

การคำนวณย้อนกลับจากเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลีย์เพื่อการสำรวจชั้นดินทางวิศวกรรม

นายณัฐ กลอยเทพ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและเพิ่มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นเพิ่มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR) are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

INVERSION OF DISPERSION CURVES OF RAYLEIGH WAVE FOR ENGINEERING SITE  
INVESTIGATIONS

Mr.Naruwat Kloytep

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2012

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การคำนวณย้อนกลับจากเส้นโค้งการกระจายของ  
คลื่นเรลีสย์เพื่อการสำรวจชั้นดินทางวิศวกรรม

โดย

นายณัฐวัฒน์ กลอยเทพ

สาขาวิชา

วิศวกรรมโยธา

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ ดร.จิรวัตถ์ บุญญะฐิติ

---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยอนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทมหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศศิริวงค์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ เตชวรสินสกุล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร.จิรวัตถ์ บุญญะฐิติ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญชัย อุกฤษฏาน)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สยาม ยิ้มศิริ)

นฤวัต กลอยเทพ : การคำนวณย้อนกลับจากเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลีย์เพื่อการสำรวจ  
 ชั้นดินทางวิศวกรรม (INVERSION OF DISPERSION CURVES OF RAYLEIGH WAVE  
 FOR ENGINEERING SITE INVESTIGATIONS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก:  
 รศ.ดร.สิริวัตร บุญญะฐิติ, 83 หน้า

คลื่นผิวที่เดินทางผ่านชั้นดินจะมีความเร็วในการเคลื่อนที่แตกต่างกันตามของความถี่ของ  
 คลื่น เส้นโค้งที่แสดงการเปลี่ยนแปลงความเร็วของคลื่นผิวตามความถี่มีชื่อเรียกว่าเส้นโค้งการ  
 กระจาย (Dispersion curve) ซึ่งสามารถใช้ในการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาภาพตัดความเร็วคลื่น  
 เชือน (Shear wave velocity profile) ของชั้นดินได้

การคำนวณย้อนกลับเพื่อหาภาพตัดความเร็วคลื่นเชือนจากเส้นโค้งการกระจายมีวิธีการ  
 ต่างๆ หลายวิธีเช่น การประเมินจากความยาวคลื่นผ่านการแปลง f-k การประเมินจากลักษณะการ  
 ส่งผ่านคลื่น (Propagator matrix) หรือการประเมินจากวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite difference)  
 วัตถุประสงค์ของการศึกษานี้คือการพัฒนาวิธีการคำนวณย้อนกลับตามแนวทางของ Propagator  
 matrix โดยใช้เส้นโค้งการกระจายของคลื่นในโหมดการสั่นที่สูงกว่าการสั่นในโหมดมาตรฐานด้วย  
 ซึ่งได้มีผู้รายงานไว้ว่าจะทำให้ขอบเขตการคำนวณย้อนกลับมีความเสถียรมากกว่าและให้ผลการ  
 ประเมินที่แม่นยำกว่าการใช้ข้อมูลจากการสั่นในโหมดมาตรฐานเพียงอย่างเดียว

จากการวิจัยครั้งนี้ซึ่งกระทำกับชั้นดินจำลอง 5 ชนิดและข้อมูลจากการตรวจวัดจริงในสนาม  
 จำนวน 2 แห่งพบว่าการพิจารณาการสั่นสะท้อนที่ความถี่หลายโหมด (Multi-mode) ให้ภาพตัด  
 ความเร็วคลื่นเชือนที่ใกล้เคียงกับของจริงมากยิ่งขึ้น ไม่ว่าจะเป็นชั้นดินที่มีความเร็วคลื่นเชือน  
 เพิ่มขึ้นตามความลึก (Normally dispersive profiles) หรือชั้นดินที่ความเร็วคลื่นเชือนไม่ได้เพิ่มขึ้น  
 ตามความลึก (Irregular profiles)

ภาควิชา..... วิศวกรรมโยธา ..... ลายมือชื่อนิสิต.....  
 สาขาวิชา..... วิศวกรรมโยธา ..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....  
 ปีการศึกษา..... 2555 .....

# # 5370550021: MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS: INVERSION / RAYLEIGH WAVE / SHEAR WAVE VELOCITY / MULTI MODE

NARUWAT KLOYTEP: INVERSION OF DISPERSION CURVES OF RAYLEIGH WAVE FOR ENGINEERING SITE INVESTIGATIONS. ADVISOR: ASSOC. PROF. TIRAWAT BOONYATEE, D. Eng., 83 pp.

The propagation speeds of traveling waves along the ground surface vary with their frequency. The dispersion curve, showing the relationship between surface wave velocity and frequency, can be used for estimating the shear wave velocity profile of the ground. The shear wave velocity profile can be inverted from techniques such as f-k transform, propagator matrix method, finite difference, etc. In this study the propagator matrix method was used to develop an inversion program which can consider dispersion curves from the fundamental and higher modes of vibration. The improvement on calculation stability and estimation accuracy were expected from the introduction of higher vibration modes into consideration.

Five synthesis ground profiles and MASW test results from two sites, which also had seismic downhole test results, were used to generate dispersion curves. The dispersion curves were used as input data for the developed program to estimate the shear wave velocity profiles. From comparisons between inverted profiles and benchmark profiles it can be concluded that the multi-mode inversion algorithm was more accurate than the algorithm which considers only the fundamental mode of vibration.

Department:.....Civil Engineering..... Student's Signature .....

Field of Study:.....Civil Engineering..... .Advisor's Signature.....

Academic Year:.....2012.....

## กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สิริวัตร บุญญะฐิติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งสละเวลาอันมีค่ามาคอยให้คำแนะนำ ให้คำปรึกษาการดำเนินงาน ชี้แนะแนวทาง และช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆตลอดระยะเวลาการทำวิจัย ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ เตชวรสินสกุล รองศาสตราจารย์ ดร.บุญชัย อุกฤษฏ์ชน และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สยาม ยิ้มศิริ ซึ่งเป็นคณะกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์ที่ให้คำแนะนำ ตรวจสอบและแก้ไขจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ข้าพเจ้าขอขอบคุณต่อนายรัฐวุฒิ เหมะภูลิน นายวันปิยะ สานุกุล และนางสาวช่อธรรม ศรีนิล ที่คอยให้ความช่วยเหลือในการทำงาน ให้คำแนะนำ และช่วยแก้ปัญหา อีกทั้ง รุ่งพี เพื่อนๆ และรุ่นน้องทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจและสนับสนุนการทำงาน

ท้ายที่สุดนี้ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณบิดามารดา พี่น้องทุกคนผู้ซึ่งคอยให้กำลังใจ เอาใจใส่ดูแล และสนับสนุนทุนทรัพย์ในการศึกษาและทำงานวิจัยมาโดยตลอด ตลอดจนอาจารย์ทุกท่านที่เคยสั่งสอน อบรม และให้ความรู้ ข้าพเจ้าจะระลึกถึงพระคุณนี้ตลอดจนชีวิตจะหาไม่

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูป.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาของงานวิจัย .....	1
1.2 วัตถุประสงค์ .....	2
1.3 ขอบเขตการวิจัย.....	2
1.4 วิธีและขั้นตอนการดำเนินงาน .....	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	4
2.1 คลื่นสั่นสะเทือน(Seismic Wave) .....	4
2.2 ชนิดของคลื่น .....	4
2.2.1 คลื่นในตัวกลาง(Body wave) .....	4
2.2.1.1 คลื่นปฐมภูมิหรือคลื่นพี(Primary wave or P-wave).....	4

2.2.1.2	คลื่นทุติยภูมิ (Secondary wave or S-wave) .....	4
2.2.2	คลื่นพื้นผิว(Surface Waves) .....	5
2.2.2.1	คลื่นเรลีย์(Rayleigh wave) .....	5
2.2.2.2	คลื่นเลิฟ(Love wave) .....	5
2.3	คำนิยามเกี่ยวกับคลื่น .....	5
2.4	สมการคลื่น.....	6
2.5	สมการคลื่นที่เดินทางในวัสดุแบบอิลาสติก.....	7
2.6	สมการคลื่นเรลีย์.....	10
2.7	แบบจำลองสำหรับคลื่นผิว(Forward modeling of surface-wave dispersion) 14	
2.8	แบบจำลองของคลื่นเรลีย์(Forward modeling of Rayleigh waves) .....	16
2.9	ปัญหย้อนกลับ(Inverse problem).....	30
2.10	ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน(Newton-Raphson).....	35
2.11	การวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณ(MASW).....	37
2.12	งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	37
บทที่ 3	การดำเนินงานวิจัย .....	39
3.1	ขั้นตอนดำเนินงานวิจัย.....	39
3.2	อุปกรณ์ในการทดสอบ MASW .....	41
3.2.1	แหล่งกำเนิดพลังงาน(Source) .....	41
3.2.2	ตัวรับสัญญาณ(Receiver) .....	41
3.2.3	ตัวบันทึกสัญญาณ(Data acquisition).....	41



3.3	ขั้นตอนการวิเคราะห์ผล.....	41
บทที่ 4	ผลการทดสอบและการวิเคราะห์ผล.....	48
4.1	ใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Synthesis Vs profiles) .....	48
4.1.1	แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่1(Synthesis profiles 1).....	48
4.1.2	แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่2(Synthesis profiles 2).....	52
4.1.3	แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่3(Synthesis profiles 3).....	56
4.1.4	แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่4(Synthesis profiles 4).....	60
4.1.5	แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่5(Synthesis profiles 5).....	64
4.2	ผลการสอบจากการทดสอบ MASW (Field Experiment) .....	69
4.2.1	สถานีที่1.....	69
4.2.2	สถานีที่2.....	72
บทที่ 5	สรุปผลงานวิจัย .....	77
5.1	สรุปผลงานวิจัย .....	77
	รายการอ้างอิง .....	80
	ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ .....	83

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 2-1 ความสัมพันธ์ของพหุนามดีกรีของคลื่น	6
ตาราง 2-2 วิธีการคำนวณแบบวิธีเมทริกซ์และวิธีการเชิงตัวเลข	15
ตาราง 2-3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่อีลาสติคต่างๆ	18
ตาราง 2-4 ตารางการประมาณค่าฟังก์ชัน $f(x) = x^2 + 2$ ด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน	36
ตาราง 5-1 แสดงค่าความผิดพลาดของผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบระหว่างเมื่อพิจารณาการ สั้นสะเทือนที่หมดความถี่พื้นฐานกับความถี่หลายโหมด	78

## สารบัญรูป

หน้า

รูปที่ 2-1 ลักษณะของชั้นดิน .....	25
รูปที่ 2-2 ขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาค่าย้อนกลับของคลื่นเรลีย์ (LAI, 1998) ...	33
รูปที่ 3-1 FLOWCHART แสดงขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย1 .....	39
รูปที่ 3-2 FLOWCHART แสดงขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย2 .....	40
รูปที่ 3-3 ข้อมูลที่ได้จากการตรวจวัดที่อยู่ในปริภูมิเวลา(TIME DOMAIN).....	42
รูปที่ 3-4 ข้อมูลที่ได้จากการตรวจวัดที่อยู่ในปริภูมิความถี่(FREQUENCY DOMAIN) .....	42
รูปที่ 3-5 ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจากการคำนวณย้อนกลับในโหมดพื้นฐาน .....	43
รูปที่ 3-6 เส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎี(THEORETICAL DISPERSION CURVES) .....	43
รูปที่ 3-7 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน .....	44
รูปที่ 3-8 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีกับเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากทดสอบ...	45
รูปที่ 3-9 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่การสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด.....	46
รูปที่ 3-10 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด .....	46
รูปที่ 3-11 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ .....	47
รูปที่ 4-1 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงแบบที่1(SYN1 VS) .....	49
รูปที่ 4-2 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่1 .....	49
รูปที่ 4-3 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน .....	50
รูปที่ 4-4 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหมดความถี่พื้นฐาน .....	50
รูปที่ 4-5 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด .....	51
รูปที่ 4-6 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่โหมดความถี่หลายโหมด .....	51

รูปที่ 4-7 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ .....	52
รูปที่ 4-8 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่2 (SYN2 VS).....	53
รูปที่ 4-9 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่2 .....	53
รูปที่ 4-10 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน .....	54
รูปที่ 4-11 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหมดความถี่พื้นฐาน .....	54
รูปที่ 4-12 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด .....	55
รูปที่ 4-13 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่โหมดความถี่หลายโหมด .....	55
รูปที่ 4-14 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ .....	56
รูปที่ 4-15 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่3 (SYN3 VS) .....	57
รูปที่ 4-16 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่3 .....	57
รูปที่ 4-17 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน .....	58
รูปที่ 4-18 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหมดความถี่พื้นฐาน .....	58
รูปที่ 4-19 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด .....	59
รูปที่ 4-20 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด .....	59
รูปที่ 4-21 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ .....	60
รูปที่ 4-22 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่4(SYN4 VS) .....	61
รูปที่ 4-23 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่4 .....	61
รูปที่ 4-24 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน .....	62
รูปที่ 4-25 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหมดความถี่พื้นฐาน .....	62
รูปที่ 4-26 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด .....	63

รูปที่ 4-27 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่โหนดความถี่หลายโหนด .....	63
รูปที่ 4-28 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ .....	64
รูปที่ 4-29 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่5 (SYN5 VS) .....	65
รูปที่ 4-30 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่5 .....	65
รูปที่ 4-31 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหนดพื้นฐาน .....	66
รูปที่ 4-32 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหนดความถี่พื้นฐาน .....	66
รูปที่ 4-33 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหนด .....	67
รูปที่ 4-34 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่โหนดความถี่หลายโหนด .....	67
รูปที่ 4-35 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ .....	68
รูปที่ 4-36 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบสถานีที่1(EXPERIMENTAL DISPERSION CURVES) .....	69
รูปที่ 4-37 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหนดพื้นฐาน .....	70
รูปที่ 4-38 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีกับเส้นที่ได้จากการทดสอบ .....	70
รูปที่ 4-39 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่การสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหนด .....	71
รูปที่ 4-40 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหนด .....	71
รูปที่ 4-41 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ .....	72
รูปที่ 4-42 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบสถานีที่2 .....	73
รูปที่ 4-43 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหนดพื้นฐาน .....	73
รูปที่ 4-44 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีกับเส้นที่ได้จากการทดสอบ .....	74
รูปที่ 4-45 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่การสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหนด .....	74

รูปที่ 4-46 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด .....	75
รูปที่ 4-47 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ .....	75

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาของงานวิจัย

แผ่นดินไหวเป็นภัยพิบัติที่กำลังได้รับความสนใจในการศึกษาเป็นอย่างมากเนื่องจากก่อให้เกิดความเสียหายเป็นบริเวณกว้างต่อทั้งผู้คนและสิ่งแวดลอม อีกทั้งความรุนแรงของแผ่นดินไหวได้เพิ่มมากขึ้นเมื่อเทียบกับอดีต ทำให้ปัจจุบันการออกแบบโครงสร้างในหลายๆ ประเทศรวมถึงบางพื้นที่ในประเทศไทยได้คำนึงถึงผลกระทบจากแผ่นดินไหวด้วย ปัจจัยหนึ่งที่มีผลต่อความเสียหายที่เกิดขึ้นคือสภาพของชั้นดินบริเวณพื้นที่ที่เกิดแผ่นดินไหว ซึ่งสามารถใช้เป็นข้อมูลสำคัญในการประเมินความเสียหายจากแผ่นดินไหวและทราบถึงพื้นที่เสี่ยงที่จะได้รับผลกระทบรุนแรงจากแผ่นดินไหว อีกทั้งยังเป็นข้อมูลสำหรับการออกแบบโครงสร้างในการป้องกันแผ่นดินไหว

การใช้คลื่นผิวสำรวจลักษณะของชั้นดินได้รับความสนใจเป็นอย่างมากในงานวิศวกรรมธรณีเทคนิคและจีโอฟิสิกส์ ซึ่งลักษณะของชั้นดินในธรรมชาติที่มีลักษณะไม่เป็นเนื้อเดียวนั้นความเร็วเฟสของคลื่นผิวจะเป็นฟังก์ชันของความถี่โดยเรียกว่าเส้นโค้งการกระจาย(Dispersion curve) เส้นโค้งการกระจายนี้จะเป็ฟังก์ชันของความเร็วคลื่นเฉือน(Shear wave velocity) ความหนาของชั้นดิน(Layer thickness) ความหนาแน่นของดิน(Density) และความเร็วคลื่นอัด(P-wave velocity) โดยพารามิเตอร์ทั้งสี่นี้เรียงตามลำดับการมีอิทธิพลต่อฟังก์ชันเส้นโค้งการกระจายของคลื่นผิว (Xia et al., 1999) ซึ่งถ้าเราสามารถสร้างเส้นโค้งการกระจายของคลื่นผิวได้จากการทดสอบในสนามก็จะสามารถหาพารามิเตอร์ของชั้นดินได้ ขั้นตอนสำหรับการใช้คลื่นผิวสำรวจลักษณะของชั้นดินสามารถแบ่งได้หลักๆเป็น 3 ขั้นตอน คือ

- 1.รับสัญญาณความถี่ของคลื่นผิวจากแหล่งกำเนิด
- 2.นำข้อมูลที่ได้มาสร้างเส้นโค้งการกระจาย
- 3.ใช้การคำนวณย้อนกลับ(Inversion) เพื่อหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Shear wave velocity profiles)

โดย 2 ขั้นตอนแรกจะเป็นวิธีการและเทคนิคที่ใช้สำหรับวิธีการสำรวจซึ่งมีด้วยกันหลากหลายวิธี เช่น Spectrum Analysis of Surface Waves(SASW), Multichannel Analysis of Surface Waves(MASW) เป็นต้น ส่วนขั้นตอนที่ 3 จะเป็นการสร้างแบบจำลองเพื่อสร้างเส้นโค้งการกระจาย เนื่องจากเส้นโค้งการกระจายนี้เป็นฟังก์ชันของ ความเร็วคลื่นเฉือน ความหนาของชั้นดิน ความหนาแน่นของดิน และความเร็วคลื่นอัด จึงสมมติพารามิเตอร์เหล่านี้เพื่อนำไปสร้างเส้นโค้งการกระจาย(Theoretical dispersion curve) และนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากแบบทดสอบ(Experimental dispersion curve)

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลองและวิธีการใช้ในการคำนวณย้อนกลับจากเส้นโค้งการกระจายของคลื่นผิวโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด(Multi-mode) และพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน(Fundamental mode) โดยคลื่นผิวที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ คือ คลื่นเรลีย์ ซึ่งมีคุณสมบัติที่เหมาะสมในการตรวจวัด คือ สามารถให้กำเนิดได้ง่าย พลังงานของคลื่นมีสูงเมื่อเทียบกับคลื่นอื่นๆ ทำให้สามารถตรวจวัดและแยกชนิดคลื่นได้ง่าย ส่วนวิธีการทดสอบที่ใช้คือการวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณ(MASW)

## 1.2 วัตถุประสงค์

1. พัฒนาวิธีการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาลักษณะของชั้นดินจากข้อมูลการทดสอบการวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณ(MASW) ในสนาม และจากแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน

2. พัฒนาวิธีการคำนวณย้อนกลับที่เหมาะสมเพื่อให้มีความถูกต้องและความน่าเชื่อถือมากขึ้นในการหาค่าคุณสมบัติของดินโดยเปรียบเทียบผลจากการทดสอบกับแบบจำลอง

## 1.3 ขอบเขตการวิจัย

1. พิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด(Multi-mode)
2. เส้นโค้งการกระจายได้จากการจำลองและวิธีการวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณ(MASW) และการใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วเฉือน(Synthesis shear wave velocity profiles)



#### 1.4 วิธีและขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ค้นคว้าและทำการศึกษาเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย เช่น ทฤษฎีเกี่ยวกับคลื่น คลื่นสั้นสะท้อน การทดสอบ MASW การวิเคราะห์หาความเร็วคลื่นเฉือน การสร้างแบบจำลองและการคำนวณย้อนกลับจากเส้นโค้งการกระจาย

2. ใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนในการนำไปสร้างเส้นโค้งการกระจายและทำการคำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน

3. ทำการทดสอบ MASW และนำผลการทดสอบมาสร้างโค้งการกระจายและทำการคำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน

4. เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้จากการคำนวณย้อนกลับโดยพิจารณาการสั้นสะท้อนที่ความถี่หลายโหมดเทียบกับโหมดพื้นฐาน

5. เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายของคลื่นผิวจากการทดสอบและเส้นโค้งการกระจายจากทางทฤษฎี

6. เปรียบเทียบผลจากการใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนกับการทดสอบ MASW

#### 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้แบบจำลองและวิธีการคำนวณย้อนกลับเพื่อนำไปใช้สำรวจหาคุณสมบัติของดินที่ถูกต้องและเหมาะสมมากยิ่งขึ้น

## บทที่ 2

### ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 คลื่นสั่นสะเทือน(Seismic Wave)

เมื่อแบ่งประเภทของคลื่นตามคุณสมบัติของตัวกลางที่คลื่นเดินทางผ่านจะสามารถแบ่งประเภทของคลื่นออกเป็นสองประเภทใหญ่ๆคือคลื่นที่ต้องอาศัยตัวกลางในการเคลื่อนที่ เรียกว่า “คลื่นกล(Mechanical wave)” เช่นคลื่นในเส้นเชือก และคลื่นที่ไม่ต้องอาศัยตัวกลางในการเคลื่อนที่เรียกว่า “คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า(Electromagnetic wave)” เช่นคลื่นแสง คลื่นวิทยุ เป็นต้น คลื่นสั่นสะเทือนจัดเป็นคลื่นที่ต้องอาศัยตัวกลางในการเคลื่อนที่และสามารถแบ่งได้เป็น 2 แบบตามลักษณะการเคลื่อนที่ของคลื่น คือ คลื่นตัวกลาง(Body wave) และคลื่นผิวดิน(Surface wave)

#### 2.2 ชนิดของคลื่น

##### 2.2.1 คลื่นในตัวกลาง(Body wave)

คลื่นในตัวกลาง(Body wave) เป็นคลื่นที่เดินทางผ่านเข้าไปภายในตัวกลางคลื่นหลักแบ่งออกเป็นสองชนิดคือ คลื่นปฐมภูมิหรือคลื่นพี(Primary or P-wave) และคลื่นทุติยภูมิหรือคลื่นเอส(Secondary or S-wave)

##### 2.2.1.1 คลื่นปฐมภูมิหรือคลื่นพี(Primary wave or P-wave)

คลื่นพีเป็นคลื่นเกิดการอัดและขยายตัวของอนุภาคของตัวกลางตามแนวทิศทางการเคลื่อนที่ไป หรือ ทิศทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของตัวกลาง (Particle motion direction) มีทิศขนานกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น (Wave propagation direction)

##### 2.2.1.2 คลื่นทุติยภูมิ (Secondary wave or S-wave)

คลื่นเอส ถูกเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า “คลื่นเฉือน” เป็นคลื่นที่เกิดการเขยื้อนขึ้นในอนุภาคของตัวกลางขณะที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่านเข้าไป หรือ ทิศทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของตัวกลาง

(Particle motion direction) มีทิศตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น (Wave propagation direction) คลื่นเฉือนสามารถแบ่งย่อยได้อีกตามแนวการเคลื่อนที่ของอนุภาคและทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น  $S_{VH}$ -wave คือคลื่นที่เคลื่อนที่ตามแนวตั้งและอนุภาคเคลื่อนที่ตามแนวราบ และ  $S_{HH}$ -wave คือคลื่นที่เคลื่อนที่ตามแนวราบและอนุภาคเคลื่อนที่ตามแนวราบที่ทำมุมตั้งฉากกัน

## 2.2.2 คลื่นพื้นผิว(Surface Waves)

คลื่นพื้นผิวเป็นคลื่นที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างคลื่นตัวกลางกับผิวดิน ซึ่งอยู่ในสภาวะของการปราศจากหน่วยแรง คลื่นพื้นผิวส่วนใหญ่เดินทางอยู่ที่ระดับพื้นผิวและขนาดของคลื่นจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อความลึกเพิ่มมากขึ้น สามารถแบ่งออกเป็นสองชนิดคือ คลื่นเลิฟ(Love Waves) และคลื่นเรลีย์(Rayleigh Waves)

### 2.2.2.1 คลื่นเรลีย์(Rayleigh wave)

คลื่นเรลีย์ ตั้งชื่อตามนักฟิสิกส์ J.W.S. Rayleigh(1842-1919) คลื่นเรลีย์ เป็นคลื่นที่มีความเร็วต่ำที่สุดในบรรดาคลื่นทั้งหมด ซึ่งเกิดจากคลื่นพี(P-wave) และคลื่นเอส( $S_{VH}$ -wave) ทำปฏิสัมพันธ์กับพื้นผิวดิน ทำให้เกิดคลื่นที่มีการเคลื่อนตัวของอนุภาคทั้งในทิศตั้งและทึศราบหรือเกิดการหมุนของอนุภาคขณะที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่าน

