก หรือเขียนสื่อออกมาไม่เป็นที่เข้าใจตรงกันระหว่างตัวนักเรียนกับผู้วิจัย ดังนั้นข้อสอบที่ออกแบบมาเพื่อตรวจสอบพฤติกรรมนี้จึงมีขั้นตอนการแก้ปัญหากำหนดมาให้อยู่ก่อนแล้ว และให้นักเรียนเป็นเพียงผู้เลือกขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และจัดลำดับขั้นตอนที่เลือกมาเท่านั้น เพื่อหลีกเลี่ยงการให้นักเรียนเขียนอธิบายการวางแผนแก้ปัญหา อันจะทำให้เกิดปัญหาดังที่กล่าวไป	✓	-	เพราะเป็นพฤติกรรมที่สำคัญของทักษะการวางแผนเพื่อแก้ปัญหา

ตารางแสดงผลการคัดเลือกพฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เพื่อนำมาออกแบบการสร้างข้อสอบในแบบวัด *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	พฤติกรรมที่พบในทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์	ผลการคัดเลือกพฤติกรรม		เหตุผลการคัดเลือก/ไม่คัดเลือก
		เลือก	ไม่เลือก	
3. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา *- (ต่อ) -*	<u>พฤติกรรม 3-2</u> : ● บอกวิธีการคำนวณหรือสูตร กฎ หลักการ ที่ต้องใช้ในขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกมาแต่ละขั้นตอนได้	✓	-	เพราะ การวางแผนแก้ปัญหาต้องมีการวางแผนวิธีการคิดคำนวณหรือกลยุทธ์ที่จะใช้แก้ปัญหาไว้ด้วย
4. ทักษะการดำเนินการตามแผน หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาตามกลวิธีที่ได้วางแผนไว้ และการคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการ	<u>พฤติกรรม 4-1 :</u> ● ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการหรือกลวิธีที่กำหนดไว้อย่างมีเหตุมีผลสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์	✓	-	เพราะเป็นพฤติกรรมที่สำคัญของทักษะการดำเนินการตามแผน
	<u>พฤติกรรม 4-2 :</u> ● คิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะทางเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้นอย่างเหมาะสมได้	✓	-	เพราะเป็นพฤติกรรมสุดท้ายที่สำคัญ เพื่อใช้ในการหาคำตอบของสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ภาคผนวก ค

วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

ตารางแสดงวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรม

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา/ พฤติกรรมที่คัดเลือกมาสร้างข้อสอบ	นิยามพฤติกรรมที่ต้องการวัดนักเรียน	ระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรม	คะแนนตาม ระดับพุทธิพิสัย
1. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ พฤติกรรม 1-1 : ● บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้	พฤติกรรม 1.1 : การแปลความประโยคภาษา แปลความหมายของข้อมูลที่กำหนดให้ เพื่อแยกแยะว่าข้อมูลใดมาจากโจทย์ปัญหาและข้อมูลใดไม่ใช่ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ รวมถึงสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง	● ระดับ**ความเข้าใจ** (*ระดับที่ 2*) ***ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability of read and interpret a mathematics problem)*** หมายถึง ความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ ความสามารถระดับนี้รวมทั้งการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ	**2.5 คะแนน** (แม้ผลรวมของคะแนนประจำทักษะจะเท่ากับ 3 คะแนน แต่เนื่องจากพฤติกรรม 1.1 เป็นเพียงความสามารถในการแปลความโจทย์ปัญหา ซึ่งต่ำกว่าความสามารถในการตีความโจทย์ปัญหา อันเป็นพฤติกรรมของพุทธิพิสัยระดับที่ 2 ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงเห็นสมควรให้หักผลรวมของคะแนนประจำทักษะออก 0.5 คะแนน)
พฤติกรรม 1-2 : ● บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหาหรือบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้			
พฤติกรรม 1-3 : ● บอกข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้เกี่ยวกับมาตราและหน่วยของปริมาณต่างๆ รวมถึงความหมายหรือนิยามของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาได้	พฤติกรรม 1.2 : การแปลความข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ บอกข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้เกี่ยวกับมาตราและหน่วยของปริมาณต่างๆ นิยามหรือความหมายของศัพท์ทางคณิตศาสตร์ และประโยคภาษาที่เป็นข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาได้	● ระดับ**ความรู้ความจำ** (*ระดับที่ 1*) ***- ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts)*** หมายถึง ความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในรูปหรือแบบเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว รวมถึงความรู้พื้นฐานต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้เรียนต้องนำมาใช้ ***- ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology)*** หมายถึง การถามให้ผู้เรียนบอกความหมายของคำศัพท์และนิยามต่างๆ ตามที่ได้เคยเรียนมาแล้ว	

ตารางแสดงวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรม *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา/ พฤติกรรมที่คัดเลือกมาสร้างข้อสอบ	นิยามพฤติกรรมที่ต้องการทดสอบนักเรียน	ระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรม	คะแนนตามระดับพุทธิพิสัย
2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรม 2-6 : ● สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ โดยใช้การวาดรูปเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือการนำข้อมูลมาสร้างเป็นแผนภูมิ ตารางข้อมูล แผนภาพ หรือสมการคณิตศาสตร์ เป็นต้น	พฤติกรรม 2.1 : การพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล ตีความโจทย์ปัญหาเพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์	● ระดับ**ความเข้าใจ** (*ระดับที่ 2*) ***ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability of read and interpret a mathematics problem)*** หมายถึง ความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ ความสามารถระดับนี้รวมทั้งการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ	**4 คะแนน**
	พฤติกรรม 2.2 : การสร้างสมการคณิตศาสตร์ สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาในรูปของสมการคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและตามหลักของคณิตศาสตร์	● ระดับ**ความเข้าใจ** (*ระดับที่ 2*) ***ความสามารถในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability of transform problem elements from one mode to another)*** หมายถึง ความสามารถในการเปลี่ยนข้อความให้เป็นสัญลักษณ์หรือสมการ ในขั้นนี้มิได้รวมถึงการคิดคำนวณหาคำตอบจากสมการนั้น	

ตารางแสดงวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรม *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา / พฤติกรรมที่คัดเลือกมาสร้างข้อสอบ	นิยามพฤติกรรมที่ต้องการทดสอบนักเรียน	ระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรม	คะแนนตาม ระดับพุทธิพิสัย
3. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา พฤติกรรม 3-1 : ● แบ่งขั้นตอนที่ใช้แก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา โดยบอกได้ว่าแต่ละขั้นตอนที่ใช้แก้ปัญหามีความสำคัญอย่างไร เหตุใดจึงเลือกทำเช่นนั้น *หรือ* ● บอกข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาก่อนไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งเป็นข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ได้	พฤติกรรม 3.1 : การเลือกและจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา คัดเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาและจัดเรียงลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง	● ระดับ**การวิเคราะห์** (*ระดับที่ 4*) ***ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา (Ability to solve non-routine problems)*** หมายถึง ความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งผู้เรียนจะต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ สำรวจว่ารู้อะไรบ้างในแต่ละตอน รวมทั้งการเรียนรู้สัญลักษณ์ใหม่เพื่อนำไปสู่คำตอบ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ส่วนมากเป็นปัญหาสถานการณ์ด้วย จะนำกระบวนการคิดคำนวณมาใช้โดยตรงไม่ได้ ต้องพยายามหาวิธีการใหม่	**5 คะแนน** (แม้ผลรวมของคะแนนประจำทักษะจะเท่ากับ 7 คะแนน แต่เนื่องจากพฤติกรรม 3.1 ไม่ได้รวมพฤติกรรมการคิดคำนวณ และยังไม่ได้มีการลงมือแก้ปัญหาจริง หรือกล่าวได้ว่าพฤติกรรมนั้นยังไม่ใช่พฤติกรรมทั้งหมดของพุทธิพิสัยที่สอดคล้อง ฉะนั้นผู้วิจัยจึงเห็นสมควรที่จะหักคะแนนประจำพฤติกรรม 3.1 ออก 1.5 คะแนน ในขณะที่พฤติกรรม 3.2 ไม่ได้รวมพฤติกรรมการคิดคำนวณด้วยเช่นกัน ผู้วิจัยจึงหักคะแนนประจำพฤติกรรม 3.2 ออกอีก 0.5 คะแนน จึงทำให้คะแนนประจำทักษะนี้ต้องถูกหักไปทั้งสิ้น 2 คะแนน)
พฤติกรรม 3-2 : ● บอกวิธีการคำนวณหรือสูตร กฎ หลักการที่ต้องใช้ในการดำเนินการของขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนได้	พฤติกรรม 3.2 : การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ด้วยสูตร กฎหรือหลักการ เพื่อหาข้อมูลสำคัญของแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	● ระดับ**การนำไปใช้** (*ระดับที่ 3*) ***ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย (Ability to solve routine problem)*** หมายถึง ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาโจทย์ที่คล้ายคลึงแต่ไม่ใช่ข้อเดียวกันกับตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเคยทำมาแล้ว	

ตารางแสดงวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรม *(ต่อ)*

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา/ พฤติกรรมที่คัดเลือกมาสร้างข้อสอบ	นิยามพฤติกรรมที่ต้องการทดสอบนักเรียน	ระดับพุทธิพิสัยของ Wilson ที่สอดคล้องกับพฤติกรรม	คะแนนตาม ระดับพุทธิพิสัย
4. ทักษะการดำเนินการตามแผน พฤติกรรม 4-1 : ● ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการหรือกลวิธีที่กำหนดไว้อย่างมีเหตุผล	พฤติกรรม 4.1 : การดำเนินการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุมีผล ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการหรือกลวิธีที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์	● ระดับ**ความเข้าใจ** (*ระดับที่ 2*) ***ความสามารถในการดำเนินความคิดตามแนวของเหตุผลที่วางไว้ (Ability of follow a line of reasoning)*** หมายถึง ความสามารถในการดำเนินความคิดตามแนวของเหตุผล เป็นความสามารถในการอ่านและทำความเข้าใจบทความหรือข้อความทางคณิตศาสตร์จึงต้องอาศัยความสามารถในการดำเนินตามแนวเหตุผลขณะที่อ่าน ซึ่งจะทำให้สามารถบอกได้ว่าผลสรุปในแต่ละขั้นมาจากเหตุผลใด	**3.5 คะแนน** (แม้ผลรวมของคะแนนประจำทักษะจะเท่ากับ 3 คะแนน ทว่าพฤติกรรม 4.2 เป็นพฤติกรรมการคิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่ง Polya ได้กล่าวไว้ว่า ในขั้นการดำเนินการตามแผนเพื่อแก้ปัญหา ไม่เพียงนักเรียนจะคิดคำนวณเป็นเท่านั้น แต่ต้องมีความชำนาญในการคิดคำนวณด้วย จึงจะสามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จและถูกต้อง ฉะนั้นผู้วิจัยจึงเห็นควรที่จะเพิ่มคะแนนประจำพฤติกรรม 4.2 อีก 0.5 คะแนน ดังนั้นคะแนนประจำทักษะนี้จึงเพิ่มขึ้นจากเดิม 0.5 คะแนน)
พฤติกรรม 4-2 : ● คิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะทางพีชคณิต ทักษะทางเรขาคณิตและการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้นอย่างเหมาะสมได้	พฤติกรรม 4.2 : การคิดคำนวณ คิดคำนวณตามกระบวนทางคณิตศาสตร์ที่ได้วางแผนไว้ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	● ระดับ**ความรู้ความจำ** (*ระดับที่ 1*) ***ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry out algorithms)*** หมายถึง การที่ผู้เรียนสามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาดำเนินการตามกระบวนการของการคิดคำนวณในแบบ ที่ได้เคยเรียนมาแล้ว ในขั้นนี้มิได้มุ่งหมายให้ผู้เรียนคิดหากระบวนการ คิดคำนวณแบบใหม่ด้วยตนเอง เช่น ลำดับขั้นตอนในการหารยาว ลำดับขั้นตอนในการหา ห.ร.ม.หรือค.ร.น.เป็นต้น	

ภาคผนวก ง

- แบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
- เฉลยแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

แบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

คำชี้แจง

1. แบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย
   - แบบวัดที่ 1 (หน้า 3) แบบวัดพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์
   - แบบวัดที่ 2 (หน้า 4 - 21) แบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวอย่างการทำแบบวัดที่ 2 อยู่หน้า 4 – 5 และมีโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 โจทย์ปัญหา แต่ละโจทย์ปัญหามีข้อสอบ 6 ข้อใหญ่ ตั้งแต่หน้า 6 - 21
2. ให้นักเรียนใช้ปากกาหรือดินสอในการทำแบบวัด
3. นักเรียนสามารถขีดเขียนสิ่งต่างๆ (เพื่อคิดเลขหรือวางแผนแก้ปัญหา) บนที่ว่างใดในกระดาษได้ *โดยไม่ต้องลบสิ่งที่เขียนออก*
4. ให้เวลาในการทำแบบวัด 90 นาที

แบบวัดที่ 1

1) จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1.1) 1 เมตร = _____ เซนติเมตร

1.2) 1 เซนติเมตร = _____ เมตร

1.3) 1 ชั่วโมง = _____ นาที

1.4) 1 ลูกบาศก์เมตร = _____ ลูกบาศก์เซนติเมตร

1.5) เดือนพฤศจิกายนมีกี่วัน? (*ตอบ* _____ วัน)

1.6) ถ้ารูปวงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 10 เซนติเมตร จะมีรัศมียาว _____ เซนติเมตร

1.7) จงเขียน $2\frac{7}{8}$ ให้อยู่ในรูปของเศษส่วน $\frac{\square}{\square}$

1.8) จงเขียน $2\frac{7}{8}$ ให้อยู่ในรูปของจำนวนทศนิยม _____

2) จงจับคู่ข้อความทางซ้ายมือกับตัวอักษรหน้าข้อความทางขวามือที่มีความหมายตรงกัน

_____ **2.1)** สูตรหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

_____ **2.2)** สูตรหาพื้นที่รูปวงกลม

_____ **2.3)** สูตรหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ก. กว้าง × ยาว

ข. $\frac{1}{2}$ × ฐาน × สูง

ค. $2\pi r$

ง. ด้าน × ด้าน

จ. กว้าง × ยาว × สูง

ฉ. πr^2

ช. ฐาน × สูง

ฌ. πr

3) จงหาคำตอบต่อไปนี้

3.1) 2.3×5 = _____

3.2) $\frac{5}{6} \times 192$ = _____

3.3) $3.92 + 1.6$ = _____

3.4) $657.24 \div \frac{3}{2}$ = _____

3.5) $35 \times 2\frac{4}{7}$ = _____

3.6) $204 + 1\frac{4}{5}$ = _____

แบบวัดที่ 2

ตัวอย่างวิธีทำแบบวัดส่วนที่ 2

✍ **<u>ข้อสอบที่ 1 – 4 ของแต่ละโจทย์ปัญหา</u>** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ทับตัวเลือกที่นักเรียนต้องการ แล้วบอกระดับความมั่นใจที่นักเรียนเลือกตัวเลือกนั้น โดย ✕ ลงในตารางของแต่ละข้อให้ตรงกับความรู้สึกที่แท้จริงของนักเรียน

**** ถ้าคำตอบที่นักเรียนเลือกถูกต้อง และนักเรียนมีความมั่นใจมากเท่าไร จะยิ่งได้คะแนนเพิ่มมากขึ้นเท่านั้น ในทางตรงข้าม ถ้านักเรียนคนใดตอบผิดแต่กลับมีความมั่นใจมากเท่าไรว่าคำตอบที่เลือกนั้นถูกต้อง นักเรียนคนนั้นจะยิ่งได้คะแนนลดน้อยลงมากขึ้น ****

<u>ตัวอย่าง</u> : *สมมติว่า นักเรียนมีความมั่นใจ “มากที่สุด” ว่า ตัวเลือกที่เลือกเป็นคำตอบที่ถูกต้อง*

<u>ระดับความมั่นใจในการเลือก</u>				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
✕				

<u>ตัวอย่าง</u> : *สมมติว่า นักเรียนไม่ค่อยมั่นใจหรือมีความมั่นใจ “น้อย” ว่า ตัวเลือกที่เลือกจะเป็นคำตอบที่ถูกต้อง*

<u>ระดับความมั่นใจในการเลือก</u>				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
			✕	

✍ **<u>ข้อสอบที่ 5 ของแต่ละโจทย์ปัญหา</u>** ให้นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาโดยใส่ตัวเลข 1, 2, 3,... เพื่อเรียงลำดับขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมาใช้แก้ปัญหา ส่วนขั้นตอนที่ไม่ได้ใช้แก้ปัญหาให้ทำเครื่องหมาย " – " ลงในช่องว่าง

**** นักเรียนที่สามารถวางแผนได้ละเอียดครบทุกขั้นตอนว่าจะทำอะไรบ้าง จะได้คะแนนมากกว่านักเรียนที่วางแผนไม่ละเอียดหรือไม่ครบทุกขั้นตอน ส่วนนักเรียนที่เลือกขั้นตอนที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหามา จะถูกหักคะแนน ****

<u>ตัวอย่าง</u> : *สมมติ โจทย์ปัญหาบอกว่า*

"แดงซื้อดินสอ 2 แท่ง ราคาแท่งละ 10 บาท และซื้อยางลบ 1 ก้อน ราคาก้อนละ 5 บาท ถ้าแดงจ่ายเงินเป็นธนบัตรยี่สิบบาทจำนวน 2 ฉบับ อยากทราบว่า แดงจะได้เงินทอนกี่บาท"

ดังนั้น นักเรียนสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ดังนี้

1	*ก.*	*หาเงินค่าดินสอที่แดงต้องจ่าย*
-	*ข.*	*หาว่าจำนวนดินสอและจำนวนยางลบที่แดงซื้อต่างกันเท่าไร*
5	*ค.*	*หาเงินทอนที่ได้รับ*
4	*ง.*	*หาผลรวมของเงินค่าดินสอและยางลบที่แดงต้องจ่าย*
-	*จ.*	*หาว่าราคาดินสอหนึ่งแท่ง แพงกว่าราคายางลบหนึ่งก้อนกี่บาท*
3	*ฉ.*	*หาเงินทั้งหมดที่แดงจ่ายไป (หาเงินค่าธนบัตรที่แดงจ่ายไป)*
2	*ช.*	*หาเงินค่ายางลบที่แดงต้องจ่าย*

✍ **<u>ข้อสอบที่ 6 ของแต่ละโจทย์ปัญหา</u>** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อแก้ปัญหาตามแผนที่คิดไว้ในข้อสอบที่ 5 ทั้งนี้นักเรียนสามารถวาดภาพประกอบ หรือสร้างตาราง หรือเขียนแผนผัง เพื่ออธิบายวิธีหาคำตอบของนักเรียนได้

แต่เดิมสุธีมีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่หนึ่งแผ่น ต่อมาเขาตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรจำนวนหนึ่งรูป และตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกหนึ่งรูป ซึ่งมีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร ถ้าเศษกระดาษที่เหลือมีพื้นที่ 1,124 ตารางเซนติเมตร อยากทราบว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละกี่เซนติเมตร

ข้อสอบของโจทย์ปัญหาที่ 1

1) ข้อใดต่อไปนี้ *ไม่*ถูกต้อง

ก. กระดาษแผ่นเดิมของสุธีเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ข. สุธีตัดกระดาษไปใช้เป็นรูปวงกลมกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ค. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 144 ตารางเซนติเมตร
ง. สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ ความยาวแต่ละด้านของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

2) สี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้าแตกต่างกันอย่างไร?

ก. สี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน ส่วนสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านตรงข้ามเท่านั้นที่ยาวเท่ากัน
ข. สี่เหลี่ยมจัตุรัสจะมีด้านที่ยาวเท่ากันแค่ 3 ด้าน ส่วนสี่เหลี่ยมผืนผ้าต้องมีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน
ค. สี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก ส่วนสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะมีมุมฉากแค่ 2 มุม
ง. ถูกทั้งข้อ ก และ ค

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

3) ข้อใดถูกต้องที่สุด

ก. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านแต่ละด้านยาวน้อยกว่า 28 เซนติเมตร
ข. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่น้อยกว่า 1,124 ตารางเซนติเมตร
ค. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่น้อยกว่า 144 ตารางเซนติเมตร
ง. ผลรวมของพื้นที่กระดาษรูปวงกลมกับพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ตัดไปใช้ น้อยกว่าพื้นที่ของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

4) ข้อใดใช้ "*จำนวนในโจทย์ปัญหา*" ได้ถูกต้องที่สุด

ก. พื้นที่กระดาษรูปวงกลม = $\pi \times 28$
ข. พื้นที่กระดาษรูปวงกลม + 144 + 1,124 = พื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ค. พื้นที่กระดาษรูปวงกลม - 144 = พื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ง. พื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส - พื้นที่ของกระดาษที่ตัดไปใช้ทั้งหมด = 1,124

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

5) ให้นักเรียนวางแผนว่าจะแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง โดยเลือกขั้นตอนที่กำหนดมาให้ แล้ว<u>เรียงลำดับขั้นตอนที่เลือก</u>โดยใส่ตัวเลข 1, 2, 3,... ลงในช่องว่างหน้าขั้นตอนที่เลือก ตามลำดับที่จะแก้ปัญหา ส่วนขั้นตอนใดที่*ไม่ได้*เลือกมาใช้แก้ปัญหา ให้ทำเครื่องหมาย " – " ลงในช่องว่าง
(ถ้านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาหลายวิธี ให้เลือกใช้ 1 วิธีเท่านั้น)

_____ ก. หาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
_____ ข. หาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ตัดไปใช้
_____ ค. หาพื้นที่กระดาษรูปวงกลมที่ตัดไปใช้
_____ ง. หาพื้นที่ที่เหลือของกระดาษแผ่นเดิม หลังจากที่สุธีตัดกระดาษรูปวงกลมไปใช้แล้ว
_____ จ. หาพื้นที่ของกระดาษที่ตัดไปใช้ทั้งหมด
_____ ฉ. หาว่ากระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่เป็นกี่เท่าของกระดาษรูปวงกลม
_____ ช. หาความยาวแต่ละด้านของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

6) จงแสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่นักเรียนวางแผนไว้ในข้อ 5 (*กำหนดให้* $\pi \approx \frac{22}{7}$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ _____

วันหนึ่งศักดาต้องขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์เพื่อไปกรุงเทพ เมื่อเขาขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์มา $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ก็ปรากฏว่าน้ำมันรถหมดพอดี ศักดาจึงแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร แล้วจึงขับรถยนต์ต่อโดยไม่ได้แวะที่ใดอีกเลยจนถึงกรุงเทพก็พบว่า รถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร ถ้ารถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร อยากทราบว่า ศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ถึงกรุงเทพเป็นระยะทางทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร

ข้อสอบของโจทย์ปัญหาที่ 2

1) ข้อใดต่อไปนี้ *ไม่*ถูกต้อง

ก. รถยนต์ของศักดาใช้น้ำมัน 2 ลิตร สามารถวิ่งได้ 33 กิโลเมตร

ข. หลังจากที่ศักดาแวะเติมน้ำมันที่ปั๊ม 37 ลิตร ทำให้รถยนต์ของเขาวิ่งได้ $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร

ค. เมื่อศักดามาถึงกรุงเทพปรากฏว่า รถยนต์มีน้ำมันเหลืออยู่ 10 ลิตร

ง. สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ ระยะทางที่ศักดาขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพ

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

2) ข้อใดอธิบายความหมายของ "รถยนต์ใช้น้ำมัน 2 ลิตร จะแล่นได้ 33 กิโลเมตร" ถูกต้องที่สุด

ก. หมายถึง เมื่อรถยนต์แล่นเป็นระยะทางไม่ต่ำกว่า 33 กิโลเมตร จะใช้น้ำมันเพียง 2 ลิตร

ข. หมายถึง เมื่อรถยนต์แล่นเป็นระยะทางไม่เกิน 33 กิโลเมตร จะใช้น้ำมันเพียง 2 ลิตร

ค. หมายถึง เมื่อรถยนต์แล่นเป็นระยะทาง 33 กิโลเมตร จะใช้น้ำมัน 2 ลิตร

ง. หมายถึง เมื่อรถยนต์แล่นเป็นระยะทาง 33 กิโลเมตร จะใช้น้ำมันไม่เกิน 2 ลิตร

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

3) ข้อใดถูกต้องที่สุด

ก. รถยนต์ของศักดาใช้น้ำมันในการขับรถยนต์จากปั๊มไปถึงกรุงเทพ ไม่เกิน 10 ลิตร

ข. ก่อนที่ศักดาจะขับรถยนต์ออกจากอุตรดิตถ์ รถยนต์ของศักดามีน้ำมันมากกว่า 2 ลิตร

ค. ระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊ม มากกว่าระยะทางจากปั๊มไปถึงกรุงเทพ

ง. ผลรวมของระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊มกับระยะทางจากปั๊มไปถึงกรุงเทพ น้อยกว่าระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพ

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

4) ข้อใดใช้ "*จำนวนในโจทย์ปัญหา*" ได้ถูกต้องที่สุด

ก. 33×37 = ระยะทางจากปั๊มไปถึงกรุงเทพ

ข. $(46\frac{2}{5} \times 33) \div 2$ = ปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊ม

ค. ปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปถึงกรุงเทพ - 37 = 10

ง. $46\frac{2}{5}$ + ระยะทางจากปั๊มไปถึงกรุงเทพ = ระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพ

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

5) ให้นักเรียนวางแผนว่าจะแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง โดยเลือกขั้นตอนที่กำหนดมาให้ แล้ว<u>เรียงลำดับขั้นตอนที่เลือก</u>โดยใส่ตัวเลข 1, 2, 3,... ลงในช่องว่างหน้าขั้นตอนที่เลือก ตามลำดับที่จะแก้ปัญหา ส่วนขั้นตอนใดที่*ไม่ได้*เลือกมาใช้แก้ปัญหา ให้ทำเครื่องหมาย " – " ลงในช่องว่าง
(*ถ้านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาหลายวิธี ให้เลือกใช้ 1 วิธีเท่านั้น*)

_____ ก. หาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพ

_____ ข. หาระยะทางจากปั๊มไปถึงกรุงเทพ

_____ ค. หาอัตราเร็วของรถยนต์

_____ ง. หาว่าน้ำมันราคาลิตรละกี่บาท

_____ จ. หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพ

_____ ฉ. หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊ม

_____ ช. หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปถึงกรุงเทพ

6) จงแสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่นักเรียนวางแผนไว้ในข้อ 5

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ _____

สมศรีแบ่งเงินเดือนทั้งหมด 11,535 บาท ออกเป็น 3 ส่วน เพื่อใช้ในเดือนพฤศจิกายน โดยส่วนแรก เธอนำไปฝากธนาคาร 3,000 บาท ส่วนที่สองเป็นเงินสำหรับค่าใช้สอยทั่วไปจำนวน $1\frac{3}{5}$ ของเงินส่วนแรก และส่วนที่สาม เป็นเงินเดือนที่เหลือหลังจากแบ่งไว้ในสองส่วนแรกแล้ว ซึ่งเธอจะแบ่งเงินส่วนที่สามสำหรับไว้ใช้จ่ายในแต่ละวันเท่าๆ กัน อยากทราบว่า สมศรีจะแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ใช้วันละกี่บาท

ข้อสอบของโจทย์ปัญหาที่ 3

1) ข้อใดต่อไปนี้ *ไม่*ถูกต้อง

ก. สมศรีมีเงินเดือน 11,535 บาท และจะแบ่งเงินเดือนเป็น 3 ส่วน

ข. สมศรีแบ่งเงินส่วนที่สองจำนวน $1\frac{3}{5}$ ของเงินเดือนทั้งหมด

ค. สมศรีจะแบ่งเงินส่วนที่สามไว้ใช้จ่ายในแต่ละวันเท่าๆ กัน

ง. สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ เงินส่วนที่สามที่สมศรีแบ่งไว้ใช้ในแต่ละวัน

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

2) ข้อใดมีความหมายตรงกับประโยคที่กล่าวว่า *"ส่วนที่สองเป็นเงินสำหรับค่าใช้สอยทั่วไปจำนวน $1\frac{3}{5}$ ของเงินส่วนแรก"* มากที่สุด

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

ก. หมายถึง เงินส่วนที่สองมากกว่าเงินส่วนแรก $1\frac{3}{5}$ บาท

ข. หมายถึง เงินส่วนที่สองเป็น $1\frac{3}{5}$ เท่าของเงินส่วนแรก

ค. หมายถึง เงินส่วนแรกเท่ากับ $1\frac{3}{5}$ เท่าของเงินส่วนที่สอง

ง. หมายถึง เงินส่วนแรกเท่ากับ เงินส่วนที่สองที่แบ่งออกเป็น $1\frac{3}{5}$ ส่วน

3) ข้อใดถูกต้องที่สุด

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

ก. เงินเดือนที่สมศรีแบ่งไว้ในแต่ละส่วน มีจำนวนเท่ากัน
ข. เงินส่วนที่สองมากกว่าเงินส่วนแรก
ค. เงินส่วนที่สองมีจำนวนมากกว่า 6,000 บาท
ง. ผลรวมของเงินทั้งสามส่วน มากกว่าเงินเดือนของสมศรี