### 2.2.2.2 คลื่นเลิฟ(Love wave)

คลื่นเลิฟตั้งชื่อตามนักธรณีฟิสิกส์ A.E.H. Love(1863-1940) คลื่นเลิฟเป็นคลื่นพื้นผิวที่มีความเร็วที่สุดในบรรดาคลื่นพื้นผิว ซึ่งเกิดจากคลื่นเอส( $S_{HH}$ -wave) ทำปฏิสัมพันธ์กับพื้นผิวดินทำให้เกิดคลื่นที่มีการเคลื่อนตัวของอนุภาคเฉพาะในทึศราบเท่านั้น

## 2.3 คำนิยามเกี่ยวกับคลื่น

ความถี่(Frequency) ใช้สัญลักษณ์ “  $f$  ” หมายถึง จำนวนรอบการสั่นกลับไปมาในหนึ่งวินาทีของอนุภาคของตัวกลางซึ่งมีหน่วยเป็นเฮิรตซ์(Hertz, Hz) หรือรอบต่อวินาที

ความยาวคลื่น(Lambda) ใช้สัญลักษณ์ “ $\lambda$ ” หมายถึง ระยะทางที่คลื่นเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ มีหน่วยเป็นเมตร(m)

ความเร็วคลื่น(Velocity) ใช้สัญลักษณ์ “ $V$ ” หมายถึง ระยะทางที่คลื่นเคลื่อนที่ไปในหนึ่งหน่วยเวลา มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที(m/s) โดยความเร็วคลื่นเท่ากับค่าความถี่( $f$ ) คูณกับค่าความยาวคลื่น( $\lambda$ )

เฟส(Phase) ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย “ $\phi$ ” หมายถึง มุมที่ทำเป็นองศาหรือเรเดียนส์บนแนวที่กลางระหว่างท้องคลื่นกับยอดคลื่น

อัตราเร็วเชิงมุม(Angular Frequency) ใช้สัญลักษณ์ “ $\omega$ ” หมายถึง มุมที่คิดเป็นเรเดียนส์ในการเคลื่อนที่ไปกลับของอนุภาคในเวลาหนึ่งวินาทีที่มีหน่วยเป็นเรเดียนส์ต่อวินาที(rad/s)

คาบ(Period) ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย “ $T$ ” หมายถึง เวลาที่อนุภาคของตัวกลางสั้นไปมาครบหนึ่งรอบมีหน่วยเป็นวินาที(s)

ตาราง 2-1 ความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ของคลื่น

ตัวแปร	ความสัมพันธ์
คาบ, $T$	$T = 1/f = 2\pi/\omega$
ความถี่, $f$	$f = \omega/2\pi = V/\lambda$
ความยาวคลื่น, $\lambda$	$\lambda = V/T = 2\pi/k$
จำนวนลูกคลื่น, $k$	$k = 2\pi/\lambda = \omega/V$
ความเร็วคลื่น, $V$	$V = f\lambda = \omega/k$

## 2.4 สมการคลื่น

ทฤษฎีความเค้นและความเครียดสามารถนำไปใช้สร้างและแก้สมการคลื่น(Wave equation) สำหรับการแผ่ของคลื่นแบบอีลาสติกในวัสดุเนื้อเดียว ซึ่งแยกออกเป็นการแผ่กระจายของคลื่นสอง

ชนิดคือ คลื่นอัดและคลื่นเฉือน วิธีการที่ใช้จะเกี่ยวข้องกับแคลคูลัสเชิงเวกเตอร์และตัวเลขเชิงซ้อน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

สมการคลื่นใน 1 มิติเป็นสมการพื้นฐานในวิชาฟิสิกส์ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

โดยที่  $u$  คือ การเคลื่อนที่ของคลื่น  
 $c$  คือ ความเร็วคลื่น  
 $x$  คือ ทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น  
 $t$  คือ เวลาที่คลื่นเคลื่อนที่

โดยผลเฉลยของสมการ(2.1) คือ

$$u(x, y, z, t) = r(k, z, \omega) e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.2)$$

ความเร็วของคลื่นในสมการ(2.2)นั้นมีความสัมพันธ์กับคุณสมบัติของวัสดุที่คลื่นเคลื่อนผ่าน สมการคลื่นจัดเป็นสมการแบบไฮเพอร์โบลิกซึ่งมีวิธีแก้สมการที่ซับซ้อน

## 2.5 สมการคลื่นที่เดินทางในวัสดุแบบอีลาสติก

สมการพื้นฐานของคลื่นที่เดินทางในวัสดุแบบอีลาสติกเขียนได้ดังนี้

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \partial_j \tau_{ij} + f_i \quad (2.3)$$

โดย  $u_i$ ,  $\tau_{ij}$  และ  $f_i$  คือ การเคลื่อนที่ หน่วยแรงภายใน และแรงภายในซึ่งเป็นฟังก์ชันของ ตำแหน่งในแนวแกน  $x$  และเวลา  $f_i$  คือ แรงภายในเนื้อวัสดุ เช่น แรงโน้มถ่วง  $f_g$  ซึ่งมีอิทธิพลมากต่อคลื่นที่มีความยาวคลื่นสูงแต่มีอิทธิพลน้อยต่อคลื่นที่มีความยาวคลื่นในช่วงที่เกี่ยวกับการ

สำรวจทางทฤษฎีฟิสิกส์ เมื่อตัดพจน์ของแรงภายในทั้งนี้จะเขียนสมการคลื่นได้ใหม่ในรูปของสมการเอกพันธ์ ดังนี้

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \partial_j \tau_{ij} \quad (2.4)$$

ในการแก้สมการ(2.4) จะต้องทราบความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด เพื่อที่จะแสดง  $\tau$  ในรูปของการกระจัด  $u$  สำหรับวัสดุแบบอีลาสติกเชิงเส้นความสัมพันธ์ดังกล่าวเขียนได้ดังนี้

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} e_{kk} + 2\mu e_{ij} \quad (2.5)$$

โดย  $\lambda$  และ  $\mu$  คือ พารามิเตอร์ของลาเมและ  $e_{ij}$  เทนเซอร์ความเครียด

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.6)$$

เมื่อแทนค่า  $e_{ij}$  ในสมการ(2.5) จะได้ว่า

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \partial_k u_k + \mu (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (2.7)$$

และเมื่อนำค่า  $\tau_{ij}$  ตามสมการ(2.7) แทนลงในสมการ(2.4) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \partial_j [\lambda \delta_{ij} \partial_k u_k + \mu (\partial_i u_j + \partial_j u_i)] \\ &= \partial_j \lambda \partial_k u_k + \lambda \partial_i \partial_k u_k + \partial_j \mu (\partial_i u_j + \partial_j u_i) + \mu \partial_j \partial_i u_j + \mu \partial_j \partial_j u_i \\ &= \partial_j \lambda \partial_k u_k + \partial_j \mu (\partial_i u_j + \partial_j u_i) + \lambda \partial_i \partial_k u_k + \mu \partial_i \partial_j u_j + \mu \partial_j \partial_j u_i \end{aligned} \quad (2.8)$$

เมื่อให้  $\ddot{u} = \partial^2 u / \partial t^2$  จะสามารถเขียนสมการ(2.8) ในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\rho \ddot{u} = \nabla \lambda (\nabla \cdot u) + \nabla \mu \cdot [\nabla u + (\nabla u)^T] + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \mu \nabla^2 u \quad (2.9)$$

เมื่อใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์จะได้

$$\nabla^2 u = \nabla \nabla \cdot u - \nabla \times \nabla \times u \quad (2.10)$$

แทนลงในสมการ(2.8) จะได้ว่า

$$\rho \ddot{u} = \nabla \lambda (\nabla \cdot u) + \nabla \mu \cdot [\nabla u + (\nabla u)^T] + (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot u - \mu \nabla \times \nabla \times u \quad (2.11)$$

สองพจน์แรกทางฝั่งขวามือของสมการ(2.11) จะเกี่ยวกับอนุพันธ์ของพารามิเตอร์ของลาเม ซึ่งจะไม่เป็นศูนย์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติภายในเนื้อวัสดุ ในกรณีของวัสดุเนื้อเดียวพจน์ทั้งสองจะมีค่าเป็นศูนย์ซึ่งทำให้สามารถลดรูปสมการ(2.11) ได้เป็น

$$\rho \ddot{u} = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot u - \mu \nabla \times \nabla \times u \quad (2.12)$$

สมการ(2.12) เป็นสมการพื้นฐานของคลื่นสั้นสะเทือนในวัสดุเนื้อเดียว เราสามารถแยกสมการ(2.12) ออกเป็นสองส่วนซึ่งเกี่ยวข้องกับการแผ่ของคลื่นอัดและคลื่นเฉือน เมื่อใช้ตัวดำเนินการไดเวอร์เจนซ์(Divergence operator) กับสมการ(2.12) และใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์ที่ว่า  $\nabla \cdot (\nabla \times \Psi) = 0$  จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 (\nabla \cdot u)}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \nabla^2 (\nabla \cdot u) \quad (2.13)$$

หรือ

$$\nabla^2 (\nabla \cdot u) - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 (\nabla \cdot u)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.14)$$

ซึ่งมีรูปแบบเหมือนกับสมการ(2.1) โดย  $\alpha$  คือ ความเร็วของคลื่นแบบคลื่นอัดซึ่งมีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ของลาเมและความหนาแน่นของวัสดุดังนี้

$$\alpha^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad (2.15)$$

เมื่อใช้ตัวดำเนินการเคิร์ล(Curl operator) กับสมการ(2.11) และใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์ที่ว่า  $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$  จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\frac{\partial^2 (\nabla \times u)}{\partial t^2} = -\frac{\mu}{\rho} \nabla \times \nabla \times (\nabla \times u) \quad (2.16)$$

เมื่อจัดรูปโดยใช้เอกลักษณ์ของเวกเตอร์ตามสมการ(2.9) และ  $\nabla \cdot (\nabla \times u) = 0$  จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2(\nabla \times u)}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \nabla^2(\nabla \times u) \quad (2.17)$$

หรือ

$$\nabla^2(\nabla \times u) - \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2(\nabla \times u)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.18)$$

ซึ่งมีรูปแบบเหมือนกับสมการ(2.1) โดย  $\beta$  คือ ความเร็วของคลื่นแบบคลื่นเฉือนซึ่งมีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ของลาเมและความหนาแน่นของวัสดุดังนี้

$$\beta^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.19)$$

เมื่อแทนค่า  $\alpha^2$  และ  $\beta^2$  ในสมการ(2.11) จะได้ว่า

$$\ddot{u} = \alpha^2 \nabla \nabla \cdot u - \beta^2 \nabla \times \nabla \times u \quad (2.20)$$

## 2.6 สมการคลื่นเรลีย์

สมการของคลื่นเรลีย์จะมีความยุ่งยากกว่าสมการของคลื่นเฉือนเนื่องจากในระบบของคลื่นเฉือนมีเพียง  $S_{HH}$ -wave ทำให้คลื่นเฉือนจะมีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน(Reflections coefficients) ที่ผิวเพียงหนึ่งตัว ส่วนระบบของคลื่นเรลีย์มีคลื่นสองชนิดคือ P- $S_{VH}$  wave อย่างไรก็ตามมีวิธีการแก้สมการที่เป็นไปได้สำหรับคลื่นต่างชนิดกันที่ผิวสัมผัส โดยผลที่ได้จากคลื่นผิวจะอยู่ในเทอมของคลื่นเรลีย์ ซึ่งมาจากการศึกษาของเรลีย์เมื่อประมาณ 100 ปีที่ผ่านมาซึ่งแสดงถึงความเป็นไปได้ของ P และ  $S_{VH}$  ที่แผ่ไปตามผิว

เมื่อคลื่น P และ  $S_{VH}$  เจอกันที่พื้นผิว สำหรับลักษณะพื้นที่แบบเนื้อเดียว การกระจัดของระนาบคลื่นที่แผ่ไปในทิศ  $x$  นิยามโดย

$$u = A e^{-i\omega(t - px - \eta z)} \quad (2.21)$$



โดยที่  $p$  คือ horizontal slowness และ  $\eta = \sqrt{1/c^2 - p^2}$  คือ vertical slowness สำหรับความเร็วคลื่น  $c$  ซึ่งจะนิยามการกระจัดในเทอมศักย์ของคลื่น คือ P-wave scalar potential  $\phi$  และ S-wave vector potential  $\Psi$  นั่นคือ

$$u = \nabla\phi + \nabla \times \Psi \quad ; \nabla \cdot \Psi = 0 \quad (2.22)$$

จากสมการ(2.21) พิจารณาวิธีแก้สมการระนาบคลื่นสำหรับ  $\phi$  และ  $\Psi$  (เฉพาะในส่วนของ  $\Psi$  ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของ  $S_{VH}$  ในระนาบคลื่นที่แผ่ไปในทิศ  $x$ )

$$\phi = Ae^{-i\omega(t-px-\eta_\alpha z)} \quad (2.23)$$

$$\Psi_y = Be^{-i\omega(t-px-\eta_\beta z)} \quad (2.24)$$

เมื่อ  $A$  และ  $B$  คือ ขนาดของคลื่น  $P$  และ  $S_{VH}$  เมื่อพิจารณาคลื่นที่เคลื่อนที่ในแนวราบซึ่งมีค่า horizontal slowness เท่ากับ  $p$  จะสามารถคำนวณ vertical slowness ของคลื่น  $P, S_{VH}$  ได้จาก

$$\eta_\alpha = (1/\alpha^2 - p^2)^{1/2} \quad (2.25)$$

$$\eta_\beta = (1/\beta^2 - p^2)^{1/2} \quad (2.26)$$

สำหรับ  $\partial_y$  และ  $u_y$  มีค่าเป็นศูนย์สำหรับคลื่น  $P/SV$  ในระนาบสมมาตร โดยการกระจัดคลื่น  $P$  คือ

$$u^P = (u_x^P, u_y^P, u_z^P) = \nabla\phi \quad (2.27)$$

$$\nabla\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x_i} \hat{e}_i = \left( \frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial z} \right)$$

$$u_x^P = \partial_x\phi = pA i \omega e^{-i\omega(t-px-\eta_\alpha z)} \quad (2.28)$$

$$u_y^P = \partial_y\phi = 0 \quad (2.29)$$

$$u_z^P = \partial_z\phi = \eta_\alpha A i \omega e^{-i\omega(t-px-\eta_\alpha z)} \quad (2.30)$$

และการกระจัดของคลื่น  $S_{VH}$  คือ

$$u^S = (u_x^S, u_y^S, u_z^S) = \nabla \times \Psi \quad (2.31)$$

$$u_x^S = (\partial_y \Psi_z - \partial_z \Psi_y) = -\partial_z \Psi_y = -\eta_\beta B i \omega e^{-i\omega(t-px-\eta_\beta z)} \quad (2.32)$$

$$u_y^S = (\partial_z \Psi_x - \partial_x \Psi_z) = 0 \quad (2.33)$$

$$u_z^S = (\partial_x \Psi_y - \partial_y \Psi_x) = \partial_x \Psi_y = p B i \omega e^{-i\omega(t-px-\eta_\beta z)} \quad (2.34)$$

พิจารณาเงื่อนไขขอบที่ผิวดินค่า  $z=0$  และค่า stress ของ  $\tau_{xz}$  และ  $\tau_{zz}$  จะเป็นศูนย์จะได้

$$\tau_{xz} = \mu(\partial_z u_x + \partial_x u_z) \quad (2.35)$$

$$\tau_{zz} = \lambda(\partial_x u_x + \partial_z u_z) + 2\mu \partial_z u_z \quad (2.36)$$

แทนค่าสมการ(2.28)-(2.30) และสมการ(2.32)-(2.34) ลงในสมการ(2.21)และ(2.22) จะได้

$$\tau_{xz}^P = -A(2\mu p \eta_\alpha) \omega^2 e^{-i\omega(t-px-\eta_\alpha z)} \quad (2.37)$$

$$\tau_{zz}^P = -A[(\lambda + 2\mu)\eta_\alpha^2 + \lambda p^2] \omega^2 e^{-i\omega(t-px-\eta_\alpha z)} \quad (2.38)$$

$$\tau_{xz}^S = -B\mu(p^2 - \eta_\alpha^2) \omega^2 e^{-i\omega(t-px-\eta_\beta z)} \quad (2.39)$$

$$\tau_{zz}^S = -B(2\mu\eta_\beta p) \omega^2 e^{-i\omega(t-px-\eta_\beta z)} \quad (2.40)$$

ที่พื้นผิวจะได้

$$\tau_{xz} = \tau_{xz}^P + \tau_{xz}^S = 0 \quad (2.41)$$

$$\tau_{zz} = \tau_{zz}^P + \tau_{zz}^S = 0 \quad (2.42)$$

แทนค่าสมการ(2.37)-(2.40) ลงในสมการ(2.41)และ(2.42) จากนั้นลดเทอมสามัญ ( $e^{-i\omega(t-px-\eta_\alpha z)}$ )  
จะได้

$$\tau_{xz} = A(2p\eta_\alpha) + B(p^2 - \eta_\beta^2) = 0 \quad (2.43)$$

$$\tau_{zz} = A[(\lambda + 2\mu)\eta_\alpha^2 + \lambda p^2] + B(2\mu\eta_\beta p) = 0 \quad (2.44)$$

สมการของ  $\tau_{zz}$  สามารถเขียนในรูปของคลื่น P และคลื่น S ได้ โดยแทนค่า  $\lambda + 2\mu = \rho\alpha^2$ ,  
 $\mu = \rho\beta^2$  และ  $\lambda = \rho(\alpha^2 + 2\beta^2)$  คือ

$$A[2p\eta_\alpha] + B[p^2 - \eta_\beta^2] = 0 \quad (2.45)$$

$$A[\alpha^2(\eta_\alpha^2 + p^2) - 2\beta^2 p^2] + B[2\beta^2 \eta_\beta p] = 0 \quad (2.46)$$

สมการ(2.45) กับสมการ(2.46) เป็นคู่สมการที่บรรยายเงื่อนไขขอบที่ผิวสำหรับ P และ  $S_{\text{VH}}$  ด้วย horizontal slowness  $p$  ซึ่ง vertical slowness นิยามโดย  $\eta_\alpha = (1/\alpha^2 - p^2)^{1/2}$  และ  $\eta_\beta = (1/\beta^2 - p^2)^{1/2}$  เมื่อ  $p < 1/\alpha$  จะมีคำตอบเป็นจำนวนจริงสองค่า ซึ่งค่าบวกของ  $\eta_\alpha$  สำหรับคลื่น P ที่มีทิศลงและค่าลบสำหรับคลื่น P ที่มีทิศขึ้น (ให้  $z$  มีทิศทางชี้ลง) ในทำนองเดียวกันเมื่อ  $p < 1/\beta$  จะมีค่า  $\eta_\beta$  ในสองทิศทางคือขึ้นและลง

อย่างไรก็ตามเราสนใจในกรณีที่  $p > \beta^{-1} > \alpha^{-1}$  ซึ่ง  $\eta_\alpha$  และ  $\eta_\beta$  จะมีค่าเป็นจำนวนจินตภาพจากสมการ(2.21) ถ้าเอาตัวประกอบที่ขึ้นกับความลึกจะได้

$$u = Ae^{i\omega\eta z} e^{-i\omega(t - px)} \quad (2.47)$$

ค่า  $\eta$  จะทำให้คำตอบมีค่าไม่เป็นศูนย์ สำหรับจำนวนจินตภาพของ  $\eta_\alpha$  และ  $\eta_\beta$  ระบบสมการแบบเส้นตรงของ A และ B ในสมการ(2.45)และ(2.46) จะมีผลเฉลยที่สำคัญเมื่อดีเทอร์มิแนนต์มีค่าเป็นศูนย์นั่นคือ

$$(p^2 - \eta_\beta^2)[\alpha^2(\eta_\alpha^2 + p^2) - 2\beta^2 p^2] - 4\beta^2 p^2 \eta_\alpha \eta_\beta = 0 \quad (2.48)$$

แทนค่าของ  $\eta_\alpha$  และ  $\eta_\beta$  จะได้สมการที่อยู่ในรูปของคลื่นพีและคลื่นเอส จะได้ว่า

$$(2p^2 - \frac{1}{\beta^2})^2 + 4p^2(\frac{1}{\alpha^2} - p^2)^{1/2}(\frac{1}{\beta^2} - p^2)^{1/2} = 0 \quad (2.49)$$

เมื่อลดเทอมสามัญของ  $\beta^2$  สำหรับจำนวนจินตภาพ  $\eta_\alpha$  และ  $\eta_\beta$  ( $p > \beta^{-1} > \alpha^{-1}$ )สามารถเขียนได้

$$(2p^2 - \frac{1}{\beta^2})^2 - 4p^2(p^2 - \frac{1}{\alpha^2})^{1/2}(p^2 - \frac{1}{\beta^2})^{1/2} = 0 \quad (2.50)$$

สมการ(2.50) คือสมการฟังก์ชันของคลื่นเรลีสและมีผลเฉลยด้วยค่า  $p$  ที่ขึ้นอยู่กับ  $\beta$  และ  $\alpha$  ซึ่งความเร็วเฟสของคลื่นเรลีส  $c = 1/p$  จากนั้นจัดรูปเพื่อแก้สมการของคลื่นเรลีส โดยให้  $A = 1/\alpha^2$  และ  $B = 1/\beta^2$  จะได้ว่า

$$(2p^2 - B)^2 = 4p^2(p^2 - A)^{1/2}(p^2 - B)^{1/2}$$

ยกกำลัง 2 ทั้ง 2 ข้าง ;

$$\begin{aligned} (2p^2 - B)^4 &= 4p^4(p^2 - A)(p^2 - B) \\ 16p^8 - 32p^6B + 24p^4B^2 - 8p^2B^3 + B^4 &= 16p^4[p^4 - Ap^2 - Bp^2 + AB] \\ -16p^6B + 16p^6A - 16p^4AB + 24p^4B^2 - 8p^2B^3 + B^4 &= 0 \\ B^4 - 8B^3p^2 + 8p^4(3B^2 - 2AB) + 16p^6(A - B) &= 0 \\ B^4 - 8B^3p^2 + 8B^2p^4(3 - \frac{2A}{B}) + 16Bp^6(\frac{A}{B} - 1) &= 0 \\ \frac{B^3}{p^6} - 8\frac{B^2}{p^4} + 8\frac{B}{p^2}(3 - \frac{2A}{B}) + 16(\frac{A}{B} - 1) &= 0 \\ \frac{B^3}{p^6} - 8\frac{B^2}{p^4} + 8\frac{B}{p^2}(3 - \frac{2A}{B}) + 16(\frac{A}{B} - 1) &= 0 \end{aligned}$$

แทนค่า  $c = 1/p$ ,  $A = 1/\alpha^2$  และ  $B = 1/\beta^2$

$$\frac{c^6}{\beta^6} - 8\frac{c^4}{\beta^4} + 8\frac{c^2}{\beta^2}(3 - \frac{2\beta^2}{\alpha^2}) + 16(\frac{\beta^2}{\alpha^2} - 1) = 0 \quad (2.51)$$

จะเห็นว่าเป็นสมการโพลิโนเมียลที่อยู่ในรูป  $Ax^6 + Bx^4 + Cx^2 + D = 0$

โดยที่  $A = 1, B = -8, C = 3 - \frac{2\beta^2}{\alpha^2}, D = 16(\frac{\beta^2}{\alpha^2} - 1)$  เมื่อทำการแก้สมการจะได้คำตอบเป็นอัตราส่วนระหว่างความเร็วเฟสของคลื่นเรลีสกับความเร็วคลื่นเฉือน ( $c/\beta$ )

## 2.7 แบบจำลองสำหรับคลื่นผิว(Forward modeling of surface-wave dispersion)

วิธีการคำนวณหาเส้นโค้งการกระจายจากคลื่นผิวมีด้วยกันหลายวิธี ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทหลักๆ คือ วิธีเมทริกซ์(Matrix methods) และวิธีการเชิงตัวเลข(Numerical methods)วิธีเมทริกซ์นั้นเริ่มมาจาก Thomson และ Haskell ได้ใช้เมทริกซ์ในการแก้ปัญหาเฉพาะเจาะจง

(Eigenvalue problem) ของระบบสมการอนุพันธ์ วิธีการเมทริกซ์จะสร้างสมการของเส้นโค้งการกระจาย(Dispersion curves) ซึ่งจะอยู่ในฟังก์ชันที่ซับซ้อนของความถี่ ความเร็วเฟส ความหนาของชั้นดิน อีลาสติคพารามิเตอร์ และความหน่วงของชั้นดิน เส้นของการกระจายของคลื่นผิวคือราก(Root or Eigenvalue) ของสมการเส้นโค้งการกระจายของคลื่นผิวสำหรับโหมดที่เป็นไปได้ของการแผ่ของคลื่นที่ความถี่เฉพาะวิธีการคำนวณแบบวิธีเมทริกซ์และวิธีการเชิงตัวเลข

ตาราง 2-2 วิธีการคำนวณแบบวิธีเมทริกซ์และวิธีการเชิงตัวเลข

Propagator matrix	Numerical methods
Transfer matrix method (Thomson, 1950; Haskell, 1953)	Finite element method (Lysmer and Drake, 1972)
Stiffness matrix method (Kausel and Roesset, 1981)	Finite difference method (Boore, 1972)
Reflection-transmission coefficient (Kennett, 1983; Luco and Aspel, 1983)	Numerical integral (Takeuchi and Saito, 1972)

วิธีเมทริกซ์แบ่งเป็น 3 วิธี คือ

- 1). Transfer Matrix เป็นวิธีที่ใช้กันแพร่หลาย โดยเฉพาะในเรื่องแผ่นดินไหวและเรื่องการใช้คลื่นสำรวจหลัก ตามแบบของ Thomson(1950) และ Haskell(1953)
- 2). Stiffness Matrix โดย Kausel and Roesset(1981)
- 3). Reflection-transmission(R/T) coefficient Matrix หรือเรียกย่อๆว่า R/T method สำหรับชั้นดินจำนวนมาก โดย Kennett(1983) และ Luco and Aspel(1983)

วิธีการ R/T เป็นวิธีที่เหมาะสมแก่การศึกษาและให้เทคนิคเชิงตัวเลขที่ดีที่สุดสำหรับการคำนวณเส้นโค้งการกระจายของคลื่นผิว(Zen and Anderson, 1995) วิธีการนี้มีความเสถียร

สำหรับความถี่สูง(Chen 1993;Hisada,1994,1995) และการคำนวณความเร็วเฟสที่มากกว่า 100 Hz สำหรับแบบจำลองชั้นเปลือกโลก(Chen,1993)

อย่างไรก็ตาม วิธีการ R/T method ใช้เวลาในการประมวลผลค่อนข้างนานเหมือนกับวิธีอื่นๆ ตัวอย่างเช่นการคำนวณความเร็วเฟสของเส้นโค้งการกระจายสำหรับโหมดพื้นฐานของคลื่นเรลีย์ที่มีแบบจำลองชั้นดินจำนวน 24 ชั้น ใช้เวลาประมาณ 7 วินาที สำหรับคอมพิวเตอร์ 1.33 GHz ซึ่งเป็นผลเสียสำหรับ Non-linear inversion algorithm ที่ต้องใช้การคำนวณชั้นดินจำนวนหลักพันของ Forward modeling ของเส้นโค้งการกระจาย

Pei(2007) การศึกษาได้พัฒนาประสิทธิภาพของชุดคำสั่งจากวิธี R/T method เรียกว่า Fast generalized R/T coefficient method หรือ Fast R/T method ในการคำนวณความเร็วเฟสของคลื่นผิวสำหรับแบบจำลองชั้นดิน Fast method เป็นวิธีพื้นฐานแต่มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีของ Chen(1993) และ Hisada(1994,1995)

## 2.8 แบบจำลองของคลื่นเรลีย์(Forward modeling of Rayleigh waves)

วัสดุในธรรมชาติจะมีพฤติกรรมแบบอีลาสติกเพื่อส่งผ่านคลื่นสั้นสะเทือน โดยพฤติกรรมของวัสดุจะถูกแทนด้วยค่าความหนาแน่นของวัสดุ  $\rho$  และค่าคงที่อีลาสติกต่างๆ เช่น ค่าโมดูลัสเฉือน  $\mu$  ค่าโมดูลัสของยัง  $E$  โมดูลัสเชิงปริมาตร  $K$  และ อัตราส่วนปัวซองค์  $\sigma$  ซึ่งค่าคงที่ทั้งหมดจะอยู่ในเทอมของค่าพารามิเตอร์ลาม(  $\lambda$  และค่าโมดูลัสเฉือน  $\mu$  ) ทฤษฎีอีลาสติก อธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างความเค้นและความเครียดโดยมีสมการการเคลื่อนที่คือ

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \tau_{ji,j} + f_i \quad (2.52)$$

โดย  $u_i$  คือ การกระจัดในทิศ  $i$   
 $\rho$  คือ ความหนาแน่น  
 $\tau$  คือ ความเค้น  
 $f$  คือ แรงภายใน

พิจารณาในระบบพิกัดทั่วไปเมื่อคลื่นผิว  $u$  แปรไปในทิศทางในแกน  $x$  ด้วยความถี่เชิงมุม  $\omega$  และเลขคลื่น  $k$  จะได้

$$u(x, y, z, t) = r(k, z, \omega) e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.53)$$

เมื่อ  $z$  คือความลึก,  $k$  คือเลขคลื่น,  $\omega$  คือความถี่เชิงมุม และ  $r$  คือเทอมของแอมพลิจูดที่อยู่ในรูปเอ็กซ์โพเนนเชียล ในการแก้สมการ(2.52) จะต้องทราบความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดเพื่อที่จะแสดง  $\tau$  ในรูปของการกระจัด  $u$  สำหรับวัสดุแบบอริสติกเชิงเส้น ความสัมพันธ์ดังกล่าวเขียนได้ดังนี้

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} e_{kk} + 2\mu e_{ij} \quad (2.54)$$

โดย  $\lambda$  และ  $\mu$  คือ พารามิเตอร์ของลาเมและ  $e_{ij}$  เทนเซอร์ความเครียด

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.55)$$

เมื่อแทนค่า  $e_{ij}$  ในสมการที่(2.54) จะได้ว่า

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \mu \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.56)$$

ตาราง 2-3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่อีลาสติคต่างๆ

Elastic constant parameter	$\lambda$ or $\mu$	$\mu$ or $\sigma$	$E$ or $\sigma$	$K$ or $\sigma$
$\lambda$ (Lame constant)	$\lambda$	$\lambda = \frac{2\mu\sigma}{1-2\sigma}$	$\lambda = \frac{\mu E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$	$\lambda = K - \frac{2}{3}\mu$
$\mu$ (Shear modulus)	$\mu$	$\mu$	$\mu = \frac{E}{2(1+\sigma)}$	$\mu$
$K$ (Bulk modulus)	$K = \frac{(3\lambda + 2\mu)}{3}$	$K = \frac{2\mu(1+\sigma)}{3(1-2\sigma)}$	$K = \frac{E}{3(1-2\sigma)}$	$K$
$E$ (Young modulus)	$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$	$E = 2\mu(1+\sigma)$	$E$	$E = \frac{9K\mu}{3K + \mu}$
$\sigma$ (Poisson ratio)	$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma = \frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)}$

คลื่นเรลีย์เป็นการแทรกสอดกันระหว่างคลื่นพีและคลื่นเอสจึงมีการเคลื่อนที่ในสองทิศทาง

ตามทิศ  $(u, v, w)$  ดังนี้



$$\begin{cases} u = r_1(k, z, \omega)e^{i(kx - \omega t)} \\ v = 0 \\ w = ir_2(k, z, \omega)e^{i(kx - \omega t)} \end{cases} \quad (2.57)$$

ความเค้นของคลื่นเรลีย์ที่สัมพันธ์กับการกระจัด คือ

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \partial_k u_k + \mu (\partial_i u_j + \partial_j u_i)$$

จะได้ว่า

$$\tau_{yz} = \tau_{xy} = 0$$

$$\tau_{xx} = \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{xx} = \lambda (ikr_1 e^{i(kx - \omega t)} + 0 + i \frac{dr_2}{dz} e^{i(kx - \omega t)}) + 2\mu ikr_1 e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\tau_{xx} = i[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k(\lambda + 2\mu)r_1] e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\tau_{yy} = \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{yy} = i[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1] e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{zx} = \mu \left[ \frac{dr_1}{dz} e^{i(kx - \omega t)} - kr_2 e^{i(kx - \omega t)} \right]$$

$$\tau_{zx} = \mu \left[ \frac{dr_1}{dz} - kr_2 \right] e^{i(kx - \omega t)} = r_3 e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\tau_{zz} = \lambda [ikr_1 e^{i(kx - \omega t)} + i \frac{dr_2}{dz} e^{i(kx - \omega t)}] + 2\mu [i \frac{dr_2}{dz} e^{i(kx - \omega t)}]$$

$$\tau_{zz} = i[(\lambda + 2\mu) \frac{dr_2}{dz} + \lambda kr_1] e^{i(kx - \omega t)} = ir_4 e^{i(kx - \omega t)}$$

ความเค้นของคลื่นเรลีย์แสดงในสมการที่ 1.63

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{yz} = \tau_{xy} = 0 \\ \tau_{xx} = i\left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k(\lambda + 2\mu)r_1\right]e^{i(kx-\omega t)} \\ \tau_{yy} = i\left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1\right]e^{i(kx-\omega t)} \\ \tau_{zx} = \mu\left[\lambda \frac{dr_1}{dz} - kr_2\right]e^{i(kx-\omega t)} = r_3e^{i(kx-\omega t)} \\ \tau_{zz} = i\left[(\lambda + 2\mu) \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1\right]e^{i(kx-\omega t)} = ir_4e^{i(kx-\omega t)} \end{array} \right. \quad (2.58)$$

ความเค้นต่อนิ่งที่ระหว่างชั้นดินคือ  $\tau_{zx}$  และ  $\tau_{zz}$  ต่อนิ่งในแนว z

จาก  $\tau_{zx}$

$$\begin{aligned} \tau_{zx}; \quad \mu\left[\lambda \frac{dr_1}{dz} - kr_2\right]e^{i(kx-\omega t)} &= r_3e^{i(kx-\omega t)} \\ \frac{dr_1}{dz} &= kr_2 + \frac{r_3}{\mu} \end{aligned} \quad (2.59)$$

จาก  $\tau_{zz}$

$$\begin{aligned} \tau_{zz}; \quad i\left[(\lambda + 2\mu) \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1\right]e^{i(kx-\omega t)} &= ir_4e^{i(kx-\omega t)} \\ \frac{dr_2}{dz} &= \left[\frac{r_4}{(\lambda + 2\mu)} - \frac{k\lambda r_1}{(\lambda + 2\mu)}\right] \end{aligned} \quad (2.60)$$

จาก  $\rho \ddot{u} = \tau_{ji,j}$  (ในแนวแกน x)

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ -\omega^2 \rho r_1 e^{i(kx-\omega t)} &= -k\left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k(\lambda + 2\mu)r_1\right]e^{i(kx-\omega t)} + \frac{dr_3}{dz}e^{i(kx-\omega t)} \\ \frac{dr_3}{dz} &= -k\left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k(\lambda + 2\mu)r_1\right] - \omega^2 \rho r_1 \end{aligned}$$

แทนค่า  $\frac{dr_2}{dz}$  จากสมการ(2.60)

$$\begin{aligned}
\frac{dr_3}{dz} &= k\left[\lambda\left(\frac{r_4}{(\lambda+2\mu)} - \frac{k\lambda r_1}{(\lambda+2\mu)}\right) + k(\lambda+2\mu)r_1\right] - \omega^2\rho r_1 \\
&= \frac{-k^2\lambda^2 r_1}{(\lambda+2\mu)} + k^2(\lambda+2\mu)r_1 - \omega^2\rho r_1 + \frac{k\lambda r_4}{(\lambda+2\mu)} \\
&= \left\{ \frac{k^2(4\lambda\mu+4\mu^2)}{(\lambda+2\mu)} - \omega^2\rho \right\} r_1 + \frac{k\lambda r_4}{(\lambda+2\mu)} \\
\frac{dr_3}{dz} &= \left[ k^2 \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} - \omega^2\rho \right] r_1 + \frac{k\lambda r_4}{(\lambda+2\mu)}
\end{aligned} \tag{2.61}$$

จาก  $\rho\ddot{u} = \tau_{ji,j}$  (ในแนวแกน z)

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \\
-\omega^2 \rho i r_2 e^{i(kx-\omega t)} &= i \frac{dr_4}{dz} e^{i(kx-\omega t)} + i k r_3 e^{i(kx-\omega t)} \\
\frac{dr_4}{dz} &= -\omega^2 \rho r_2 - k r_3
\end{aligned} \tag{2.62}$$

เมื่อนำสมการที่(2.59) (2.60) (2.61) และ(2.62) เขียนในรูปเมทริกซ์จะได้

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & k & \frac{1}{\mu(z)} & 0 \\ \frac{-k\lambda(z)}{\lambda(z)+2\mu(z)} & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda(z)+2\mu(z)} \\ k^2\xi(z) - \omega^2\rho(z) & 0 & 0 & \frac{k\lambda(z)}{\lambda(z)+2\mu(z)} \\ 0 & -\omega^2\rho(z) & -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} \tag{2.63}$$

$$\text{โดยที่ } \xi(z) = \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)}$$

จากสมการ(2.63) สามารถเขียนในรูปอย่างง่ายได้ดังนี้

$$\frac{df(z)}{dz} = G(z)f(z) \tag{2.64}$$

$$\text{หรือ} \quad \frac{df}{dz} = Af \tag{2.65}$$

สมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่อยู่ในรูปของสมการ(2.65) ซึ่งเป็นสมการรูปแบบเฉพาะ คือพจน์ทางขวาสามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบเดียวกับพจน์ในอนุพันธ์ทางซ้ายได้(Coupled first-order differential equations) จะมีวิธีการหาผลเฉลยได้ง่าย จากสมการการเคลื่อนที่เวกเตอร์  $f$  สามารถเขียนในเทอม

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = f = Fw = F \begin{pmatrix} P^j \downarrow \\ S^j \downarrow \\ P^j \uparrow \\ S^j \uparrow \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

จะได้เมทริกซ์  $F$  เป็น

$$F = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} \alpha^j k & \beta^j v^j & \alpha^j k & \beta^j v^j \\ \alpha^j \gamma^j & \beta^j k & -\alpha^j \gamma^j & -\beta^j k \\ -2\alpha^j \mu^j k \gamma^j & -\beta^j \chi^j \mu^j & 2\alpha^j \mu^j k \gamma^j & \beta^j \chi^j \mu^j \\ -\alpha^j \chi^j \mu^j & -2\beta^j \mu^j k v^j & -\alpha^j \chi^j \mu^j & -2\beta^j \mu^j k v^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma^j z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-v^j z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\gamma^j z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{v^j z} \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

$$\text{ซึ่ง } \chi = (k^2 + v^2), v = \pm \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{\beta^2}} \text{ และ } \gamma = \pm \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{\alpha^2}}$$

เขียนในรูปเมทริกซ์  $A^j B^j D^j$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} \alpha^j k & \beta^j v^j & \alpha^j k & \beta^j v^j \\ \alpha^j \gamma^j & \beta^j k & -\alpha^j \gamma^j & -\beta^j k \\ -2\alpha^j \mu^j k \gamma^j & -\beta^j \chi^j \mu^j & 2\alpha^j \mu^j k \gamma^j & \beta^j \chi^j \mu^j \\ -\alpha^j \chi^j \mu^j & -2\beta^j \mu^j k v^j & -\alpha^j \chi^j \mu^j & -2\beta^j \mu^j k v^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma^j z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-v^j z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\gamma^j z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{v^j z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P^j \downarrow \\ S^j \downarrow \\ P^j \uparrow \\ S^j \uparrow \end{pmatrix} \\ &= A^j B^j D^j \end{aligned} \quad (2.68)$$

เนื่องจากเมทริกซ์  $A$  มีค่าคงที่เฉพาะของชั้นดินนั้นๆ คือ  $\alpha^j, \beta^j$  และเมทริกซ์  $B$  มีค่าที่เปลี่ยนแปลงตามความลึก เช่น  $e^{-\gamma z}, e^{\gamma z}$  เมื่อนำเมทริกซ์มาคูณกันอาจทำให้เกิดความไม่เสถียรของระบบการคำนวณ(Chen,1993) ดังนั้นการคิดโดยไม่นำค่าคงที่เฉพาะของชั้นดินและค่าที่

เปลี่ยนแปลงตามความลึกมาคิดจะเพิ่มเสถียรภาพของการคำนวณ จึงทำการจัดรูปใหม่โดยดึงค่าคงเฉพาะของชั้นดินคือ  $\alpha^j, \beta^j$  จากเมทริกซ์  $A$  ไปไว้ที่เมทริกซ์  $D$  และคูณเมทริกซ์  $B$  ด้วย  $e^{\gamma^j z^{j-1}}, e^{\nu^j z^{j-1}}, e^{-\gamma^j z^j}, e^{-\nu^j z^j}$  จะได้ที่เป็นสมการที่อยู่ในรูปเมทริกซ์  $E^j \Lambda^j C^j$  เรียกว่า Modified matrix (Luco&Aspel,1983 ;Chen,1993 ;Hisada,1994)

$$\begin{pmatrix} k & \nu^j & k & \nu^j \\ \gamma^j & k & -\gamma^j & -k \\ -2\mu^j k \gamma^j & -\chi^j \mu^j & 2\mu^j k \gamma^j & \chi^j \mu^j \\ -\chi^j \mu^j & -2\mu^j k \nu^j & -\chi^j \mu^j & -2\mu^j k \nu^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma^j(z-z^{j-1})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\nu^j(z-z^{j-1})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\gamma^j(z^j-z)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\nu^j(z^j-z)} \end{pmatrix} = E^j \Lambda^j$$

$$E^j \Lambda^j \begin{pmatrix} \frac{\alpha^j}{\omega} e^{-\gamma^j z^{j-1}} P^j \downarrow \\ \frac{\beta^j}{\omega} e^{-\nu^j z^{j-1}} S^j \downarrow \\ \frac{\alpha^j}{\omega} e^{\gamma^j z^j} P^j \uparrow \\ \frac{\beta^j}{\omega} e^{\nu^j z^j} S^j \uparrow \end{pmatrix} = E^j \Lambda^j \begin{pmatrix} C_{pd}^j \downarrow \\ C_{sd}^j \downarrow \\ C_{pu}^j \uparrow \\ C_{su}^j \uparrow \end{pmatrix} = E^j \Lambda^j C^j = f \quad (2.69)$$

ซึ่ง  $E$  คือ Layer matrix,  $\Lambda$  คือ Phase delay matrix และ  $C$  คือ Amplitude vector matrix เมทริกซ์ทั้งหมดสามารถเขียนในรูปอย่างย่อได้ดังนี้

$$\begin{pmatrix} D_{(z)}^j \\ S_{(z)}^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11}^j & E_{12}^j \\ E_{21}^j & E_{22}^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_d^j(z) & 0 \\ 0 & \Lambda_u^j(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_d^j \\ C_u^j \end{pmatrix} = E^j \Lambda^j C^j \quad (2.70)$$

โดย  $D_{(z)}^j$  แทนเวกเตอร์การเคลื่อนที่  $r_1, r_2$

$S_{(z)}^j$  แทนเวกเตอร์ความเค้น  $r_3, r_4$

โดยปกติเมื่อคลื่นเดินทางผ่านชั้นดินที่มีลักษณะแตกต่างกันจะมีสัมประสิทธิ์ค่าหนึ่งของชั้นดินนั้นๆ สำหรับส่งผ่านและสะท้อนคลื่นไปยังอีกชั้นหนึ่ง สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้โดย

$$\begin{pmatrix} C_d^{j+1} \\ C_u^j \end{pmatrix} = [R/T] \begin{pmatrix} C_d^j \\ C_u^{j+1} \end{pmatrix} \quad (2.71)$$

โดย  $C_d^{j+1}$  คือคลื่นที่เคลื่อนที่ลงในชั้นดิน  $j+1$

$C_u^j$  คือคลื่นที่ขึ้นในชั้นดิน  $j$

$[R/T]$  คือสัมประสิทธิ์การส่งผ่านและสะท้อนของคลื่นของรอยต่อชั้นที่  $j$  กับชั้นที่  $j+1$

เมทริกซ์  $[R/T]$  สำหรับการเคลื่อนที่ของคลื่นเวกซ์สามารถเขียนได้เป็น

$$[R/T] = \begin{pmatrix} T_d & R_{ud} \\ R_{du} & T_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{dpp} & T_{dsp} & R_{upp} & R_{usp} \\ T_{dps} & T_{dss} & R_{ups} & R_{uss} \\ R_{dpp} & R_{dsp} & T_{upp} & T_{usp} \\ R_{dps} & R_{dss} & T_{ups} & T_{uss} \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

โดย  $T_{dps}$  คือสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของคลื่นพีที่ตกกระทบลงผ่านรอยต่อไปยังคลื่นเอส

$R_{dps}$  คือสัมประสิทธิ์การสะท้อนของคลื่นพีที่ตกกระทบลงรอยต่อแล้วสะท้อนขึ้นไปยังคลื่น

เอส

จากสมการ(2.71)และ(2.72) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้คือ

$$\begin{pmatrix} C_d^{j+1} \\ C_u^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_d & R_{ud} \\ R_{du} & T_u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_d^j \\ C_u^{j+1} \end{pmatrix} \quad (2.73)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} C_d^{j+1} &= T_d^j C_d^j + R_{ud}^j C_u^{j+1} \\ C_u^j &= R_{du}^j C_d^j + T_u^j C_u^{j+1} \end{aligned} \quad (2.74)$$

สำหรับ  $j = 1, 2, 3, \dots, N-1$

และ

$$\begin{aligned} C_d^{N+1} &= T_d^N C_d^N \\ C_u^N &= R_{du}^N C_d^N \end{aligned} \quad (2.75)$$

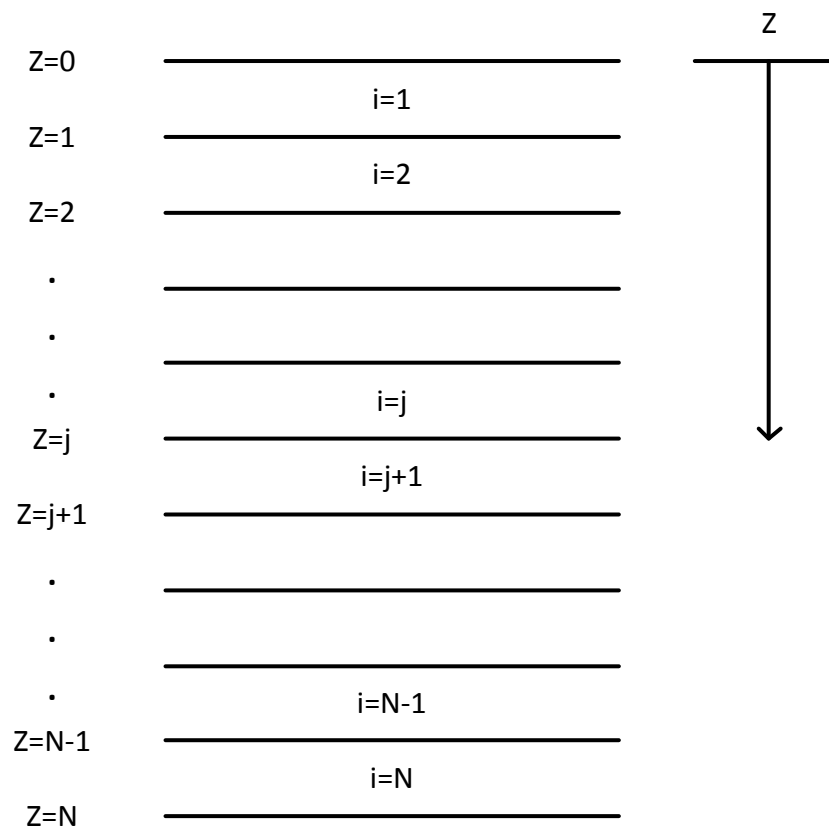
สำหรับ  $j = N$

เราพิจารณาระยะอนันต์ที่ชั้นดิน  $N$  ทำให้เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านชั้นนี้แล้วจะไม่มีใครสะท้อนหรือส่งผ่านขึ้นมาเนื่องจากคลื่นจะเดินทางสู่ใจกลางโลกแล้วหายไป ทำให้ชั้นดิน  $N + 1$  มีค่า

$R_{du}^N$  เท่ากับศูนย์

สมการการเคลื่อนที่จะอยู่ภายใต้เงื่อนไขขอบ 4 เงื่อนไข

1. การเคลื่อนที่ที่ความถี่ระยะอนันต์มีค่าเป็นศูนย์  $u_{i=j+1}|_{z \rightarrow \infty} = 0$
2. การเคลื่อนที่ที่มีความต่อเนื่องระหว่างชั้นต่างๆ  $u_i|_{z=d} = u_{i+1}|_{z=d}$
3. ความเค้นมีความต่อเนื่องระหว่างชั้นต่างๆ  $\tau_i|_{z=d} = \tau_{i+1}|_{z=d}$
4. ความเค้นเป็นศูนย์ที่ผิว  $\tau_{i=0}|_{z=0} = 0$



รูปที่ 2-1 ลักษณะของชั้นดิน

จากเงื่อนไขความต่อเนื่องระหว่างชั้นดินทำให้

$$\begin{pmatrix} D^j_{(z)} \\ S^j_{(z)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D^{j+1}_{(z)} \\ S^{j+1}_{(z)} \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

$$\begin{pmatrix} E_{11}^j & E_{12}^j \\ E_{21}^j & E_{22}^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_d^j(z^j) & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_d^j \\ C_u^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11}^{j+1} & E_{12}^{j+1} \\ E_{21}^{j+1} & E_{22}^{j+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \Lambda_u^{j+1}(z^j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_d^{j+1} \\ C_u^{j+1} \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