4) ข้อใดใช้ “*จำนวนในโจทย์ปัญหา*” ได้ถูกต้องที่สุด

ก. 11,535 ÷ 3 = เงินที่แบ่งไว้ในแต่ละส่วน

ข. $(1\frac{3}{5} \times$ เงินส่วนแรก$)$ + เงินส่วนที่สอง = เงินส่วนที่สาม

ค. เงินส่วนแรก ÷ เงินส่วนที่สอง = $1\frac{3}{5}$

ง. 11,535 - (เงินส่วนแรก + เงินส่วนที่สาม) = เงินส่วนที่สอง

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

5) ให้นักเรียนวางแผนว่าจะแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง โดยเลือกขั้นตอนที่กำหนดมาให้ แล้ว<u>เรียงลำดับขั้นตอนที่เลือก</u>โดยใส่ตัวเลข 1, 2, 3,... ลงในช่องว่างหน้าขั้นตอนที่เลือก ตามลำดับที่จะแก้ปัญหา ส่วนขั้นตอนใดที่*ไม่ได้*เลือกมาใช้แก้ปัญหา ให้ทำเครื่องหมาย “ – “ ลงในช่องว่าง
(ถ้านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาหลายวิธี ให้เลือกใช้ 1 วิธีเท่านั้น)

_____ ก. หาเงินส่วนที่สอง

_____ ข. หาเงินเดือนที่เหลือ หลังจากแบ่งเงินส่วนแรกไว้ฝากธนาคารแล้ว

_____ ค. หาเงินส่วนที่สาม

_____ ง. หาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้จ่ายในแต่ละวัน

_____ จ. หาผลรวมของเงินที่แบ่งไว้ในแต่ละส่วน

_____ ฉ. หาผลรวมของเงินส่วนแรกกับเงินส่วนที่สอง

_____ ช. หาผลต่างของเงินส่วนแรกกับเงินส่วนที่สอง

6) จงแสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่นักเรียนวางแผนไว้ในข้อ 5

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ _____

โจทย์ปัญหาที่ 4

แท้งค์น้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอันหนึ่งกว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร สูง 1.2 เมตร และมีน้ำอยู่เต็มแท้งค์ ต่อมาระพีใช้น้ำไป 4,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร แต่เขาปิดก๊อกน้ำไม่สนิทจึงทำให้ทุกๆ 1 นาที มีน้ำไหลออกจากแท้งค์ 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้าระพีกลับมาปิดก๊อกน้ำให้สนิทหลังจากเวลาผ่านไปแล้ว 3 ชั่วโมง อยากทราบว่า ระพีจะเหลือน้ำในแท้งค์กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ข้อสอบของโจทย์ปัญหาที่ 4

1) ข้อใดต่อไปนี้ *ไม่*ถูกต้อง

ก. แท้งค์น้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร และสูง 1 เมตร 2 เซนติเมตร
ข. ก่อนที่ระพีจะใช้น้ำจากแท้งค์ ขณะนั้นมีน้ำอยู่เต็มแท้งค์พอดี
ค. ระพีปิดก๊อกน้ำไม่สนิท ทำให้น้ำไหลออกจากแท้งค์นาน 3 ชั่วโมง
ง. สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ น้ำที่เหลืออยู่ในแท้งค์ หลังจากระพีปิดก๊อกน้ำให้สนิทเรียบร้อยแล้ว

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

2) ข้อใดอธิบายความหมายของ "ทุกๆ 1 นาที มีน้ำไหลออกจากแท้งค์ 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร" ได้ถูกต้องที่สุด

ก. หมายถึง น้ำไหลออกจากแท้งค์มากกว่า 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร ภายในเวลา 1 นาที
ข. หมายถึง น้ำไหลออกจากแท้งค์น้อยกว่า 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร ภายในเวลา 1 นาที
ค. หมายถึง น้ำ 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะไหลออกจากแท้งค์ โดยใช้เวลามากกว่า 1 นาที
ง. หมายถึง น้ำ 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะไหลออกจากแท้งค์ โดยใช้เวลา 1 นาที

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

3) ข้อใดถูกต้องที่สุด

ก. ระพีใช้น้ำจากแท้งค์มากกว่า 0.045 ลูกบาศก์เมตร
ข. น้ำที่เต็มแท้งค์มีปริมาตรน้อยกว่า 1,000,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
ค. ระพีปิดก๊อกน้ำไม่สนิท จึงทำให้น้ำไหลออกจากแท้งค์ใช้เวลามากกว่า 190 นาที
ง. น้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะระพีปิดก๊อกน้ำไม่สนิท มีปริมาตรมากกว่า 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

4) ข้อใดใช้ "*จำนวนในโจทย์ปัญหา*" ได้ถูกต้องที่สุด

ก. 4,500 + น้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท = น้ำที่เต็มแท้งค์
ข. น้ำที่เต็มแท้งค์ - 4,500 - (70 × 3) = น้ำที่เหลือในแท้งค์ หลังจากระพีปิดก๊อกน้ำให้สนิทเรียบร้อยแล้ว
ค. 1(เมตร) × 1(เมตร) × 1.2(เมตร) = น้ำที่เต็มแท้งค์ (มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เมตร)
ง. 70 ÷ 3 = น้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท

ระดับความมั่นใจในการเลือก				
มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด

5) ให้นักเรียนวางแผนว่าจะแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง โดยเลือกขั้นตอนที่กำหนดมาให้ แล้ว<u>เรียงลำดับขั้นตอนที่เลือก</u>โดยใส่ตัวเลข 1, 2, 3,... ลงในช่องว่างหน้าขั้นตอนที่เลือก ตามลำดับที่จะแก้ปัญหา ส่วนขั้นตอนใดที่*ไม่ได้*เลือกมาใช้แก้ปัญหา ให้ทำเครื่องหมาย " – " ลงในช่องว่าง
(ถ้านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาหลายวิธี ให้เลือกใช้ 1 วิธีเท่านั้น)

_____ ก. หาน้ำที่เต็มแท้งค์
_____ ข. หาน้ำที่เหลือในแท้งค์หลังจากระพีปิดก๊อกน้ำให้สนิทเรียบร้อยแล้ว
_____ ค. หาผลต่างของน้ำที่ระพีใช้ไป กับน้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท
_____ ง. หาว่าน้ำที่ระพีใช้ไป เป็นกี่เท่าของน้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท
_____ จ. หาน้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท
_____ ฉ. หาผลรวมของน้ำที่ระพีใช้ไป กับน้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท
_____ ช. หาน้ำที่เหลือในแท้งค์หลังจากระพีใช้น้ำไป 4,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร

6) จงแสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่วางแผนไว้ในข้อ 5

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ _____

เฉลยแบบวัดทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาที่ 1

ข้อสอบที่ 1 : ง. ***ข้อสอบที่ 2 :*** ก. ***ข้อสอบที่ 3 :*** ง. ***ข้อสอบที่ 4 :*** ง.
ข้อสอบที่ 5 :

โจทย์ปัญหาข้อนี้มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมเพียง 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบการแก้ปัญหาในกลุ่มทั้งหมด 3 รูปแบบดังนี้

รูปแบบการแก้ปัญหา	ขั้นตอนที่ปรากฏ	แนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
*รูปแบบที่ 1	ก, ข, ค และ ช	ค – ข – ก – ช
รูปแบบที่ 2	ก, ข, ค, จ และ ช	ค – ข – จ – ก – ช
รูปแบบที่ 3	ก, ข, ค, ง และ ช	ค – ข – ง – ก – ช

หมายเหตุ *: รูปแบบการแก้ปัญหาที่ 1 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักของกลุ่ม ส่วนรูปแบบการแก้ปัญหาที่ 2 และรูปแบบที่ 3 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไป*

การจำแนกขั้นตอนที่กำหนดมาให้ออกเป็นประเภทต่างๆ

- ขั้นตอนสุดท้าย คือ ขั้นตอน ช
- ขั้นตอนหลัก(ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย) ได้แก่ ขั้นตอน ก, ข และ ค
- ขั้นตอนแทรก ได้แก่ ขั้นตอน ง และ จ
- ขั้นตอนไม่ใช้ คือ ขั้นตอน ฉ

เกณฑ์การให้คะแนน:

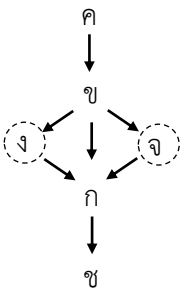
ส่วนที่ 1 : การเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)

- คะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้ายคือ 0.1 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก(ยกเว้นขั้นตอนสุดท้าย)ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.3 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนแทรกได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ - 0.9 คะแนน

ส่วนที่ 2 : การเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)

- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบที่ 1
  - คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.15 คะแนน
- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบที่ 2 และ 3
  - คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.1 คะแนน

ตารางสรุปแนวทางของการวางแผนแก้ปัญหา

ลำดับการแก้ปัญหา	รูปแบบที่ 1	รูปแบบที่ 2	รูปแบบที่ 3	แผนผังสรุปลำดับการแก้ปัญหา*
ลำดับที่ (1)	ค	ค	ค	
ลำดับที่ (2)	ข	ข	ข	
ลำดับที่ (3)	ก	จ	ง	
ลำดับที่ (4)	ช	ก	ก	
ลำดับที่ (5)	-	ช	ช	

**หมายเหตุ* : ◌ แทนขั้นตอนแทรก

ตารางตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา

รูปแบบการแก้ปัญหา	เกณฑ์การให้คะแนน	ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่อยู่ลำดับถัดจาก ขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่ต้องการตรวจสอบต่อไปนี้					
		ค	**ข**	**ก**	**ง**	**จ**	**ช**
รูปแบบที่ 1	0.15 คะแนน/ลำดับ	ข, ก, ช	ก, ช	ช			*- ไม่มี -*
รูปแบบที่ 2	0.1 คะแนน/ลำดับ	ข, ก, จ, ช	ก, จ, ช	ช		ก, ช	*- ไม่มี -*
รูปแบบที่ 3	0.1 คะแนน/ลำดับ	ข, ก, ง, ช	ก, ง, ช	ช	ก, ช		*- ไม่มี -*

ข้อสอบที่ 6 :

วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 และ 2

1. หาพื้นที่กระดาษรูปวงกลมที่ตัดไปใช้ (ขั้นตอน ค.)
   เนื่องจากสุธีตัดกระดาษรูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 28 เซนติเมตร
   ดังนั้น กระดาษรูปวงกลมจึงมีรัศมียาว $28 \div 2 = 14$ เซนติมเตร
   เพราะฉะนั้น กระดาษรูปวงกลมมีพื้นที่ $= \pi r^2 = \pi \times 14 \times 14 = \frac{22}{7} \times 14 \times 14$
   $= 616$ ตารางเซนติเมตร
2. หาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ตัดไปใช้ (ขั้นตอน ข.)
   เนื่องจาก กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม = 144 ตร.ซม.
   ดังนั้น กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่เท่ากับ $616 + 144 = 760$ ตารางเซนติเมตร
3. หาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ขั้นตอน ก.)
   โจทย์กำหนดให้ สุธีเหลือกระดาษอยู่อีก 1,114 ตารางเซนติเมตร
   แสดงว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่เท่ากับ $1,124 + 616 + 760 = 2,500$ ตร.ซม.
4. หาความยาวแต่ละด้านของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ขั้นตอน ช.)
   เนื่องจาก สูตรหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ ด้าน × ด้าน
   นั่นคือ ความยาวด้าน × ความยาวด้าน = 2,500 ตารางเซนติเมตร
   แสดงว่า กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้านเท่ากับ 50 เซนติเมตร

สรุป ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ค – ข – ก – ช

หรืออาจแทรกขั้นตอน จ. คือ หาพื้นที่ของกระดาษทั้งหมดที่ตัดไปใช้ หรือหาผลรวมของพื้นที่กระดาษรูปวงกลมกับพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่สุธีตัดไปใช้ หลังขั้นตอนที่ 3 นั่นคือ พื้นที่ของกระดาษทั้งหมดที่ตัดไปใช้เท่ากับ $616 + 760 = 1,376$ ตารางเซนติเมตร จากนั้นจึงทำขั้นตอนที่ 4 ต่อไป จึงสามารถลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อีกรูปแบบหนึ่งคือ

ค – ข – จ – ก – ช

<u>วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 3</u>

1. หาพื้นที่กระดาษรูปวงกลมที่ตัดไปใช้ (ขั้นตอน ค.)
   เนื่องจากสุธีตัดกระดาษรูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 28 เซนติเมตร
   ดังนั้น กระดาษรูปวงกลมจึงมีรัศมียาว $28 \div 2 = 14$ เซนติมเตร
   เพราะฉะนั้น กระดาษรูปวงกลมมีพื้นที่ $= \pi r^2 = \pi \times 14 \times 14 = \frac{22}{7} \times 14 \times 14$
   $= 616$ ตารางเซนติเมตร
2. หาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ตัดไปใช้ (ขั้นตอน ข.)
   เนื่องจาก กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่มากกว่ากระดาษรูปวงกลม 154 ตร.ซม.
   ดังนั้น กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่เท่ากับ $616 + 144 = 760$ ตารางเซนติเมตร
3. หาพื้นที่หาพื้นที่ที่เหลือของกระดาษแผ่นเดิม หลังจากที่สุธีตัดกระดาษรูปวงกลมไปใช้แล้ว (ขั้นตอน ง.)
   โจทย์บอกว่า สุธีเหลือกระดาษอยู่อีก 1,124 ตารางเซนติเมตร
   แสดงว่า หลังจากสุธีตัดกระดาษรูปวงกลมไปใช้ เขาเหลือกระดาษอยู่ $1,124 + 760$ ตร.ซม.
   $= 1,884$ ตร.ซม.
4. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ขั้นตอน ก.)
   เพราะว่า หลังจากที่สุธีตัดกระดาษรูปวงกลมไปใช้ เขาเหลือกระดาษอยู่ 1,884 ตร.ซม.
   แสดงว่า เดิมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่เท่ากับ $1,884 + 616 = 2,500$ ตร.ซม.
5. หาความยาวแต่ละด้านของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ขั้นตอน ช.)
   เนื่องจาก สูตรหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ ด้าน × ด้าน
   นั่นคือ ความยาวด้าน × ความยาวด้าน = 2,500 ตารางเซนติเมตร
   เนื่องจาก $50 \times 50 = 2,500$
   แสดงว่า กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้านเท่ากับ 50 เซนติเมตร

<u>สรุป</u> ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ค – ข – ง – ก – ช

• *เกณฑ์การให้คะแนนของทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2*

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)	**ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	**ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
ขั้นตอนที่ 1 (ค.)	0.625 คะแนน - นักเรียนเลือกใช้สูตรหาพื้นที่รูปวงกลมคือ πr^2 และประยุกต์ข้อมูลมาใช้กับสูตรได้ถูกต้องตามหลักการ 0.312 คะแนน - นักเรียนมีการเลือกใช้สูตรในการหาพื้นที่รูปวงกลม แต่จำสูตรผิดพลาด หรือใช้สูตรวงกลมถูกต้อง แต่ประยุกต์ข้อมูลมาใช้ผิดหลักการ 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้สูตรหาพื้นที่รูปวงกลม, นักเรียนหาพื้นที่รูปวงกลมโดยไม่ใช้สูตรหรือหาพื้นที่วงกลมด้วยวิธีที่ไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.25 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่รูปวงกลมถูกต้องตามหลักเลขคณิต 0.187 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่รูปวงกลมผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด, นักเรียนมีการคำนวณที่ถูกต้อง แต่ใช้สูตรรูปวงกลมผิดเพราะจำสูตรผิด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่กระดาษรูปวงกลมไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 2 (ข.) (และขั้นตอนแทรก ง.)	0.625 คะแนน – นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าถูกต้อง	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าถูกต้องตามหลักการเลขคณิต

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)	**ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	**ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
- (ต่อ) – ขั้นตอนที่ 2 (ข.) (และขั้นตอนแทรก ง.)	*- (ต่อ) –* 0.312 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ถูกต้องแล้ว, นักเรียนทำขั้นตอนแทรก ง. ถูกต้องแล้ว แต่ผิดพลาดที่ขั้นตอน ข. หรือในทางกลับกัน 0 คะแนน - นักเรียนหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าด้วยวิธีที่ไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) –* 0.25 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) –* 0.187 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 3 (ก.) (และขั้นตอนแทรก จ.)	0.625 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ถูกต้อง 0.312 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ถูกต้องแล้ว, นักเรียนทำขั้นตอนแทรก ง. ถูกต้องแล้ว แต่ผิดพลาดที่ขั้นตอน ข. หรือในทางกลับกัน 0 คะแนน - นักเรียนหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยวิธีที่ไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.25 คะแนน – นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน – นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสถูกต้องหลักเลขคณิต 0.187 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาพื้นที่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)	**ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	**ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
ขั้นตอนที่ 4 (ช.)	0.625 คะแนน - นักเรียนประยุกต์ใช้สูตรหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ในการหาความยาวด้านของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสถูกต้องตามหลักการ 0.312 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาความยาวด้านของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิดพลาด แต่ประยุกต์ใช้สูตรหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสถูกต้องแล้ว 0 คะแนน - นักเรียนประยุกต์ใช้สูตรหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพื่อหาความยาวด้านไม่ถูกหลักการ, นักเรียนหาความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยวิธีที่ไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.25 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยประยุกต์สูตรหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.187 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้

<u>โจทย์ปัญหาที่ 2</u>

<u>ข้อสอบที่ 1</u> : ข. ***<u>ข้อสอบที่ 2</u> :*** ค. ***<u>ข้อสอบที่ 3</u> :*** ข. ***<u>ข้อสอบที่ 2</u> :*** ง.

<u>ข้อสอบที่ 5</u> :

โจทย์ปัญหาข้อนี้มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม 2 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีรูปแบบการแก้ปัญหาในกลุ่มเพียง 1 รูปแบบดังนี้

รูปแบบการแก้ปัญหา	ขั้นตอนที่ปรากฏ	แนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
รูปแบบที่ 1 (*กลุ่มที่ 1*)	ก, ข และ ช	ช – ข – ก
รูปแบบที่ 2 (*กลุ่มที่ 2*)	ก, จ, ฉ และ ช	ฉ - ช – จ – ก หรือ ช – ฉ – จ - ก

การจำแนกขั้นตอนที่กำหนดมาให้ออกเป็นประเภทต่างๆ

<u>กลุ่มที่ 1</u> (รูปแบบการแก้ปัญหาที่ 1)

- ขั้นตอนสุดท้าย คือ ขั้นตอน ก
- ขั้นตอนหลัก(ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย) ได้แก่ ขั้นตอน ข และ ช
- ขั้นตอนแทรก - *ไม่มี* -
- ขั้นตอนหลักรอง(หรือขั้นตอนหลักของกลุ่มอื่น) คือ ขั้นตอน จ และ ฉ
- ขั้นตอนไม่ใช้ คือ ขั้นตอน ค และ ง

เกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มที่ 1:

<u>ส่วนที่ 1</u> : การเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)

- คะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้ายคือ 0.1 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก(ยกเว้นขั้นตอนสุดท้าย)ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.45 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักรองได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.15 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ - 0.45 คะแนน

<u>ส่วนที่ 2</u> : การเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)

- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบที่ 1
  - คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.25 คะแนน

<u>กลุ่มที่ 2</u> (รูปแบบการแก้ปัญหาที่ 2)

- ขั้นตอนสุดท้าย คือ ขั้นตอน ก
- ขั้นตอนหลัก(ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย) ได้แก่ ขั้นตอน จ, ฉ และ ช
- ขั้นตอนแทรก - *ไม่มี* -
- ขั้นตอนหลักรอง(หรือขั้นตอนหลักของกลุ่มอื่น) คือ ขั้นตอน ข
- ขั้นตอนไม่ใช้ คือ ขั้นตอน ค และ ง

เกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มที่ 2:

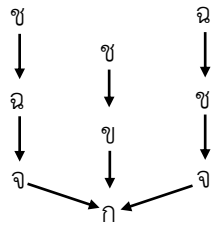
<u>ส่วนที่ 1</u> : การเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)

- คะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้ายคือ 0.1 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก(ยกเว้นขั้นตอนสุดท้าย)ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.3 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักรองได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.15 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ - 0.45 คะแนน

<u>ส่วนที่ 2</u> : การเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)

- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบที่ 2
  - คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.15 คะแนน

<u>ตารางสรุปแนวทางของการวางแผนแก้ปัญหา</u>

ลำดับการแก้ปัญหา	**รูปแบบที่ 1 (*กลุ่มที่ 1*)**	**รูปแบบที่ 2 (*กลุ่มที่ 2*)**		**แผนผังสรุปลำดับการแก้ปัญหา**
		แนวทางที่ 1	**แนวทางที่ 2**	
ลำดับที่ (1)	ช	ฉ	ช	
ลำดับที่ (2)	ข	ช	ฉ	
ลำดับที่ (3)	ก	จ	จ	
ลำดับที่ (4)	-	ก	ก	

ตารางตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา

รูปแบบการแก้ปัญหา		เกณฑ์การให้คะแนน	ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่อยู่ลำดับถัดจาก ขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่ต้องการตรวจสอบต่อไปนี้				
			ช	**ข**	**ฉ**	**จ**	**ก**
รูปแบบที่ 1		0.25 คะแนน/ลำดับ	ก, ข	ก			*- ไม่มี -*
รูปแบบที่ 2	*แนวทางที่ 1*	0.15 คะแนน/ลำดับ	ก, จ		ก, จ, ช	ก	*- ไม่มี -*
	แนวทางที่ 2	0.15 คะแนน/ลำดับ	ก, จ, ฉ		ก, จ	ก	*- ไม่มี -*

ข้อสอบที่ 6 :

วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 1

1. หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์ จากปั๊มไปถึงกรุงเทพ (ขั้นตอน ช.)
   เนื่องจากชัยยศเติมน้ำมันจากปั๊มน้ำมันมา 37 ลิตร และใช้น้ำมันในการเดินทางจากปั๊มน้ำมันไปถึงกรุงเทพเหลือเพียง 10 ลิตร
   แสดงว่าปริมาณน้ำมันที่ใช้ในการเดินทางจากปั๊มน้ำมันไปถึงกรุงเทพเท่ากับ 37 - 10 = 27 ลิตร
2. หาระยะทางจากปั๊มไปถึงกรุงเทพ (ขั้นตอน ข.)
   โจทย์บอกว่า รถยนต์ของชัยยศใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร
   เทียบบัญญัติไตรยางศ์เพื่อหาระยะทางจากปั๊มน้ำมันไปถึงกรุงเทพ
   เมื่อรถยนต์ใช้น้ำมัน 2 ลิตร จะแล่นได้ 33 กิโลเมตร
   ถ้ารถยนต์ใช้น้ำมัน 27 ลิตร จะแล่นได้ระยะทางทั้งสิ้นเท่ากับ $\frac{33}{2} \times 27$ กิโลเมตร
   $= 445\frac{1}{2}$ กิโลเมตร หรือ 445.5 กิโลเมตร
3. หาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพ (ขั้นตอน ก.)
   โจทย์กำหนดให้ ชัยยศเดินทางจากจังหวัดอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊มน้ำมันเป็นระยะทาง $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ดังนั้นชัยยศเดินทางจากจังหวัดอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพเป็นระยะทางเท่ากับ
   $46\frac{2}{5} + 445\frac{1}{2} = 46.40 + 445.50 = 491.9$ กิโลเมตร หรือ
   $46\frac{2}{5} + 445\frac{1}{2} = \frac{232}{5} + \frac{891}{2} = \frac{464 + 4,455}{10} = \frac{4,919}{10} = 491.9$ กิโลเมตร

สรุป ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ช – ข – ก

<u>วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 2</u>

1. หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊ม (ขั้นตอน ฉ.)
   เนื่องจากชัยยศเดินทางจากจังหวัดอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊มน้ำมันเป็นระยะทาง $46\frac{2}{5}$ กิโลเมตร ซึ่งคิดเป็นระยะทาง 46.4 กิโลเมตร และรถยนต์ของชัยยศใช้น้ำมัน 2 ลิตร แล่นได้ 33 กิโลเมตร
   แสดงว่าปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊มเท่ากับ $\frac{2}{33} \times 46.4 \approx 2.812$ ลิตร
2. หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์ จากปั๊มไปถึงกรุงเทพ (ขั้นตอน ช.)
   เนื่องจากชัยยศเติมน้ำมันจากปั๊มน้ำมันมา 37 ลิตร และใช้น้ำมันในการเดินทางจากปั๊มน้ำมันไปถึงกรุงเทพเหลือเพียง 10 ลิตร
   แสดงว่าปริมาณน้ำมันที่ใช้ในการเดินทางจากปั๊มน้ำมันไปถึงกรุงเทพเท่ากับ 37 - 10 = 27 ลิตร
3. หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพ (ขั้นตอน จ.)
   เนื่องจากปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงปั๊มคือ 2.812 ลิตร และปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มน้ำมันไปถึงกรุงเทพเท่ากับ 27 ลิตร ดังนั้นปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพคือ 2.812 + 27 = 29.812 ลิตร
4. หาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพ (ขั้นตอน ก.)
   เทียบบัญญัติไตรยางศ์เพื่อหาระยะทางจากปั๊มน้ำมันไปถึงกรุงเทพ
   เมื่อรถยนต์ใช้น้ำมัน 2 ลิตร จะแล่นได้ 33 กิโลเมตร
   ถ้ารถยนต์ใช้น้ำมัน 29.812 ลิตร จะแล่นได้ระยะทางทั้งสิ้นเท่ากับ $\frac{33}{2} \times 29.812 =$ 491.89 กิโลเมตร ดังนั้นระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพคือ 491.89 กิโลเมตร

<u>สรุป</u> ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ฉ – ช – จ – ก

• ***เกณฑ์การให้คะแนนของทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 1***

เกณฑ์การให้คะแนน / **ขั้นตอนการแก้ปัญหา**	**การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา**		
	***ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)**	***ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	***ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
ขั้นตอนที่ 1 (ข.)	0.833 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพได้ถูกต้อง 0.416 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.666 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.333 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.25 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพผิดพลาดอันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพไม่ถูกต้องตามหลักเลขคณิต หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 2 (ข.)	0.833 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพได้ถูกต้อง	0.666 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่	0.5 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต

**<u>หมายเหตุ</u> : ถ้านักเรียนสามารถแสดงวิธีทำหรือแสดงความสามารถของทักษะใดได้ถูกต้องครบทุกขั้นตอน จะได้คะแนนเต็มของทักษะนั้น*

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)	**ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	**ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
- (ต่อ) - ขั้นตอนที่ 2 (ข.)	*- (ต่อ) -* 0.416 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0.333 คะแนน – นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจนหรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน – นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0.25 คะแนน – นักเรียนคำนวณหาระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาระยะทางจากปั๊มไปกรุงเทพไม่ถูกต้องตามหลักเลขคณิต หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 3 (ก.)	0.833 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพได้ถูกต้อง 0.416 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.666 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.333 คะแนน – นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจนหรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทาง 0 คะแนน – นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด	0.5 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.25 คะแนน – นักเรียนคำนวณหาหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้

• ***เกณฑ์การให้คะแนนของทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 2***

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	**การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา**		
	***ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)**	***ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	***ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
ขั้นตอนที่ 1 (ฉ.)	0.625 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปปั๊มได้ถูกต้อง 0.312 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปปั๊มผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปปั๊มไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.25 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปปั๊มได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.187 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปปั๊มผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปปั๊มไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 2 (ช.)	0.625 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพถูกต้องตามหลักการเลขคณิต

**<u>หมายเหตุ</u> : ถ้านักเรียนสามารถแสดงวิธีทำหรือแสดงความสามารถของทักษะใดได้ถูกต้องครบทุกขั้นตอน จะได้คะแนนเต็มของทักษะนั้น*

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)	**ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	**ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
- (ต่อ) - ขั้นตอนที่ 2 (ช.)	*- (ต่อ) -* 0.312 คะแนน – นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0.25 คะแนน – นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0.187 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 3 (จ.)	0.625 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพได้ถูกต้อง 0.312 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.25 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.187 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)	**ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	**ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
- (ต่อ) - ขั้นตอนที่ 3 (จ.)	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากอุตรดิตถ์ไปกรุงเทพไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 4 (ก.)	0.625 คะแนน – นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพได้ถูกต้อง 0.312 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.25 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.187 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาระยะทางจากอุตรดิตถ์ไปถึงกรุงเทพไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้

<u>โจทย์ปัญหาที่ 3</u>

<u>ข้อสอบที่ 1</u> : ข. ***<u>ข้อสอบที่ 2</u> :*** ข. ***<u>ข้อสอบที่ 3</u> :*** ข. ***<u>ข้อสอบที่ 4</u> :*** ง.

<u>ข้อสอบที่ 5</u> :

โจทย์ปัญหาข้อนี้มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบการแก้ปัญหาในกลุ่มทั้งหมด 3 รูปแบบดังนี้

รูปแบบการแก้ปัญหา	ขั้นตอนที่ปรากฏ	แนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
*รูปแบบที่ 1	ก, ค และ ง	ก – ค – ง
รูปแบบที่ 2	ก, ค, ง และ ฉ	ก – ฉ – ค – ง
รูปแบบที่ 3	ก, ข, ค และ ง	ข – ก – ค – ง หรือ ก – ข – ค – ง

<u>หมายเหตุ</u> *: รูปแบบการแก้ปัญหาที่ 1 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักของกลุ่ม ส่วนรูปแบบการแก้ปัญหาที่ 2 และรูปแบบที่ 3 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไป*

การจำแนกขั้นตอนที่กำหนดมาให้ออกเป็นประเภทต่างๆ

- ขั้นตอนสุดท้าย คือ ขั้นตอน ง
- ขั้นตอนหลัก(ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย) ได้แก่ ขั้นตอน ก และ ค
- ขั้นตอนแทรก ได้แก่ ขั้นตอน ข และ ฉ
- ขั้นตอนที่ไม่ใช้ ได้แก่ ขั้นตอน จ และ ช

เกณฑ์การให้คะแนน:

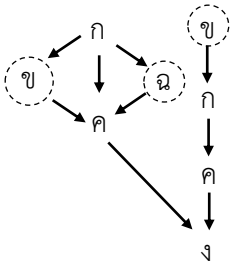
<u>ส่วนที่ 1</u> : การเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)

- คะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้ายคือ 0.1 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก(ยกเว้นขั้นตอนสุดท้าย)ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.45 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนแทรกได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ -0.45 คะแนน

<u>ส่วนที่ 2</u> : การเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)

- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบที่ 1
  - คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.25 คะแนน
- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบที่ 2 และรูปแบบที่ 3
  - คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.15 คะแนน

ตารางสรุปแนวทางของการวางแผนแก้ปัญหา

ลำดับการแก้ปัญหา	รูปแบบที่ 1	รูปแบบที่ 2	รูปแบบที่ 3		แผนผังสรุปลำดับการแก้ปัญหา*
			แนวทางที่ 1	แนวทางที่ 2	
ลำดับที่ (1)	ก	ก	ข	ก	
ลำดับที่ (2)	ค	ฉ	ก	ข	
ลำดับที่ (3)	ง	ค	ค	ค	
ลำดับที่ (4)	-	ง	ง	ง	

**หมายเหตุ* : ◌ แทนขั้นตอนแทรก

ตารางตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา

รูปแบบการแก้ปัญหา	เกณฑ์การให้คะแนน	ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่อยู่ลำดับถัดจาก ขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่ต้องการตรวจสอบต่อไปนี้				
		ก	ค	ข	ฉ	ง
รูปแบบที่ 1	0.25 คะแนน/ลำดับ	ค, ง	ง			*- ไม่มี -*
รูปแบบที่ 2	0.15 คะแนน/ลำดับ	ค, ง, ฉ	ง		ค, ง	*- ไม่มี -*
รูปแบบที่ 3*	0.15 คะแนน/ลำดับ	ค, ง	ง	ก, ค, ง		*- ไม่มี -*
	0.15 คะแนน/ลำดับ	ข, ค, ง	ง	ค, ง		*- ไม่มี -*

****หมายเหตุ*** : *ลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกขั้นตอน ข กับขั้นตอนหลักคือขั้นตอน ค และขั้นตอน ง มีความแน่นอนตายตัว ส่วนลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกขั้นตอน ข กับขั้นตอนหลักขั้นตอน ก ไม่มีความแน่นอนตายตัว*

ข้อสอบที่ 6 :

วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 1

1. หาเงินส่วนที่สอง (ขั้นตอน ก.)
   โจทย์บอกว่า สมศรีแบ่งเงินในส่วนที่สองคิดเป็นของเงินส่วนแรก และเธอแบ่งเงินส่วนแรกไปฝากธนาคาร 3,000 บาท ดังนั้น เธอแบ่งเงินส่วนที่สองไว้ $1\frac{3}{5} \times 3{,}000 = \frac{8}{5} \times 3{,}000$ บาท
   $= 4{,}800$ บาท
2. หาเงินส่วนที่สาม (ขั้นตอน ค.)
   เนื่องจาก สมศรีแบ่งเงินในส่วนแรก 3,000 บาท แบ่งเงินส่วนที่สอง 4,800 บาท
   ดังนั้น เธอจึงแบ่งเงินส่วนที่สามจำนวน 11,535 - 3,000 - 4,800 = 3,735 บาท
3. หาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้จ่ายในแต่ละวัน (ขั้นตอน ง.)
   เนื่องจาก สมศรีแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ทั้งหมด 3,735 บาท
   ดังนั้น เธอจึงแบ่งเงินส่วนที่สามไว้ใช้ในแต่ละวันเท่ากับ $3{,}735 \div 30 = 124.50$ บาท

สรุป ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ก – ค – ง

วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 2

1. หาเงินส่วนที่สอง (ขั้นตอน ก.)
   โจทย์บอกว่า สมศรีแบ่งเงินในส่วนที่สองคิดเป็นของเงินส่วนแรก และเธอแบ่งเงินส่วนแรกไปฝากธนาคาร 3,000 บาท แสดงว่า เธอแบ่งเงินส่วนที่สองไว้ $1\frac{3}{5} \times 3{,}000 = \frac{8}{5} \times 3{,}000$
   $= 4{,}800$ บาท
2. หาผลรวมของเงินที่แบ่งไว้ในส่วนแรกกับส่วนที่สอง (ขั้นตอน ฉ.)
   เนื่องจาก สมศรีแบ่งเงินส่วนแรกไว้ 3,000 บาท และแบ่งเงินส่วนที่สองไว้ 4,800 บาท
   ดังนั้น เธอจึงแบ่งเงินทั้งสองส่วนรวมกันเท่ากับ 3,000 + 4,800 = 7,800 บาท
3. หาเงินส่วนที่สาม (ขั้นตอน ค.)
   เนื่องจาก สมศรีแบ่งเงินในส่วนแรกกับเงินส่วนที่สองไว้ 7,800 บาท
   ดังนั้น เงินเดือนที่เหลือซึ่งเป็นเงินส่วนที่สามเท่ากับ 11,535 - 7,800 = 3,735 บาท
4. หาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้จ่ายในแต่ละวัน (ขั้นตอน ง.)
   เนื่องจาก สมศรีแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ทั้งหมด 3,735 บาท
   ดังนั้น เธอจึงแบ่งเงินส่วนที่สามไว้ใช้ในแต่ละวันเท่ากับ $3{,}735 \div 30 = 124.50$ บาท

สรุป ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ก – ฉ – ค – ง

<u>วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 3</u>

1. หาเงินเดือนที่เหลือ เมื่อแบ่งไว้ในส่วนแรกแล้ว (ขั้นตอน ข.)
   โจทย์บอกว่า สมศรีมีเงินเดือน 11,535 บาท และเธอแบ่งเงินส่วนแรกไปฝากธนาคาร 3,000 บาท ดังนั้น เงินเดือนที่เหลือจากเมื่อแบ่งไว้ในส่วนแรกคือ 11,535 - 3,000 = 8,535 บาท
2. หาเงินที่แบ่งไว้ในส่วนที่สอง (ขั้นตอน ก.)
   โจทย์บอกว่า สมศรีแบ่งเงินในส่วนที่สองคิดเป็นของเงินส่วนแรก และเธอแบ่งเงินส่วนแรกไปฝากธนาคารจำนวน 3,000 บาท
   แสดงว่า เธอแบ่งเงินส่วนที่สองไว้ $1\frac{3}{5} \times 3{,}000 = \frac{8}{5} \times 3{,}000 = 4{,}800$ บาท
3. หาเงินที่แบ่งไว้ในส่วนที่สามทั้งหมด (ขั้นตอน ค.)
   เนื่องจาก เงินเดือนที่เหลือจากเมื่อแบ่งไว้ในส่วนแรกเท่ากับ 8,535 บาท และเธอแบ่งเงินไว้ใช้ในส่วนที่สอง 4,800 บาท
   ดังนั้น เธอจึงแบ่งเงินส่วนที่สามทั้งหมด 8,535 - 4,800 = 3,735 บาท
4. หาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้จ่ายในแต่ละวัน (ขั้นตอน ง.)
   เนื่องจาก สมศรีแบ่งเงินในส่วนที่สามไว้ทั้งหมด 3,735 บาท
   ดังนั้น เธอจึงแบ่งเงินส่วนที่สามไว้ใช้ในแต่ละวันเท่ากับ 3,735 ÷ 30 = 124.50 บาท

<u>สรุป</u> ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ข – ก – ค – ง หรือ ก – ข – ค – ง

• ***เกณฑ์การให้คะแนนของทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2***

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	***ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)**	***ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	***ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
ขั้นตอนที่ 1 (ก.)	0.833 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาเงินส่วนที่สองได้ถูกต้อง 0.416 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาปริมาณน้ำมันที่ใช้ขับรถยนต์จากปั๊มไปกรุงเทพผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาเงินส่วนที่สองไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.666 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.333 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สองได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.25 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สองผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สองไม่ถูกต้องตามหลักเลขคณิต หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 2 (ค.) (และขั้นตอนแทรก ฉ.)	0.833 คะแนน – นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาเงินส่วนที่สามได้ถูกต้อง 0.416 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาเงินส่วนที่สามผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว หรือนักเรียนทำขั้นตอนแทรก ฉ. ถูกต้องแล้ว แต่ผิดพลาดที่ขั้นตอน ค. หรือในทางกลับกัน	0.666 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.333 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด	0.5 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สามได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.25 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สามผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด

**<u>หมายเหตุ</u> : ถ้านักเรียนสามารถแสดงวิธีทำหรือแสดงความสามารถของทักษะใดได้ถูกต้องครบทุกขั้นตอน จะได้คะแนนเต็มของทักษะนั้น*

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)	**ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	**ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
- (ต่อ) - ขั้นตอนที่ 2 (ค.) (และขั้นตอนแทรก ฉ.)	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาเงินส่วนที่สามไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สามไม่ถูกต้องตามหลักเลขคณิต หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 3 (ง.) (และขั้นตอนแทรก ข.)	0.625 คะแนน – นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้ในแต่ละวันได้ถูกต้อง 0.312 คะแนน – นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้ในแต่ละวันผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว หรือนักเรียนทำขั้นตอนแทรก ข. ถูกต้องแล้ว แต่ผิดพลาดที่ขั้นตอน ง. หรือในทางกลับกัน 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้ในแต่ละวันไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.25 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน หรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน – นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.375 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้ในแต่ละวันถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.187 คะแนน – นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้ในแต่ละวันผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาเงินส่วนที่สามที่แบ่งไว้ใช้ในแต่ละวันไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้

<u>โจทย์ปัญหาที่ 4</u>

<u>ข้อสอบที่ 1</u> : ก. ***<u>ข้อสอบที่ 2</u> :*** ง. ***<u>ข้อสอบที่ 3</u> :*** ข. ***<u>ข้อสอบที่ 4</u> :*** ค.

<u>ข้อสอบที่ 5</u> :

โจทย์ปัญหาข้อนี้มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบการแก้ปัญหาในกลุ่มทั้งหมด 3 รูปแบบดังนี้

รูปแบบการแก้ปัญหา	ขั้นตอนที่ปรากฏ	แนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
*รูปแบบที่ 1	ก, ข และ จ	ก – จ – ข หรือ จ – ก – ข
รูปแบบที่ 2	ก, ข, จ และ ฉ	ก – จ – ฉ – ข หรือ จ – ก – ฉ – ข หรือ จ – ฉ – ก – ข
รูปแบบที่ 3	ก, ข, จ และ ช	ก – ช – จ – ข หรือ จ – ก – ช – ข หรือ ก – จ – ช – ข

<u>หมายเหตุ</u> *: รูปแบบการแก้ปัญหาที่ 1 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักของกลุ่ม ส่วนรูปแบบการแก้ปัญหาที่ 2 และรูปแบบที่ 3 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไป*

การจำแนกขั้นตอนที่กำหนดมาให้ออกเป็นประเภทต่างๆ

- ขั้นตอนสุดท้าย คือ ขั้นตอน ข
- ขั้นตอนหลัก(ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย) ได้แก่ ขั้นตอน ก และ จ
- ขั้นตอนแทรก ได้แก่ ขั้นตอน ฉ และ ช
- ขั้นตอนที่ไม่ใช้ ได้แก่ ขั้นตอน ค และ ง

เกณฑ์การให้คะแนน:

<u>ส่วนที่ 1</u> : การเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)

- คะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้ายคือ 0.1 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก(ยกเว้นขั้นตอนสุดท้าย)ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.45 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนแทรกได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0 คะแนน
- คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ - 0.45 คะแนน

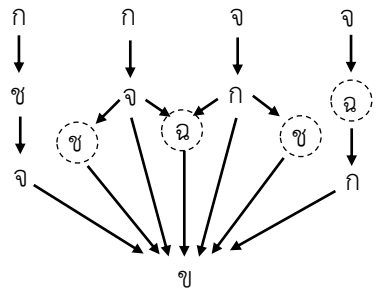
<u>ส่วนที่ 2</u> : การเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)

- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบที่ 1
  - คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.25 คะแนน
- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบที่ 2 และรูปแบบที่ 3
  - คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องต่อหนึ่งขั้นตอนคือ 0.15 คะแนน

ตารางสรุปแนวทางของการวางแผนแก้ปัญหา

ลำดับการแก้ปัญหา	รูปแบบที่ 1		รูปแบบที่ 2			รูปแบบที่ 3		
	แนวทางที่ 1	แนวทางที่ 2	แนวทางที่ 1	แนวทางที่ 2	แนวทางที่ 3	แนวทางที่ 1	แนวทางที่ 2	แนวทางที่ 3
ลำดับที่ (1)	ก	จ	ก	จ	จ	ก	จ	ก
ลำดับที่ (2)	จ	ก	จ	ก	ฉ	ช	ก	จ
ลำดับที่ (3)	ข	ข	ฉ	ฉ	ก	จ	ช	ช
ลำดับที่ (4)	-	-	ข	ข	ข	ข	ข	ข

แผนผังสรุปลำดับการแก้ปัญหา*



**หมายเหตุ* : ◌ แทนขั้นตอนแทรก

ตารางตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา

รูปแบบการแก้ปัญหา		เกณฑ์การให้คะแนน	ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่อยู่ลำดับถัดจากขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่ต้องการตรวจสอบต่อไปนี้				
			ก	จ	ฉ	ช	ข
รูปแบบที่ 1	*แนวทางที่ 1*	0.25 คะแนน/ลำดับ	ข, จ	ข			*- ไม่มี -*
	แนวทางที่ 2	0.25 คะแนน/ลำดับ	ข	ก, ข			*- ไม่มี -*
รูปแบบที่ 2*	*แนวทางที่ 1*	0.15 คะแนน/ลำดับ	ข, จ, ฉ	ฉ, ข	ข		*- ไม่มี -*
	แนวทางที่ 2	0.15 คะแนน/ลำดับ	ฉ, ข	ก, ข, ฉ	ข		*- ไม่มี -*
	แนวทางที่ 3	0.15 คะแนน/ลำดับ	ข	ก, ,ข, ฉ	ก, ข		*- ไม่มี -*
รูปแบบที่ 3**	*แนวทางที่ 1*	0.15 คะแนน/ลำดับ	ข, จ, ช	ข		ข, จ	*- ไม่มี -*
	แนวทางที่ 2	0.15 คะแนน/ลำดับ	ข, ช	ก, ข, ช		ข	*- ไม่มี -*
	แนวทางที่ 3	0.15 คะแนน/ลำดับ	ข, จ, ช	ข, ช		ข	*- ไม่มี -*

**หมายเหตุ-1* : *ลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกขั้นตอน ฉ กับขั้นตอน ข และขั้นตอน จ มีความแน่นอนตายตัว ส่วนลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกขั้นตอน ฉ กับขั้นตอน ก ไม่มีความแน่นอนตายตัว*

***หมายเหตุ-2* : *ลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกขั้นตอน ช กับขั้นตอน ก และขั้นตอน ข มีความแน่นอนตายตัว ส่วนลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกขั้นตอน ช กับขั้นตอน จ ไม่มีความแน่นอนตายตัว*

ข้อสอบที่ 6 :

วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 1

1. หาน้ำที่เต็มแท้งค์ (ขั้นตอน ก.)
   เนื่องจาก แท้งค์น้ำกว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร และสูง 1.2 เมตร
   ดังนั้น แท้งค์น้ำมีปริมาตร $1 \times 1 \times 1.2 = 1.2$ ลูกบาศก์เมตร
   หรือ แท้งค์น้ำมีปริมาตร $100 \times 100 \times 120 = 1{,}200{,}000$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
   เพราะว่ามีน้ำอยู่เต็มแท้งค์ แสดงว่าน้ำที่เต็มแท้งค์จะมีปริมาตร 1,200,000 ลบ.ซม.
2. หาน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท (ขั้นตอน จ.)
   โจทย์บอกว่า น้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท ในทุกๆ 1 นาที จะไหลออก 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร และเขาได้มาปิดก๊อกน้ำให้สนิทเมื่อเวลาผ่านไปแล้ว 3 ชั่วโมง ซึ่งคิดเป็นเวลาเท่ากับ $3 \times 60 = 180$ นาที
   หาปริมาตรของน้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท
   ถ้าระยะเวลาที่น้ำไหลออกคือ 1 นาที จะต้องเสียน้ำไป 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร
   ถ้าระยะเวลาที่น้ำไหลออกคือ 180 นาที จะต้องเสียน้ำไป $\frac{70}{1} \times 180$ ลบ.ซม.
   $= 12{,}600$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

3. หาน้ำที่เหลือในแท้งค์หลังจากระพีปิดก๊อกน้ำให้สนิทแล้ว (ขั้นตอน ข.)
   เนื่องจาก ระพีใช้น้ำไป 4,500 ลบ.ซม. และน้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทเท่ากับ 12,600 ลบ.ซม. ดังนั้น จึงเหลือน้ำในแท้งค์เท่ากับ
   1,200,000 - 4,500 - 12,600 = 1,182,900 ลูกบาศก์เซนติเมตร

<u>สรุป</u> ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ก – จ – ข หรือ จ – ก – ข

<u>วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 2</u>

จากการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 นักเรียนสามารถแทรกขั้นตอน ฉ. ก่อนหน้าขั้นตอน ข. ของการแก้ปัญหาได้ นั่นคือ หาผลรวมของปริมาตรน้ำที่ระพีใช้ไปกับปริมาตรน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท ซึ่งคำนวณได้ว่า 4,500 + 12,600 = 17,100 ลูกบาศก์เซนติเมตร จากนั้นจึงทำขั้นตอน ข. ต่อไป ด้วยเหตุนี้ จึงมีลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ **ก – จ – ฉ – ข หรือ จ – ก – ฉ – ข หรือ จ – ฉ – ก – ข**

<u>วิธีแก้ปัญหารูปแบบที่ 3</u>

1. หาน้ำที่เต็มแท้งค์ (ขั้นตอน ก.)
   เนื่องจาก แท้งค์น้ำกว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร และสูง 1.2 เมตร
   ดังนั้น แท้งค์น้ำมีปริมาตร 1 × 1 × 1.2 = 1.2 ลูกบาศก์เมตร
   หรือ แท้งค์น้ำมีปริมาตร 100 × 100 × 120 = 1,200,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
   เพราะว่ามีน้ำอยู่เต็มแท้งค์ แสดงว่าน้ำที่เต็มแท้งค์จะมีปริมาตร 1,200,000 ลบ.ซม.
2. หาน้ำที่เหลือในแท้งค์หลังจากที่ระพีใช้น้ำไปแล้ว 4,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร (ขั้นตอน ช.)
   เพราะว่ามีน้ำอยู่เต็มแท้งค์เท่ากับ 1,200,000 ลบ.ซม. และระพีได้ใช้น้ำไป 4,500 ลบ.ซม.
   ดังนั้นจึงเหลือน้ำ 1,200,000 - 4,500 = 1,195,500 ลบ.ซม.
3. หาน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท (ขั้นตอน จ.)
   โจทย์บอกว่า น้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท ในทุกๆ 1 นาที จะไหลออก 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร และเขาได้มาปิดก๊อกน้ำให้สนิทเมื่อเวลาผ่านไปแล้ว 3 ชั่วโมง ซึ่งคิดเป็นเวลาเท่ากับ 3 × 60 = 180 นาที
   หาปริมาตรของน้ำทั้งหมดที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิท
   ถ้าระยะเวลาที่น้ำไหลออกคือ 1 นาที จะต้องเสียน้ำไป 70 ลูกบาศก์เซนติเมตร
   ถ้าระยะเวลาที่น้ำไหลออกคือ 180 นาที จะต้องเสียน้ำไป 70 × 180 = 12,600 ลบ.ซม.
4. หาน้ำที่เหลือในแท้งค์หลังจากระพีปิดก๊อกน้ำให้สนิทแล้ว (ขั้นตอน ข.)
   เนื่องจาก น้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทเท่ากับ 12,600 ลบ.ซม. และเมื่อขณะนั้นเหลือน้ำอยู่ 1,195,500 ลบ.ซม. ดังนั้น จึงเหลือน้ำในแท้งค์เท่ากับ
   1,195,500 - 12,600 = 1,182,900 ลูกบาศก์เซนติเมตร

<u>สรุป</u> ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ ก – ช – จ – ข หรือ จ – ก – ช – ข หรือ ก – จ – ช – ข

• ***เกณฑ์การให้คะแนนของทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2***

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	***ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)**	***ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	***ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
ขั้นตอนที่ 1 (ก.)	0.833 คะแนน – นักเรียนเลือกใช้สูตรหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากในการหาปริมาตรน้ำที่เต็มแท้งค์ได้ถูกต้อง และประยุกต์ข้อมูลมาใช้กับสูตรได้ถูกต้องตามหลักการ 0.416 คะแนน – นักเรียนมีการเลือกใช้สูตรในการหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่จำสูตรผิดพลาด หรือใช้สูตรหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากถูกต้อง แต่ประยุกต์ข้อมูลมาใช้ผิดหลักการ 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้สูตรหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก, นักเรียนหาพื้นที่รูปวงกลมโดยไม่ใช้สูตรหรือหาปริมาตรน้ำที่เต็มแท้งค์ด้วยวิธีที่ไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.666 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.333 คะแนน – นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจนหรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน – นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาน้ำที่เต็มแท้งค์ถูกต้องตามหลักเลขคณิต 0.25 คะแนน - นักเรียนหาน้ำที่เต็มแท้งค์ผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด, นักเรียนมีการคำนวณที่ถูกต้อง แต่ใช้หาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากผิด เพราะจำสูตรผิด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 2 (จ.)	0.833 คะแนน – นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทได้ถูกต้อง 0.416 คะแนน – นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาปริมาณน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว	0.666 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.333 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจนหรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด	0.5 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.25 คะแนน – นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด

**<u>หมายเหตุ</u> : ถ้านักเรียนสามารถแสดงวิธีทำหรือแสดงความสามารถของทักษะใดได้ถูกต้องครบทุกขั้นตอน จะได้คะแนนเต็มของทักษะนั้น*

เกณฑ์การให้คะแนน / ขั้นตอนการแก้ปัญหา	การให้คะแนนทักษะที่ 3.2, ทักษะที่ 4.1 และทักษะที่ 4.2 ในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหา		
	ทักษะที่ 3.2 (คะแนนเต็ม 2.5 คะแนน)	**ทักษะที่ 4.1 (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)**	**ทักษะที่ 4.2 (คะแนนเต็ม 1.5 คะแนน)**
- (ต่อ) - ขั้นตอนที่ 2 (จ.)	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาปริมาณน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	*- (ต่อ) -* 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาปริมาณน้ำที่ไหลออกจากแท้งค์เพราะปิดก๊อกน้ำไม่สนิทไม่ถูกต้องตามหลักเลขคณิต หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้
ขั้นตอนที่ 3 (ข.) (และขั้นตอนแทรก ฉ. กับ ช.)	0.833 คะแนน - นักเรียนใช้ข้อมูล การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสร้างสมการเพื่อหาน้ำที่เหลือในแท้งค์ได้ถูกต้อง 0.416 คะแนน - นักเรียนลอกข้อมูลที่ต้องใช้หาน้ำที่เหลือในแท้งค์ผิดพลาด แต่เลือกใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสร้างสมการถูกต้องแล้ว หรือนักเรียนทำขั้นตอนแทรก ฉ. และขั้นตอน ช. ถูกต้องแล้ว แต่ผิดพลาดที่ขั้นตอน ข. หรือในทางกลับกัน 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลสำคัญข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง หรือไม่ได้ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือสร้างสมการเพื่อหาน้ำที่เหลือในแท้งค์ไม่ถูกต้อง, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.666 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลการแก้ปัญหาถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ หรืออธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนที่กำลังทำอยู่ 0.333 คะแนน - นักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ชัดเจนหรืออธิบายเหตุผลไม่สมบูรณ์ แต่มีการเลือกใช้ข้อมูลและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้ว, ใช้หน่วยผิด 0 คะแนน - นักเรียนไม่ได้อธิบายวิธีแก้ปัญหาเลย, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้	0.5 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาน้ำที่เหลือในแท้งค์ได้ถูกต้องตามหลักการเลขคณิต 0.25 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาน้ำที่เหลือในแท้งค์ผิดพลาด อันมีสาเหตุมาจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ หรือมีสาเหตุมาจากคัดลอกข้อมูลมาใช้ผิดพลาด 0 คะแนน - นักเรียนคำนวณหาน้ำที่เหลือในแท้งค์ไม่ถูกต้องตามหลักเลขคณิต หรือนักเรียนคำนวณในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา, นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำขั้นตอนนี้

ภาคผนวก จ

วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนและวิธีให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด
ของข้อสอบวัดพฤติกรรม 3.1 ในทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา

<u>วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนน และวิธีให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด</u>
สำหรับพฤติกรรม 3.1 ในทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา

<u>คำจำกัดความต่างๆ ที่กล่าวถึงในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนน</u>

● "***ขั้นตอนการแก้ปัญหา***" หมายถึง การกระทำลักษณะหนึ่งเพื่อนำไปสู่การหาข้อมูลสำคัญต่างๆ มาใช้ในการแก้ปัญหา ส่วนมากลักษณะของการกระทำเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งเพื่อหาข้อมูลที่ต้องการ บางครั้งอาจเรียกขั้นตอนการแก้ปัญหาว่า "ขั้นตอนในการแก้ปัญหา" หรือ "ขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา" หรือเรียกสั้นๆ เพียงว่า "ขั้นตอน" โดยละไว้ในฐานที่เข้าใจตรงกันว่าหมายถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหานั่นเอง ซึ่งในการนี้ผู้วิจัยจะใช้ "*ขั้นตอนการแก้ปัญหา*" ด้วยความหมายที่เป็นกลางสำหรับใช้เรียกขั้นตอนทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกใช้ในการแก้ปัญหา ไม่ว่าขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมาจะเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาหรือไม่เกี่ยวข้องเลยก็ได้

สำหรับขั้นตอนที่ข้อสอบในแต่ละโจทย์ปัญหากำหนดมาให้ จะมีทั้งขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาโดยตรงและขั้นตอนที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาเลยปะปนกันอยู่ เพื่อให้นักเรียนเป็นผู้พิจารณาคัดเลือกขั้นตอนที่ต้องการนำมาใช้แก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยขั้นตอนดังกล่าวสามารถจำแนกออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่

1) ขั้นตอนหลักที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาอย่างแน่นอน หรือขั้นตอนสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา ขั้นตอนประเภทนี้ได้แก่ ขั้นตอนต่างๆ ที่สามารถนำไปสู่การหาข้อมูลสำคัญ(หรือข้อมูลจำเป็น)ในการแก้ปัญหา จนกว่าข้อมูลที่ได้จะเพียงพอต่อการนำมาใช้หาสิ่งที่โจทย์ต้องการในที่สุด หรือเพียงพอต่อการนำมาใช้หาคำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา ซึ่งในการนี้จะถือว่าขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนหลักขั้นตอนหนึ่งด้วยเช่นกัน โดยต่อไปจะเรียกขั้นตอนประเภทนี้ว่า "***ขั้นตอนหลัก***" และเรียกขั้นตอนหลักที่เป็นขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาว่า "***ขั้นตอนสุดท้าย***" หรือ "*ขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา*" อย่างไรก็ตาม โจทย์ปัญหาบางข้ออาจมีรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบที่มีขั้นตอนหลักแตกต่างกันได้

ส่วนขั้นตอนหลักซึ่งไม่ได้เป็นขั้นตอนของรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ หรือเป็นขั้นตอนหลักของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มอื่นซึ่งนักเรียนไม่ได้เลือกรูปแบบการแก้ปัญหาของกลุ่มนั้นมาใช้แก้ปัญหา จะเรียกขั้นตอนประเภทนี้ว่า "***ขั้นตอนหลักรอง***"

2) ขั้นตอนที่อยู่ระหว่างขั้นตอนหลักสองขั้นตอน โดยเป็นขั้นตอนที่อาจใช้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ใช้ก็ได้ ซึ่งนักเรียนบางคนสามารถมองข้ามขั้นตอนนี้ไปได้โดยไม่ส่งผลกระทบต่อการหาข้อมูลสำคัญในการแก้ปัญหา โดยต่อไปจะเรียกขั้นตอนประเภทนี้ว่า "***ขั้นตอนแทรก***"

แม้ขั้นตอนประเภทนี้อาจไม่มีความจำเป็นต่อการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนบางคน แต่ก็อาจมีความเป็นไปได้ที่นักเรียนบางคนจะมีแนวคิดในการแก้ปัญหาซึ่งจำเป็นต้องใช้ขั้นตอนแทรกร่วมด้วย ด้วยเหตุนี้ข้อสอบที่สร้างขึ้นจึงต้องกำหนดขั้นตอนแทรกให้เป็นตัวเลือกหนึ่งของการแก้ปัญหา

3) ขั้นตอนที่ไม่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาเลย หรือขั้นตอนที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของโจทย์ข้อนั้นเลย ต่อไปจะเรียกขั้นตอนประเภทนี้ว่า "***ขั้นตอนไม่ใช้***"