จากสมการเมทริกซ์(2.77) สามารถเขียนได้เป็น

$$E_{11}^j \Lambda_d^j(z^j) C_d^j + E_{12}^j C_u^j = E_{11}^{j+1} C_d^{j+1} + E_{12}^{j+1} \Lambda_u^{j+1}(z^j) C_u^{j+1} \quad (2.78)$$

$$E_{21}^j \Lambda_d^j(z^j) C_d^j + E_{22}^j C_u^j = E_{21}^{j+1} C_d^{j+1} + E_{22}^{j+1} \Lambda_u^{j+1}(z^j) C_u^{j+1} \quad (2.79)$$

ทำการย้ายข้างสมการ(2.78)และ(2.79) จะได้

$$E_{11}^j \Lambda_d^j(z^j) C_d^j - E_{12}^{j+1} \Lambda_u^{j+1}(z^j) C_u^{j+1} = E_{11}^{j+1} C_d^{j+1} - E_{12}^j C_u^j \quad (2.80)$$

$$E_{21}^j \Lambda_d^j(z^j) C_d^j - E_{22}^{j+1} \Lambda_u^{j+1}(z^j) C_u^{j+1} = E_{21}^{j+1} C_d^{j+1} - E_{22}^j C_u^j \quad (2.81)$$

สมการ(2.80)และ(2.81) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ คือ

$$\begin{pmatrix} E_{11}^{j+1} & -E_{12}^j \\ E_{21}^{j+1} & -E_{22}^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_d^{j+1} \\ C_u^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11}^j & -E_{12}^{j+1} \\ E_{21}^j & -E_{22}^{j+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_d^j(z^j) & 0 \\ 0 & \Lambda_u^{j+1}(z^j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_d^j \\ C_u^{j+1} \end{pmatrix} \quad (2.82)$$

แทนสมการ(2.73)ลงในสมการ(2.82) จะได้เป็น

$$\begin{pmatrix} T_d^j & R_{ud}^j \\ R_{du}^j & T_u^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11}^{j+1} & -E_{12}^j \\ E_{21}^{j+1} & -E_{22}^j \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_{11}^j & -E_{12}^{j+1} \\ E_{21}^j & -E_{22}^{j+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_d^j(z^j) & 0 \\ 0 & \Lambda_u^{j+1}(z^j) \end{pmatrix} \quad (2.83)$$

สำหรับ  $j = 1, 2, 3, \dots, N-1$

$$\begin{pmatrix} T_d^j & R_{ud}^j \\ R_{du}^j & T_u^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11}^{j+1} & -E_{12}^j \\ E_{21}^{j+1} & -E_{22}^j \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_{11}^j & -E_{12}^{j+1} \\ E_{21}^j & -E_{22}^{j+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_d^j(z^j) & 0 \\ 0 & \Lambda_u^{j+1}(z^j) \end{pmatrix} \quad (2.84)$$



และ

$$\begin{pmatrix} T_d^N & R_{ud}^N \\ R_{du}^N & T_u^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11}^{N+1} & -E_{12}^N \\ E_{21}^{N+1} & -E_{22}^N \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_{11}^j \Lambda_d^j(z^j) \\ E_{21}^j \Lambda_d^j(z^j) \end{pmatrix} \quad (2.85)$$

สำหรับ  $j = N$  (สังเกตว่าเมทริกซ์  $E$  มีค่าอีกลาสติกพารามิเตอร์ของทั้งชั้นที่  $j$  และ  $j+1$ )

สำหรับ Generalized เมทริกซ์ของการสะท้อนและส่งผ่านของคลื่นจะใช้สัญลักษณ์  $\hat{R}_{du}^j$  และ  $\hat{T}_d^j$  ซึ่งนิยามโดย

$$\begin{aligned} C_d^{j+1} &= \hat{T}_d^j C_d^j \\ C_u^j &= \hat{R}_{du}^j C_d^j \end{aligned} \quad (2.86)$$

สำหรับ  $j = 1, 2, 3, \dots, N-1$

$$\begin{aligned} C_d^{N+1} &= \hat{T}_d^j C_d^j \\ \hat{R}_{du}^j &= 0 \end{aligned} \quad (2.87)$$

สำหรับ  $j = N$

สังเกตว่าสมการ(2.87) เหมือนกับสมการ(2.75) ดังนั้น  $\hat{T}_d^N = T_d^N$  และ  $\hat{R}_{du}^N = R_{du}^N$

แทนค่าสมการ(2.86)ลงในสมการ(2.74) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \hat{T}_d^j C_d^j &= T_d^j C_d^j + R_{ud}^j C_u^{j+1} \\ \hat{T}_d^j &= T_d^j + R_{ud}^j \frac{C_u^{j+1}}{C_d^j} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} C_u^j &= \hat{R}_{du}^j C_d^j \\ C_u^{j+1} &= \hat{R}_{du}^{j+1} C_d^{j+1} \end{aligned}$$

ทำให้ได้ว่า

$$\begin{aligned}
\hat{T}_d^j &= T_d^j + R_{ud}^j \frac{C_u^{j+1}}{C_d^j} \\
\hat{T}_d^j &= T_d^j + R_{ud}^j \frac{\hat{R}_{du}^{j+1} C_d^{j+1}}{C_d^j} \\
\hat{T}_d^j &= T_d^j + R_{ud}^j \hat{R}_{du}^{j+1} \frac{C_d^{j+1}}{C_d^j} \\
\hat{T}_d^j &= T_d^j + R_{ud}^j \hat{R}_{du}^{j+1} \hat{T}_d^j \\
(I - R_{ud}^j \hat{R}_{du}^{j+1}) \hat{T}_d^j &= T_d^j \\
\hat{T}_d^j &= (I - R_{ud}^j \hat{R}_{du}^{j+1})^{-1} T_d^j
\end{aligned} \tag{2.88}$$

แทนค่าสมการ(2.86)ลงในสมการ(2.74) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\hat{R}_{du}^j C_d^j &= R_{du}^j C_d^j + T_u^j C_u^{j+1} \\
\hat{R}_{du}^j &= R_{du}^j + T_u^j \frac{C_u^{j+1}}{C_d^j} \\
\hat{R}_{du}^j &= R_{du}^j + T_u^j \frac{\hat{R}_{du}^{j+1} C_d^{j+1}}{C_d^j} \\
\hat{R}_{du}^j &= R_{du}^j + T_u^j \hat{R}_{du}^{j+1} \hat{T}_d^j
\end{aligned} \tag{2.89}$$

จากสมการ(2.88)และ(2.89) จะได้ Generalized เมทริกซ์ คือ

$$\begin{aligned}
\hat{T}_d^j &= (I - R_{ud}^j \hat{R}_{du}^{j+1})^{-1} T_d^j \\
\hat{R}_{du}^j &= R_{du}^j + T_u^j \hat{R}_{du}^{j+1} \hat{T}_d^j
\end{aligned} \tag{2.90}$$

สำหรับ  $j = 1, 2, 3, \dots, N-1$

พิจารณาจากรอยต่อที่ชั้นอนันต์ซึ่งจะมีค่า  $\hat{R}_{du}^N = 0$  เมื่อแทนค่าลงในสมการ(2.90) จะสามารถหาค่า Generalized เมทริกซ์ของชั้นต่างๆที่เหนือขึ้นไปได้

พิจารณาที่ชั้น  $N-1$

$$\begin{aligned}
\hat{T}_d^{N-1} &= 0 \\
\hat{R}_{du}^{N-1} &= R_{du}^{N-1} ; \hat{R}_{du}^N = 0
\end{aligned}$$

พิจารณาที่ชั้น  $N-2$

$$\begin{aligned}\hat{T}_d^{N-2} &= (\mathbf{I} - R_{ud}^{N-2} \hat{R}_{du}^{N-1})^{-1} T_d^{N-2} = (\mathbf{I} - R_{ud}^{N-2} R_{du}^{N-1})^{-1} T_d^{N-2} \\ \hat{R}_{du}^{N-2} &= R_{du}^{N-2} + T_u^{N-2} \hat{R}_{du}^{N-1} \hat{T}_d^{N-2} = R_{du}^{N-2} + T_u^{N-2} R_{du}^{N-1} [(\mathbf{I} - R_{ud}^{N-2} R_{du}^{N-1})^{-1} T_d^{N-2}]\end{aligned}$$

สังเกตว่าค่า Generalized coefficients  $\hat{T}_d^j$  และ  $\hat{R}_{du}^j$  อยู่ในรูปของ Modified coefficients ทั้งหมด ในการหาเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลลีย์ใช้เงื่อนไขไขความเค้นที่ผิวดินเป็นศูนย์ในสมการ (2.70) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}S^1(0) &= (E_{21}^1 C_d^1 + E_{22}^1 \Lambda_u^0(0) C_u^j) = 0 \\ S^1(0) &= (E_{21}^1 C_d^1 + E_{22}^1 \Lambda_u^0(0) \hat{R}_{du}^1 C_d^1) = 0 \\ S^1(0) &= (E_{21}^1 + E_{22}^1 \Lambda_u^0(0) \hat{R}_{du}^1) C_d^1 = 0\end{aligned}\tag{2.91}$$

สมการ(2.91) คือสมการที่มีผลเฉลยสำคัญ(Non-trivial solution) ซึ่งจะมีผลเฉลยสำคัญเพียงบางค่าของความเร็วเฟสที่สอดคล้องกับสมการ(2.92)

$$\det(E_{21}^1 + E_{22}^1 \Lambda_u^0(0) \hat{R}_{du}^1) = 0\tag{2.92}$$

สมการ(2.92) เรียกว่า สมการเฉพาะ(Secular function)ของคลื่นเรลลีย์ ดังนั้นรากของสมการคือความเร็วเฟสสำหรับแต่ละโหมดที่มี

จาก Generalized เมทริกซ์ จะได้ว่า

$$\begin{cases} C_d^{j+1} = \hat{T}_d^j(v_n) \hat{T}_d^{j-1}(v_n) \dots \hat{T}_d^1(v_n) \\ C_u^{j+1} = \hat{R}_{du}^{j+1} C_d^{j+1} \end{cases}\tag{2.93}$$

สำหรับ  $j = 1, 2, 3, \dots, N-1$

และ

$$C_d^N = \hat{T}_d^N(v_n) \hat{T}_d^{N-1}(v_n) \dots \hat{T}_d^1(v_n)\tag{2.94}$$

สำหรับ  $j = N$

เมื่อได้ค่า  $C_d^j, C_u^j$  แล้ว นำไปแทนในสมการ(2.70) จะได้ค่า  $(r_1^j, r_2^j, r_3^j, r_4^j)$  ซึ่งเป็นเวกเตอร์เฉพาะของการเคลื่อนที่และความเค้นของคลื่นพีและคลื่นเอส

เมื่อใช้ระบบการคำนวณด้วยสมการข้างต้น เวลาที่คอมพิวเตอร์ใช้ในการคำนวณเสียไปค่อนข้างนานในส่วนของ การคำนวณอินเวอร์สเมทริกซ์ขนาด4X4ของเมทริกซ์  $E$  ในสมการ(2.85) เพื่อนำไปหา Modified R/T ซึ่งจริงๆแล้ว Generalized R/T สามารถคำนวณได้โดยตรงโดยที่ไม่ต้องหา Modified R/T เนื่องจาก Modified R/T ไม่ได้ใช้ในการคำนวณ Secular function ของคลื่นเรลีย์ในสมการ(2.92)

พิจารณาสมการ Generalized R/T

$$\begin{aligned} C_u^j &= \hat{R}_{du}^j C_d^j \\ C_d^{j+1} &= \hat{T}_d^j C_d^j \\ C_u^{j+1} &= \hat{R}_{du}^{j+1} \hat{T}_d^j C_d^j \end{aligned} \quad (2.95)$$

เมื่อแทนลงในสมการ(2.77) จะได้ว่า

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ \hat{R}_{du}^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11}^j & E_{12}^j \\ E_{21}^j & E_{22}^j \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_{11}^{j+1} & E_{12}^{j+1} \\ E_{21}^{j+1} & E_{22}^{j+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{T}_d^j \\ \Lambda_u^{j+1}(z^j) \hat{R}_{du}^j \hat{T}_d^j \end{pmatrix} \quad (2.96)$$

เริ่มจากชั้นที่  $N-1$  จะมีค่า  $\hat{R}_{du}^N = 0$  สามารถใช้สมการด้านบนหาค่า  $\hat{R}_{du}^j$  และ  $\hat{T}_d^j$  ของชั้นถัดๆไปได้

## 2.9 ปัญห้าย้อนกลับ(Inverse problem)

ทฤษฎีทางฟิสิกส์สามารถใช้ทำนายผลที่เกิดขึ้นได้ เมื่อก้าวถึงระบบฟิสิกส์เราสามารถทำนายผลต่างๆจากการวัดค่าบางค่าของระบบได้ ซึ่งปัญหาการทำนายผลจากการวัด เรียกว่า ปัญหาไปข้างหน้า(Forward problem) ส่วนปัญหาค่าย้อนกลับ(Inverse problem) คือการใช้ผลที่ได้จริง(Actual result) จากการวัด เพื่อนำไปหาค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับระบบ(Parameter

characteristic system) ปัญหาไปข้างหน้าจะมีวิธีการแก้ปัญหาที่แบบเฉพาะ(Unique solution) แต่กับปัญหาค่าย้อนกลับแล้วกลับไม่เป็นเช่นนั้น

สำหรับการหาเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลีย์(Dispersion curves) เมื่อเราทราบค่าพารามิเตอร์ของดิน ได้แก่ ความหนาแน่นของดิน ความหนาของชั้นดิน ความเร็วของคลื่นอัดและความเร็วของคลื่นเฉือน เราสามารถนำไปหาเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลีย์ได้ โดยเรียกปัญหาแบบนี้ว่า ปัญหาไปข้างหน้า(Forward problem) ในทางตรงกันข้าม ถ้าเราทราบเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลีย์ เราจะสามารถนำไปหาพารามิเตอร์ต่างๆดังที่กล่าวมาได้ โดยเรียกปัญหาแบบนี้ว่า ปัญหาย้อนกลับ(Inverse problem)

ปัญหาย้อนกลับเป็นการหาแบบจำลองของพารามิเตอร์ที่ได้จากการวัด ในการหาแบบจำลองของพารามิเตอร์นั้น ความน่าเชื่อถือของผลลัพธ์ที่ได้จะขึ้นอยู่กับระดับนัยสำคัญของฟังก์ชันที่เลือกใช้ ปัจจัยที่มีผลต่อปัญหาย้อนกลับคือการเลือกฟังก์ชันที่เหมาะสม ความสามารถในการวัดค่าพารามิเตอร์ต่างๆในการทดสอบ ความสามารถในการแก้ปัญหาย้อนกลับ (ขั้นตอนในการหาอนุพันธ์บางส่วนของฟังก์ชันโดยเทียบกับแบบจำลองของพารามิเตอร์) และข้อมูลต่างๆที่มีผลเกี่ยวกับการเลือกฟังก์ชัน

โดยทั่วไปปัญหาย้อนกลับจะเป็นปัญหาที่ไม่เสถียรหรือเงื่อนไขไม่เหมาะสม โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาย้อนกลับไม่เชิงเส้นของการหาค่าแบบจำลองของพารามิเตอร์ เช่น ปัญหาย้อนกลับของคลื่นเรลีย์ Hadamar's ไดนิยามเงื่อนไขที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งปัญหาที่มีเงื่อนไขที่เหมาะสมหรือมีความเสถียรควรประกอบไปด้วยเงื่อนไขต่อไปนี้(Tikhonov and Arsenin, 1977; Enngl, 1993)

1. สำหรับข้อมูลที่ยอมรับได้มีวิธีการที่แก้ปัญหา
2. สำหรับข้อมูลที่ยอมรับได้มีวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นเอกลักษณ์(Unique)
3. วิธีการแก้ปัญหานั้นขึ้นอยู่กับความต่อเนื่องของข้อมูล

ในปัญหาย้อนกลับส่วนใหญ่ เงื่อนไขที่ 2 และ 3 จะไม่เป็นจริง โดยเฉพาะในปัญหาย้อนกลับสำหรับการหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ วิธีการแก้ปัญหามีมากกว่า 1 วิธี สำหรับปัญหาย้อนกลับ

ของคลื่นเรลีย์ กล่าวได้ว่า เส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลีย์อาจจะสอดคล้องกับลักษณะของความเร็วของคลื่นผิวมากกว่าหนึ่งแบบ

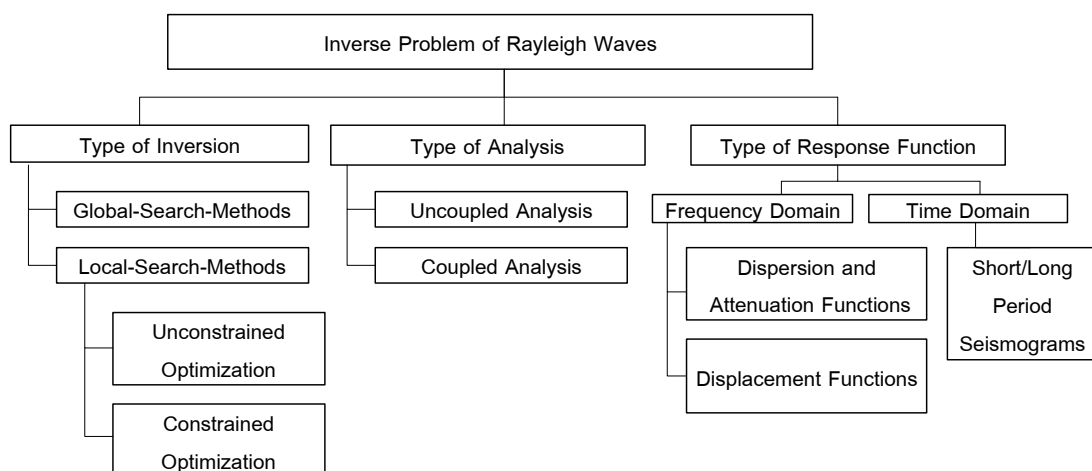
มี 2 วิธีที่สามารถใช้สำหรับผลจากความไม่เป็นเอกลักษณ์ของวิธีการแก้ปัญหของปัญหาย้อนกลับ วิธีแรก คือ การเพิ่มข้อมูลที่น่าเชื่อถือในวิธีการแก้ปัญห เช่น สำหรับปัญหาย้อนกลับของคลื่นเรลีย์อาจมีการเพิ่มข้อมูลเกี่ยวกับ ความเร็วของคลื่นในตัวกลางหรือค่าความหน่วงของวัสดุ (อาจหาได้จากการทดสอบในห้องทดสอบ) ส่วนวิธีที่สองคือการเพิ่มข้อจำกัดในวิธีการแก้ปัญห ในบางปัญหาจะมีข้อมูลมากเพียงพอสำหรับการเพิ่มข้อจำกัดในวิธีการแก้ปัญห สำหรับปัญหาย้อนกลับของคลื่นเรลีย์คือ การหาค่าความเร็วของคลื่นตัวกลางในช่วงที่กำหนด

วิธีการสำหรับการแก้ปัญหาย้อนกลับนั้นจะสัมพันธ์กับแนวคิดของการไม่มีค่าความผิดพลาดจากการตรวจวัดแต่ในสถานการณ์จริงจะมีความยุ่งยากเกี่ยวกับค่าความผิดพลาดในการตรวจวัดต่างๆ(Bias and random error)

สำหรับปัญหาที่ไม่มีความเสถียรนั้นมีเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า Regularization methods ที่ใช้ประมาณค่าของปัญหาที่มีความไม่เสถียรหรือเงื่อนไขที่ไม่มีเหมาะสมด้วยค่าพารามิเตอร์ที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่เหมาะสมหรือมีความเสถียร(Tikhonov and Arsenin,1977 ; Eng,1933) เพราะบางวิธีของ Regularization methods ยอมรับค่าความไม่แน่นอนของการคำนวณซึ่งวัตถุประสงค์คือการลดค่าความผิดพลาดของฟังก์ชันที่ใช้ ดังนั้นจึงสามารถนำไปใช้กับปัญหาย้อนกลับแบบไม่เชิงเส้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

วิธีการแก้ปัญหาย้อนกลับโดยส่วนใหญ่จะเป็นการหาค่าแบบจำลองของพารามิเตอร์ (Class of parameter identification problems) ซึ่งสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหของ Optimization problem โดยจะมีความเกี่ยวข้องกับการหาเงื่อนไขคงที่ของฟังก์ชัน (Parker,1994) เทคนิคดังกล่าวใช้เป็นวิธีการแก้ปัญหในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear optimization problems) ซึ่งสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 วิธี คือ วิธีแบบ Global search กับ วิธีแบบ Local search เนื่องจากปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบไม่เชิงเส้นจะมีจุดวิกฤตหลายจุดในปริภูมิผลเฉลย ในทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ ปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization problems) คือ ปัญหาที่หาวิธีการแก้ปัญหที่ดีที่สุดจากวิธีการ

แก้ปัญหาลักษณะที่เป็นไปได้ ปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท โดยขึ้นอยู่กับข้อมูลหรือตัวแปรว่ามีความต่อเนื่องหรือไม่ ถ้าข้อมูลหรือตัวแปรมีความต่อเนื่องจะรู้จักกันในชื่อ Continuous optimization problem เมื่อตัวแปรไม่มีความต่อเนื่องจะเรียกว่า Combinatorial optimization problem



รูปที่ 2-2 ขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาค่าย้อนกลับของคลื่นเรลีย์ (Lai, 1998)

วิธีการ Local search คือ ขั้นตอนการทำซ้ำๆกัน โดยเริ่มจากค่าเริ่มต้นค่าหนึ่ง ซึ่งการทำซ้ำจะปรับปรุงให้การประมาณค่าเข้าสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการหรือมีค่าความผิดพลาดอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ ภายใต้เงื่อนไขต่างๆที่กำหนด โดยส่วนใหญ่วิธีการ Local search จะใช้พื้นฐานของแคลคูลัสคือการทำให้ฟังก์ชันแบบไม่เชิงเส้นกลายเป็นเชิงเส้นในทุกๆการทำซ้ำ ซึ่งเทคนิคนี้จะต้องมีฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ทุกลำดับเพื่อที่จะหาอนุพันธ์บางส่วนเทียบกับแบบจำลองของพารามิเตอร์ที่มีและต่อเนื่อง ถึงแม้ว่าวิธีการนี้จะต้องการฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ทุกค่าแต่ขั้นตอนการประมาณค่าของวิธีการนี้จะเข้าสู่ผลเฉลยเท่านั้นถ้าค่าตั้งต้นของฟังก์ชันใกล้เคียงกับคำตอบ อย่างไรก็ตามข้อจำกัดของวิธีการ Local search คือ ค่าวิกฤตที่หาได้อาจจะไม่ใช่ค่าวิกฤตทั้งใน Local หรือ Global ของปริภูมิผลเฉลย

วิธีการ Global search มีความยุ่งยากในการคำนวณ คือ การใช้เทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดหาค่าวิกฤต ซึ่งค่าวิกฤตอาจอยู่นอกปริภูมิผลเฉลย มีหลายวิธีการที่ปรับใช้กับวิธี Global

search เช่น Genetic algorithms, Fractal inversion, Neural network inversion, Enumerative methods และ Monte Carlo simulation โดยทั่วไปวิธีการ Global search ใช้เวลาการคำนวณ และทรัพยากรคอมพิวเตอร์มากกว่าวิธีการแบบ Local search อย่างไรก็ตาม วิธีการ Global search ให้ผลที่แม่นยำและน่าเชื่อถือกว่า วิธีการ Local search

การใช้วิธีการ Local search ในการแก้ปัญหาย้อนกลับของคลื่นเรลีย์ การหาค่าวิกฤตในปริภูมิผลเฉลยจะใช้เทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ที่เรียกว่า Occam's algorithm ซึ่งจะมีขั้นตอนหลักๆ อยู่ 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกเป็นการแก้ปัญหาไปข้างหน้าของคลื่นเรลีย์ (Rayleigh forward problem) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ส่วนขั้นตอนที่สองทำปัญหาย้อนกลับแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear inverse problem) ของคลื่นเรลีย์ให้เป็นเชิงเส้นในบริเวณใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์เพื่อให้สามารถใช้วิธีแก้ปัญหาย้อนกลับแบบเชิงเส้นได้ โดยจะทำซ้ำไปเรื่อยๆ จนได้ค่าตามที่ต้องการตามสมการ (2.97)

$$m_{n+1}(\mu) = [\mu \delta^T \delta + G_n^T C_D^{-1} G_n]^{-1} G_n^T C_D^{-1} (d_{obs} - g(m_n) + G_n(m_n)) \quad (2.97)$$

โดย	$m_{n+1}$	คือ ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้ใหม่
	$m_n$	คือ ภาพความเร็วคลื่นเฉือนที่ใช้คำนวณ
	$d_{obs}$	คือ ภาพความเร็วของคลื่นเฉือนจากการทดสอบ
	$\mu$	คือ ตัวคูณลากรางจ์
	$G$	คือ จาโคเบียนเมทริกซ์
	$C_D$	คือ ค่าความไม่แน่นอนของข้อมูล
	$\delta$	คือ เมทริกซ์ราบเรียบ