● "***ขั้นตอนที่เลือก***" หมายถึง ขั้นตอนที่ข้อสอบกำหนดมาให้ ซึ่งนักเรียนได้เลือกนำมาใช้ในการแก้ปัญหา โดย*ขั้นตอนที่เลือก*อาจเป็นขั้นตอนประเภทใดก็ได้

● “***ขั้นตอนถูก***” หรือ “*ขั้นตอนที่ถูก*” หรือ “*ขั้นตอนถูกต้อง*” หรือ “*ขั้นตอนที่ถูกต้อง*” หมายถึง ขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาหรือมีความจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องใช้ขั้นตอนดังกล่าวเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ โดยในการนี้จะกำหนดให้ *ขั้นตอนหลัก*และ*ขั้นตอนแทรก*เป็นขั้นตอนที่ถูก

อย่างไรก็ตาม “*ขั้นตอนถูก*” จะถูกกล่าวถึงเฉพาะในการทดลองสร้างเกณฑ์การให้คะแนนด้วยวิธีต่างๆ เท่านั้น เนื่องจากเกณฑ์การให้คะแนนที่ใช้ในงานวิจัย จะกล่าวถึง*ขั้นตอนถูก*โดยแยกเป็นขั้นตอนหลักกับขั้นตอนแทรกแทน

● “***ขั้นตอนผิด***” หรือ “*ขั้นตอนที่ผิด*” หรือ “*ขั้นตอนที่ไม่ถูกต้อง*” หมายถึง ขั้นตอนที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา หรือไม่มีความจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาเลยแต่อย่างใด ซึ่งนักเรียนไม่ต้องใช้ขั้นตอนดังกล่าวในการหาคำตอบ โดยในการนี้จะกำหนดให้ *ขั้นตอนไม่ใช้*เป็นขั้นตอนที่ผิด

อย่างไรก็ตาม “*ขั้นตอนผิด*” จะถูกกล่าวถึงเฉพาะในการทดลองสร้างเกณฑ์การให้คะแนนด้วยวิธีต่างๆ เท่านั้น เนื่องจากเกณฑ์การให้คะแนนที่ใช้ในงานวิจัย จะกล่าวถึง*ขั้นตอนผิด*เป็นขั้นตอนไม่ใช้แทน

● “***ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา***” หรือ “*ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา*” หรือ “*ลำดับการแก้ปัญหา*” หรือ “*ลำดับของการแก้ปัญหา*” หมายถึง ขั้นตอน(การแก้ปัญหา)ที่ถูกต้องซึ่งเรียงกันตามลำดับตั้งแต่ขั้นตอนแรกจนถึงขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา

● “***รูปแบบการแก้ปัญหา***” หรือ “*รูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไป*” หมายถึง ลักษณะของการแก้ปัญหาอย่างหนึ่ง อันประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา อุปมาเช่น รูปแบบการแก้ปัญหาเป็นเซต (set) ของขั้นตอนการแก้ปัญหา ที่มีเงื่อนไขเป็นการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่เป็นสมาชิกในเซต หรือกล่าวอีกนัยว่า รูปแบบการแก้ปัญหาเป็นเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิกเป็นขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยมีเงื่อนไขว่าสมาชิกเหล่านั้นต้องสามารถจัดเรียงเป็นลำดับของการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการได้

ทั้งนี้ โจทย์คณิตศาสตร์บางข้อสามารถมี*รูปแบบการแก้ปัญหา*ได้หลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับแนวคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละบุคคล ดังที่ได้เกริ่นไปแล้วข้างต้น

● “***รูปแบบการแก้ปัญหาหลัก***” หมายถึง รูปแบบการแก้ปัญหาที่มีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุด(เมื่อเทียบกับจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาในรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นของโจทย์ปัญหา)ซึ่งขั้นตอนเหล่านั้นทุกขั้นตอนปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นอย่างน้อยหนึ่งรูปแบบ หรือหากขั้นตอนทั้งหมดในรูปแบบการแก้ปัญหาหลักไม่ปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นเลย ขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนของรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบที่ไม่ใช่รูปแบบการแก้ปัญหาหลัก ก็ต้องไม่ปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาหลักด้วยเช่นกัน ด้วยเหตุนี้จึงเรียกขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักว่า “*ขั้นตอนหลัก*” เพราะเหตุที่เป็นขั้นตอนซึ่งต้องปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปเสมอ หรือกล่าวได้ว่าไม่มีรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปรูปแบบใดที่จะไม่มี*ขั้นตอนหลัก*ปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหานั้นได้เลย และต่อไปเมื่อกล่าวถึงขั้นตอนหลักทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง จะเรียกว่า “*กลุ่มขั้นตอนหลัก*” หรือ “*กลุ่มของขั้นตอนหลัก*” ดังนั้น หากกลุ่มขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบหนึ่งไม่ได้ปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปทั้งหมดของโจทย์ข้อนั้น หรือปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นเพียงบางรูปแบบเท่านั้น เมื่อเป็นเช่นนี้แสดงว่า รูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปที่เหลือซึ่งไม่ได้มีขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบแรกปรากฏอยู่ จะต้องมีกลุ่มขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบอื่น(รูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง)ปรากฏอยู่แน่นอน ซึ่งหมายความว่าโจทย์ข้อนั้นต้องมีจำนวนรูปแบบการแก้ปัญหาหลักมากกว่าหนึ่งรูปแบบด้วย

ฉะนั้น เมื่อเปรียบให้รูปแบบการแก้ปัญหาหลักเป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกเป็นขั้นตอนหลัก(ของการแก้ปัญหา) จะได้ว่า รูปแบบการแก้ปัญหาหลักเป็นสับเซต (subset) ของรูปแบบการแก้ปัญหาอื่น(ที่ไม่ใช่

รูปแบบการแก้ปัญหาหลัก)ของโจทย์ปัญหาเดียวกัน ทั้งนี้ รูปแบบการแก้ปัญหาหลักอาจเป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นทั้งหมด หรือเป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นเพียงบางรูปแบบก็ได้ แต่ต้องไม่มีรูปแบบการแก้ปัญหาใดที่เป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักได้เลย ดังนั้นแล้วหากโจทย์คณิตศาสตร์ข้อใดมีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเพียงรูปแบบเดียวที่เป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปทุกรูปแบบ แสดงว่า โจทย์คณิตศาสตร์ข้อนั้นมีจำนวนรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเพียงหนึ่งรูปแบบเท่านั้น แต่ถ้าโจทย์ข้อใดไม่ได้มีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักที่เป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปทั้งหมด กล่าวคือ รูปแบบการแก้ปัญหาหลักนั้นเป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปเพียงบางรูปแบบเท่านั้น เช่นนี้แล้วแสดงว่า โจทย์ปัญหานั้นต้องมีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบอื่นอย่างน้อยอีกหนึ่งรูปแบบที่เป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปที่เหลือ ด้วยเหตุนี้จึงทำให้โจทย์คณิตศาสตร์ประเภทนี้มีจำนวนรูปแบบการแก้ปัญหาหลักมากกว่าหนึ่งรูปแบบนั่นเอง

ข้อสังเกตที่พบคือ รูปแบบการแก้ปัญหาใดก็ตามที่มีขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดในบรรดารูปแบบการแก้ปัญหาทั้งหมดของโจทย์คณิตศาสตร์ข้อนั้นจะถือว่า รูปแบบการแก้ปัญหาดังกล่าวเป็น *“รูปแบบการแก้ปัญหาหลัก”* รูปแบบหนึ่งของโจทย์ข้อนั้นโดยปริยายเสมอ ดังนั้นแล้วโจทย์คณิตศาสตร์ทุกๆ ข้อจึงต้องมีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักอย่างน้อยหนึ่งรูปแบบเสมอด้วย อย่างไรก็ตามหากรูปแบบการแก้ปัญหาหลักที่มีขั้นตอนน้อยที่สุดนั้นไม่ได้มีกลุ่มขั้นตอนหลักปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปทุกรูปแบบหรือปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นเพียงบางรูปแบบเท่านั้น ในกรณีนี้แสดงว่า โจทย์ปัญหาข้อนั้นต้องมีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบอื่นนอกเหนือจากรูปแบบการแก้ปัญหาหลักซึ่งมีขั้นตอนน้อยที่สุดนั้นอย่างแน่นอน

โดยสรุปแล้ว รูปแบบการแก้ปัญหาหลักแต่ละรูปแบบของโจทย์คณิตศาสตร์ข้อใดๆ จะแตกต่างกันตามกลุ่มขั้นตอนหลักที่ปรากฏในแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหาหลัก นั่นหมายความว่า จะไม่มีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบใดที่เป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบอื่นในโจทย์ปัญหาข้อเดียวกันได้เลย ดังนั้นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักทุกรูปแบบจึงต่างทำหน้าที่เป็นสับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไป (ในโจทย์ปัญหา)ไม่เหมือนกัน และด้วยเหตุนี้ รูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปซึ่งไม่ใช่รูปแบบการแก้ปัญหาหลักจึงต้องมีกลุ่มขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งปรากฏอยู่ด้วยเสมอ

- *“**กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม**”* หมายถึง กลุ่มของรูปแบบการแก้ปัญหาที่มีกลุ่มขั้นตอนหลักปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหาเหล่านั้นเหมือนกัน เปรียบเสมือนกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมเป็นเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาที่มีกลุ่มขั้นตอนหลักปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาเหล่านั้นเหมือนกัน หรือกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมเป็นเซตของรูปแบบการแก้ปัญหาทุกรูปแบบที่มีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งเป็นสับเซตเหมือนกัน ฉะนั้น กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมแต่ละกลุ่มจะต้องมีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งอยู่ในกลุ่มด้วยเสมอ ซึ่งส่งผลให้จำนวนกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมต้องเท่ากับจำนวนรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเสมอด้วยเช่นกัน
- *“**เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาประจำกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม**”* หมายถึง เกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนหลัก ขั้นตอนแทรกและขั้นตอนไม่ใช้ของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มหนึ่งๆ บางครั้งอาจเรียกสั้นๆ ว่า *“เกณฑ์การให้คะแนนด้านการเลือกขั้นตอน”* หรือ *“เกณฑ์การให้คะแนน”* หากสามารถละไว้ในฐานที่เข้าใจได้
- *“**คะแนนขั้นตอนถูก**”* หรือ *“คะแนนขั้นตอนถูกต่อหนึ่งขั้นตอน”* หมายถึง คะแนนการเลือกขั้นตอนถูกของนักเรียนต่อหนึ่งขั้นตอนไม่ว่าจะเป็นขั้นตอนหลักหรือขั้นตอนแทรกก็ตาม จึงกล่าวได้ว่าคะแนนการเลือกขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอน เท่ากับคะแนนการเลือกขั้นตอนแทรกต่อหนึ่งขั้นตอน

อย่างไรก็ตาม คะแนนส่วนนี้จะถูกกล่าวถึงเฉพาะในการทดลองสร้างเกณฑ์การให้คะแนนด้วยวิธีต่างๆ เท่านั้น ไม่ได้นำมาใช้ในเกณฑ์การให้คะแนนในงานวิจัย เนื่องจากไม่มีประสิทธิภาพพอในการตัดสินคะแนนให้ตรงกับระดับความสามารถ

- "***คะแนนขั้นตอนผิด***" หรือ "*คะแนนขั้นตอนผิดต่อหนึ่งขั้นตอน*" หมายถึง คะแนนการเลือกขั้นตอนผิดของนักเรียนต่อหนึ่งขั้นตอน และเป็นสิ่งเดียวกับคะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอน

อย่างไรก็ตาม เมื่อสิ้นสุดการทดลองสร้างเกณฑ์การให้คะแนนด้วยวิธีต่างๆ แล้ว จะใช้ "คะแนนขั้นตอนไม่ใช้" แทนการกล่าวถึง "*คะแนนขั้นตอนผิด*"

- "***คะแนนขั้นตอนหลัก***" หรือ "*คะแนนขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอน*" หมายถึง คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักของนักเรียนต่อหนึ่งขั้นตอน

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนหลักซึ่งใช้ในงานวิจัย จะแตกต่างกันตามเกณฑ์การให้คะแนนประจำกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมของแต่ละกลุ่ม

- "***คะแนนขั้นตอนแทรก***" หรือ "*คะแนนขั้นตอนแทรกต่อหนึ่งขั้นตอน*" หมายถึง คะแนนการเลือกขั้นตอนแทรกของนักเรียนต่อหนึ่งขั้นตอน

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนแทรกซึ่งใช้ในงานวิจัย จะกำหนดให้คะแนนขั้นตอนแทรกของทุกเกณฑ์การให้คะแนนประจำกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม มีค่าเท่ากันคือ 0 คะแนน

- "***คะแนนขั้นตอนไม่ใช้***" หรือ "*คะแนนขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอน*" หมายถึง คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ของนักเรียนต่อหนึ่งขั้นตอน

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนไม่ใช้ซึ่งใช้ในงานวิจัย จะแตกต่างกันตามเกณฑ์การให้คะแนนประจำกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมของแต่ละกลุ่ม อย่างไรก็ตามคะแนนขั้นตอนไม่ใช้ของทุกเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละกลุ่มจะต้องเป็นคะแนนติดลบเหมือนกัน

- "***คะแนนขั้นตอนสุดท้าย***" หมายถึง คะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้ายของนักเรียน

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนสุดท้ายซึ่งใช้ในงานวิจัย จะกำหนดให้คะแนนขั้นตอนสุดท้ายของทุกเกณฑ์การให้คะแนนประจำกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม มีค่าเท่ากันคือ 0.1 คะแนน

- "***คะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก***" หรือ "*คะแนนส่วนของการเลือกขั้นตอนหลัก*" หมายถึง ผลรวมของคะแนนขั้นตอนหลักทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมา

- "***คะแนนการเลือกขั้นตอนแทรก***" หรือ "*คะแนนส่วนของการเลือกขั้นตอนแทรก*" หมายถึง ผลรวมของคะแนนขั้นตอนแทรกทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมา

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนแทรกซึ่งใช้ในงานวิจัยจะไม่มีการคิดคะแนนในส่วนนี้ หรือมีการให้คะแนนในส่วนนี้เป็น 0 คะแนน

- "***คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้***" หรือ "*คะแนนส่วนของการเลือกขั้นตอนไม่ใช้*" หมายถึง ผลรวมของคะแนนขั้นตอนไม่ใช้ทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมา

- "***คะแนนรวม***" หมายถึง คะแนนที่เกิดจากผลรวมของคะแนนขั้นตอนหลักโดยยกเว้นคะแนนขั้นตอนสุดท้าย คะแนนขั้นตอนแทรกและคะแนนขั้นตอนไม่ใช้ หากคะแนนรวมที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 คะแนน ให้คงคะแนนรวมนั้นไว้เพื่อนำไปคำนวณคะแนนสุทธิต่อไป แต่ถ้าคะแนนรวมที่ได้มีค่าน้อยกว่า 0 คะแนนหรือเป็นคะแนนติดลบ ให้ปัดคะแนนรวมนั้นเป็น 0 คะแนนก่อน จึงค่อยนำไปคำนวณคะแนนสุทธิ

- "***คะแนนสุทธิ***" หมายถึง คะแนนที่เกิดจากผลรวมของคะแนนรวมกับคะแนนขั้นตอนสุดท้าย ซึ่งถือเป็นคะแนนที่ตัดสินความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียน

● “***คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอน***” หมายถึง คะแนนที่บอกระดับความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของแต่ละบุคคล และเป็นคะแนนเดียวกันกับคะแนนสุทธิ บางครั้งอาจเรียกสั้นๆ ว่า “*คะแนนความสามารถ*” หากอยู่ในบริบทที่สามารถละไว้ได้ในฐานเข้าใจ

● “***คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา***” หรือ “*คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา*” หรือ “คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน” หมายถึง คะแนนที่บอกระดับความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของแต่ละบุคคล บางครั้งอาจเรียกสั้นๆ ว่า “*คะแนนความสามารถ*” หากอยู่ในบริบทที่สามารถละไว้ได้ในฐานเข้าใจ

● “***แนวทางการลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา***” หรือ “*แนวทางการลำดับขั้นตอน*” หมายถึง การเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งในลักษณะต่างๆ ทว่าสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้เช่นเดียวกัน ทั้งนี้รูปแบบการแก้ปัญหาของโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละข้อ จะมีจำนวนแนวทางการลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป หากรูปแบบการแก้ปัญหาใดที่มี*แนวทางการลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา*หลายแนวทาง แสดงว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหานั้นต้องสามารถจัดลำดับของขั้นตอนได้หลายลักษณะนั่นเอง

● “***ลำดับของการแก้ปัญหา***” หรือ “*ลำดับในการแก้ปัญหา*” หมายถึง ลำดับที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการแก้ปัญหาของขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่ง ซึ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาบางขั้นตอนอาจมี*ลำดับของการแก้ปัญหา*ที่เป็นไปได้หลายลำดับขึ้นอยู่กับแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา เมื่อกล่าวถึงลำดับประเภทนี้จะใช้ “ตัวเลข” ในการระบุตำแหน่งของลำดับการแก้ปัญหาที่ต่างกัน เช่น ลำดับของการแก้ปัญหาที่ (1) หรือลำดับที่ (1) หมายถึง ลำดับของการแก้ปัญหาลำดับแรก ซึ่งมีขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาอยู่ในลำดับนี้ เป็นต้น

● “***ลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาใดๆ***” หรือ “*ลำดับระหว่างขั้นตอนใดๆ*” หมายถึง ลำดับที่เป็นไปได้ทั้งหมดของขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งเมื่อเทียบกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ของรูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกัน หรือลำดับที่เป็นไปได้ทั้งหมดระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ของรูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกัน เมื่อกล่าวถึงลำดับประเภทนี้จะใช้ในบริบทของ “ลักษณะของความสัมพันธ์” ในการระบุตำแหน่งของลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา เช่น เมื่อกล่าวว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งมีลำดับระหว่างอีกขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่ง แสดงว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาแรกอยู่ลำดับถัดจากอีกขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่ง หรือไม่ก็อยู่ลำดับก่อนหน้าของอีกขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่ง เป็นต้น บางครั้งขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งอาจอยู่ทั้งลำดับก่อนหน้าและถัดจากอีกขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งได้ หากขั้นตอนทั้งสองอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาที่สามารถมีแนวทางการลำดับขั้นตอนได้หลายแนวทาง แต่ก็มิได้หมายความว่าทั้งสองขั้นตอนจะอยู่ในบริบททั้งสองในคราวเดียว ทว่าหมายถึงทั้งสองขั้นตอนต่างก็มีสองบริบทภายในรูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกัน แต่จะอยู่ในบริบทใดบริบทหนึ่ง(ต่างบริบท)เมื่อทั้งสองขั้นตอนมีแนวทาง การลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ต่างกัน

ฉะนั้นขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนจึงมีลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ แตกต่างกันออกไปตามขั้นตอนที่นำมาเทียบ ขณะเดียวกันบางขั้นตอนการแก้ปัญหาก็สามารถมีลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นขั้นตอนหนึ่งได้หลายลำดับ หากขั้นตอนทั้งสองปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาที่สามารถมีแนวทางการลำดับขั้นตอนได้หลายแนวทาง แม้จะอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกันก็ตาม

สำหรับลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งชื่อ “x” กับขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งชื่อ “y” จะเรียกสั้นๆ ว่า “ลำดับระหว่างขั้นตอน x กับขั้นตอน y” และแทนด้วยสัญลักษณ์ “(x,y)” เมื่อขั้นตอน x เป็นขั้นตอนที่อยู่ลำดับก่อนหน้าขั้นตอน y

● “***ลำดับที่ถูกต้อง***” หรือ “*ลำดับถูกต้อง*” หมายถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่จัดเรียงอยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาและลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

● “***จำนวนลำดับของการแก้ปัญหา***” หรือ “*จำนวนลำดับในการแก้ปัญหา*” หมายถึง จำนวนของลำดับที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการจัดเรียงขั้นตอนการแก้ปัญหาในรูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งๆ เช่น รูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งมีขั้นตอนการแก้ปัญหา 3 ขั้นตอน จะได้ว่ารูปแบบการแก้ปัญหานี้มี*จำนวนลำดับของการแก้ปัญหา*ที่สามารถจัดเรียงขั้นตอนได้ 3 ลำดับ เป็นต้น จึงกล่าวได้ว่า*จำนวนลำดับของการแก้ปัญหา*จะเท่ากับจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหาเสมอ

● “***จำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาใดๆ***” หรือ “*จำนวนลำดับที่แท้จริงระหว่างขั้นตอนใดๆ*” หมายถึง จำนวนของลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งเมื่อเทียบลำดับกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ในรูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกัน หรือจำนวนของลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่งกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ในรูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกัน

กรณีที่รูปแบบการแก้ปัญหาสามารถมีแนวทางการลำดับขั้นตอนได้หลายแนวทาง จะนับจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาสองขั้นตอนที่สามารถสลับลำดับกันได้หรือที่มีได้หลายลำดับ(ระหว่างสองขั้นตอนนั้น)เพียงครั้งเดียว

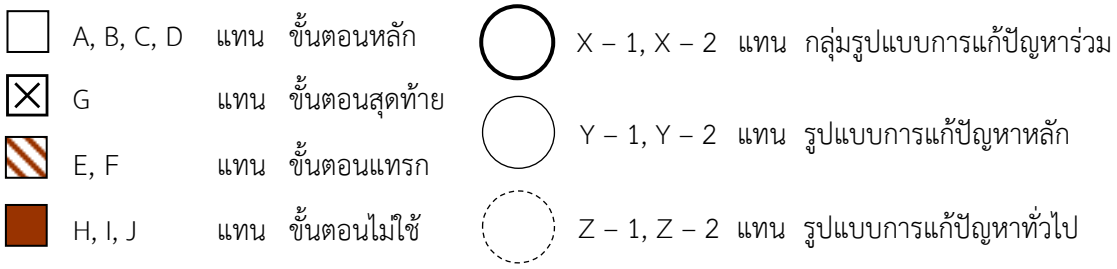
● “***จำนวนการเรียงลำดับทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหา***” หรือ “จำนวนการเรียงลำดับทั้งหมด” หมายถึง ผลรวมของจำนวนลำดับ(ตำแหน่ง)ของการแก้ปัญหากับจำนวนลำดับ(ตำแหน่ง)ที่แท้จริงระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาของทุกขั้นตอนการแก้ปัญหาในรูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกันนั้น

<u>ตัวอย่างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนน</u>

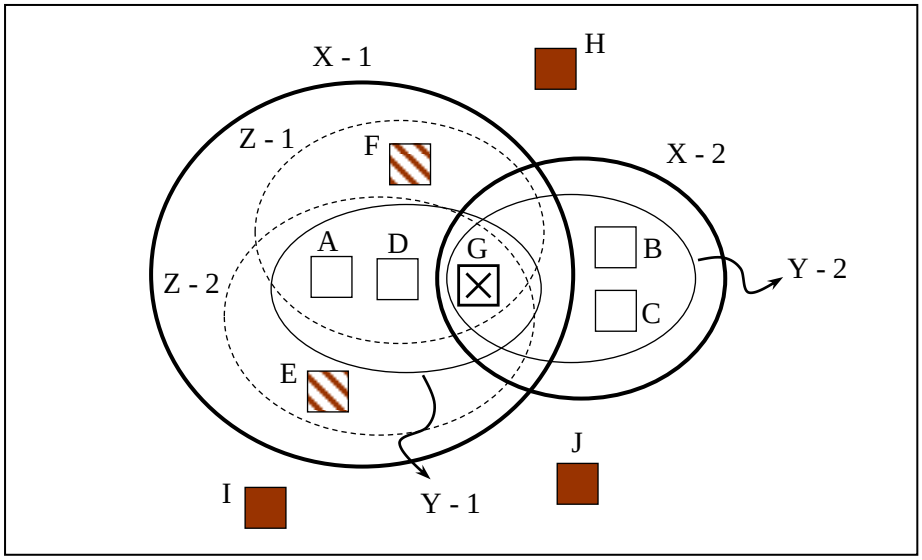
สมมติ โจทย์คณิตศาสตร์ข้อหนึ่งมีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม 2 กลุ่ม กลุ่มแรกมีรูปแบบการแก้ปัญหาทั้งหมด 3 รูปแบบ เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลัก 1 กลุ่ม ซึ่งมีขั้นตอนหลักทั้งสิ้น 3 ขั้นตอน(รวมขั้นตอนสุดท้ายแล้ว) และเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปอีก 2 รูปแบบ แต่ละรูปแบบมีขั้นตอนแทรกจำนวน 1 ขั้นตอน ส่วนกลุ่มที่สองมีรูปแบบการแก้ปัญหาในกลุ่มเพียง 1 รูปแบบ คือ รูปแบบการแก้ปัญหาหลักที่มีขั้นตอนหลัก 3 ขั้นตอน(รวมขั้นตอนสุดท้ายแล้ว)เช่นกัน แต่ไม่มีรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปอยู่ในกลุ่ม

ดังนั้น โจทย์ปัญหานี้จึงมีขั้นตอนหลักรวมทั้งสิ้น 5 ขั้นตอน(รวมขั้นตอนสุดท้ายด้วย) และมีขั้นตอนแทรกทั้งหมด 2 ขั้นตอน หากข้อสอบของโจทย์ปัญหากำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหามาให้ทั้งหมด 10 ขั้นตอน แสดงว่าขั้นตอนที่เหลืออีก 3 ขั้นตอนเป็นขั้นตอนไม่ใช้ ซึ่งจะเห็นว่าขั้นตอนไม่ใช้ของโจทย์ปัญหาหนึ่งๆ เป็นขั้นตอนที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาเลยไม่ว่ารูปแบบการแก้ปัญหาใดก็ตาม มิใช่หมายเอาขั้นตอนหลักหรือขั้นตอนแทรกของรูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่ง (ซึ่งอีกรูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งไม่ได้ใช้เป็นขั้นตอนหลักหรือขั้นตอนแทรกด้วย) ถือเป็นขั้นตอนไม่ใช้ของรูปแบบการแก้ปัญหานั้นแต่อย่างใด ทว่าแม้ขั้นตอนหลักของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมหนึ่งจะไม่ใช่ขั้นตอนหลักของอีกกลุ่มหนึ่ง แต่ก็อาจเป็นไปได้ที่ขั้นตอนหลักของกลุ่มนั้นจะเป็นขั้นตอนแทรกของอีกกลุ่ม ในทำนองเดียวกันขั้นตอนแทรกของกลุ่มหนึ่งก็อาจเป็นขั้นตอนหลักของอีกกลุ่มหนึ่งได้เช่นกัน

กำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ดังต่อไปนี้



แผนภาพอธิบายตัวอย่างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนน



<u>วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนน และวิธีให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด</u>
: ความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนแก้ปัญหา

<u>การทดลองให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนที่ใช้แก้ปัญหาด้วยเกณฑ์ต่างๆ</u>

ข้อกำหนดหรือข้อบังคับเบื้องต้นของการสร้างเกณฑ์การให้คะแนน

1. ความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามีคะแนนเต็ม 1 คะแนน

2. ขั้นตอนทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือก(ไม่ว่าจะเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือขั้นตอนที่ผิดก็ตาม)มีผลต่อการให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งสิ้น กล่าวคือ คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอน ต้องเป็นผลจากทั้งคะแนนส่วนที่นักเรียนเลือกขั้นตอนได้ถูกต้อง และคะแนนส่วนที่นักเรียนเลือกขั้นตอนไม่ถูกต้อง หรือคะแนนความสามารถด้านนี้ต้องเป็นผลรวมของคะแนนจากทั้งสองส่วน

3. จากข้อกำหนดในข้อ 1. และข้อ 2. ส่งผลให้วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา ควรมีการเฉลี่ยคะแนนเต็มของความสามารถ (ซึ่งคือ 1 คะแนน) ตามจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ปรากฏในแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา

4. จากข้อกำหนดในข้อ 3. และผลจากการที่โจทย์คณิตศาสตร์บางข้อสามารถมีรูปแบบการแก้ปัญหาได้หลายรูปแบบ จึงทำให้โจทย์คณิตศาสตร์ลักษณะนี้ควรมีเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ ปัญหาหลายเกณฑ์ด้วย หรือกล่าวอีกนัยว่ารูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบควรมีเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนที่แตกต่างกัน เหตุเพราะแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหามีความแตกต่างกันตามขั้นตอนที่ปรากฏในรูปแบบ ดังนั้นจึงควรให้มีการแยกสร้างเกณฑ์การให้คะแนนของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา และให้การตัดสินคะแนนความสามารถของนักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกัน

ตามเกณฑ์การให้คะแนนของรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ อย่างไรก็ตามแม้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของโจทย์บางข้อจะมีได้หลายเกณฑ์ตามที่กล่าวนั้น แต่ทุกเกณฑ์การให้คะแนนจะต้องเป็นผลจากการสร้างเกณฑ์ด้วยวิธีที่มีแบบแผนเดียวกันเท่านั้น