วิธีการ Occam's algorithm อาศัยความสามารถในการแก้ปัญหาที่สำคัญ 2 ปัญหาคือ การแก้ปัญหาไปข้างหน้าของคลื่นเรลีย์ (Rayleigh forward problem) และการคำนวณอนุพันธ์บางส่วน (Partial derivatives) ของฟังก์ชันโดยเทียบกับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ซึ่งฟังก์ชันที่ใช้คือ ฟังก์ชันของเส้นโค้งการกระจาย



## 2.10 ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน(Newton-Raphson)

ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน เป็นวิธีประมาณค่าของฟังก์ชัน ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนด้วยวิธีการทางตัวเลข(Numerical method) โดยใช้อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของฟังก์ชันหรือความชันเข้ามาช่วยในการประมาณค่า ถ้าทราบค่าของฟังก์ชันที่เราต้องการเราจะสามารถประมาณหาค่าของ  $x$  ได้โดย

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (2.98)$$

ดังนั้น

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{f'(x)} \quad (2.99)$$

การประเมินค่าเริ่มจากที่เรารู้ค่าฟังก์ชันที่แท้จริงแต่ยังไม่ทราบค่าของ  $x$  จึงสุ่มแทนค่า  $x$  ในฟังก์ชันทำให้เราได้ค่าของฟังก์ชันหรือค่า  $y$  และนำไปเทียบกับค่าฟังก์ชันจริงจะได้ค่า  $\Delta y$  จากนั้นเมื่อหาอนุพันธ์แล้วแทนค่า  $x$  จะได้ค่า  $f'(x)$  หรือความชัน ก็จะสามารถหาค่า  $\Delta x$  ได้ จากนั้นนำค่า  $\Delta x$  ไปรวมกับค่า  $x$  ที่เราสุ่มแทนในตอนแรกซึ่งจะเป็นค่าที่เราจะใช้แทนเป็นตัวถัดไป ทำขั้นตอนทั้งหมดซ้ำจนกว่าจะได้ค่า  $y$  เท่ากับค่าที่เราต้องการหรือค่า  $\Delta y$  เท่ากับศูนย์นั่นเอง

ตัวอย่างเช่น การหาค่า  $x$  จากฟังก์ชัน

$$f(x) = x^2 + 2; \text{ เมื่อค่าฟังก์ชันคือ } 27$$

ถ้าเราทราบค่าของฟังก์ชันที่เราต้องการคือ 27 ในฟังก์ชันนี้สามารถหาค่าของ  $x$  ได้ง่ายคือ  $x = 5$  เมื่อทราบค่าของ  $y$  หรือ  $f(x)$  อย่างไรก็ตาม เมื่อฟังก์ชันซับซ้อนหรือทำการหาค่า  $x$  ได้ยากแต่สามารถหาอนุพันธ์ได้โดยง่าย เราจะใช้วิธีการประมาณค่าของนิวตัน-ราฟสันในการประมาณค่าของ  $x$  ในฟังก์ชัน

เริ่มจากแทนค่า  $x=1$  จะได้ค่า  $y=3$

ดังนั้น  $\Delta y = 27 - 3 = 24$

เมื่อ  $f(x)$  หาอนุพันธ์ได้;  $f'(x) = 2x$  จะได้  $f'(1) = 2$

ดังนั้นจะได้ค่า  $\Delta x = \frac{\Delta y}{f'(x)} = \frac{24}{2} = 12$

ค่า  $x$  ที่จะใช้ประมาณค่าต่อไปคือ  $x_1 = x_0 + \Delta x = 1 + 12 = 13$

ขั้นตอนต่อไปจะทำซ้ำกับขั้นตอนแรกจนกว่าจะได้ค่า  $y$  ที่ใกล้เคียงหรือตรงกับค่าจริง ซึ่งเราจะทำการวิธีการนี้ซ้ำไปเรื่อยๆจนได้ค่า  $x$  ที่ให้ค่า  $y$  ตรงกับค่าตอบหรือ  $\Delta y = 0$  ดังแสดงในตาราง

ตาราง 2-4 ตารางการประมาณค่าฟังก์ชัน  $f(x) = x^2 + 2$  ด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน

$x$	$f(x)$	$\Delta y$	$f'(x)$	$\Delta x = \frac{\Delta y}{f'(x)}$	$x + \Delta x$
1	3	24	2	12	13
13	172	-144	26	-5.54	7.46
7.46	59.89	-32.89	14.92	-2.20	5.26
5.26	29.67	-2.67	10.52	-0.25	5.01
5.01	27.10	-0.10	10.02	-0.01	5.0
5.0	27.0	0.0			

จากระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสันจะเห็นว่าขั้นตอนที่ทำซ้ำๆกันในการประมาณค่าใช้จำนวนครั้งที่น้อยก็ได้ค่าที่ต้องการ ดังนั้นสามารถนำวิธีนิวตัน-ราฟสันมาประยุกต์เข้ากับการคำนวณย้อนกลับ (inversion) ได้ เนื่องจากวิธีการคำนวณย้อนกลับจะทราบค่าฟังก์ชันที่ต้องการอยู่แล้วแต่ต้องการหาค่าพารามิเตอร์ที่เป็นส่วนประกอบของฟังก์ชันนั้นๆ

## 2.11 การวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณ(MASW)

การวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณ(Multi-Channel Analysis of surface Wave, MASW) เป็นการวิเคราะห์พฤติกรรมของคลื่นเรลีย์ที่เดินทางผ่านชั้นดินแล้วนำมาแปลงเป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน เนื่องจากข้อดีของคลื่นผิวที่มีพลังงานของคลื่นสูงเมื่อเทียบกับคลื่นอื่นๆ ทำให้สามารถตรวจวัด และแยกชนิดคลื่นได้ง่าย โดยสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ การวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณแบบแอกทีฟ และการวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณแบบพาสซีฟ

การวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณแบบแอกทีฟเป็นวิธีที่นิยมใช้มากที่สุดสำหรับการวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณ โดยทำการสร้างแหล่งกำเนิดคลื่นด้วยวิธีใช้ค้อนทุบกับแผ่นเหล็กให้เกิดการสั่นสะเทือนผ่านลงไปยังพื้นดินในลักษณะของคลื่น ซึ่งมีความถี่อยู่ระหว่าง 10 – 50 เฮิร์ตซ์ แล้ววัดค่าการสั่นสะเทือนบนผิวดินที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาที่ตำแหน่งต่างๆ

## 2.12 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Marosi&Hiltunen(2004) พบว่าข้อมูลจากการทดสอบในช่วงความถี่ 20-150 Hz มีการกระจายแบบปกติด้วยค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวน 2% จากการทำการทดสอบ SASW จำนวน 30 ครั้ง ใน 2 สถานี

Lai at al. (2004) พบว่าการวัดค่าความเร็วเฟสจากการทดสอบมีการกระจายตัวแบบปกติ (Normal distribution) ที่ช่วงความถี่ต่ำกว่า 10 ถึง 12 Hz มีค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันอยู่ในช่วง 1.1-13.9 % ซึ่งโดยส่วนใหญ่จะมีค่าน้อยกว่า 5% และในช่วงความถี่ที่สูงขึ้นมีค่าสัมประสิทธิ์อยู่ในช่วง 0.1-1.25%

Xia at el.(2003) ได้ทำการคำนวณย้อนกลับเส้นโค้งการกระจายของคลื่นผิวในช่วงความถี่สูง (2-40 Hz) ด้วยการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ช่วงความถี่พื้นฐานและการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด พบว่า สำหรับการสั่นสะเทือนที่ช่วงพื้นฐานและความถี่หลายโหมดของคลื่นเรลีย์ที่มีความยาวคลื่นเท่ากัน เมื่อใช้การสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดสามารถทำการสำรวจชั้นดินได้

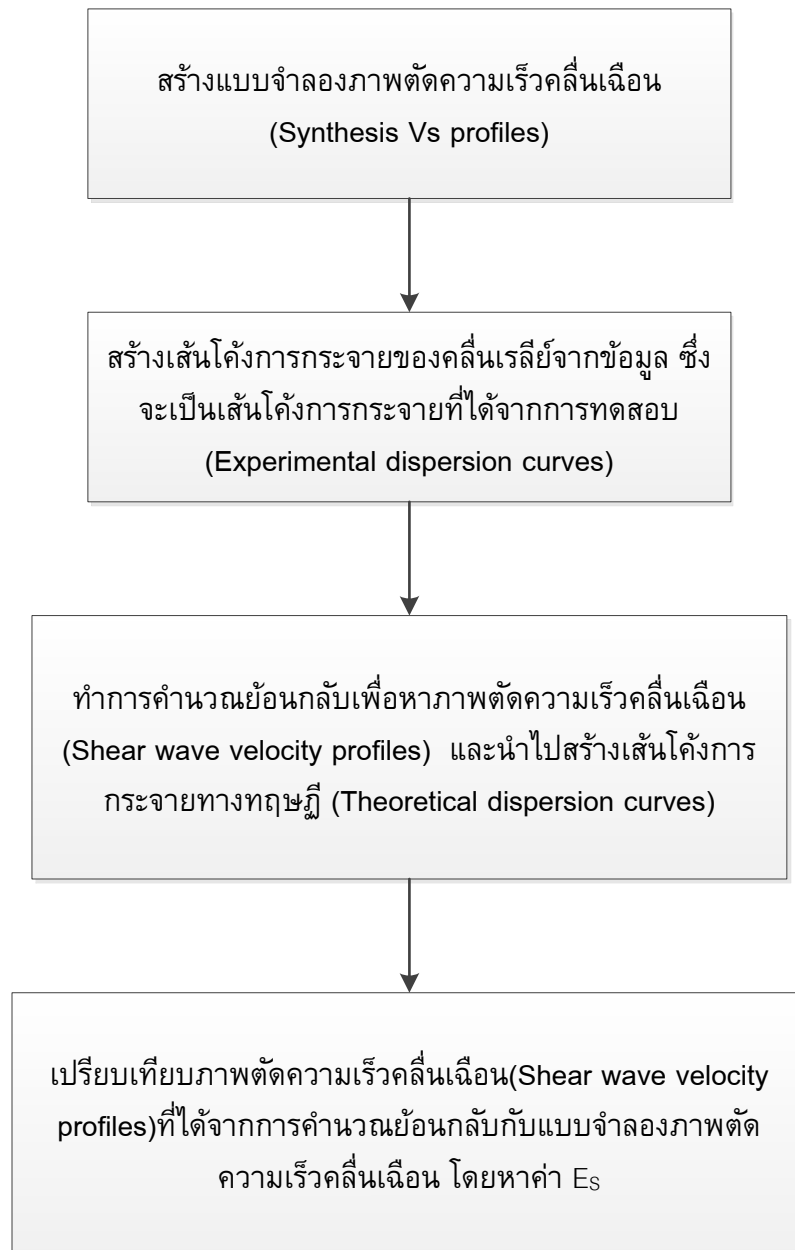
ดีกว่าแบบการใช้การสันสะท้อนที่ช่วงความถี่พื้นฐานเพียงอย่างเดียว และยังเพิ่มความละเอียดของการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนได้

Glen J. Rix(2005) กล่าวเกี่ยวกับวิธีการทดสอบเกี่ยวกับคลื่นผิวโดยใช้การประมวลผลจากสัญญาณในการทดสอบและอัลกอริทึมเกี่ยวกับปัญหาการย้อนกลับเพื่อนำไปหาภาคตัดของความเร็วคลื่นเฉือนจากเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลีย์(Experimental dispersion curves) และนำไปเปรียบเทียบกับภาคตัดของความเร็วคลื่นเฉือนที่หาจากเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเรลีย์จากแบบจำลอง(Theoretical dispersion curves) โดยวิธีการทดสอบในสนามที่ใช้หาเส้นโค้งการกระจายคือ Spectral Analysis of Surface Waves (SASW), Multi-Offset Phase Analysis (MOPA), Spatial Autocorrelation (SPAC) และ Conventional frequency-domain beamforming และได้กล่าวถึงปัญหาการย้อนกลับว่ามีเงื่อนไขที่ไม่เหมาะสมคือ การแบ่งส่วนของชั้นดิน ความผิดพลาดของข้อมูล และความคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง

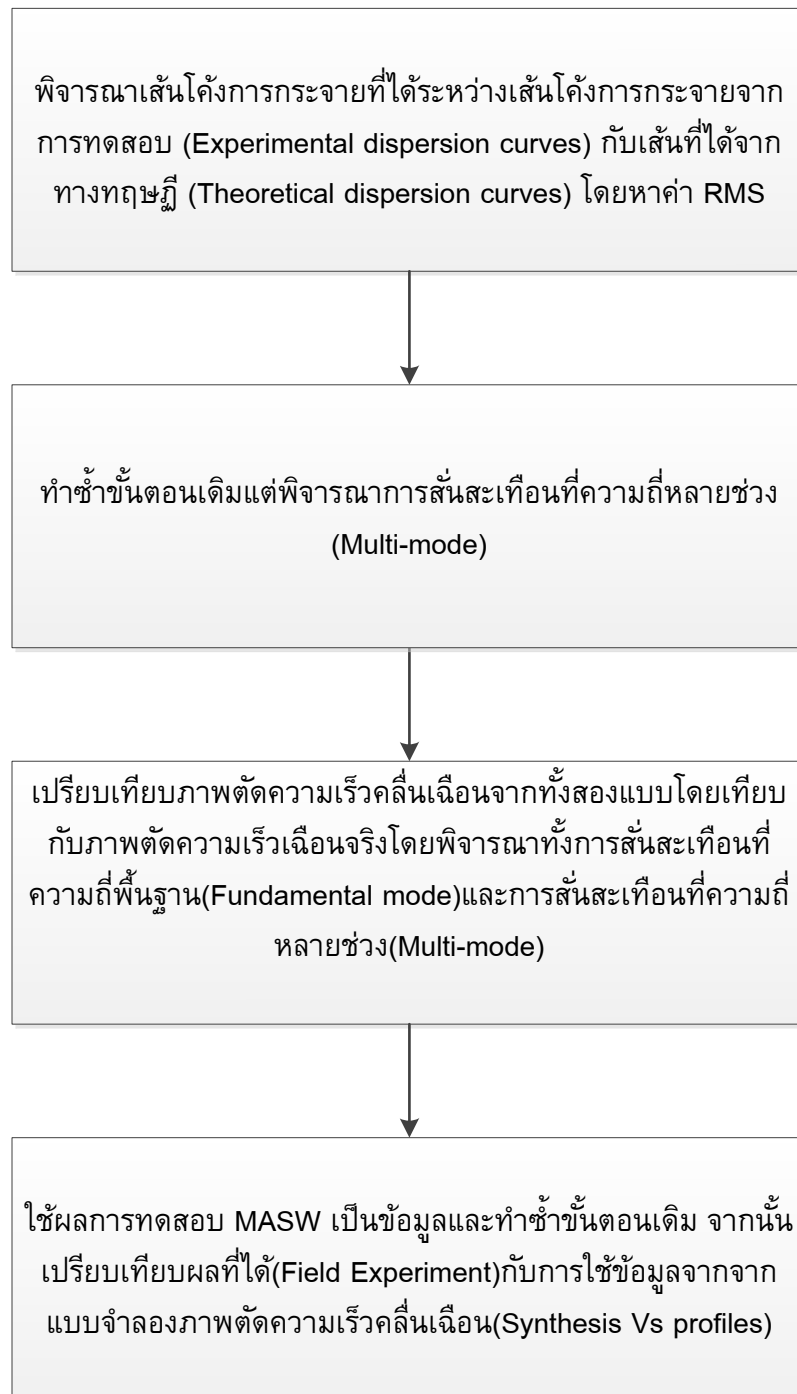
Supranata(2007) ได้ทำการคำนวณย้อนกลับจากเส้นโค้งการกระจายของคลื่นผิวด้วยวิธี Levenberg-Marquardt และพิจารณาในช่วงความถี่หลายโหมดโดยใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน 4 แบบ คือ แบบปกติ 2 แบบ(ความเร็วคลื่นเฉือนในชั้นดินเพิ่มขึ้นตามระดับความลึก) และ แบบไม่ปกติ 2 แบบ(ความเร็วคลื่นเฉือนเพิ่มขึ้นและลดลงตามระดับความลึก) พบว่าการพิจารณาช่วงความถี่แบบหลายช่วงให้ผลที่แม่นยำขึ้นกว่าการพิจารณาในโหมดพื้นฐานเฉพาะในชั้นดินแบบไม่ปกติเท่านั้น

### บทที่ 3 การดำเนินงานวิจัย

#### 3.1 ขั้นตอนดำเนินงานวิจัย



รูปที่ 3-1 Flowchart แสดงขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย1



รูปที่ 3-2 Flowchart แสดงขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย 2

### 3.2 อุปกรณ์ในการทดสอบ MASW

การทดสอบการวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณ ประกอบด้วยส่วนหลักๆ 3 ส่วน คือ

#### 3.2.1 แหล่งกำเนิดพลังงาน(Source)

โดยทั่วไปแหล่งกำเนิดพลังงานจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนย่อยๆ คือ แบบแอกทีฟและแบบแพสซีฟ แบบแอกทีฟคือเราจะสร้างแหล่งกำเนิดเอง เช่น การตอกเสาเข็ม หรือการทิ้งน้ำหนักลงบนผิวดิน ซึ่งในการทดสอบนี้จะใช้ค้อนทุบกับแผ่นเหล็ก ส่วนแบบแพสซีฟคือใช้แหล่งกำเนิดจากธรรมชาติหรือกิจกรรมรอบๆตัว

#### 3.2.2 ตัวรับสัญญาณ(Receiver)

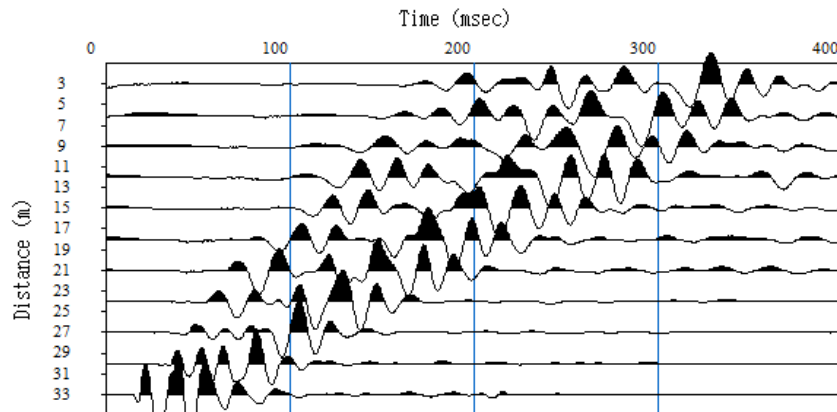
ในการทดสอบนี้ใช้ตัวรับสัญญาณที่เรียกว่า “จีโอโฟน(Geophone)” ซึ่งประกอบด้วยขดลวดและแม่เหล็กโดยอาศัยหลักการของการเคลื่อนขดลวดผ่านสนามแม่เหล็กเมื่อมีการสั่นของอนุภาคใต้ผิวดินขดลวด เมื่อพลังงานถ่ายเทออกมาตามการเคลื่อนของคลื่นทำให้ขดลวดและสนามแม่เหล็กเกิดการเคลื่อนที่ตัดกันจะเกิดกระแสไฟฟ้าขึ้น จากนั้นจะแปลงสัญญาณไฟฟ้ากลับมาเป็นการสั่นสะเทือน

#### 3.2.3 ตัวบันทึกสัญญาณ(Data acquisition)

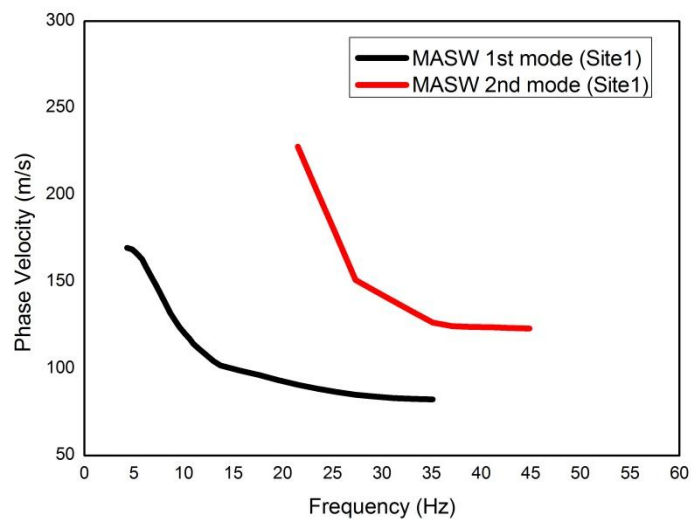
มีโมดูลในการแปลงสัญญาณ Analog ให้เป็นสัญญาณ Digital และจะบันทึกลงในคอมพิวเตอร์สำหรับนำไปวิเคราะห์ต่อไป

### 3.3 ขั้นตอนการวิเคราะห์ผล

หลังจากที่ได้ข้อมูลมาแล้วจะนำมาวิเคราะห์ผลตามวิธีที่นำเสนอโดย Park et al. (1988) โดยใช้การแปลงฟูเรียร์(Fourier transform) แปลงข้อมูลที่อยู่ในปริภูมิเวลา(Time domain) ดังรูปที่ 3-3 ให้อยู่ในปริภูมิความถี่(Frequency domain) ดังรูปที่ 3-4



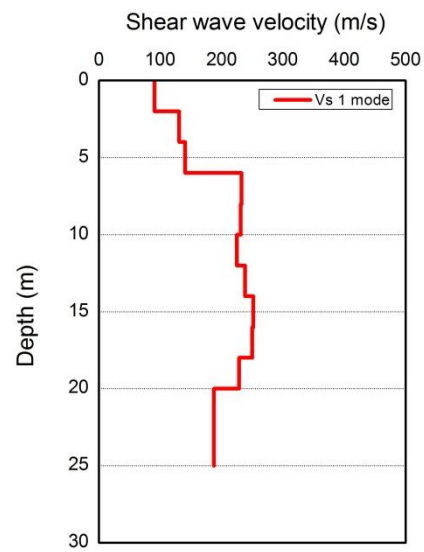
รูปที่ 3-3 ข้อมูลที่ได้จากการตรวจวัดที่อยู่ในปริภูมิเวลา(Time domain)



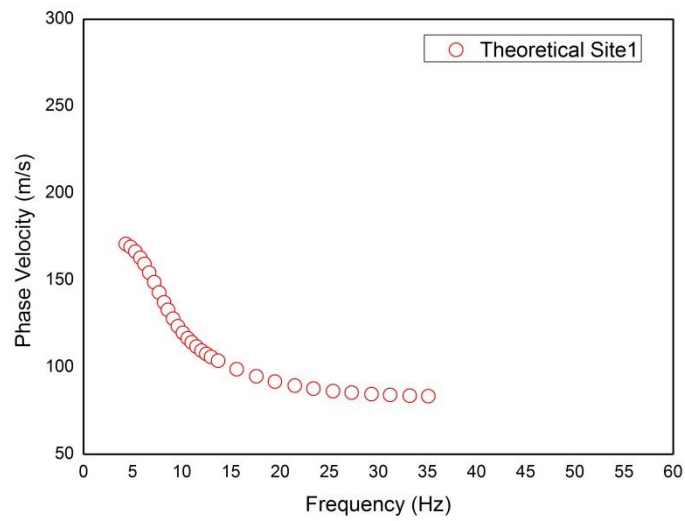
รูปที่ 3-4 ข้อมูลที่ได้จากการตรวจวัดที่อยู่ในปริภูมิความถี่(Frequency domain)

เมื่อทำการคำนวณย้อนกลับจากเส้นโค้งการกระจาย(รูปที่ 3-4) โดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน( $1^{\text{st}}$  mode) จะได้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนดังรูปที่ 3-5 และนำไปคำนวณเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎี(Theoretical dispersion curves)ดังรูปที่ 3-6





รูปที่ 3-5 ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจากการคำนวณย้อนกลับในโหมดพื้นฐาน



รูปที่ 3-6 เส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎี(Theoretical dispersion curves)