5. ข้อสอบซึ่งวัดความสามารถของทักษะการวางแผนการแก้ปัญหาของทุกโจทย์คณิตศาสตร์ จะมีการกำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหามาให้ทั้งหมด 7 ขั้นตอน โดยข้อสอบของโจทย์แต่ละข้อจะมีจำนวนขั้นตอนที่ถูกต้องและขั้นตอนที่ผิดกำหนดมาให้แตกต่างกัน ตามจำนวนขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของแต่ละโจทย์ เช่น บางโจทย์ปัญหาอาจมีขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา(หรือขั้นตอนถูก)โดยตรงเพียง 3 ขั้นตอน ก็เพียงพอในการหาคำตอบ ในขณะที่บางโจทย์ปัญหาอาจต้องใช้ขั้นตอนที่จำเป็นในการแก้ปัญหา(หรือขั้นตอนถูก)ถึง 5 ขั้นตอน จึงจะสามารถหาคำตอบที่ต้องการได้ เป็นต้น

6. สำหรับวิธีการให้คะแนนส่วนที่นักเรียนเลือกขั้นตอนไม่ถูกต้องนั้น โดยมากแล้วจะพบวิธีให้คะแนนนักเรียนที่เลือกคำตอบผิดอยู่ 2 แบบ คือ

(1) การไม่ให้คะแนนนักเรียนที่เลือกคำตอบผิด หรือการให้คะแนนนักเรียนที่เลือกคำตอบผิด 0 คะแนน สำหรับในการนี้คือ การไม่ให้คะแนนนักเรียนที่เลือกขั้นตอนผิด หรือการให้คะแนนนักเรียนที่เลือกขั้นตอนผิดขั้นตอนละ 0 คะแนน

(2) การหักคะแนนนักเรียนที่เลือกคำตอบผิดจากคะแนนที่ควรได้ หรือการให้คะแนนนักเรียนที่เลือกคำตอบผิดเป็นคะแนนติดลบ สำหรับในการนี้คือการหักคะแนนนักเรียนที่เลือกขั้นตอนผิดจากคะแนนที่ควรได้ในส่วนที่เลือกขั้นตอนได้ถูกต้อง หรือการให้คะแนนนักเรียนที่เลือกขั้นตอนผิดเป็นคะแนนติดลบ

จากข้อกำหนดทั้งหมดที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้สามารถออกแบบวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาวิธีต่างๆ และทดลองใช้เกณฑ์การให้คะแนนด้วยวิธีเหล่านั้นว่ามีความเหมาะสมมากน้อยเพียงใด โดยได้ผลสรุปของคะแนนที่เหมาะสมดังตารางต่อไปนี้

ตารางสรุปเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา

ขั้นตอนการแก้ปัญหาประเภทต่างๆ	**วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนน**
ขั้นตอนหลัก *(ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย)*	คะแนนขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอน = $1 \div$ จำนวนขั้นตอนหลักทั้งหมด ซึ่งไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย
ขั้นตอนสุดท้าย	คะแนนขั้นตอนสุดท้าย = 0.1 คะแนน
ขั้นตอนแทรก	คะแนนขั้นตอนแทรกต่อหนึ่งขั้นตอน = 0 คะแนน
ขั้นตอนไม่ใช้	คะแนนขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอน = $\frac{-(1.5 - \text{คะแนนขั้นตอนสุดท้าย})}{\text{จำนวนขั้นตอนไม่ใช้ทั้งหมด}}$ *หรือ* คะแนนขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอน = $-(0.9 \div$ ขั้นตอนไม่ใช้ทั้งหมด)

ตารางสรุปเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา *(ต่อ)*

ขั้นตอนการแก้ปัญหาประเภทต่างๆ	วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนน
ขั้นตอนหลักรอง *(ใช้กับโจทย์ปัญหาที่มีเกณฑ์การให้คะแนนมากกว่าหนึ่งเกณฑ์เท่านั้น)*	คะแนนขั้นตอนหลักรองต่อหนึ่งขั้นตอน = 0.15 คะแนน *(คะแนนส่วนนี้จะให้ก็ต่อเมื่อนักเรียนได้แสดงวิธีทำขั้นตอนหลักรองเท่านั้น)*
คะแนนรวม	คะแนนการเลือก ขั้นตอนหลัก *(ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย)* + คะแนนการเลือก ขั้นตอนแทรก + คะแนนการเลือก ขั้นตอนไม่ใช้ + คะแนนการเลือก ขั้นตอนหลักรอง *(ถ้ามี)*
คะแนนสุทธิ (คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอน)	คะแนนรวม + คะแนนขั้นตอนสุดท้าย

🖹 วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนนักเรียน: *ความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา*

1. หา“รูปแบบการแก้ปัญหาหลัก” และ “กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม” ทั้งหมดของโจทย์ปัญหา

จากนิยามของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักที่ได้กล่าวไปแล้วในหัวข้อก่อนหน้านั้นทำให้ทราบว่า เราสามารถหารูปแบบการแก้ปัญหาหลักของโจทย์คณิตศาสตร์ใดๆ ได้โดยง่าย จากการให้รูปแบบการแก้ปัญหาที่มีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบหนึ่งของโจทย์ปัญหานั้นโดยปริยาย แล้วจึงพิจารณาหารูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบอื่นนอกเหนือจากรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเดิม

ในการหารูปแบบการแก้ปัญหาหลักนั้น ให้เริ่มต้นหารูปแบบการแก้ปัญหาที่มีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับจำนวนขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบเดิม แต่ต้องมีขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดไม่ซ้ำกับกลุ่มขั้นตอนหลักของรูปแบบเดิม หรือกล่าวได้ว่า ให้พิจารณาหารูปแบบการแก้ปัญหาที่มีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับจำนวนขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเดิม แต่เซตของขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหานั้นต้องไม่เท่ากับเซตของขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเดิม หากมีรูปแบบการแก้ปัญหาตรงตามคุณสมบัติดังนี้แล้วจึงจะถือว่า รูปแบบการแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักใหม่อีกรูปแบบหนึ่งของโจทย์ปัญหา

หากไม่พบรูปแบบการแก้ปัญหาที่มีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับจำนวนขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเดิม ให้พิจารณาหารูปแบบการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดรองลงมาจากรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเดิม โดยขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหานั้นต้องไม่ซ้ำกับกลุ่มขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเดิม หรือกล่าวได้ว่า ให้พิจารณาหารูปแบบการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดรองลงมาจากรูปแบบการแก้ปัญหาหลักเดิม โดยที่รูปแบบการแก้ปัญหาหลักเดิมต้องไม่ใช่สับเซตของรูปแบบการแก้ปัญหานั้น หากพบรูปแบบการแก้ปัญหาที่มีคุณสมบัติดังนี้แล้วจึงจะถือว่า รูปแบบการแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักใหม่อีกรูปแบบหนึ่งของโจทย์ปัญหา และให้ใช้หลักการพิจารณาเช่นนี้กับทุกรูปแบบการแก้ปัญหาของโจทย์ปัญหาไปเรื่อยๆ จนสามารถหารูปแบบการแก้ปัญหาหลักได้ครบทุกรูปแบบ

สำหรับวิธีหากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมของโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละข้อ สามารถหาได้จากการจัดรูปแบบการแก้ปัญหาทั้งหมดของโจทย์ปัญหาข้อนั้นเข้ากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม โดยตั้งต้นให้

จำนวนกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมเท่ากับจำนวนรูปแบบการแก้ปัญหาหลัก และให้แต่ละกลุ่มมีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักหนึ่งรูปแบบประจำกลุ่ม (ตามนิยามที่กล่าวไปแล้ว) จากนั้นให้พิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปแต่ละรูปแบบว่ามีขั้นตอนใดที่เป็นขั้นตอนหลักบ้าง และขั้นตอนหลักเหล่านั้นทั้งหมดเป็นของขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักที่อยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มใด จึงจัดให้รูปแบบการแก้ปัญหาดังกล่าวอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มนั้น และใช้หลักการพิจารณาเช่นนี้กับทุกรูปแบบการแก้ปัญหาของโจทย์ปัญหาไปเรื่อยๆ จนกระทั่งสามารถจัด รูปแบบการแก้ปัญหาทุกรูปแบบเข้ากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมได้ครบทั้งหมด ซึ่งวิธีการจัดรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปเข้ากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม จะได้กล่าวถึงในหัวข้อถัดไปอย่างละเอียดอีกครั้ง

ดังนั้นกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมแต่ละกลุ่มจึงต้องมีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักหนึ่งรูปแบบประจำกลุ่มเสมอ ซึ่งแต่ละกลุ่ม(รูปแบบการแก้ปัญหาร่วม)จะมีกลุ่มขั้นตอนหลักที่แตกต่างกันออกไป อาจในแง่ของการมีขั้นตอนหลักบางขั้นตอนที่ไม่เหมือนกัน หรือในแง่ของการมีจำนวนขั้นตอนหลักที่ไม่เท่ากันก็ได้

2. จัดรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปแต่ละรูปแบบเข้า “กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม”กลุ่มต่างๆ ตามขั้นตอนหลักทั้งหมดที่ปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหา

เมื่อสามารถหากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมได้แล้วจากข้อที่ 1 ต่อไปให้จัดรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปซึ่งไม่ใช่รูปแบบการแก้ปัญหาหลัก เข้ากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมตามขั้นตอนหลักทั้งหมดที่ปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปที่พิจารณานั้น ซึ่งมีหลักการของการพิจารณารูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปเพื่อจัดเข้ากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมดังนี้คือ รูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปที่จะอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งได้ ก็ต่อเมื่อ รูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปนั้นมีขั้นตอนหลักทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักในกลุ่มนั้นเป็นสับเซต

ด้วยเหตุนี้เราจึงสามารถแบ่งโจทย์คณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทได้ดังนี้

1) *โจทย์ปัญหาที่มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมเพียงหนึ่งกลุ่ม*

โจทย์ปัญหาประเภทนี้สามารถสังเกตได้ง่ายๆ ว่า จะมีรูปแบบการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดในบรรดารูปแบบการแก้ปัญหาอื่นๆ ของโจทย์ปัญหา ซึ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาเหล่านั้นปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นทุกรูปแบบ นั่นแสดงว่ารูปแบบการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม ซึ่งมีรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นๆ ที่ไม่ได้มีขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมเดียวกันทั้งหมด

ตัวอย่างเช่น โจทย์ปัญหาข้อหนึ่งมีรูปแบบการแก้ปัญหาทั้งหมด 3 รูปแบบ คือ รูปแบบที่ 1: A – B – C, รูปแบบที่ 2: A – D – B – C และรูปแบบที่ 3: E – A – B – C จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่ารูปแบบที่ 1 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักของโจทย์ปัญหาข้อนี้ เพราะมีขั้นตอนหลัก A, B และ C ทุกขั้นตอนปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาอื่นที่เหลือทั้งสองรูปแบบ จึงถือว่าโจทย์ปัญหาข้อนี้เป็น “โจทย์ปัญหาที่มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมเพียงกลุ่มเดียว”

2) *โจทย์ปัญหาที่มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมมากกว่าหนึ่งกลุ่ม*

โจทย์ปัญหาประเภทนี้จะมี “รูปแบบการแก้ปัญหาหลัก” มากกว่าหนึ่งรูปแบบ จึงได้ทำให้มี “กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม” มากกว่าหนึ่งกลุ่ม

ตัวอย่างเช่น โจทย์ปัญหาข้อหนึ่งมีรูปแบบการแก้ปัญหาทั้งหมด 4 รูปแบบได้แก่ รูปแบบที่ 1: A - B - C, รูปแบบที่ 2: E - A - B - C, รูปแบบที่ 3: G - D - B - C และรูปแบบที่ 4: E - G - D - B - C จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า รูปแบบที่ 1 เป็น “รูปแบบการแก้ปัญหาหลัก” รูปแบบหนึ่งของโจทย์ปัญหาข้อนี้

อย่างแน่นอน เพราะมีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดในบรรดารูปแบบการแก้ปัญหาทั้งหมด จึงจัดว่ารูปแบบที่ 1 หรือรูปแบบที่มีขั้นตอนหลัก A, B และ C เป็น “รูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบที่ 1” ของโจทย์ปัญหาข้อนี้ และส่งผลให้รูปแบบการแก้ปัญหาใดก็ตามที่มีขั้นตอนหลัก A, B และ C ปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหา จะถูกจัดอยู่ใน “กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมรูปแบบที่ 1” ด้วย อย่างไรก็ตามเนื่องจากขั้นตอนหลัก A, B และ C ของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบที่ 1 ไม่ได้อยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหาทุกรูปแบบ ดังที่พบว่าไม่ได้อยู่ในรูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4 แสดงว่าโจทย์ปัญหาข้อนี้ต้องมีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักมากกว่า 1 รูปแบบอย่างแน่นอน ซึ่งเมื่อพิจารณาหารูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบใหม่แล้วจะพบว่า รูปแบบที่ 3 เป็นรูปแบบที่มีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดรองลงมา และมีขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ไม่ซ้ำกับขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบที่ 1 ฉะนั้นจึงสรุปได้ทันทีว่า รูปแบบที่ 3 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักอีกรูปแบบหนึ่งของโจทย์ปัญหาข้อนี้ด้วย จึงจัดว่ารูปแบบที่ 3 หรือรูปแบบที่มีขั้นตอนหลัก B, C, D และ G เป็น “รูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบที่ 2” ของโจทย์ปัญหาข้อนี้ และส่งผลให้รูปแบบการแก้ปัญหาใดก็ตามที่มีขั้นตอนหลัก B, C, D และ G ปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหาจะถูกจัดอยู่ใน “กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมรูปแบบที่ 2” ด้วย

จากนี้ เมื่อพิจารณาหารูปแบบการแก้ปัญหาหลักรูปแบบอื่นต่อไปในทำนองเดียวกันก็จะพบว่าไม่มีรูปแบบการแก้ปัญหาใดอีกที่มีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาน้อยที่สุดรองลงมา และมีขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ซ้ำกับขั้นตอนหลักของรูปแบบการแก้ปัญหาหลักทั้งสองรูปแบบก่อนหน้า เช่นนี้แล้วจึงสรุปว่าโจทย์ปัญหานี้มีรูปแบบการแก้ปัญหาหลักทั้งสิ้น 2 รูปแบบและมีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมทั้งสิ้น 2 กลุ่ม ดังนี้เป็นต้น

3. ให้แต่ละกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม จำแนกขั้นตอนที่ข้อสอบกำหนดมาให้ออกเป็นประเภทต่างๆ โดยการจำแนกขั้นตอนที่ข้อสอบกำหนดมาให้ (ซึ่งมีทั้งหมด 7 ขั้นตอน) จะจำแนกออกเป็น 5 ประเภท ต่อไปนี้คือ (1) ขั้นตอนสุดท้าย (2) ขั้นตอนหลัก (3) ขั้นตอนแทรก (4) ขั้นตอนไม่ใช้ และ(5) ขั้นตอนหลักรอง

4. ให้แต่ละกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม สร้างเกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนแต่ละประเภท

วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนแต่ละประเภท มีการดำเนินการดังนี้

3.1 วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนของ “***ขั้นตอนสุดท้าย***”

คะแนนขั้นตอนสุดท้าย = 0.1 คะแนน

3.2 วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนของ “***ขั้นตอนหลัก***”

(1) นับจำนวนขั้นตอนหลักทั้งหมด ยกเว้นขั้นตอนสุดท้าย

(2) หาคะแนนของขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอน จากการคำนวณดังนี้

“(1 – คะแนนขั้นตอนสุดท้าย) ÷ จำนวนขั้นตอนหลักทั้งหมด(ไม่นับขั้นตอนสุดท้าย)”

คะแนนขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอน = 0.9 ÷ จำนวนขั้นตอนหลักทั้งหมด (ไม่นับขั้นตอนสุดท้าย)

ตัวอย่าง: *สมมติให้กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มหนึ่ง มีจำนวนขั้นตอนหลักทั้งหมดซึ่งไม่นับขั้นตอนสุดท้ายเท่ากับ 3 ขั้นตอน ดังนั้นคะแนนการเลือกขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอนของกลุ่มนี้คือ 0.9 ÷ 3 = 0.3 คะแนน*

3.3 วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนของ "***ขั้นตอนแทรก***"

คะแนนขั้นตอนแทรกต่อหนึ่งขั้นตอน = 0 คะแนน

3.4 วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนของ "***ขั้นตอนไม่ใช้***"

(1) นับจำนวนขั้นตอนไม่ใช้ทั้งหมด

(2) หาคะแนนของขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอน จากการคำนวณดังนี้

"*- [(1 - คะแนนขั้นตอนสุดท้าย) ÷ จำนวนขั้นตอนไม่ใช้ทั้งหมด]*"

คะแนนขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอน = - (0.9 ÷ จำนวนขั้นตอนไม่ใช้ทั้งหมด)

ตัวอย่าง : *สมมติให้กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมในตัวอย่างที่ 3.2 มีขั้นตอนไม่ใช้ทั้งหมด 2 ขั้นตอน ดังนั้น คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอนของกลุ่มนี้คือ - (0.9 ÷ 2) = - 0.45 คะแนน*

3.5 วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนของ "***ขั้นตอนหลักรอง***"

- เกณฑ์การให้คะแนนขั้นตอนหลักรองจะใช้ในโจทย์ปัญหาที่มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมมากกว่าหนึ่งรูปแบบเท่านั้น และจะให้นักเรียนก็ต่อเมื่อได้แสดงวิธีทำขั้นตอนหลักรองที่เลือกมา -

คะแนนขั้นตอนหลักรองต่อหนึ่งขั้นตอน = 0.15 คะแนน

🖹 วิธีการให้คะแนนนักเรียน : *ความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา*

1. พิจารณาว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกจัดอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มใด

พิจารณาว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกจัดอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มใด โดยการพิจารณาว่าขั้นตอนที่เลือกนั้นมีขั้นตอนที่เป็นขั้นตอนหลักอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มใดมากที่สุด จะตัดสินให้นักเรียนเลือกมีรูปแบบการแก้ปัญหาอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมนั้นทันที และให้ใช้เกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มนั้นในการคำนวณคะแนนสุทธิที่นักเรียนพึงได้ต่อไป

แต่ถ้าพบว่าขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมีจำนวนขั้นตอนที่เป็นขั้นตอนหลักของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมมากกว่าหนึ่งกลุ่ม และมีจำนวนขั้นตอนหลักของแต่ละกลุ่มมากที่สุดเท่ากัน ให้พิจารณาว่าขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมีขั้นตอนที่เป็นขั้นตอนแทรกอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มใดมากที่สุด ในกรณีนี้ให้ตัดสินว่าขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมีรูปแบบการแก้ปัญหาอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มนั้น และให้ใช้เกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มนั้นในการคำนวณคะแนนสุทธิของนักเรียนในลำดับต่อไป

หากจำนวนขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมีทั้งขั้นตอนหลักและขั้นตอนแทรกของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมมากกว่าหนึ่งกลุ่ม และยังมีจำนวนขั้นตอนหลักและขั้นตอนแทรกของแต่ละกลุ่มเท่ากันอีก ให้พิจารณาต่อไปว่าในบรรดากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมทุกกลุ่มดังกล่าว ซึ่งนักเรียนเลือกขั้นตอนที่เป็นขั้นตอนแทรกจำนวนเท่ากันนั้น กลุ่มใดเป็นกลุ่มที่มีขั้นตอนแทรกน้อยที่สุด จะถือว่าขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมีรูปแบบการแก้ปัญหาอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่มีขั้นตอนแทรกน้อยที่สุดกลุ่มนั้น และให้ใช้เกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มนั้นในการคำนวณคะแนนสุทธิของนักเรียนต่อไป

สำหรับกรณีที่ขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมาทั้งหมดไม่มีขั้นตอนใดเป็นขั้นตอนหลักของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มใดเลย ให้ตัดสินว่านักเรียนไม่มีรูปแบบการแก้ปัญหา จึงไม่มีเกณฑ์การให้คะแนนสำหรับกรณีนี้ และให้นักเรียนได้คะแนนสุทธิเป็น 0 คะแนน

2. พิจารณาว่านักเรียนใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไปแสดงวิธีทำหรือไปใช้แก้ปัญหาจริงหรือไม่ เพื่อตัดสินอีกครั้งว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถในการเลือกขั้นตอนนั้นแท้จริงหรือ

เพื่อให้นักเรียนได้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาตรงตามระดับความสามารถที่แท้จริงของนักเรียนมากที่สุด จึงควรตรวจสอบอีกครั้งว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเลือกขั้นตอนที่ตอบมานั้นจริงหรือไม่ แม้กระทั่งการที่นักเรียนไม่ได้เลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาบางขั้นตอนแต่กลับใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ไม่ได้เลือกไว้นั้นในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยก็ถือว่านักเรียนได้เลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหาด้วย เพราะอนุโลมว่านักเรียนอาจยังคิดวางแผนได้ไม่รอบคอบ จึงอาจทำให้วางแผนได้เพียงบางส่วน และไม่ครบถ้วนครอบคลุมกระบวนการทั้งหมด จนกระทั่งนักเรียนได้ทบทวนอีกครั้งว่าตนจะต้องทำขั้นตอนใดเพิ่มเติมเมื่อได้ลงมือแสดงวิธีทำ ด้วยเหตุนี้หากตรวจพบว่านักเรียนทำขั้นตอนหลักขั้นตอนใดเพิ่มเติมในการแสดงวิธีทำด้วย ผู้วิจัยจะเพิ่มคะแนนในส่วนของการเลือกขั้นตอนหลักให้ตามจำนวนขั้นตอนหลักที่ทำเพิ่มนั้น นอกจากนี้ผู้วิจัยขอทำข้อตกลงเบื้องต้นในการให้คะแนนนักเรียน โดยพิจารณาการแสดงวิธีทำของนักเรียนดังต่อไปนี้

1) *กรณีที่นักเรียนได้แสดงวิธีทำ* หากนักเรียนแสดงวิธีทำได้ตรงตามขั้นตอนที่วางแผนไว้ ให้คำนวณคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาตามปกติ แต่ถ้านักเรียนแสดงวิธีทำไม่ตรงตามขั้นตอนที่วางแผนไว้ให้พิจารณาต่อว่า ขั้นตอนที่เลือกไว้ว่าจะนำไปใช้แก้ปัญหาเป็นขั้นตอนที่ถูกหรือไม่ ถ้าเป็นขั้นตอนที่ถูก(เช่น ขั้นตอนหลัก ขั้นตอนสุดท้าย และขั้นตอนแทรก) แต่ไม่ได้ทำขั้นตอนดังกล่าว หมายถึงไม่มีขั้นตอนนั้นปรากฏในการแสดงวิธีทำ เช่นนี้แล้วให้หักคะแนนส่วนที่เลือกขั้นตอนนั้น หรือไม่ต้องคิดคะแนนในส่วนที่เลือกขั้นตอนนั้น เพราะถือว่านักเรียนไม่ได้นำมาใช้แก้ปัญหาจริง แต่ถ้าเป็นขั้นตอนที่ผิดทว่านักเรียนไม่ได้นำไปแก้ปัญหาจริง แสดงว่านักเรียนอาจจะเพิ่งคิดได้ภายหลังว่าไม่จำเป็นต้องใช้ขั้นตอนที่ผิดนั้นในการแก้ปัญหา กรณีนี้จะไม่ถือว่านักเรียนเลือกขั้นตอนที่ผิดนั้น และจะไม่โดนหักคะแนนในส่วนของการเลือกขั้นตอนผิดดังกล่าว สำหรับนักเรียนที่แสดงวิธีทำขั้นตอนผิดหรือขั้นตอนไม่ใช้ แต่ไม่ได้นำผลการคำนวณหรือจำนวนที่คำนวณได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาอย่างแท้จริง จะหักคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหาเฉพาะส่วนที่เลือกขั้นตอนไม่ใช้นั้นให้ครึ่งหนึ่งของคะแนนขั้นตอนไม่ใช้ที่ควรได้

2) *กรณีที่นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำเลย* หรือนักเรียนแสดงวิธีทำอย่างไม่เป็นขั้นตอนที่แสดงให้เห็นว่าต้องการทำอะไรอย่างเด่นชัด เมื่อเป็นเช่นนี้ให้คำนวณคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนไปตามปกติ โดยตั้งข้อสันนิษฐานว่านักเรียนที่มีพฤติกรรมลักษณะนี้อาจมีความสามารถในการเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหาอยู่จริง แต่ที่ไม่ได้แสดงวิธีทำมานั้น อาจด้วยสาเหตุเพราะไม่เข้าใจคำสั่ง หรืออาจไม่ทราบว่าต้องแสดงวิธีแก้ปัญหาเพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่วางแผนไว้ได้อย่างไร ในที่นี้อาจเป็นเพราะนักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ หรืออาจเป็นเพราะไม่รู้จักการแสดงวิธีทำก็เป็นได้

3. คำนวณคะแนนสุทธิที่นักเรียนจะได้ในส่วนนี้ ตามเกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมซึ่งรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกถูกจัดเข้ากลุ่ม

ในการคำนวณคะแนนสุทธิ มีวิธีการดังนี้

3.1 <u>หาคะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้าย</u>

ให้คะแนนนักเรียนที่เลือกขั้นตอนสุดท้ายเท่ากับ 0.1 คะแนน

3.2 <u>หาคะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก</u> ซึ่งไม่รวมขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา จากการคำนวณ

คะแนนขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอน × จำนวนของขั้นตอนหลักที่นักเรียนเลือกมา (ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย)

ตัวอย่าง : *สมมติเกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม มีคะแนนขั้นตอนหลักขั้นตอนละ 0.225 คะแนน ถ้านักเรียนคนหนึ่งเลือกขั้นตอนหลักซึ่งไม่รวมขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหามาเพียง 3 ขั้นตอน ดังนั้นนักเรียนจะได้คะแนนส่วนนี้เท่ากับ 0.225 ×3 = 0.675 คะแนน*

3.3 <u>หาคะแนนการเลือกขั้นตอนแทรก</u>* จากการคำนวณ

คะแนนขั้นตอนแทรกต่อหนึ่งขั้นตอน × จำนวนของขั้นตอนไม่ใช้ที่นักเรียนเลือกมา *หรือ* **0 × จำนวนของขั้นตอนไม่ใช้ที่นักเรียนเลือกมา**

**หมายเหตุ*: *อาจข้ามการคำนวณคะแนนการเลือกขั้นตอนแทรกเลยก็ได้ เพราะไม่ว่าจะเลือกขั้นตอนแทรกมากี่ขั้นตอน ก็ได้คะแนนส่วนนี้เท่ากับ 0 คะแนนเสมอ*

3.4 <u>หาคะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้</u> จากการคำนวณ

คะแนนขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอน × จำนวนของขั้นตอนไม่ใช้ที่นักเรียนเลือกมา

ตัวอย่าง: *สมมติเกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม มีคะแนนขั้นตอนไม่ใช้ขั้นตอนละ 0.225 คะแนน ถ้านักเรียนเลือกขั้นตอนไม่ใช้มา 1 ขั้นตอน ดังนั้นนักเรียนจะมีคะแนนของขั้นตอนไม่ใช้เท่ากับ -0.6×1 = -0.6 คะแนน*

3.5 <u>หาคะแนนการเลือกขั้นตอนหลักรอง</u> จากการคำนวณ

คะแนนขั้นตอนหลักรองต่อหนึ่งขั้นตอน × จำนวนของขั้นตอนหลักรองที่นักเรียนเลือกมา *หรือ* **0.15 × จำนวนของขั้นตอนหลักรองที่นักเรียนเลือกมา**

3.6 <u>หาคะแนนรวม</u> จากการคำนวณ

คะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก (*ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย*) + คะแนนการเลือกขั้นตอนแทรก + คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ + คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักรอง (*ถ้ามี*) *หรือ* **คะแนนการเลือกขั้นตอนหลัก (*ไม่รวมขั้นตอนสุดท้าย*) + คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้ + คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักรอง (*ถ้ามี*)**

หาคะแนนรวมที่คำนวณได้เป็นคะแนนติดลบ ให้ปัดเป็น 0 คะแนน แต่ถ้าคะแนนรวมที่ได้มากกว่าหรือเท่ากับ 0 คะแนน ให้คงคะแนนเดิมไว้ เพื่อนำไปคำนวณคะแนนสุทธิต่อไป

3.7 <u>หาคะแนนสุทธิ</u> โดยพิจารณาการเลือกขั้นตอนสุดท้ายของนักเรียนดังนี้

กรณีที่ 1: นักเรียนได้เลือกขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหามาด้วย

- ให้เพิ่มคะแนนขั้นตอนสุดท้าย จากคะแนนรวมที่คำนวณได้ในข้อ 3.6

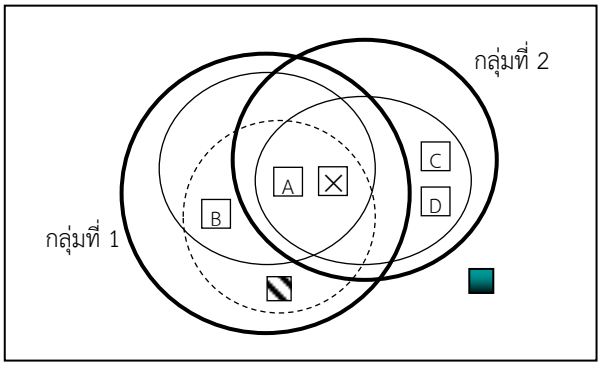
กรณีที่ 2: นักเรียนไม่ได้เลือกขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา

- ให้คงคะแนนรวมไว้เหมือนเดิม

คะแนนสุทธิที่คำนวณได้นี้ จะถือเป็นคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียน

ตัวอย่างวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนน และวิธีการให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียน

สมมติให้โจทย์คณิตศาสตร์ข้อหนึ่งมีกลุ่มรูปแบบของการแก้ปัญหาร่วมทั้งหมด 2 กลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 มีขั้นตอนหลัก 3 ขั้นตอนคือ ขั้นตอน A ขั้นตอน B และขั้นตอนสุดท้าย และมีขั้นตอนแทรก 1 ขั้นตอน ส่วนกลุ่มที่ 2 มีขั้นตอนหลักทั้งหมด 4 ขั้นตอนคือ ขั้นตอน A ขั้นตอน C ขั้นตอน D และขั้นตอนสุดท้าย และไม่มีขั้นตอนแทรกในกลุ่ม



ฉะนั้นเกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 1 คือ

- คะแนนขั้นตอนสุดท้ายคือ 0.1 คะแนน
- คะแนนขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอนเท่ากับ 0.9 ÷ 2 = 0.45 คะแนน
- คะแนนขั้นตอนแทรกเท่ากับ 0 คะแนน
- คะแนนขั้นตอนหลักรอง*ต่อหนึ่งขั้นตอนเท่ากับ 0.15 คะแนน

  **หมายเหตุ : จะได้คะแนนส่วนนี้ก็ต่อเมื่อปรากฏการแสดงวิธีทำด้วยเท่านั้น*
- คะแนนขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอนเท่ากับ - 0.9 ÷ 1 = - 0.9 คะแนน

และเกณฑ์การให้คะแนนของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 2 คือ

- คะแนนขั้นตอนสุดท้ายคือ 0.1 คะแนน
- คะแนนขั้นตอนหลักต่อหนึ่งขั้นตอนเท่ากับ 0.9 ÷ 3 = 0.3 คะแนน
- คะแนนขั้นตอนหลักรอง*ต่อหนึ่งขั้นตอนเท่ากับ 0.15 คะแนน

  **หมายเหตุ : จะได้คะแนนส่วนนี้ก็ต่อเมื่อปรากฏการแสดงวิธีทำด้วยเท่านั้น*
- คะแนนขั้นตอนไม่ใช้ต่อหนึ่งขั้นตอนเท่ากับ - 0.9 ÷ 1 = - 0.9 คะแนน

สมมติว่า นักเรียนคนที่หนึ่งเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามา 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอน A ขั้นตอน B ขั้นตอน D ขั้นตอนแทรก และขั้นตอนสุดท้าย อันดับแรกผู้วิจัยจะพิจารณาในส่วนของการแสดงวิธีทำของนักเรียนก่อนว่าได้ทำขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมานั้นครบทุกขั้นตอนหรือไม่ หากนักเรียนคนที่หนึ่งแสดงวิธีทำตามขั้นตอนเลือกมาครบถ้วน เช่นนี้ผู้วิจัยจะถือว่านักเรียนคนที่หนึ่งเลือกขั้นตอนเหล่านั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างแท้จริง สำหรับกรณีของนักเรียนคนที่หนึ่งจะเห็นว่า นักเรียนเลือกขั้นตอนหลัก(ไม่นับขั้นตอนสุดท้าย)ของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 1 มา 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอน A และขั้นตอน B ในขณะเดียวกันก็เลือกขั้นตอนหลักของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 2 มาด้วย 1 ขั้นตอนคือ ขั้นตอน D เมื่อเป็นเช่นนี้ผู้วิจัยจะเปรียบเทียบจำนวนขั้นตอนหลักของแต่ละกลุ่มที่นักเรียนเลือกมาว่า จำนวนขั้นตอนหลักของกลุ่มใดมากกว่ากัน ก็จะตัดสินให้นักเรียนมีรูปแบบการแก้ปัญหาอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมนั้น ดังนั้นในกรณีของนักเรียนคนที่หนึ่ง ผู้วิจัยจะตัดสินให้นักเรียนคนนี้ใช้รูปแบบการแก้ปัญหาที่อยู่ในกลุ่ม

รูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 1 ในการแก้ปัญหา โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปของกลุ่มที่ 1 ในการแก้ปัญหา เพราะนักเรียนเลือกขั้นตอนแทรกมาใช้แก้ปัญหาด้วย

ดังนั้น ผู้วิจัยจะตัดสินคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่หนึ่งด้วยเกณฑ์การให้คะแนนการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 1 ซึ่งมีวิธีการคำนวณคะแนนของนักเรียนดังนี้

คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักเท่ากับ $2 \times 0.45 = 0.9$ คะแนน

คะแนนการเลือกขั้นตอนแทรกเท่ากับ 0 คะแนน

คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักรองเท่ากับ 0.15 คะแนน

คะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้ายเท่ากับ 0.1 คะแนน

ฉะนั้น นักเรียนคนที่หนึ่งจะได้คะแนนรวมเท่ากับ $0.9 + 0 + 0.15 = 1.05$ คะแนน และได้คะแนนสุทธิหรือคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับ $1.05 + 0.1 = 1.15$ คะแนน ซึ่งถือว่านักเรียนคนที่หนึ่งได้คะแนนเต็มคือ 1 คะแนนนั่นเอง

สมมติว่า นักเรียนคนที่สองเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามา 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอน A ขั้นตอน C ขั้นตอน D ขั้นตอนแทรก และขั้นตอนไม่ใช้ และนักเรียนได้แสดงวิธีทำครบทุกขั้นตอน แต่ไม่ได้ใช้ข้อมูลที่คำนวณได้จากขั้นตอนไม่ใช้ไปใช้ในการหาข้อมูลส่วนอื่น (หรือคำนวณแล้วทิ้ง ไม่ได้ใช้ประโยชน์อะไรในการแก้ปัญหา) เช่นนี้ผู้วิจัยจะถือว่านักเรียนคนที่สองไม่ได้ใช้ขั้นตอนไม่ใช้ในการแก้ปัญหาอย่างแท้จริง ดังนั้นในกรณีนี้ผู้วิจัยจะให้คะแนนนักเรียนในส่วนของการเลือกขั้นตอนไม่ใช้เท่ากับครึ่งหนึ่งของคะแนนที่ควรได้

เนื่องจากนักเรียนคนที่สองเลือกขั้นตอนหลักของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 2 มากกว่ากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 1 ฉะนั้นผู้วิจัยจะใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ 2 ในการตัดสินคะแนนนักเรียนดังนี้

คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักเท่ากับ $2 \times 0.3 = 0.6$ คะแนน

คะแนนการเลือกขั้นตอนแทรกเท่ากับ 0 คะแนน

คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักรองเท่ากับ 0.15 คะแนน

คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้เท่ากับ $-0.9 \div 2 = -0.45$ คะแนน

ฉะนั้น นักเรียนคนที่สองจะได้คะแนนรวมเท่ากับ $0.6 + 0 + 0.15 + (-0.45) = 0.3$ คะแนน แต่เนื่องจากนักเรียนไม่ได้เลือกขั้นตอนสุดท้ายในการแก้ปัญหา ดังนั้นนักเรียนจะได้คะแนนสุทธิหรือคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับ $0.3 + 0 = 0.3$ คะแนน

สมมติว่า นักเรียนคนที่สามเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามา 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอน A ขั้นตอนไม่ใช้ และขั้นตอนสุดท้าย โดยนักเรียนได้แสดงวิธีทำครบทุกขั้นตอนที่เลือกมา และใช้ข้อมูลที่ได้จากทุกขั้นตอน

เนื่องจากนักเรียนคนที่สามเลือกขั้นตอนหลักของกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 1 มากกว่ากลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมกลุ่มที่ 2 ฉะนั้นผู้วิจัยจะใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของกลุ่มที่ 2 ในการตัดสินคะแนนนักเรียนดังนี้

คะแนนการเลือกขั้นตอนหลักเท่ากับ $1 \times 0.45 = 0.45$ คะแนน

คะแนนการเลือกขั้นตอนไม่ใช้เท่ากับ $1 \times (-0.9) = -0.9$ คะแนน

คะแนนการเลือกขั้นตอนสุดท้ายเท่ากับ 0.1 คะแนน

ฉะนั้น นักเรียนคนที่สามจะได้คะแนนรวมเท่ากับ $0.45 + (-0.9) = -0.45$ คะแนน หรือปัดเป็น 0 คะแนน และได้คะแนนสุทธิหรือคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับ $0 + 0.1 = 0.1$ คะแนน

<u>วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนน และวิธีให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด</u>
: *ความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา*

<u>ข้อกำหนดหรือข้อบังคับของการสร้างเกณฑ์การให้คะแนน</u>

1. คะแนนเต็มของความสามารถด้านนี้คือ 1.5 คะแนน

2. เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านนี้ จะมีความแตกต่างกันตามแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา หรือกล่าวว่า รูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบจะมีเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านนี้ที่แตกต่างกัน ฉะนั้น การให้คะแนนนักเรียนแต่ละคนจึงใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถที่แตกต่างกันได้ ขึ้นอยู่กับรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้

อย่างไรก็ตาม เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของทุกรูปแบบการแก้ปัญหา จะมีวิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนด้วยวิธีเดียวกันเท่านั้น

3. การให้คะแนนความสามารถด้านนี้ เป็นการเฉลี่ยคะแนนเต็มของความสามารถ(1.5 คะแนน)ตามจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา หรือเป็นการให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาตามจำนวนขั้นตอนที่อยู่ในลำดับถูกต้อง ทั้งนี้ขั้นตอนการแก้ปัญหาใดก็ตามจะเป็นขั้นตอนที่อยู่ใน*ลำดับถูกต้อง*ได้นั้น ก็ต่อเมื่อขั้นตอนการแก้ปัญหาดังกล่าวถูกจัดเรียงอย่างถูกต้องทั้งในด้าน*ลำดับของการแก้ปัญหา* และ *ลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา* เพราะขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนย่อมมีลำดับของการแก้ปัญหาและลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาที่แน่นอนตามรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักหรือรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไป เนื่องจากการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาจำเป็นต้องจัดเรียงทั้งขั้นตอนหลักและขั้นตอนแทรกให้อยู่ในลำดับที่ถูกต้องจึงจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ตามต้องการ ฉะนั้นถึงแม้นักเรียนจะเลือกรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนแทรกเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย แต่เมื่อนักเรียนได้เลือกขั้นตอนแทรกมาใช้ในการแก้ปัญหาแล้ว ก็สมควรต้องจัดเรียงขั้นตอนแทรกให้อยู่ในลำดับที่ถูกต้องด้วยเช่นกัน จึงจะสามารถแก้ปัญหาได้ในที่สุด ด้วยเหตุนี้จึงต้องนับการเรียงลำดับของขั้นตอนแทรกเป็นลำดับหนึ่งที่นักเรียนต้องแสดงความสามารถในการจัดเรียงให้ถูกต้อง หรือต้องนับการเรียงลำดับขั้นตอนแทรกเป็นหนึ่งในความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วย

โดยสรุปแล้วในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา จะนับการจัดเรียงลำดับของขั้นตอนหลักและขั้นตอนแทรกเป็น*ลำดับของการแก้ปัญหา*ทั้งหมด และนับการจัดเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งขั้นตอนหลักและขั้นตอนแทรกเป็น*ลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา*ทั้งหมด ซึ่งผลรวมที่ได้จะเป็น*จำนวนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมด*ที่นักเรียนต้องจัดเรียงให้ถูกต้อง และจะเฉลี่ยคะแนนเต็มของความสามารถตามจำนวนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา เป็นเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ถูกต้องต่อหนึ่งลำดับ

ดังนั้น รูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งๆ จึงสามารถเฉลี่ยการให้คะแนนเต็มของความสามารถตามจำนวนลำดับการแก้ปัญหาทั้งหมดและจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดได้ดังนี้

1.5 ÷ (จำนวนลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมด + จำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมด)

หรือ

1.5 ÷ จำนวนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหา

4. การที่จำนวนการเรียงลำดับทั้งหมดของขั้นตอนการแก้ปัญหาในรูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งๆ มีความสำคัญต่อการนำมาใช้คำนวณหาเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาต่อหนึ่งลำดับและจำนวนการเรียง ลำดับทั้งหมดของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหาก็ขึ้นกับจำนวนขั้นตอนที่ปรากฏในแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหานั้น จึงแสดงว่าเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาย่อมขึ้นกับจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ปรากฏในรูปแบบการแก้ปัญหา หรือก็คือ เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหาจะมีความแตกต่างกันก็ต่อเมื่อรูปแบบการแก้ปัญหาเหล่านั้นมีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาแตกต่างกัน ฉะนั้น แม้รูปแบบการแก้ปัญหาบางรูปแบบจะมีแนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้หลายแนวทาง(เช่นสามารถจัดเรียงขั้นตอนหนึ่งให้อยู่ในลำดับที่ (2) หรือลำดับที่ (3) ก็ได้ เป็นต้น) ก็ไม่ได้มีผลทำให้จำนวนการเรียงลำดับทั้งหมดของขั้นตอนในรูปแบบการแก้ปัญหาที่มีแนวทางการลำดับขั้นตอนหลายแนวทางเปลี่ยนแปลงได้ นั่นหมายความว่า แม้รูปแบบการแก้ปัญหาบางรูปแบบจะมีแนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาหลายแนวทาง ก็จะยังคงมีเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เหมือนกันอยู่ เพราะต่างก็เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกัน จึงต้องมีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากันด้วย

โดยสรุปแล้ว เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาจะมีความแตกต่างกันไปในแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา ขึ้นอยู่กับจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ปรากฏในแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหาเป็นสำคัญ ดังนั้นรูปแบบการแก้ปัญหาใดที่มีจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากันก็ย่อมต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เท่ากันด้วย ไม่ว่ารูปแบบการแก้ปัญหานั้นจะมีแนวทางการลำดับขั้นตอนเพียงแนวทางเดียวหรือหลายแนวทาง หรือไม่ว่ารูปแบบการแก้ปัญหานั้นจะเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักหรือรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปก็ตาม

5. สำหรับการให้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหานี้ จะไม่คำนึงถึงขั้นตอนผิดหรือขั้นตอนไม่ใช้ที่นักเรียนเลือกมาด้วย กล่าวคือ จะไม่มีการคำนวณคะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนผิดหรือขั้นตอนไม่ใช้ของนักเรียนด้วยคะแนนติดลบเช่นเดียวกับการคำนวณคะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา แต่จะให้คะแนนในส่วนของการเรียงลำดับขั้นตอนผิดหรือขั้นตอนไม่ใช้ที่นักเรียนเลือกมาด้วยคะแนน 0 คะแนน หรือกล่าวอีกนัยว่า ผู้วิจัยจะข้ามการพิจารณาของการให้คะแนนการเรียงลำดับของขั้นตอนผิดหรือขั้นตอนไม่ใช้ที่นักเรียนเลือกมา โดยไม่มีการให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนผิดหรือขั้นตอนไม่ใช้ เพราะถือเป็นขั้นตอนที่ไม่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้จริงอยู่แล้ว ดังนั้นการเรียงลำดับขั้นตอนไม่ใช้จึงไม่มีผลต่อการแก้ปัญหาแต่อย่างใด

ส่วนการเรียงลำดับของขั้นตอนหลักรองที่นักเรียนเลือกมา จะพิจารณาเฉพาะลำดับระหว่างขั้นตอนหลักรองเทียบกับขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนหลักรองเท่านั้น เช่น ขั้นตอนสุดท้ายซึ่งเป็นขั้นตอนที่อยู่ในทุกรูปแบบการแก้ปัญหาเสมอ ส่วนขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ของรูปแบบการแก้ปัญหา ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนหลักรองที่เลือกมานั้น จะไม่มีการพิจารณาการเรียงลำดับเพื่อให้คะแนนในส่วนนี้

6. ก่อนที่จะให้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ต้องตรวจสอบการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนอีกครั้งว่า นักเรียนได้แสดงวิธีทำตามลำดับที่วางแผนไว้หรือไม่ เพื่อดูว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถในการจัดเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเหล่านั้นแท้จริงหรือไม่ โดยพิจารณาดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1: นักเรียนได้แสดงวิธีทำในข้อสอบ

ในกรณีนี้ ให้ตรวจสอบว่าการแสดงวิธีทำของนักเรียนมีลำดับของการแก้ปัญหาเป็นไปตามที่นักเรียนวางแผนไว้หรือไม่ หากไม่เป็นไปตามแผนที่วางไว้ ให้ทำการจัดเรียงลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาใหม่ตามลำดับของขั้นตอนที่นักเรียนแสดงวิธีทำไว้ แล้วจึงค่อยให้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับ

ขั้นตอนการแก้ปัญหา แต่ถ้านักเรียนได้ทำตามแผนที่วางไว้ทุกประการ ให้ทำการตรวจสอบการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อให้คะแนนนักเรียนได้ตามปกติ

กรณีที่ 2: นักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำในข้อสอบ หรือไม่มีสิ่งใดบ่งชี้ว่านักเรียนได้แสดงวิธีทำให้เห็นอย่างชัดเจน

ในกรณีนี้ ให้ดำเนินการตรวจสอบการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อให้คะแนนนักเรียนไปตามปกติ โดยไม่ต้องมีการปรับเปลี่ยนการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเดิมของนักเรียนแต่อย่างใด

🖹 <u>วิธีสร้างเกณฑ์การให้คะแนนนักเรียน</u>: *ความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา*

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้น จะแยกตามรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบ แม้รูปแบบการแก้ปัญหาบางรูปแบบจะอยู่ในกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมเดียวกัน ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหาจะมีวิธีสร้างเกณฑ์ที่เหมือนกันดังนี้

1. หาจำนวนลำดับของการแก้ปัญหาของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา

ตัวอย่าง สมมติข้อสอบของโจทย์คณิตศาสตร์ข้อหนึ่งกำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหามาให้ 7 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอน A, ขั้นตอน B, ขั้นตอน C, ขั้นตอน D, ขั้นตอน E, ขั้นตอน F และขั้นตอน G และโจทย์ปัญหาข้อนี้มีกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมทั้งหมด 2 กลุ่ม โดยกลุ่มหนึ่งมีรูปแบบการแก้ปัญหา 2 รูปแบบคือ รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาหลักของกลุ่ม และรูปแบบที่ 2 เป็นรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปที่มีขั้นตอน D เป็นขั้นตอนแทรกจำนวน 1 ขั้นตอน ส่วนอีกกลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วมหนึ่งมีรูปแบบการแก้ปัญหาในกลุ่มเพียง 1 รูปแบบคือ รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 3 แต่ละรูปแบบการแก้ปัญหามีการเรียงลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาดังแสดงในตารางต่อไปนี้

กลุ่มรูปแบบการแก้ปัญหาร่วม	**รูปแบบการแก้ปัญหา**	**แนวทางการลำดับขั้นตอน**	**ลำดับของการแก้ปัญหา**				
			(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**
กลุ่มที่ 1	รูปแบบการแก้ปัญหาที่ 1	-	A	B	C	E	-
	รูปแบบการแก้ปัญหาที่ 2	แนวทางที่ 1	A	B	C	D	E
		แนวทางที่ 2	A	D	B	C	E
		แนวทางที่ 3	A	B	D	C	E
กลุ่มที่ 2	รูปแบบการแก้ปัญหาที่ 3	-	G	C	E	-	-

จากตารางข้างต้นสรุปได้ว่า

- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 มีจำนวนลำดับของการแก้ปัญหาทั้งหมด(ทุกขั้นตอน) 4 ลำดับ
- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 (ทุกแนวทางการลำดับขั้นตอน) มีจำนวนลำดับของการแก้ปัญหาทั้งหมด (ทุกขั้นตอน) 5 ลำดับ
- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 3 มีจำนวนลำดับของการแก้ปัญหาทั้งหมด(ทุกขั้นตอน) 3 ลำดับ

2. หาจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการดังต่อไปนี้

2.1 อันดับแรก เลือกขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหามาหาจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ในโจทย์ปัญหา โดยการพิจารณาว่า ขั้นตอนแรกสามารถเทียบลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ทั้งหมดกี่ขั้นตอน และขั้นตอนเหล่านั้นมีอะไรบ้าง หรือพิจารณาว่ามีขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ที่อยู่ลำดับถัดจากขั้นตอนแรกกี่ขั้นตอน และเป็นขั้นตอนอะไรบ้าง

ดังนั้นหากสมมติว่า รูปแบบการแก้ปัญหามีขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมด n ขั้นตอน ขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาจะต้องมีจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ รวมทั้งสิ้น $n - 1$ ลำดับ

2.2 เลือกขั้นตอนลำดับที่สองของการแก้ปัญหามาหาจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ เช่น เดียวกับวิธีในข้อ 2.1 ฉะนั้นในทำนองเดียวกัน หากมีขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมด n ขั้นตอน ขั้นตอนลำดับที่สองก็ต้องมีจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ จำนวน $n - 1$ ลำดับเช่นกัน แต่เนื่องจากลำดับระหว่างขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาเทียบกับขั้นตอนลำดับที่สองของการแก้ปัญหา ได้ถูกนับไปแล้วในข้อ 2.1 หรือได้รวมอยู่ในจำนวนที่หาได้ในข้อ 2.1 แล้ว ด้วยเหตุนี้เพื่อให้สามารถหาจำนวนลำดับทั้งหมดระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนได้ถูกต้องครบถ้วน จึงต้องหักการนับลำดับระหว่างขั้นตอนแรกกับขั้นตอนลำดับที่สองของการแก้ปัญหาออก เพื่อไม่ให้เกิดการนับจำนวนลำดับซ้ำกับที่ได้นับไปแล้วคราวพิจารณาลำดับระหว่างขั้นตอนแรกกับขั้นตอนอื่นในข้อ 2.1 ฉะนั้นเมื่อหักลำดับระหว่างขั้นตอนแรกกับขั้นตอนลำดับที่สองออก จะเหลือจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนที่สองกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ยกเว้นขั้นตอนแรกเท่ากับ $n - 2$ ลำดับ

2.3 เลือกขั้นตอนลำดับที่สามของการแก้ปัญหามาพิจารณาหาจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ เช่นเดียวกับวิธีที่ผ่านมา ก็จะได้ลำดับระหว่างขั้นตอนลำดับที่สามกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ยกเว้นขั้นตอนแรกและขั้นตอนลำดับที่สอง(เพราะได้นับไปแล้วในข้อ 2.1 และ 2.2) เท่ากับ $n - 3$ ลำดับ ขณะเดียวกันเมื่อพิจารณาเช่นนี้กับขั้นตอนลำดับที่สี่ จะได้ลำดับระหว่างขั้นตอนลำดับที่สี่กับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ยกเว้นขั้นตอนแรก ขั้นตอนลำดับที่สองและขั้นตอนลำดับที่สามเท่ากับ $n - 4$ ลำดับ ดังนั้นหากพิจารณาทำนองเดียวกันนี้กับขั้นตอนการแก้ปัญหาลำดับถัดไปเรื่อยๆ เพื่อหาจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เหลือให้ครบถ้วน ก็จะทำให้ได้จำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนเท่ากับ $(n - 1) + (n - 2) + \ldots + 2 + 1 + 0$ ลำดับ หรือ $\frac{n(n - 1)}{2}$ ลำดับ

ตัวอย่าง จากตัวอย่างในข้อที่ 1 จะสามารถพิจารณาหาจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนของรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางแสดงผลการพิจารณาหาจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาของทุกขั้นตอน ในแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา

ผลการพิจารณา / ขั้นตอนการแก้ปัญหาลำดับต่างๆ ที่พิจารณา	จำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาลำดับต่างๆ กับขั้นตอนลำดับถัดไป(ยกเว้นขั้นตอนก่อนหน้า) ของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา				
	รูปแบบที่ 1	รูปแบบที่ 2			รูปแบบที่ 3
		แนวทางที่ 1	*แนวทางที่ 2*	*แนวทางที่ 3*	
ขั้นตอนลำดับที่ (1) *(ขั้นตอนแรก)*	3 ลำดับ *(A , B), (A , C), (A , E)*	4 ลำดับ *(A , B), (A , C), (A , D), (A , E)*	4 ลำดับ *(A , C), (A , D), (A , B), (A , E)*	4 ลำดับ *(A , B), (A , D), (A , C), (A , E)*	2 ลำดับ *(G , C), (G , E)*
ขั้นตอนลำดับที่ (2)	2 ลำดับ *(B , C), (B , E)*	3 ลำดับ *(B , C), (B , D), (B , E)*	3 ลำดับ *(D , B), (D , C), (D , E)*	3 ลำดับ *(B , D), (B , C), (B , E)*	1 ลำดับ *(C , E)*
ขั้นตอนลำดับที่ (3)	1 ลำดับ *(C , E)*	2 ลำดับ *(C , D), (C , E)*	2 ลำดับ *(B , C), (B , E)*	2 ลำดับ *(D , C), (D , E)*	0 ลำดับ
ขั้นตอนลำดับที่ (4)	0 ลำดับ	1 ลำดับ *(D , E)*	1 ลำดับ *(C , E)*	1 ลำดับ *(C , E)*	
ขั้นตอนลำดับที่ (5)		0 ลำดับ	0 ลำดับ	0 ลำดับ	
ผลรวมของจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา	6 ลำดับ *(A , B), (A , C), (A , E), (B , C), (B , E), (C , E)*	10 ลำดับ *(A , B), (A , C), (A , D), (A , E), (B , C), (B , D), (B , E), (C , D), (C , E), (D , E)*	10 ลำดับ *(A , C), (A , D), (A , B), (A , E), (D , B), (D , C), (D , E), (B , C), (B , E), (C , E)*	10 ลำดับ *(A , B), (A , D), (A , C), (A , E), (B , D), (B , C), (B , E), (D , C), (D , E), (C , E)*	3 ลำดับ *(G , C), (G , E), (C , E)*

จากตารางแสดงผลการพิจารณาลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาของทุกขั้นตอนในแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหาข้างต้น มีข้อสังเกตเห็นว่า ไม่ว่ารูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 ซึ่งเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาทั่วไปที่มีขั้นตอน D เป็นขั้นตอนแทรก จะมีแนวทางการลำดับขั้นตอนเพียงหนึ่งแนวทางหรือหลายแนวทางก็ตาม ถึงอย่างไรก็ต้องมีลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดเท่ากับ 10 ลำดับเหมือนกัน ด้วยเหตุนี้จึงสามารถสรุปจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหาได้ว่า

- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 มีจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนในรูปแบบการแก้ปัญหา เท่ากับ 3 + 2 + 1 + 0 = 6 ลำดับ
- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 มีจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนในรูปแบบการแก้ปัญหา เท่ากับ 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10 ลำดับ
- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 3 มีจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนในรูปแบบการแก้ปัญหา เท่ากับ 2 + 1 + 0 = 3 ลำดับ

สำหรับลำดับระหว่างขั้นตอนแทรก(ในที่นี้คือขั้นตอน D)กับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ในรูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 นั้นมีข้อสังเกตพบว่า จะมีทั้งลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกกับขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งที่มีลำดับแน่นอนตายตัว และลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกกับขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งที่มีลำดับไปแน่นอนตายตัว ดังเช่นจากตารางข้างต้นพบว่า ลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ มีทั้งลำดับที่แน่นอนตายตัวและลำดับที่ไม่แน่นอนตายตัว โดยลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอน A และลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอน E เท่านั้นที่มีลำดับแน่นอนตายตัวทุกแนวทางการลำดับขั้นตอน(ตามที่ได้ขีดเส้นใต้ของลำดับไว้ในตาราง) ส่วนลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน B และลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอน C เป็นลำดับที่ไม่แน่นอนตายตัวในแต่ละแนวทางการลำดับขั้นตอน จากข้อสังเกตในจุดนี้ ผู้วิจัยจะใช้ประโยชน์ของความแตกต่างที่เกิดขึ้นกับลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ เป็นตัวตัดสินคะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอีกที ซึ่งจะได้กล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

3. รวมจำนวนลำดับของการแก้ปัญหาที่หาได้ในข้อ 1 กับจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่หาได้ในข้อ 2 ของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา หรือหาจำนวนการเรียงลำดับทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบ

ตัวอย่าง จากตัวอย่างในข้อก่อนหน้าจะได้ว่า

- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 มีจำนวนการเรียงลำดับทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหาเท่ากับ 4 + 6 = 10 ลำดับ
- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 มีจำนวนการเรียงลำดับทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหาเท่ากับ 5 + 10 = 15 ลำดับ
- รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 3 มีจำนวนการเรียงลำดับทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหาเท่ากับ 3 + 3 = 6 ลำดับ

4. สร้างเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาแยกตามรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบ โดยการหาคะแนนเฉลี่ยของการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาตามจำนวนการเรียงลำดับทั้งหมดของแต่ละรูปแบบการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

1.5 ÷ (จำนวนลำดับของการแก้ปัญหาทั้งหมด + จำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอน)

หรือ

1.5 ÷ จำนวนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหา

ตัวอย่าง จากตัวอย่างในข้อก่อนหน้า จะสามารถสร้างเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบได้ดังนี้

- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 คือ ให้คะแนนขั้นตอนที่อยู่ในลำดับถูกต้อง(หรือจัดเรียงอยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาและลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ถูกต้อง) ลำดับละ 1.5 ÷ 10 = 0.15 คะแนน
- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 คือ ให้คะแนนขั้นตอนที่อยู่ในลำดับถูกต้อง(หรือจัดเรียงอยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาและลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ถูกต้อง) ลำดับละ 1.5 ÷ 15 = 0.1 คะแนน

- เกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 3 คือ ให้คะแนนขั้นตอนที่อยู่ในลำดับถูกต้อง(หรือจัดเรียงอยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาและลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ถูกต้อง) ลำดับละ 1.5 ÷ 6 = 0.25 คะแนน

🖹 <u>วิธีการให้คะแนนนักเรียน</u> : *ความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา*

1. ตรวจสอบการแสดงวิธีทำของนักเรียนเพื่อยืนยันอีกครั้งว่า นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้เรียง ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้หรือไม่ หากพบว่านักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงแผนการแก้ปัญหาที่ได้จัดเรียงไว้ ผู้วิจัยจะจัดเรียงขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนใหม่ให้สอดคล้องกับลำดับของขั้นตอนที่นักเรียนแสดงวิธีทำ แต่ถ้านักเรียนไม่ได้แสดงวิธีทำ หรือไม่ปรากฏร่องรอยบ่งชี้ถึงการแสดงวิธีทำเพื่อหาอะไรอย่างชัดเจน หรือไม่สามารถระบุได้ว่านักเรียนกำลังแสดงวิธีทำตามขั้นตอนการแก้ปัญหาใด เช่นนี้ผู้วิจัยจะยึดคำตอบที่นักเรียนได้วางแผนการแก้ปัญหาไว้ตามเดิมในการให้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

2. พิจารณาว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกมาเป็นรูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบใด (พิจารณาเช่นเดียวกับการหารูปแบบการแก้ปัญหาเพื่อให้คะแนนความสามารถด้านการเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา) แล้วใช้เกณฑ์การให้คะแนนของรูปแบบการแก้ปัญหานั้นในการให้คะแนนความสามารถ

3. พิจารณาต่อว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมา จัดเรียงอยู่ในลำดับที่ถูกต้องหรือไม่ โดยการตรวจสอบความถูกต้องของการเรียงลำดับใน 2 ส่วนคือ ส่วนของการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา และส่วนของการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา ดังนี้

ส่วนที่ 1: ตรวจสอบการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา

การตรวจสอบในส่วนนี้ เป็นการตรวจสอบว่าขั้นตอนต่างๆ ที่นักเรียนเลือกมาอยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือไม่ กล่าวคือ พิจารณาว่านักเรียนสามารถจัดขั้นตอนแรกให้อยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาลำดับที่ (1) ได้ถูกต้องหรือไม่ สามารถจัดขั้นตอนลำดับที่สองให้อยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาลำดับที่ (2) ได้ถูกต้องหรือไม่ เช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งพิจารณาถึงขั้นตอนสุดท้ายหรือจนกระทั่งตรวจสอบได้ครบทุกขั้นตอน หากรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้มีแนวทางการลำดับขั้นตอนมากกว่าหนึ่งแนวทาง ให้ตรวจสอบว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่ขั้นตอนต่างๆ ซึ่งนักเรียนเรียงลำดับมานั้นอยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาที่ถูกต้องในแนวทางการลำดับขั้นตอนแนวทางใดแนวทางหนึ่ง เมื่อพบว่าการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนสอดคล้องกับแนวทางการลำดับขั้นตอนแนวทางใดมากที่สุด(หรือมีจำนวนขั้นตอนที่อยู่ลำดับตรงกับลำดับของการแก้ปัญหาแนวทางใดมากที่สุด) จึงตัดสินให้นักเรียนมีแนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแนวทางนั้น

เมื่อตรวจสอบแล้วพบว่านักเรียนสามารถเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนจะได้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาตามจำนวนขั้นตอนที่สามารถจัดลำดับได้ถูกต้อง โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ในการให้คะแนน แต่ถ้าพบว่านักเรียนเรียงลำดับของการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องในลำดับใด นักเรียนก็จะไม่ได้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา(หรือได้ 0 คะแนน)ตามจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาที่อยู่ในลำดับไม่ถูกต้องนั้น

ในการตรวจสอบการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา ให้พิจารณาเงื่อนไขของการให้คะแนนในกรณีต่างๆ ตามลำดับต่อไปนี้

กรณีที่ 1: นักเรียนไม่ได้เลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามาเลย หรือเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามาเรียงลำดับเพียง 1 ขั้นตอน

หากพบนักเรียนในกรณีดังกล่าว ผู้วิจัยจะให้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา หรือให้คะแนนจากการตรวจสอบในส่วนนี้แก่นักเรียน 0 คะแนน

กรณีที่ 2: นักเรียนไม่ได้จัดเรียงให้ขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาอยู่ลำดับท้ายสุดในการแก้ปัญหา

ตามที่เคยได้กล่าวไปแล้วถึงสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่า นักเรียนทุกคนควรมีความสามารถระดับพื้นฐานในการเลือกขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ฉะนั้นในการพิจารณาตรวจสอบการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาก็เช่นกัน ผู้วิจัยคาดว่านักเรียนจะสามารถจัดเรียงให้ขั้นตอนสุดท้ายอยู่ในลำดับท้ายสุดของการแก้ปัญหาได้ด้วย ดังนั้นหากพบว่านักเรียนคนใดไม่ได้เลือกขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหามา หรือนักเรียนคนใดที่เลือกขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหามา แต่ไม่ได้จัดเรียงให้อยู่ลำดับท้ายสุดของการแก้ปัญหาเมื่อเทียบกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ที่เลือกมาด้วย ผู้วิจัยจะถือว่านักเรียนไม่มีความสามารถด้านการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา และจะให้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา(คะแนนจากการตรวจสอบส่วนนี้)แก่นักเรียน 0 คะแนนทันที

กรณีที่ 3: นักเรียนที่เลือกขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหามา แต่ไม่ได้จัดเรียงให้ขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาอยู่ลำดับที่ (1) ในการแก้ปัญหา

หากนักเรียนคนใดเลือกขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหามาด้วย แต่ไม่ได้จัดเรียงให้อยู่ในลำดับแรกหรือลำดับที่ (1) ของการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะยุติการพิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาในลำดับถัดไป และจะให้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา(คะแนนในส่วนนี้)แก่นักเรียน 0 คะแนนทันที ยกเว้นนักเรียนจะสามารถจัดเรียงขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาให้อยู่ในลำดับท้ายสุดในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ก็จะได้คะแนนในส่วนของการจัดลำดับขั้นตอนสุดท้ายตามเกณฑ์การให้คะแนนของรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้

กรณีที่ 4: นักเรียนเลือกขั้นตอนไม่ใช้มาเรียงลำดับในการแก้ปัญหา

กรณีที่มีนักเรียนเลือกขั้นตอนไม่ใช้มาด้วย ให้ตัดลำดับของขั้นตอนไม่ใช้นั้นออก แล้วร่นขั้นตอนที่อยู่ลำดับถัดจากขั้นตอนไม่ใช้ขึ้นมา เช่นสมมติมีนักเรียนคนหนึ่งเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามา 5 ขั้นตอน โดยมีขั้นตอนหนึ่งที่เป็นขั้นตอนไม่ใช้ซึ่งนักเรียนได้จัดเรียงให้อยู่ในลำดับที่ (3) ของการแก้ปัญหา เมื่อเป็นเช่นนี้ให้ตัดขั้นตอนไม่ใช้ซึ่งอยู่ในลำดับที่ (3) ออก แล้วร่นขั้นตอนที่อยู่ในลำดับที่ (4) มาเป็นลำดับที่ (3) และร่นขั้นตอนสุดท้ายซึ่งนักเรียนได้จัดเรียงให้อยู่ลำดับที่ (5) มาเป็นลำดับที่ (4) แทน จากนั้นจึงค่อยตรวจสอบการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาและตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาต่อไป ยกเว้นกรณีที่นักเรียนจัดเรียงขั้นตอนไม่ใช้อยู่ในลำดับสุดท้ายของการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจะให้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา(คะแนนการตรวจสอบส่วนนี้)แก่นักเรียน 0 คะแนนทันที เพราะถือว่าอย่างน้อยนักเรียนควรสามารถจัดเรียงขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาให้อยู่ลำดับสุดท้ายได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากได้ตั้งสมมติฐานไว้แล้วว่าถือเป็นความสามารถพื้นฐานที่นักเรียนทุกคนควรทราบได้โดยไม่ต้องใช้การวิเคราะห์แต่อย่างใด

กรณีที่ 5: นักเรียนเลือกขั้นตอนหลักรองมาเรียงลำดับในการแก้ปัญหา

สำหรับกรณีนี้ ผู้วิจัยจะไม่ให้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาในส่วนของการจัดลำดับขั้นตอนหลักรอง เพราะถือว่าเป็นขั้นตอนที่ไม่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้โดยตรง แต่จะพิจารณาการจัดเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนหลักรองกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ที่นักเรียนเลือกมาอีกครั้ง ในส่วนของการตรวจสอบลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา ส่วนขั้นตอนหลักรองที่นักเรียนเลือกมา

และได้จัดเรียงลำดับเรียบร้อยแล้วนั้น ให้ทำการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของนักเรียนใหม่ โดยการตัดลำดับในส่วนของขั้นตอนหลักรองออก แล้วร่นลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาลำดับถัดไปขึ้นมา เช่นเดียวกับการร่นลำดับในกรณีที่นักเรียนเลือกขั้นตอนไม่ใช้มาด้วย จากนั้นจึงค่อยตรวจสอบการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาต่อไป

<u>กรณีที่ 6</u>: นักเรียนเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ครบตามจำนวนขั้นตอนทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหา

กรณีที่นักเรียนเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ครบตามจำนวนขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมดของรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ ผู้วิจัยจะยังคงยึดเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้เหมือนเดิม และมีการพิจารณาการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนตามเงื่อนไขในกรณีที่ 1 - 3 เช่นเดิม นอกจากนี้ยังอนุโลมให้ขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับสุดท้าย เปรียบเสมือนขั้นตอนลำดับสุดท้ายของการแก้ปัญหา เช่นสมมติว่ามีนักเรียนคนหนึ่งเลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้งหมด 5 ขั้นตอน แต่เลือกขั้นตอนมาได้ไม่ครบ โดยเลือกมาเพียง 4 ขั้นตอนเท่านั้น อันหมายความว่านักเรียนคนนี้จะมีลำดับของการแก้ปัญหาเพียง 4 ลำดับ หากเป็นเช่นนี้จะถือเป็นข้อตกลงเดียวกันว่า ขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับสุดท้ายของการแก้ปัญหาซึ่งกรณีตัวอย่างนี้คือลำดับที่ 4 เปรียบเสมือนขั้นตอนลำดับสุดท้ายในการแก้ปัญหาคือลำดับที่ 5 และจะพิจารณาเพื่อให้คะแนนนักเรียนที่สามารถจัดเรียงขั้นตอนสุดท้ายอยู่ในลำดับสุดท้ายของการแก้ปัญหาได้ถูกต้องตามเกณฑ์การให้คะแนนเช่นเดิม

สำหรับการตรวจสอบความถูกต้องของลำดับของการแก้ปัญหา จะมีการพิจารณาในบางส่วนที่แตกต่างจากเดิม โดยมีหลักการตรวจสอบคือให้พิจารณาว่าขั้นตอนต่างๆ ที่นักเรียนจัดเรียงมานั้นมีลำดับของการแก้ปัญหาเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ หากขั้นตอนเหล่านั้นมีลำดับไปในทิศทางเดียวกัน จึงจะได้คะแนนตามจำนวนขั้นตอนที่มีลำดับอยู่ในทิศทางเดียวกันนั้น แต่ถ้าขั้นตอนเหล่านั้นเรียงลำดับไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกันทั้งหมด ก็จะได้คะแนนเฉพาะส่วนของขั้นตอนที่มีลำดับอยู่ในทิศทางเดียวกันเท่านั้น โดยเมื่อเริ่มต้นตรวจสอบให้พิจารณาเช่นเดิมก่อนว่านักเรียนสามารถจัดเรียงขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาให้อยู่ลำดับที่ (1) ของการแก้ปัญหาได้ถูกต้องหรือไม่ แล้วจึงแยกการพิจารณาตามกรณีที่ตรวจสอบพบดังนี้

กรณีที่ 6.1: นักเรียนสามารถจัดเรียงขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาให้อยู่ลำดับที่ (1) ของการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

หากนักเรียนสามารถจัดเรียงขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาให้อยู่ลำดับที่ (1) ของการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ให้พิจารณาต่อไปว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) ของการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนลำดับที่สองของการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าใช่ จึงให้คะแนนนักเรียนตามเกณฑ์ที่กำหนด แต่ถ้าไม่ใช่ นักเรียนจะได้คะแนนเพียงครึ่งหนึ่งของคะแนนที่ควรได้ตามเกณฑ์ จากนั้นให้ตรวจสอบต่อไปว่าขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) เป็นขั้นตอนลำดับที่เท่าไรของการแก้ปัญหา เมื่อพบแล้วว่าขั้นตอนนั้นเป็นลำดับที่เท่าไรของการแก้ปัญหา ให้พิจารณาขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (3) อีกว่าเป็นขั้นตอนลำดับที่เท่าไรของการแก้ปัญหา แล้วเทียบเคียงลำดับที่แท้จริงของขั้นตอนทั้งสองว่าเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ ถ้าเป็นไปในทิศทางเดียวกัน นักเรียนจะได้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (3) ครึ่งหนึ่งของคะแนนที่เกณฑ์กำหนดไว้ จากนั้นให้ตรวจสอบเช่นนี้ไปเรื่อยๆ กับขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงในลำดับถัดไป เทียบเคียงกับขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ลำดับก่อนหน้า จนกระทั่งตรวจสอบถึงขั้นตอนที่อยู่ลำดับก่อนหน้าขั้นตอนสุดท้าย แต่ถ้าผลการเทียบลำดับระหว่างขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) กับขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (3) ปรากฏว่า

ไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน เช่นนี้นักเรียนจะไม่ได้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (3) และให้ยุติการตรวจสอบขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับถัดไป โดยถือว่าการจัดเรียงขั้นตอนของนักเรียนในลำดับถัดไปเป็นโมฆะ ซึ่งนักเรียนจะไม่ได้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่อยู่ในลำดับถัดไปอีกด้วย ส่วนขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับสุดท้าย ให้ตรวจสอบตามปกติว่าขั้นตอนดังกล่าวเป็นขั้นตอนลำดับสุดท้ายของการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าใช่จึงให้คะแนนตามเกณฑ์โดยปกติ แต่ถ้าไม่ใช่ก็จะไม่ได้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนสุดท้ายในส่วนนี้

ตัวอย่างการให้คะแนนของกรณีนี้ สมมติให้โจทย์ปัญหาหนึ่งมีรูปแบบการแก้ปัญหาคือ V - W - X - Y - Z โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องขั้นตอนละ 0.1 คะแนน ถ้ามีนักเรียน 3 คนได้จัดเรียงลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาดังนี้ นักเรียนคนที่ 1: V - W - Y - Z นักเรียนคนที่ 2: V - X - Y - Z นักเรียนคนที่ 3: V - Y - X - Z เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนพบว่า นักเรียนคนที่ 1 จัดเรียงขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง จึงได้คะแนนในส่วนนี้ 0.1 คะแนน และจัดเรียงขั้นตอน W ให้อยู่ในลำดับที่ (2) ได้ถูกต้อง จึงได้คะแนนในส่วนนี้ 0.1 คะแนน แต่ปรากฏว่าได้จัดเรียงขั้นตอน Y ให้อยู่ในลำดับที่ (3) ซึ่งแท้ที่จริงขั้นตอนนี้ต้องอยู่ลำดับที่สี่ของการแก้ปัญหา ฉะนั้นนักเรียนจึงได้คะแนนส่วนของการเรียงลำดับขั้นตอน Y เท่ากับ 0.05 คะแนน สำหรับขั้นตอน Z นักเรียนก็สามารถจัดเรียงเป็นขั้นตอนลำดับสุดท้ายได้ถูกต้อง จึงได้คะแนนในส่วนนี้อีก 0.1 คะแนน โดยสรุปแล้วนักเรียนคนที่ 1 จึงได้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.1 + 0.1 + 0.05 + 0.1 = 0.35 คะแนน ต่อมาพิจารณาการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 2 พบว่านักเรียนสามารถจัดเรียงขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเช่นกัน จึงได้คะแนนในส่วนนี้ 0.1 คะแนน แต่ปรากฏว่านักเรียนจัดเรียงขั้นตอนลำดับที่สองไม่ถูกต้อง เพราะนำขั้นตอน X ซึ่งอยู่ลำดับที่สามของการแก้ปัญหามาจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) แต่ทว่าขั้นตอน X ก็ยังคงถือเป็นขั้นตอนที่ต้องอยู่ลำดับหลังของขั้นตอนแรกเสมอ(หรือยังอยู่ในลำดับที่เป็นไปในทิศทางเดียวกันอยู่ เมื่อเทียบกับขั้นตอนก่อนหน้า) ดังนั้นนักเรียนจึงได้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน X เท่ากับ 0.05 คะแนน ส่วนขั้นตอนลำดับที่ (3) นักเรียนคนนี้ได้จัดเรียงขั้นตอน Y ให้อยู่ลำดับที่ (3) ของการแก้ปัญหาเช่นเดียวกับนักเรียนคนที่ 1 แต่เนื่องจากขั้นตอน Y ต้องเป็นลำดับที่สี่ของการแก้ปัญหา จึงต้องตรวจสอบต่อว่าขั้นตอน Y มีลำดับเป็นไปในทิศทางเดียวกันกับขั้นตอนก่อนหน้าหรือไม่ ซึ่งจะพบว่าขั้นตอน Y มีลำดับเป็นไปในทิศทางเดียวกันกับขั้นตอน X (หรือมีลำดับอยู่หลังขั้นตอน X นั่นเอง) ฉะนั้นนักเรียนจึงได้คะแนนในส่วนของการเรียงลำดับขั้นตอน Y เท่ากับ 0.05 คะแนน ส่วนขั้นตอนสุดท้ายนั้นนักเรียนก็สามารถจัดเรียงให้อยู่ในลำดับที่ถูกต้องได้เช่นกัน จึงได้คะแนนในส่วนนี้ 0.1 คะแนน โดยสรุปแล้วนักเรียนคนที่ 2 จึงได้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.1 + 0.05 + 0.05 + 0.1 = 0.3 คะแนน สุดท้ายเมื่อพิจารณาการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนคนที่ 3 พบว่า นักเรียนสามารถจัดเรียงขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเช่นกัน จึงได้คะแนนในส่วนนี้ 0.1 คะแนน แต่ปรากฏว่านักเรียนจัดเรียงขั้นตอนลำดับที่สองไม่ถูกต้อง โดยนำขั้นตอน Y ซึ่งเป็นขั้นตอนลำดับที่สี่ของการแก้ปัญหามาจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) แต่ทว่าขั้นตอน Y ก็ยังคงถือเป็นขั้นตอนที่ต้องอยู่ลำดับหลังของขั้นตอนแรกเสมอ(หรือยังอยู่ในลำดับที่เป็นไปในทิศทางเดียวกันอยู่ เมื่อเทียบกับขั้นตอนก่อนหน้า) ดังนั้นนักเรียนจึงได้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน X เท่ากับ 0.05 คะแนน ส่วนขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงให้อยู่ในลำดับที่ (3) นั้นเป็นขั้นตอน W ซึ่งแท้ที่จริงต้องเป็นขั้นตอนลำดับที่สองของการแก้ปัญหา แต่เนื่องจากขั้นตอน W ไม่ได้มีลำดับที่เป็นไปในทิศทางเดียวกับขั้นตอนก่อนหน้าคือขั้นตอน X (หรือไม่ได้มีลำดับอยู่หลังขั้นตอน W) ฉะนั้นนักเรียนคนนี้จึงไม่ได้คะแนนการเรียงลำดับของขั้นตอน W ในส่วนนี้ อย่างไรก็ตามนักเรียนยังสามารถจัดเรียงขั้นตอนสุดท้ายให้อยู่ลำดับท้ายสุดของการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

ฉะนั้นจึงได้คะแนนในส่วนนี้ 0.1 คะแนน โดยสรุปแล้วนักเรียนคนที่ 3 จึงได้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.1 + 0.05 + 0 + 0.1 = 0.25 คะแนน

กรณีที่ 6.2: นักเรียนจัดเรียงขั้นตอนอื่นที่ไม่ใช่ขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาให้อยู่ลำดับที่(1) ของการแก้ปัญหา

ถ้านักเรียนไม่ได้เลือกขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาและจัดเรียงขั้นตอนอื่นให้อยู่ในลำดับที่ (1) ของการแก้ปัญหา ให้พิจารณาว่าขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (1) ของการแก้ปัญหานั้นแท้จริงแล้วต้องเป็นขั้นตอนที่อยู่ในลำดับใดของการแก้ปัญหา เมื่อพบแล้วว่าขั้นตอนนั้นต้องอยู่ลำดับใดของการแก้ปัญหา ให้ถือว่านักเรียนได้ตั้งต้นแก้ปัญหาด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหาลำดับนั้น และให้พิจารณาขั้นตอนลำดับถัดไปโดยการเทียบเคียงกับลำดับก่อนหน้า เมื่อตรวจสอบว่าขั้นตอนถัดไปเป็นขั้นตอนที่มีลำดับเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่เช่นเดียวกับการตรวจสอบในกรณีที่ 1.1 จนกระทั่งตรวจสอบจนถึงขั้นตอนก่อนหน้าขั้นตอนสุดท้ายเช่นเดิม แต่มีข้อแตกต่างเล็กน้อยในส่วนของการให้คะแนนขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงในลำดับที่ (1) กล่าวคือ ในการให้คะแนนขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (1) จะต้องพิจารณาก่อนว่าขั้นตอนลำดับถัดไปของขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (1) มีลำดับที่แท้จริงอยู่หลังขั้นตอนที่นักเรียนจัดให้อยู่ลำดับที่ (1) หรือไม่(หรือมีลำดับเป็นไปในทิศทางเดียวกันกับขั้นตอนก่อนหน้าหรือไม่) ถ้าเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ก็จะได้คะแนนการเรียงลำดับของขั้นตอนที่นักเรียนจัดอยู่ในลำดับที่ (1) 0.05 คะแนน ในขณะเดียวกันก็จะได้คะแนนการเรียงลำดับของขั้นตอนถัดไปหรือได้คะแนนของการเรียงลำดับของขั้นตอนลำดับที่ (2) ด้วย 0.05 คะแนน แต่ถ้าหากขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) ไม่ได้มีลำดับที่แท้จริงอยู่หลังขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (1) หรือไม่ได้เป็นไปในทิศทางเดียวกัน เช่นนี้ผู้วิจัยจะไม่ให้คะแนนนักเรียนในส่วนของการจัดเรียงขั้นตอนที่อยู่ลำดับที่ (1) และจะไม่ตรวจสอบขั้นตอนที่อยู่ลำดับถัดไปเพื่อให้คะแนนการจัดเรียงลำดับของการแก้ปัญหา ยกเว้นการตรวจสอบขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยจะตรวจสอบอีกครั้งโดยแยกพิจารณาเพื่อให้คะแนนในส่วนนี้ต่างหากจากการพิจารณาขั้นตอนลำดับอื่นๆ

จากโจทย์ปัญหาเดิมในกรณีที่ 1.1 ซึ่งสมมติให้โจทย์ปัญหามีรูปแบบการแก้ปัญหาคือ V - W - X - Y – Z โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องขั้นตอนละ 0.1 คะแนน ถ้ามีนักเรียน 2 คนได้จัดเรียงลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาดังนี้ นักเรียนคนที่ 4: W - X - Y - Z นักเรียนคนที่ 5: X - W - Y - Z เมื่อพิจารณาการจัดเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน พบว่า นักเรียนคนที่ 1 ไม่ได้จัดเรียงขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาให้อยู่ในลำดับที่ (1) แต่จัดเรียงขั้นตอน W ซึ่งเป็นขั้นตอนลำดับที่สองของการแก้ปัญหาอยู่ในลำดับที่ (1) ฉะนั้นจึงต้องพิจารณาต่อไปว่าขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) มีลำดับที่แท้จริงถัดจากขั้นตอน W หรือไม่ เนื่องจากนักเรียนคนนี้จัดเรียงขั้นตอน X อยู่ในลำดับที่ (2) ซึ่งเป็นขั้นตอนที่มีลำดับอยู่ถัดจากขั้นตอน W หรือขั้นตอน X มีลำดับเป็นไปทิศทางเดียวกันกับขั้นตอน W ดังนั้นนักเรียนจึงได้คะแนนในส่วนของการจัดเรียงขั้นตอนลำดับที่ (1) และลำดับที่ (2) ขั้นตอนละ 0.05 คะแนน และเมื่อพิจารณาขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (3) ซึ่งเป็นขั้นตอน Y ก็พบว่ามีลำดับเป็นไปในทิศทางเดียวกันกับขั้นตอน X เช่นกัน จึงได้คะแนนในส่วนนี้อีก 0.05 คะแนน นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถจัดเรียงขั้นตอนสุดท้ายให้อยู่ลำดับสุดท้ายของการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ฉะนั้นจึงได้คะแนนในส่วนนี้ 0.1 คะแนน โดยสรุปแล้ว นักเรียนคนที่ 4 จะได้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.05 + 0.05 + 0.05 + 0.1 = 0.25 คะแนน ส่วนนักเรียนคนที่ 5 เมื่อตรวจสอบการจัดเรียงลำดับของการแก้ปัญหาแล้วพบว่า นักเรียนได้จัดเรียงขั้นตอน X ให้อยู่ลำดับที่ (1) ของการแก้ปัญหา แต่ขั้นตอน X มีลำดับที่แท้จริงเป็นลำดับที่สามของการแก้ปัญหา ฉะนั้นจึงต้องพิจารณาต่อว่าขั้นตอนที่นักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) มีลำดับที่แท้จริงอยู่ถัดจากขั้นตอน X หรือไม่ ปรากฏว่านักเรียนได้จัดเรียง

ขั้นตอน W อยู่ในลำดับที่ (2) ของการแก้ปัญหา แต่เพราะขั้นตอน W มีลำดับที่แท้จริงเป็นลำดับที่สองของการแก้ปัญหา ซึ่งแสดงว่านักเรียนจัดเรียงขั้นตอน W ไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกันกับขั้นตอน X หรือไม่ได้มีลำดับที่แท้จริงถัดจากขั้นตอน X ดังนั้นนักเรียนคนนี้จึงไม่ได้คะแนนในส่วนของการเรียงลำดับขั้นตอนที่อยู่ลำดับที่ (1) และลำดับที่ (2) รวมถึงยุติการพิจารณาขั้นตอนในลำดับถัดไปเพื่อให้คะแนนในส่วนนี้อีก แม้ว่านักเรียนคนนี้จะเรียงลำดับขั้นตอน Y อยู่ในลำดับที่สามของการแก้ปัญหาได้ถูกต้องก็ตาม สำหรับขั้นตอนลำดับสุดท้ายนั้นพบว่านักเรียนสามารถจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ถูกต้อง จึงได้คะแนนในส่วนนี้ 0.1 คะแนน โดยสรุปแล้ว นักเรียนคนที่ 5 จึงได้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาเท่ากับ 0 + 0 + 0 + 0.1 = 0.1 คะแนน

ตัวอย่าง การสร้างตารางตรวจสอบการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของตัวอย่างก่อนหน้านี้

ตารางตรวจสอบการเรียงลำดับของการแก้ปัญหา

รูปแบบการแก้ปัญหา		**เกณฑ์การให้คะแนน** (คะแนน/ลำดับที่เรียงได้ถูกต้อง)	**ลำดับของการแก้ปัญหาที่ถูกต้องและเป็นไปได้ทั้งหมดของขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ตามรูปแบบการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบ**					
			A	B	C	D	E	G
รูปแบบที่ 1		0.15 คะแนน/ลำดับ	(1)	(2)	(3)		(4) (ลำดับสุดท้าย)	
รูปแบบที่ 2	*แนวทางที่ 1*	0.1 คะแนน/ลำดับ	(1)	(2)	(3)	(4)	(5) (ลำดับสุดท้าย)	
	แนวทางที่ 2	0.1 คะแนน/ลำดับ	(1)	(3)	(4)	(2)	(5) (ลำดับสุดท้าย)	
	แนวทางที่ 3	0.1 คะแนน/ลำดับ	(1)	(2)	(4)	(3)	(5) (ลำดับสุดท้าย)	
รูปแบบที่ 3		0.25 คะแนน/ลำดับ			(2)		(3) (ลำดับสุดท้าย)	(1)

ตัวอย่างวิธีพิจารณาการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาจากตารางข้างบน เพื่อให้คะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่นักเรียนเลือกมา โดยสมมติให้

- *นักเรียนคนที่ 1* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 ในการแก้ปัญหา โดยเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามา 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอน A ขั้นตอน C และขั้นตอน E และเรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาดังนี้ A - C - E ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนคนนี้เลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 มาไม่ครบทั้ง 4 ขั้นตอน แต่เมื่อพิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนแล้วพบว่า นักเรียนสามารถจัดเรียงขั้นตอน A อยู่ในลำดับแรกได้ถูกต้อง แต่จัดเรียงขั้นตอน C อยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง ทว่านักเรียนก็สามารถจัดเรียงขั้นตอน C อยู่ลำดับหลังขั้นตอน A ได้ถูกต้อง ดังนั้นนักเรียนจึงได้คะแนนการจัดเรียงลำดับของขั้นตอน C เท่ากับ 0.15 ÷ 2 คะแนน ส่วนการจัดเรียงขั้นตอน E นั้น นักเรียนก็สามารถจัดเรียงให้อยู่ในลำดับสุดท้ายได้ถูกต้อง ดังนั้นจึงสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน A ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน C ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน E ในการแก้ปัญหา” = 0.15 + 0.075 + 0.15 = 0.375 คะแนน