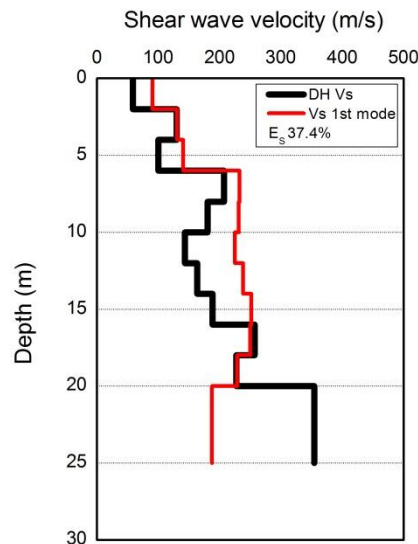
เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้จากการคำนวณย้อนกลับโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนในช่วงความถี่พื้นฐาน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) กับภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงซึ่งอาจได้จากการทดสอบอื่นหรือข้อมูลชั้นดินซึ่งในที่นี้ได้จากการทดสอบดาวนโฮล(DH Vs profiles) โดยหาค่าความผิดพลาดของภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน( $E_s$ ) ตามสมการ(3.1) ซึ่งเป็นตัวบอกถึงการคำนวณย้อนกลับให้ค่าความผิดพลาดของภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเท่าไร เมื่อเปรียบเทียบกับภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจากการทดสอบหรือแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน ดังรูปที่ 3-7

$$E_s = \left[ \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M (V_i - V_i^{true})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^M (V_i^{true})^2}} \right] \times 100\% \quad (3.1)$$

โดย  $E_s$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ

$V_i^{true}$  คือ ความเร็วของคลื่นเฉือนที่ได้จากการทดสอบ

$V_i$  คือ ความเร็วของคลื่นเฉือนที่ได้จากทางทฤษฎี



รูปที่ 3-7 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน

นำเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งจากการทดสอบเพื่อหาค่าความผิดพลาดของเส้นโค้งการกระจายโดยใช้ค่ารากที่สองของกำลังสองของค่าเฉลี่ย (Root mean square error, RMS) ตามสมการ(3.2) เป็นตัวบอกความแตกต่างของเส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบกับเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีมีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาทีดังรูปที่ 3-8

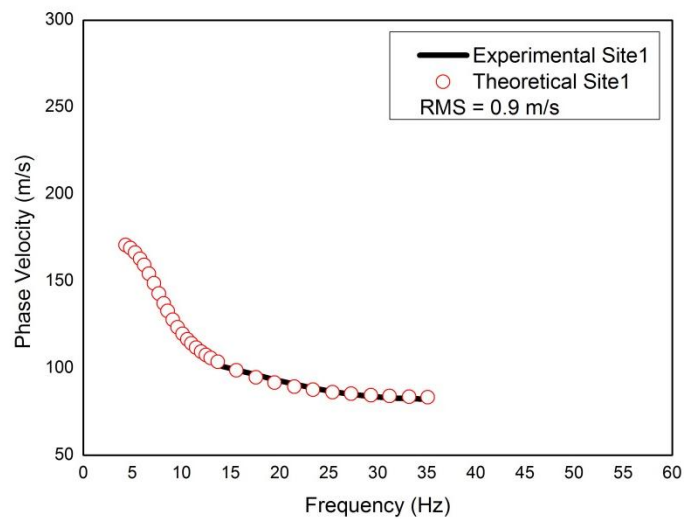
$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (V_{R,i}^{Theoretical} - V_{R,i}^{Experimental})^2}{N}} \quad (3.2)$$

โดย  $RMS$  คือ ค่าความผิดพลาดระหว่างเส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบกับทฤษฎี

$V_{R,i}^{Experimental}$  คือ ความเร็วของคลื่นเรลีย์จากเส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบ

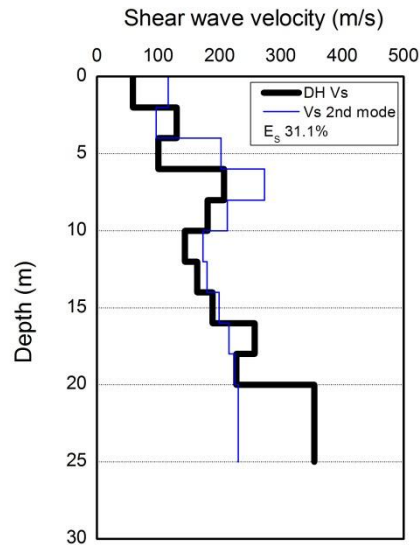
$V_{R,i}^{Theoretical}$  คือ ความเร็วของคลื่นเรลีย์จากเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎี

$N$  คือ จำนวนข้อมูล

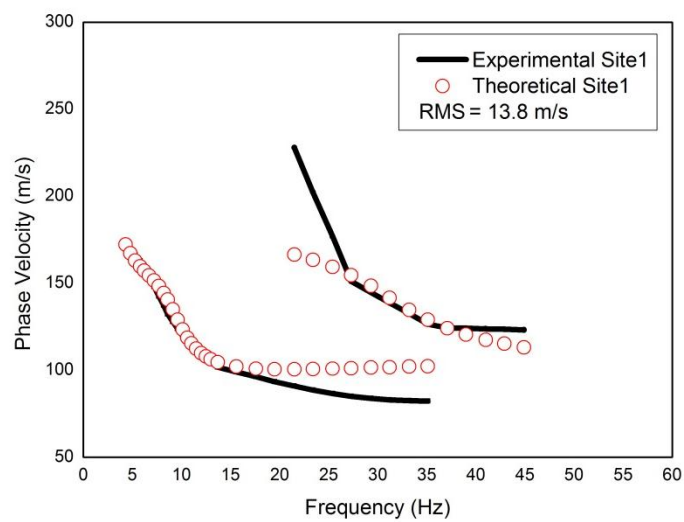


รูปที่ 3-8 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีกับเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากการทดสอบ

จากนั้นทำซ้ำขั้นตอนเดิมแต่พิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด จะได้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่พิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดดังรูปที่ 3-9 และเปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายที่การสั่นสะเทือนหลายโหมดดังรูปที่ 3-10

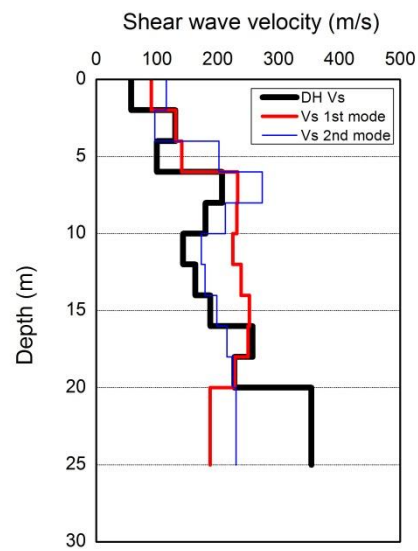


รูปที่ 3-9 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่การสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด



รูปที่ 3-10 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด

เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนระหว่างการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานกับ  
ความถี่หลายโหมดดังรูปที่ 3-11



รูปที่ 3-11 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ

## บทที่ 4

### ผลการทดสอบและการวิเคราะห์ผล

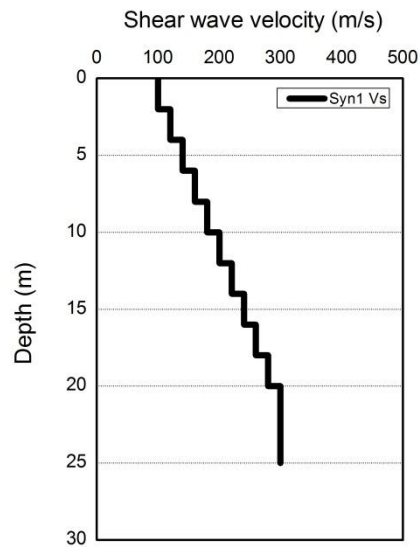
การวิเคราะห์ผลจะแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ การใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจำนวน 5 แบบ และใช้ผลการทดสอบ MASW จำนวน 2 สถานี

#### 4.1 ใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Synthesis Vs profiles)

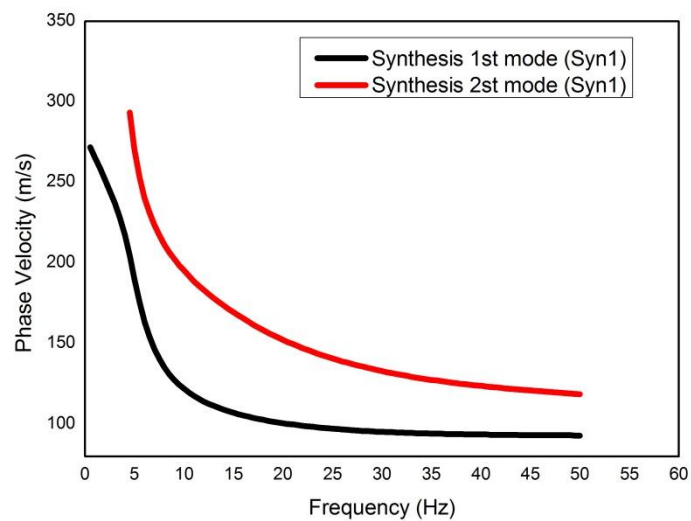
ใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน ทั้งหมด 5 แบบ ในการวิเคราะห์ โดย 2 แบบแรกจะเป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบปกติ(Regular profiles) คือ ความเร็วคลื่นเฉือนเพิ่มขึ้นตามระดับความลึกของชั้นดินแต่ต่างกันว่าแบบที่ 1 จะมีขนาดคลื่นที่ดีกว่าแบบที่ 2 ส่วน 3 แบบหลังเป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบไม่ปกติ(Irregular profiles) คือความเร็วคลื่นเฉือนเพิ่มขึ้นและลดลงตามระดับความลึก

##### 4.1.1 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่ 1(Synthesis profiles 1)

แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่ 1 เป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบปกติ คือ ความเร็วคลื่นเฉือนค่อยๆ เพิ่มขึ้นตามความลึกของชั้นดินดังรูปที่ 4-1 ซึ่งจะถือเป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Syn1 Vs) ที่จะใช้เปรียบเทียบกับภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่หาได้จากการพิจารณาชั้นสะเทือนที่ช่วงความถี่โหมดเดียว(Fundamental mode) และภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่หาจากการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ช่วงความถี่สองโหมด(Multi-mode) นำแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนไปสร้างเส้นโค้งการกระจายโดยใช้แบบจำลองของคลื่นเรลีย์จะได้เส้นโค้งการกระจาย(Synthesis dispersion curves) โดยถือว่าเป็นเส้นโค้งการกระจายที่ใช้เปรียบเทียบแทนได้เส้นโค้งการกระจายที่ได้จากการทดสอบดังรูปที่ 4-2

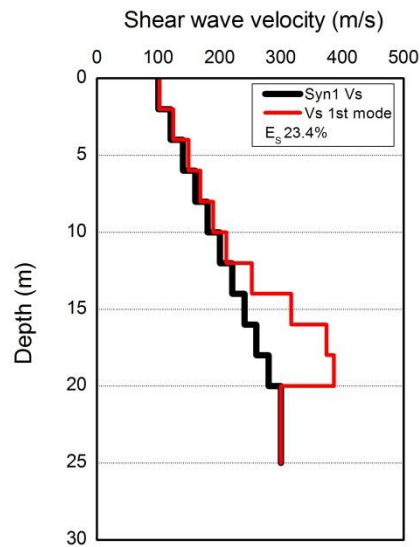


รูปที่ 4-1 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงแบบที่1(Syn1 Vs)



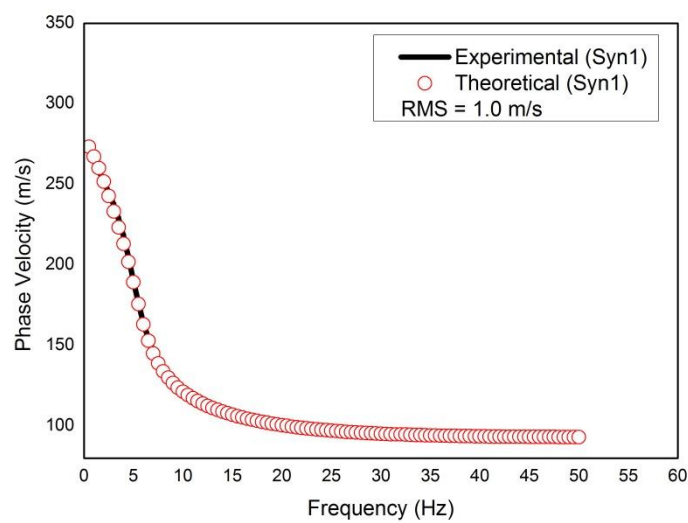
รูปที่ 4-2 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่1

คำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานได้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) นำไปเปรียบเทียบกับภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนกับแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Syn1 Vs) ดังรูปที่ 4-3



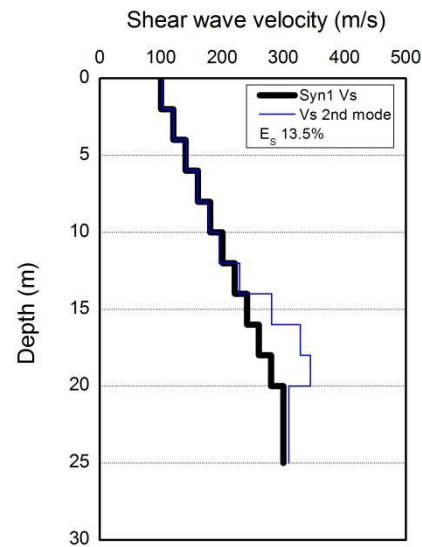
รูปที่ 4-3 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน

นำภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนไปคำนวณหาเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีและนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากแบบจำลองซึ่งถือว่าเป็นเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากการทดสอบดังรูปที่ 4-4



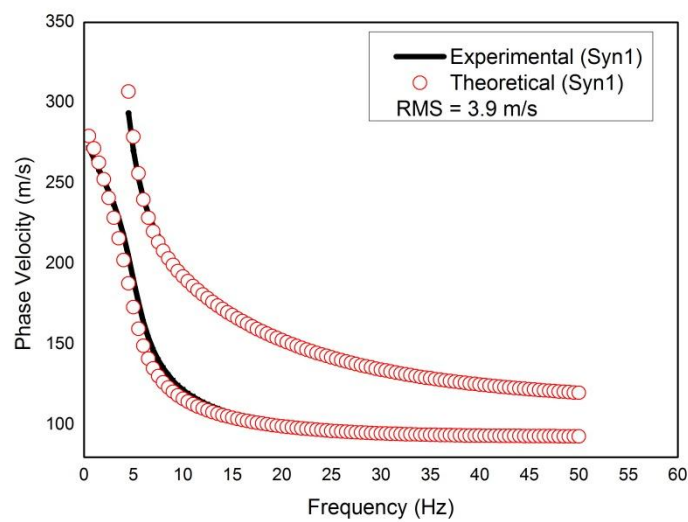
รูปที่ 4-4 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหมดความถี่พื้นฐาน





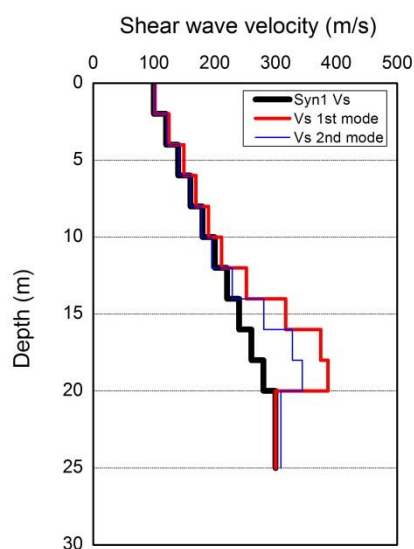
รูปที่ 4-5 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด

เมื่อพิจารณาการสัมพันธ์ที่ความถี่หลายโหมดและเปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายจะได้ ดังรูปที่ 4-5 และเปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนระหว่างการสัมพันธ์ที่ความถี่หลาย โหมดกับภาพตัดคลื่นเฉือนจริงดังรูปที่ 4-6



รูปที่ 4-6 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่โหมดความถี่หลายโหมด

จากรูปที่ 4-4 และรูปที่ 4-6 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดระหว่างเส้นโค้งการกระจายจากทดสอบกับเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีโดยการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน (Fundamental mode) มีค่า RMS 1.0 เมตรต่อวินาที และเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด(Multi-mode) ให้ค่า RMS 3.9 เมตรต่อวินาที

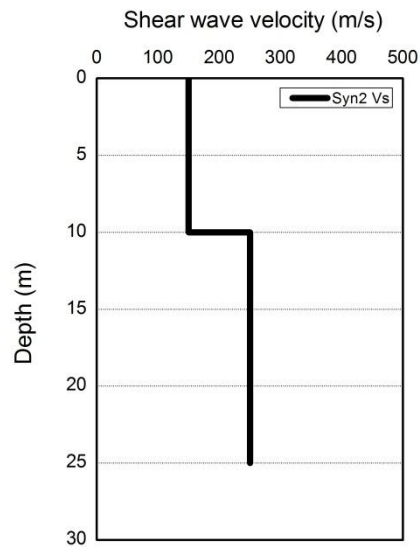


รูปที่ 4-7 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ

จากรูปที่ 4-3 รูปที่ 4-5 และรูปที่ 4-7 จะเห็นว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงมากกว่าการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) โดยการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 23.4% ส่วนการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 13.5%

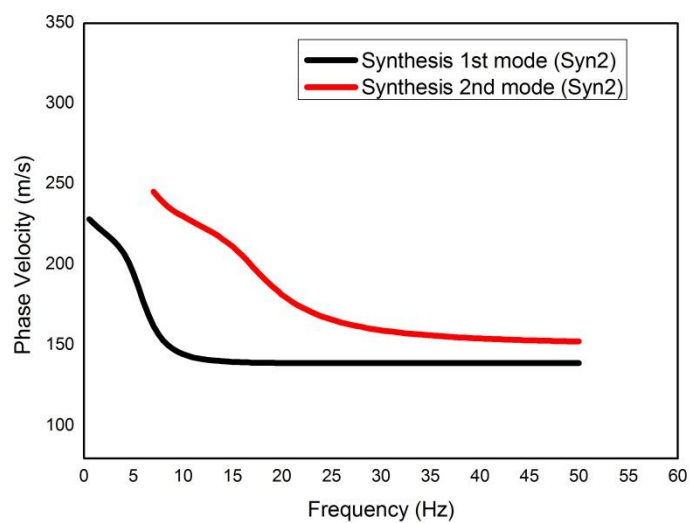
#### 4.1.2 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่2(Synthesis profiles 2)

แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่2 เป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบปกติเหมือนแบบที่1 แต่แบบจำลองแบบที่1 มีขนาดคละที่ต่ำกว่าแบบที่2 ดังรูปที่ 4-8



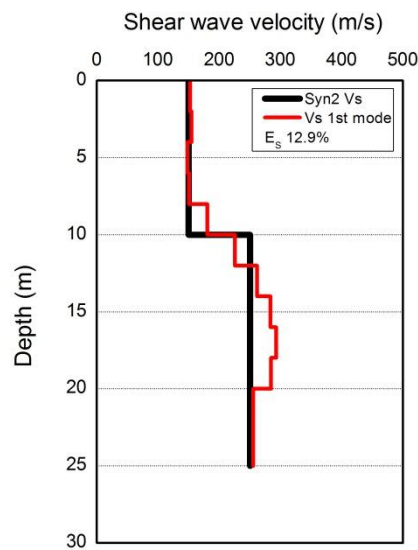
รูปที่ 4-8 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่ 2 (Syn2 Vs)

นำแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนไปสร้างเส้นโค้งการกระจายโดยใช้แบบจำลองของคลื่นเรลีย์จะได้เส้นโค้งการกระจาย(Synthesis dispersion curves) โดยถือว่าเป็นเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากการทดสอบดังรูปที่ 4-9

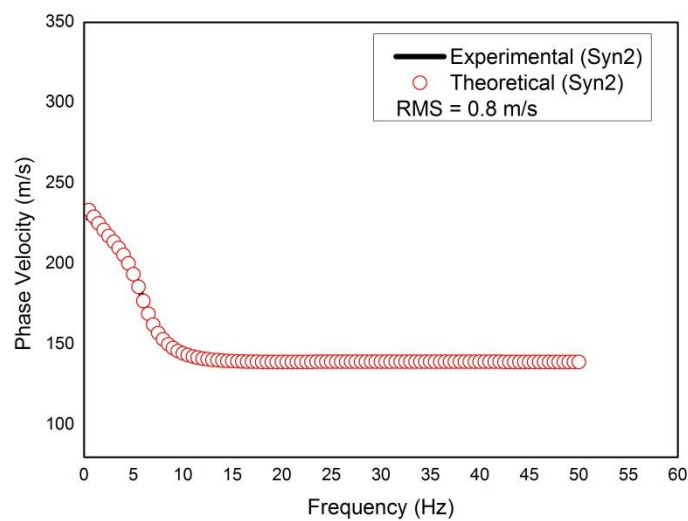


รูปที่ 4-9 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่ 2

คำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ใหม่ตความถี่พื้นฐานได้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน( $V_s$  1 mode) และนำไปเปรียบเทียบกับแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ใช้(Syn2  $V_s$ ) ดังรูปที่ 4-10 จากนั้นนำภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้ไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีดังรูปที่ 4-11

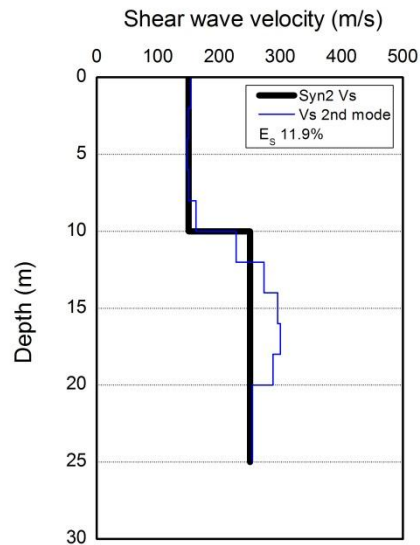


รูปที่ 4-10 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะใหม่ตพื้นฐาน

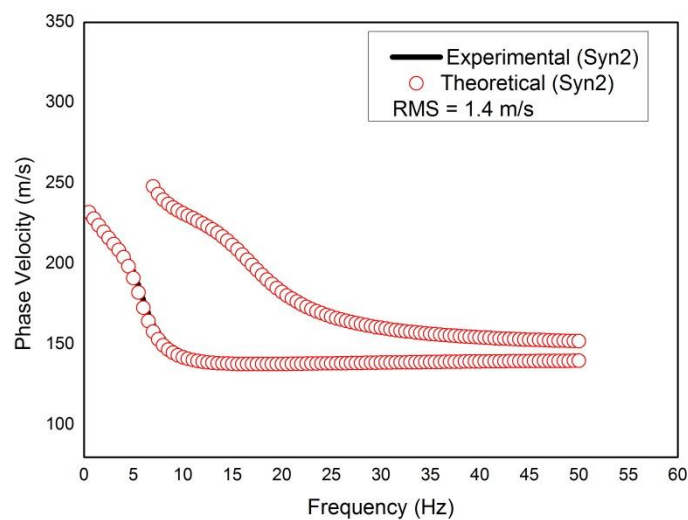


รูปที่ 4-11 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะใหม่ตความถี่พื้นฐาน

เมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด ทำการคำนวณย้อนกลับจะได้ภาพตัด  
 ความเร็วคลื่นเฉือน( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ดังรูปที่ 4-12 จากนั้นนำภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้ไป  
 สร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีดังรูปที่ 4-13

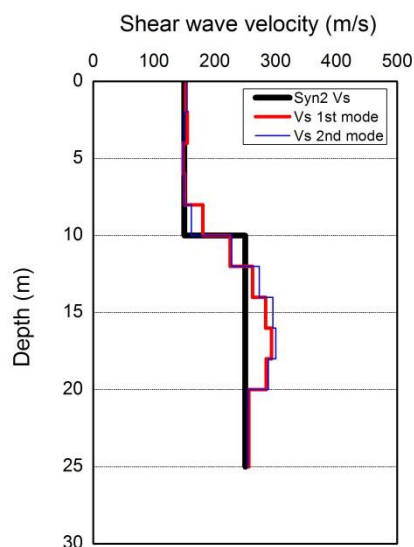


รูปที่ 4-12 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด



รูปที่ 4-13 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่โหมดความถี่หลายโหมด

จากรูปที่ 4-11 และรูปที่ 4-13 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดระหว่างเส้นโค้งการกระจายจากทดสอบกับเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีโดยการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานมีค่า RMS เท่ากับ 0.8 เมตรต่อวินาที และเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า RMS เท่ากับ 1.4 เมตรต่อวินาที

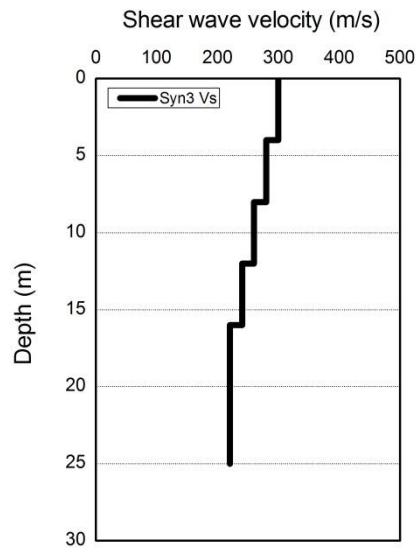


รูปที่ 4-14 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ

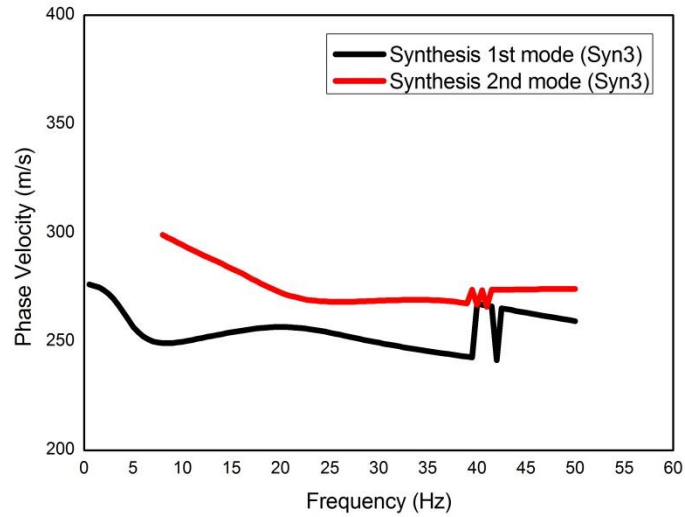
จากรูปที่ 4-10 รูปที่ 4-12 และรูปที่ 4-14 จะเห็นว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด ( $V_s 2^{nd}$  mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงมากกว่าการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน ( $V_s 1^{st}$  mode) โดยการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 12.9% ส่วนการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 11.9%

#### 4.1.3 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่3 (Synthesis profiles 3)

แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่3 เป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบไม่ปกติ ดังรูปที่ 4-15 และเมื่อนำไปสร้างเส้นโค้งการกระจายจะได้ดังรูปที่ 4-16

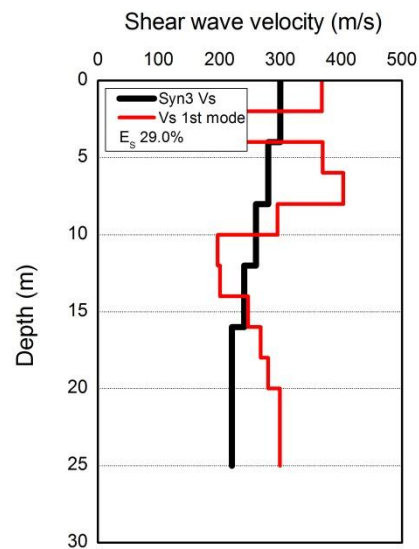


รูปที่ 4-15 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่3 (Syn3 Vs)



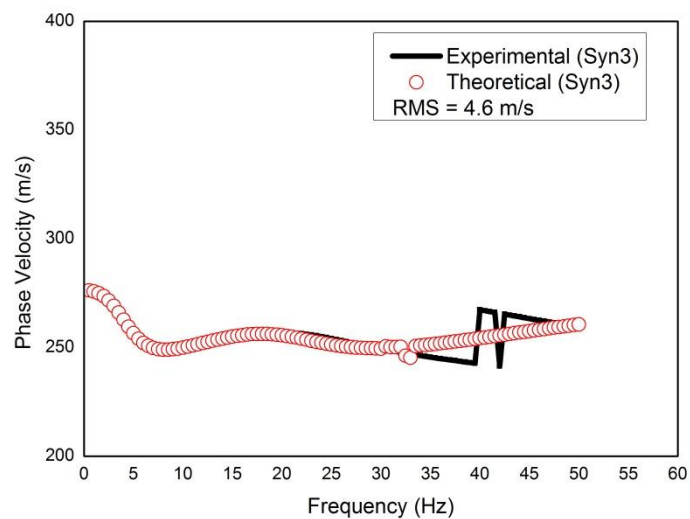
รูปที่ 4-16 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่3

คำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานได้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Vs 1 mode) นำไปเปรียบเทียบกับแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Syn3 Vs) ดังรูปที่ 4-17



รูปที่ 4-17 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วจลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน

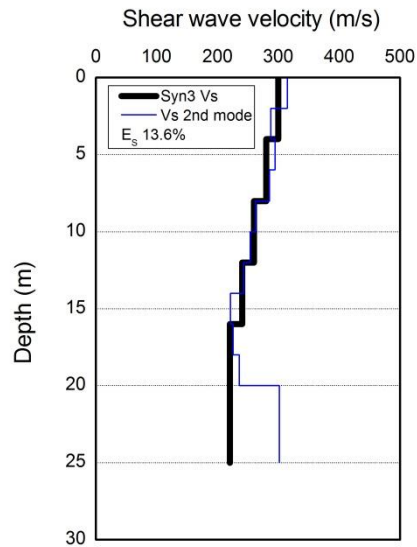
นำภาพตัดความเร็วจลื่นเฉือนที่ได้ไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีและนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากแบบจำลองดังรูปที่ 4-18



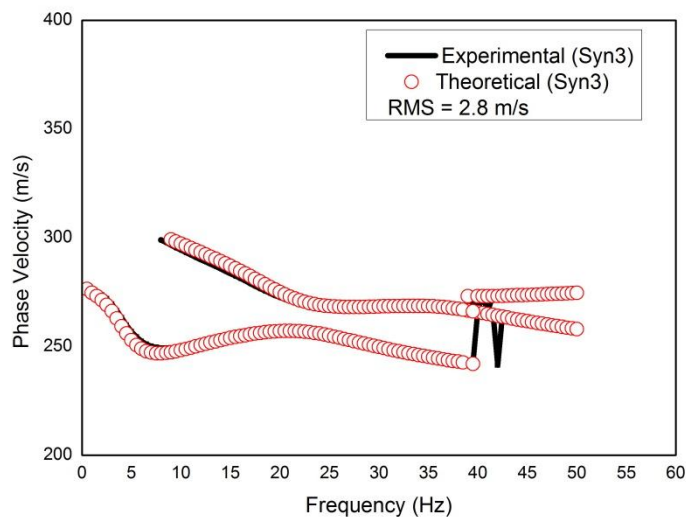
รูปที่ 4-18 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหมดความถี่พื้นฐาน



เมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด ทำการคำนวณย้อนกลับได้ภาพตัด  
 ความเร็วคลื่นเฉือน( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ดังรูปที่ 4-19 จากนั้นนำไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎี  
 และนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายจากแบบจำลองดังรูปที่ 4-20

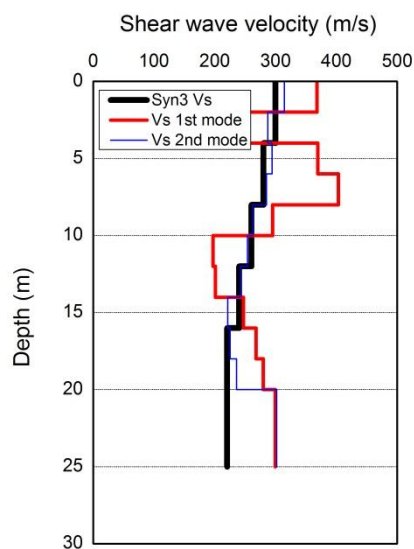


รูปที่ 4-19 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด



รูปที่ 4-20 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด

จากรูปที่ 4-18 และรูปที่ 4-20 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดระหว่างเส้นโค้งการกระจายจากทดสอบกับเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีโดยการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน (Fundamental mode) มีค่า RMS 4.6 เมตรต่อวินาที และเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด(Multi-mode) ให้ค่า RMS 2.8 เมตรต่อวินาที

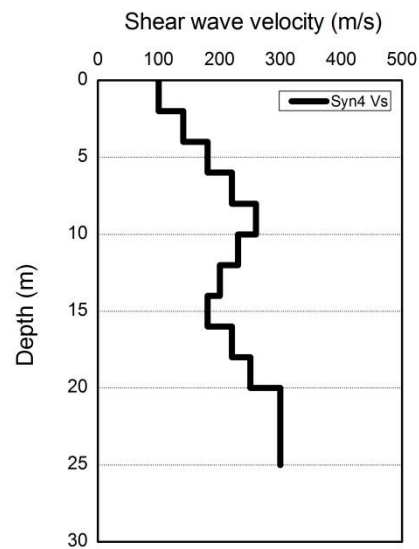


รูปที่ 4-21 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ

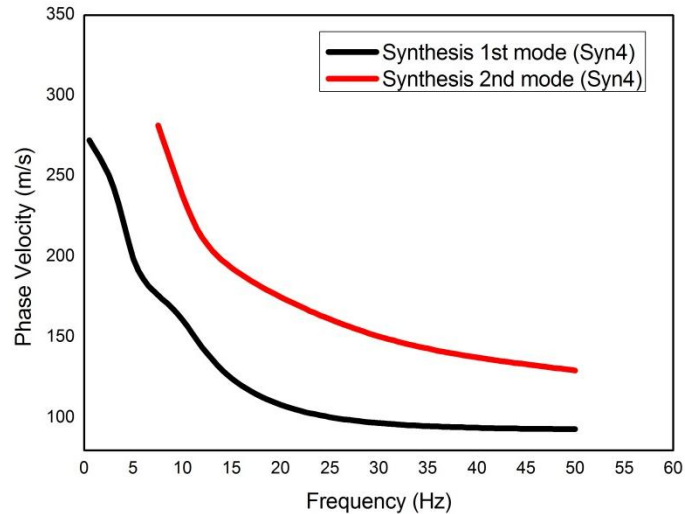
จากรูปที่ 4-17 รูปที่ 4-19 และรูปที่ 4-21 พบว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงมากกว่าการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) โดยการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 29.0% ส่วนการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 13.6%

#### 4.1.4 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่4(Synthesis profiles 4)

แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่4 เป็นภาพตัดแบบไม่ปกติดังรูปที่ 4-22 นำแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนไปสร้างเส้นโค้งการกระจายได้ดังรูปที่ 4-23

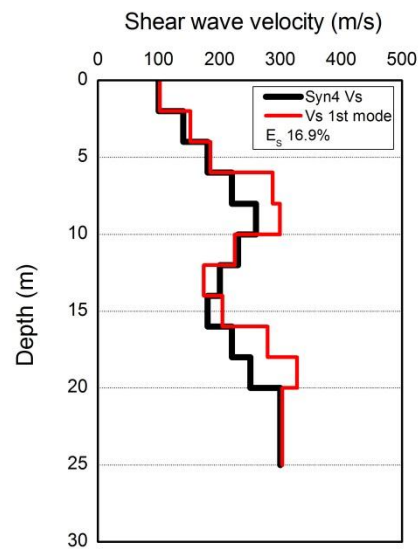


รูปที่ 4-22 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่4(Syn4 Vs)



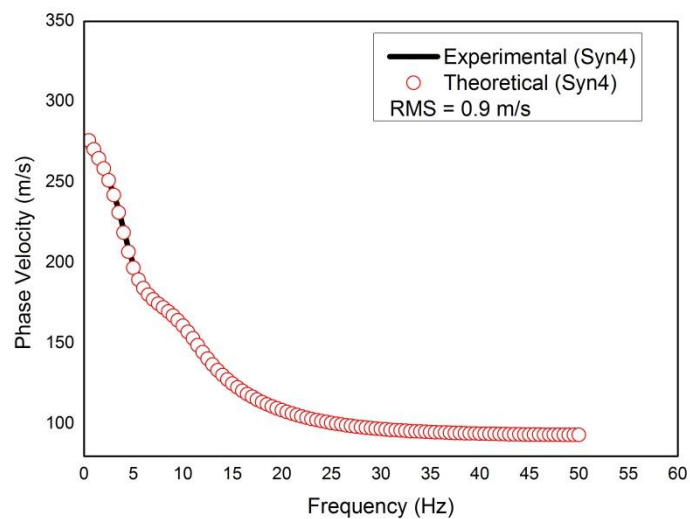
รูปที่ 4-23 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่4

คำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานจะได้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) จากนั้นนำไปเปรียบเทียบกับแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Syn4 Vs) ดังรูปที่ 4-24



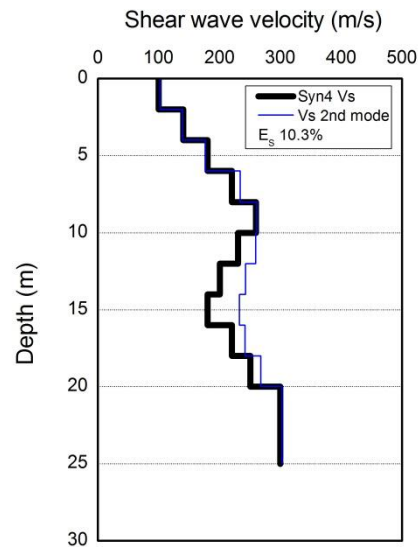
รูปที่ 4-24 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน

นำภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้ไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีและนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากแบบจำลองดังรูปที่ 4-25

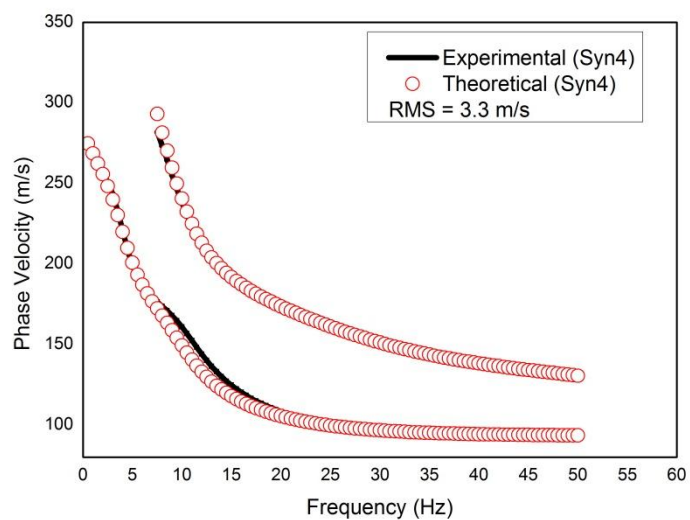


รูปที่ 4-25 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหมดความถี่พื้นฐาน

เมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด ทำการคำนวณย้อนกลับได้ภาพตัด  
 ความเร็วคลื่นเฉือน( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ดังรูปที่ 4-26 จากนั้นนำไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎี  
 และนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายจากแบบจำลองดังรูปที่ 4-27

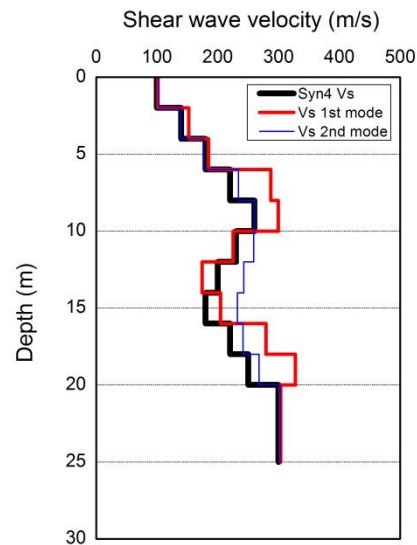


รูปที่ 4-26 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด



รูปที่ 4-27 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่โหมดความถี่หลายโหมด

จากรูปที่ 4-25 และ รูปที่ 4-27 พบว่าค่าความผิดพลาดระหว่างเส้นโค้งการกระจายจากทดสอบกับเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีโดยการพิจารณาที่โหมดความถี่พื้นฐาน มีค่า RMS 0.9 เมตรต่อวินาที และเมื่อที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า RMS 3.3 เมตรต่อวินาที

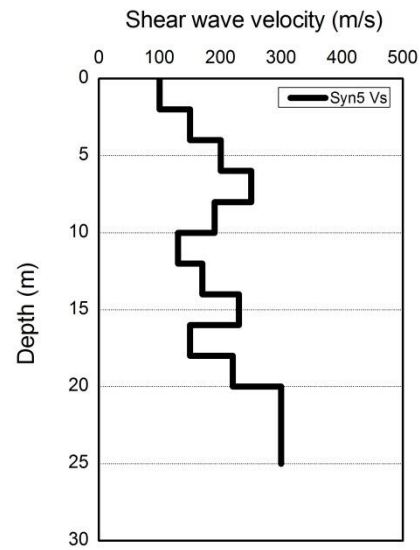


รูปที่ 4-28 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ

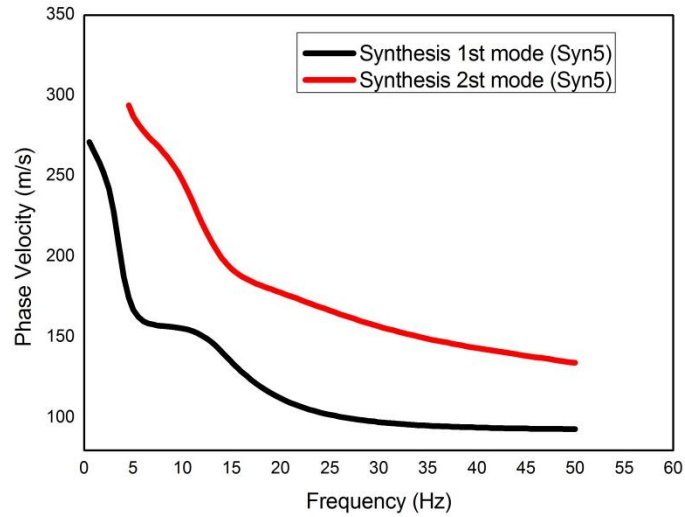
จากรูปที่ 4-24 รูปที่ 4-26 และรูปที่ 4-28 จะเห็นว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด ( $V_s 2^{nd}$  mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงมากกว่าการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน ( $V_s 1^{st}$  mode) โดยการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 16.9% ส่วนการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 10.3%

#### 4.1.5 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่5 (Synthesis profiles 5)

แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่5 เป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบไม่ปกติเหมือนแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่4 แต่แบบจำลองแบบที่5 มีความแตกต่างระหว่างชั้นดินมากกว่าแบบที่4 ดังรูปที่ 4-29 เมื่อนำไปสร้างเส้นโค้งการกระจายจะได้ดังรูปที่ 4-30

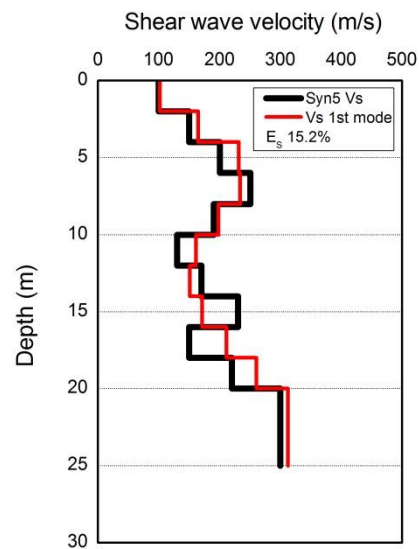


รูปที่ 4-29 แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบที่ 5 (Syn5 Vs)



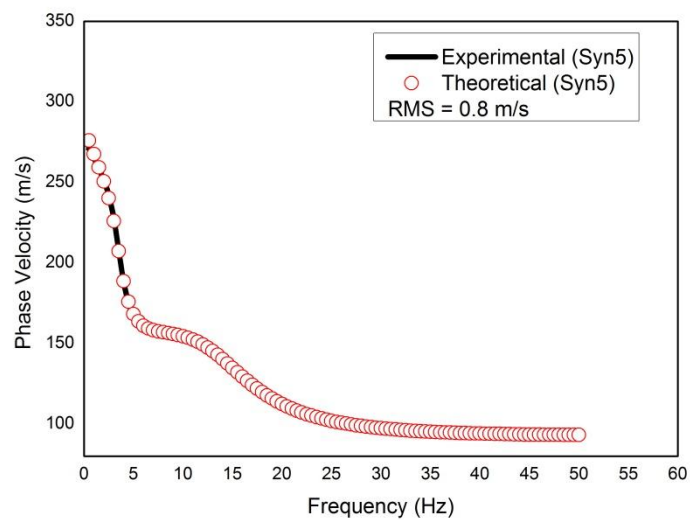
รูปที่ 4-30 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบจากแบบจำลองที่ 5

คำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) จากนั้นนำไปเปรียบเทียบกับแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Syn5 Vs) ดังรูปที่ 4-31



รูปที่ 4-31 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน

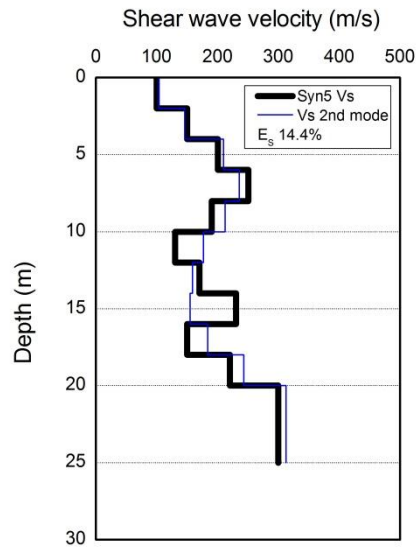
นำภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้ไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีและนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากแบบจำลองดังรูปที่ 4-32



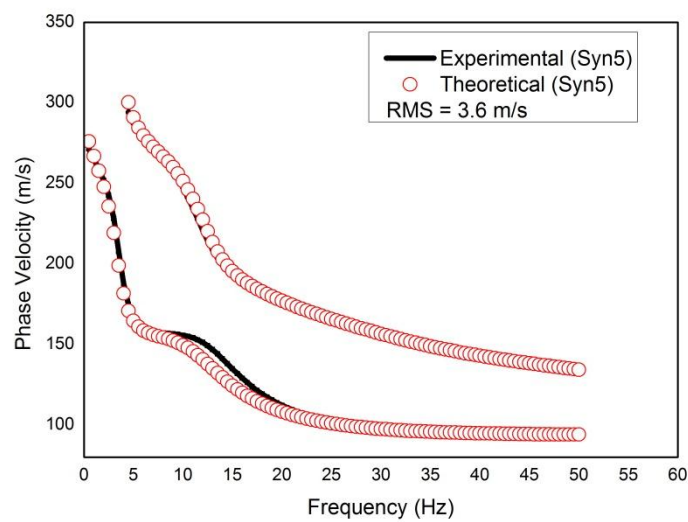
รูปที่ 4-32 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาเฉพาะโหมดความถี่พื้นฐาน



เมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด ทำการคำนวณย้อนกลับได้ภาพตัด  
 ความเร็วคลื่นเฉือน ( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ดังรูปที่ 4-33 จากนั้นนำไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎี  
 และนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายจากแบบจำลองดังรูปที่ 4-34

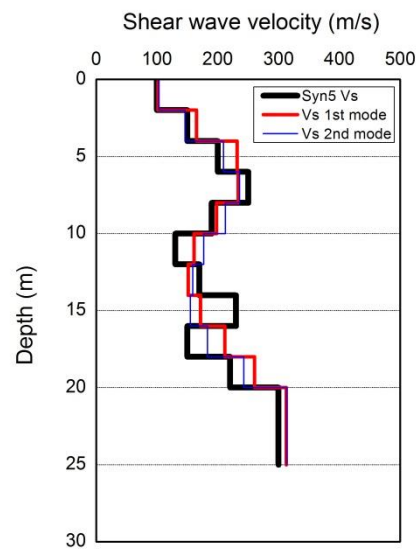


รูปที่ 4-33 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาที่ความถี่หลายโหมด



รูปที่ 4-34 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาที่โหมดความถี่หลายโหมด

จากรูปที่ 4-32 และรูปที่ 4-34 พบว่าค่าความผิดพลาดระหว่างเส้นโค้งการกระจายจากทดสอบกับเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีโดยการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน (Fundamental mode) มีค่า RMS 0.8 เมตรต่อวินาที และเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด(Multi-mode) ให้ค่าRMS 3.6 เมตรต่อวินาที



รูปที่ 4-35 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ

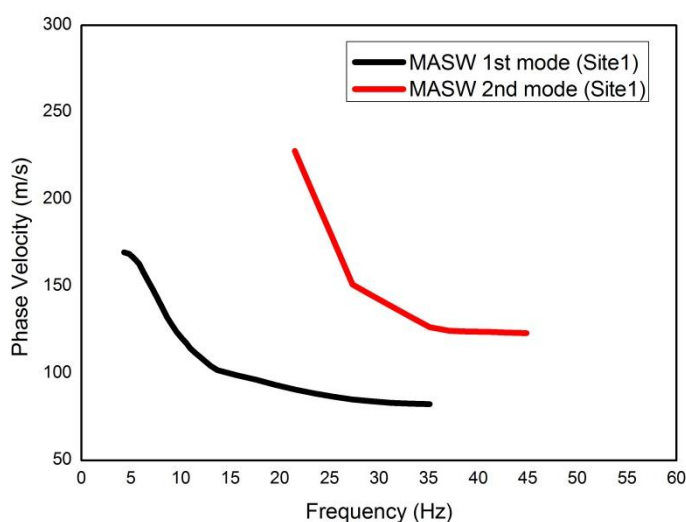
จากรูปที่ 4-31 รูปที่ 4-33 และรูปที่ 4-35 จะเห็นว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงมากกว่าการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) โดยการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 15.2% ส่วนการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 14.4%

## 4.2 ผลการสอบจากการทดสอบ MASW (Field Experiment)

ทำการทดสอบ MASW จำนวน 2 สถานี โดยจะเทียบผลภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนกับการทดสอบดาวนโฮล ซึ่งจากภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนของการทดสอบดาวนโฮลแสดงให้เห็นว่าเป็นชั้นดินแบบไม่ปกติ (Irregular profiles) ทั้งสองสถานี

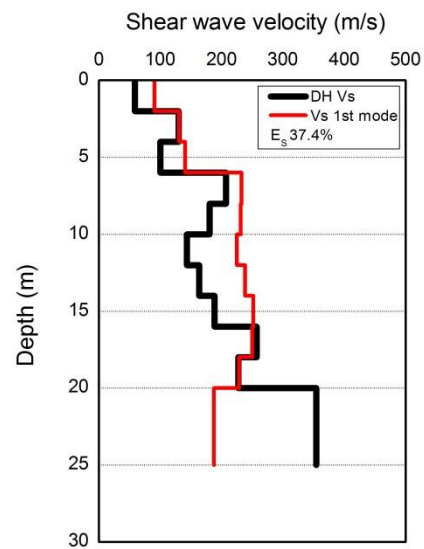
### 4.2.1 สถานีที่ 1

เมื่อทำการทดสอบ MASW แล้วนำข้อมูลไปสร้างเส้นโค้งการกระจายจะได้ดังรูปที่ 4-36 ซึ่งถือว่าเป็นเส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบ (Experimental dispersion) ของสถานีที่ 1

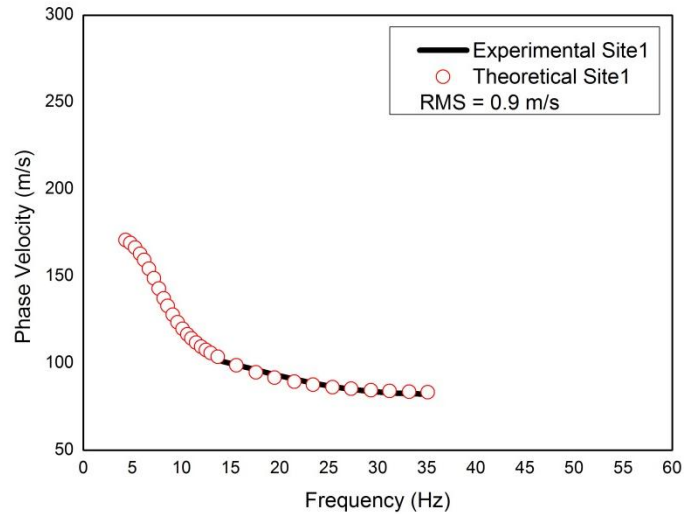


รูปที่ 4-36 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบสถานีที่ 1 (Experimental dispersion curves)

คำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนโดยพิจารณาการสันสะท้อนที่โหมดความถี่พื้นฐานได้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน ( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) และนำไปเปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้จากการทดสอบดาวนโฮล (DH Vs) ดังรูปที่ 4-37 และนำภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้ไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีดังรูปที่ 4-38

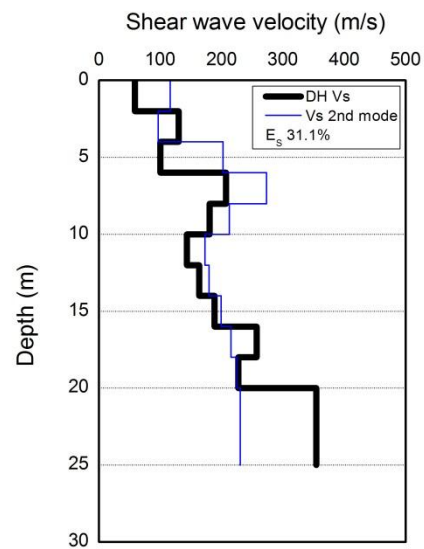


รูปที่ 4-37 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน



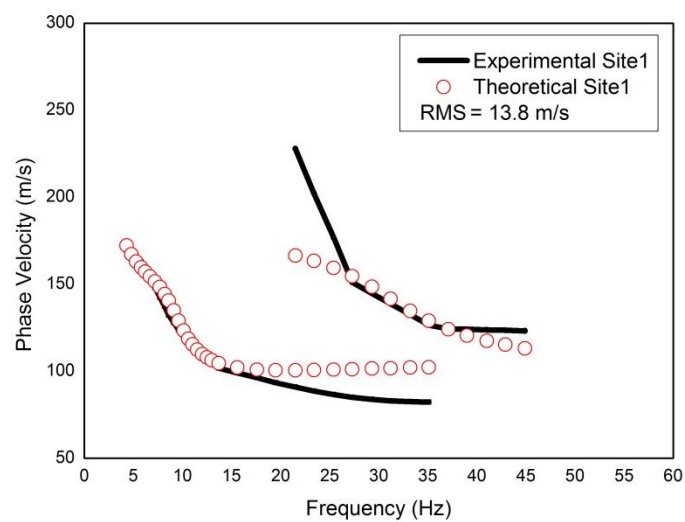
รูปที่ 4-38 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีกับเส้นที่ได้จากทดสอบ

เมื่อพิจารณาการสัมพันธ์กันที่ความถี่หลายโหมดและเปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนระหว่างการสัมพันธ์ที่ความถี่หลายโหมดกับภาพตัดคลื่นเฉือนจากการทดสอบดาวน์โฮลได้ดังรูปที่ 4-39



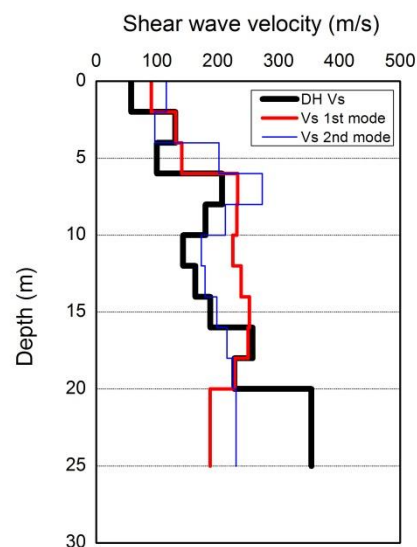
รูปที่ 4-39 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่การสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด

นำภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้ไปสร้างเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีและนำไปเปรียบเทียบกับเส้นโค้งการกระจายที่ได้จากการทดสอบ MASW ดังรูปที่ 4-40



รูปที่ 4-40 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด

จากรูปที่ 4-38 และรูปที่ 4-40 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดระหว่างเส้นโค้งการกระจายจากทดสอบกับเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีโดยการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานมีค่า RMS 0.9 เมตรต่อวินาที และเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า RMS 13.8 เมตรต่อวินาที

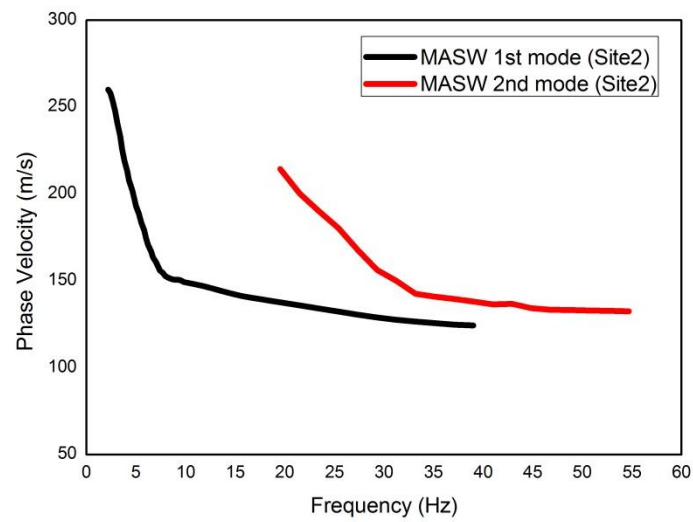


รูปที่ 4-41 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ

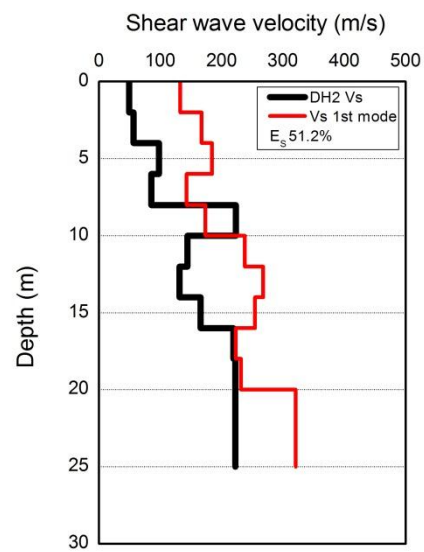
จากรูปที่ 4-37 รูปที่ 4-39 และรูปที่ 4-41 จะเห็นว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด ( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจากการทดสอบดาวนโฮล (DH Vs) มากกว่าการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน ( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) โดยการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 37.4% ส่วนการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 31.1%

#### 4.2.2 สถานีที่ 2

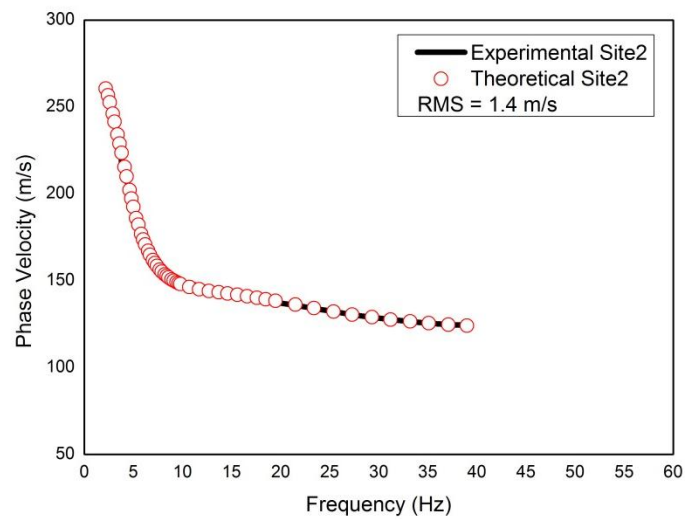
เมื่อทำการทดสอบ MASW แล้วนำข้อมูลไปสร้างเส้นโค้งการกระจายจะได้ดังรูปที่ 4-42 จากนั้นเปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้จากการคำนวณย้อนกลับโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ช่วงความถี่พื้นฐาน ( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) ได้ดังรูปที่ 4-43



รูปที่ 4-42 เส้นโค้งการกระจายจากการทดสอบสถานีที่ 2

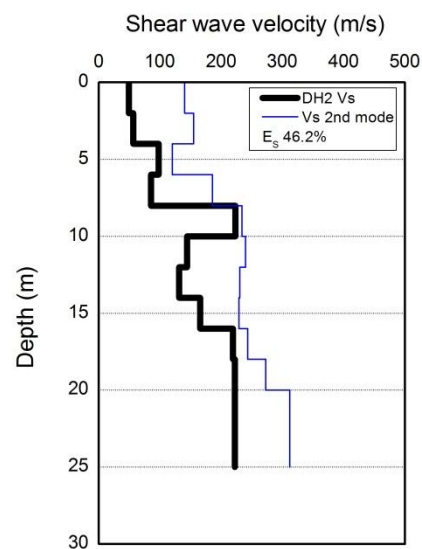


รูปที่ 4-43 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเฉพาะโหมดพื้นฐาน



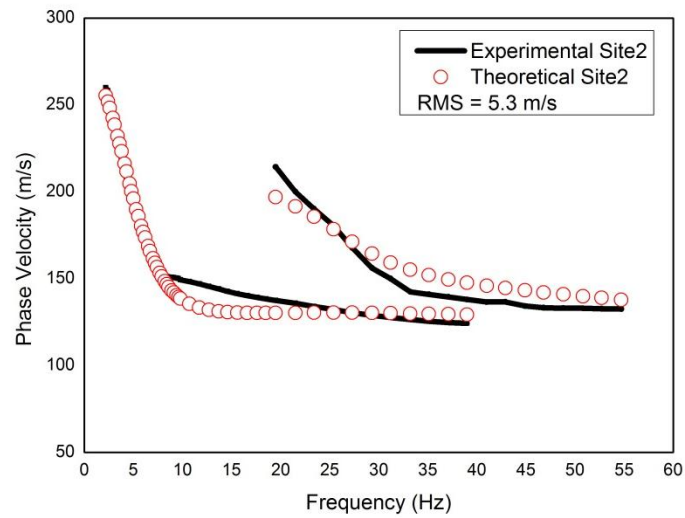
รูปที่ 4-44 เปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีกับเส้นที่ได้จากทดสอบ

เมื่อพิจารณาการสัมพันธ์ที่ความถี่หลายโหมดและเปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนระหว่างการสัมพันธ์ที่ความถี่หลายโหมดกับภาพตัดคลื่นเฉือนจากการทดสอบดาวนโฮล ได้ดังรูปที่ 4-45 และเปรียบเทียบเส้นโค้งการกระจายที่ได้ดังรูปที่ 4-46



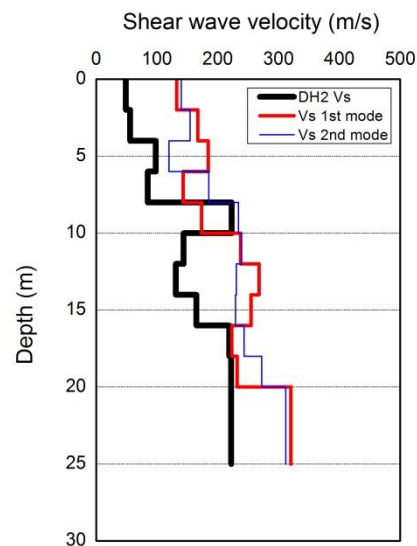
รูปที่ 4-45 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่การสัมพันธ์ที่ความถี่หลายโหมด





รูปที่ 4-46 เปรียบเส้นโค้งการกระจายโดยพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด

จากรูปที่ 4-44 และรูปที่ 4-46 จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดระหว่างเส้นโค้งการกระจาย(RMS) เมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานมี RMS 1.4 เมตรต่อวินาที และเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า RMS 5.3 เมตรต่อวินาที



รูปที่ 4-47 เปรียบเทียบภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งสองแบบ

จากรูปที่ 4-43 รูปที่ 4-45 และรูปที่ 4-47 จะเห็นว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด(Vs 2<sup>nd</sup> mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจริงมากกว่าการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน(Vs 1<sup>st</sup> mode) โดยการพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 51.2% ส่วนการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 46.2%

## บทที่ 5

### สรุปผลงานวิจัย

#### 5.1 สรุปผลงานวิจัย

ในการหาเส้นโค้งการกระจายของคลื่นเวกซ์โดยใช้ข้อมูลจากแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Synthesis Vs profiles) และผลการทดสอบ MASW ในสนาม(Field Experiment) ซึ่งนำไปคำนวณย้อนกลับเพื่อหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Shear wave velocity profiles) โดยพิจารณาความแม่นยำที่ได้ของภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้จากค่าความผิดพลาดของภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน( $E_s$ )

การใช้ข้อมูลแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Synthesis Vs profiles) จำนวน 5 แบบ โดยแบ่งเป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบปกติ(Regular profiles) 2 แบบ และภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบไม่ปกติ(Irregular profiles) 3 แบบ พบว่า ค่า  $E_s$  ของการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) มีค่าน้อยกว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) สำหรับภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งแบบปกติและไม่ปกติ ดังนั้นการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด(Multi-mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงกับแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนมากกว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน(Fundamental mode) สำหรับภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนทั้งแบบปกติและไม่ปกติ

การใช้ข้อมูลจากผลการทดสอบในสนาม(Field Experiment) จำนวน 2 สถานี ซึ่งมีภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเป็นภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบไม่ปกติทั้ง 2 สถานี โดยสถานีที่ 1 การสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน มีค่า  $E_s$  เท่ากับ 37.4% ส่วนการสั่นสะเทือนที่ช่วงความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 31.1% สถานีที่ 2 การสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานมีค่า  $E_s$  เท่ากับ 51.2% ส่วนการสั่นสะเทือนที่ช่วงความถี่หลายโหมดให้ค่า  $E_s$  เท่ากับ 46.2% จะเห็นว่า การพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมดให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนใกล้เคียงกับภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจากการทดสอบดาวนไฮล(DH Vs profiles) มากกว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐาน

ค่าความผิดพลาดของเส้นโค้งการกระจาย(RMS) มีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง 5 เมตรต่อวินาที โดยประมาณ ซึ่งบอกขนาดความผิดพลาดของเส้นโค้งการกระจายทางทฤษฎีกับเส้นที่ได้จากการทดสอบ ซึ่งค่า RMS ของการพิจารณาด้วยความถี่หลายโหมดมีค่าสูงกว่าโหมดพื้นฐานเนื่องจากจำนวนข้อมูลที่ใช้มีจำนวนมากกว่า ดังตาราง 5-1

ตาราง 5-1 แสดงค่าความผิดพลาดของผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบระหว่างเมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่โหมดความถี่พื้นฐานกับความถี่หลายโหมด

รายการ	ชนิดของภาพตัด ความเร็วคลื่นเฉือน	ค่าสัมประสิทธิ์การตัดใจของ ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน		ค่าความผิดพลาดของ เส้นโค้งการกระจาย	
		$E_s$ (%)		RMS (m/s)	
		ความถี่ พื้นฐาน	ความถี่หลาย โหมด	ความถี่ พื้นฐาน	ความถี่ หลายโหมด
แบบจำลอง1	ปกติ	23.4	13.5	1.0	3.9
แบบจำลอง2	ปกติ	12.9	11.9	0.8	1.4
แบบจำลอง3	ไม่ปกติ	29.0	13.6	4.6	2.8
แบบจำลอง4	ไม่ปกติ	16.9	10.3	0.9	3.3
แบบจำลอง5	ไม่ปกติ	15.2	14.4	0.8	3.6
สถานี1	ไม่ปกติ	37.4	31.1	0.9	13.8
สถานี2	ไม่ปกติ	51.2	46.2	1.4	5.3

จากการวิจัยครั้งนี้ พบว่า เมื่อพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่หลายโหมด(Multi-mode) ให้ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน( $V_s$  2<sup>nd</sup> mode) ที่ใกล้เคียงกับภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนที่ได้จากการทดสอบดาวนโฮล หรือแบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน มากกว่าการพิจารณาการสั่นสะเทือนที่ความถี่พื้นฐาน( $V_s$  1<sup>st</sup> mode) สำหรับทั้งภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนแบบปกติ

(Regular profiles) และไม่ปกติ(Irregular profiles) ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกันจากการใช้แบบจำลอง ภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน(Synthesis Vs profiles) และการทดสอบในสนาม(Field Experiment) ได้ผลไปในแนวทางเดียวกัน ดังนั้นจึงควรพิจารณาการสันนิษฐานที่ความถี่หลายโหมดในการ คำนวณย้อนกลับหาภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนเนื่องจากให้ผลที่แม่นยำมากยิ่งขึ้นเมื่อดูจากค่า ความผิดพลาดของภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน( $E_s$ )

อย่างไรก็ตาม จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดของภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือนจากการทดสอบ MASW มากกว่าการใช้แบบจำลองภาพตัดความเร็วคลื่นเฉือน เนื่องจากมีค่าความผิดพลาดจาก การทดสอบ(Measurement error) รวมเข้าอยู่ด้วย และในการทดสอบMASW เส้นโค้งการกระจาย ที่ความถี่หลายโหมดอาจไม่ปรากฏหรือเห็นได้ไม่ชัดเจนเนื่องจากมีค่าพลังงานที่น้อยกว่าโหมด พื้นฐาน ทำให้การเลือกเส้นโค้งการกระจายที่ความถี่หลายโหมดทำได้ยากหรือเกิดค่าความ ผิดพลาดขึ้น

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

เดชฤทธิ์ รัตนพร. 2553. การเปรียบเทียบผลการสำรวจเชิงจีโอฟิสิกส์ด้วยการวิเคราะห์คลื่นผิวแบบหลายช่องสัญญาณแบบแอดคทีฟและแพสซีฟ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุพจน์ เตชวรสินสกุล. 2549. พฤติกรรมของดินทางพลศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,

### ภาษาอังกฤษ

Aki, K. ,and Richards, P.G. 1980. Quantitative Seismology. Vol.1424. San Francisco: Freeman,

Ge, Z. ,and Chen, X. 2007. Wave propagation in irregularly layered elastic models: a boundary element approach with a global reflection/transmission matrix propagator. Bulletin of the Seismological Society of America 97(3): 1025-1031.

Haskell, N. A. 1990. The dispersion of surface waves on multilayered media Vol. 30. American Geophysical Union,

Kennett, B. L. N. 1986. Seismic wave propagation in stratified media. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society 86(1): 219-220.

Kausel, E. ,and Roësset, J. M. (1981). Stiffness matrices for layered soils. Bulletin of the Seismological Society of America 71(6): 1743-1761.

Lai, C. G. ,and Rix, G. J. 1998. Simultaneous inversion of Rayleigh phase velocity and attenuation for near-surface site characterization. School of Civil and Environmental Engineering Georgia Institute of Technology.

Luco, J. E. ,and Apsel, R. J. 1983. On the Green's functions for a layered half-space Part I. Bulletin of the Seismological Society of America 73(4): 909-929.

- Luco, J. E. ,and Apsel, R. J. (1983). On the Green's functions for a layered half-space Part II. Bulletin of the Seismological Society of America 73(4): 931-951.
- Maraschini, M., Ernst, F., Foti, S. ,and Socco, L. V. 2010. A new misfit function for multimodal inversion of surface waves. Geophysics 75(4): G31-G43.
- Marosi, K. T. ,and Hiltunen, D. R. 2004. Characterization of spectral analysis of surface waves shear wave velocity measurement uncertainty. Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering 130(10): 1034-1041.
- Park, C. B., Miller, R. D. ,and Xia, J. 1998. Imaging dispersion curves of surface waves on multi-channel record. In SEG Expanded Abstracts Vol. 17: 1377-1380.
- Xia, J., Miller, R. D. ,and Park, C. B. 1999. Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves. Geophysics 64(3): 691-700.
- Park, C. B., Miller, R. D. ,and Xia, J. 1999. Multichannel analysis of surface waves. Geophysics 64(3): 800-808.
- Park, C. B., Miller, R. D. ,and Xia, J. 1999. Multimodal analysis of high frequency surface waves. In Proceedings of the symposium on the application of geophysics to engineering and environmental problems Vol. 99: 115-121.
- Park, C.B., Miller, R.D., and Xia, J., 2001. Offset and resolution of dispersion curve in multichannel analysis of surface waves (MASW). Proceedings of the SAGEEP 2001, Denver Colorado: SSM4
- Park, C. B. ,and Miller, R. D. 2005. Multichannel analysis of passive surface waves— modeling and processing schemes. In ASCE GSP 138.
- Park, C. B., Miller, R. D., Xia, J. ,and Ivanov, J. 2007. Multichannel analysis of surface waves (MASW)—active and passive methods. The Leading Edge 26(1): 60-64.
- Pei, D. 2007. Modeling and inversion of dispersion curves of surface waves in shallow site investigations. ProQuest,

- SeisImager/SW Manual. 2005. Windows Software for Analysis of Surface Waves. OYO Operation,
- Schwab, F. ,and Knopoff, L. 1970. Surface-wave dispersion computations. Bulletin of the Seismological Society of America 60(2): 321-344.
- Schwab, F. 1970. Surface-wave dispersion computations: Knopoff's method. Bulletin of the Seismological Society of America 60(5): 1491-1520.
- Shearer, P. M. 1999. Introduction to seismology. Cambridge University Press,
- Snieder, R. ,and Trampert, J. 1999. Inverse problems in geophysics. Wavefield inversion 119-190.
- Supranata, Y. E., Kalinski, M. E. ,and Ye, Q. 2007. Improving the uniqueness of surface wave inversion using multiple-mode dispersion data. International Journal of Geomechanics 7(5): 333-343.
- Tarantola, A. 2005. Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. Society for Industrial & Applied
- Watson, T. H. 1970. A note on fast computation of Rayleigh wave dispersion in the multilayered elastic half-space. Bulletin of the Seismological Society of America 60(1): 161-166.
- Xia, J., Miller, R. D. ,and Park, C. B. 1999. Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves. Geophysics 64(3): 691-700.
- Xia, J., Miller, R. D., Park, C. B. ,and Tian, G. 2003. Inversion of high frequency surface waves with fundamental and higher modes. Journal of Applied Geophysics 52(1): 45-57.



### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายณัฐ กุลอยเทพ เกิดวันที่ 17 ตุลาคม พ.ศ.2531 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2552 และเข้าศึกษาต่อในแขนงวิชาวิศวกรรมธรณีเทคนิค สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ภาควิชาการศึกษาดัน ปีการศึกษา 2553