- *นักเรียนคนที่ 2* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 ในการแก้ปัญหา โดยเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามาทั้งหมด 4 ขั้นตอนได้แก่ ขั้นตอน A ขั้นตอน B ขั้นตอน F และขั้นตอน E และเรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาดังนี้คือ A - F - C - B - E ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนคนนี้ได้เลือกขั้นตอนผิดหรือขั้นตอนไม่ใช้คือ ขั้นตอน F มาแก้ปัญหาด้วย ฉะนั้นจึงต้องตัดขั้นตอน F ออก แล้วร่นลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาถัดไปขึ้นมากลายเป็น A - C - B - E และเนื่องจากนักเรียนได้เลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามาครบทั้ง 4 ขั้นตอน ดังนั้นผู้วิจัยจะตรวจสอบลำดับของการแก้ปัญหาของแต่ละขั้นตอนไปตามลำดับโดยปกติ ซึ่งจะพบว่านักเรียนสามารถจัดเรียงขั้นตอน A อยู่ในลำดับแรกของการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่จัดเรียงขั้นตอน C และขั้นตอน B อยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง ฉะนั้นนักเรียนจะไม่ได้คะแนนในส่วนของการเรียงลำดับขั้นตอน C และขั้นตอน B ส่วนขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหานั้นนักเรียนก็สามารถจัดเรียงขั้นตอน E ให้อยู่ลำดับสุดท้ายได้ถูกต้อง ดังนั้นจึงสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน A ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน B ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน C ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน E ในการแก้ปัญหา” = 0.15 + 0 + 0 + 0.15 = 0.3 คะแนน
- *นักเรียนคนที่ 3* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 โดยเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามา 4 ขั้นตอนได้แก่ขั้นตอน A ขั้นตอน B ขั้นตอน D และขั้นตอน E และเรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาดังนี้ A - B - D - E ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการลำดับขั้นตอนแนวทางที่ 3 มากที่สุด อย่างไรก็ตามจะเห็นว่านักเรียนคนนี้เลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาของรูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 มาไม่ครบทั้ง 5 ขั้นตอน แต่ก็สามารถจัดเรียงขั้นตอน A ขั้นตอน B และขั้นตอน D อยู่ในลำดับที่ (1) ลำดับที่ (2) และลำดับที่ (3) ตามลำดับได้ถูกต้อง รวมถึงสามารถจัดเรียงขั้นตอน E อยู่ในลำดับสุดท้ายได้ถูกต้องเช่นกัน ดังนั้นจะสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน A ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน B ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน D ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน E ในการแก้ปัญหา” = 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.4 คะแนน
- *นักเรียนคนที่ 4* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 โดยเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามาเพียง 4 ขั้นตอน(ซึ่งไม่ครบทั้ง 5 ขั้นตอน) ได้แก่ขั้นตอน A ขั้นตอน C ขั้นตอน D และขั้นตอน E และเรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาดังนี้คือ C - A - D - E ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนไม่สามารถจัดเรียงขั้นตอน A ซึ่งเป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาให้อยู่ลำดับที่ (1) ของการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ก็สามารถจัดเรียงขั้นตอน E ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาให้อยู่ในลำดับท้ายสุดได้อย่างถูกต้อง ฉะนั้นกรณีของนักเรียนคนนี้ ผู้วิจัยจึงต้องตรวจสอบขั้นตอน C ซึ่งอยู่ลำดับที่ (1) และขั้นตอน A ซึ่งนักเรียนจัดเรียงอยู่ในลำดับที่ (2) ว่ามีความสอดคล้องเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ ซึ่งปรากฏว่าขั้นตอนทั้งสองมีลำดับไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน(หรือขั้นตอน A ต้องมีลำดับอยู่ก่อนหน้าขั้นตอน C) ดังนั้นนักเรียนจะไม่ได้คะแนนการเรียงลำดับของขั้นตอน A และขั้นตอน C อีกทั้งผู้วิจัยจะไม่พิจารณาการเรียงลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ในลำดับถัดจากขั้นตอน A อีก แต่จะพิจารณาเฉพาะขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหาเท่านั้น ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถจัด เรียงขั้นตอน E ให้อยู่ลำดับสุดท้ายได้ถูกต้อง ฉะนั้นนักเรียนคนนี้จึงได้คะแนนในส่วนของการเรียงลำดับขั้นตอนสุดท้ายได้ถูกต้องเท่านั้น โดยสรุปแล้วจะสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน A ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน C ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน D ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน E ในการแก้ปัญหา” = 0 + 0 + 0 + 0.1 = 0.1 คะแนน

- *นักเรียนคนที่ 5* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 3 โดยเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาครบทั้ง 3 ขั้นตอนได้แก่ ขั้นตอน C ขั้นตอน E และขั้นตอน G และเรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาดังนี้คือ G - C - E ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนสามารถจัดเรียงแต่ละขั้นตอนให้อยู่ในลำดับของการแก้ปัญหาที่ถูกต้องได้ทุกขั้นตอน ดังนั้นจะสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับของการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน C ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน E ในการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอน G ในการแก้ปัญหา” = 0.25 + 0.25 + 0.25 = 0.75 คะแนน

ส่วนที่ 2 : *ตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา*

โดยการตรวจสอบว่าลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่นักเรียนเลือกมานั้น เป็นลำดับระหว่างขั้นตอนหนึ่งเมื่อเทียบกับอีกขั้นตอนหนึ่งถูกต้องหรือไม่ หากขั้นตอนใดที่นักเรียนจัดเรียงมาอยู่ในลำดับที่ถูกต้องเมื่อเทียบกับอีกขั้นตอนการแก้ปัญหาหนึ่ง กล่าวคือ หากขั้นตอนใดมีลำดับอยู่ก่อนหน้าหรือถัดจากขั้นตอนที่นำมาเทียบอย่างใดอย่างหนึ่งได้ถูกต้อง เช่นนี้จะถือว่านักเรียนได้เรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาสองขั้นตอนได้ถูกต้อง และจะได้คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาตามเกณฑ์การให้คะแนนของรูปแบบการแก้ปัญหานั้น ตามจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาใดๆ สองขั้นตอนที่นักเรียนสามารถจัดเรียงได้ถูกต้อง

สรุปแล้ว การตรวจสอบความถูกต้องของการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาก็คือการพิจารณาว่าขั้นตอนที่ต้องการตรวจสอบ(หรือขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งที่นักเรียนจัดเรียงมา)มีลำดับระหว่างขั้นตอนอื่นๆ ที่นักเรียนจัดเรียงมานั้นถูกต้องหรือไม่ ถ้าขั้นตอนที่ตรวจสอบมีลำดับระหว่างขั้นตอนอื่นๆ ที่นำมาเทียบถูกต้อง ก็แสดงว่านักเรียนสามารถเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาใดๆ สองขั้นตอนได้ถูกต้อง และจะได้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนของรูปแบบการแก้ปัญหานั้น ตามจำนวนลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาใดๆ สองขั้นตอนที่นักเรียนสามารถจัดเรียงได้ถูกต้อง

อย่างไรก็ตามในการตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา จะมีเงื่อนไขของการให้คะแนนเมื่อพบกรณีต่างๆ ต่อไปนี้

<u>กรณีที่ 1</u>: นักเรียนเลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหาที่มีแนวทางลำดับขั้นตอนมากกว่า 1 แนวทาง

หากรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้มีแนวทางการลำดับขั้นตอนหลายแนวทาง ให้พิจารณาก่อนว่าเมื่อคราวตรวจสอบการเรียงลำดับของการแก้ปัญหานั้น ได้ตัดสินให้นักเรียนเลือกใช้แนวทางใดในการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา แล้วให้ยึดแนวทางนั้นในการตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วย แต่ถ้าไม่สามารถตัดสินได้ว่านักเรียนเลือกใช้แนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาแนวทางใด ให้ตรวจสอบโดยการพิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกมาทีละขั้นตอนว่า ขั้นตอนที่กำลังตรวจสอบมีความเป็นไปได้ที่จะมีลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ (ที่นักเรียนเลือกมา)ตามที่นักเรียนได้จัดเรียงไว้หรือไม่ หากมีความเป็นไปได้ในแนวทางใดแนวทางหนึ่ง ผู้วิจัยก็จะให้คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาในส่วนนั้น ยกเว้นการให้คะแนนของการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ หากพบว่าลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกกับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ มีทั้งที่เป็นลำดับตายตัวในทุกแนวทางการลำดับขั้นตอน และลำดับที่ไม่แน่นอนตายตัวในแต่ละแนวทางการลำดับขั้นตอน เช่นนี้ ผู้วิจัยจะให้คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกกับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีลำดับแน่นอนตายตัวเท่านั้น และจะไม่ให้คะแนนในส่วนของการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกกับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ไม่มีลำดับแน่นอนตายตัว เพราะถือว่าเมื่อไม่สามารถตัดสินแนวทางการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ ก็สมควรให้คะแนนนักเรียนในส่วนที่ควรได้เท่านั้น คือคะแนนในส่วนของการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกกับขั้นตอนที่มีความแน่นอนของลำดับนั่นเอง

กรณีที่ 2 : นักเรียนเลือกขั้นตอนหลักรองมาเรียงลำดับในการแก้ปัญหา

สำหรับกรณีนี้ให้พิจารณาว่าขั้นตอนหลักรองที่นักเรียนเลือกมาปรากฏอยู่ในรูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบใด แล้วตรวจสอบดูว่าขั้นตอนหลักรองนั้นมีความสัมพันธ์กับขั้นตอนการแก้ปัญหาในรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ขั้นตอนใดบ้าง(หรือมีลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหากับขั้นตอนใด) จึงพิจารณาเทียบเคียงขั้นตอนหลักรองกับขั้นตอนนั้นว่าอยู่ในลำดับที่ถูกต้องหรือไม่ หากอยู่ในลำดับที่ถูกต้อง นักเรียนก็จะได้คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนหลักรองกับขั้นตอนที่เทียบเคียงนั้น ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนของรูปแบบการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้

ตัวอย่าง การสร้างตารางตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา

ตารางตรวจสอบการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา

รูปแบบการแก้ปัญหา		**เกณฑ์การให้คะแนน**	**ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่อยู่ลำดับถัดจาก ขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่ต้องการตรวจสอบต่อไปนี้**					
			A	B	C	D	E	G
รูปแบบที่ 1		0.15 คะแนน/ลำดับ	B, C, E	C, E	E		*- ไม่มี -*	
รูปแบบที่ 2*	*แนวทางที่ 1*	0.1 คะแนน/ลำดับ	B, C, D, E	C, D, E	D, E	E	*- ไม่มี -*	
	แนวทางที่ 2	0.1 คะแนน/ลำดับ	B, C, D, E	C, E	E	B, C, E	*- ไม่มี -*	
	แนวทางที่ 3	0.1 คะแนน/ลำดับ	B, C, D, E	C, D, E	E	C, E	*- ไม่มี -*	
รูปแบบที่ 3		0.25 คะแนน/ลำดับ			E		*- ไม่มี -*	D, E

****หมายเหตุ***: *ลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกคือขั้นตอน D กับขั้นตอน A และขั้นตอน E มีความแน่นอนตายตัว*
ส่วนลำดับระหว่างขั้นตอนแทรกคือขั้นตอน D กับขั้นตอน B และขั้นตอน C ไม่มีความแน่นอนตายตัว

ตัวอย่างวิธีพิจารณาการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาจากตารางข้างบน เพื่อให้คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่นักเรียนเลือกมา โดยใช้ตัวอย่างเดียวกันกับตัวอย่างก่อนหน้า

- *นักเรียนคนที่ 1* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 ในการแก้ปัญหา โดยเรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาคือ A - C - E ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนคนนี้จัดเรียงขั้นตอน A อยู่ในลำดับก่อนหน้าขั้นตอน C และขั้นตอน E ได้ถูกต้อง และจัดเรียงขั้นตอน C อยู่ก่อนหน้าขั้นตอน E ได้ถูกต้องเช่นกัน ดังนั้นจะสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมาได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน C + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน E + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน E” = 0.15 + 0.15 + 0.15 = 0.45 คะแนน

- *นักเรียนคนที่ 2* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 1 ในการแก้ปัญหา โดยมีลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่แก้ไขแล้วคือ A - C - B - E ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนคนนี้จัดเรียงขั้นตอน A อยู่ในลำดับก่อนหน้าขั้นตอน B ขั้นตอน C และขั้นตอน E ได้ถูกต้อง จัดเรียงขั้นตอน C อยู่ก่อนหน้าขั้นตอน E ได้ถูกต้อง และจัดเรียงขั้นตอน B อยู่ลำดับก่อนหน้าขั้นตอน E ได้ถูกต้องเช่นกัน ดังนั้นจะสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมาได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน C + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน B + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน E + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน B + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน E + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน B กับขั้นตอน E” = 0.15 + 0.15 + 0.15 + 0 + 0.15 + 0.15 = 0.75 คะแนน
- *นักเรียนคนที่ 3* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 และใช้แนวทางการลำดับขั้นตอนแนวทางที่ 3 ในการแก้ปัญหา โดยได้เรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาคือ A - B - D - E ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนคนนี้จัดเรียงขั้นตอน A อยู่ในลำดับก่อนหน้าขั้นตอน B ขั้นตอน D และขั้นตอน E ได้ถูกต้อง จัดเรียงขั้นตอน B อยู่ก่อนหน้าขั้นตอน D และขั้นตอน E ได้ถูกต้อง และจัดเรียงขั้นตอน D อยู่ก่อนหน้าขั้นตอน E ได้ถูกต้องเช่นกัน ดังนั้นจะสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมาได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน B + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน D + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน E + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน B กับขั้นตอน D + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน B กับขั้นตอน E + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอน E” = 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.6 คะแนน
- *นักเรียนคนที่ 4* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 2 แต่ไม่สามารถระบุได้ชัดเจนว่านักเรียนเลือกใช้แนวทางการลำดับขั้นตอนแนวทางใดในการแก้ปัญหา ดังนั้นผู้วิจัยจะพิจารณาลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ ที่นักเรียนเลือกมาทีละขั้นตอนว่า เป็นไปได้หรือไม่ที่ขั้นตอนที่ตรวจสอบอยู่นั้นจะมีลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ที่นักเรียนเลือกมาตามที่นักเรียนได้จัดเรียงไว้ หากมีความเป็นไปได้ผู้วิจัยก็จะให้คะแนนในส่วนนั้นแก่นักเรียน ส่วนลำดับระหว่างขั้นตอน D ซึ่งเป็นขั้นตอนแทรก กับขั้นตอนการแก้ปัญหาอื่นๆ ผู้วิจัยจะพิจารณาเพียงว่า นักเรียนสามารถเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอน A และขั้นตอน E ได้ถูกต้องหรือไม่เท่านั้น เพราะถือว่าลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอน A และลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอน E เป็นลำดับที่มีความแน่นอนตายตัว ด้วยเหตุนี้เมื่อพิจารณาการเรียงลำดับขั้นตอนของนักเรียนคนที่ 3 ตามข้อตกลงดังกล่าว ซึ่งได้เรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาคือ C - A - D - E จะสามารถพิจารณาได้ว่า มีความเป็นไปได้ที่จะจัดเรียงขั้นตอน C อยู่ลำดับก่อนหน้าขั้นตอน E ยกเว้นลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน D แม้ว่าจะมีความเป็นไปได้ที่ขั้นตอน C อยู่ลำดับก่อนหน้าขั้นตอน D แต่ก็มีความเป็นไปได้เช่นกันที่ขั้นตอน C จะไม่ได้อยู่ลำดับก่อนหน้าขั้นตอน D ดังนั้นตามข้อตกลงที่ว่าไว้จึงจะไม่ให้คะแนนในส่วนของลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน D นอกจากนี้ยังมีความเป็นไปได้ที่จะจัดเรียงขั้นตอน A อยู่ลำดับก่อนหน้าขั้นตอน D และ ขั้นตอน E และมีความเป็นไปได้ที่จะจัดเรียงขั้นตอน D อยู่ก่อนหน้าขั้นตอน E ดังนั้นจึงสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมาได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน A + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน D + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน E + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน D + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน A กับขั้นตอน E + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน D กับขั้นตอน E” = 0 + 0 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.4 คะแนน

- *นักเรียนคนที่ 5* เลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหารูปแบบที่ 3 โดยเรียงลำดับขั้นตอนที่เลือกมาคือ G - C - E ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนคนนี้จัดเรียงขั้นตอน G อยู่ในลำดับก่อนหน้าขั้นตอน C และขั้นตอน E ได้ถูกต้อง และจัดเรียงขั้นตอน C อยู่ก่อนหน้าขั้นตอน E ได้ถูกต้องเช่นกัน ดังนั้นจะสามารถคำนวณคะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอนที่นักเรียนเลือกมาได้ว่า “คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน G กับขั้นตอน C + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน G กับขั้นตอน E + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอน C กับขั้นตอน E” = 0.25 + 0.25 + 0.25 = 0.75 คะแนน

4. เมื่อตรวจสอบความถูกต้องทั้งในส่วนของลำดับของการแก้ปัญหา และลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้นำคะแนนที่ได้จากการเรียงลำดับทั้งสองส่วนมารวมกัน ก็จะได้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคลตามที่ต้องการ

คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา =
คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา + คะแนนการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหา

ตัวอย่าง จากคะแนนที่คำนวณได้ในข้อ 2 จะสามารถหาคะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนได้ดังนี้

- *นักเรียนคนที่ 1* จะได้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.375 + 0.45 = 0.825 คะแนน
- *นักเรียนคนที่ 2* จะได้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.3 + 0.75 = 1.05 คะแนน
- *นักเรียนคนที่ 3* จะได้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.4 + 0.6 = 1 คะแนน
- *นักเรียนคนที่ 4* จะได้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.1 + 0.4 = 0.5 คะแนน
- *นักเรียนคนที่ 5* จะได้คะแนนความสามารถด้านการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่ากับ 0.75 + 0.75 = 1.5 คะแนน

จากผลการให้คะแนนการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งห้าคนพบว่า แม้นักเรียนคนที่ 3 และนักเรียนคนที่ 4 จะเลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกันในการแก้ปัญหา และเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามาจำนวนเท่ากันก็ตาม แต่เมื่อนักเรียนทั้งสองมีความสามารถในการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่เท่าเทียมกัน ก็สมควรได้คะแนนความสามารถต่างกันตามระดับความสามารถที่แท้จริงด้วย ดังเช่นการที่นักเรียนคนที่ 4 มีความสามารถต่ำกว่านักเรียนคนที่ 3 จึงต้องได้คะแนนความสามารถน้อยกว่านักเรียนคนที่ 3 นั่นเอง เช่นเดียวกับนักเรียนคนที่ 1 และนักเรียนคนที่ 2 ซึ่งเลือกใช้รูปแบบการแก้ปัญหาเดียวกัน แต่ได้คะแนนความสามารถต่างกัน เพราะนักเรียนคนที่ 1 ได้เลือกขั้นตอนการแก้ปัญหามาไม่ครบทุกขั้นตอน ในขณะที่นักเรียนคนที่ 2 เลือกขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ครบทุกขั้นตอน ซึ่งถึงแม้จะเรียงลำดับของขั้นตอนการแก้ปัญหาบางขั้นตอนไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนคนที่ 2 ก็ได้คะแนนในส่วนของการเรียงลำดับระหว่างขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นักเรียนคนที่ 1 ไม่ได้เลือกไว้

ภาคผนวก ฉ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติโดยใช้โปรแกรม SPSS

ผลการวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์โดยภาพรวมสี่ทักษะย่อย

```
GET
  FILE="D:\~'''--THESIS--'''~\''''''วิทยานิพนธ์-Thesis''''''\--(3)_New FONT--\Word 20
    "ANOVA.sav".
DATASET NAME DataSet1 WINDOW=FRONT.
ONEWAY total BY group
  /STATISTICS DESCRIPTIVES HOMOGENEITY
  /MISSING ANALYSIS
  /POSTHOC=T2 ALPHA(0.01).
```

Oneway

```
[DataSet1] D:\~'''--THESIS--'''~\''''''วิทยานิพนธ์-Thesis''''''\--(3)_New FONT--\Word
```

Descriptives

total

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	67	52.32813	4.428959	.541084	51.24783	53.40844
2.00	72	37.44218	4.626690	.545261	36.35496	38.52940
3.00	274	15.16639	6.625223	.400244	14.37844	15.95435
Total	413	25.07848	15.770979	.776039	23.55299	26.60397

Descriptives

total

	Minimum	Maximum
1.00	45.299	60.000
2.00	30.085	44.998
3.00	3.075	29.994
Total	3.075	60.000

Test of Homogeneity of Variances

total

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
9.440	2	410	.000

ANOVA

total

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	87676.772	2	43838.386	1214.653	.000
Within Groups	14797.428	410	36.091		
Total	102474.200	412			

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

Dependent Variable: total

Tamhane

(I) group	(J) group	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	99% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	14.885954*	.768167	.000	12.59182	17.18008
	3.00	37.161740*	.673028	.000	35.15428	39.16921
2.00	1.00	-14.885954*	.768167	.000	-17.18008	-12.59182
	3.00	22.275786*	.676391	.000	20.26021	24.29136
3.00	1.00	-37.161740*	.673028	.000	-39.16921	-35.15428
	2.00	-22.275786*	.676391	.000	-24.29136	-20.26021

*. The mean difference is significant at the 0.01 level.

ผลการวิเคราะห์ทักษะย่อยที่ 1 ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์

```
ONEWAY skill1 BY group
  /STATISTICS DESCRIPTIVES HOMOGENEITY
  /MISSING ANALYSIS
  /POSTHOC=T2 ALPHA(0.01).
```

Oneway

```
[DataSet1] D:\~'''--THESIS--'''~\''''''วิทยานิพนธ์-Thesis''''''\--(3)_New FONT--\Word
```

Descriptives

skill1

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	67	9.0582	.93536	.11427	8.8301	9.2864
2.00	72	7.8222	1.34471	.15848	7.5062	8.1382
3.00	274	5.3303	1.92582	.11634	5.1012	5.5593
Total	413	6.3695	2.27419	.11191	6.1495	6.5895

Descriptives

skill1

	Minimum	Maximum
1.00	6.60	10.00
2.00	3.50	10.00
3.00	.00	10.00
Total	.00	10.00

Test of Homogeneity of Variances

skill1

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
18.593	2	410	.000

ANOVA

skill1

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	932.210	2	466.105	159.435	.000
Within Groups	1198.626	410	2.923		
Total	2130.836	412			

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

Dependent Variable: skill1

Tamhane

(I) group	(J) group	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	99% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	1.23599*	.19538	.000	.6517	1.8203
	3.00	3.72792*	.16308	.000	3.2441	4.2118
2.00	1.00	-1.23599*	.19538	.000	-1.8203	-.6517
	3.00	2.49193*	.19660	.000	1.9061	3.0778
3.00	1.00	-3.72792*	.16308	.000	-4.2118	-3.2441
	2.00	-2.49193*	.19660	.000	-3.0778	-1.9061

*. The mean difference is significant at the 0.01 level.

ผลการวิเคราะห์ทักษะย่อยที่ 2 ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหา
โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

```
ONEWAY skill2 BY group
  /STATISTICS DESCRIPTIVES HOMOGENEITY
  /MISSING ANALYSIS
  /POSTHOC=SCHEFFE ALPHA(0.01).
```

Oneway

[DataSet1] D:\~'''--THESIS--'''~\''''''วิทยานิพนธ์-Thesis''''''\--(3)_New FONT--\Word

Descriptives

skill2

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	67	12.3582	2.36759	.28925	11.7807	12.9357
2.00	72	7.7889	2.53958	.29929	7.1921	8.3857
3.00	274	4.3044	2.22218	.13425	4.0401	4.5687
Total	413	6.2184	3.77879	.18594	5.8529	6.5839

Descriptives

skill2

	Minimum	Maximum
1.00	4.80	16.00
2.00	1.60	14.00
3.00	.00	12.00
Total	.00	16.00

Test of Homogeneity of Variances

skill2

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
1.162	2	410	.314

ANOVA

skill2

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	3707.091	2	1853.546	349.248	.000
Within Groups	2175.969	410	5.307		
Total	5883.060	412			

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

Dependent Variable: skill2

Scheffe

(I) group	(J) group	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	99% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	4.56932*	.39106	.000	3.3758	5.7628
	3.00	8.05383*	.31398	.000	7.0956	9.0121
2.00	1.00	-4.56932*	.39106	.000	-5.7628	-3.3758
	3.00	3.48451*	.30509	.000	2.5534	4.4156
3.00	1.00	-8.05383*	.31398	.000	-9.0121	-7.0956
	2.00	-3.48451*	.30509	.000	-4.4156	-2.5534

*. The mean difference is significant at the 0.01 level.

Homogeneous Subsets

skill2

Scheffe[a,b]

group	N	Subset for alpha = 0.01		
		1	2	3
3.00	274	4.3044		
2.00	72		7.7889	
1.00	67			12.3582
Sig.		1.000	1.000	1.000

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 92.410.

b. The group sizes are unequal. The harmonic mean of the group sizes is used. Type I error levels are not guaranteed.

ผลการวิเคราะห์ทักษะย่อยที่ 3 ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา

```
ONEWAY skill3 BY group
  /STATISTICS DESCRIPTIVES HOMOGENEITY
  /MISSING ANALYSIS
  /POSTHOC=T2 ALPHA(0.01).
```

Oneway

[DataSet1] D:\~'''--THESIS--'''~\''''''วิทยานิพนธ์-Thesis''''''\--(3)_New FONT--\Wo

Descriptives

skill3

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	67	18.81224	1.250216	.152738	18.50729	19.11719
2.00	72	14.13112	2.480259	.292301	13.54829	14.71396
3.00	274	4.21608	3.057901	.184735	3.85240	4.57977
Total	413	8.31251	6.520063	.320831	7.68184	8.94318

Descriptives

skill3

	Minimum	Maximum
1.00	14.832	20.000
2.00	7.100	17.817
3.00	.000	12.916
Total	.000	20.000

Test of Homogeneity of Variances

skill3

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
30.126	2	410	.000

ANOVA

skill3

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	14421.934	2	7210.967	955.964	.000
Within Groups	3092.687	410	7.543		
Total	17514.621	412			

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

Dependent Variable: skill3

Tamhane

(I) group	(J) group	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	99% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	4.681114*	.329801	.000	3.69114	5.67109
	3.00	14.596155*	.239699	.000	13.88638	15.30593
2.00	1.00	-4.681114*	.329801	.000	-5.67109	-3.69114
	3.00	9.915041*	.345785	.000	8.88189	10.94819
3.00	1.00	-14.596155*	.239699	.000	-15.30593	-13.88638
	2.00	-9.915041*	.345785	.000	-10.94819	-8.88189

*. The mean difference is significant at the 0.01 level.

ผลการวิเคราะห์ทักษะย่อยที่ 4 ทักษะการดำเนินการตามแผน

```
ONEWAY skill4 BY group
  /STATISTICS DESCRIPTIVES HOMOGENEITY
  /MISSING ANALYSIS
  /POSTHOC=SCHEFFE ALPHA(0.01).
```

Oneway

[DataSet1] D:\~'''--THESIS--'''~\''''''วิทยานิพนธ์-Thesis''''''\--(3)_New FONT--\Word

Descriptives

skill4

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	67	12.09948	1.636674	.199952	11.70026	12.49869
2.00	72	7.69994	1.805639	.212797	7.27564	8.12425
3.00	274	1.31564	1.725192	.104223	1.11046	1.52082
Total	413	4.17808	4.558958	.224332	3.73710	4.61905

Descriptives

skill4

	Minimum	Maximum
1.00	7.200	14.000
2.00	3.000	11.019
3.00	.000	7.582
Total	.000	14.000

Test of Homogeneity of Variances

skill4

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.473	2	410	.624

ANOVA

skill4

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	7342.245	2	3671.122	1232.924	.000
Within Groups	1220.805	410	2.978		
Total	8563.050	412			

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

Dependent Variable: skill4

Scheffe

(I) group	(J) group	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	99% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	4.399533*	.292911	.000	3.50558	5.29349
	3.00	10.783839*	.235177	.000	10.06608	11.50160
2.00	1.00	-4.399533*	.292911	.000	-5.29349	-3.50558
	3.00	6.384306*	.228522	.000	5.68686	7.08175
3.00	1.00	-10.783839*	.235177	.000	-11.50160	-10.06608
	2.00	-6.384306*	.228522	.000	-7.08175	-5.68686

*. The mean difference is significant at the 0.01 level.

Homogeneous Subsets

skill4

Scheffe[a,b]

group	N	Subset for alpha = 0.01		
		1	2	3
3.00	274	1.31564		
2.00	72		7.69994	
1.00	67			12.09948
Sig.		1.000	1.000	1.000

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 92.410.

b. The group sizes are unequal. The harmonic mean of the group sizes is used. Type I error levels are not guaranteed.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอภิชญา ลือชัย เกิดเมื่อวันที่ 29 มกราคม พ.ศ.2530 อยู่บ้านเลขที่ 146 หมู่ 4 ต.ชัยจุมพล อ.ลับแล จ.อุตรดิตถ์ 53130 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จากคณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2552 จากนั้นเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย