ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2556

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING SCAFFOLDING STRATEGIES ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND COMMUNICATION ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Miss Hathairat Yosphan

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2013

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดย	นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หทัยรัตน์ ยศแผ่น : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING SCAFFOLDING STRATEGIES ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND COMMUNICATION ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ. ดร.สมยศ ชิดมงคล, หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ 2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 5. เพื่อศึกษาพัฒนาการด้านมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 98 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 48 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อ การเรียนรู้ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้วัดก่อนและหลัง จำนวน 2 ชุด ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.94 และ 0.91 และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ใช้วัดก่อนและหลัง จำนวน 2 ชุด ที่มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.883 และ 0.925 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น การวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

2. นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2556

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5383430527 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: SCAFFOLDING LEARNING STRATEGIES / MATHEMATICAL CONCEPTS / MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

HATHAIRAT YOSPHAN: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING SCAFFOLDING STRATEGIES ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND COMMUNICATION ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: ASST. PROF. SOMYOT CHIDMONGKOL, Ph.D., pp.

The aims of the research 1) to study the mathematical concepts of students being taught by organizing mathematics learning activities using scaffolding learning strategies. 2) to compare the mathematical communication abilities of students before and after learning by organizing mathematics learning activity using scaffolding learning strategies. 3) to compare the mathematical concepts of students being taught by organizing mathematics learning activities using scaffolding learning strategies with those of students taught by conventional learning activities. 4) to compare the mathematical communication abilities of students being taught by organizing mathematics learning activities using scaffolding learning strategies with those of students taught by conventional learning activities. 5) to study the progress of the mathematical concepts and mathematical communication abilities of students being taught by organizing mathematics learning activities using scaffolding learning strategies.

The subjects were 98 eighth grade students in the second semester of the 2013 academic year at Suankalarbwittayalai Thonburi School. There were 48 students in the experimental group and 50 students in the control group. The experimental group was taught by the organizing mathematics learning activities using scaffolding strategies while the control group was taught by organizing mathematics learning activities using conventional methods. The instruments for data collection were two mathematical concept tests with the reliability of 0.94 and 0.91 and two mathematical communication ability tests with the reliability of 0.883 and 0.925 respectively. The experimental materials constructed by the researcher were the lesson plans using the scaffolding strategies , and the conventional lesson plans. The data were analyzed by arithmetic means, standard deviations, and t-tests.

The results of the study revealed that:

1) the mathematical concepts of students in the experimental group were higher than the minimum criteria of 50 percents.

2) the mathematical communication abilities of students in the experimental group were higher than those before the instruction at the .05 level of significance.

3) the mathematical concepts and mathematical communication ability of students in the experimental group were higher than those of the students in the control group at the .05 level of significance.

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature .....
Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year: 2013

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความเมตตาและกรุณาจากการดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ที่เสียสละเวลา ให้แนวคิดและคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขขอบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูง มา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยและในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านเป็นอย่างสูงที่ได้เสียสละเวลาให้คำแนะนำในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้บริหาร ครู และขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรีที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างดียิ่ง

ขอขอบคุณ เพื่อนๆ คณะวิทยาศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ เพื่อนๆ และน้องๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณคุณแม่ และพี่สาวที่ให้การสนับสนุน เป็นกำลังใจเสมอมา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ฌ

สารบัญภาพ ..... ฎ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 5

สมมติฐานการวิจัย 6

ขอบเขตของการวิจัย 7

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 8

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 11

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 12

1. แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolding) 13

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 28

3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 43

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 56

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 65

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 65

2. การออกแบบงานวิจัย 66

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 66

4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 67

5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล 90

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

6. การวิเคราะห์ข้อมูล 92
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 93
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 95
1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 95
2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 99
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 115
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 117
สรุปผลการวิจัย 119
อภิปรายผลการวิจัย 119
ข้อเสนอแนะ 125
รายการอ้างอิง 126
ภาคผนวก ก 132
ภาคผนวก ข 134
ภาคผนวก ค 146
ภาคผนวก ง 150
ภาคผนวก จ 163
ภาคผนวก ฉ 183
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 186

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 มาตรฐานในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 48

ตารางที่ 2 แสดงชั่วโมงการทำงาน.....50

ตารางที่ 3 แสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย.....50

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค 52

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนน การทำแบบทดสอบอัตนัย ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 55

ตารางที่ 6 แบบแผนการทดลอง.....66

ตารางที่ 7 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ จำนวนจริง.....70

ตารางที่ 8 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 71

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 86

ตารางที่ 10 เกณฑ์การประเมินระดับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 88

ตารางที่ 11 ค่าความเที่ยง ค่าความยากและอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง (หลังเรียน) และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....90

ตารางที่ 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนกลุ่มทดลองกับเกณฑ์ที่กรมวิชาการตั้งไว้ คะแนนเต็ม 30 คะแนน.....96

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม คะแนนเต็ม 30 คะแนน.....96

ตารางที่ 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง คะแนนเต็ม 45 คะแนน.....97

ตารางที่ 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม คะแนนเต็ม 45 คะแนน.....98

ตารางที่ 16 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของ.แบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) 147

ตารางที่ 17 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โครงสร้างของระบบจำนวนจริง (หลังเรียน) 148

ตารางที่ 18 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถใน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 149

ตารางที่ 19 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถใน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 149

ตารางที่ 20 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม คะแนนเต็ม 30 คะแนน 184

ตารางที่ 21 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม คะแนนเต็ม 30 คะแนน 185

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพประกอบที่ 1 The Zone of Proximal Development 16
ภาพประกอบที่ 2 กลวิธีของครูสำหรับการเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ 23
ภาพประกอบที่ 3 ขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์ 39
ภาพประกอบที่ 4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 40
ภาพประกอบที่ 5 แนวทางในการสร้างเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 87
ภาพประกอบที่ 6 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะเริ่มต้น (ก) 102
ภาพประกอบที่ 7 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะเริ่มต้น (ข) 102
ภาพประกอบที่ 8 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะเริ่มต้น (ค) 102
ภาพประกอบที่ 9 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะปลาย (ก) 103
ภาพประกอบที่ 10 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะปลาย (ข) 103
ภาพประกอบที่ 11 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะปลาย (ค) 103
ภาพประกอบที่ 12 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะปลาย (ง) 103
ภาพประกอบที่ 13 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะเริ่มต้น (ก) 105
ภาพประกอบที่ 14 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะเริ่มต้น (ข) 105
ภาพประกอบที่ 15 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะเริ่มต้น (ค) 106
ภาพประกอบที่ 16 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถในการนำเสนอของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะเริ่มต้น 107
ภาพประกอบที่ 17 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะปลาย (ก) 108
ภาพประกอบที่ 18 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะปลาย (ข) 109
ภาพประกอบที่ 19 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิด ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะปลาย (ก) 109

ภาพประกอบที่ 20 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะปลาย (ข) 110
ภาพประกอบที่ 21 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในระยะหลังเรียน (ก) 111
ภาพประกอบที่ 22 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน (ข) 112
ภาพประกอบที่ 23 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน (ข) 113

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ทิศทางการพัฒนาประเทศในแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 (พ.ศ. 2550 – 2554) กำหนดขึ้นบนพื้นฐานการเสริมสร้างทุนของประเทศทั้งทุนทางสังคม เศรษฐกิจ และทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม ดังนั้นสังคมไทยจึงให้ความสำคัญลำดับสูงกับการพัฒนาคน เนื่องจาก “คน” เป็นทั้งเป้าหมายที่จะได้รับประโยชน์จากการพัฒนา และเป็นผู้ขับเคลื่อนการพัฒนา ซึ่งต้องพัฒนาคุณภาพคนในทุกมิติอย่างสมดุลทั้งจิตใจ ร่างกาย ความรู้และทักษะความสามารถ เพื่อให้เพียบพร้อมทั้งด้าน ”คุณธรรม” และ “ความรู้” ทำให้รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงและสามารถตัดสินใจในการดำเนินชีวิต (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2550) ซึ่งสอดคล้องกับแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11 (พ.ศ. 2555 – 2559) ที่มีความต่อเนื่องจากแนวคิดของแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 โดยยังคงยึดหลัก “คนเป็นศูนย์กลางของการพัฒนา” (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2550)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาคนและการพัฒนาประเทศ ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์เข้าใจสิ่งต่างๆ รอบตัว สามารถแก้ปัญหาในชีวิตได้อย่างมีเหตุมีผล และยังเป็นพื้นฐานของการพัฒนาความคิดเพื่อสร้างความเจริญในด้านต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (อัมพร ม้าคนอง, 2547) ซึ่งสอดคล้องกับ สมทรง สุวพานิช (2541) ที่กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญและมีบทบาทต่อบุคคลมาก คณิตศาสตร์ช่วยฝึกให้คนมีความรอบคอบ มีเหตุผลรู้จักหาเหตุผล ความจริงการมีคุณธรรมเช่นนี้อยู่ในใจเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าความเจริญทางด้านวิทยาการใดๆ นอกจากนั้นเมื่อเด็กคิดและเคยชินต่อการแก้ปัญหาตามวัยไปทุกระยะแล้วเมื่อเป็นผู้ใหญ่ย่อมสามารถแก้ปัญหาชีวิตได้ ดังนั้นการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในประเทศไทยจึงมุ่งให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถและทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ดี เพื่อจะได้นำไปใช้ในการดำรงชีวิตและการพัฒนาสังคม

อย่างไรก็ตามการจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่ผ่านมายังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ซึ่งจะเห็นได้จากการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) พบว่า คะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ประจำปี พ.ศ. 2553 ได้คะแนนเฉลี่ย 24.18%

และ 14.99% ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2554: 67) คะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ประจำปี พ.ศ. 2552 ได้คะแนนเฉลี่ย 26.04% และ 28.55% ตามลำดับ (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2553b) และคะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ประจำปี พ.ศ. 2551 ได้คะแนนเฉลี่ย 32.65% และ 36.08% ตามลำดับ (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2553b) แสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำ นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบกับประเทศอื่นๆ ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนไทยก็ยังไม่ดีนัก เช่น การจัดลำดับโดยโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Program for International Student Assessment หรือ PISA) เมื่อปี ค.ศ. 2006 พบว่าคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) ของนักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 417 คะแนน ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยรวม ซึ่งเท่ากับ 484 คะแนน ค่อนข้างมาก (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2553a) ซึ่งสอดคล้องกับการจัดลำดับโดยโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ พ.ศ. 2550 (Trends in International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS 2007) ซึ่งพบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 441 คะแนน ต่ำกว่าคะแนนมัธยฐานนานาชาติ ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 500 คะแนน (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2553a)

จากสภาพดังกล่าวข้างต้นสะท้อนให้เห็นถึงคุณภาพการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตและการพัฒนาสังคม จำเป็นต้องได้รับการพัฒนาและปรับปรุงให้ดีขึ้น สาเหตุที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร มีหลายประการ ทั้งที่เป็นสาเหตุมากจากตัวนักเรียนเอง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอนหรืออาจเนื่องมาจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ต่างๆ ที่ยากแก่การทำความเข้าใจ นักเรียนส่วนใหญ่จึงเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก และครูยังไม่สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างลึกซึ้ง ซึ่งตามหลักการสอนคณิตศาสตร์แล้ว ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับลักษณะธรรมชาติ โครงสร้าง และปรัชญาของวิชาคณิตศาสตร์ ครูจะต้องสอนให้นักเรียนคิดและเกิดความเข้าใจในการคิด ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวทางคิดที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือพยายามใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรมหรือทำสิ่งที่เป็นนามธรรมมากๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้น (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 8-9) การที่นักเรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดีนั้นย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกันสามารถนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาในเรื่องอื่นๆ ได้ จะเห็นได้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับนาตยา ปิลันธนานท์ (2542) ที่กล่าวว่า “การที่

ผู้เรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความรู้ได้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่าย และสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ เพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่างๆ สอดคล้องกัน " ดังนั้น มโนทัศน์จึงมีความสำคัญต่อการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ของนักเรียน ผู้สอนจึงควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน

นอกจากนี้ลักษณะการสอนอีกประการหนึ่งที่อาจเป็นปัญหาต่อการพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนคือวิธีการสอนของครูที่มักเป็นการบรรยายหรือสาธิตประกอบการอธิบาย แล้วเป็นครูผู้สรุปกฎ ทฤษฎีต่างๆ ให้นักเรียนจดจำนำไปใช้ ทำให้ดังนั้นนักเรียนเรียนรู้ด้วยการท่องจำเป็นส่วนใหญ่ (มาลินท์ อิทธิรส, 2544) นักเรียนจะได้สื่อสารกับครูโดยการตอบคำถามของครูเท่านั้นซึ่งบางครั้งหากนักเรียนตอบผิด นักเรียนก็จะไม่ทราบเหตุผลว่าผิดอย่างไร แต่ครูจะใช้วิธีถามนักเรียนคนต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องที่ครูต้องการ สิ่งที่นักเรียนได้จะเป็นความรู้และความจำเท่านั้น (กิตติ พัฒนาตระกูลสุข, 2546) ซึ่งลักษณะการเรียนการสอนนี้ไม่ใช่การเรียนรู้เพื่อให้เกิดความเข้าใจ ดังนั้นกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงต้องเน้นการสื่อสารโดยให้นักเรียนได้มีโอกาสสื่อสารทั้งกับครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียน เพราะคณิตศาสตร์เป็นภาษาและการศึกษาคณิตศาสตร์ยังเป็นกิจกรรมทางสังคม (Barrody, 1993) การสื่อสารจึงสามารถพัฒนานักเรียนได้ทั้งความสามารถในการเรียนรู้และการมีทักษะทางสังคม และมีบทบาทในการเรียนการสอน คือเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างความคิดนามธรรมและรูปธรรม ภาษาทางทฤษฎีกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้วัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ คำพูด และมโนภาพแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Kennedy L. M., 1998) นักเรียนจะแลกเปลี่ยนแนวคิดด้วยการไตร่ตรอง กลั่นกรอง โต้แย้ง และแก้ไขปรับปรุงแนวคิดนั้นร่วมกับเพื่อนๆ และทำความเข้าใจของตนเองให้ชัดเจนขึ้น กระบวนการสื่อสารยังช่วยสร้างความคิดที่มีความหมายและสามารถนำไปปฏิบัติได้ โดยนักเรียนต้องคิด ให้เหตุผล และสื่อสาร ผลการคิดของตนเองต่อคนอื่นด้วยการพูด หรือการเขียน การฟังการอธิบายของคนอื่นและการสนทนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีโอกาสพัฒนาความเข้าใจของตนเอง และช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่แหลมคมขึ้น (National Council of Teachers of Mathematics, 2000)

จากความสำคัญของมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เพราะนอกจากนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาแล้ว นักเรียนควรจะต้องถ่ายทอดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนออกให้ผู้อื่นเข้าใจได้ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ากลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolding Learning Strategies) ซึ่งมีพื้นฐานมาจากแนวคิดการเรียนรู้กลุ่มคอนสตรัคติวิสต์เชิงสังคมของ Vygotsky (1981) เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้นักเรียนที่ไม่สามารถทำงานให้สำเร็จได้สามารถทำจนสำเร็จได้ด้วยตนเอง โดยมีครูหรือเพื่อนซึ่งเป็นผู้

มีศักยภาพมากกว่าเป็นผู้ให้การช่วยเหลือ โดยวิธีการช่วยเหลือจะขึ้นกับความสามารถในการทำงานของนักเรียน โดยจะค่อยๆ ลดความช่วยเหลือลงตามความสามารถในการปฏิบัติงานของนักเรียนที่เพิ่มขึ้น จนเมื่อนักเรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระแล้ว จะยุติการช่วยเหลือลง ซึ่งกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่ Anghileri J. (2006) ได้ออกแบบไว้ได้แบ่งการให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนออกเป็น 3 ระดับ ดังนี้

1) ระดับ 1 การให้ความช่วยเหลือโดยใช้การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน (Level 1 : Environmental Provision) ครูจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน ได้แก่การจัดหาสิ่งประดิษฐ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน และจัดการชั้นเรียน โดยจัดให้มีการเรียนที่มีความร่วมมือกับเพื่อน โดยนำเสนอเนื้อหาที่จะสอนผ่านสิ่งประดิษฐ์ในชั้นเรียน จากนั้นจึงให้นักเรียนทำใบงาน ใบกิจกรรม ซึ่งในการทำงานนี้จะทำให้นักเรียนเกิดการตรวจสอบตนเองว่ามีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนหรือไม่ โดยครูจะช่วยส่งเสริมพูดให้กำลังใจและให้การสนับสนุนการทำกิจกรรมของนักเรียน

2) ระดับ 2 การให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบาย ทบทวนและปรับโครงสร้างความคิด (Level 2: Explaining, Reviewing and Restructuring) ครูเป็นผู้ดำเนินการเรียนการสอน โดยควบคุมกิจกรรมและถ่ายทอดให้แก่นักเรียน โดยนำเสนอปัญหาที่สามารถคิดได้ด้วยวิธีที่แตกต่างกัน โดยครูนำเสนอการแก้ปัญหาด้วยวิธีหนึ่งแล้วจึงให้มีการอภิปรายในระดับกลุ่มและทั้งชั้นเรียนเพื่อให้ให้นักเรียนได้รับฟังความคิดจากงานของเพื่อนร่วมชั้นเรียนเพื่อสร้างความชัดเจนให้กับความคิดของตน และถามคำถามเพื่อสร้างความเข้าใจ

3) ระดับ 3 พัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์ (Level 3 : Developing Conceptual Thinking) ครูใช้สื่อเป็นตัวแทนในการเรียนรู้ พัฒนาความเข้าใจผ่านกิจกรรมที่นักเรียนทำ ซึ่งสื่อเหล่านี้จะแสดงออกถึงความคิดของนักเรียนและสิ่งที่นักเรียนต้องการจะสื่อสารผ่านกิจกรรม จากนั้นร่วมสนทนากับนักเรียนถึงความคิดที่แตกต่างไปจากวิธีที่นำเสนอ

ซึ่งกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้นี้จะทำให้เกิดการพัฒนามโนทัศน์ นอกจากนี้ยังพบว่ากระบวนการที่เกิดขึ้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้นั้นทำให้เกิดทักษะหลายๆ ด้าน เพราะกลวิธีนี้เน้นการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน ให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบและข้อสรุปได้ด้วยตนเอง (Anghileri J. , 2006) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโศจิวัฒน์ เสริฐศรี (2553) ซึ่งได้ทำการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตสูงขึ้นกว่าก่อนการทดลอง และเช่นเดียวกับ (Kajamies, 2010)(Kajamies, 2010)(Kajamies, 2010)(Kajamies, 2010)(Kajamies, 2010)(Kajamies, 2010)(Kajamies, 2010)(Kajamies, 2010)(Kajamies, 2010) ที่ได้ศึกษาการใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ในการพัฒนาการแก้โจทย์

ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ ซึ่งพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าก่อนการทดลอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้นกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 ซึ่งการที่นักเรียนได้เขียนอธิบายขยายความคิดหรือชี้แจงขั้นตอนการดำเนินการโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงขึ้นก็น่าจะส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสารสูงขึ้นด้วย ดังนั้นกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้จึงน่าจะช่วยพัฒนาการความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

จากความสำคัญและเหตุผลดังกล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการด้านมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สมมติฐานการวิจัย

จากการศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

Ewing McMahon and Bronwyn (2000) ได้ศึกษาตามแนวคิดของบรูเนอร์ในการฟื้นฟูความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยการเสริมต่อการเรียนรู้โดยการสอนแบบตัวต่อตัว วิธีการศึกษาโดยการสังเกตการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูสองคนกับนักเรียนอายุ 6 -7 ปี ในชั้นเรียนผ่านวีดีโอทัศน์ แล้วนำมาอภิปรายร่วมกัน ผลจากการสังเกตแสดงให้เห็นว่าการเสริมต่อการเรียนรู้ในลักษณะการสอนแบบตัวต่อตัวเป็นลักษณะการสอนที่เหมาะแก่การฟื้นฟูความรู้ทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ถึงเทคนิคการสอนเพื่อฟื้นฟูความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการบันทึกภาพวีดีทัศน์นั้นเป็นวิธีที่ดีเยี่ยม เพราะครูผู้สอนจะได้เห็นภาพขณะที่ตัวเองกำลังสอนโดยใช้เทคนิคที่พัฒนาขึ้นมา ภาพวีดีทัศน์ที่บันทึกไว้จะใช้ในการประเมินกิจกรรมการสอน วิธีในการสอน และพัฒนาการของนักเรียนในด้านคณิตศาสตร์

Kajamies, Vauras และ Kinnunen (2010) ได้ศึกษาการใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ในการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ โดยได้ศึกษากับนักเรียนอายุ 10 ปี จำนวน 8 คน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองได้ทำการสอนโดยใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้และออกแบบให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในรูปของเกมผจญภัยโดยใช้คอมพิวเตอร์ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าก่อนการทดลอง และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ขึ้นกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สุพัตรา จันทรโฆษิต (2552) ที่ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิคการลดบทบาทการเสริมศักยภาพที่มีต่อมโนทัศน์ทางชีววิทยา และความสามารถในการสร้างคำอธิบายของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่านักเรียนกลุ่มเรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิค การลดบทบาทการเสริมศักยภาพมีคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางชีววิทยาสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐาน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากที่กล่าวมาข้างต้น พบว่ากลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้มีความเกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งการที่ผลสัมฤทธิ์ดีนั้นมาจากความเข้าใจในมโนทัศน์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดย (กรมวิชาการ, 2535) คือ ร้อยละ 50

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีการพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

จากผลการศึกษาของ Lau Ngee Kiong and Hwa Tee Yong (2004) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้เรียนปกติ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ยังช่วยให้นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์แบบใหม่ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

สุภาพร พันธุ์ซื่อ (2551) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเขียนภาษาอังกฤษและลดความวิตกกังวลในการเขียนของนักเรียนระดับก้าวหน้า พบว่าความสามารถในการเขียนภาษาอังกฤษก่อนระหว่างและหลังเรียนโดยกลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้สูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง

จากที่กล่าวมาข้างต้น พบว่ากลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้สามารถพัฒนาความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการเขียนเพื่อสื่อความหมาย ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ว่าน่าจะส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยว่า

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 2 ห้อง ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่

การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 2 ห้องเรียน ประกอบด้วยนักเรียน จำนวน 98 คน

2. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

2.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มี 2 รูปแบบ คือ

2.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

2.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.2 ตัวแปรตาม คือ

2.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีการช่วยเหลือสนับสนุนการเรียนรู้โดยครูหรือเพื่อนที่เก่งกว่า เป้าหมายของการช่วยเหลือ คือการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนักเรียนจะได้รับความช่วยเหลือด้วยรูปแบบต่างๆที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ซึ่งการให้ความช่วยเหลือนี้ครูจะใช้แบบทดสอบเพื่อประเมินความช่วยเหลือว่าจะให้ความช่วยเหลือนักเรียนในระดับใด โดยประเมินระดับการให้ความช่วยเหลือจากภาพรวมของนักเรียนทั้งห้อง โดยในงานวิจัยนี้ใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Anghileri (2006) และใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วยขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1) ขั้นนำ ประเมินความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะสอนเพื่อกำหนดระดับการให้ความช่วยเหลือด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่จะใช้ในขั้นสอนจากการให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เกี่ยวข้องกับความรู้เดิมดังกล่าว จากนั้นครูทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิมเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยการใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียน หรือเพิ่มความรู้ที่จำเป็นเพื่อเป็นการเตรียมพร้อม

2) ขั้นสอน สอนเนื้อหาใหม่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท รวมถึงการประยุกต์ใช้ความรู้ โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ โดยครูพิจารณาระดับของการให้ความช่วยเหลือจากภาพรวมของคะแนนแบบทดสอบของนักเรียนทั้งห้องในแต่ละคาบ ว่าในคาบนั้นจะให้ความช่วยเหลือในระดับใด ดังนี้

2.1 ช่วงการสอนเนื้อหา

2.1.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมน้อย ไม่สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 1 การให้ความช่วยเหลือโดยใช้การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน (Level 1 : Environmental Provision) ครูให้ความช่วยเหลือโดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเพื่อให้เกิดความร่วมมือและมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ช่วยเหลือกันระหว่างเพื่อน (Peer collaboration) แล้วกระตุ้นให้นักเรียนได้เล่นและสัมผัสกับสื่ออย่างอิสระ (Free play) โดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Artefacts) ที่ครูเตรียมมา จากนั้นใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนระบุองค์ประกอบสำคัญที่เชื่อมโยงและเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่จะสอน แล้วใช้ใบงานหรือใบกิจกรรมที่มีการกำหนดชี้แนะแนวทาง (Structure tasks) เพื่อจัดระบบความคิดในการอธิบายมโนทัศน์โดยตัวของนักเรียน หากพบว่านักเรียนยังไม่สามารถเข้าใจมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้อง ครูจะให้ความช่วยเหลือโดยการให้นักเรียนปรับแก้งาน (Modifying task) เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบปรับแก้ความเข้าใจในมโนทัศน์ด้วยตนเอง (Self – correcting) ทั้งเป็นรายกลุ่มและรายบุคคล

2.1.2 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมปานกลาง สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้แต่ไม่สามารถสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้ จะให้ความช่วยเหลือในระดับ 2 การให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบาย ทบทวนและปรับโครงสร้างความคิด (Level 2: Explaining, Reviewing and Restructuring) ครูให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบาย (Explaining) เพิ่มเติมเพื่อสรุปหรือคัดกรองประเด็นสำคัญ หรือใช้คำถามกระตุ้น ชี้แนะ (Prompting and probing) ให้นักเรียนค้นหาคำตอบตามที่ครูได้กำหนดไว้ รวมถึงการใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจและขยายความคิดในสิ่งที่เรียน หรือยกตัวอย่างเหตุการณ์ในชีวิตจริง (Providing meaningful contexts) มาเทียบเคียงให้เห็นความสัมพันธ์ที่เป็นรูปธรรมสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งนักเรียนไม่อาจเข้าใจได้อย่างทันที หรือให้นักเรียนสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเพื่อให้เกิดความคิดที่สอดคล้องกัน (Negotiating Meanings) หรือยกตัวอย่างเพิ่มเติม (Parallel modeling)

2.1.3 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมมาก สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองเมื่อได้รับโอกาส จะให้ความช่วยเหลือในระดับ 3 การให้ความช่วยเหลือโดย

การพัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์ (Level 3 : Developing Conceptual Thinking) ครูให้ความช่วยเหลือโดยให้นักเรียนร่วมวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนรู้ (Making connections)ร่วมกันสรุปและแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกัน หรือให้นักเรียนประมวลความคิดที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ข้างต้น ที่อธิบายถึงความคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจนำเสนอได้ในหลายๆ รูปแบบ โดยความสัมพันธ์ของความคิดนั้นอาจมีลักษณะเป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ หรือคำพูด (Developing representational tools) หรือให้นักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้จากการเรียนรู้ ระบุถึงคุณค่าและประโยชน์ของมโนทัศน์ที่ได้ รวมถึงการขยายไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ (Generating Conceptual discourse)

2.2 ช่วงการประยุกต์ความรู้ เป็นการนำความรู้ที่ได้รับมาในช่วงสอนไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ หากพบว่านักเรียนยังไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ ครูให้ความช่วยเหลือโดยอธิบาย (Explaining) ประเด็นของปัญหาในจุดที่นักเรียนสงสัย หรือทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying the problem) โดยครูลดระดับความซับซ้อนของปัญหา แล้วให้นักเรียนเริ่มทำจากขั้นง่ายๆ แล้วครูอาศัยข้อมูลป้อนกลับ เพื่อให้นักเรียนได้ปรับแก้ปัญหานั้นได้ หรือใช้คำถามกระตุ้น ชี้แนะ (Prompting and probing) ให้นักเรียนค้นหาคำตอบตามที่ครูได้กำหนดไว้ หรือยกตัวอย่างที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่นักเรียนแก้ (Parallel modeling) หรือให้นักเรียนสนทนาแลกเปลี่ยนขั้นตอนการแก้ปัญหา (Negotiating Meanings) ของแต่ละคนแล้วร่วมกันสรุปและปรับปรุงให้ได้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มาจากความคิดเห็นของนักเรียนด้วยกัน ด้วยมีครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง (Re-phrasing students' Talk)

3) ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากสิ่งที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียน และอาจให้ฝึกเพิ่มเติมจากการทำแบบฝึกหัด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดมาจากความรู้ การสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสรุปออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในที่นี้สามารถวัดออกมาได้เป็นคะแนน จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อตีความ แปลความ วิเคราะห์ความหมาย แสดงความหมายของแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีขั้นตอนเป็นระบบ ประกอบด้วย

1) ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการตีความ แปลความ วิเคราะห์ความหมายของแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2) ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3) ความสามารถในการนำเสนอ หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีขั้นตอนเป็นระบบ

ประเมินได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้สามารถใช้เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา ในการนำไปใช้ในการจัดการเรียนสอนคณิตศาสตร์สำหรับห้องเรียนที่เน้นพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ สามารถใช้เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา ในการนำไปใช้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. แนวคิดการเสริมการเรียนรู้
    1.1 ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้
    1.2 ทฤษฎีประวัติศาสตร์ทางสังคมของ Vygotsky
    1.3 การเสริมต่อการเรียนรู้กับพื้นที่รอยต่อของพัฒนาการ
    1.4 กลวิธีในการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้
    1.5 การเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้
    1.6 ข้อดีและข้อจำกัดของการเสริมต่อการเรียนรู้
2. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    2.3 ประเภทของมโนทัศน์
    2.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    2.5 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    2.6 การสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    2.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.2 แนวทางในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.3 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดเสริมต่อการเรียนรู้
    4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolding)

1.1 ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้

ได้ให้ความหมายของการเรียนการสอนแบบการเสริมต่อการเรียนรู้ว่า เป็นกระบวนการที่ทำให้เด็กหรือนักเรียนสามารดำเนินการแก้ปัญหาหรือทำงานให้บรรลุเป้าหมายที่อยู่เหนือความพยายามของนักเรียนที่จะทำได้ด้วยตนเอง แต่จะทำได้เมื่อได้รับความช่วยเหลือสนับสนุนและการช่วยเสริมศักยภาพต่างๆ ชองงานโดยครู หรือผู้ใหญ่ ที่ในครั้งแรกงานเหลานั้นอยู่เหนือความสามารถของนักเรียนที่จะกระทำได้ด้วยตนเอง ด้วยวิธีที่ทำให้นักเรียนใส่ใจและทำองค์ประกอบต่างๆ ของงานเหล่านั้นให้สำเร็จ ซึ่งองค์ประกอบของงานเหล่านั้นต้องอยู่ในช่วงหรือชอบเขตที่นักเรียนจะสามารถทำได้

Vygotsky (1981) ให้ความหมายของการเสริม ต่อการเรียนรู้ว่าเป็นการให้ความช่วยเหลือนักเรียนให้สามารถทำงานที่ไม่สามารถทำงานให้สำเร็จได้ตามลำพังให้สามารถทำสำเร็จได้ เป็นโครงสร้างชั่วคราวที่ยืดหยุ่นได้ โดยครูคอยๆ ลดการช่วยเหลือลงแล้วถ่ายโอนความรับผิดชอบการทำงานไปสู่นักเรียน นักเรียนลงมือกระทำมีปฏิสัมพันธ์กับสังคม หลักการสำคัญของการเสริมต่อการเรียนรู้คือ ครูต้องประเมินความรู้ ทักษะ และความต้องการของนักเรียน การเรียนรู้สิ่งที่ไม่สามารถเรียนรู้ได้ตามลำพังโดยต้องได้รับการช่วยเหลือจากครูและเพื่อนที่มีความรู้มากกว่า ทั้งนี้การให้การเสริมต่อการเรียนรู้ต้องเหมาะสมกับพัฒนาการของนักเรียน สามารถให้ความช่วยเหลือได้หลายรูปแบบ เช่น การตั้งคำถาม การบอกหรืออธิบายวิธีการ การสาธิตหรือแสดงให้ดู การให้แบบอย่าง การชี้แนะ การทำงานกลุ่ม การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบก่อน เป็นต้น ซึ่งใช้ได้ทั้งการเสริมต่อด้วยสื่อที่มองเห็น และการเสริมต่อแบบเป็นคำพูด ใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ และกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้

Rosenshine และ Meister (1992) กล่าวถึงการใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ว่าเป็นการประยุกต์แนวคิดบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการมาสู่การเรียนการสอน โดยกล่าวว่าการใช้วิธีการเสริมด้วยการเรียนรู้เป็นรูปแบบของการสนับสนุนที่ครูหรือนักเรียนคนอื่นๆ ให้แก่นักเรียนด้วยกัน เพื่อช่วยให้นักเรียนเชื่อมต่อระหว่างความสามารถในปัจจุบัน และเป้าหมายที่ตั้งไว้

Young (1993 อ้างถึงใน Dabbagh, 2003) ได้ให้ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ว่า เป็นการช่วยให้ผู้เริ่มเรียน เรียนโดยการจำกัดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้และค่อยๆ ลดการจำกัดนี้ออกไป (เรียกว่าการ fading) เมื่อผู้เรียนได้รับความรู้ทักษะและ ความมั่นใจในการจัดการกับบริบทที่มีความซับซ้อน การให้ความช่วยเหลือผู้เรียนพิจารณาจากความสามารถและความต้องการของผู้เรียน เมื่อผู้เรียนมีความสามารถในการทำงานนั้นแล้วจะมีการลดความช่วยเหลือลงทีละน้อย เพื่อให้ผู้เรียนสามารถทำงานนั้นสำเร็จได้ด้วยตนเอง การลดความช่วยเหลือสามารถช่วย

ให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้โดยการกำกับตนเอง (Self – regulated Learning) และนำไปสู่การเป็นผู้เรียนที่มีความเชื่อมั่นในตนเอง (Self – reliant) ได้ในที่สุด

Dixon – Krauss (1996) ได้ให้นิยามของการใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ว่าเป็นการที่ครูมอบหมายงานที่จะให้นักเรียนเรียนรู้ และมีการแนะนำ ชี้แนะ โดยการพูดคุยสนทนากับนักเรียนเพื่อให้แนวทางในการที่จะเรียนรู้งานนั้นๆ

Eggen P. and Kauchak D. (1997) ให้ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ว่าเป็นการช่วยเหลือเพื่อให้นักเรียนทำงานที่ไม่สามารถทำงานตามลำพังได้สำเร็จ การเสริมต่อการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนผ่านพื้นที่บริเวณรอยต่อพัฒนาการโดยช่วยเหลือนักเรียนให้สามารถทำงานได้สำเร็จโดยอิสระ ผลของการช่วยเหลือตอบสนองต่อความต้องการของนักเรียน ปรับความต้องการเข้ากับความสามารถในการปฏิบัติของนักเรียน ครูเข้ามาช่วยเหลือเมื่อนักเรียนต้องการ และปล่อยให้นักเรียนเป็นอิสระเมื่อนักเรียนทำงานได้เอง รูปแบบของการเสริมต่อการเรียนรู้ที่ใช้ในการสอน เช่น การเป็นตัวแบบ (Modeling) การคิดและพูดออกมาดังๆ (Think – Aloud) การใช้คำถาม (Questions) การปรับสื่อการเรียนการสอน (Adapting Instruction Materials) และการให้คำแนะนำโดยไม่ลังเล (Prompts and Cues)

Larkin (2001) ได้อธิบายการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ว่าเป็นการช่วยเหลือสนับสนุนให้นักเรียนสามารถทำงานได้สำเร็จ เมื่อนักเรียนต้องเรียนรู้สิ่งที่ใหม่หรือสิ่งที่ยาก นักเรียนอาจจะต้องการความช่วยเหลือมากขึ้น และเมื่อนักเรียนเริ่มจะทำงานนั้นได้สำเร็จ การช่วยเหลือสนับสนุนนั้นจะค่อยๆ ลดลง จนกระทั่งนักเรียนสามารถรับผิดชอบหรือทำงานนั้นได้ด้วยตนเองการช่วยเหลือก็จะยุติลง

สุพัตรา จันทรโฆษิต (2552) ให้ความหมายของเรียนการสอนโดยใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ว่าเป็นการเรียนการสอนที่ผู้สอนหรือผู้ที่มีศักยภาพมากกว่าให้ความช่วยเหลือหรือสนับสนุนผู้เรียนโดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยผู้เรียนที่ไม่สามารถทำงานสำเร็จได้ด้วยตนเองให้สามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง และการช่วยเหลือจะลดลงอย่างเป็นลำดับ เมื่อผู้เรียนเพิ่มความสามารถในการปฏิบัติงานด้วยตนเองได้

โศจิวัจน์ เสริฐศรี (2553) ได้ให้ความหมายของการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ว่าเป็นกระบวนการของการช่วยเหลือ สนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างเป็นระบบ โดยมีครูคอยให้การช่วยเหลือ หรือนักเรียนให้การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ซึ่งเป็นปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นระหว่างนักเรียน ครูหรือผู้ที่มีศักยภาพมากกว่า เป้าหมายของการช่วยเหลือคือ การให้นักเรียนสามารถปฏิบัติงานที่นักเรียนไม่สามารถทำให้สำเร็จได้ด้วยตนเองให้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยตนเอง วิธีการช่วยเหลือจะค่อยๆ เปลี่ยนแปลงไปตามระดับความสามารถในการปฏิบัติงานของนักเรียน โดยการช่วยเหลือจะค่อยๆ ลดลง ในขณะที่นักเรียนค่อยๆ เพิ่มความสามารถในการปฏิบัติงานด้วยตนเอง

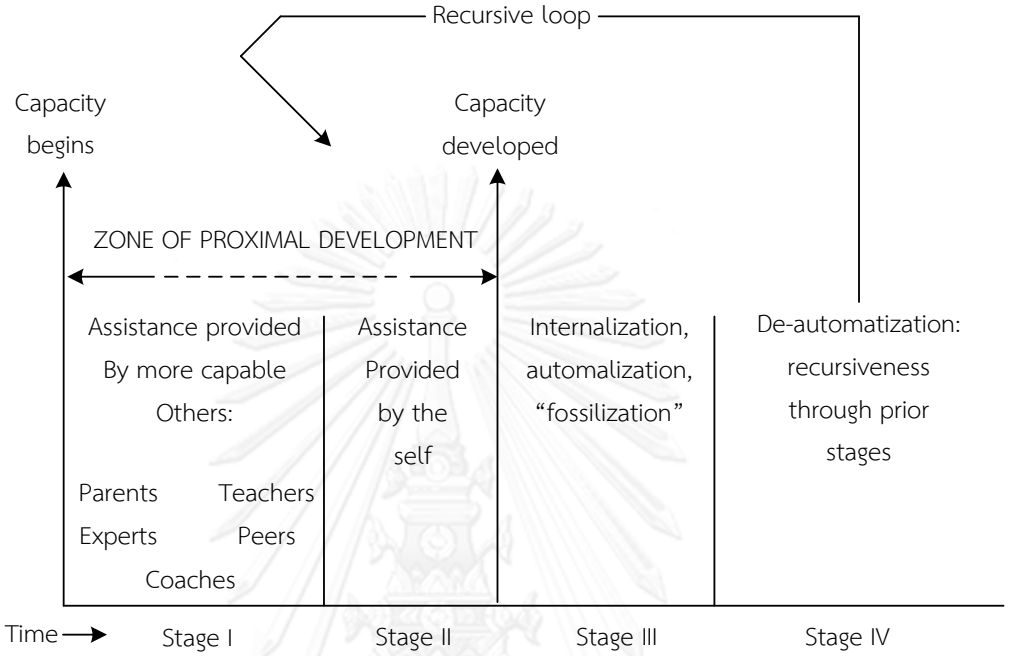
และเมื่อนักเรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระแล้ว การช่วยเหลือในการทำกิจกรรมนี้จะยุติลง

จากความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า การเรียนการสอนโดยใช้วิธีการการเสริมต่อการเรียนรู้ว่าเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่ช่วยเหลือสนับสนุนให้นักเรียนที่ไม่สามารถทำงานให้สำเร็จได้สามารถทำจนสำเร็จได้ด้วยตนเอง โดยมีครูหรือเพื่อนซึ่งเป็นผู้มีศักยภาพมากกว่าเป็นผู้ให้การช่วยเหลือ โดยวิธีการช่วยเหลือจะขึ้นกับความสามารถในการทำงานของนักเรียน โดยจะค่อยๆ ลดความช่วยเหลือลงตามความสามารถในการปฏิบัติงานของนักเรียนที่เพิ่มขึ้น จนเมื่อนักเรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระแล้ว การจะยุติการช่วยเหลือลง

1.2 ทฤษฎีประวัติศาสตร์ทางสังคมของ Vygotsky (Vygotsky's social constructivism)

แนวคิดที่นำมาใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน คือ ทฤษฎีประวัติศาสตร์ทางสังคมของ Vygotsky (1816 – 1934) ซึ่งเป็นนักจิตวิทยาชาวรัสเซียที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญา โดยทฤษฎีของเขาเน้นความสำคัญของวัฒนธรรม สังคม และการเรียนรู้ที่มีต่อการพัฒนาทางสติปัญญา เขากล่าวว่าเชาวน์ปัญญาของเด็กจะพัฒนาขึ้นมาจากบริบทของวัฒนธรรมและสังคมซึ่งมีอิทธิพลต่อเด็ก เด็กจำนวนมากมีความรู้และทักษะค่อยปรากฏขึ้นจากการปฏิสัมพันธ์กับพ่อแม่ ครู และคนอื่นๆ ที่มีประสบการณ์หรือความชาญมากกว่า Vygotsky เห็นด้วยกับ Piaget ว่าเด็กเล็กมีความอยากรู้อยากเห็นที่จะสำรวจตรวจค้น อยากลงมือ กระทำในการเรียนรู้ และเกิดการค้นพบ แต่แนวคิดที่ Vygotsky ไม่เห็นด้วยกับ Piaget คือ การแก้ปัญหาตามลำพังของเด็ก ในทางกลับกันการแก้ปัญหาหรือการค้นพบจะเกิดจากบริบทของการเรียนรู้ร่วมมือ การสนทนาระหว่างผู้ที่มีประสบการณ์มากกว่า ซึ่งเป็นตัวอย่างในการกระทำ และถ่ายทอดมาเป็นคำพูดคำสนทนา อย่างเช่น การที่เด็กเริ่มจะเข้าโรงเรียน การทำความเข้าใจในการสอนของครูในครั้งแรก และต่อมาในที่สุดก็สามารถทำความเข้าใจและเรียนรู้ได้ โดยเฉพาะจากการสอนหรือคำแนะนำของครู จากการศึกษาของ Vygotsky เด็กหญิงอายุ 4 ปีเริ่มหัดต่อภาพ (Jigsaw) เป็นครั้งแรก เด็กหญิงได้พยายามต่อภาพแต่ทำอย่างไรก็ทำไม่ได้ จนกระทั่งพ่อสังเกตเห็นและนั่งข้างๆ พูดคุยให้ข้อคิดว่าจะเป็นการดี ถ้าจะเริ่มวางชิ้นส่วนจากมุมแรกก่อน และชี้ไปที่มุมสีชมพู เด็กหญิงทำไปและเกิดการติดขัดอีก และรู้สึกท้อแท้ใจ พ่อจึงวางภาพอีก 2 ชิ้นไว้ใกล้ๆ ภาพที่เด็กหญิงต่อได้ ในที่สุดเด็กหญิงก็ต่อภาพได้สำเร็จ การใช้คำพูดของพ่อที่คอยกระตุ้นหรือแนะนำเด็กหญิงให้ได้ลงมือทำเองจนประสบความสำเร็จ ในช่วงที่เด็กหญิงติดขัดไม่สามารถต่อภาพได้และพ่อเข้ามาช่วยแนะนำโดยการสนทนา Vygotsky เรียกว่า The Zone of Proximal Development ซึ่งแสดงให้เห็นช่องว่างระดับพัฒนาการที่แท้จริงขณะที่ตัดสินใจแก้ปัญหาอย่างอิสระ กับระดับพัฒนาการที่สูงขึ้นของการพัฒนาศักยภาพขณะแก้ปัญหาตามคำแนะนำของผู้ใหญ่ หรือทำงานกับเพื่อนที่มีความสามารถมากกว่า Vygotsky เรียกการช่วยเหลือ

เด็กในการเรียนรู้ว่า “Scaffolding” ซึ่งหมายความว่า การให้ความช่วยเหลือเด็กในการเรียนรู้ หรือการแก้ปัญหา หรือการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งเด็กไม่สามารถทำได้ด้วยตนเองจนสัมฤทธิ์ผลตามวัตถุประสงค์



ภาพประกอบที่ 1 The Zone of Proximal Development

Vygotsky อธิบายว่า การเรียนรู้เกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อเด็กมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้ใหญ่ เช่น พ่อแม่ ครู และเพื่อน ในขณะที่เด็กอยู่ใสภาวะสังคมและวัฒนธรรม (Social Cultural Context) ในกระบวนการเรียนรู้และพัฒนาการเชาวน์ปัญญาเด็กหรือนักเรียน เปลี่ยนสิ่งเร้าที่เกิดจากการที่ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเข้าไว้ภายในใจ โดยอาศัยกลไกกลาง (Mediation Means) เป็นเครื่องช่วยเชื่อมโยงสิ่งเร้าภายนอกในสภาวะสังคมให้เป็นส่วนหนึ่งของสิ่งที่มีอยู่ภายในใจ กลไกกลาง ที่ใช้คือเครื่องมือ (Tool) และเครื่องหมาย (Sign) Vygotsky ให้ความหมายของ เครื่องมือว่าเป็นสิ่งที่นักเรียนใช้เพื่อช่วยในการทำงานให้สัมฤทธิ์ผลตามความต้องการ เครื่องหมายจึงเป็นสิ่งที่ใช้แทนวัตถุสิ่งของที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรม

Vygotsky ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับบทบาทของภาษาในพัฒนาการเชาวน์ปัญญา เพราะภาษาเป็นเครื่องมือสำคัญของการคิด การเข้าใจพัฒนาการของภาษาจึงสำคัญมาก Vygotsky ได้แบ่งพัฒนาการของภาษาออกเป็น 3 ขั้น

ขั้นที่ 1 ภาษาที่ใช้ในการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น ซึ่ง Vygotsky ให้ชื่อว่า ภาษาสังคม (Social Speech) ตั้งแต่แรกเกิดจนถึง 3 ขวบ เป็นขั้นแรกของพัฒนาการทางภาษา เด็กจะใช้ภาษา

เพื่อแสดงความคิดหรืออารมณ์ และในการควบคุมพฤติกรรมของผู้อื่น โดยใช้คำพูดพยางค์เดียว เช่น “ไม่” หมายความว่า “ไม่ชอบ” “ไม่ต้องการ” “ไม่ได้” หรือ “น้ำ” หมายความว่า “ต้องการดื่มน้ำ”

ขั้นที่ 2 ภาษาที่พูดกับตนเอง (Egocentric Speech) (3 – 7 ขวบ) เด็กวัยนี้จะใช้ภาษาพูดกับตนเอง โดยไม่จำเป็นจะต้องเกี่ยวข้องกับใคร เด็กมักจะใช้ภาษาคล้ายกันเป็นสิ่งที่สั่งให้เด็กทำงาน แม้ว่าจะพูดคนเดียว แต่มักจะออกสียงให้ผู้อื่นได้ยินด้วย Vygotsky ให้ความสำคัญของ Egocentric Speech ว่ามีบทบาทสำคัญในการประสานความคิด และพฤติกรรม หรือการแสดงออก

ขั้นที่ 3 ภาษาที่พูดในใจเฉพาะของตนเอง (Inner Speech) 7 ขวบขึ้นไป ภาษาที่พูดในใจเป็นตัวแปรสำคัญในการพัฒนาการเชาวน์ปัญญาขั้นสูง Vygotsky กล่าวว่า การคิดทุกอย่างๆใช้ภาษาที่พูดในใจเงียบๆ การวิจัยเกี่ยวกับการใช้ภาษาที่พูดในใจเฉพาะตัวและการคิดแก้ปัญหา พบว่าเด็กจะใช้ภาษาที่พูดในใจบ่อยขึ้น จะใช้เฉพาะตนเองมากกว่าเด็กที่แก่ปัญหาซับซ้อนได้ช้า ทั้งนี้เป็นเพราะเด็กใช้ภาช่วยในการคิดวางแผนขั้นตอนที่จะแก้ปัญหา

การเรียนรู้ตามแนวคิดของ Vygotsky เด็กและครูสอนควรมีลักษณะดังนี้

1) เด็กทุกคนต้องมีปฏิสัมพันธ์เกี่ยวโยงกับโลกภายนอกที่ล้อมรอบตัวเขาเหล่านั้น และมีโอกาสได้ค้นหาคำตอบตามสมมติฐานเพื่ออธิบายสิ่งต่างๆ ในสิ่งแวดล้อมของเขา

2) ในการหาคำตอบตามการคาดคิด หรือทำนาย เพื่อใช้ในการอธิบายนั้นเป็น การเปิดโอกาสให้เด็กได้สร้างรูปแบบจำลอง ตัวแทนวัตถุ ปรากฏการณ์ธรรมชาติและเหตุการณ์ที่เด็กประสบไว้ในใจ ในความคิดหรือประสบการณ์ตรง

3) ความรู้และความคิดตามรูปแบบจำลองที่เด็กได้พบและสร้างขึ้นเอง อาจจะมีลักษณะที่ยังขาดความสมบูรณ์ หรือเป็นเพียงความคิดรวบยอดที่แคบเมื่อเทียบกับความรู้ความคิดของผู้ที่มีความชำนาญประสบการณ์มาก ดังนั้นจึงต้องมีการปรับปรุงแก้ไขความคิดรวบยอดที่ไม่เหมาะสมให้เกิดความสมบูรณ์ขึ้นใหม่ หรือมีการขยายแบบจำลองความคิดรวบยอดต่อไป การเรียนรู้ของเด็กเกิดขึ้นได้โดยการลงมือกระทำสิ่งที่มีความหมายสำหรับตนเอง แม้ว่าการสร้างสิ่งที่มีความหมายจะเกิดจากการแนะนำของคนอื่นก็ตาม

4) การสร้างความรู้ความสามารถปรากฏขึ้น เมื่อเด็กแต่ละคนได้มีส่วนเข้าไกระทำในกระบวนการนั้นแล้วเท่านั้น

5) การสร้างความรู้ถือว่านักเรียนเป็นผู้รับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง ครูเป็นเพียงผู้สนับสนุน หรือผู้อำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้เท่านั้น

6) การสร้างความรู้เกิดจากเด็กสร้างสิ่งที่มีความหมายแลกเปลี่ยนกัน โดยอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

7) บทบาทของครูไม่ใช่เป็นเพียงผู้ถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียนเพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่เป็นการช่วยนักเรียนสร้างและประกอบจำลองทางความคิดขึ้นมาใหม่ ซึ่งนักเรียนใช้ในการอธิบายวัตถุปรากฏการณ์ธรรมชาติและเหตุการณ์ต่างๆ ในสิ่งแวดล้อมรอบตัวของนักเรียน

ทฤษฎีของ Vygotsky มีความเกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาค่อนข้างชัดเจน Vygotsky ให้ความสำคัญเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนว่า เกิดจากการกระทำมากกว่าการเรียนรู้เฉยๆ เขาได้ประเมินความสามารถในการเรียนรู้ สิ่งที่เห็นถึงความแตกต่างอย่างชัดเจน ในเรื่องของการตระหนักในบทบาทของครู ครูจะเป็นผู้คอยชี้แนะและมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูจะให้ความช่วยเหลือเพื่อให้นักเรียนได้แสดงออกในความสามารถได้อย่างเต็มที่ และมีการวัดความก้าวหน้าของนักเรียน ครูควรจัดเตรียมการฝึกให้นักเรียนได้มีการเรียนรู้ร่วมมือเพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน นอกจากการเรียนรู้ร่วมมือแล้ว ในการเล่นร่วมกัน (Cooperative Play) นักเรียนได้เรียนรู้ในการพัฒนากฎระเบียบต่างๆ เพื่อการอยู่ร่วมกัน ในสังคม มีการเจรจาวางแผนสวมบทบาทและแบ่งหน้าที่กันในอาชีพต่างๆ นักเรียนจะมีการแก้ ปัญหาเพื่อหาคำตอบที่นักเรียนคิดว่าถูกต้องไปด้วย การเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยส่งเสริมให้สมาชิกในกลุ่มได้รับการสอนหรือชี้แนะจากผู้ใหญ่ หรือเพื่อนที่มีความสามารถหรือ ประสบการณ์มากกว่าจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากกว่า ซึ่งจะพบว่า

1) นักเรียนจะเกิดแรงจูงใจมากขึ้นในขณะที่ทำงานหรือแก้ปัญหาร่วมกัน

2) การเรียนรู้ร่วมมือมีจุดประสงค์หลักคือ ต้องการให้นักเรียนได้อธิบายหรือบอกความคิด เพื่อแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกัน และพิสูจน์ข้อขัดแย้ง กิจกรรมที่อยู่ในการเรียนรู้ร่วมมือจะช่วยให้นักเรียนได้ร่วมคิดตัดสินใจด้วยความคิดของตนเอง และมีความชัดเจนยิ่งขึ้นถ้านักเรียนเกิดความเข้าใจ

3) นักเรียนจะได้ใช้เชาวน์ปัญญาระดับสูงขณะที่ทำงานร่วมกัน กลวิธีนี้จะเป็นการนำความคิดและวิธีการที่จะไม่สามารถเกิดขึ้นได้ตามลำพัง

ทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของ Vygotsky ให้ความสำคัญเกี่ยวกับพัฒนาการ ทางเชาวน์ปัญญาซึ่งเกิดจากการที่เด็กได้รับการเรียนรู้จากกระบวนการทางสังคม การเรียนรู้ร่วมมือจากเพื่อนและผู้ใหญ่ที่มีความสามารถมากกว่า ในขณะที่เด็กอยู่ในบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (Zone of Proximal Development) จะได้รับการช่วยเหลือ (Scaffold) โดยผ่านการเรียนรู้ร่วมมือซึ่งเปิดโอกาสให้เด็กได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและให้มีการปฏิสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน จะส่งผลให้เด็กแต่ละคนพัฒนาความคิดของตนเองได้เต็มศักยภาพ

1.3 การเสริมต่อการเรียนรู้กับพื้นที่รอยต่อของพัฒนาการ

มโนทัศน์ของการเสริมต่อการเรียนรู้มีพื้นฐานมาจากแนวคิดการเรียนรู้กลุ่มคอนสตรัคติวิสต์เชิงสังคมของ Vygotsky L.S. (1978) ตามแนวคิดของ Vygotsky ทุกๆ หน้าที่ทางสมองสำหรับพัฒนาการของเด็ก เกิดขึ้นครั้งแรกจาก การร่วมมือกับผู้ใหญ่ การร่วมมือที่เกิดขึ้น Vygotsky อ้างถึงบริเวณรอยต่อของพัฒนาการ (Zone of Proximal Development) พื้นที่ที่อยู่ระหว่างกิจกรรมที่เด็กสามารถทำได้เองโดยอิสระกับพื้นที่ที่สามารถทำได้ด้วยการช่วยเหลือ พื้นที่รอยต่อของพัฒนาการคือพื้นที่ระหว่างพัฒนาการจริง ซึ่งพิจารณาการแก้ ปัญหาได้ด้วยตนเองกับระดับพัฒนาการที่พัฒนาได้จากการแก้ปัญหาภายใต้การแนะนำและร่วมมือกับผู้ที่มีความสามารถมากกว่า ครูหรือกลุ่มเพื่อนที่มีความเชี่ยวชาญมากกว่ามีความจำเป็นมากสำหรับกระบวนการเรียนรู้ พัฒนาการของบุคคลเกิดขึ้นในบริบทของกิจกรรมที่มีตัวแบบและการช่วยเหลือของคนที่มีทักษะมากกว่า งานของครูก็คือ การประเมินความเข้าใจของนักเรียนเพื่อให้ถึงจุดที่แท้จริงของพื้นที่รอยต่อพัฒนาการซึ่งนักเรียนต้องการการช่วยเหลือ การช่วยเหลือของครู ได้แก่ การเป็นแบบอย่าง การสาธิต การตั้งคำถาม การฝึก การสร้างภาระงานกลุ่มเพื่อให้เกิดการช่วยเหลือของเพื่อนในกลุ่ม ครูต้องรู้ว่าชนิดของงานที่นักเรียนแตกต่างกันสามารถทำได้ และต้องมีการปรับประเภทและจำนวนของความช่วยเหลือขณะที่นักเรียนพัฒนาอย่างต่อเนื่องตลอดช่วงที่ศึกษาในโรงเรียน จนกระทั่งในชีวิตจริงคนเราทุกคนต้องการวิธีการต่างๆ และประเภทของความช่วยเหลือที่ซับซ้อน ขณะที่เราพัฒนาและเรียนรู้ เช่น การนำเสนอแบบอย่างเพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นการทำสิ่งต่างๆ การสาธิตกระบวนการหรือทักษะทางกาย และโดยการพูดดังๆ ว่ามีความรู้คิดอย่างไร ครูยังสามารถช่วยเหลือผ่านคำถาม การให้ผลสะท้อนกลับ การกระตุ้น และการชมเชย แต่ละรูปแบบของการช่วยเหลือขึ้นอยู่กับความชัดเจนและประสิทธิภาพการสื่อสารกับนักเรียน “การเสริมต่อการเรียนรู้” จึงเป็นทั้งคำทั่วไปสำหรับงานที่ครูนำเสนอการสนับสนุนอย่างเพียงพอ ตามความต้องการของนักเรียน และสามารถสร้างความเข้าใจภายใต้พื้นที่รอยต่อพัฒนาการ

การพัฒนาทางปัญญาของมนุษย์แบ่งเป็น 2 ระดับ คือ (1) เชาวน์ปัญญาขั้นต้น (Elementary Mental Process) เป็นกระบวนการขั้นพื้นฐานที่เกิดขึ้นโดยอัตโนมัติตามธรรมชาติที่ไม่ต้องเรียนรู้และมักจะมีความจำเป็นต่อการมีชีวิต ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมจึงไม่มีอิทธิพลต่อกระบวนการเหล่านี้ และ (2) เชาวน์ปัญญาขั้นสูง (Higher Mental Process) เป็นกระบวนการทางปัญญาที่เกิดขึ้นจากการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้ใหญ่ที่ให้การอบรมเลี้ยงดู ถ่ายทอดวัฒนธรรมโดยใช้ภาษา ซึ่ง Vygotsky (1978) เชื่อว่าภาษาหรือการพูดจะเป็นเครื่องมือในการพัฒนาเชาวน์ปัญญาขั้นสูง นอกจากนั้นการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม การสนทนาแลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์โดยการทำงานร่วมกัน จะทำให้บุคคลได้คิดและได้ถ่ายทอดความคิดนั้นออกมาทำให้เกิดการพัฒนาทางปัญญา

1.4 กลวิธีในการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้

Wood (1976) ได้เสนอกลวิธีที่ผู้สอนจะใช้การเสริมการเรียนรุ้ให้แก่นักเรียน 6 ประการ คือ

1) การคัดสรรงานและแจกแจงงานให้เหมาะสม (Recruitment) ขั้นแรกของการทำงาน ครูต้องเลือกงานที่เหมาะสม แจกแจงประเด็นที่นักเรียนสนใจ และให้เชื่อมโยงผูกยึดกับสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นในงานนั้น เช่น การสร้างความสนใจในงานที่ทำ ให้เห็นความสำคัญของเป้าหมายของงาน

2) การลดงานให้เป็นงานย่อยๆ (Reduction in Degree of Freedom) เป็นการแจกแจงงานให้เป็นขั้นย่อยๆ ที่ไม่ซับซ้อน ลดขนาดของงานลง ให้งานมีลักษณะที่ง่ายขึ้น แต่ละขั้นจะมีทักษะที่จำเป็นสำคัญๆ ซึ่งจะง่ายต่อการให้ข้อมูลป้อนกลับต่อนักเรียน ในระยะแรกนักเรียนจะทำงานในส่วนที่ทำได้และครูจะทำในส่วนที่เหลือ

3) การสร้างแรงจูงใจอย่างต่อเนื่อง (Direction Maintenance) เป็นการรักษาความสนใจของนักเรียนให้คงอยู่อย่างสม่ำเสมอ โดยสร้างความท้าทายโดยการให้นักเรียนทำงานที่อยู่ระดับเหนือจากระดับที่นักเรียนเพิ่งทำงานได้สำเร็จ

4) การชี้จุดสำคัญ (Making Critical Features) เป็นการชี้ให้เห็นถึงคุณสมบัติสำคัญที่แสดงให้เห็นว่างานนั้นสำเร็จหรือไปถูกทางแล้ว รวมถึงการบอกข้อบกพร่องหรือความคลาดเคลื่อนในงานที่ทำอยู่

5) การควบคุมปัญหาหรือความคับข้องใจ (Frustration Control) การแก้ปัญหาหรืองานควรจะมีปัญหาหรือความเครียดอยู่บ้าง ดีกว่าที่จะไม่มีความเครียดเลย ในการทำงานครูจะต้องช่วยให้นักเรียนไม่รู้สึกวิตกกังวลจากความผิดพลาด ไม่ให้นักเรียนรู้สึกเสียหน้าจากความผิดพลาดของตนเอง ครูดึงส่วนที่นักเรียนสนใจมาเป็นประโยชน์หรือครูใช้วิธีการอื่นๆ ที่จะช่วยให้นักเรียนมีความเครียดเพียงเล็กน้อย อย่างไรก็ตาม สิ่งที่สำคัญกว่าคือครูต้องระวังความเสี่ยงที่จะเกิดจากการที่นักเรียนพึ่งพาครูมากเกินไประหว่างการทำกิจกรรม

6) การสาธิต (Demonstration) เป็นการแสดงตัวอย่างเพื่อเป็นแนวทางการแก้ปัญหาที่นักเรียนเผชิญอยู่ และรวมถึงการให้นักเรียนเกิดการเลียนแบบและสร้างเสริมคุณลักษณะเฉพาะตัวของนักเรียน

Tharpe และ Gallimore (1988, อ้างถึงใน Anghileri, 2006) ได้เสนอกลวิธีที่จะช่วยการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ 6 ประการ ดังนี้

1) การเป็นตัวแบบ (Modeling) เป็นการแสดงพฤติกรรมเพื่อให้เกิดการลอกเลียนแบบ

2) การจัดการเหตุการณ์ที่ไม่ได้คาดหมาย (Contigency Mannagement) เป็นการให้รางวัลและกำหนดบทลงโทษต่อพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก

3) การป้อนกลับ (Feeding Back) เป็นการให้ข้อมูลจากประสบการณ์ของครู

4) การออกคำสั่ง (Instructing) เป็นการออกคำสั่งให้ตอบสนองด้วยการเคลื่อนไหวที่เฉพาะเจาะจง

5) การให้คำถาม (Questioning) เป็นการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบกลับด้วยภาษา

Roehler และ Cautlon (1996, อ้างถึงใน กมล โพธิเย็น (2547) แบ่งชนิดของการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ 5 ประการดังนี้

1) การให้คำอธิบาย (Offering Explanation) เป็นการช่วยเหลือการเรียนรู้เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน ให้รู้ในเรื่องที่เรียน รู้เงื่อนไขว่าทำไมต้องใช้ความรู้เรื่องนั้น ใช้เมื่อไรและใช้อย่างไร

2) การสนับสนุนผู้เรียนให้เข้ามามีส่วนร่วม (Inviting Students Participation) ให้โอกาสนักเรียนเข้ามามีส่วนร่วมในกระบวนการที่เกิดขึ้น โดยให้นักเรียนได้เล่า หรือตอบคำถามในสิ่งที่รู้

3) การตรวจสอบความถูกต้องแสดงความชัดเจนของความเข้าใจของนักเรียน (Verifying and Clarifying Student Understandings) ครูตรวจสอบความเข้าใจที่เกิดขึ้นกับนักเรียนว่ามีเหตุมีผลหรือไม่ ถูกต้องชัดเจนหรือไม่

4) การเป็นตัวแบบของพฤติกรรมที่ต้องการ (Modelling of Desiring Behaviors) ได้แก่

4.1 การคิดดังๆ (Think – Aloud) เป็นการแสดงความคอดที่มีอยู่ให้ปรากฏออกมาชัดเจน เช่น ครูแสดงความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาออกมาโดยการพูดดังๆ ให้นักเรียนทำตาม

4.2 การพูดดังๆ (Talk – Aloud) เป็นการใช้ตัวแบบของการถามคำถาม ตั้งคำถาม และการให้ข้อแนะนำ

4.3 การเป็นตัวแบบในการปฏิบัติ (Performance Modeling) ครูแสดงการทำงานที่สมบูรณ์โดยไม่ได้คิดหรือพูดดังๆ เกี่ยวกับการนั้น เช่น ครูแสดงตัวแบบท่าทางที่สนุกสนาน เช่น หัวเราะ

5) การให้นักเรียนแสดงประเด็นหลักฐานต่างๆ เพื่อสนับสนุนการคิด (Inviting Students to Contribute Clues) เป็นการให้นักเรียนแสดงประเด็นชี้นำ หรือหลักฐานเพื่อแสดงความมีเหตุ มีผล หรือการทำงานให้สำเร็จ โดยครูและนักเรียนจะร่วมกันพูดถึงประเด็นเหล่านั้น เช่น การให้นักเรียนเรียนรู้ความหมายของการเปรียบเทียบ ครูจะให้นักเรียนบอกความหมายของการเปรียบเทียบ และระบุถึงประเด็นที่แตกต่างกัน

Eggen P. and Kauchak D. (1997) ได้แบ่งประเภทของกลวิธีในการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ 5 ประเภท ดังนี้

1) การเป็นตัวแบบ (Modeling) เช่น การแสดงวิธีการแก้ปัญหา

2) การคิดดังๆ (Think – Aloud) เป็นตัวแบบของกระบวนการโดยให้ผู้เรียนได้ทราบถึงการคิดของครูในขณะที่กำลังแก้ปัญหา

3) การใช้คำถาม (Questions) การใช้คำถามจะเป็นการช่วยเหลือ สร้างประเด็น ความสนใจและการแนะนำทางเลือก

4) การปรับสาระการเรียนการสอน (Adapting Instructional Material) เช่น การปรับงานให้มีความง่าย หรือเป็นลำดับงานย่อยๆ

5) การใช้สิ่งเตือนหรือตัวชี้แนะ (Prompts and Clues) เช่น การวางแผนการเขียนที่จะช่วยให้นักเรียนจัดการจัดระบบการคิดของตนเองก่อนเขียนงานที่ได้รับการมอบหมาย การช่วยเหลือนี้จะหยุดเมื่อนักเรียนซึมซับเอาแผนงานต่างๆ หรือขั้นตอนต่างๆ ไว้ในตนเองอย่างอัตโนมัติแล้ว

Collins (2001) แบ่งประเภทของกลวิธีในการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ 8 ประเภท คือ

1) การนิเทศ การสื่อสารถึงความคาดหวัง (Orientation) คือการอธิบายให้ผู้เรียนทราบเป้าหมายการเรียนรู้อย่างชัดเจน

2) การสอนแนะ (Coaching) คือผู้เรียนได้สนับสนุนผ่านทางซอฟต์แวร์ต่างๆ เพื่อช่วยในการปฏิบัติงาน

3) การกระตุ้นการแสดงความคิด (Eliciting Articulation) คือมีการกระตุ้นให้มี การแสดงความคิดออกมาเพื่อแสดงความเข้าใจและสะท้อนความคิด

4) การสนับสนุนการทำงาน (Task Support) คือ มีการจัดโครงสร้างของงานเพื่อให้ผู้เรียนสามารถทำงานนั้นๆ ได้

5) การชี้นำโดยผู้เชี่ยวชาญ (Expert Regulation) คือ มีการสนับสนุนโดยผู้เชี่ยวชาญหรือที่ปรึกษา โดยแสดงให้เห็นเป็นตัวอย่างและผลการเรียนรู้ที่ต้องการ

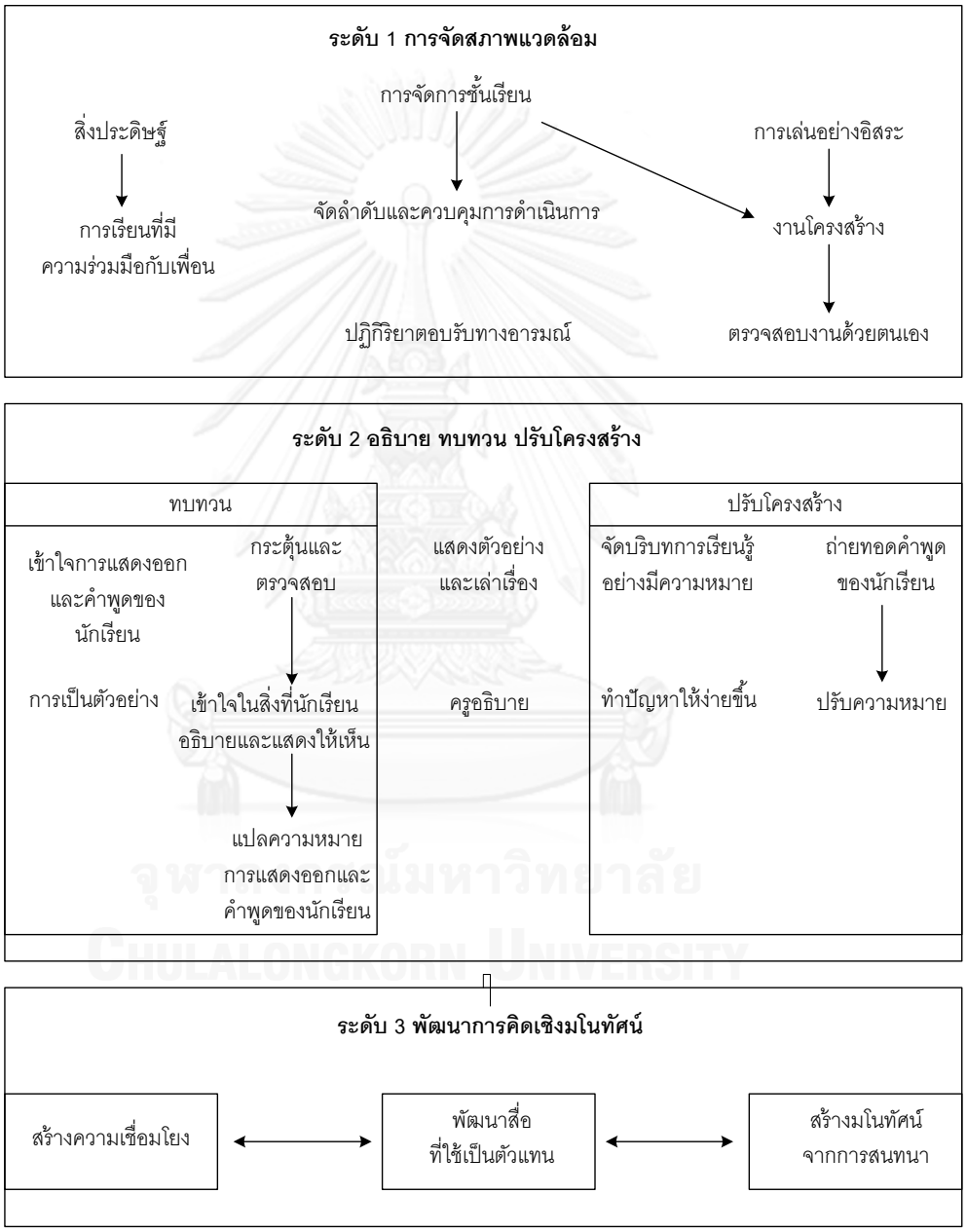
6) การเสริมการเรียนรู้ด้านมโนทัศน์ (Conceptual Scaffolding) คือ มีการจัดการช่วยเหลือเมื่อมีการเสนอปัญหา โดยทำให้ผู้เรียนเข้าใจนิยามของปัญหาในกรณีที่สามารถตีความได้หลากหลาย

7) การเสริมการเรียนรู้ด้านเมตาคอคนิชัน (Metacognitive Scaffolding) คือ การสนับสนุนด้านเมตาคอคนิชันของผู้เรียนนี้จัดทำได้โดยมีการจัดเครื่องมือด้านพุทธิปัญญา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถบันทึกความคิดของตนองในขณะที่แก้ปัญหาได้

8) การเสริมการเรียนรู้ด้านกระบวนการ (Procedural Scaffolding) คือ การสนับสนุนผู้เรียนในการใช้เครื่องมือและแหล่งข้อมูลที่มีในการเรียนบนเว็บ การเสริมการเรียนรู้ด้านกระบวนการอาจอยู่ในรูปของการเข้าถึงฐานข้อมูล หรือการสนับสนุนการเรียนแบบร่วมมือและการแลกเปลี่ยนแหล่งข้อมูล

9) การเสริมการเรียนรู้ด้านกลวิธี (Strategic Scaffolding) คือ เป็นการเน้นทางเลือกในการกระทำและเส้นทางการเรียนรู้ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้ การเสนอสถานการณ์ มุมมองที่หลากหลายช่วยให้ผู้เรียนสามารถวางแผนและตัดสินใจได้

Anghileri (2006) ได้เสนอกลวิธีของครูสำหรับการเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ โดยแบ่งเป็น 3 ระดับ ดังนี้



ภาพประกอบที่ 2 กลวิธีของครูสำหรับการเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้

ระดับ 1 จัดสภาพแวดล้อม (Level 1 Environmental Provision)

ครูจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน ได้แก่การจัดหาสิ่งประดิษฐ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน และจัดการชั้นเรียน (classroom organization) โดยจัดให้มีการเรียนที่มีความร่วมมือกับเพื่อน (peer collaboration) ซึ่งไม่ได้จัดเพียงที่นั่งของนักเรียนเท่านั้น ยังรวมถึงการลำดับและควบคุมเหตุการณ์ (sequencing and pacing) ที่จะเกิดขึ้นในห้องเรียนด้วย ซึ่งในระดับ 1 นี้จะมีการกล่าวนำถึงเนื้อหาที่จะใช้ในการเรียนการสอน โดยผ่านสิ่งประดิษฐ์ (artefacts) ในชั้นเรียน เช่น สื่อติดผนัง ตัวต่อ ฯลฯ จากนั้นจึงให้นักเรียนทำงานโครงสร้าง (structure tasks) ได้แก่ ใบงาน ใบกิจกรรม ซึ่งในการทำงานโครงสร้างนี้นักเรียนจะเกิดการตรวจสอบงานด้วยตนเอง (self correcting tasks) ซึ่งครูควรช่วยส่งเสริม พูดให้กำลังใจและให้การสนับสนุนการทำกิจกรรมของนักเรียน สนใจในปฏิกิริยาตอบรับ ความร่วมมือของนักเรียนมากกว่าผลลัพธ์ของคำตอบ โดยอาจสังเกตปฏิกิริยาตอบรับ จากคำพูดของนักเรียน การสังเกตของครู การให้ความสนใจในการทำงาน

ระดับ 2 อธิบาย ทบทวน ปรับโครงสร้าง (Level 2 Explaning, Reviewing and Restructuring)

ในระดับ 2 นี้ จะเป็นการแสดงถึงปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนโดยตรง โดยจะแบ่งเป็น 3 องค์ประกอบดังนี้ คือ

1) แสดงตัวอย่างและเล่าเรื่อง (Showing and Telling)

ครูเป็นผู้ดำเนินการเรียนการสอน โดยควบคุมกิจกรรมและถ่ายทอดให้แก่นักเรียน ข้อควรระวังคือ การอธิบายของครูจะจำกัดความคิดของนักเรียนโดยไม่เจตนา ซึ่งจะทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ ดังนั้นปัญหาที่ครูให้ควรเป็นปัญหาที่สามารถคิดได้ด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ในขั้นของการแสดงตัวอย่างและเล่าเรื่องนี้จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ในแบบของตนเอง

2) ทบทวน (Reviewing)

เมื่อนักเรียนเริ่มทำงาน จะไม่สามารถทำได้ด้วยตนเองในทันที ครูจะต้องให้ความช่วยเหลือในการพัฒนาความเข้าใจในงานนั้น ในการจะพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนนั้นจะต้องพัฒนาความมั่นใจในตนเองซึ่งการทบทวนสามารถแบ่งได้ 5 ประเภท คือ

2.1 เข้าใจการแสดงออกและคำพูดของนักเรียน (Looking, Touching and Verbalising) ว่านักเรียนเห็นและคิดอะไร ทำให้ครูเข้าใจได้ว่านักเรียนกำลังเกิดปัญหาอะไรขึ้น ซึ่งทำให้สามารถให้ความช่วยเหลือจนนักเรียนสามารถทำงานต่อไปได้

2.2 เข้าใจในสิ่งที่นักเรียนอธิบายและแสดงให้เห็น (Students Explaning and Justifying) ครูจัดให้มีการอภิปรายในระดับกลุ่มและทั้งชั้นเรียน โดยให้นักเรียนได้รับฟังความคิดจาก

งานของเพื่อนร่วมชั้นเรียนเพื่อสร้างความชัดเจนให้กับความคิดของตน และถามคำถามเพื่อสร้างความเข้าใจ ซึ่งในส่วนนี้จะช่วยให้ครูสามารถพัฒนาความคิดของแต่ละคนได้ง่ายขึ้น

2.3 แปลความหมายของการแสดงออกและคำพูดของนักเรียน (Interpreting Students' Actions and Talk) นักเรียนจะต้องสามารถรับรู้ถึงวิธีการแก้ปัญหาในระดับที่เฉพาะเจาะจงของปัญหาก่อน จึงจะสามารถนำตัวเองไปสู่ขั้นตอนต่อไปได้ปราศจากความช่วยเหลือ

2.4 ใช้คำถามที่กระตุ้นและตรวจสอบความคิดของนักเรียน (Prompting and Probing) คำถามที่ใช้ต้องเป็นคำถามที่มีคำตอบสั้นๆ แต่คำตอบนั้นสามารถสร้างการริเริ่ม แสดงปฏิกิริยาตอบรับจากนักเรียนได้

2.5 การเป็นตัวอย่าง (Parallel Modeling) ครูเลือกปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนได้รับบางส่วนแล้วแสดงวิธีคิดและหาคำตอบ

3) ปรับโครงสร้าง (Restructuring) ในขั้นของการปรับโครงสร้างนี้จะทำให้ความคิดของนักเรียนชัดเจนมากยิ่งขึ้น แต่จะไม่ปรับเปลี่ยนความเข้าใจเดิมที่นักเรียนมีอยู่ ซึ่งการแสดงปฏิสัมพันธ์มีทั้งหมด 4 แบบ คือ

3.1 จัดบริบทการเรียนรู้อย่างมีความหมาย (Providing Meaningful Contexts) เปลี่ยนบริบทการเรียนรู้จากโจทย์ปัญหาที่ยากต่อการเข้าใจให้เป็นเรื่องใกล้ตัวที่เข้าใจได้ง่าย

3.2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying the Problem) เมื่อนักเรียนไม่สามารถทำงานได้ ครูควรทำให้งานนั้นง่ายขึ้นโดยแบ่งงานให้เป็นขั้นย่อยๆ ที่ไม่ซับซ้อน ลดขนาดของงานลง โดยให้แต่ละงานมีความต่อเนื่องกัน และเมื่อนักเรียนสามารถทำงานนั้นได้แล้ว ให้นักเรียนทบทวนขั้นตอนการทำงานนั้นอีกครั้งหนึ่ง ก่อนที่จะให้งานที่มีความซับซ้อนมากขึ้น

3.3 ถ่ายทอดคำพูดของนักเรียนซ้ำอีกครั้งหนึ่ง (Re-phrasing Students' Talk) ถ่ายทอดคำพูดแสดงวิธีคิดของนักเรียนที่นักเรียนพูดออกมาให้เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งไม่เพียงช่วยให้เกิดมโนทัศน์เชิงโครงสร้างเท่านั้น แต่ยังเป็นแนวทางให้เกิดการพัฒนาทางปัญญาด้วย

3.4 ปรับความหมายของคำพูดแสดงวิธีคิดของนักเรียน (Negotiating Meaning) ครูเข้าร่วมการสนทนากับนักเรียนโดยรับฟังวิธีคิดที่นักเรียนพูดออกมา และครูร่วมปรับความหมายให้เข้าใจได้ง่ายและมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น

ระดับ 3 พัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์ (Level 3 Developing Conceptual Thinking) ระดับนี้เป็นกลยุทธ์ที่มีความจำเป็นอย่างมาก เพราะเป็นการพัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์โดยใช้ความเข้าใจของครูและนักเรียนร่วมกัน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ คือ

1) พัฒนาสื่อที่ใช้เป็นตัวแทน (Developing representational tools) ใช้สื่อเป็นตัวแทนในการเรียนรู้ พัฒนาความเข้าใจผ่านกิจกรรมที่นักเรียนทำ ซึ่งสื่อเหล่านี้จะแสดงออกถึงความคิดของนักเรียนและสิ่งที่นักเรียนต้องการจะสื่อสารผ่านกิจกรรม

2) สร้างความเชื่อมโยง (Making connections) ครูช่วยสร้างการเชื่อมโยงความคิดของนักเรียน โดยการแทรกแซงความคิดโดยใช้คำใหม่หรือเขียนใหม่แต่มีความหมายเดิม เช่น ใช้ “2 เท่าของ 6” แทนคำว่า “6 + 6”

3) สร้างมโนทัศน์จากการสนทนา (Generating Conceptual discourse) ครูนำวิธีคิดที่แตกต่างกันของปัญหาเดียวกันมานำเสนอหน้าชั้นเรียน แล้วร่วมสนทนากับนักเรียนถึงความคิดที่แตกต่างไปจากวิธีที่นำเสนอ

1.5 การเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

Rosenshine B. and Guenther J. (1992) ระบุองค์ประกอบสำคัญของการเรียนการสอนโดยการเสริมต่อการเรียนรู้ ประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 6 ประการคือ

1) กิจกรรมก่อนสอน ประกอบด้วยกิจกรรมที่จำเป็น 3 อย่าง คือ

1.1 การระบุว่าทักษะที่ต้องการพัฒนาอยู่ในขอบเขตการพัฒนาศักยภาพของนักเรียน ครูต้องตระหนักในใจว่า การช่วยเสริมศักยภาพจะนำไปใช้ได้เฉพาะบริเวณรอยต่อของพัฒนาการของนักเรียนเท่านั้น

1.2 มีการพัฒนาการช่วยเหลือเฉพาะ (Specific Scaffold) อย่างเหมาะสมกับสิ่งที่จะพัฒนาหรือที่จะใช้ในการช่วยเหลือการเรียนรู้ เช่น การให้นักเรียนระบุประเด็นเพื่ออธิบายประเด็นหรือการเชื่อมโยงประเด็น เป็นต้น

1.3 การควบคุมกำกับความยุ่งยากของงาน โดยเริ่มต้นจากงานง่ายๆ และค่อยๆ เพิ่มความซับซ้อนของงาน หรือสอนแต่ละขั้นตอนแยกจากกัน

2) ครูมีกิจกรรมเพื่อแสดงให้เห็นถึงกลยุทธ์ทางปัญญา โดย

2.1 การเป็นตัวแบบแสดงขั้นตอนต่าง ๆ ในการทำงาน

2.2 การเป็นตัวแบบคำพูด แสดงกระบวนการคิด หรือการคิดดัง ๆ

2.3 การบอกให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับข้อผิดพลาดที่มักจะพบกับนักเรียน

3) ครูแนะนำแนวทางการปฏิบัติแก่นักเรียน ขณะที่นักเรียนแยกแผนทำงานในสถานการณ์ใหม่ เช่น การใช้คำพูดที่เป็นนัย การเตือนในสิ่งที่นักเรียนมองข้ามไป ให้คำแนะนำในสิ่งที่ควรได้รับการพัฒนาปรับปรุง การแนะแนวทางการปฏิบัติโดยครูนำการปฏิบัติ การทำงานเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เป็นต้น

4) นักเรียนได้รับแบบตรวจสอบรายการ (Checklist) เพื่อใช้ในประเมินการทำงานของตนเองและแนะแนวทางการปฏิบัติโดยการใช้การตรวจสอบตนเอง เพื่อช่วยให้นักเรียนมีอิสระ ขณะเดียวกันครูอาจเป็นต้นแบบในการตรวจสอบรายการให้เช่นกัน

5) ให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติอย่างอิสระในสถานการณ์ใหม่ที่จัดให้ โดยครูรวมขั้นตอนต่าง ๆ เข้าไว้ด้วยกัน การช่วยเหลือสนับสนุนจะลดลง

6) นักเรียนประยุกต์การเรียนรู้สู่สถานการณ์ใหม่ ให้ฝึกในสถานการณ์ที่หลากหลาย มีลักษณะที่แตกต่างไปจากเดิม เพื่อให้นักเรียนได้ผสมผสานความรู้ที่ได้ไปสู่สถานการณ์ใหม่

สรุปได้ว่า การเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ ประกอบไปด้วยการจัดกิจกรรมก่อนสอน และขณะทำการสอนครูต้องจัดกิจกรรม เพื่อแสดงให้เห็นถึงกลยุทธ์ทางปัญญาและมีการแนะนำแนวทางปฏิบัติแก่นักเรียน นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกปฏิบัติอย่างอิสระ ได้ประยุกต์การเรียนรู้สู่สถานการณ์ใหม่ และมีโอกาสได้ประเมินตนเองในการทำงาน

1.6 ข้อดีและข้อจำกัดของกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

Van Der Stuyf R. (2002) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

ข้อดีของการสอนแบบเสริมต่อการเรียนรู้ประการแรก คือ การให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน นักเรียนไม่ฟังข้อมูลที่นำเสนออย่างเฉื่อยชา แต่ได้รับการกระตุ้นผ่านครูในการสร้างความรู้พื้นฐานและสร้างความรู้ใหม่ ๆ ในการทำงานกับนักเรียนที่มีความภูมิใจในตัวเองต่ำ หรือนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียน ต้องหาโอกาสในการให้ผลย้อนกลับในทางบวกแก่นักเรียน ประการที่สอง การสอนแบบการเสริมต่อการเรียนรู้สร้างแรงจูงใจให้แก่นักเรียนทำให้นักเรียนต้องการเรียน และประการที่สาม ช่วยลดระดับความสับสนของนักเรียน ซึ่งเป็นเรื่องที่สำคัญมากสำหรับนักเรียนที่มีความต้องการพิเศษที่อาจจะสับสนได้ง่ายแล้วก็จะไม่ยอมรับและปฏิเสธการเข้าร่วมเรียนรู้ระหว่างสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง

ข้อจำกัดของ การเสริมต่อการเรียนรู้ ประการแรก คือ เป็นข้อจำกัดสำหรับครูตั้งแต่การพัฒนาการสนับสนุนและเตรียมบทเรียนแบบเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolded Lessons) เพื่อให้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียนแต่ละคน ต้องใช้เวลามาก อีกทั้งการใช้การการเสริมต่อการเรียนรู้กับนักเรียนรายบุคคลในชั้นเรียนที่มีจำนวนมากเป็นสิ่งที่ท้าทายมาก ประกาที่สอง หากครูไม่ได้รับการฝึกการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้อย่างเหมาะสม อาจนำการเสริมต่อการเรียนรู้ไปใช้อย่างไม่เหมาะสม ซึ่งอาจทำให้ไม่เห็นผลเต็มที่ ประการที่สาม ครูจำเป็นต้องหยุดการควบคุมและปล่อยให้นักเรียนทำผิดได้ ซึ่งอาจเป็นสิ่งที่ยากสำหรับครูในการปฏิบัติ ประการสุดท้าย คู่มือครูและคู่มือหลักสูตรที่มีอยู่ไม่มีตัวอย่างของการเสริมต่อการเรียนรู้ หรือเค้าโครงของวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ ซึ่งน่าจะเหมาะสมกับบทเรียนที่มีเนื้อหาเฉพาะ

จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว สรุปได้ว่าการเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ สามารถนำไปใช้ในการพัฒนาความคิดของนักเรียนได้ โดยในระยะก่อนการสอนครูจะต้อง

จัดเตรียม คัดเลือกแล้วใช้การช่วยเหลือให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ในระหว่างการเรียนการสอน ครูจะใช้กลวิธีต่าง ๆ ที่จะสนับสนุนการคิด เช่น การคิดดัง ๆ การแสดงขั้นตอนการคิด การใช้คำถามกระตุ้น หรือการใช้เครื่องมือที่ประเมินการคิดมาเป็นตัวช่วยในการคิดของนักเรียน เช่น การสอบถามเพื่อประเมินการคิด เป็นต้น อย่างไรก็ดีการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้มีทั้งข้อดี และข้อจำกัดซึ่งครูควรคำนึงถึงก่อนนำไปใช้ในการช่วยเหลือนักเรียน

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Bruner (1956) กล่าวถึงมโนทัศน์ว่า เป็นการจัดประเภทของสิ่งของ การกระทำ หรือความคิด ซึ่งได้มาจากการจัดสิ่งเหล่านั้นให้เป็นหมวดหมู่ โดยอาศัยคุณลักษณะ (Attributes) เป็นเกณฑ์

De Cecco (1968) ได้อธิบายลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือ กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกัน สิ่งเร้าเหล่านี้อาจเป็นสิ่งของ เหตุการณ์ หรือบุคคลต่าง ๆ ซึ่งเรากำหนดด้วยการเรียกชื่อ

Gagne (1977) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจขั้นสุดท้ายของบุคคลเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น หลาย ๆ อย่างหลาย ๆ แบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาจัดเป็นพวกหรือกลุ่ม ให้เกิดความคิดความเข้าใจโดยสรุป

Klausmeier (1971) ให้แนวคิดว่า มโนทัศน์จะบอกให้เราทราบถึงคุณลักษณะ (Attributes) ของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราสามารถแยกสิ่งต่างๆ เหล่านั้นออกจากสิ่งอื่นๆ ได้ และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้

Good (1973) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1) ความคิด หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้

2) ความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ

3) ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

Rothenberg (1985) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ในเชิงปรัชญาและจิตวิทยาดังนี้ มโนทัศน์ในเชิงปรัชญา หมายถึง ความคิดที่ประกอบด้วยแนวคิดต่างๆ ซึ่งมีลักษณะพิเศษและมีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ส่วนมโนทัศน์ในความหมายทางจิตวิทยานั้น มโนทัศน์ไม่ได้เป็นเพียงการรู้ แต่เป็นผลสรุปที่ได้จากการกลั่นกรองการรับรู้นั้น

Woofalk (1995) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ หมวดหมู่ข้อความชุดหนึ่งที่เกิดจากการจัดกลุ่มเหตุการณ์ที่สอดคล้องกับแนวคิด วัตถุ หรือบุคคลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

ชัยพร วิชชาวุธ (2534) ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับประเภทสิ่งของต่าง ๆ ตามความเข้าใจของแต่ละคน มโนทัศน์แบ่งเป็น

1) มโนทัศน์รูปธรรม เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งของหรือการกระทำที่สังเกตได้ชัดเจนและมีหลักการจัดประเภทอย่างชัดเจน เช่น โต๊ะ หน้าต่าง ๆ น้ำ ครูใหญ่ ตัดหญ้า เล่นฟุตบอล เป็นต้น

2) มโนทัศน์นามธรรม เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยการคิดและการจินตนาการ เช่น อนุภาคของอะตอม พลังงาน นิพพาน ความกตัญญู ความเกรงใจ ความเสมอภาค เป็นต้น

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การเข้าใจของประเภทของสิ่งต่าง ๆ ได้ถูกต้องตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เช่น การเข้าใจในมโนทัศน์ของคำว่าปากกา หมายถึงสิ่งที่ใช้เขียน มีสีต่าง ๆ ได้แก่ สีดำ สีแดง เป็นต้น แตกต่างจากคำว่า หนังสือ หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นรูปเล่มมีไว้สำหรับอ่าน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2548) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือคำที่เป็นนามธรรมใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกันโดยถือลักษณะที่สำคัญเป็นเกณฑ์

กัญติมา พรหมอักษร (2545) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะร่วมกัน มโนทัศน์เป็นความคิดที่อยู่ในรูปของนามธรรม เกิดจากผลสรุปในการรับรู้คุณลักษณะของสิ่งที่คล้ายคลึงกันมาอยู่รวมในหมวดหมู่เดียวกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

จากความหมายของ มโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดมาจากความรู้ การสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ของแต่ละบุคคล โดยสามารถจัดกลุ่มสิ่งที่เหมือนกันและจำแนกสิ่งที่ต่างกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Cooney (1975)ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Eggen (1999)ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และขนานกัน เป็นต้น

Toumasis (1995) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

เมธี ลิมอักษร (2524) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบรวมคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราประสบพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น เราให้ความหมายของรูปสามเหลี่ยมว่าหมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่ประกอบด้วยด้านสามด้าน และเขียนสัญลักษณ์”Δ” แทนรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2547) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดมาจากความรู้ การสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสรุปออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติของวิชาคณิตศาสตร์

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหานั้น ๆ ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ดังนั้นการสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1968) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า

1) มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2) มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3) มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกันเราก็สามารถแยกแยะได้

4) มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใดเหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้รู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5) มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

Cooney (1975) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1) เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่องจำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใดเป็นต้น

2) มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3) มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่ามโนทัศน์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างมโนทัศน์อยู่เสมอถ้ามีสิ่งเร้าเข้ามาปะทะประสาทสัมผัส จะทำให้เกิดการเรียนรู้ ประโยชน์ของมโนทัศน์ มีดังต่อไปนี้

1) ช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่จัดเป็นพวกเป็นกลุ่มได้ เช่น จะเรียกสัตว์ที่อยู่บนบก ว่าสัตว์บก เป็นต้น

2) มโนทัศน์ช่วยแบ่งแยกประเภท ทำให้รู้ว่าอะไรเป็นอะไร เช่น เราสามารถแยกเสียงรถออกจากเสียงม้าวิ่งได้ เป็นต้น

3) เชื่อมโยงความรู้หรือความคิดเดิมกับมโนทัศน์ใหม่ได้เร็ว

4) เป็นตัวกำหนดความยากง่ายของเนื้อหาแก่ผู้เรียน คือ ผู้เรียนวัยหนึ่งระดับหนึ่งควรจะรับรู้ในรายละเอียดหรือปลีกย่อย ซึ่งบางอย่างไม่จำเป็นก็อาจข้ามหรือไม่ต้องสอนก็ได้หรือ สิ่งที่เรียนมาก่อนแล้วรู้แล้วก็ไม่จำเป็นต้องกลับมาเรียนซ้ำให้เสียเวลา

5) มโนทัศน์ช่วยให้คนรู้จักกำหนดวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ได้ เพราะสามารถแบ่งแยกวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ แล้วพิจารณาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

พวงเพ็ญ อินทราประวัติ (2532) กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่ามโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว เขาก็สามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้อีกเรื่อยไป คนพยายามสร้างมโนทัศน์ของสิ่งต่าง ๆและของเหตุการณ์ต่าง ๆอยู่เสมอ เพราะการสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่าง ๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อยของทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่รอบ ๆ ตัว เขาเพียงแต่จำไว้ในลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ซึ่งจะทำให้เขาสามารถขยายขอบข่ายความรอบรู้ของตัวของเขาเองให้กว้างขวางออกไป

ศิริวรรณ ศรีพหล (2536) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญ ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจ มโนทัศน์ทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เพราะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการการเรียนรู้การแก้ปัญหาความคิดสร้างสรรค์ จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งหมด

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้เรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ไว้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้

เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็น กรอบต้นแบบหรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่าน่าจะเป็น สิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนสามารถจำแนก แยกประเภท สรุป หรือจัดหมวดหมู่สิ่งที่มีลักษณะเหมือนกันได้ ทำให้ผู้เรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.3 ประเภทของมโนทัศน์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยา ทั้งในและต่างประเทศได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไป ดังต่อไปนี้

Russell (1956) ได้แบ่งมโนทัศน์ ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้คือ

1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวนตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2) มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่าง ๆ

3) มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ

4) มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5) มโนทัศน์ทางสังคม (Social concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา

6) มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7) มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8) มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De Cecco (1968) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1) มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยงลักษณะ (Conjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เป็นมโนทัศน์ที่เรียนได้ง่าย

2) มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่ใช้ได้ตั้งแต่ 2 ความหมายขึ้นไป จะหมายถึงอะไรขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เลือก เป็นมโนทัศน์ที่ยากกว่ามโนทัศน์แรก

3) มโนทัศน์ชนิดสัมพันธ์ (Relative Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์กันระหว่างลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ เป็นมโนทัศน์ที่ยากในการที่จะเรียนรู้

Gibson (1980) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete concepts) คือ ความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้อาทิ บ้าน หนังสือ สุนัข หรือ คุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract concepts) คือ ความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง อีกนัยหนึ่งก็คือ คำนิยามของมโนทัศน์

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523) ได้แบ่งมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1) มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกันเป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง เช่น สุนัข แม้จะมีอยู่หลายพันธุ์ เช่น อัสเซเซียน โดเบอร์แมน จิ้งจอกหมาใน เป็นต้น แม้คุณค่าจะผิดแผกแตกต่างกัน แต่ก็มีคุณลักษณะหลายอย่างร่วมกัน สามารถบอกได้ว่าเป็นสุนัข ซึ่งจะแตกต่างไปจาก วัว ควาย ลิง ม้า เป็นต้น

2) มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือกลุ่ม พิจารณาคุณลักษณะ คุณค่าที่แตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ เช่น การจัดกลุ่มคน อายุ เพศ วัย ต่างกันเข้าด้วยกัน เพราะบุคคลเหล่านี้ปฏิบัติกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งร่วมกัน

3) มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่ม จะซับซ้อนกว่ามโนทัศน์ 2 ประเภทที่กล่าวมา เช่น จัดกลุ่มสัตว์สี่เท้าเข้าด้วยกัน เพราะดูคุณลักษณะของจำนวนขาหรือเท้าทั้ง ๆ ที่เป็นสัตว์ต่างชนิดกัน

ประยูร อาษานาม (2537) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1) มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concept) เป็นการจำแนกสิ่งต่างๆ ตามขนาด รูปร่าง และสี โดยคนเราสามารถรับรู้และสัมผัสได้

2) มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concept) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ในแต่ละวิชานั้นอาจไม่เหมือนกัน แต่สรุปได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1) ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่มและการสรุปความแคบความกว้าง

2) ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏ การแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้ง และทิศทาง

3) ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของหรือเหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้น ๆ

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549) ได้จำแนกประเภทมโนทัศน์ไว้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1) มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2) มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ ดังที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์นั้นสามารถจำแนกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้ โดยพิจารณาจากลักษณะทั่วไปและลักษณะเฉพาะที่เป็นส่วนประกอบ ลักษณะ หรือความสัมพันธ์ที่ร่วมกันของสิ่งที่ต้องการจำแนก ซึ่งการจำแนกมโนทัศน์นั้นเกิดขึ้นได้จากประสบการณ์หรือแนวคิดของแต่ละบุคคลที่จะใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนก

2.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ให้เกิดขึ้นได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Podell (1958) ได้แบ่งกระบวนการสร้างมโนทัศน์ออกเป็น 2 กระบวนการ คือ

1) การมองลักษณะร่วม (Composite Photograph) คือ การที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจลักษณะร่วมของวัตถุหรือสภาพการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง โดยผู้เรียนซึ่งได้ทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอดมากมาย เช่น เด็กเห็นสุนัขบ่อย ๆ ทั้ง ๆ ที่สุนัขเหล่านั้นเป็นคนละพันธุ์กันแต่เด็กสามารถเห็นลักษณะร่วมของสุนัขได้ เช่น มีสี่ขา หางยาว มีปาก มีขน เป็นต้น ครั้งต่อไปถ้าเห็นสัตว์ประเภทนี้อีกเด็กก็จะบอกได้ว่าเป็นสุนัข

2) การกระทำกิจกรรมเพื่อค้นหามโนทัศน์ (Active Search) คือ การที่ผู้เรียนต้องทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อค้นหามโนทัศน์ โดยที่ผู้เรียนคาดการณ์ไว้ล่วงหน้าว่า ลักษณะร่วมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วจึงทำกิจกรรมเพื่อเป็นการทดสอบ

McDonald (1967)) มีความคิดเห็นว่าการสร้างมโนทัศน์นั้น นักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้

1) สามารถแยกแยะ (Discrimination) คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างได้ เช่น แยกอ่าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่น ๆ ได้

2) สามารถสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งนั้นและสามารถเชื่อมโยงให้เข้ากับสิ่งอื่น ๆ ได้ เช่น เชื่อมโยงอ่าวที่นักเรียนเรียนกับอ่าวอื่น ๆได้

Lovell (1966) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอน คือ การรับรู้ (Perception) การย่นย่อ (Abstraction) การสรุป (Generalization) การย่นย่อเป็นสิ่งที่สำคัญในการสร้างมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเด่นที่รวมกันของวัตถุหรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้น ๆ นักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

Ausubel (1968) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ประกอบด้วย

1) ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้

2) สร้างสมมติฐานเกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน

3) ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง

4) เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้

5) จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน ให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมแล้ว ในโครงสร้างของความคิด

6) แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้ว เพื่อหาความสัมพันธ์กัน

7) สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม

8) คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสม มาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่

Bell (1981) ได้กล่าวถึง กระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของ หรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์ทาง

คณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยม

ปราณี รามสูตร (2528) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ของคนเราเป็นผลเนื่องมาจากประสบการณ์ คือ เมื่อได้ปะทะความสัมพันธ์กับสิ่งเร้า จนในที่สุดเกิดโครงสร้างของมโนทัศน์ขึ้นมาได้ ซึ่งมีกระบวนการเป็นลำดับดังนี้

1) การรับรู้

2) ความจำ

3) การคิดหาเหตุผล

4) การจัดระเบียบหรือประสมประสานความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นให้เป็นหมวดหมู่

จากกระบวนการดังกล่าว อธิบายได้ว่า เมื่อปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้เมื่อรับแล้วก็จะไปเก็บไว้ในความจำ เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้า ความจำเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นก็จะมีมากขึ้น ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสานกันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้น ๆ กว่าต่างไปจากกลุ่มของสิ่งเร้าอื่นอย่างไร และสรุปรวบยอดลักษณะของกลุ่มของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

จากกระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์เกิดขึ้นมาจากการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ รับประสบการณ์ในมโนทัศน์นั้นๆ โดยผ่านการกระบวนการการรับรู้ สามารถแยกแยะความแตกต่างของมโนทัศน์ และสรุปรวมเป็นลักษณะของมโนทัศน์นั้นได้

2.5 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Ausubel (1968) ได้กล่าวไว้ว่า กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์เกิดขึ้นได้ 2 วิธี คือ

1) การสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation) หมายถึง การเรียนรู้มโนทัศน์จากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบ หรือใช้วิธีการอุปมาน (Inductive Process) ตัวอย่างเช่น เด็กที่เรียนรู้มโนทัศน์ของเครื่องใช้ชีวิตประจำวัน เช่น หมวก และรองเท้า โดยการมีประสบการณ์ว่า ถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะสวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น

2) การแตกย่อยมโนทัศน์ (Concept Assimilation) หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ มโนทัศน์แบบอนุมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมกับตัวอย่างของมโนทัศน์และคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของมโนทัศน์นั้น เด็กโตและผู้ใหญ่ใช้กระบวนการ Concept Assimilation นี้

ปราณี รามสูตร (2528) มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์ และกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์นั้น เกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเอาเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้น ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสาน (Integration) กันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้นๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร (Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generation) ลักษณะของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นของการเรียนรู้มโนทัศน์ดังนี้

1) การเรียนรู้เริ่มต้นจากการได้รับประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็นและสิ่งที่ได้สัมผัสมาก่อน

2) จากประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจะนำความรู้นั้นมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ

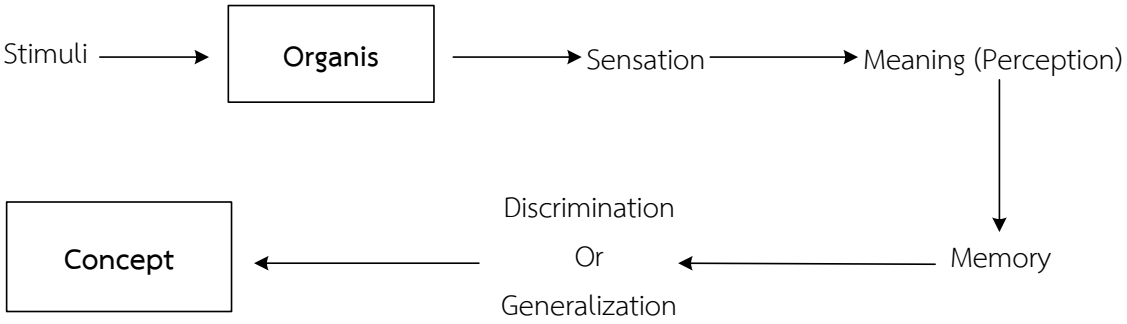
3) ผู้เรียนจะเริ่มพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้น

4) ตั้งสมมติฐานว่าความรู้มโนทัศน์นั้นคืออะไร

5) ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น

6) เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกันหากปรากฏว่าถูกก็จะคงสมมติฐานไว้อย่างนั้น ถ้าผิดจะกลับไปสังเกตและคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกต้อง ก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537) กล่าวว่า คนเราจะเรียนรู้มโนทัศน์ไม่ได้เลยถ้าไม่มีประสบการณ์ ดังนั้น บุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมีมโนทัศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน โดยการเรียนรู้มโนทัศน์จะเริ่มขึ้นเมื่ออินทรีย์ (Organism) ได้รับการกระตุ้นจากสิ่งเร้า (Stimuli) ก็จะเกิดการรับรู้ (Sensation) และการตีความ (Meaning) ในตอนนี้นักเรียนจะเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย (Perception) แล้วเก็บความรู้นี้ไว้ในความทรงจำ (Memory) ต่อมาเมื่อได้รับสิ่งเร้าใหม่ก็จะเกิดการรับรู้ เปรียบเทียบภาพของสิ่งเร้าใหม่กับสิ่งเร้าเดิม ซึ่งนักเรียนอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก แต่ถ้าครูบอกว่าสิ่งเร้าใหม่นี้คืออะไร นักเรียนอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถแยกแยะความแตกต่าง (Discrimination) ระหว่างสิ่งเร้าเดิมกับสิ่งเร้าใหม่ทันที และยังได้รับเก็บการรับรู้ที่มีความหมายเกี่ยวกับสิ่งเร้าใหม่ไว้ในความทรงจำอีกด้วย ต่อมาเมื่อนักเรียนได้รับสิ่งเร้าอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก แต่มีลักษณะแตกต่างออกไป เช่น อาจจะมีสี หรือขนาดรูปร่างต่างกัน เมื่อครูบอกว่าสิ่งเร้านี้เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก นักเรียนก็จะสามารถสรุปมโนทัศน์ของสิ่งเร้าแรกได้ ซึ่งสรุปขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์ได้ดังภาพประกอบที่ 3 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 3 ขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์

ที่มา: นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537)

จากการเรียนรู้มโนทัศน์ที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้กล่าวไว้ข้างต้น สรุปได้ว่าการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนจำเป็นต้องมีประสบการณ์เดิม แล้วนำความรู้นั้นมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่าง แล้วพิจารณาเพื่อหาลักษณะของมโนทัศน์

2.6 การสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Klausmeier (1971) ได้แนะแนวทางการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1) การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concept) ผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น

2) การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Estabish the correct terminology for concepts, attribute and instances) ให้ผู้เรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง

3) การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concepts to be learned)

4) การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instances of concepts)

5) ส่งเสริม และแนะนำเด็กให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งยั่วยุให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

6) จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนมโนทัศน์นั้น (Provide for use of the concept) โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ Stimuli Organis Sensation Meaning (Perception)

7) ให้ผู้เรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) ถ้ายังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

Charlesworth (2005) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเด็กเล็ก ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้สามารถใช้ได้กับการสอนทั่ว ๆ ไปด้วย โดยการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวมีทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

1) ประเมินสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่ (Assess) เพื่อให้ทราบความรู้ของนักเรียนอันจะนำไปสู่การวางแผนการจัดการเรียนการสอน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนย่อมมีความแตกต่างกัน

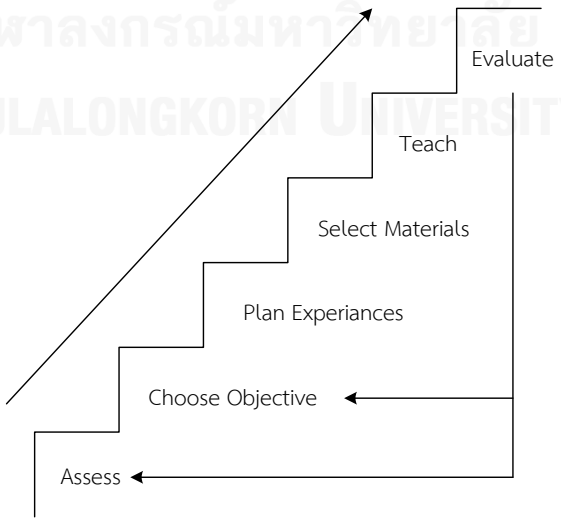
2) ตั้งวัตถุประสงค์ (Choose Objectives) เมื่อประเมินสภาพในขั้นที่ 1 แล้ว ครูนำสภาพนั้นมาช่วยในการตั้งวัตถุประสงค์ โดยอย่างน้อยต้องตั้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนที่อ่อนได้เรียนรู้เพิ่มขึ้นเท่ากับนักเรียนที่เก่ง

3) วางแผนการจัดประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ (Plan Experience) ต้องพึงระลึกว่าเด็กเล็กจะเรียนได้ดีในประสบการณ์ตามธรรมชาติ

4) เลือกวัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อต่าง ๆ ที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน (Select Materials) โดยสื่อต้องเป็นสื่อที่ดี ทำอย่างดี ปลอดภัยต่อเด็ก ต้องออกแบบเพื่อให้นักเรียนเข้าถึงมโนทัศน์นั้น สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และเหมาะสมกับระดับของนักเรียน

5) ปฏิบัติการสอนนักเรียนตามแผนที่วางไว้ (Teach)

6) ประเมินว่านักเรียนเรียนรู้สิ่งที่ต้องการสอนหรือไม่ (Evaluate) ถ้าเรียนรู้แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้ายังไม่เกิดการเรียนรู้ ครูต้องกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1 อีกครั้งทั้งนี้สามารถเขียนสรุปขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนได้ดังภาพประกอบที่ 4 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ชาญชัย อาจินสมาจาร และจินดา สิทธิฤทธิ์ (2533) ได้กล่าวถึงการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ โดยเสนอหลักการดังนี้

1) ทำความเข้าใจว่า เนื้อเรื่องนั้น ๆ ควรจะให้มโนทัศน์อะไรแก่ผู้เรียนที่เป็นแก่นแท้หรือหลักการและต้องให้เป็นไปตามขั้นตอนของการให้มโนทัศน์

2) พยายามให้ผู้เรียนได้เกิดมโนทัศน์ โดยต้องหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสม ซึ่งอยู่ที่ไหวพริบและเทคนิคของผู้สอน

3) ในการสอนหลังจากผู้เรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว ผู้สอนและผู้เรียนต้องช่วยกันสรุปในหลักการอีกครั้ง ในการสอนผู้สอนต้องใช้ทักษะในการสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ โดยต้องพยายามใช้เทคนิคในการตั้งคำถาม การอภิปรายและสรุปรวบยอดของคำตอบ เพื่อให้เข้าสู่มโนทัศน์นั้น ๆ ให้ได้

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542) ได้กล่าวถึงการสอนมโนทัศน์ ซึ่งมี 2 แบบ คือ การสอนแบบ Deductive และ Inductive ดังนี้

การสอนแบบ Deductive

1) กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้ผู้เรียนทราบ

2) อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้

3) ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นี้

4) ให้ผู้เรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้

5) ให้ผู้เรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบ Inductive

1) ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้แก่ผู้เรียน

2) ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

3) ให้ผู้เรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้นให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้

4) ให้ผู้เรียนสรุปอธิบาย ความหมาย ของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นหมายความว่าอย่างไร

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2538) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นในการสอนมโนทัศน์ดังนี้

1) กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนมโนทัศน์ใดแล้วจะทำอะไรได้บ้าง เช่น เมื่อเรียนเรื่องสัตว์บก สามารถแยกแยะสัตว์บกออกจากสัตว์ต่าง ๆ

2) วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะเรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยจัดลำดับให้เป็นหมวดหมู่เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจยิ่งขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3) ใช้สื่อทางภาษาให้เข้าใจชัดเจนในการสอน หรือแนะนำให้สังเกตลักษณะร่วมที่เด่น การใช้ภาษาเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนมโนทัศน์ ผู้เรียนจะต้องรู้จักคำต่าง ๆ มากมาย

4) ตัวอย่างที่นำมาให้ดูควรเป็นตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไปจะได้ผลดีกว่าตัวอย่างที่ถูกอย่างเดียว หรือผิดอย่างเดียว เช่น การสอนมโนทัศน์ของนกก็ยกตัวอย่างที่เป็นนกชนิดต่าง ๆ เช่น นกแก้ว นกขุนทอง นกเอี้ยง ฯลฯ ตัวอย่างที่ไม่ใช่นก เช่น แมว สุนัข แมลง ฯลฯ

5) ให้ดูตัวอย่างต่าง ๆ ทั้งทางบวกและทางลบต่อเนื่องกันไป แต่ให้ตัวอย่างทางลบก่อนแล้วตามด้วยตัวอย่างทางบวก จะช่วยให้เรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น

6) ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามตอบโต้ และให้กำลังใจเสริมแรงทุกระยะ ถือว่าการเสริมแรงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนมโนทัศน์

7) พยายามให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนไปแล้วด้วยคำพูดของตนเอง

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การสอนให้เกิดมโนทัศน์นั้นสามารถทำได้หลายวิธี โดยจะเกิดผลมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย เช่น วิธีสอน การจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียน เป็นต้น

2.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการสอนจนเกิดมโนทัศน์แล้ว การวัดประเมินผลจึงเป็นสิ่งสำคัญในการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ซึ่งการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Wilson (1971) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นหมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้ การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ วิธีการในทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้นข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ดังนั้น จึงเป็นการ

วัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมิใช่การให้หาผลลัพธ์ แต่เป็นการถามถึงข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์

3. การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

NCTM (1989: 214) เสนอว่าการสื่อสารเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้ละการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลต่อคนอื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถาม ด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง และการพูด ต่อมาในปี 2000 NCTM (60-62) ได้แยกการใช้สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อแนวคิดออกเป็นการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการสื่อสารจึงเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนและการทำความเข้าใจให้กระจ่างชัดเจน

Barrody (1993) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาหนึ่งที่นอกจากช่วยในการคิดแล้วยังเป็นเครื่องมือในการค้นหาแบบรูป การแก้ปัญหา และใช้ในการสื่อสารแนวคิดต่างๆ ให้มีความชัดเจนถูกต้องและรัดกุม

Thomas (1991) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการสื่อสาร นักเรียนจำเป็นต้องมีการพัฒนาทักษะด้านการเขียน การพูด การฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ ล้วนเป็นสิ่งสำคัญของการสร้างมโนทัศน์และสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสนำเสนอความคิดผ่านทางวัตถุ การวาดภาพ และการสร้างแผนภูมิ โอกาสในการสื่อสารเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้และการใช้คณิตศาสตร์

Prestege (2002: 26) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร คือการที่นักเรียนสามารถกำหนดหรืออภิปราย อธิบายข้อมูลและข้อบันทึก และนำเสนอข้อค้นพบได้หลากหลายวัตถุประสงค์และหลากหลายวิธีการ การสื่อสารเกิดจากหลายวัตถุประสงค์ ทั้งการแสดงความคิดเห็นของตนเอง การทำความเข้าใจคำพูดและการเขียนของบุคคลอื่น และการทำให้ความคิดของตนเองมีความชัดเจน

Rey and other (2001) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ใช้รวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดโดยเฉพาะการสื่อสารสองทาง ช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิดแลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น โดยใช้

การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้ทั้งการพูดและการเขียน

อลิสรา ชมชื่น (2550) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อสาร นำเสนออภิปราย อธิบายแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ ด้วยวิธีที่หลากหลาย โดยการพูด การฟัง การอ่านและการเขียนได้อย่างถูกต้องและกระชับ

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดได้อย่างถูกต้องชัดเจน

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่าการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงาน การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ โดยการใช้ตาราง กราฟหรือค่าสถิติ ในการอธิบายหรือการนำเสนอข้อมูล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงหรืออธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับชัดเจนและเหมาะสม

ดังนั้นจากการพิจารณาความหมายของการสื่อสารดังกล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อตีความ แปลความ วิเคราะห์ความหมาย แสดงความหมายของแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

3.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนจะเกิดความเข้าใจเมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ ดังนี้ นำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา อธิบายเหตุผลของตนเองต่อเพื่อน ๆ หรือต่อครู ตั้งปัญหายาก ๆ เป็นต้น ซึ่งการปฏิบัติสิ่งเหล่านี้ต้องใช้การสื่อสารทั้งสิ้น การสื่อสารช่วยให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ใน

ขณะที่ลงมือปฏิบัติกิจกรรม วาดภาพ ใช้สื่ออุปกรณ์ ช่วยในการอธิบายการคำนวณ ใช้แผงผัง เขียน และใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Mumme (1993) ได้เสนอประโยชน์ของการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมในการทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวคือ การแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟังนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งขึ้น การฟังความคิดของคนอื่นจะเป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความคิดของคนอื่นที่มีความคิดที่แตกต่างในสถานการณ์เดียวกัน นักเรียนจะสามารถสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานของประสบการณ์ตรงและส่งเสริมการสร้างความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในสิ่งที่นักเรียนคิด

2) การสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความเข้าใจคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกัน กล่าวคือ การให้นักเรียนสื่อสารโต้ตอบกันและกัน จะทำให้เกิดการช่วยเหลือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดการเรียนรู้จากเพื่อนในกลุ่มมากกว่าเรียนจากครู เพราะในกลุ่มนักเรียนด้วยกันจะใช้ภาษาในระดับเดียวกันย่อมพูดกันรู้เรื่องและไม่เกิดความอับอายในการซักถามเรื่องที่ตนไม่เข้าใจ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนที่อธิบายให้เพื่อนฟังเกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากขึ้น เพราะนักเรียนที่อธิบายต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมก่อนจะมาอธิบายได้ และยังทกให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเองที่มีส่วนร่วมในการช่วยเหลือเพื่อน

3) การสื่อสารเป็นการเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นนักเรียนรู้ คือ เมื่อครูเป็นผู้ตั้งคำถามและนักเรียนเป็นผู้ตอบโดยการพูดและการเขียนในสิ่งที่นักเรียนคิด หรือนักเรียนถามตอบกันเองจะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง การให้นักเรียนรายงานสิ่งที่นักเรียนคิดเป็นประเด็นที่มีความสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพ และควบคุมการเรียนรู้ของตนเองในหารศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดนักเรียนจะเปลี่ยนเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตนเอง

4) การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ คือ การพูดและการฟังในกลุ่มเพื่อนจากการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยเป็นวิธีที่ปลอดจากความวิตกกังวลในการแสดงความคิดใหม่ ๆ เมื่อการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ เป็นสิ่งที่น่าสนุกสนานจะทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจในการร่วมมือกัน

5) การสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียน คือ ครูจะเรียนรู้สิ่งที่นักเรียนเรียนรู้ โดยการฟังสิ่งที่นักเรียนอธิบายโดยกระบวนการให้เหตุผล โดยความสามารถในการอธิบายเป็นทักษะที่ได้จากการฝึกฝนทักษะการสื่อสารในกลุ่มเพื่อนที่มีการใช้ภาษาอย่างง่ายๆ และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

3.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารคือ เป็นวิธีการให้นักเรียนได้พูด ฟัง อ่าน และเขียนภาพ ศัพท์ ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายความสัมพันธ์ นักเรียนจึงต้องมีโอกาสในการทดสอบความคิดของตนเองในสังคมคณิตศาสตร์ในห้องเรียน โดยครูสามารถส่งเสริมกิจกรรมการสื่อสารในห้องเรียนได้ด้วยการสร้างสังคมที่นักเรียนรู้สึกมีอิสระในการแสดงออกทางความคิด ครูกระตุ้นการสื่อสารของนักเรียนด้วยการใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตน โดยให้เพื่อนๆ มีส่วนร่วมในการอภิปรายแนวคิดนั้น โดยการอภิปรายข้อดีและข้อบกพร่องของแต่ละแนวทางและร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนๆ และครู เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น อธิบายเหตุผล และนักเรียนได้รับฟังความคิดเห็นของเพื่อนพร้อมทั้งสะท้อนความคิดของเพื่อนด้วย และให้นักเรียนได้ฝึกการอ่านและการเขียนไปพร้อมกัน โดยเฉพาะนักเรียนที่เรียนอ่อนอาจจะไม่เข้าใจแนวคิดบางอย่างซึ่งคนอื่นเข้าใจแล้ว ดังนั้นครูจึงต้องให้ความช่วยเหลือเป็นพิเศษ การเรียนรู้โดยผ่านมุมมองของคนอื่นเป็นสิ่งที่กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มนี้ การมีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียนเป็นสิ่งท้าทายของนักเรียนบางคน ดังนั้นครูควรส่งเสริมการสื่อสารให้มากขึ้น

Rowan (1993) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1) การนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนพรรณนาถึงสิ่งที่พบ

2) ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เช่น โครงงานที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสิ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียนทำให้การสื่อสารเป็นไปอย่างสมบูรณ์

3) การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดอย่างสร้างสรรค์

4) ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน

การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนเป็นทักษะการสื่อสารที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด ช่วยพัฒนาการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้ทราบว่าตนเองมีความคิดเห็นและมีความเข้าใจอย่างไร เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงออกด้วยการพูดได้แสดงออกโดยการเขียน

5) ใช้การเรียนแบบร่วมมือซึ่งกันและกัน (Cooperative and Collaborative Group) เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร

6) ใช้การชี้แนะโดยตรงและโดยอ้อม (Overt and Covert Clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริการและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานในการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

Buschman (1995) ได้แนะนำการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารไว้ดังนี้

1) เสนอปัญหาและคำตอบ และให้นักเรียนเขียนข้อความที่เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบ

2) เสนอปัญหาที่แก้แบบผิดๆ ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น

3) เสนอปัญหาที่ประกอบด้วยข้อมูล และเงื่อนไขของปัญหาให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่และมีข้อมูลและเงื่อนไขไม่แตกต่างจากปัญหาเดิม แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาทั้ง 2 ข้อ

4) เสนอปัญหาและวิธีแก้ปัญหาบางส่วน แล้วให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหาต่อให้สำเร็จและให้นักเรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหาแบบใหม่และอธิบายวิธีแก้ปัญหานั้น

5) เสนอปัญหาและข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวกับคำตอบหนักเรียนระบุข้อเท็จจริงเหล่านั้นและเขียนปัญหานั้นใหม่โดยตัดข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

6) เสนอปัญหาให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนอธิบายวิธีแก้ปัญหาโดยใช้เพียงคำสั้น ๆ

7) หลังจากนั้นเรียนแก้ปัญหาเสร็จแล้ว ให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ที่มีบริบทแตกต่างกันไป แต่ยังมีโครงสร้างปัญหาเหมือนเดิม

8) เสนอปัญหาในชีวิตจริงที่ไม่มีตัวเลขแก่นักเรียน ให้นักเรียนประมาณคำตอบและตัวเลขที่หายไป

9) เสนอกราฟหรือตารางให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนเขียนเรื่องที่นำเสนอข้อมูลในกราฟหรือตารางนั้น

10) เสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

11) ให้นักเรียนเขียนเรื่องราวใหม่โดยมีข้อมูลที่เป็นตัวเลขอยู่ด้วยเพื่อใช้เป็นแหล่งในการสร้างโจทย์ปัญหา

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กระทรวงการศึกษา, กรมวิชาการ) ได้กำหนดมาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้บรรลุผลตรงกันไว้ดังตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 มาตรฐานในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น			
ป. 1-3	ป. 4-6	ม. 1-3	ม. 4-6
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนออย่างถูกต้อง และเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนออย่างถูกต้อง และเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนออย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนออย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

โดยสถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) ได้แจกแจงความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของทักษะการสื่อสารที่จะนำมาประเมินการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1) เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม

2) ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล

3) บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล

4) สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้

5) เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และหารนำเสนอทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ ดังนี้

1) จัดระบบและรวบรวมเหตุผลความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร

2) สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่นๆ

3) วิเคราะห์และประเมินความคิดและกลวิธีทางคณิตศาสตร์ของคนอื่นๆ

4) ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชับซึ่งพฤติกรรมการปฏิบัติที่บ่งชี้ถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1) การแปลความหมายความสัมพันธ์ของเครื่องหมายทางพีชคณิต

2) การใช้สถิติ ตาราง และกราฟในการสื่อสารแนวคิดและข้อมูลเพื่อการสร้างความเชื่อมั่นในการนำเสนอและวิเคราะห์การนำเสนอของคนอื่นที่มีลักษณะการนำเสนอที่ลำเอียงหรือลวงตา(deceptive)

3) สื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สาธิตขั้นตอนเป็นลำดับอย่างสมเหตุสมผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป

กรมวิชาการ กระทรวง.ศึกษาธิการ (2546) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2) ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วนตนเอง โดยครูชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การฝึกทักษะการสื่อสารต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมถึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์เป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในหารสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

กำหนดสถานการณ์ดังนี้

ร้านค้าแห่งหนึ่งมีลูกจ้าง 3 คน คือ แดง น้อง และจิต โดยแต่ละคนเสนอค่าจ้างทำงานชั่วโมงละ 100 110 120 บาท ตามลำดับ และมีงาน 3 อย่างคือ a b และ c จำนวนชั่วโมงที่แดงทำงาน a b และ c คือ 7.5, 8 และ 4.5 ชั่วโมง ตามลำดับ จำนวนชั่วโมงที่น้อยทำงาน a b และ c คือ 6, 8.5 และ 5 ชั่วโมง ตามลำดับ และ จำนวนชั่วโมงที่จิตทำงาน a b และ c คือ 6.5, 7 และ 3.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

อยากทราบว่านายจ้างควรให้ลูกจ้างคนใดทำงานอย่างใดที่สามารถทำงานนั้นเสร็จและจ่ายเงินน้อยที่สุด และ

ถ้านายจ้างต้องการรับลูกจ้างเพื่อเข้าทำงานทั้ง 3 อย่างเพียงหนึ่งคน เขาควรรับลูกจ้างคนใดเข้าทำงานจึงจะจ่ายน้อยที่สุด

ในการแก้ปัญหานี้นักเรียนจะต้องวิเคราะห์ปัญหาและใช้ตารางช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายข้อมูลที่กำหนดให้

ตารางที่ 2 แสดงชั่วโมงการทำงาน

งาน	จำนวนชั่วโมงการทำงาน		
	แดง	น้อย	จิต
a	7.5	6	6.5
b	8	8.5	7
c	4.5	5	3.5

จากนั้นนักเรียนช่วยกันหาคำตอบและสร้างตารางใหม่เพื่อแสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่ายจากการทำงานทั้ง 3 อย่าง

ตารางที่ 3 แสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย

งาน	จำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย		
	แดง	น้อย	จิต
a	750	660	780
B	800	935	840
c	450	550	420
รวม	2,000	2,145	2,040

นักเรียนสามารถใช้ตารางที่ 3 นำเสนอคำตอบได้ดังนี้

ควรจ้างน้อยทำงาน a เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

ควรจ้างแดงทำงาน b เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

ควรจ้างจิตทำงาน c เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

และควรจ้างแดงทำงานทั้ง 3 อย่าง เพราะจ่ายค่าจ้างในการทำงานรวมทั้ง 3 อย่างน้อยที่สุด

(ก. กรมวิชาการ, 2542) ระบุว่าในการจัดการเรียนการสอนควรจัดให้นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารอย่างหลากหลาย และนำสู่การปฏิบัติจริงทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน โดยมีขั้นตอนที่สำคัญ 2 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมคุณสมบัติ และขั้นนำคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารไปใช้ในการเรียนการสอน

1) ขั้นเตรียมคุณสมบัติ การเตรียมคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในห้องเรียน หากครูต้องการให้นักเรียนมีการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพและประสบความสำเร็จ ครูจะต้องกำหนดคุณสมบัติที่จะใช้ในการสื่อสารและจัดกิจกรรมเพื่อฝึกทักษะนั้น ๆ ให้กับนักเรียนก่อนการนำทักษะไปใช้ในการเรียนการสอนเนื้อหาวิชาต่างๆ

2) ขั้นการนำคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารไปใช้ในการเรียนการสอน เป็นขั้นที่ครูกำหนดเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนการสอนตามหลักสูตร แล้วนำกระบวนการสื่อสารและคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารของนักเรียนมาใช้ เพื่อนำไปสู่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนต่อไป ซึ่งองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้สารจะเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการจัดการเรียนการสอนที่ใช้ในกระบวนการสื่อสาร

จากแนวคิดของการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การสื่อสารที่กล่าวมา สรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมโดยใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรใช้สื่อหรือสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียน ให้นักเรียนมีโอกาสในการแสดงความความคิดเห็นหรือแสดงออกด้วยวิธีการหลากหลาย เช่น การตั้งคำถาม การพูด การเขียนแสดงความคิดหรือหารนำเสนอต่างๆ ทั้งในกลุ่มย่อยและหน้าชั้นเรียนโดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง

3.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Kennedy and Tipps (1994) กล่าวถึงเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)
   - ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Representation)
   - ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
   - มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
   - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
   - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจ ชัดเจน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)
    - การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
    - การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
    - การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
    - การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

Suzzanne Lane, et al.(1996) ได้เสนอกฎเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคทั่วๆไป (General Rubric) ซึ่งพัฒนาโปรแกรมการประเมินผลของแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education,1989) เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างรูบริคเฉพาะ (Specific Rubric) สำหรับการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีการประเมิน (Holistics) ไว้ 5 ระดับ คือ 0 – 4 คะแนนดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

ระดับคะแนน 4	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณให้สมบูรณ์ ถูกต้อง
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกให้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญทั้งหมดของปัญหาและแสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น พิจารณาความเหมาะสมและวิธีที่เป็นระบบสำหรับการแก้ปัญหา แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน แสดงความเชี่ยวชาญ ในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (ต่อ)

ระดับคะแนนแบบ 3	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์เกือบสมบูรณ์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบทั้งหมด ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณได้ถูกต้องเป็นส่วนมาก แต่อาจมีความผิดพลาดอยู่เล็กน้อย
ความรู้เกียวกับกลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกได้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผนและไม่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญที่สุดของปัญหาและแสดงความเข้าใจทั่วๆไปของความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์ การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงการสนับสนุน การให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจจะมีช่องว่างเล็กน้อย
ระดับคะแนนแบบ 2	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการบางส่วนในคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากผิด การคำนวณอาจพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ระบุส่วนประกอบที่สำคัญได้บ้าง แต่แสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้บ้าง แต่การอธิบายกระบวนการอาจไม่สมบูรณ์หรือบางทีไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจนหรือมีสองนัย แผนภาพประกอบบกพร่อง หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (ต่อ)

ระดับคะแนนแบบ 1	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ผิด การคำนวณผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิดหรือเน้นส่วนประกอบที่ไม่สำคัญมากเกินไป แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขไม่สมบูรณ์หรือไม่เหมาะสม การอธิบายกระบวนการแก้ไขอาจจะไม่สมบูรณ์หรือบางทีไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจน หรือเข้าใจยาก แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความยาก
ระดับคะแนนแบบ 0	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความไม่เข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบของปัญหาผิดลอกส่วนปัญหาของโจทย์มาแต่พยายามแก้ปัญหา
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหา แผนภาพประกอบผิดหมด

กรมวิชาการ (2546: 121-124) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบอัตนัยทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังตารางที่ 5

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนน การทำแบบทดสอบอัตนัย ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน / ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดที่สมบูรณ์
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำ แต่คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือ ตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 / ไม่พยายาม	ไม่ทำหรือทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

จากแนวคิดของการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมโดยใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรใช้สื่อหรือสถานการณ์ปัญหาที่ใกล้ตัวนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นหรือแสดงออกด้วยวิธีหลากหลาย เช่น การตั้งคำถาม การพูด การแสดงความคิดเห็นหรือการนำเสนองานในรูปแบบต่างๆ เช่น รูปภาพ แผนภาพ ตารางหรือกราฟ ตลอดจนมีปฏิสัมพันธ์อย่างสม่ำเสมอ ทั้งในกลุ่มย่อยและหน้าชั้นเรียน โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะ

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

4.1.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Ewing McMahon and Bronwyn (2000) ได้ศึกษาตามแนวคิดของบรูเนอร์ในการฟื้นฟูความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยการเสริมต่อการเรียนรู้โดยการสอนแบบตัวต่อตัว วิธีการศึกษาโดยการสังเกตการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูสองคนกับนักเรียนอายุ 6 -7 ปี ในชั้นเรียนผ่านวีดีโอทัศน์ แล้วนำมาอภิปรายร่วมกัน ผลจากการสังเกตแสดงให้เห็นว่าการเสริมต่อการเรียนรู้ในลักษณะการสอนแบบตัวต่อตัวเป็นลักษณะการสอนที่เหมาะแก่การฟื้นฟูความรู้ทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ถึงเทคนิคการสอนเพื่อฟื้นฟูความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการบันทึกภาพวีดีทัศน์นั้นเป็นวิธีที่ดีเยี่ยม เพราะครูผู้สอนจะได้เห็นภาพขณะที่ตัวเองกำลังสอนโดยใช้เทคนิคที่พัฒนาขึ้นมา ภาพวีดีทัศน์ที่บันทึกไว้จะใช้ในการประเมินกิจกรรมการสอน วิธีในการสอน และพัฒนาการของนักเรียนในด้านคณิตศาสตร์

Siemon และ Virgona (2001) ได้ทำการศึกษาการระบุและบรรยายครูที่ใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยได้ทำการศึกษาครู 3 กลุ่มซึ่งทำการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาเป็นกลุ่มเล็กๆ ในห้องที่มีกระจกด้านเดียวสำหรับสังเกตการณ์ โดยมีครูอีกกลุ่มหนึ่งคอยสังเกตและบันทึกพฤติกรรมและการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งพบว่าเทคนิคนี้เป็นวิธีที่ดีและมีค่า เพราะช่วยให้ครูสามารถทราบได้ว่าต้องมีพฤติกรรมและปฏิสัมพันธ์อย่างไรจึงจะทำให้เด็กเกิดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

Lau Ngee Kiong และ Hwa Tee Yong (2004) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้เรียนปกติ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ยังช่วยให้นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์แบบใหม่ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

Kajamies (2010) ได้ศึกษาการใช้วิธีการเสริมต่อ การเรียนรู้ในการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ โดยได้ศึกษากับนักเรียนอายุ 10 ปี จำนวน 8 คน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองได้ทำการสอนโดยใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้และออกแบบให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในรูปของเกมผจญภัยโดยใช้คอมพิวเตอร์ ผลการศึกษาพบว่ากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ขึ้นกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

4.1.2 งานวิจัยในประเทศ

กมล โพธิเย็น (2547) ได้ทำการศึกษารูปแบบการพัฒนาความคิดอย่างเป็นระบบเพื่อสร้างเสริมความสามารถด้านทักษะการเขียนภาษาไทย ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยใช้แนวคิดทฤษฎีไตรอาร์ขิกและกลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า คะแนนความสามารถด้านทักษะการเขียนความเรียงภาษาไทยของกลุ่มทดลองกลุ่มที่ 1 และกลุ่มทดลองกลุ่มที่ 2 หลังการทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุภาพร พันธุ์ซื่อ (2551) ได้ทำการศึกษาการใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเขียนภาษาอังกฤษและลดความวิตกกังวลในการเขียนของนักเรียนระดับก้าวหน้า โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 50 คนพบว่า ความสามารถในการเขียนภาษาอังกฤษก่อนระหว่างและหลังเรียนโดยกลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้สูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง

สุพัตรา จันทรโฆษิต (2552) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิคการลดบทบาทการเสริมศักยภาพที่มีต่อมโนทัศน์ทางชีววิทยา และความสามารถในการสร้างคำอธิบายของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่านักเรียนกลุ่มเรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิค การลดบทบาทการเสริมศักยภาพมีคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางชีววิทยาสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐาน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โศจิวัจน์ เสริฐศรี (2553) ได้ทำการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษา โดยทำการศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 52 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตหลังการเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดเสริมต่อการเรียนรู้ ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตสูงขึ้น

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

4.2.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Kirchenbaum (1969) ได้ศึกษาถึงวิธีการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนที่มีการคิดแบบอิสระ(Field Independence,FI) และแบบการคิดแบบพึ่งพิง (Field Dependence,FD) พบว่าบุคคลที่มีแบบการคิดแบบ FI มีความผิดพลาดในการสร้างมโนทัศน์น้อยกว่าบุคคลที่มีแบบการคิดแบบ FD

Gallacher (1970) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอน 2 รูปแบบ คือ การเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทางบวกต่อทางลบเท่ากับ 2 ต่อ 1 (PPN) การนำเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทางลบต่อทางบวกเท่ากับ 2 ต่อ 1(NNP) โดยกลุ่มทดลองแบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม ได้แก่ นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ PPN นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ NNP นักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ PPN นักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ NNP ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ PPN สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มสูงเรียนแบบ NNP และนักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ PPN สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ไม่แตกต่างกับนักเรียนกลุ่มต่ำเรียนแบบ NNP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Gorrell (2012) ได้ทำการศึกษาผลการสร้างตัวอย่างของมโนทัศน์ที่มีต่อความคงทนในการเรียนรู้ กลุ่มตัวอย่าง 26 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่สามารถสร้างตัวอย่างของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองมีความคงทนในการเรียนรู้มากกว่านักเรียนที่ไม่ได้สร้างตัวอย่างของมโนทัศน์ด้วยตนเอง

Shiels (1993) ได้ทำการศึกษาว่าผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีวิธีการรับรู้มโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์อย่างไร โดยกลุ่มทดลองสอนโดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ โดยพัฒนากระบวนการนำเสนอตัวอย่างมโนทัศน์ 3 แบบ คือ แบบรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนมโนทัศน์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Boehm (1996) ศึกษาความเชื่อมโยงความเข้าใจมโนทัศน์ในการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่องจำนวนเต็ม ทศนิยม เศษส่วน และเรขาคณิตพื้นฐาน เพื่อศึกษารูปแบบมโนทัศน์ที่ช่วยความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแง่ของเทคนิคหนึ่งใช้เพิ่มความทรงจำ ด้วยการเน้นมโนทัศน์การใช้เครื่องมืออุปกรณ์วัสดุ เพื่อสร้างแบบของวิธีการเชื่อมโยงการจัดทำเครื่องมือกับขั้นตอนวิธีการ และการพัฒนารูปแบบการคิด โดยใช้การเรียนการสอน 2 แบบ คือ การเรียนรู้ที่ใช้มโนทัศน์เป็นฐานและกาเรียนรู้ที่ใช้ตำราเป็นฐาน การเรียนการสอนที่ใช้มโนทัศน์เป็นฐานจะเน้นมโนทัศน์โดยเริ่มที่การใช้อุปกรณ์ต่าง ๆ เป็นสื่อการสอน นำเสนอด้วยภาพและเชื่อมโยงการปฏิบัติกับกระบวนกรคิดที่พัฒนาด้วยการนำเสนอทางสัญลักษณ์ การเรียนการสอนในชั้นเรียนที่ใช้ตำราเป็นฐานดำเนินการโดยไม่ใช้อุปกรณ์เป็นสื่อการสอนและให้เฉพาะการนำเสนอมโนทัศน์ด้วยภาพ ผลการทดสอบหลังเรียนพบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแบบเน้นมโนทัศน์เป็นฐานปฏิบัติได้ดีกว่าอย่างมีนัยสำคัญในเรื่องเศษส่วนและเรขาคณิต แต่ดีกว่าเล็กน้อยในเรื่องจำนวนเต็มและทศนิยม

Porter (1996) ศึกษาผลการเขียนเพื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อความเข้าใจด้านมโนทัศน์และด้านการดำเนินการในวิชาแคลคูลัสเบื้องต้นระดับวิทยาลัย เพื่อพัฒนาระบบการจำแนกความคลาดเคลื่อนของนิสิตในเนื้อหาแคลคูลัส โดยแบ่งทดสอบกับนิสิต 2 กลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอน

แบบเดียวกัน ด้วยครูคนเดียวกัน และสอนโดยเน้นมโนทัศน์ของวิชาเดียวกันและมีการอภิปรายถึงกิจกรรมในชั้นเรียน โดยให้นิสิตกลุ่มที่หนึ่งใช้กิจกรรมการเขียน อีกกลุ่มใช้กิจกรรมอื่น ๆ ที่ไม่รวมการเขียน จากการทดสอบความคลาดเคลื่อนในวิชาแคลคูลัสของนิสิตทั้งสองกลุ่ม ได้พัฒนาระบบการจำแนกที่ประกอบด้วยความคลาดเคลื่อนด้านการดำเนินการ 2 ประเภท และความคลาดเคลื่อนด้านมโนทัศน์ 4 ประเภท ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าความคลาดเคลื่อนด้านมโนทัศน์และด้านการดำเนินการของนิสิตทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ นั้นคือ กิจกรรมการเขียนส่งผลต่อความเข้าใจด้านมโนทัศน์และด้านการดำเนินการ ไม่แตกต่างกับกิจกรรมที่ไม่ใช้การเขียน ซึ่งถ้านิสิตเข้าร่วมในกิจกรรมที่ไม่ใช้การเขียนโดยเน้นมโนทัศน์และใช้การอภิปรายเข้าร่วม นิสิตจะสามารถประสบผลสำเร็จในระดับเดียวกับความเข้าใจของนิสิตที่ใช้กิจกรรมการเขียน

Backett (1999) ได้ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจด้านมโนทัศน์วิชาสถิติในสภาพแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อการสร้างความรู้ด้วยตนเองของนิสิต เพื่อจำแนกนิสิตที่ไปไม่ถึงระดับของการดำเนินการอย่างมีแบบแผนและเพื่อสำรวจกลวิธีที่สามารถทำให้นิสิตเกิดความเข้าใจด้านมโนทัศน์เรื่องสถิติและความน่าจะเป็น โดยมีสมมติฐานว่าการสอนแบบฝึกหัดที่ใช้แนวคิดการสร้างความรู้ด้วยตนเองจะช่วยให้นิสิตสามารถคิดในระดับที่เป็นรูปธรรม โดยทำการสำรวจสภาพแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเอง ที่เน้นการปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มของนิสิตในการอภิปราย การแบ่งปันและการศึกษาด้านความคิด กระบวนการคิดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนิสิต ซึ่งนิสิตเรียนรู้จากปัญหาที่ใช้ข้อมูลจากชีวิตจริง ทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบวัดเขียนตอบเพื่อตัดสินความสามารถในการให้เหตุผลของนิสิตในการดำเนินการระดับก่อนมีแบบแผนหรือมีแบบแผน กลุ่มทดลองสองกลุ่มสร้างสภาพแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยให้เรียนรู้ด้วยการอภิปรายและการทำงานร่วมกัน อีกสองกลุ่มเป็นกลุ่มควบคุม เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา นิสิตทุกคนทำแบบสำรวจสภาพแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองเพื่อประเมินความคิดเห็นของนิสิตตามกลวิธีการสอนที่สร้างสภาพแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเอง เพื่อวัดผลความเข้าใจด้านมโนทัศน์ทางสถิติและความน่าจะเป็น ผลปรากฏว่ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติสอดคล้องกับสมมติฐานที่ว่าสภาพแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองช่วยให้นิสิตเกิดความเข้าใจด้านมโนทัศน์

Rittle-Johnson (1999) ได้เสนอรูปแบบซ้ำเพื่อความเข้าใจในการพัฒนาการรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ และรวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงการนำเสนอปัญหางานวิจัยนี้ประเมินรูปแบบที่สร้างขึ้นในการเรียนเรื่องเศษส่วนโดยมีกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม คือนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ที่ได้รับการประเมินความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการเรื่องเศษส่วน ทั้งก่อนและหลังช่วงการแก้ปัญหานักเรียนแทนเศษส่วนลงบนเส้นจำนวน และอธิบายคำตอบที่ถูกต้อง ผลจากกลุ่มทดลองที่หนึ่งส่งเสริมความสัมพันธ์ของรูปแบบซ้ำ ความรู้ด้านมโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อนของ

นักเรียนสนับสนุนประโยชน์ของความรู้ด้านการดำเนินการ และในขณะเดียวกันประโยชน์ของความรู้ด้านการดำเนินการเหล่านี้ก็ส่งเสริมการปรับปรุงความรู้ด้านมโนทัศน์ด้วย ดังนั้นการนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องก็เป็นสื่อสัมพันธ์ระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการที่ได้รับการปรับปรุง ผลการวิจัยกลุ่มทดลองที่สองแสดงเป็นหลักฐานในการเชื่อมโยงการนำเสนอปัญหาที่ปรับปรุงแล้วไปสู่ความรู้ด้านการดำเนินการที่ปรับปรุงแล้ว นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้แสดงออกจะนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องมากกว่าและได้รับประโยชน์จากความรู้ด้านการดำเนินการมากกว่า ซึ่งความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไปมีอิทธิพลที่ขัดแย้งกับการเรียนรู้ของสองกลุ่มตัวอย่างนี้สุดท้าย ผลจากการวิจัยส่งเสริมรูปแบบซ้ำเพื่อการพัฒนาความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการและให้วิธีการที่เป็นไปได้

4.1.2 งานวิจัยในประเทศ

นวรัตน์ ศิริโชติ (2520) ได้ทำการศึกษาผลของวิธีการสอนแบบอุปมานและอนุมานที่มีต่อการเรียนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยแบ่งกลุ่มทดลองประกอบไปด้วย กลุ่มที่ 1 จำนวน 40 คน สอนด้วยวิธีอุปมาน กลุ่มที่ 2 จำนวน 40 คน สอนด้วยวิธีอนุมาน และกลุ่มที่ 3 จำนวน 40 คนเป็นกลุ่มควบคุมไม่มีการสอนใด ๆ ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีอุปมานและอนุมาน ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ศรีทอง มีทาทอง (2534) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนโจทย์ปัญหาการคูณและการหาร โดยใช้การสอนที่มีกระบวนการสร้างมโนทัศน์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 70 คน โดยให้กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยวิธีสอนที่มีกระบวนการสร้างมโนทัศน์และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนที่มีกระบวนการสร้างมโนทัศน์กับวิธีการสอนปกติแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

สุธีรัตน์ อริเดช (2540) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์ ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามวิธีสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์

ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์มีความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จริยา เกตุเผือก (2540) ได้ทำการศึกษาการใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของจอยส์และเวลล์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 38 คน ที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของจอยส์และเวลล์ แบ่งเป็นกลุ่มควบคุม 40 คน เรียนโดยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ณัชชา กมล(2542) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้ามมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย ซึ่งเครื่องคำนวณนั้นเป็นสื่อการเรียนการสอนที่แสดงรูปภาพต่าง ๆ และแสดงภาพทางเรขาคณิตให้นักเรียนเห็นได้ทันที ผลการวิจัย พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟฟิกประกอบการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

สิรินทิพย์ พูลศรี (2542) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน ที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ และแบ่งเป็นกลุ่มควบคุม 40 คน เรียนโดยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า แผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์นั้นสามารถพัฒนากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์และนักเรียนที่เรียนโดยวิธีปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สาคร เกษม (2544) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้มีจำนวน 22 คน เป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ ผลการวิจัยพบว่า แผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์นั้นสามารถพัฒนากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ปราโมทย์ บุญญสิระ(2546) วิจัยการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นการปฏิบัติ ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดีและสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง เช่นในการทดลองกิจกรรมการสัดอุณหภูมิเพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนเต็ม โดยให้นักเรียนทำการทดลองวัดอุณหภูมิของน้ำ น้ำแข็ง และน้ำแข็งปนเกลือ ทำให้นักเรียนได้ข้อค้นพบเกี่ยวกับจำนวนเต็มว่าจำนวน

เต็มมีทั้งที่เป็นจำนวนเต็มบวก ศูนย์และจำนวนเต็มลบ และยังทำให้นักเรียนมีเจตคติทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

วัชรสันต์ อินธิสาร(2547) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิต และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุรนารี อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 60 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 5 สัปดาห์ ซึ่งกลุ่มตัวอย่างได้เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสร้างรูปในเนื้อหาเรื่อง วงกลม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 50 และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Rojas (1992: 53-05A) ได้ศึกษาวิจัยการส่งเสริมการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็นโดยพัฒนานักเรียนด้านทักษะการอ่านและการเขียน โดยให้นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่ม เรียนเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นและใช้เทคนิคการส่งเสริมกิจกรรมทางภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ ฝึกการสื่อสารให้แก่นักเรียนโดยการกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นคว้าโดยการเสริมแรงในการอ่าน เขียน และพูด ผลปรากฏว่า การทดลองนี้ทำให้นักเรียนมีผลการเรียนที่ดีขึ้นในกิจกรรมการเขียน แต่ว่ากิจกรรมการอ่านนักเรียนเห็นประโยชน์เพียงเล็กน้อย โดยไม่รู้ว่าการอ่านมีประโยชน์อย่างไร และอะไรที่เป็นความสามารถในการอ่านของตน

Senne – Dibble (1995) ได้ศึกษาวิเคราะห์เทคนิคการประเมินเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูดกับกับการเขียนของนักเรียนเกรด 4 โดยสุ่มนักเรียนมา 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มอภิปราย 1 กลุ่ม และกลุ่มเขียนบันทึก 1 กลุ่ม แต่ละกลุ่มได้รับการสอนเรื่อง เรขาคณิตเหมือนกัน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดและเขียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 4 มีความเข้าใจและการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อเขาคิดเขาก็พูดได้ 84% ของนักเรียนในกุ่มอภิปราย และ 42% ของนักเรียนในกลุ่มเขียนสามารถเขียนสื่อสารความเข้าใจ ทางคณิตศาสตร์ของตนได้เหมาะสม เมื่อนักเรียนได้รับการ

ประเมินความสามารถในการสื่อ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า 25% ของกลุ่มเขียนสื่อได้เข้าใจ และ 75% ของกลุ่มอภิปรายสื่อความเข้าใจได้ตามความคิดของตนเอง

Rodeheaver (2000) ได้ทำการศึกษากรณีศึกษาระหว่างนักเรียนและครู และความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบ้างที่มีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครู ผลปรากฏว่าข้อมูลย้อนกลับของนักศึกษานี้แสดงถึงครูได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารอย่างมาก โดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอน แต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านการปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

Lewison, Graves and Sanchez (2006) ได้ศึกษาเรื่องการสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจวัตรในการสนทนาระหว่างนักเรียน จุดเด่นในการศึกษาในครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาการวิเคราะห์สภาพงานที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัย พบว่าการให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

4.3.2 งานวิจัยในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้วิจัยการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งศักยภาพทางคณิตศาสตร์สื่อสารพัฒนาฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ผลการวิจัยพบว่า ศักยภาพด้านการแก้ปัญหาการให้เหตุผล และการคณิตศาสตร์สื่อสารหลังการทดลองกับก่อนการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยศักยภาพของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

ประภาวดี เทพทอง (2545) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนด้วยการกระบวนการสื่อสาร พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการสื่อสารมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มสูงขึ้นกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีปกติ

วัชรี ขันเชื้อ (2545) ได้ศึกษาความสามารถทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการพูดและการเขียน

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เมื่อเรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร นักเรียนมีความสามารถการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ร้อยละ 70

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546) ได้ศึกษาความสนใจในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

สุธิดา เกตุแก้ว (2547) ศึกษาผลของการใช้กระบวนการสื่อสารในการจัดการเรียนการสอนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าร้อยละ 50 และสูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้ปกติ รวมทั้งยังมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่จัดการเรียนรู้ปกติ

ชานนท์ ศรีผ่องงาม (2549) ได้ศึกษาความก้าวหน้าของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง จำนวนจริง ผลการศึกษาพบว่า ความก้าวหน้าของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองภายหลังเรียนด้วยชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถใน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบงานวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1.1 ศึกษาเอกสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาค้นคว้าจากคู่มือการจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หนังสือเรียน และตำราต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.3 ศึกษาเอกสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตเกี่ยวกับระเบียบวิธีวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Study) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 6 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	ทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	ทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	- X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

- X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรียนแบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน จากทั้งหมด 8 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียนจากทั้งหมด 8 ห้องเรียน โดยพิจารณาจากห้องเรียนที่นักเรียนมีค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ใกล้เคียงกัน

ผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. ผู้วิจัยพิจารณาห้องเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่ใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้อง ซึ่งได้แก่ นักเรียนห้อง ม.2/3 จำนวน 50 คน และ ม. 2/4 จำนวน 48 คน

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ของม.2/3 และ ม.2/4 ไม่แตกต่างกัน แล้วนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ของทั้ง 2 ห้องมาทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยค่าที (t – test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความรู้พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยทำการจับสลากเพื่อเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมอย่างละ 1 ห้องเรียน ปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.2/3 เป็นกลุ่มควบคุม และนักเรียนชั้น ม.2/4 เป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

กลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

กลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

4.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

4.2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

4.2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

4.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

4.2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

4.2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จำนวน 15 แผน จำนวน 15 คาบ เป็นเวลา 3 สัปดาห์

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ ตามแนวคิดของ Anghileri, 2006 ซึ่งแบ่งระดับของความช่วยเหลือเป็น 3 ระดับ ดังนี้

ระดับ 1 **การให้ความช่วยเหลือโดยจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน** (Level 1: Environmental Provision)

ระดับ 2 **การให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบาย ทบทวนและปรับโครงสร้างความคิด** (Level 2: Explaining, Reviewing and Restructuring)

ระดับ 3 **การให้ความช่วยเหลือโดยการพัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์** (Level 3: Developing Conceptual Thinking)

โดยจะให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนในขั้นสอน

2) ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี ที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4) วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลอง ในหัวข้อเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

5) เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหา เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จำนวน 15 แผน 15 คาบ โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

7) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง (รายละเอียดดังแสดง ภาคผนวก หน้า 155)

4.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี ที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3) วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลอง ในหัวข้อเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

4) เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มควบคุมให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหา เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จำนวน 15 แผน 15 คาบ โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง มาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข

6) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม (รายละเอียดดังแสดง ภาคผนวก หน้า 155)

ตารางที่ 7 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

แผนการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้
1	การเขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมซ้ำ
2	การเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน
3	จำนวนจริง
4	จำนวนตรรกยะ
5	จำนวนอตรรกยะ
6	รากที่สอง
7	สมบัติของรากที่สอง (1)
8	สมบัติของรากที่สอง (2)
9	สมบัติของรากที่สอง (3)
10	การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ
11	การหารากที่สองโดยการประมาณค่า
12	รากที่สาม
13	สมบัติของรากที่สาม (1)
14	สมบัติของรากที่สาม (1)
15	การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบและการประมาณค่า

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 8 การเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง **(สอนด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้)**	**กลุ่มควบคุม** **(สอนแบบปกติ)**
ขั้นนำ 1) ครูประเมินการให้ความช่วยเหลือด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่จะใช้ในขั้นสอนว่าจะช่วยเหลือนักเรียนทั้งห้องในระดับใด โดยประเมินจากภาพรวมของการตอบคำถามที่เกี่ยวข้องกับความรู้เดิมที่นักเรียนทั้งห้องมี ดังนี้ 1.1 ถ้านักเรียนมีความรู้เดิมน้อย ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 1 การให้ความช่วยเหลือโดยใช้การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน (Level 1 : Environmental Provision) 1.2 ถ้ามีความรู้เดิมปานกลาง ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 2 การให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบาย ทบทวนและปรับโครงสร้างความคิด (Level 2 : Explaining, Reviewing and Restructuring) 1.3 ถ้ามีความรู้เดิมมาก ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 3 การให้ความช่วยเหลือโดยการพัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์ (Level 3 : Developing Conceptual Thinking) 2) ครูทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิมเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยการใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียน หรือเพิ่มความรู้ที่จำเป็นเพื่อเป็นการเตรียมพร้อม	**ขั้นนำ** ครูทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิมเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยการใช้การสนทนา ซักถาม ยกตัวอย่างและอภิปรายเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียน หรือเพิ่มความรู้ที่จำเป็นเพื่อเป็นการเตรียมพร้อม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 8 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง **(สอนด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้)**	**กลุ่มควบคุม** **(สอนแบบปกติ)**
ขั้นสอน ครูสอนเนื้อหาใหม่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกฎสูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท รวมถึงการประยุกต์ใช้ความรู้ โดยครูใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ โดยครูพิจารณาภาพรวมของนักเรียนในแต่ละคาบว่าในขั้นนี้จะให้นักเรียนได้รับความช่วยเหลือในระดับใด ดังนี้ **1. ช่วงการสอนเนื้อหา** **1.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมน้อย ไม่สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้** ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 1 การให้ความช่วยเหลือโดยใช้การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน ดังนี้ ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนเพื่อให้เกิดความร่วมมือและมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ช่วยเหลือกันระหว่างเพื่อน (Peer collaboration) จากนั้นกระตุ้นโดยให้นักเรียนได้เล่นและสัมผัสกับสื่ออย่างอิสระ (Free play) โดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Artefacts) ที่ครูเตรียมมา เพื่อให้นักเรียนได้เห็นและพิจารณาองค์ประกอบต่างๆ ของสื่อที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะสอน จากนั้นครูให้ใบงานหรือใบกิจกรรมที่มีการกำหนดชี้แนะแนวทาง (Structure tasks) ให้แต่ละกลุ่ม โดยครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันนำข้อมูลขององค์ประกอบต่างๆ ของมโนทัศน์ข้างต้นมาระบุไว้ในใบงาน แล้วให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน	**ขั้นสอน** ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยคำนึงถึงนักเรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนมีส่วนร่วมคิด ร่วมกระทำโดยมีครูเป็นผู้วางแผนการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมเพื่อกระตุ้นนักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและเอื้อต่อการที่นักเรียนจะได้พัฒนาตนเองตามความต้องการและเต็มศักยภาพของนักเรียน ดังนี้ - ครูใช้การแบ่งกลุ่มนักเรียนเพื่อให้เกิดความร่วมมือและมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ - ครูนำเสนอประเด็นที่จะเรียนรู้แก่นักเรียนในรูปของสื่อหรือข้อความเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ และให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน - ครูใช้การอธิบาย ถาม - ตอบ ประกอบการยกตัวอย่างเพิ่มเติม - ครูใช้คำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้รวบรวมความคิดจากสิ่งที่สังเกตได้ เพื่อค้นหาแบบรูปหรือมโนทัศน์ และสามารถอธิบายความคิดของตนออกมาได้

ตารางที่ 8 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (สอนด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
อธิบายถึงสิ่งที่นักเรียนแต่ละกลุ่มพบ แล้วให้นักเรียนร่วมแลกเปลี่ยนความคิดกันระหว่างกลุ่ม หากนักเรียนยังไม่สามารถเข้าใจได้ถูกต้องครูจะให้ความช่วยเหลือโดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนปรับแก้งาน (Modifying task) เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบปรับแก้ความเข้าใจในมโนทัศน์ด้วยตนเอง (Self – correcting) ทั้งเป็นรายกลุ่มและรายบุคคล	- ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียน จากนั้นครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนโดยใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียนยิ่งขึ้น - ครูเชื่อมโยงความรู้ในสิ่งที่เรียนรู้ได้กับสิ่งที่นักเรียนสามารถเห็นได้ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียนยิ่งขึ้น - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย - ครูนำเสนอปัญหาที่เป็นการประยุกต์ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียน โดยใช้การถามนำ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์นั้นๆ - ครูให้เวลานักเรียนคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ ครูต้องใช้การถามนำเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียน จากนั้นครูสุ่มนักเรียนบางคนออกมานำเสนอวิธีแก้ปัญหาแก่เพื่อนร่วมชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง หากนักเรียนไม่สามารถนำเสนอการหาคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาไม่ชัดเจน ครูจะต้องช่วยเพิ่มเติมข้อมูลให้แก่นักเรียน
1.2 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมปานกลาง สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้แต่ไม่สามารถสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้ จะให้ความช่วยเหลือในระดับ 2 การให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบาย ทบทวนและปรับโครงสร้างความคิด (Level 2: Explaining, Reviewing and Restructuring) ครูนำเสนอประเด็นที่จะเรียนรู้แก่นักเรียนในรูปของสื่อหรือข้อความเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ จากนั้นให้นักเรียน สังเกตและร่วมกันวิเคราะห์ประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ดังกล่าว เมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจกับมโนทัศน์ได้ ครูให้ความช่วยเหลือด้วยการอธิบาย (Explaining) เพิ่มเติมเพื่อสรุปหรือคัดกรองประเด็นสำคัญต่างๆ ที่เป็นองค์ประกอบทางมโนทัศน์ที่นักเรียนจะต้องให้ความใส่ใจ หรือใช้คำถามกระตุ้น ชี้แนะ ให้นักเรียนค้นหาคำตอบตามที่ครูได้กำหนดไว้ รวมถึงการใช้คำถามเพื่อ	

ตารางที่ 8 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง **(สอนด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้)**	**กลุ่มควบคุม** **(สอนแบบปกติ)**
ตรวจสอบความเข้าใจและขยายความคิดในสิ่งที่เรียน (Prompting and probing) โดยครูให้นักเรียนอธิบายและให้เหตุผลในสิ่งที่นักเรียนเข้าใจออกมา ซึ่งจะช่วยให้ครูสามารถตรวจสอบได้ (Students explaining and justifying) จากนั้น ครูให้นักเรียนสนทนาแลกเปลี่ยนข้อสรุปที่ได้จากงานแล้วร่วมกันสรุปและปรับปรุงให้ได้มโนทัศน์ที่มาจากความคิดเห็นของนักเรียน ซึ่งครูให้ความช่วยเหลือโดยการตรวจสอบความถูกต้องของสิ่งที่นักเรียนสรุป จากนั้นให้นักเรียนสนทนาแลกเปลี่ยนข้อสรุปที่ได้จากงานแล้วร่วมกันสรุปและปรับปรุงให้ได้มโนทัศน์ที่มาจากความคิดเห็นของนักเรียนด้วยกัน โดยถ้านักเรียนสื่อสารด้วยคำพูดที่ไม่ถูกต้องตามความหมายทางคณิตศาสตร์ ครูจะให้ความช่วยเหลือโดยการปรับแก้ให้เป็นความหมายที่ถูกต้อง (Re-phrasing students' Talk)	- ครูนำเสนอปัญหาเพิ่มเติม หรือให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียนเพิ่มเติม พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น
1.3 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมมาก สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองเมื่อได้รับโอกาส จะให้ความช่วยเหลือในระดับ 3 การให้ความช่วยเหลือโดยการพัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์ (Level 3 : Developing Conceptual Thinking) ดังนี้	

ตารางที่ 8 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (สอนด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ครูนำเสนอประเด็นที่จะเรียนรู้แก่นักเรียนในรูปของสื่อหรือข้อความเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ จากนั้นให้นักเรียน สังเกตร่วมกันวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนรู้ร่วมกันสรุปและแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกัน โดยครูให้ความช่วยเหลือโดยการตรวจสอบความคิด ความเข้าใจในประเด็นต่างๆ ของนักเรียนให้เป็นไปในทิศทางที่สัมพันธ์กัน และในแนวทางเดียวกัน(Making connections) จากนั้นให้นักเรียนประมวลความคิดที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ข้างต้น ที่อธิบายถึงความคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจนำเสนอได้ในหลายๆ รูปแบบ โดยความสัมพันธ์ของความคิดนั้นอาจมีลักษณะเป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ หรือคำพูด ก็ได้ จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกันและร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้ออกมาเป็นมโนทัศน์ หากพบว่านักเรียนไม่สามารถสรุปมโนทัศน์ออกมาได้ ครูให้ความช่วยเหลือโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตเห็นความสัมพันธ์ และสนับสนุนให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและอภิปรายร่วมกัน (Developing representational tools) จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้จากการเรียนรู้ ครูให้ความช่วยเหลือโดยระบุถึงคุณค่าและประโยชน์ของมโนทัศน์ที่ได้รวมถึง	

ตารางที่ 8 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (สอนด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
การขยายไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ซึ่งก่อให้เกิดการขยายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของนักเรียนให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น (Generating Conceptual discourse)	
2. ช่วงการประยุกต์ความรู้ เป็นการนำความรู้ที่ได้รับมาในช่วงสอนไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือสถานการณ์ต่างๆ ครูนำเสนอปัญหาที่เป็นตัวอย่างของการประยุกต์ความรู้ แล้วให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา หากไม่สามารถวิเคราะห์ได้ครูจะให้ความช่วยเหลือโดยอธิบายประเด็นของปัญหาในจุดที่นักเรียนสงสัย (Explaining) หรือทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying the problem) โดยครูลดระดับความซับซ้อนของปัญหา แล้วให้นักเรียนเริ่มทำจากขั้นง่ายๆ แล้วครูอาศัยข้อมูลป้อนกลับ เพื่อให้นักเรียนได้ปรับแก้ปัญหานั้นได้ หรือใช้คำถามกระตุ้น ชี้แนะ (Prompting and probing) ให้นักเรียนค้นหาคำตอบตามที่ครูได้กำหนดไว้ หรือยกตัวอย่างที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่นักเรียนแก้ (Parallel modeling) หรือให้นักเรียนสนทนาแลกเปลี่ยนขั้นตอนการแก้ปัญหา (Negotiating Meanings) ของแต่ละคนแล้วร่วมกันสรุปและปรับปรุงให้ได้ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มาจากความคิดเห็นของนักเรียนด้วยกัน ด้วยมีครูคอยตรวจสอบ	

ตารางที่ 8 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (สอนด้วยกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้)	กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)
ความถูกต้อง (Re-phrasing students' Talk)	
ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากสิ่งที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียน แล้วให้นักเรียนนำมโนทัศน์และหลักการที่ได้รับไปใช้ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม โดยระหว่างนักเรียนทำแบบฝึกหัดครูจะคอยสังเกตอย่างใกล้ชิด เพื่อให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนต้องการ	

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง โดยมีรายละเอียดของขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือดังต่อไปนี้

4.2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการวัดความแตกต่างของมโนทัศน์พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยจะใช้วัดมโนทัศน์พื้นฐานของผู้เรียนก่อนการทดลอง และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยจะใช้วัดมโนทัศน์ของผู้เรียนหลังการทดลอง ในการสร้างแบบวัดผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

4.2.1.1 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ดำเนินการสร้างดังนี้

1) ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบมโนทัศน์

2) ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นพื้นฐานความรู้ที่จะใช้เรียนในเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ได้แก่ เรื่อง เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปวงกลม จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

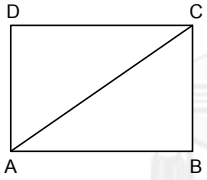
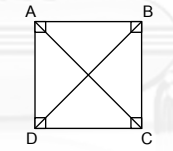
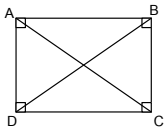
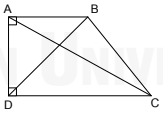
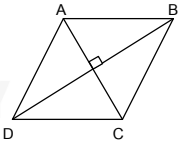
3) สร้างแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ โดยมีเกณฑ์ให้คะแนน คือ ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือกให้ 0 คะแนน

4) นำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบถูกต้อง ความชัดเจนของภาษา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

4.1 ปรับปรุงคำที่พิมพ์ผิด เช่น คำว่า “เส้นแทยงมุม” และ “รุปสี่เหลี่ยม”แก้ไขเป็น “เส้นทแยงมุม” และ “รูปสี่เหลี่ยม” ตามลำดับ

4.2 ปรับปรุงโจทย์ เรื่องการใช้ภาษา เช่น คำว่า “ข้อใดต่อไปนี้ถูก” และ “ข้อใดต่อไปนี้ผิด” แก้ไขเป็น “ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง” และ “ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง”

4.3 ปรับปรุงโจทย์ที่มีลักษณะเป็นคำถามวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้มีลักษณะเป็นแบบวัดมโนทัศน์ เช่น

ข้อความเดิม	แก้ไขเป็น
25. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง  ก. $AC^2 = 2AD^2$ ข. $AC^2 = 4AB^2$ ค. $AC^2 = 4AB^2$ ง. $2AC^2 = AB^2 + BC^2$	25. ถ้ารูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีความสัมพันธ์ $AC^2 = AD^2 + DC^2$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง  ก.  ข.  ค.  ง.

5) ผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องตามโครงสร้างตัวชี้วัด ความถูกต้องชัดเจนของสำนวนภาษาที่ใช้ พร้อมทั้งเกณฑ์การตรวจให้คะแนนและข้อเสนอแนะในการปรับปรุง โดยผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

5.1 ปรับปรุงโจทย์เรื่องการใช้ภาษา เช่น

ข้อความเดิม “ข้อใดเป็นเศษส่วนแท้ทั้งหมด”

แก้ไขเป็น “จำนวนในข้อใดเป็นเศษส่วนแท้ทุกจำนวน”

ข้อความเดิม “ข้อใดที่ตัวเลข 5 มีค่ามากที่สุด”

แก้ไขเป็น “ทศนิยมในข้อใดที่เลขโดด 5 มีค่ามากที่สุด”

ข้อความเดิม “ถ้า $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นเศษส่วน โดยที่ b และ $d \neq 0$ ข้อใดถูก”

แก้ไขเป็น “ถ้า $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นเศษส่วน โดยที่ $b \neq 0$ และ $d \neq 0$ ข้อใดถูก”

6) นำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงจนได้แบบทดสอบมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมทั้งเนื้อหาและมีภาษาที่ชัดเจน

7) นำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้ว ทดลองใช้ (Try Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดรางบัว สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 52 คน

8) นำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder – Richarfson – 20, KR – 20) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.2 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ค่าความเที่ยง = 0.90

ค่าความยากง่าย (p) = 0.05 – 1.00

ค่าอำนาจจำแนก (r) = -0.43 – 1.00

9) ทำการคัดเลือกข้อที่ผ่านเกณฑ์ดังกล่าวมาจำนวน 30 ข้อ แล้วนำมาปรับปรุง จากนั้นนำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชน์บางขุนเทียน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 49 คน มาทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบวัดอีกครั้ง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย Chulalongkorn University

โดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder – Richarfson – 20, KR – 20) หาความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ค่าความเที่ยง = 0.94

ค่าความยากง่าย (p) = 0.25 – 0.79

ค่าอำนาจจำแนก (r) = 0.25 – 0.81

10) นำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4.2.1.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นข้อสอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ สำหรับวัดมโนทัศน์ของผู้เรียนหลังการทดลอง ดำเนินการสร้างดังนี้

1) ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบมโนทัศน์

2) ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จากหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) สร้างตารางวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัดรายปี

4) สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ โดยมีเกณฑ์ให้คะแนน คือ ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือกให้ 0 คะแนน

5) นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบถูกต้อง ความชัดเจนของภาษา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษามีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะดังนี้

5.1 ปรับปรุงคำที่พิมพ์ผิด เช่น คำว่า “สมบัติการจกแจง” แก้ไขเป็น “สมบัติการแจกแจง”

5.2 ปรับปรุงโจทย์ เรื่องการใช้ภาษา เช่น คำว่า “ข้อใดต่อไปนี้ถูก” และ “ข้อใดต่อไปนี้ผิด” แก้ไขเป็น “ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง” และ “ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง”

5.3 ปรับปรุงโจทย์ที่มีลักษณะเป็นคำถามวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้มีลักษณะเป็นแบบวัดมโนทัศน์ เช่น

ข้อความเดิม	แก้ไขเป็น
21. การดำเนินการให้เป็นผลสำเร็จในข้อใด ใช้สมบัติต่างจากข้ออื่น ก. $6\sqrt{3}-4\sqrt{3}$ ข. $2\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\sqrt{3}\right)$ ค. $\sqrt{50}+\sqrt{800}$ ง. $\sqrt{7}\times\sqrt{3}$	21. ข้อใดเป็นสมบัติการสลับที่ของการบวก ก. $\sqrt{a}\left(\sqrt{b}\sqrt{c}\right)=\left(\sqrt{a}\sqrt{b}\right)\sqrt{c}$ ข. $\sqrt{a}\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)=\sqrt{a}\sqrt{b}+\sqrt{a}\sqrt{c}$ ค. $\sqrt{a}+\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)=\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)+\sqrt{c}$ ง. $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{b}+\sqrt{a}$

6) ผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องตามโครงสร้างตัวชี้วัด ความถูกต้องชัดเจนของสำนวนภาษาที่ใช้ พร้อมทั้งเกณฑ์การตรวจให้คะแนนและข้อเสนอแนะในการปรับปรุง โดยผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

6.1 ปรับปรุงการใช้ภาษา เช่น

ข้อความเดิม “จงพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดในข้อใดเป็นจำนวนอตรรกยะทุกจำนวน”

แก้ไขเป็น “จำนวนที่กำหนดในข้อใดเป็นจำนวนอตรรกยะ<u>ทุกจำนวน</u>”

ข้อความเดิม “จาก $3\sqrt{2}+\left(5+\sqrt{32}\right)$ ถ้าจะนำสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม และสมบัติการแจกแจงมาจะมีความเหมาะสมหรือไม่”

แก้ไขเป็น “จาก $3\sqrt{2}+\left(5+\sqrt{32}\right)$ จะสามารถนำสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม และสมบัติการแจกแจงมาใช้ในการดำเนินการได้หรือไม่”

7) นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ที่ตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงจนได้แบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมทั้งเนื้อหาและมีภาษาที่ชัดเจน

8) นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้ว ทดลองใช้ (Try Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดรางบัว สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 52 คน

CHULALONGKORN UNIVERSITY

9) นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder – Richarfson – 20, KR – 20) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.2 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ค่าความเที่ยง = 0.91

ค่าความยากง่าย (p) = 0.31 – 0.78

ค่าอำนาจจำแนก (r) = 0.29 – 0.81

10) ทำการคัดเลือกข้อที่ผ่านเกณฑ์ดังกล่าวมาจำนวน 30 ข้อ แล้ว มาทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบวัดอีกครั้งโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder – Richarfson – 20, KR – 20) หาความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก จนได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ข้างต้น

11) นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4.2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยจะใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนวัดความสามารถของผู้เรียนก่อนทดลอง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนวัดความสามารถของผู้เรียนหลังการทดลอง ในการสร้างแบบวัดผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

4.2.2.1 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

1) ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการและการวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3) ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จากหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา และพฤติกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัดรายปี

5) สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ ใช้จริง 6 ข้อ โดยผู้วิจัยปรับมาจากแนวคิดในการวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) และ ซูซาน เลน และคณะ (Suzanne Lane, et al,1996) ซึ่งพิจารณาองค์ประกอบที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จาก 3 ด้าน ได้แก่

- ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการนำเสนอ

6) สร้างเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนน จากการสังเคราะห์แนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) และเกณฑ์การให้คะแนนของ Suzanne (1996 : อ้างถึงใน California State Department of education, 1989) โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 9 คะแนน ซึ่งมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนน แสดงดังตารางที่ 9 (หน้า 87 – 88)

7) สร้างเกณฑ์การประเมินระดับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผู้วิจัยปรับจากเกณฑ์การประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากกรมวิชาการ (2535 : 24) ซึ่งคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนทั้งฉบับมีคะแนนเต็ม 45 คะแนน ผู้วิจัยได้กำหนดเป็นช่วงคะแนนของแต่ละระดับ ดังตารางที่ 10 (หน้า)

8) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง ความชัดเจนของภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

8.1 ปรับภาษาในคำถามย่อยที่ 2 ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

8.2 ควรให้เวลานักเรียนในการทดลองใช้และทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับจำนวนแบบวัด เพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถของนักเรียนออกมาได้จริง

9) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องกับกรอบการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องตามโครงสร้าง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวชี้วัด ความถูกต้องชัดเจนของสำนวนภาษาที่ใช้ พร้อมทั้งเกณฑ์การตรวจให้คะแนนและข้อเสนอแนะในการปรับปรุง โดยผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

9.1 ปรับปรุงภาษาที่ใช้

ข้อความเดิม “สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้าง 7 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูป 38 เซนติเมตร ถ้าด้านกว้างยาวเพิ่มขึ้น 1 เซนติเมตร ด้านยาวต้องลดลงอีกเท่าไร พื้นที่จึงจะเท่าเดิม”

แก้ไขเป็น “เดิมรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านกว้างยาว 7 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูป 38 เซนติเมตร ถ้าด้านกว้างยาวเพิ่มขึ้น 1 เซนติเมตร ด้านยาวต้องลดลงเท่าไร พื้นที่จึงจะเท่าเดิม”

ข้อความเดิม “ค่าทำรั้วบ้านราคาเมตรละ 500 บาท และประตูรั้วราคาเมตรละ 1,000 บาท ความยาวของรั้วและประตูรวมกัน 32 เมตร ถ้าจ่ายค่าทำรั้วและประตูรั้วทั้งหมด 18,000 บาท อยากทราบว่าจะต้องจ่ายค่าทำประตูรั้วเท่าใด”

แก้ไขเป็น “ค่าทำรั้วบ้านราคาเมตรละ 500 บาท และค่าทำประตูรั้วราคาเมตรละ 1,000 บาท ความยาวของรั้วและประตูรั้วรวมกัน 32 เมตร ถ้าจ่ายค่าทำรั้วและค่าทำประตูรั้วทั้งหมด 18,000 บาท อยากทราบว่าเฉพาะราคาค่าทำประตูรั้วคิดเป็นเท่าใด”

10) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดรางบัว สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 52 คน

11) นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงด้วยการใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าเกิน 0.6 แล้วหาค่าอำนาจจำแนก และความยากเป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยากมีค่า 0.2 – 0.8 และค่าอำนาจจำแนกมีค่า 0.2 ขึ้นไป แล้วคัดเลือกข้อที่เป็นไปตามเกณฑ์มา 5 ข้อ ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ค่าความเที่ยง = 0.883

ค่าความยาก = 0.21 – 0.55

ค่าอำนาจจำแนก = 0.35 – 0.63

12) นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4.2.2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

1) ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการและการวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3) ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จากหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา และพฤติกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัดรายปี

5) สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 8 ข้อ ใช้จริง 5 ข้อ โดยผู้วิจัยปรับมาจากแนวคิดในการวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) และ ซูซาน เลน และคณะ (Suzanne Lane, et al,1996) ซึ่งพิจารณาองค์ประกอบที่แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จาก 3 ด้าน ได้แก่

- ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการนำเสนอ

6) สร้างเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนน จากการสังเคราะห์แนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) และเกณฑ์การให้คะแนนของ Suzanne (1996 : อ้างถึงใน California State Department of education, 1989) โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 9 คะแนน ซึ่งมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนน แสดงดังตารางที่ 9

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ด้านความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน/ความหมาย	คำอธิบาย
3	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้สมบูรณ์และถูกต้องทั้งหมด
2	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด
1	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้ถูกต้องเล็กน้อย
0	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความไม่ถูกต้อง

ด้านความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน/ความหมาย	คำอธิบาย
3	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้สมบูรณ์และถูกต้อง
2	เขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด
1	เขียนอธิบายวิธีคิด อาศัยความรู้และหลักการประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเล็กน้อย
0	ไม่มีการเขียนอธิบายวิธีคิด หรือเขียนอธิบายในสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้อง

ด้านความสามารถในการนำเสนอ

ระดับคะแนน/ความหมาย	คำอธิบาย
3	นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบ สมบูรณ์ ชัดเจน
2	นำเสนออย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบ ชัดเจนเกือบทั้งหมด
1	นำเสนอไม่ชัดเจน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด
0	ไม่มีการนำเสนอ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาพประกอบที่ 5 แนวทางในการสร้างเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
(Mathematical Communication ability)

⇩

<u>นิยามเชิงปฏิบัติการ</u> ความสามารถในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อตีความ แปลความ วิเคราะห์ความหมาย แสดงความหมายของแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีขั้นตอนเป็นระบบ ประกอบด้วย

⇩

องค์ประกอบของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ด้าน คือ

1. **ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการตีความ แปลความ วิเคราะห์ความหมายของแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. **ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. **ความสามารถในการนำเสนอ** หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีขั้นตอนเป็นระบบ

⇩

<u>เกณฑ์การประเมิน</u> การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะแยกประเมินตามองค์ประกอบเป็นรายด้าน แต่ละด้านมีเกณฑ์การประเมินดังนี้

1. ระดับคะแนน 3 คะแนน เมื่อแสดงความสามารถตามองค์ประกอบได้สมบูรณ์และถูกต้องทั้งหมด
2. ระดับคะแนน 2 คะแนน เมื่อแสดงความสามารถตามองค์ประกอบได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด
3. ระดับคะแนน 1 คะแนน เมื่อแสดงความสามารถตามองค์ประกอบได้ถูกต้องเป็นส่วนน้อย
4. ระดับคะแนน 0 คะแนน เมื่อแสดงความสามารถตามองค์ประกอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงอะไรเลย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

7) สร้างเกณฑ์การประเมินระดับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผู้วิจัยปรับจากเกณฑ์การประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากกรมวิชาการ (2535 : 24) ซึ่งคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนทั้งฉบับมีคะแนนเต็ม 45 คะแนน ผู้วิจัยได้กำหนดเป็นช่วงคะแนนของแต่ละระดับ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 เกณฑ์การประเมินระดับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ช่วงคะแนน	ระดับการประเมิน
35 – 45	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก
31 - 34	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี
27 – 30	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง
23 – 26	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์
0 – 22	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

8) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง ความชัดเจนของภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

8.1 ปรับภาษาในคำถามย่อยที่ 2 ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

8.2 ควรให้เวลานักเรียนในการทดลองใช้และทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับจำนวนแบบวัด เพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถของนักเรียนออกมาได้จริง

8) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องกับกรอบการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องตามโครงสร้างตัวชี้วัด ความถูกต้องชัดเจนของสำนวนภาษาที่ใช้ พร้อมทั้งเกณฑ์การตรวจให้คะแนนและข้อเสนอแนะในการปรับปรุง โดยผู้ทรงคุณวุฒิมีความเห็นให้ปรับปรุงและให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

8.1 ปรับปรุงภาษาที่ใช้

ข้อความเดิม “รูปสี่เหลียมจัตุรัสมีพื้นที่ 392 ตารางเซนติเมตร รูปวงกลมมีพื้นที่ 616 ตารางเซนติเมตร จะสามารถนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลมได้หรือไม่ เพราะเหตุใด”

แก้ไขเป็น “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีพื้นที่ 392 ตารางเซนติเมตร จะสามารถนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลมที่มีพื้นที่ 616 ตารางเซนติเมตรได้หรือไม่ เพราะเหตุใด”

ข้อความเดิม “แม่ต้องการแบ่งลานดินบริเวณหลังบ้านทำแปลงผักสวนครัวเพื่อปลูกพริก ตะไคร้ และมะนาว เมื่อคำนวณแล้ว พบว่าแม่จะเหลือพื้นที่สำหรับปลูกพริก 346.5 ตารางฟุต แม่ให้แก้มช่วยคิดว่าถ้าต้องการล้อมบริเวณแปลงพริกด้วยแผงไม้ไผ่เป็นวงกลม จะต้องใช้แผงไม้ไผ่ยาวอย่างน้อยกี่ฟุต (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)”

แก้ไขเป็น “แม่ต้องการแบ่งลานดินบริเวณหลังบ้านทำแปลงผักสวนครัวเพื่อปลูกพริก ตะไคร้ และมะนาว เมื่อคำนวณแล้ว พบว่าแม่จะเหลือพื้นที่สำหรับปลูกพริก 346.5 ตารางฟุต แม่ให้แก้มช่วยคิดว่าถ้าต้องการล้อมบริเวณแปลงพริกด้วยลวดหนามเป็นวงกลม จะต้องใช้ลวดหนามยาวอย่างน้อยกี่ฟุต ฟุต (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)”

9) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดรางบัว สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 52 คน

10) นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงด้วยการใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าเกิน 0.6 แล้วหาค่าอำนาจจำแนก และความยากเป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยากมีค่า 0.2 – 0.8 และค่าอำนาจจำแนกมีค่า 0.2 ขึ้นไป แล้วคัดเลือกข้อที่เป็นไปตามเกณฑ์มา 5 ข้อ ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ค่าความเที่ยง = 0.925

ค่าความยาก = 0.27 – 0.54

ค่าอำนาจจำแนก = 0.44 – 0.83

11) นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

จากรายละเอียดของขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง สามารถสรุปค่าความเที่ยง ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดทุกฉบับ ซึ่งสามารถแสดงค่าได้ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 ค่าความเที่ยง ค่าความยากและอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง (หลังเรียน) และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบวัด	ค่าความเที่ยง		ค่าความยาก		ค่าอำนาจจำแนก	
	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ก่อนเรียน	หลังเรียน
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	0.94	0.91	0.25 – 0.79	0.31 – 0.78	0.25 – 0.81	0.29 – 0.81
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	0.883	0.925	0.21 – 0.55	0.27 – 0.54	0.35 – 0.63	0.44 – 0.83

5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทอลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

5.1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี สังกัดสำนักงาน

เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบจากการทำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของชั้น ม.2/3 จำนวน 50 คน และ ม.2/4 จำนวน 48 คน เท่ากับ 11.45 และ 11.63 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ด้วยค่าที (t – test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้ง 2 ห้องมีมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน

จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของชั้น ม.2/3 และ ม.2/4 เท่ากับ 22.76 และ 23.10 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t – test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้ง 2 ห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน

5.2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 5 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 3 สัปดาห์ ใช้เวลารวม 15 คาบ (คาบละ 50 นาที) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี ในระหว่างสอนผู้วิจัยเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลอง จากการทำใบกิจกรรม แบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อนำ

ข้อมูลมาวิเคราะห์ดูพัฒนาการในการเกิดมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5.2.3 เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบ 15 แผน แล้วผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.2.4 ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดทั้งสองชุด มาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพดังนี้

6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนทั้งสองฉบับ มาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS) โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

6.1.1 ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตกับเกณฑ์ที่กรมวิชาการตั้งไว้ คือ ร้อยละ 50 ด้วยการทดสอบค่าที (t – test for One sample) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.1.2 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t – test for Independent sample) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.1.3 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนจากกระบวนการการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ โดยนำคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทาง

คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการสดสอบค่า (t-Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.1.4 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการสดสอบค่าที (t – test for Independent sample) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

วิเคราะห์ข้อมูลภูมิหลังและพัฒนาการด้านมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้ในแต่ละระยะเวลา จากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลอง จากการทำใบกิจกรรม แบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาและดูพัฒนาการความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากระดับคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ ทั้งในด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำข้อมูลที่ได้มาสรุป จัดหมวดหมู่ และนำเสนอในลักษณะพรรณนา

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

- การวิเคราะห์ข้อสอบปรนัยและอัตนัยหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ (B – index and Non 0 – 1 method Item Analysis Program)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

- ผู้วิจัยคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าความแปรปรวน และวิเคราะห์ค่าเอฟ (F – Test) และวิเคราะห์ค่าที (t – test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. **การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ**

ผลการศึกษาวิจัยนำเสนอ ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 12

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 13

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 14

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 15

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการศึกษาวิจัยนำเสนอ ดังนี้

ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

ตอนที่ 2 พฤติกรรมที่แสดงถึงพัฒนาการของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 12

ตารางที่ 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) และการทดสอบค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนกลุ่มทดลองกับเกณฑ์ที่กรมวิชาการตั้งไว้ คะแนนเต็ม 30 คะแนน

กลุ่มทดลอง	*n*	$\bar{x}$	*S*	*Test Value*	*t*	*p-value*
หลังเรียน	48	19.19	4.779	15	6.071	.000

*$p < .05$

จากตารางที่ 12 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง เท่ากับ 19.19 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.779 และเมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้ค่าที (t-One Sample Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงสูงกว่าเกณฑ์ที่กรมวิชาการตั้งไว้ คือ ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 13

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม คะแนนเต็ม 30 คะแนน

กลุ่มตัวอย่าง	*n*	$\bar{x}$	*S*	*t*	*p-value*
กลุ่มทดลอง	48	19.19	4.779	4.514	.012
กลุ่มควบคุม	50	15.36	3.486		

*$p < .05$

จากตารางที่ 13 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง เท่ากับ 19.19 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.779 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทาง

คณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง เท่ากับ 15.36 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.486 และเมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้ค่าที (t –Independent Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง นำเสนอผลในตารางที่ 14

ตารางที่ 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง คะแนนเต็ม 45 คะแนน

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	S	t	*p-value*
ก่อนเรียน	48	23.10	0.914	13.309	.000
หลังเรียน	48	29.22	3.143		

*$p < .05$

จากตารางที่ 14 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเท่ากับ 23.10 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.914 และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เท่ากับ 29.22 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.143 และเมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้ค่าที (t –Paired Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 15

ตารางที่ 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม คะแนนเต็ม 45 คะแนน

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{X}$	S	t	p-value
กลุ่มทดลอง	48	29.22	3.143	3.510	.022
กลุ่มควบคุม	50	27.22	2.443		

*$p < .05$

จากตารางที่ 15 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เท่ากับ 29.22 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.143 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เท่ากับ 27.22 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.443 และเมื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้ค่าที (t – Independent Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ เพื่อศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม ผลจากการสังเกตพฤติกรรม การตอบคำถามของนักเรียนในชั้นเรียน ผลการตรวจแบบฝึกหัด และบันทึกหลังการสอน ของผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพผู้วิจัยนำเสนอ ดังนี้

ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน แบ่งเป็นประเด็นย่อยดังนี้

1.3 ด้านผลการเรียน

1.4 ด้านปัจจัยอื่นๆ ที่ส่งผลต่อการเรียน

ตอนที่ 2 พฤติกรรมที่แสดงถึงพัฒนาการของมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1.1 พฤติกรรมที่แสดงถึงพัฒนาการของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.2 พฤติกรรมที่แสดงถึงพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไป

1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

ผู้วิจัยทำการทดลองที่โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมเขต 1 กรุงเทพมหานคร เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 42 ห้องเรียน แบ่งเป็นระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 – 3 จำนวนชั้นละ 8 ห้องเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 จำนวนชั้นละ 6 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งมีทั้งหมด 8 ห้องเรียน มีนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 50 คน

1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรีมีนักเรียนทั้งหมด 2,172 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 498 คน เป็นนักเรียนหญิงจำนวน 281 คนเป็นนักเรียนชายจำนวน 217 คน

นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 98 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 48 คน เป็นนักเรียนหญิง 24 คน เป็นนักเรียนชาย 24 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน เป็นนักเรียนหญิง 26 คน เป็นนักเรียนชาย 24 คน ผู้วิจัยวิเคราะห์เป็นประเด็นย่อย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.3.1 ด้านผลการเรียน

ผู้วิจัยได้รวบรวมผลการเรียนภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

กลุ่มทดลอง

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดีมาก คิดเป็นร้อยละ 9.62

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี คิดเป็นร้อยละ 57.69

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 28.85

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์พอใช้ คิดเป็นร้อยละ 3.84

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปรับปรุง คิดเป็นร้อยละ 0

กลุ่มควบคุม

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดีมาก คิดเป็นร้อยละ 11.53

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี คิดเป็นร้อยละ 57.69

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 28.85

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์พอใช้ คิดเป็นร้อยละ 1.93

ผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปรับปรุง คิดเป็นร้อยละ 0

เมื่อพิจารณาผลการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มระดับผลการเรียนใกล้เคียงกันโดยนักเรียนส่วนใหญ่ของทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง

1.3.2 ด้านปัจจัยอื่นที่อาจส่งผลต่อการเรียน

กลุ่มทดลอง

นักเรียนกลุ่มทดลองร้อยละ 92.31 อาศัยอยู่กับบิดามารดา อีกร้อยละ 7.69 อาศัยอยู่กับญาติ ลักษณะครอบครัวเป็นครอบครัวเดี่ยว นักเรียนกลุ่มทดลองร้อยละ 76.92 มีภูมิลำเนาเดิมอยู่ในกรุงเทพมหานคร ส่วนใหญ่เป็นครอบครัวที่ผู้ปกครองพำนักอยู่ในกรุงเทพและปริมณฑล ผู้ปกครองของนักเรียนกลุ่มทดลองประกอบอาชีพรับราชการและรัฐวิสาหกิจ ร้อยละ 42.31 ประกอบอาชีพธุรกิจส่วนตัว ร้อยละ 38.46 และประกอบอาชีพรับจ้างและอื่นๆ คิดเป็นร้อยละ 19.23 นักเรียนร้อยละ 92.31 เห็นว่าครอบครัวตนเองไม่มีปัญหาด้านการเงิน และผู้ปกครองเป็นผู้อุปการะทางด้านการเงินในการศึกษา นักเรียนร้อยละ 57.69 พักอาศัยอยู่ในกรุงเทพมหานคร ซึ่งการเดินทางมาโรงเรียนมีความสะดวกใช้เวลาในการเดิน ทางประมาณ 50 นาที ถึง 1 ชั่วโมงขึ้นไป โดยนักเรียนที่

เหลือเป็นนักเรียนที่พักอาศัยอยู่ในบริเวณใกล้เคียงกับโรงเรียน พบว่า มีนักเรียนที่เดินทางมาโรงเรียนโดยรถตู้รับส่งของโรงเรียนและรถจักรยานยนต์คิดเป็นร้อยละ 76.92 มีนักเรียนเดินทางมาโรงเรียนโดยมีผู้ปกครองมารับส่ง คิดเป็นร้อยละ 19.23 ที่เหลือเป็นนักเรียนที่เดินทางมาโรงเรียนด้วยการเดินเนื่องจากที่พักอยู่ใกล้กับโรงเรียน

กลุ่มควบคุม

นักเรียนกลุ่มทดลองร้อยละ 96.15 อาศัยอยู่กับบิดามารดา อีกร้อยละ 3.85 อาศัยอยู่กับญาติ ลักษณะครอบครัวเป็นครอบครัวเดี่ยว นักเรียนกลุ่มทดลองร้อยละ 86.54 มีภูมิลำเนาเดิมอยู่ในกรุงเทพมหานคร ส่วนใหญ่เป็นครอบครัวที่ผู้ปกครองพำนักอยู่ในกรุงเทพและปริมณฑล ผู้ปกครองของนักเรียนกลุ่มทดลองประกอบอาชีพรับราชการและรัฐวิสาหกิจ ร้อยละ 38.46 ประกอบอาชีพธุรกิจส่วนตัว ร้อยละ 38.46 และประกอบอาชีพรับจ้างและอื่นๆ คิดเป็นร้อยละ 23.08 นักเรียนร้อยละ 86.54 เห็นว่าครอบครัวตนเองไม่มีปัญหาด้านการเงิน และผู้ปกครองเป็นผู้อุปการะทางด้านการเงินในการศึกษา นักเรียนร้อยละ 48.08 พักอาศัยอยู่ในกรุงเทพมหานคร ซึ่งการเดินทางมาโรงเรียนมีความสะดวกใช้เวลาในการเดิน ทางประมาณ 50 นาที ถึง 1 ชั่วโมงขึ้นไป โดยนักเรียนที่เหลือเป็นนักเรียนที่พักอาศัยอยู่ในบริเวณใกล้เคียงกับโรงเรียน พบว่า มีนักเรียนที่เดินทางมาโรงเรียนโดยรถตู้รับส่งของโรงเรียนและรถจักรยานยนต์คิดเป็นร้อยละ 86.54 มีนักเรียนเดินทางมาโรงเรียนโดยมีผู้ปกครองมารับส่ง คิดเป็นร้อยละ 9.62 ที่เหลือเป็นนักเรียนที่เดินทางมาโรงเรียนด้วยการเดินเนื่องจากที่พักอยู่ใกล้กับโรงเรียน

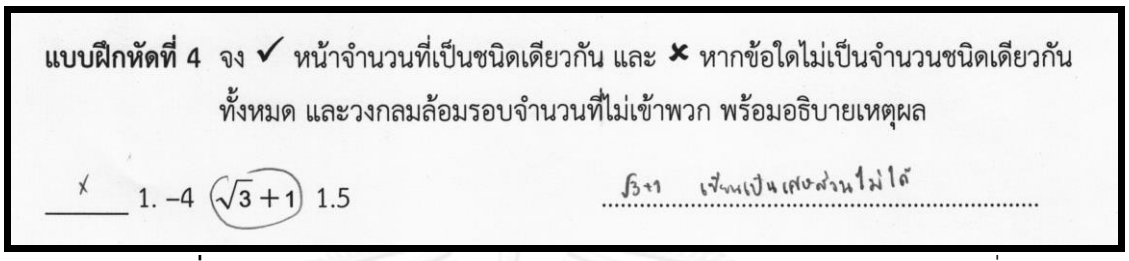
ตอนที่ 2 พฤติกรรมที่แสดงถึงพัฒนาการของมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.1 พฤติกรรมที่แสดงถึงพัฒนาการของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

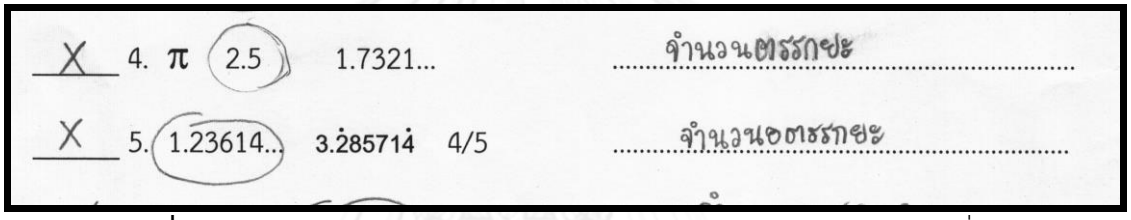
จากการศึกษาพัฒนาการของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งได้จากการทำใบกิจกรรม แบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับของนักเรียนในกลุ่มทดลองแบ่งออกเป็น 2 ระยะ มีรายละเอียดดังนี้

ระยะเริ่มต้นของการเรียน

ในระยะนี้พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์ นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายถึงมโนทัศน์ที่ครูระบุได้อย่างครบถ้วน แต่สามารถจำแนกมโนทัศน์แต่ละแบบได้ ดังภาพที่ 4 และมีนักเรียนส่วนน้อยที่มีมโนทัศน์ที่ผิดพลาด ดังภาพที่ 6-8



ภาพประกอบที่ 6 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะเริ่มต้น (ก)



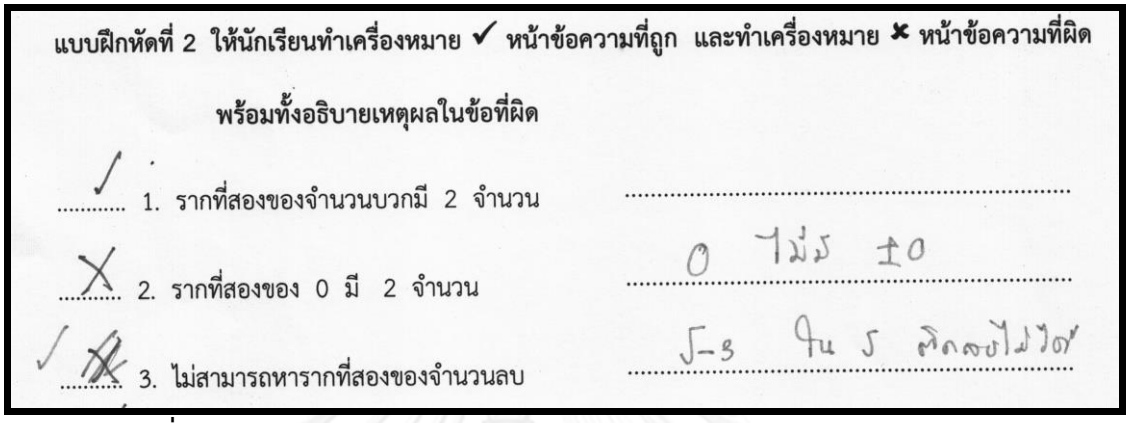
ภาพประกอบที่ 7 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะเริ่มต้น (ข)

ภาพประกอบที่ 8 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะเริ่มต้น (ค)

จากภาพประกอบที่ 6 พบว่านักเรียนสามารถจำแนกมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะออกจากกันได้ แต่ยังไม่สามารถอธิบายถึงมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้อย่างครบถ้วน ซึ่งในภาพที่ 6 นักเรียนจะต้องเขียนว่า $\sqrt{3}+1$ เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะไม่สามารถเขียน $\sqrt{3}+1$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนโดยที่ทั้งเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มได้ จากภาพประกอบที่ 7 ในข้อ 4. นักเรียนจะต้องเขียนว่า เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนโดยที่ทั้งเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มได้ และจากภาพประกอบที่ 8 พบว่านักเรียนบางส่วนมีมโนทัศน์ที่ผิดพลาดเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ คือไม่สามารถจำแนกได้ว่า $3^{1/2}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

ระยะปลายของการเรียน

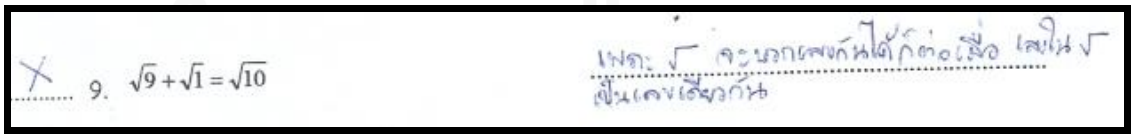
ในระยะนี้พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง สมบูรณ์ สังเกตได้จาก ใบงานที่นักเรียนได้ทำ มีการให้เหตุผลที่ถูกต้อง และมีการยกตัวอย่างประกอบ ดังภาพที่ 9-12



ภาพประกอบที่ 9 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะปลาย (ก)

ภาพประกอบที่ 10 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะปลาย (ข)

ภาพประกอบที่ 11 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะปลาย (ค)



ภาพประกอบที่ 12 แสดงตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองในระยะปลาย (ง)

จากภาพประกอบที่ 9 และ 12 พบว่านักเรียนพยายามแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ผ่านการเขียนเหตุผลประกอบด้วยภาษาที่ไม่เป็นทางการ แต่มีความหมายถูกต้อง และจากภาพประกอบที่ 10 และ 11 พบว่านักเรียนพยายามแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ผ่านการยกตัวอย่างประกอบ โดยนักเรียนยกตัวอย่างคัดค้านข้อความที่ไม่ถูกต้อง

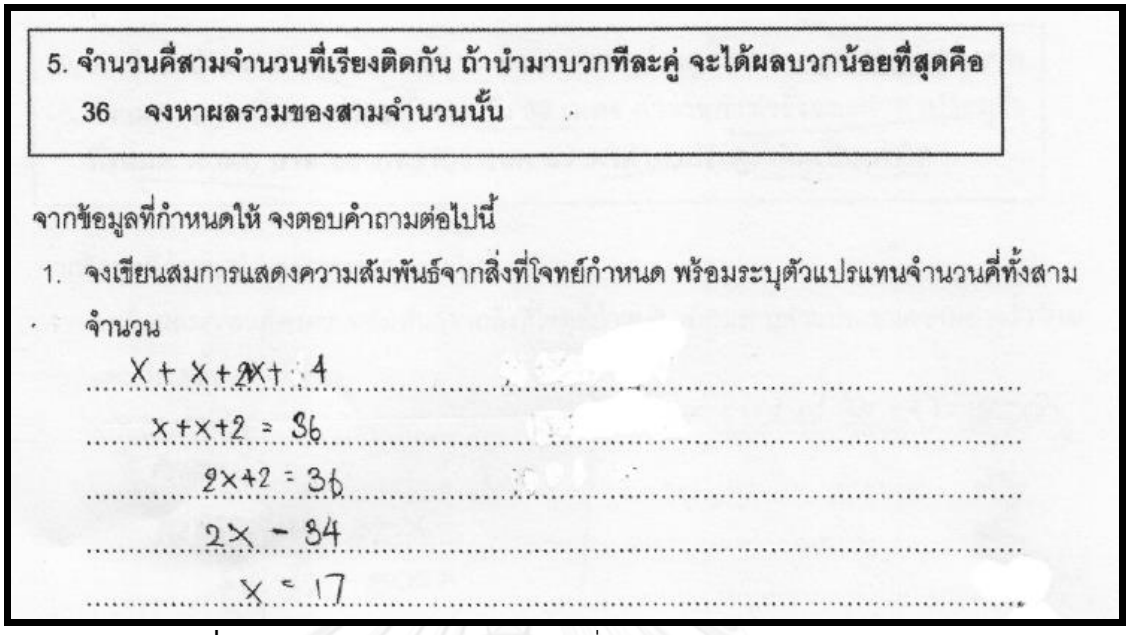
จากรายละเอียดข้างต้นพบว่า ในระยะเริ่มต้นนักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องแต่ยังไม่สมบูรณ์ นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายถึงมโนทัศน์ที่ครูระบุได้อย่างครบถ้วน และมีนักเรียนบางส่วนยังมีมโนทัศน์ที่ผิดพลาด ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปมโนทัศน์ และในระยะปลายนักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง สมบูรณ์ สังเกตได้จากใบงานที่นักเรียนได้ทำ มีการให้เหตุผลที่ถูกต้อง และมีการยกตัวอย่างประกอบ ซึ่งจากการสังเกตของผู้วิจัยพบว่าในระยะเริ่มต้นที่นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายมโนทัศน์ได้นั้น เนื่องจากนักเรียนไม่เคยชินกับการทำแบบฝึกหัดที่ต้องเขียนอธิบายเหตุผลประกอบมาก่อน ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายออกมาในลักษณะของข้อความได้ แต่เมื่อครูใช้คำถามในการถามนักเรียนกลับพบว่านักเรียนสามารถอธิบายออกมาในเชิงคำพูดได้

2.2 พฤติกรรมที่แสดงถึงพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาจากองค์ประกอบที่แลดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน ประกอบด้วย ความสามารถในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการนำเสนอ ซึ่งได้จากการทำใบกิจกรรมแบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับของนักเรียนในกลุ่มทดลองแบ่งออกเป็น 2 ระยะ มีรายละเอียดดังนี้

<u>ระยะเริ่มต้นของการเรียน</u>

ความสามารถในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในระยะนี้พบว่านักเรียนบางส่วนยังใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนแทนข้อความ นอกจากนี้ยังมีนักเรียนอีกบางส่วนไม่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือสมการได้ และมีนักเรียนบางส่วนไม่เขียนภาษาหรือสัญลักษณ์อะไรเลย



5. จำนวนคี่สามจำนวนที่เรียงติดกัน ถ้านำมาบวกทีละคู่ จะได้ผลบวกน้อยที่สุดคือ 36 จงหาผลรวมของสามจำนวนนั้น

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด พร้อมระบุตัวแปรแทนจำนวนคี่ทั้งสามจำนวน

$x + x + 2x + 4$

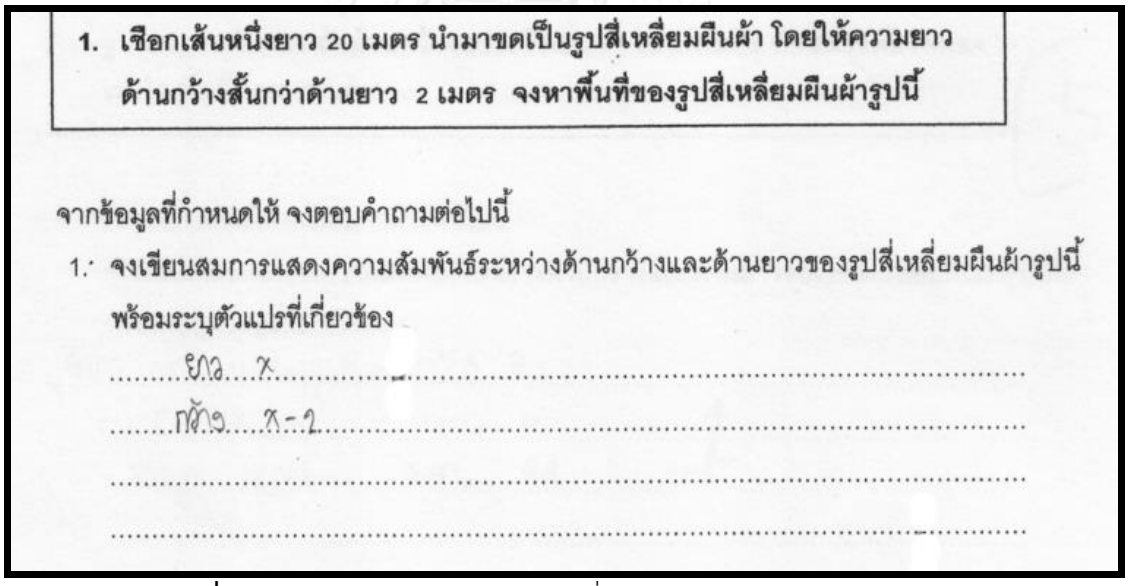
$x + x + 2 = 36$

$2x + 2 = 36$

$2x = 34$

$x = 17$

ภาพประกอบที่ 13 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะเริ่มต้น (ก)



1. เชือกเส้นหนึ่งยาว 20 เมตร นำมาขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยให้ความยาวด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 2 เมตร จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

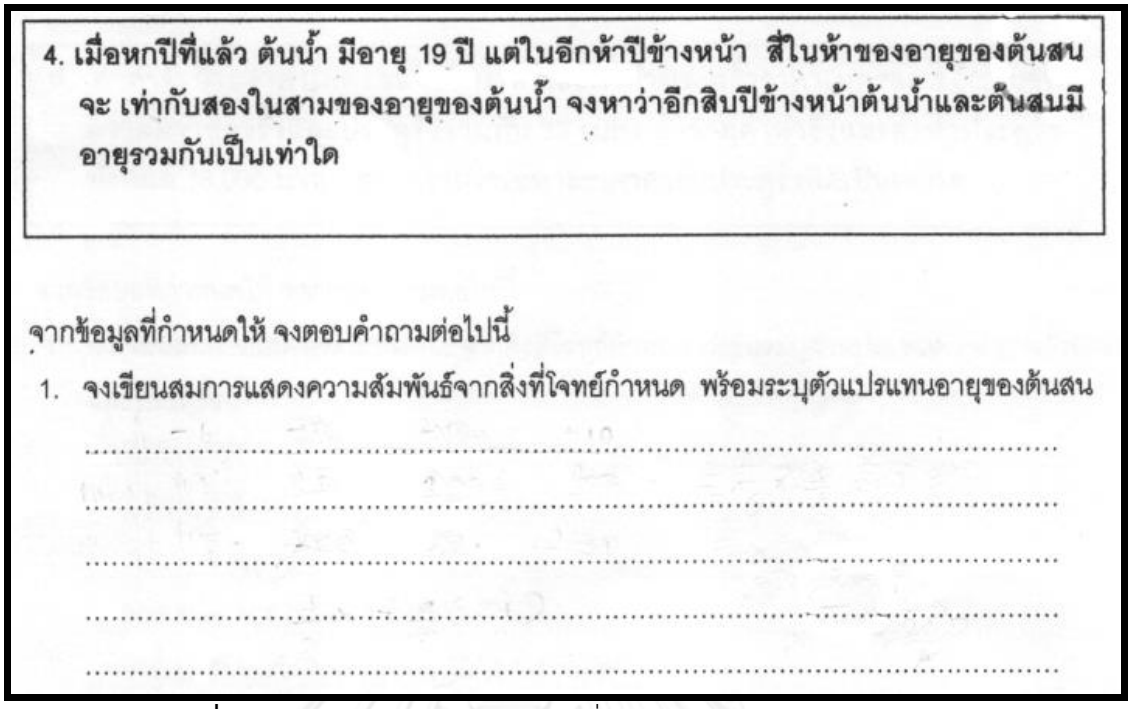
จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ พร้อมระบุตัวแปรที่เกี่ยวข้อง

ยาว x

กว้าง $x - 2$

ภาพประกอบที่ 14 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะเริ่มต้น (ข)



4. เมื่อหกปีที่แล้ว ต้นน้ำ มีอายุ 19 ปี แต่ในอีกห้าปีข้างหน้า สี่ในห้าของอายุของต้นสน จะ เท่ากับสองในสามของอายุของต้นน้ำ จงหาว่าอีกสิบปีข้างหน้าต้นน้ำและต้นสนมีอายุรวมกันเป็นเท่าใด

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด พร้อมระบุตัวแปรแทนอายุของต้นสน

.....

.....

.....

.....

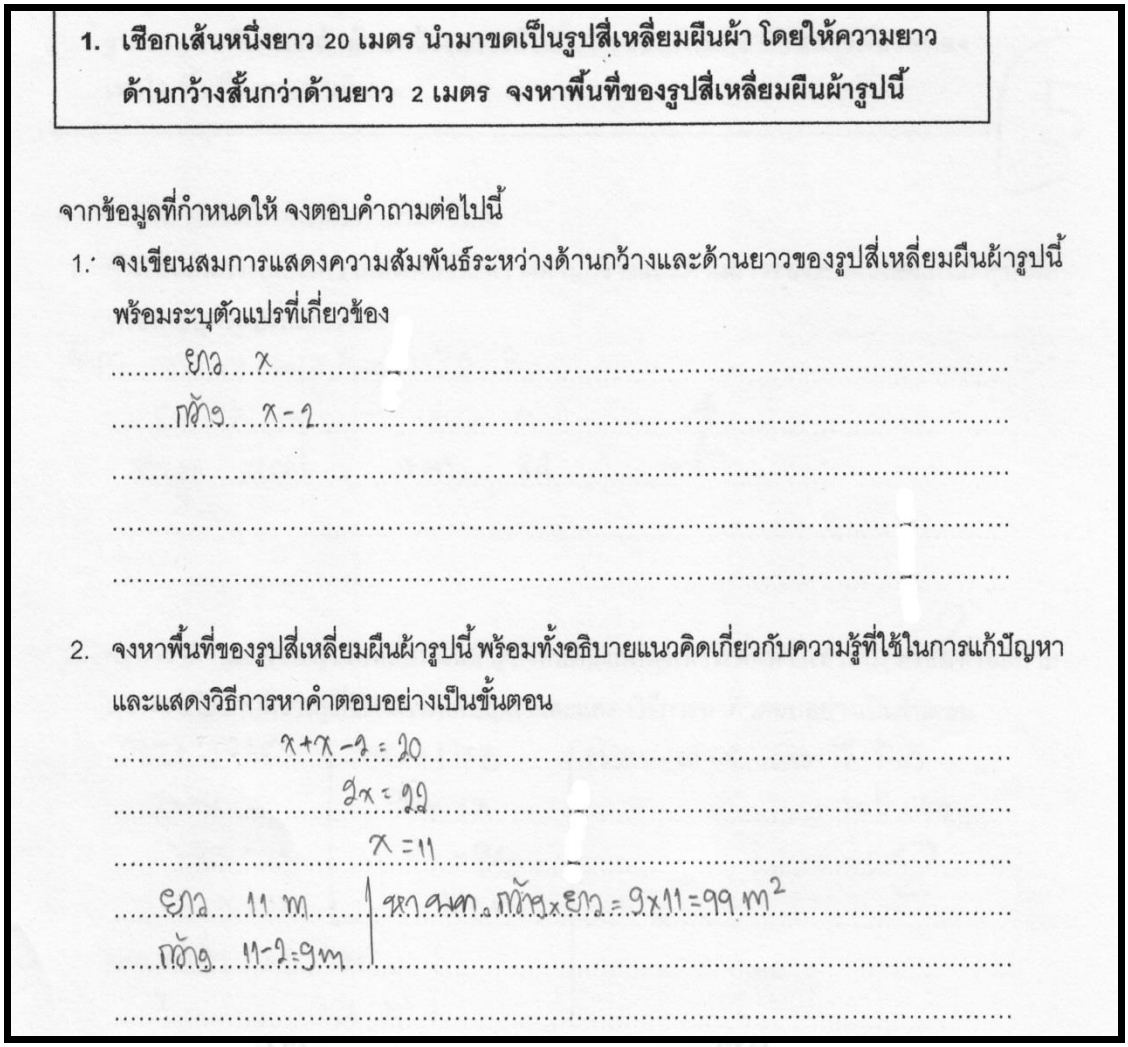
.....

ภาพประกอบที่ 15 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะเริ่มต้น (ค)

จากภาพประกอบที่ 13 พบว่านักเรียนบางส่วนยังใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนแทนข้อความ ซึ่งในภาพประกอบที่ 13 นักเรียนเขียนสมการโดยไม่ได้กำหนดว่าตัวแปรที่เขียนแทนข้อความใด จากภาพประกอบที่ 14 พบว่านักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อความเพียงอย่างเดียว แต่ไม่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือสมการได้ และจากภาพประกอบที่ 15 พบว่ามีนักเรียนบางส่วนไม่เขียนภาษาหรือสัญลักษณ์อะไรเลย

ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในระยะนี้ จากการสังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน พบว่า นักเรียนไม่ค่อยกล้าออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ส่วนนักเรียนที่ออกมานำเสนอก็ยังไม่มีความมั่นใจในการสื่อสารกับชั้นเรียน นักเรียนบางส่วนไม่สามารถแสดงแนวคิดโดยการพูดอธิบายได้ แต่สามารถเขียนแสดงแนวคิดได้ถูกต้องเป็นบางส่วน

ความสามารถในการนำเสนอ นักเรียนส่วนใหญ่มักจะเขียนแสดงแนวคิดโดยนำเสนออย่างย่อ ไม่ค่อยมีการเขียนอธิบายขั้นตอนและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหา จึงทำให้ลำดับขั้นตอนยังไม่เหมาะสม และนักเรียนมักเลือกการแก้สมการเป็นวิธีการช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งวิธีการที่ได้ส่วนใหญ่มีลักษณะไม่แตกต่างกัน



1. เชือกเส้นหนึ่งยาว 20 เมตร นำมาขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยให้ความยาวด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 2 เมตร จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ พร้อมระบุตัวแปรที่เกี่ยวข้อง

ยาว x

กว้าง $x-2$

2. จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

$x+x-2=20$

$2x=22$

$x=11$

ยาว 11 m | หาพื้นที่ = กว้าง × ยาว = $9\times11=99\ m^2$

กว้าง $11-2=9$ m

ภาพประกอบที่ 16 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถในการนำเสนอของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะเริ่มต้น

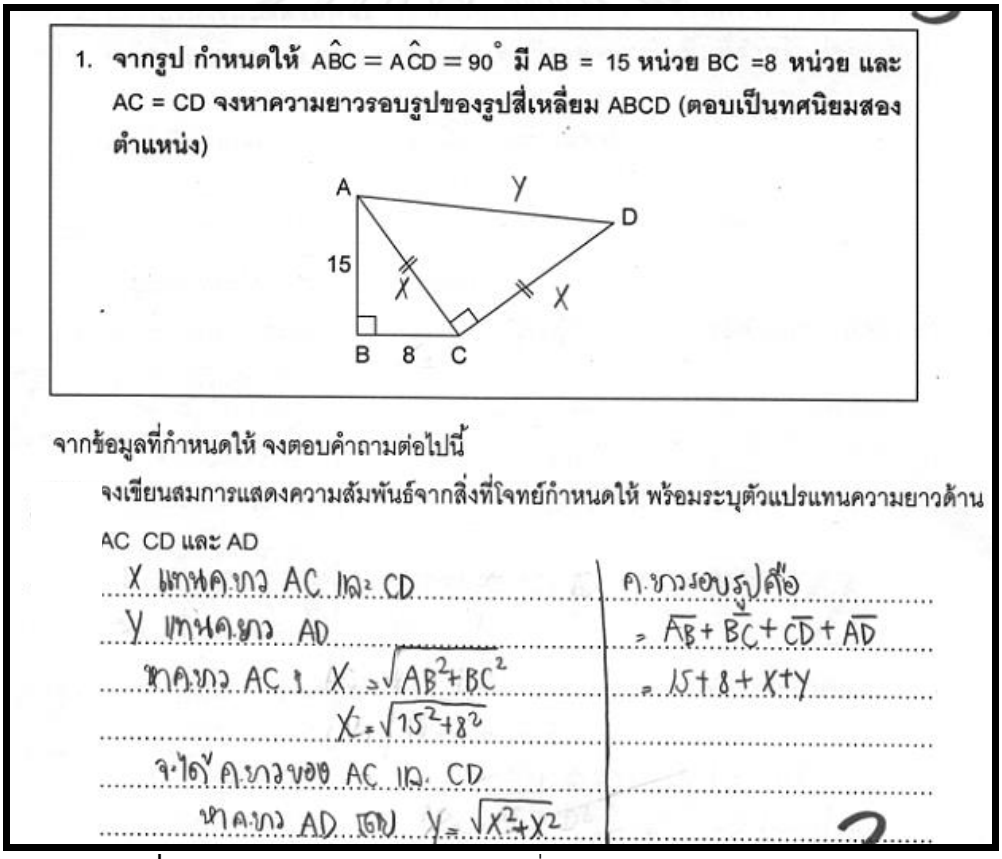
จากภาพประกอบที่ 16 พบว่านักเรียนยังไม่สามารถนำเสนอได้ถูกต้อง ครบถ้วน เนื่องจากนักเรียนทำเพียงกำหนดตัวแปรแทนข้อความเท่านั้น และนักเรียนเขียนสมการโดยไม่ได้แสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ไม่แสดงแนวคิดในการแก้โจทย์ โดยนักเรียนอาศัยความเคยชินในการแก้โจทย์ปัญหาโดยไม่ได้แสดงในสิ่งที่โจทย์กำหนด

จากรายละเอียดข้างต้น พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลอง ในระยะเริ่มต้นยังไม่แสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้มากนัก การเขียนอธิบายแนวคิดยังไม่ถูกต้อง จึงยังไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ จากการสอบถาม พบว่านักเรียนยังไม่เคยทำข้อสอบลักษณะนี้มาก่อน จึงยังไม่เข้าใจว่า จะเขียนอธิบายแนวคิดของตนเองและควรนำเสนอในรูปแบบใด และจากตารางที่ 14 หน้า 93 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดความสามารถในการ

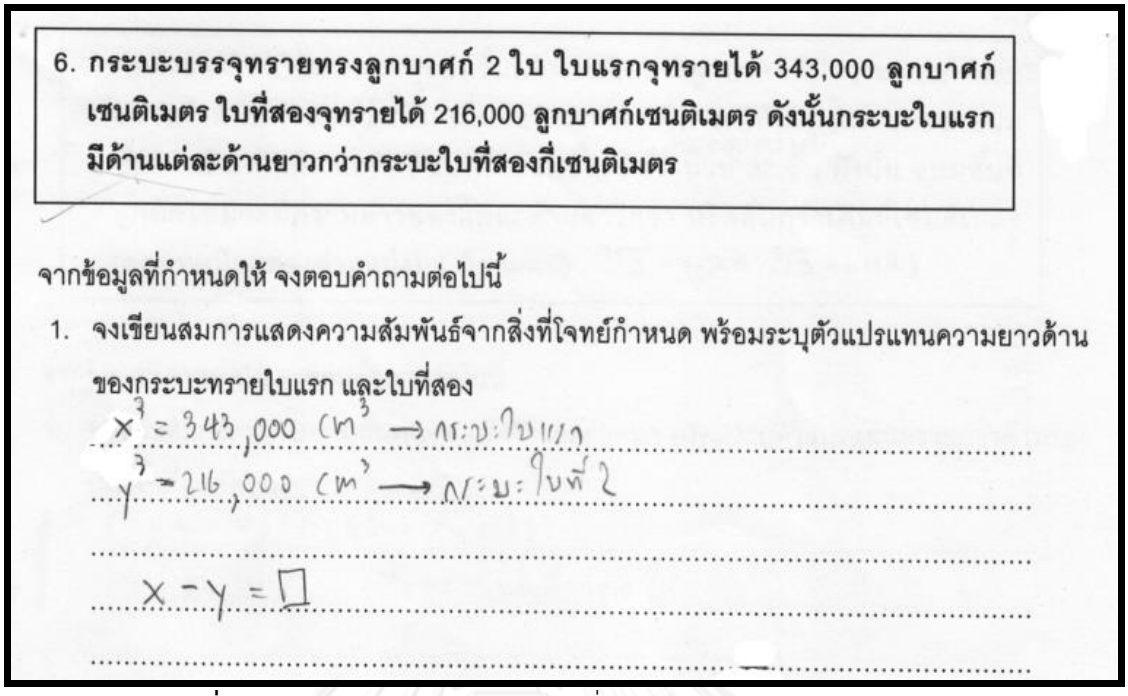
สื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเท่ากับ 23.10 ซึ่งอยู่ในช่วงคะแนน 23 – 26 ตามเกณฑ์การประเมินระดับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนั้น นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนอยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ

ระยะปลายของการเรียน

ความสามารถในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในระยะนี้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้ถูกต้อง การเขียนตัวแปร การแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์มีความเหมาะสมถูกต้องเพิ่มมากขึ้น สอดคล้องกับความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดให้ดังภาพประกอบที่ 17-18 แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ครูต้องใช้คำถามช่วยนักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์เพื่อแปลงเป็นประโยคสัญลักษณ์



ภาพประกอบที่ 17 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะปลาย (ก)


6. กระบะบรรจุทรายทรงลูกบาศก์ 2 ใบ ใบแรกจุทรายได้ 343,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ใบที่สองจุทรายได้ 216,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ดังนั้นกระบะใบแรกมีด้านแต่ละด้านยาวกว่ากระบะใบที่สองกี่เซนติเมตร

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด พร้อมระบุตัวแปรแทนความยาวด้านของกระบะทรายใบแรก และใบที่สอง

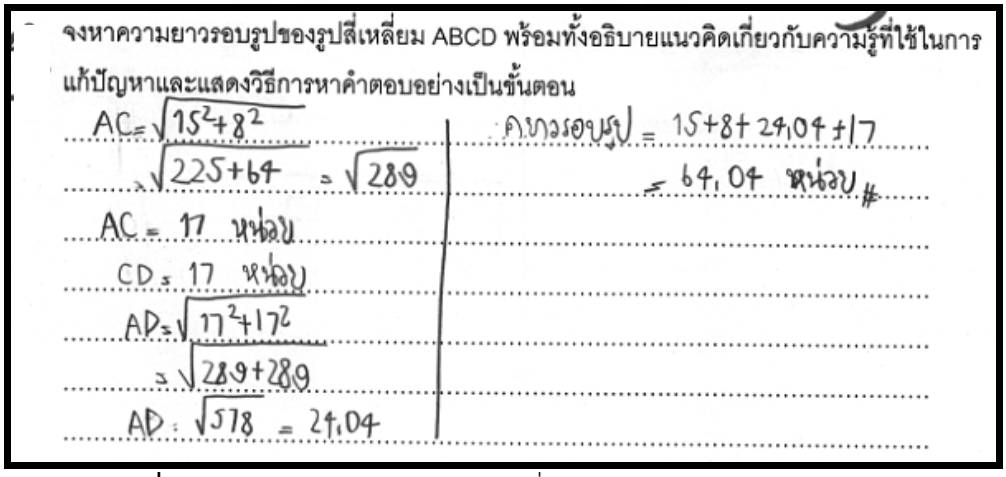
$x^3 = 343,000\ cm^3$ → กระบะใบแรก

$y^3 = 216,000\ cm^3$ → กระบะใบที่ 2

$x - y = \square$

ภาพประกอบที่ 18 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะปลาย (ข)

ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในระยะนี้พบว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นมาก มีรายละเอียดประกอบแนวคิด ดังภาพประกอบที่ 19-20 นอกจากนี้นักเรียนยังกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นมากขึ้น เมื่อครูซักถามถึงความรู้ หลักการหรือเหตุผลของการได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนสามารถอธิบายและยกเหตุผลประกอบแนวคิดตนเองได้ถูกต้องและชัดเจน


จงหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยม ABCD พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

$AC = \sqrt{15^2+8^2}$

$= \sqrt{225+64} = \sqrt{289}$

$AC = 17$ หน่วย

$CD = 17$ หน่วย

$AD = \sqrt{17^2+17^2}$

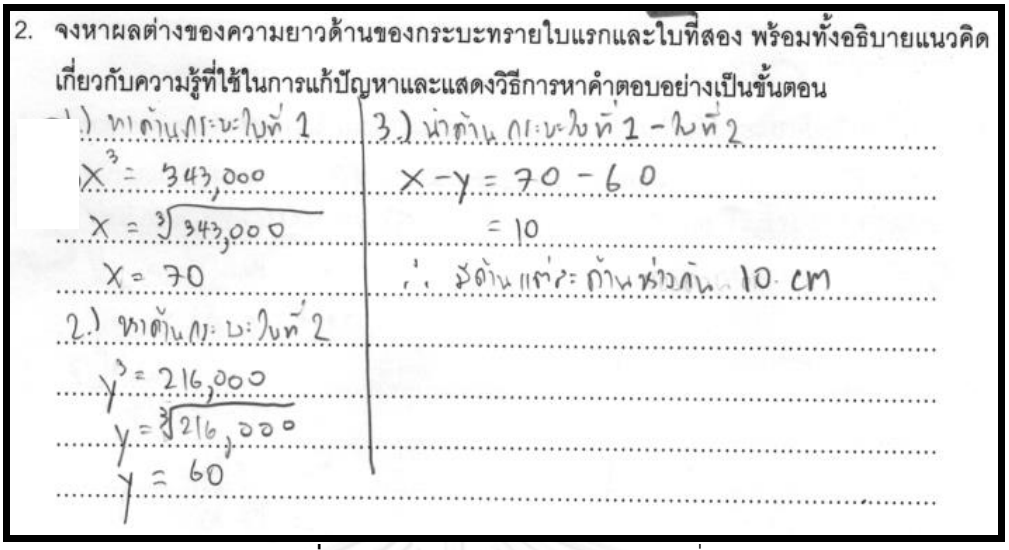
$= \sqrt{289+289}$

$AD = \sqrt{578} = 24.04$

ความยาวรอบรูป $= 15+8+24.04+17$

$= 64.04$ หน่วย #

ภาพประกอบที่ 19 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะปลาย (ก)


2. จงหาผลต่างของความยาวด้านของกระบะทรายใบแรกและใบที่สอง พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

1) หาด้านกระบะใบที่ 1
$x^3 = 343,000$
$x = \sqrt[3]{343,000}$
$x = 70$

2) หาด้านกระบะใบที่ 2
$y^3 = 216,000$
$y = \sqrt[3]{216,000}$
$y = 60$

3) หาด้านกระบะใบที่ 1 - ใบที่ 2
$x - y = 70 - 60$
$= 10$
∴ ความยาวด้านต่างกัน 10 cm

ภาพประกอบที่ 20 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองระยะปลาย (ข)

ความสามารถในการนำเสนอ ในระยะนี้พบว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นมาก จากการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอแนวคิดของตนออกมาในรูปการพูดและการเขียนเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้นโดยมีการนำเสนอแนวคิดชัดเจนและการเขียนสำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น สามารถใช้ข้อมูลมาประกอบการเขียนอธิบายได้อย่างเหมาะสม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีพื้นที่ 392 ตารางเซนติเมตร จะสามารถนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลมที่มีพื้นที่ 616 ตารางเซนติเมตรได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (กำหนดให้)

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด พร้อมระบุตัวแปรแทนความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสและความยาวของรัศมีของวงกลม

เส้นทแยงมุมยาว = y ด้านสั้น x พท ○ = πr^2

รัศมีวงกลม = r $616 = \frac{22}{7} r^2$

พท □ = $\frac{1}{2} \times$ (ผลคูณเส้นทแยงมุม)

$x^2 = 392$ | $2x^2 = y^2$ $r^2 = \frac{616 \times 7}{22}$

$x = 14\sqrt{2}$

$x^2 + x^2 = y^2$

2. จงหาว่าสามารถนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไปแนบในวงกลมได้หรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

$r = 7 \times 7 \times 4$

จากข้อ 1 $2x^2 = y^2$ $\sqrt{2}x = y$ $\sqrt{2}(14\sqrt{2}) = y$ $y = 28$

พท ○ = πr^2

$616 = \frac{22}{7} r^2$

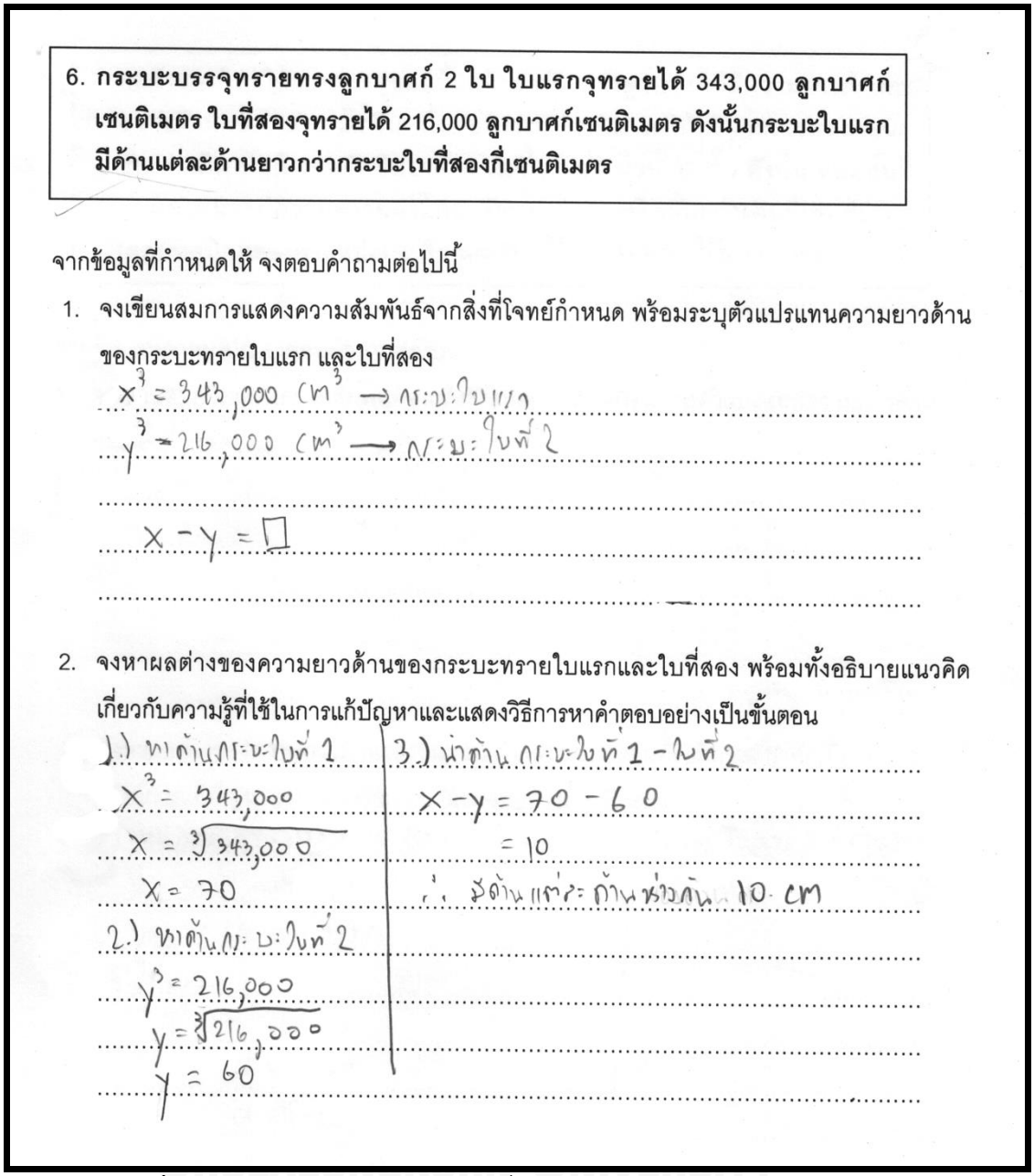
$r^2 = \frac{616 \times 7}{22}$

$r = \sqrt{7 \times 7 \times 4}$

$r = 14$

∴ □ แผ่นนี้วงกลมได้เพราะเส้นทแยงมุม □ ยาวเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม

ภาพประกอบที่ 21 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ในระยะหลังเรียน (ก)



6. กระบะบรรจุทรายทรงลูกบาศก์ 2 ใบ ใบแรกจุทรายได้ 343,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ใบที่สองจุทรายได้ 216,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ดังนั้นกระบะใบแรกมีด้านแต่ละด้านยาวกว่ากระบะใบที่สองกี่เซนติเมตร

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด พร้อมระบุตัวแปรแทนความยาวด้านของกระบะทรายใบแรก และใบที่สอง

$x^3 = 343,000\ cm^3$ → กระบะใบแรก

$y^3 = 216,000\ cm^3$ → กระบะใบที่ 2

$x - y = \square$

2. จงหาผลต่างของความยาวด้านของกระบะทรายใบแรกและใบที่สอง พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

1.) หาด้านกระบะใบที่ 1

$x^3 = 343,000$

$x = \sqrt[3]{343,000}$

$x = 70$

2.) หาด้านกระบะใบที่ 2

$y^3 = 216,000$

$y = \sqrt[3]{216,000}$

$y = 60$

3.) หาด้านกระบะใบที่ 1 - ใบที่ 2

$x - y = 70 - 60$

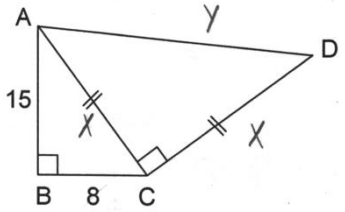
$= 10$

∴ มีด้านแต่ละด้านห่างกัน 10 cm

ภาพประกอบที่ 22 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน (ข)

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

1. **จากรูป กำหนดให้** $A\hat{B}C = A\hat{C}D = 90^{\circ}$ **มี** AB = 15 **หน่วย** BC =8 **หน่วย และ** AC = CD **จงหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยม** ABCD **(ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)**



จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ พร้อมระบุตัวแปรแทนความยาวด้าน AC CD และ AD

X แทนความยาว AC และ CD
Y แทนความยาว AD
หาความยาว AC ได้ $X = \sqrt{AB^2+BC^2}$
$X = \sqrt{15^2+8^2}$
จะได้ความยาวของ AC และ CD
หาความยาว AD ได้ $Y = \sqrt{X^2+X^2}$

ความยาวรอบรูปคือ
$= \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{AD}$
$= 15+8+X+Y$

2. จงหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยม ABCD พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

$AC = \sqrt{15^2+8^2}$
$= \sqrt{225+64} = \sqrt{289}$
$AC = 17$ หน่วย
$CD = 17$ หน่วย
$AD = \sqrt{17^2+17^2}$
$= \sqrt{289+289}$
$AD = \sqrt{578} = 24.04$

ความยาวรอบรูป $= 15+8+24.04+17$
$= 64.04$ หน่วย #

ภาพประกอบที่ 23 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองในระยะหลังเรียน (ข)

จากภาพประกอบที่ 22-23 พบว่าในระยะหลังเรียน นักเรียนในกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถเขียนแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถเขียนเพื่อแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและชัดเจน โดยสามารถเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้เป็นระบบและมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น แม้จะมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดได้ครบถ้วนและถูกต้อง (ภาพประกอบที่21) และจากตารางที่ 14 หน้า 97 พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเท่ากับ 29.22 ซึ่งอยู่ในช่วงคะแนน 27 – 30 ตามเกณฑ์การประเมินระดับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนั้น นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนอยู่ในระดับปานกลาง

จากการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ซึ่งได้จากการทำใบกิจกรรม แบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับของนักเรียนในกลุ่มทดลอง ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ระยะ สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น แสดงรายละเอียด ดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 ผลการประเมินระดับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	คะแนนที่ได้	ระดับการประเมิน
ก่อนเรียน	23.10	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์
หลังเรียน	29.22	นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง

CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้

2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการด้านมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน จากทั้งหมด 8 ห้องเรียน

ผู้วิจัยเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียนจากทั้งหมด 8 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามขั้นตอน โดยผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนทั้ง 8 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) แล้วผู้วิจัยพิจารณาห้องเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่ใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม.2/3 จำนวน 50 คน และม.2/4 จำนวน 48 คน นำมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลจากการทดสอบ พบว่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน ด้วยค่าที (t–test) พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายโดยการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มตัวอย่าง ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.2/4 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ และนักเรียนห้อง ม.2/3 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หลังจากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของชั้น ม.2/3 และ ม.2/4 เท่ากับ 11.45 และ 11.63 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F–test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นจึงทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t–test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้ง 2 ห้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของชั้น ม.2/3 และ ม.2/4 เท่ากับ 9.10 และ 9.24 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนด้วยค่าที (t– test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้ง 2 ห้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จำนวน 15 แผน ระยะเวลา 15 คาบ เป็นเวลา 3 สัปดาห์

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.94 ค่าความยากเป็น 0.25 – 0.79 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.25 – 0.81

2.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.91 ค่าความยากเป็น 0.31 – 0.78 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.29 – 0.81

2.3 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ฉบับก่อนเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.88 ค่าความยากเป็น 0.21 – 0.55 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.35 – 0.63

2.4 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.925 ค่าความยากเป็น 0.27 – 0.54 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.44 – 0.83

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

ขั้นเตรียมการ

1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

2. ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

3. ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา

มัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม โดยนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ และสอนนักเรียนกลุ่มควบคุมตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ กลุ่มละ 5 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 3 สัปดาห์ ใช้เวลารวม 15 คาบ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 เนื้อหาที่สอน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

3. เมื่อดำเนินการสอนตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ครบแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มแล้วนำผลการทดสอบ มาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS) มีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยนักเรียนต้องมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ (2535: 24) คือ ร้อยละ 50 ด้วยการทดสอบค่าที (t – test for One sample) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการทดสอบค่าที (t-Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลัง ด้วยการทดสอบค่าที (t-Paired Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการทดสอบค่าที (t-Independent Samples Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

5. วิเคราะห์พัฒนาการของมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ โดยพิจารณาจากภูมิหลังของนักเรียน ร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลอง จากการทำใบกิจกรรม แบบฝึกหัด การตอบคำถามในชั้นเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่องผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีพัฒนาการของมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

อภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัยที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประเด็นในการอภิปราย ดังนี้

1. จากผลการวิจัย พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 19.19 คะแนน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 63.97 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการกำหนด

ไว้ คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยมีนักเรียนจำนวน 40 คน คิดเป็นร้อยละ 83.33 ของนักเรียนทั้งหมดที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดและนักเรียนจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 16.67 ของนักเรียนทั้งหมดที่ได้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นผลสืบเนื่องมาจากกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ มีขั้นตอนที่เหมาะสมกับการสร้างมโนทัศน์ เนื่องจากครูให้ความช่วยเหลือตามความรู้เดิมของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของอลิสรา ชมชื่น (2550: 167) ที่กล่าวไว้ว่า เมื่อนักเรียนได้ใช้ความรู้เดิมเป็นพื้นฐานในการเรียนใหม่ เกิดความต่อเนื่องของการทำความเข้าใจ เมื่อมาถึงขั้นของการเรียนรู้ด้วยการปฏิบัติที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองทั้งโดยการคิด การคำนวณ การแสดงเหตุผล สิ่งเหล่านี้เป็นพื้นฐานให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ยังเป็นกระบวนการที่เน้นให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ เพราะกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้นั้นมีพื้นฐานมาจากแนวคิดการเรียนรู้กลุ่มคอนสตรัคติวิสต์เชิงสังคมของ Vygotsky (1978, อ้างถึงใน Clark and Graves, 2005: 572) ซึ่ง Vygotsky ได้กล่าวไว้ว่า เมื่อเด็กได้รับการเรียนรู้จากกระบวนการทางสังคม การเรียนรู้ร่วมมือจากเพื่อนและผู้ใหญ่ที่มีความสามารถมากกว่า ในขณะที่เด็กอยู่ในบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (Zone of Proximal Development) จะได้รับการช่วยเหลือ (Scaffold) โดยผ่านการเรียนรู้ร่วมมือซึ่งเปิดโอกาสให้เด็กได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและให้มีการปฏิสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน จะส่งผลให้เด็กแต่ละคนพัฒนามโนทัศน์ของตนเองได้เต็มศักยภาพ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุพัตรา จันทรโฆษิต (2552: 125) ที่ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิคการลดบทบาทการเสริมศักยภาพที่มีต่อมโนทัศน์ทางชีววิทยา และความสามารถในการสร้างคำอธิบายของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่านักเรียนกลุ่มเรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิค การลดบทบาทการเสริมศักยภาพมีคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางชีววิทยาสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐาน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น จึงส่งผลให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. จากผลการวิจัย พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นผลสืบเนื่องมาจากกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ มีขั้นตอนที่เหมาะสมกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการที่ครูให้ความช่วยเหลือโดยการให้นักเรียนได้ร่วมกับอภิปรายกับเพื่อนในกลุ่ม และเพื่อนต่างกลุ่ม (Students

explaining and justifying) โดยมีครูเป็นผู้คอยตรวจสอบความถูกต้อง (Interpreting students' actions and talk) เพื่อร่วมกันปรับปรุงมโนทัศน์นั้น (Negotiating Meanings) เป็นการสะท้อนความคิดซึ่งเป็นการแสดงออกถึงความคาดหวัง การรับรู้ และความรู้สึกเกี่ยวกับประสบการณ์ โดยผ่านกระบวนการพูดหรือเขียนโดยมีจุดประสงค์เพื่อวิเคราะห์ เปรียบเทียบ หรือแก้ไขปัญหาซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นการคิดระดับสูงกว่าการคิดระดับสูงทั่วไป (รัชนีกร ทองสุขดี, 2545: 45) อีกทั้งการที่ครูให้ความช่วยเหลือโดยให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม (Peer collaboration) ที่มีทั้งกิจกรรมสื่อสารภายในตนเองและสื่อสารกับบุคคลอื่นจากการทำกิจกรรมเพื่อสะท้อนความคิดของตนและสื่อสารออกมาโดยใช้ภาษา ทำให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคน ซึ่งวัฒนธรรมที่สังคมสร้างขึ้นมามีอิทธิพลต่อการพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญา (Vygotsky, 1997) ทำให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์อย่างเป็นลำดับขั้นตอนจนเกิดเป็นการเรียนรู้อย่างเข้าใจ นอกจากนั้นยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Ge และ Land (2003: 21-38) ที่กล่าวว่า การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในกลุ่มจะสนับสนุนการพัฒนาทักษะการคิด โดยเฉพาะอย่างยิ่งการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในลักษณะที่มีการชี้แนะและกระตุ้นเตือนกันภายในกลุ่มจะยิ่งทำให้เกิดผลทางบวกมากขึ้น และยังสอดคล้องกับแนวคิดของ King Staffieri และ Adelgais (1998: 134-152) ที่เชื่อว่า การมีปฏิสัมพันธ์ในลักษณะเพื่อนช่วยเพื่อนจะส่งเสริมทักษะการคิดและการเรียนรู้ได้ถึงแม้ว่าผู้เรียนจะมีอายุและความสามารถเท่า ๆ กัน แต่ผู้เรียนก็สามารถส่งเสริมทักษะการคิดและการเรียนรู้ต่อกันและกันได้ โดยที่ผู้สอนจะเป็นผู้ที่จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ระหว่างเพื่อนในกลุ่ม

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น จึงส่งผลให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. จากผลการวิจัย พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นผลสืบเนื่องมาจากกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ มีขั้นตอนที่เหมาะสมกับการส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

การที่ครูให้ความช่วยเหลือโดยการใช้คำถามกระตุ้น ชี้แนะ (Prompting and probing) ให้นักเรียนค้นหาคำตอบตามที่ครูได้กำหนดไว้ให้แล้ว รวมทั้งการที่ครูให้ความช่วยเหลือโดยการให้นักเรียนได้ร่วมกับอภิปรายกับเพื่อนในกลุ่ม และเพื่อนต่างกลุ่ม (Students explaining and justifying) โดยมีครูเป็นผู้คอยตรวจสอบความถูกต้อง (Interpreting students' actions and talk) เพื่อร่วมกันปรับปรุงให้ได้ขั้นตอนการแก้ปัญหานั้น ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการสื่อสารของตนเองเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นภาษาหนึ่งที่นอกจากช่วยในการคิดแล้วยังเป็นเครื่องมือ

ในการค้นหาแบบรูป การแก้ปัญหา และใช้ในการสื่อสารแนวคิดต่างๆ ให้มีความชัดเจน ถูกต้องและรัดกุม (Baroody and Coslick, 1993: 2 – 9) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552: 159) ที่กล่าวว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เป็นขั้นตอน เน้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ ทดลอง ค้นหา แบบรูป/ปรากฏการณ์/กระบวนการแก้ปัญหา/คำตอบ ที่นักเรียนต้องมีการแลกเปลี่ยนความรู้ วิธีการคิดระหว่างนักเรียนด้วยกันเองทั้งที่อยู่ในรูปภาษาพูดและภาษาเขียน ประกอบกับการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมาย ตลอดจนได้มีการนำเสนอข้อสรุปประกอบการอธิบายข้อสรุป และแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือแสดงการคัดค้านเกี่ยวกับข้อสรุปนั้นได้จะช่วยให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น อีกทั้งยังสอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993: 9-11 อ้างถึงในสมเดช บุญประจักษ์, 2540: 46) ที่กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือซึ่งกันและกัน เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น จึงส่งผลให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. จากผลการวิจัย พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นผลสืบเนื่องมาจากกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ มีขั้นตอนที่เหมาะสมกับการส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การที่ครูให้ความช่วยเหลือโดยการให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย (Negotiating Meanings) และการให้นักเรียนร่วมวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนรู้ร่วมกันสรุปและแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกัน (Making connections) สอดคล้องกับสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (NCTM, 1989: 26) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกัน มีโอกาสในการชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผลและสื่อสารให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ และเรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่างๆ จนเกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ซึ่งถือได้ว่าเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของ อลิสรา ชมชื่น (2550: 170) ที่กล่าวว่ากระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดทั้งกับครูและกับเพื่อน รวมทั้งได้ใช้วิธีการในการสื่อสารอย่างหลากหลายทั้งโดยการพูด การเขียนในลักษณะ จะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารของตนเองเพิ่มขึ้น และสอดคล้องกับแนวคิดของ Mumme and

Shepherd. (1993 : 7-9) ที่กล่าวไว้ว่า ทักษะการสื่อสารช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยการแสดงแนวความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่นๆ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น จึงส่งผลให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. จากผลการวิจัย พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีพัฒนาการของมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น นั่นคือ หากพิจารณาพัฒนาการของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์ นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายถึงมโนทัศน์ที่ครูระบุได้อย่างครบถ้วน แต่สามารถจำแนกมโนทัศน์แต่ละแบบได้ แต่เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้ แล้วนักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง สมบูรณ์ สังเกตได้จาก ใบงานที่นักเรียนได้ทำ มีการให้เหตุผลที่ถูกต้อง และมีการยกตัวอย่างประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Kajamies, Vauras และ Kinnunen (2010) ที่ได้ศึกษาการใช้วิธีการเสริมต่อ การเรียนรู้ในการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ โดยได้ศึกษากับนักเรียนอายุ 10 ปี จำนวน 8 คน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองได้ทำการสอนโดยใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้และออกแบบให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในรูปของเกมผจญภัยโดยใช้คอมพิวเตอร์ ผลการศึกษาพบว่ากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ขึ้นกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของสุพัตรา จันทรโฆษิต (2552) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิคการลดบทบาทการเสริมศักยภาพที่มีต่อมโนทัศน์ทางชีววิทยา และความสามารถในการสร้างคำอธิบายของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่านักเรียนกลุ่มเรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิค การลดบทบาทการเสริมศักยภาพมีคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางชีววิทยาสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐาน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปในทางที่ดีขึ้น นั่นคือ หากพิจารณาพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในระยะนี้พบว่า นักเรียนบางส่วนยังใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนแทนข้อความ นอกจากนี้ยังมีนักเรียนอีกบางส่วนไม่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยค

สัญลักษณ์หรือสมการได้ และมีนักเรียนบางส่วนไม่เขียนภาษาหรือสัญลักษณ์อะไรเลย ในด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ พบว่าจากการสังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน พบว่า นักเรียนไม่ค่อยกล้าออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ส่วนนักเรียนที่ออกมานำเสนอก็ยังไม่มีความมั่นใจในการสื่อสารกับชั้นเรียน นักเรียนบางส่วนไม่สามารถแสดงแนวคิดโดยการพูดอธิบายได้ แต่สามารถเขียนแสดงแนวคิดได้ถูกต้องเป็นบางส่วน และในด้านการนำเสนอ นักเรียนส่วนใหญ่มักจะเขียนแสดงแนวคิดโดยนำเสนออย่างย่อ ไม่ค่อยมีการเขียนอธิบายขั้นตอนและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหา จึงทำให้ลำดับขั้นตอนยังไม่เหมาะสม และนักเรียนมักเลือกการแก้สมการเป็นวิธีการช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งวิธีการที่ได้ส่วนใหญ่มีลักษณะไม่แตกต่างกัน แต่เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้ แล้วพบว่าในด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความได้ถูกต้อง การเขียนตัวแปร การแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์มีความเหมาะสมถูกต้องเพิ่มมากขึ้น สอดคล้องกับความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดให้ ในด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นมาก มีรายละเอียดประกอบแนวคิด นอกจากนี้นักเรียนยังกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นมากขึ้น เมื่อครูซักถามถึงความรู้ หลักการหรือเหตุผลของการได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนสามารถอธิบายและยกเหตุผลประกอบแนวคิดตนเองได้ถูกต้องและชัดเจน และในด้านการนำเสนอ พบว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นมาก จากการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอแนวคิดของตนออกมาในรูปการพูดและการเขียนเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้นโดยมีการนำเสนอแนวคิดชัดเจนและการเขียนสำดับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น สามารถใช้ข้อมูลมาประกอบการเขียนอธิบายได้อย่างเหมาะสม ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Lau Ngee Kiong และ Hwa Tee Yong (2004) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้เรียนปกติ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ยังช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์แบบใหม่ในการแก้โจทย์ปัญหาสูงขึ้น และเป็นไปในทำนองเดียวกับสุภาพร พันธุ์ซื่อ (2551) ที่ได้ทำการศึกษาการใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเขียนภาษาอังกฤษและลดความวิตกกังวลในการเขียนของนักเรียนระดับก้าวหน้า โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 50 คนพบว่า ความสามารถในการเขียนภาษาอังกฤษก่อนระหว่างและหลังเรียนโดยกลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้สูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะในการทำวิจัย โดยแบ่งออกเป็นข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้และข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การนำกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ในระยะแรกอาจต้องใช้เวลานาน เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับกระบวนการสอนในลักษณะนี้ อาจทำให้เกิดความเบื่อหน่าย ประกอบกับนักเรียนไม่กล้าที่จะสื่อสารกับครูผู้สอน ครูจึงต้องให้เวลาและโอกาสแก่นักเรียนมากกว่าปกติ

2. เนื่องจากขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ ต้องใช้เวลาในการทำกิจกรรมให้ครบทุกขั้นตอนครูผู้สอนควรเลือกเนื้อหาที่มีเวลาสอนมากพอสมควร และควรมีความยืดหยุ่นในการปรับแผนการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับสภาพจริงในชั้นเรียน และควรบันทึกปัญหาหลังการสอนทุกคาบ เพื่อนำข้อมูลมาใช้ในการปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ นอกจากเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง หรือในระดับชั้นอื่นๆ หรือในรายวิชาอื่นๆ เช่น เรื่อง อัตราส่วนร้อยละ เนื่องจากเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เป็นความรู้ใหม่ นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน จึงนำไปใช้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในเนื้อหาดังกล่าวได้เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อตัวแปรอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการให้เหตุผล เนื่องจากในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้โจทย์ปัญหา เมื่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ก็น่าจะส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้นได้

Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

Anghileri J. . (2006). Scaffolding Practices that Enhance Mathematics Learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*, 33-52.

Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology : a cognitive view.* New York: Rinegart and Winston.

Barrody, A. J. a. C., R.T.,. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-12 : Helping children think mathematically*. New York:: Macmilan.

Bell, T. H. (1981). Redefining the federal role in education. *Action in Teacher Education, 9*(1987-1988), 2-61.

Bruner, J., Goodnows, J.J. and Austin.,. (1956). *A Study of Thinking.* New York: John Willey.

Buschman, L. (1995). Communicating in the language of mathematics. *Teaching Children Mathematics, 1*(6), 324-329.

Charlesworth, R. (2005). *Experiences in Math for Young Children* (5th ed.). United States: Thomson Delmar Learning.

Cooney, J., Davis, Edward J. and Henderson, K.B., . (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.

De Cecco, J. P. (1968). *The Psychology of Learning and Instruction: Educational Psychology*. Englewook: Pentice - Hall.

Dixon – Krauss, L. (1996). *Vygotsky in the Classroom: Mediated Literacy Instruction and Assessment*. New York: Longman Publishers.

Eggen, P., and& Kauchak, D.,. (1999). *Windows on classrooms* (4th ed.). Upper Saddle River, NJ: Merrill.

Eggen P. and Kauchak D. (1997). *Educational psycholog: Windows on Classroom*. New Jersy: Prentice – Hall.

Ewing McMahon and Bronwyn. (2000). Scaffolding: A suitable teaching characteristic in one-to-one teaching in Maths Recovery. *Proceedings Mathematics Education Beyond 2000*, 417-423.

Gagne, R. M. (1977). *The condition of learning*. New York: Holt & Rinehart and Winston.

Gibson, J. T. (1980). *Psychology for the Classroom*. New Jersey: Prentice-Hall.

Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education* (3rd ed.). New York: New York.

Gorrell, J. a. o. (2012). Effect of self-generated examples on elementary school student'retention of science concept. Retrieved 4/03/12 http://www.eric.ed.gov

Kajamies, A., Vauras, M., and Kinnunen, R.,. (2010). Instructing Low-Achievers in Mathematical Word Problem Solving. *Scandinavian Journal of Educational Research, 54*(August), 335-355.

Kajamies A., V. M. a. K. R. (2010). Instructing Low – Achievers in Mathematical Word Problem Solving. *Scandinavian Journal of Educational Research, 4*, 335 – 355.

Kennedy L. M., T., S.,. (1998). *Guiding children's learning of mathematics* (8th ed.). Belmont,: Wadsworth.

Klausmeier, H. J. (1971). *Learning and Human abilities : Educational Psychology* (3rd ed.): Harper & Row, Publishers.

Larkin, M. J. (2001). Providing Support for Student Independence through Scaffolded Instruction. *Council for Exceptional Children, 34*(1), 30-34.

Lau Ngee Kiong and Hwa Tee Yong. (2004). Scaffolding: A Teaching Strategy for Mathematics. Retrieved 2010, December 12 http://math.ecnu.edu.cn/EARCOME3_LAU_NGEE

Lovell, K. (1966). *Educational Psychology and Children*. Great Britain for the University of London: Press Ltd.

McDonald. (1967). *Educational Psychology* (2nd ed.). San Francisco: Wadsworth Publishing,.

Mumme, J. a. S., N.,. (1993). *Communication in mathematics in implementing the K-8 curriculum and evaluation standard*. Reston, VA.: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for Schoo Mathematics*. Reston: VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Rosenshine B. and Guenther J. (1992). Using Scaffolding for Teaching Higher Level Cognitive Strategies . In J.W. Keefe; and H.J. Wallberg(eds.), Teaching for Teaching,. *National Association of Secondary School Principles*, 35-48.

Rosenshine B. and Meister C. (1992). The Use of Scaffolding for Teaching Higher–Level Cognitive Strategies. *Educational Leadership, 49*(7), 26-33.

Rothenberg, M. E. (1985). *Encyclopedia Americana.Danbury*. Connecticut: Grolier Incorporated.

Rowan, T. E. a. M. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards from the Arithmetic Teacher*. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Russell, D. H. (1956). *Children' s Thinking*. Boston: Ginn and Company.

Van Der Stuyf R. (2002). Scaffolding as a Teaching Strategy. (Fall 2002).

Vygotsky L.S. (1978). *Mind in Society: The development of Higher Phychological Process*. Cambridge: Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1981). *The development of higher forms of attention in childhood in J. V. Wertsch (Ed.), The concept of activity in Soviet psychology*. New York: Sharpe.

Wilson, J. W. (1971). *Evalution of learning in secondary school Mathematics.* New York McGraw – Hill Book.

Wood, D., Bruner, J., and Ross. G.,. (1976). The Role of Tutoring in Problem Solving. *Journal of Child Psychology., 17*, 89-100.

Woofalk, A. (1995). *Educational Psychology.* Boston: Allyn And Bacon.

กมล โพธิเย็น. (2547). รูปแบบการพัฒนาความคิดอย่างเป็นระบบเพื่อสร้างเสริมความสามารถ ด้านทักษะการเขียนภาษาไทยของนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยใช้แนวคิดทฤษฎีไตรอาร์ขิกและวิธีการแบบสแกฟโฟลดิ้. (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. (2528). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

กรมวิชาการ. (2535). คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช *2524 (*ฉบับปรับปรุง พ.ศ. *2533).* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กรมวิชาการ, ก. (2542). การสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทยด้านทักษะการสื่อสาร. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางวิชาการ.

กรมวิชาการ กระทรวง.ศึกษาธิการ. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *1 – 6* ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช *2544*. กรุงเทพมหานคร:: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กัญติมา พรหมอักษร. (2545). ผลของปฏิสัมพันธ์ระหว่างแบบการคิดของนักเรียนกับแนวการสอนมโนทัศน์ของบรูเนอร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ *5.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กิตติ พัฒนาตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาล้มเหลวจริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์(พฤศจิกายน — ธันวาคม 45 — มกราคม 46), 54-58.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2546). การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: ซัคเซสมีเดีย.

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์. (2537). ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. วารสารพัฒนาหลักสูตร, *14*(ตุลาคม-ธันวาคม), 55-60.

นาตยา ปิลันธนานท์. (2542). การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (*Concept Learning)*. กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. (2523). การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. วารสารประชากรศึกษา, *31*(กุมภาพันธ์), 6-17.

ประยูร อาษานาม. (2537). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา:หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: ประกายพรึก.

ปราณี รามสูตร. (2528). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2534). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สหมิตรออฟเซท.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. (2520). การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สารการศึกษาการพิมพ์.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพิชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ *3.* จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, วิทยานิพนธ์ระดับปริญญาดุษฎีบัณฑิต.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2538). จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร: ต้นอ้อแกรมมี่.

มาลินท์ อิทธิรส. (2544). การแก้ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์, *3*(กันยายน — ธันวาคม), 25-30.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. (2537). แนวคิดบางประการเกี่ยวกับความคิดรวบยอด. สารพัฒนาหลักสูตร, *113*(เม.ย.—มิ.ย.), 49-51.

โศจิวัจน์ เสริฐศรี. (2553). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษา (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โศจิวัฒน์ เสริฐศรี. (2553). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษา. (จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย), วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต.

สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2553a). *O-NET* ชี้วิกฤตการศึกษาไทย *ภาค 2*. กรุงเทพมหานคร: วี. ที. ซี คอมมิวนิเคชั่น.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2553b). วิกฤติการศึกษาไทย ชี้ด้วย *O-NET, I-NET, V-NET, U-NET, N-NET, GAT* และ *PAT*. กรุงเทพมหานคร: วี. ที. ซี คอมมิวนิเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, ก. (2555). การวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สมทรง สุวพานิช. (2541). *d*ารศึกษาระดับพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หนึ่งขั้นตอนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ *2 3* และ *4.* (วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์มหาบัณฑิต), สถาบันราชภัฏมหาสารคาม.

สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2550). สรุปสาระสำคัญ. http://social.nesdb.go.th/nesdbsoc/pages/Showpage.aspx?file=webandid=home

สุพัตรา จันทรโฆษิต. (2552). ผลของการใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นฐานร่วมกับเทคนิคการลดบทบาทการเสริมศักยภาพที่มีต่อมโนทัศน์ทางชีววิทยา และความสามารถในการสร้างคำอธิบายของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุภาพร พันธุ์ชื่อ. (2551). การใช้กลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเขียนภาษาอังกฤษและลดความวิตกกังวลในการเขียนของนักเรียนระดับก้าวหน้า. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2548). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. (2549). วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ระดับปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. In พร้อมพรรณ อุดมสิน (Ed.), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์:การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก

รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณา ความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์	รักษาการรองผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. ผศ.ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์	อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. อาจารย์ทองเย็น โชคตระกูล	ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดนิมมานรดี

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์	รักษาการรองผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. ผศ.ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์	อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวาณิช	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มกาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3851

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3243

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 600

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการคณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82681-2 ต่อ 600
ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3852 วันที่ 24 ธันวาคม 2556
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช

ด้วย นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี

ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3845

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป.

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 600

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการคณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82681-2 ต่อ 600
ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3643 วันที่ 24 ธันวาคม 2556
เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และรองคณบดี

นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญอาจารย์วัฒนิดา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วัฒนิดา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี

ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3843

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3850

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ทองเย็น โชคตระกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3847

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดนิมมานรดี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญอาจารย์ทองเย็น โชคตระกูล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ทองเย็น โชคตระกูล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3846

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาในการนี้ใคร่ขอเชิญ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 600

ที่ ศธ 0512.6(2771)/56- 3849

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร. สุพัตรา ผาติวิสันต์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/56- 3844

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

24 ธันวาคม 2556

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดรางบัว

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 600

ภาคผนวก ค

คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

- คุณภาพแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)
- คุณภาพแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โครงสร้างของระบบจำนวนจริง (หลังเรียน)
- คุณภาพแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน
- คุณภาพแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 16 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของ.แบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.69	0.73	16	0.71	0.25
2	0.79	0.30	17	0.71	0.25
3	0.76	0.80	18	0.50	0.53
4	0.40	0.44	19	0.66	0.40
5	0.71	0.73	20	0.57	0.60
6	0.69	0.71	21	0.67	0.45
7	0.36	0.37	22	0.57	0.60
8	0.69	0.71	23	0.66	0.60
9	0.67	0.45	24	0.50	0.53
10	0.43	0.47	25	0.41	0.29
11	0.67	0.33	26	0.66	0.60
12	0.57	0.60	27	0.25	0.27
13	0.55	0.58	28	0.40	0.44
14	0.66	0.60	29	0.36	0.37
15	0.78	0.81	30	0.79	0.30

ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ = 0.94

ค่าความยากง่าย (p) = 0.25 – 0.79

ค่าอำนาจจำแนก (r) = 0.25 – 0.81

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 17 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องโครงสร้างของระบบจำนวนจริง (หลังเรียน)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.67	0.45	16	0.69	0.71
2	0.57	0.60	17	0.66	0.40
3	0.69	0.71	18	0.53	0.65
4	0.75	0.77	19	0.47	0.37
5	0.78	0.81	20	0.31	0.36
6	0.71	0.23	21	0.50	0.57
7	0.47	0.52	22	0.59	0.68
8	0.78	0.49	23	0.59	0.39
9	0.72	0.79	24	0.72	0.54
10	0.50	0.53	25	0.67	0.45
11	0.66	0.72	26	0.56	0.64
12	0.66	0.60	27	0.69	0.73
13	0.41	0.29	28	0.66	0.60
14	0.66	0.40	29	0.76	0.80
15	0.63	0.15	30	0.71	0.73

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ = 0.91

ค่าความยากง่าย (p) = 0.31 – 0.78

ค่าอำนาจจำแนก (r) = 0.29 – 0.81

ตารางที่ 18 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.55	0.39	
2	0.53	0.35	
3	0.51	0.54	0.883
4	0.49	0.61	
5	0.41	0.63	

ตารางที่ 19 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.46	0.44	
2	0.38	0.76	
3	0.54	0.70	0.925
4	0.42	0.83	
5	0.43	0.78	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ง

คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

- ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)
- ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โครงสร้างของระบบจำนวนจริง (หลังเรียน)
- ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน
- ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบนี้มีจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในกระดาษคำตอบ
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบทันที

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อ 0. ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ ข. จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ค. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ ง. จำนวนอตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ถ้านักเรียนเห็นว่า คำตอบข้อ ข. ถูกต้องให้ทำเครื่องหมาย (×) ในช่อง ข. ดังนี้

ข้อ 0

ก	ข	ค	ง
	×		

ถ้านักเรียนเห็นว่าต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็นข้อ ก. ให้ทำเครื่องหมายขีดคู่ (=) ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ข. แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ในช่อง ก. ดังนี้

ข้อ 0

ก	ข	ค	ง
×	=×=		

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1. จำนวนในข้อใดเป็นเศษส่วนแท้ทุกจำนวน

   ก. $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{8}$

   ข. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{8}$

   ค. $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}$

   ง. $\frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{8}, \frac{8}{10}$

2. ถ้า $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นเศษส่วน โดยที่ $b \neq 0$ และ $d \neq 0$ ข้อใดถูกต้อง

   ก. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{b}{a}$

   ข. $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

   ค. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{bd}$

   ง. $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a-c}{bd}$

3. ข้อใดเป็นจริง

ก. $10,000,000 = 10^6$

ข. $13,000,000 = 1.3 \times 10^6$

ค. $4,200,000,000 = 0.42 \times 10^{10}$

ง. $201,000,000 = 2.01 \times 10^9$

4. ประโยคในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $4^3 = -4^3$

ข. $2^3 = 3^2$

ค. $4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^3$

ง. $(-2)^{-4} = -\frac{1}{2^4}$

5. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

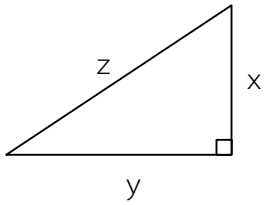
ก. $3^{3m} = 9^m$

ข. $9^m \cdot 3^m = 9^{2m}$

ค. $9^m + 3^m = 3^{3m}$

ง. $9^{m+n} = 3^{2m} \times 3^{2n}$

6. จากรูป ข้อใดต่อไปนี้<u>ไม่ถูกต้อง</u>



ก. $x^2 = z^2 - y^2$

ข. $y^2 = z^2 - x^2$

ค. $x^2 + y^2 - z^2 = 0$

ง. $z^2 + x^2 - y^2 = 0$

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)
เรื่อง โครงสร้างของระบบจำนวนจริง

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบนี้มีจำนวน 40 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ลงในกระดาษคำตอบ
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบทันที

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อ 0. ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ ข. จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ค. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ ง. จำนวนอตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ถ้านักเรียนเห็นว่า คำตอบข้อ ข. ถูกต้องให้ทำเครื่องหมาย (×) ในช่อง ข. ดังนี้

ข้อ 0

ก	ข	ค	ง
	×		

ถ้านักเรียนเห็นว่าต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็นข้อ ก. ให้ทำเครื่องหมายขีดคู่ (=) ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ข. แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (×) ในช่อง ก. ดังนี้

ข้อ 0

ก	ข	ค	ง
×	≠		

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

1. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ
   ก. $\frac{22}{7}$
   ข. $4.6\dot{5}\dot{7}$
   ค. 7.112111211112...
   ง. 8.430143014301...

2. ข้อใดเป็นจำนวนตรรกยะทุกจำนวน
   ก. 1.23614... $3.\dot{2}85714\dot{}$ 4/5
   ข. 0.517 3.15423... 2/7
   ค. $0.71\dot{1}\dot{2}$ 2.51 1.010010001...
   ง. $0.7\dot{2}\dot{5}$ $4.\dot{6}$ 1/3

3. เศษส่วนในข้อใดมีค่าเท่ากับ $0.12\dot{3}\dot{7}$
   ก. $\frac{1237-37}{9990}$
   ข. $\frac{1237-37}{9900}$
   ค. $\frac{1237-12}{9900}$
   ง. $\frac{1237-123}{9900}$

16. ข้อใดกล่าว<u>ไม่ถูกต้อง</u>

ก. รากที่สองของ 0 คือ 0

ข. รากที่สองของ 0.25 คือ 0.5 และ –0.5

ค. รากที่สองของจำนวนจริงลบ จะไม่เป็นจำนวนจริง

ง. รากที่สองของจำนวนจริงบวก จะเป็นจำนวนตรรกยะเสมอ

17. จงพิจารณาสมบัติของรากที่สอง ดังนี้

1) $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{b}+\sqrt{a}$

2) $\sqrt{a}\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)=\sqrt{a}\sqrt{b}+\sqrt{a}\sqrt{c}$

3) $\sqrt{a}+\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)=\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)+\sqrt{c}$

ข้อใดกล่าวถึงสมบัติของรากที่สองดังกล่าวถูกต้องตามลำดับ

ก. สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก สมบัติการแจกแจง

ข. สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการแจกแจง สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก

ค. สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการแจกแจง สมบัติการแจกแจง

ง. สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก

18. จงพิจารณาสมบัติของรากที่สอง ดังนี้

1) $\sqrt{a}+\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)=\sqrt{a}+\left(\sqrt{c}+\sqrt{b}\right)$

2) $\sqrt{a}\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)=\sqrt{a}\sqrt{b}+\sqrt{a}\sqrt{c}$

3) $\sqrt{a}\left(\sqrt{b}\sqrt{c}\right)=\left(\sqrt{a}\sqrt{b}\right)\sqrt{c}$

4) $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{b}+\sqrt{a}$

ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อ 3 เป็นสมบัติการแจกแจง

ข. ข้อ 2 เป็นสมบัติสลับที่การบวก

ค. ข้อ 2 และ ข้อ 3 เป็นสมบัติเดียวกัน

ง. มีข้อ 1 เป็นสมบัติสลับที่การบวก

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคการศึกษาที่ 2/2556

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาเขียน มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 5 ข้อ ให้เวลาทำทั้งหมด 1 ชั่วโมง 15 นาที

2. การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาจาก

- ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการตีความ แปลความ วิเคราะห์ความหมายของแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการนำเสนอ หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีขั้นตอนเป็นระบบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. เชือกเส้นหนึ่งยาว 20 เมตร นำมาขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยให้ความยาวด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 2 เมตร จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ พร้อมระบุตัวแปรที่เกี่ยวข้อง

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

2. จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. จำนวนคี่สามจำนวนที่เรียงติดกัน ถ้านำมาบวกทีละคู่ จะได้ผลบวกน้อยที่สุดคือ 36 จงหาผลรวมของสามจำนวนนั้น

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด พร้อมระบุตัวแปรแทนจำนวนคี่ทั้งสามจำนวน

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

2. จงหาผลรวมของทั้งสามจำนวน พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคการศึกษาที่ 2/2556

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

ตำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ ประกอบด้วยคำถามปลายเปิด จำนวน 8 ข้อ ให้เวลาทำทั้งหมด 1 ชั่วโมง 40 นาที

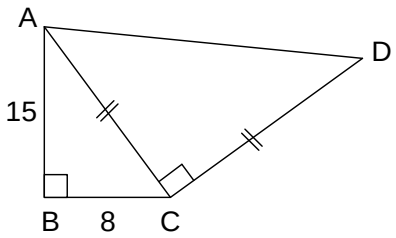
2. การประเมินคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาจาก

- ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการตีความ แปลความ วิเคราะห์ความหมายของแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดโดยอาศัยหลักการและความรู้ประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการนำเสนอ หมายถึง ความสามารถในการนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีขั้นตอนเป็นระบบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

1. **จากรูป กำหนดให้** $A\hat{B}C = A\hat{C}D = 90^\circ$ **มี** AB = 15 **หน่วย** BC =8 **หน่วย และ** AC = CD **จงหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยม** ABCD **(ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)**



จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ พร้อมระบุตัวแปรแทนความยาวด้าน AC CD และ AD

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

2. จงหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยม ABCD พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6. กระบะบรรจุทรายทรงลูกบาศก์ 2 ใบ ใบแรกจุทรายได้ 343,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ใบที่สองจุทรายได้ 216,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ดังนั้นกระบะใบแรกมีด้านแต่ละด้านยาวกว่ากระบะใบที่สองกี่เซนติเมตร

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนด พร้อมระบุตัวแปรแทนความยาวด้านของกระบะทรายใบแรก และใบที่สอง

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

2. จงหาผลต่างของความยาวด้านของกระบะทรายใบแรกและใบที่สอง พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้การทดลอง

- แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง เรื่อง รากที่สอง
ผู้สอน นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

1. **มาตรฐานการเรียนรู้**

   มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

   ตัวชี้วัด มฐ ค 1.1 ม.2/3 อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

2. **วัตถุประสงค์การเรียนรู้**

   ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

   1. หารากที่สองของจำนวนจริงที่กำหนดให้ได้โดยใช้นิยาม
   2. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะได้
   3. บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังและการหารากที่สองของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะได้

   ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ

   1. ให้เหตุผลของคำตอบที่ได้จากกิจกรรม
   2. สื่อสารเพื่อนำเสนอผลที่ได้จากกิจกรรม

   ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

   1. มีความร่วมมือกับกิจกรรมในชั้นเรียน
   2. ตั้งใจและมีความสนใจในการเรียน
   3. ทำงานอย่างมีระบบระเบียบรอบคอบ
   4. ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

3. **สาระการเรียนรู้**

   รากที่สอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. สาระสำคัญ

รากที่สอง

ให้ a เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือ ศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ a (รากที่สอง สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt{\ }$)

รากที่สองของ a เขียนแทนด้วย $\sqrt{a}$ หรือ $-\sqrt{a}$

ใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{a}$ แทนรากที่สองที่เป็นบวก ของ a

ใช้สัญลักษณ์ $-\sqrt{a}$ แทนรากที่สองที่เป็นลบ ของ a

เช่น 10 เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ 100 เพราะ $10^2 = 100$

-10 เป็นรากที่สองที่เป็นลบของ 100 เพราะ $(-10)^2 = 100$

$\therefore$ รากที่สองของ 100 คือ ± 10

ในกรณีที่ไม่สามารถหาจำนวนใด ๆ ซึ่งยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง รากที่สองของจำนวนนั้นอยู่ในรูปของกรณฑ์ที่สอง หรือ $\sqrt{\ }$

เช่น $\sqrt{3}$ เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ 3 เพราะ $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$

$-\sqrt{3}$ เป็นรากที่สองที่เป็นลบของ 3 เพราะ $\left(-\sqrt{3}\right)^2 = 3$

$\therefore$ รากที่สองของ 3 คือ $\pm\sqrt{3}$

สำหรับจำนวนเต็ม 0 มีรากที่สองคือ 0 เพราะ $0^2 = 0$

ตัวอย่างรูปแบบการหารากที่สองของจำนวนต่าง ๆ

1. รากที่สองของ 16 คือ $\sqrt{16}$ และ $-\sqrt{16}$
   ซึ่งมีค่าเท่ากับ 4 และ -4
2. รากที่สองของ 169 คือ $\sqrt{169}$ และ $-\sqrt{169}$
   ซึ่งมีค่าเท่ากับ 13 และ -13
3. รากที่สองของ 0.0121 คือ $\sqrt{0.0121}$ และ $-\sqrt{0.0121}$
   ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.11 และ -0.11
4. รากที่สองของ $\frac{144}{169}$ คือ $\sqrt{\frac{144}{169}}$ และ $-\sqrt{\frac{144}{169}}$
   ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{12}{13}$ และ $-\frac{12}{13}$
5. รากที่สองของ 11 คือ $\sqrt{11}$ และ $-\sqrt{11}$

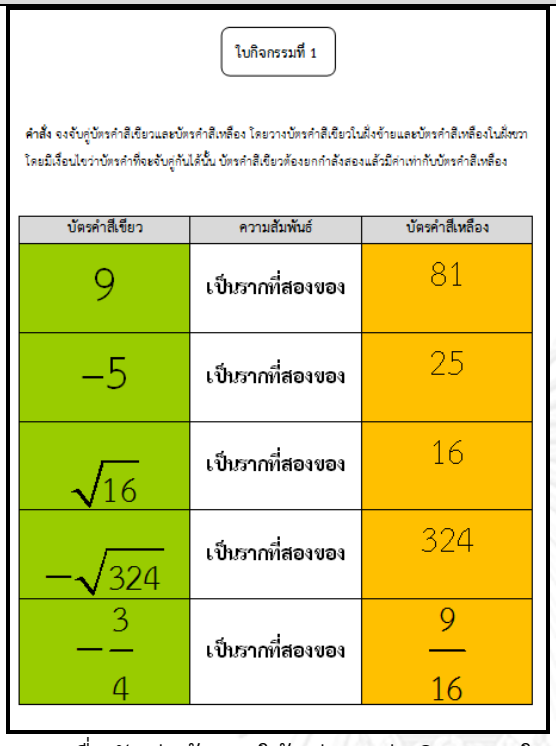
5. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นนำ 1) ครูทำการประเมินการให้ความช่วยเหลือด้วยกลวิธีเสริมต่อการเรียนรู้ โดยการให้นักเรียนทำ QUIZ 6 (ให้นักเรียนคิดหาจำนวนที่เหมือนกัน 2 จำนวนมาคูณกันให้ได้เท่ากับจำนวนในแต่ละข้อ)เสร็จแล้วครูเฉลยคำตอบโดยให้นักเรียนแลกกันตรวจ ครูสอบถามคะแนนโดยให้นักเรียนยกมือเมื่อครูขานคะแนน โดยมีเกณฑ์ดังนี้ **ถ้านักเรียนส่วนใหญ่ ได้คะแนน 0 – 1 คะแนน** หมายถึง นักเรียนมีความรู้เดิมน้อย ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 1 การให้ความช่วยเหลือโดยใช้การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน (Level 1 : Environmental Provision) **ถ้านักเรียนส่วนใหญ่ ได้คะแนน 2 – 3 คะแนน** หมายถึง นักเรียนมีความรู้เดิมปานกลาง ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 2 การให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบาย ทบทวนและปรับโครงสร้างความคิด (Level 2 : Explaning, Reviewing and Restructuring)	**ขั้นนำ** 1) ครูเขียนจำนวนบนกระดานดำเรียงลงมาเป็นสดมภ์ดังนี้ 49 121 196 225 900 2) ครูให้นักเรียนคิดหาจำนวนที่เหมือนกัน 2 จำนวนมาคูณกันให้ได้เท่ากับจำนวนที่ครูเขียนไว้บนกระดานดำ นักเรียนคนใดคิดจำนวนใดได้แล้ว ให้นักเรียนคนนั้นออกมาเขียนคำตอบ ซึ่งคำตอบอาจเป็นดังนี้ 49 = 7 × 7 121 = 11 × 11 196 = 14 × 14 225 = 15 × 15 900 = 30 × 30

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ถ้านักเรียนส่วนใหญ่ ได้คะแนน 4 – 5 คะแนน แปลว่านักเรียนมีความรู้เดิมมาก ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 3 การให้ความช่วยเหลือโดยการพัฒนากาคิดเชิงมโนทัศน์ (Level 3 : Developing Conceptual Thinking) ครูพิจารณาคะแนนจากภาพรวมของทั้งห้อง แล้วประเมินการให้ความช่วยเหลือ 2) ครูเขียนจำนวนบนกระดานดำเรียงลงมาเป็นสดมภ์ดังนี้ 49 121 196 225 900 3) ครูให้นักเรียนคิดหาจำนวนที่เหมือนกัน 2 จำนวนมาคูณกันให้ได้เท่ากับจำนวนที่ครูเขียนไว้บนกระดานดำ นักเรียนคนใดคิดจำนวนใดได้แล้วให้นักเรียนคนนั้นออกมาเขียนคำตอบ ซึ่งคำตอบอาจเป็นดังนี้ $49 = 7 \times 7$ $121 = 11 \times 11$ $196 = 14 \times 14$ $225 = 15 \times 15$ $900 = 30 \times 30$ 4) ครูให้นักเรียนสังเกต $19 = 14 \times 14$ แล้วครูเขียน $196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7$ เพิ่มเติม	3) ครูให้นักเรียนสังเกต $19 = 14 \times 14$ แล้วครูเขียน $196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7$ เพิ่มเติม บนกระดานดำ ครูถามว่า “$2 \times 2 \times 7 \times 7$ มีค่าเท่ากับ 196 หรือไม่” จากนั้นครูให้นักเรียนลองใช้วิธีการเดียวกันนี้กับตัวเลขอื่น ๆ ซึ่งคำตอบก็คือ $225 = 15 \times 15 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ $900 = 30 \times 30 = 5 \times 5 \times 6 \times 6$ $= 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$ 4) ครูถามนักเรียนว่าวิธีการข้างต้นเรียกว่าอะไร (คำตอบคือการแยกตัวประกอบ)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
บนกระดานดำ ครูถามว่า “2× 2 × 7 × 7 มีค่าเท่ากับ 196 หรือไม่” จากนั้นครูให้นักเรียนลองใช้วิธีการเดียวกันนี้กับตัวเลขอื่น ๆ ซึ่งคำตอบก็คือ 225 = 15 × 15 = 3 × 3 × 5 × 5 900 = 30 × 30 = 5 × 5 × 6 × 6 = 5× 5 × 3 × 3 × 2 × 2 5) ครูถามนักเรียนว่าวิธีการข้างต้นเรียกว่าอะไร (คำตอบคือการแยกตัวประกอบ)	
ขั้นสอน **1. ช่วงการสอนเนื้อหา** **1.1 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมน้อย ไม่สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้** ครูจะให้ความช่วยเหลือในระดับ 1 การให้ความช่วยเหลือโดยใช้การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียน (Level 1 : Environmental Provision) ดังนี้ 1) ครูให้นักเรียนเข้าประจำกลุ่มของตน (กลุ่มละ 3–5 คน) 2) ครูแจกบัตรคำและใบกิจกรรมที่ 1 ให้แต่ละกลุ่ม โดยให้แต่ละกลุ่มจับคู่บัตรคำสีเขียวกับบัตรคำสีเหลืองวางลงไปในใบกิจกรรมที่ 1 ดังนี้	**ขั้นสอน** 1. ครูให้นักเรียนเข้าประจำกลุ่มของตนเอง 2. ครูติดแผ่นป้ายบทนิยามรากที่สองซึ่งครูเตรียมมาไว้บนกระดานดำ ดังนี้ **บทนิยาม** ให้ a เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ a ครูให้นักเรียนร่วมกันศึกษาบทนิยาม แล้วครูขีดเส้นใต้ข้อความในบทนิยาม “จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a พร้อมยกตัวอย่างดังนี้ $7 \times 7 = 7^2 = 49$

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
	3. ครูถามนักเรียนว่านอกจาก 7 × 7 ได้ 49 แล้วจำนวนใดอีกหรือไม่ที่มีค่าเท่ากัน แล้วคูณกันได้ 49 ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า (-7) × (-7) = $(-7)^2$ = 49
เมื่อจับคู่แล้ว ครูให้แต่ละกลุ่มพิจารณาใบกิจกรรมที่ 1 ว่า ความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สอง” มีลักษณะอย่างไร	4. ครูอธิบายเพิ่มเติมดังนี้
3) ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 ให้แต่ละกลุ่ม แล้วให้แต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติ	เรียก 7 ว่ารากที่สองที่เป็นบวกของ 49 เขียนแทนด้วย $\sqrt{49}$
4) ครูให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอใบกิจกรรมที่ 2 หน้าชั้นเรียนโดยการเขียนบนกระดานดำ แล้วร่วมกันอภิปรายทั้งห้องเรียน โดยมีครูคอยแนะนำในส่วนที่บกพร่อง และเปิดโอกาสให้นักเรียนทั้งห้องร่วมกันหาข้อสรุปให้ได้ดังนี้	เรียก - 7 ว่ารากที่สองที่เป็นลบของ 49 เขียนแทนด้วย $-\sqrt{49}$ นั่นคือ $\sqrt{49} = 7$ และ $-\sqrt{49} = 7$ 6) ครูเขียน $\sqrt{(-7)^2}$ บนกระดานดำ แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาผลลัพธ์ (จากการอภิปรายนักเรียนอาจมีแนวคิดแบ่งออกเป็นสองกลุ่ม คือ กลุ่มที่คิดว่าได้คำตอบเป็น – 7 กับกลุ่มที่คิดว่าได้คำตอบเป็น 7) ครูให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มออกมาให้เหตุผลประกอบโดยครูคอยแนะนำในส่วนที่บกพร่องและเปิดโอกาสให้นักเรียนทั้งห้องร่วมกันหาข้อสรุปให้ได้ดังนี้

ใบกิจกรรมที่ 1

คำสั่ง จงจับคู่บัตรคำสีเขียวและบัตรคำสีเหลือง โดยวางบัตรคำสีเขียวไว้ทางซ้ายและบัตรคำสีเหลืองไว้ทางขวา โดยมีเงื่อนไขว่าบัตรคำที่จะจับคู่กันได้นั้น บัตรคำสีเขียวต้องยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับบัตรคำสีเหลือง

บัตรคำสีเขียว	ความสัมพันธ์	บัตรคำสีเหลือง
9	เป็นรากที่สองของ	81
-5	เป็นรากที่สองของ	25
$\sqrt{16}$	เป็นรากที่สองของ	16
$-\sqrt{324}$	เป็นรากที่สองของ	324
$-\frac{3}{4}$	เป็นรากที่สองของ	$\frac{9}{16}$

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม

บทนิยาม

1) ถ้าให้ a แทนจำนวนจริงบวกใดๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a

2) ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก แล้วรากที่สองของ a จะมีสองจำนวน คือ รากที่สองที่เป็นบวกซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt{a}$ และรากที่สองที่เป็นลบ ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $-\sqrt{a}$

5) ครูแจกใบงานที่ 1 ให้แต่ละกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ของรากที่สองด้วยตนเอง จากนั้นจึงเฉลยคำตอบโดยให้นักเรียนแลกกันตรวจ

1.2 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมปานกลาง สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้แต่ไม่สามารถสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้ จะให้ความช่วยเหลือในระดับ 2 การให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบาย ทบทวนและปรับโครงสร้างความคิด (Level 2: Explaining, Reviewing and Restructuring) ดังนี้

1) ครูนำเสนอตัวอย่างของรากที่สองบนกระดานดำ (Explaining) เพื่อนำไปสู่ความเข้าใจบทนิยามของรากที่สอง เช่น

9 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าศูนย์ เรากล่าวว่า 3 เป็นรากที่สองของ 9 เนื่องจาก $3^2 = 9$

$\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7$

ซึ่งจำนวนนี้เป็นการแสดงรากที่สองที่เป็นบวกของ $\sqrt{(-7)^2}$ หรือ 49 นั่นเอง

7) ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และความหมายของรากที่สองของ a ให้ถูกต้อง

8) ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และยกตัวอย่างเพิ่มเติม เช่น $\sqrt{84}, \sqrt{36}\ \sqrt{(-11)^2}, \sqrt{(-11)^2}, \sqrt{-49}$

9) จากข้อ 8 จะเห็นว่า $\sqrt{-49}$ มีจำนวนใดที่บ้างที่คูณกันแล้วได้ –49 บ้าง (นักเรียนที่หาได้ครูควรแนะนำว่าไม่ถูกต้อง

10) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่าไม่มีจำนวนจริงใดยกกำลังสองแล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนลบ นั่นคือจะหารากที่สองของจำนวนลบไม่ได้ ดังนั้น $\sqrt{-49}$ ไม่ใช่จำนวนจริง

11) ครูแจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติเพื่อฝึกทักษะ จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ

12) ครูยกตัวอย่างการแก้สมการโดยใช้ความรู้เรื่องรากที่สอง ดังนี้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม

และ −3 เป็นรากที่สองของ 9 เนื่องจาก$(-3)^2 = 9$ 0 เป็นจำนวนจริง เรากล่าวว่า 0 เป็นรากที่สองของ 0 เนื่องจาก $0^2 = 0$ 1.21 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าศูนย์ เรากล่าวว่า 1.1 เป็นรากที่สองของ 1.21 เนื่องจาก $(1.1)^2 = 1.21$ และ −1.1 เป็นรากที่สองของ 1.21 เนื่องจาก$(-1.1)^2 = 1.21$ 2) ครูให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สอง” ว่ามีลักษณะอย่างไร แล้วร่วมกันอภิปราย (นักเรียนอาจตอบว่า เลขที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนนั้นเรียกว่ารากที่สอง, รากที่สองหาได้ 2 ค่ามีค่าบวกและลบ, จะหารากที่สองได้ต้องเป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 0) โดยมีครูคอยช่วยคัดกรองประเด็นที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป 3) ครูเขียนสิ่งที่นักเรียนร่วมกันสรุปบนกระดาน จากนั้นครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 ให้แก่นักเรียน เมื่อนักเรียนปฏิบัติเสร็จแล้ว ครูสุ่มเรียกนักเรียนทีละคน เพื่อเฉลยคำตอบในแต่ละข้อ นักเรียนตอบว่า รากที่สองของ 25 คือ 5 และ −5 ครูถามนักเรียนว่าเพราะอะไร จึงตอบเท่านั้น นักเรียนตอบว่า เพราะ 5 เป็นรากที่สองของ 25 เนื่องจาก $5^2 = 25$ และ −5 เป็นรากที่สองของ 25 เนื่องจาก$(-5)^2 = 25$ จนครบทุกข้อ 4) ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปมโนทัศน์รากที่สองที่ได้จากการทำใบกิจกรรมที่ 2	$x^2 = 64$ แล้วถามนักเรียนว่านักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีวิธีการหาคำตอบอย่างไร (นักเรียนอาจตอบว่า หารากที่สองของ 64 ได้คำตอบคือ x = 8 และ −8) ครูเขียนบนกระดานเพื่อแสดงให้นักเรียนดู 13) ครูแจกใบงานที่ 3 ให้แก่นักเรียน แล้วให้นักเรียนพิจารณาข้อ 4 ว่านักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้อย่างไร (นักเรียนอาจตอบว่า ยกกำลังสอง 2 ข้าง) เพราะอะไร(นักเรียนอาจตอบว่า เพราะ 3 เป็นรากที่สองของ x + 1) 14) ครูให้นักเรียนลงมือหาคำตอบ ตามวิธีที่คิดไว้ จากนั้นร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่แต่ละคนได้มาว่าถูกต้องหรือไม่ หากมีนักเรียนที่ยังทำไม่ได้ ให้ครูยกตัวอย่างเพิ่ม แล้วเริ่มต้นทำในขั้นตอนแรกให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนลงมือหาคำตอบด้วยตนเอง 15) ให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 จากนั้นรวบรวมใบงานส่งครู โดยที่ระหว่างนักเรียนทำแบบฝึกหัดครูจะคอยสังเกตอย่างใกล้ชิด เพื่อให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนต้องการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
โดยมีครูคอยปรับแก้ความหมายของคำพูดที่ใช้ เมื่อนักเรียนสื่อสารด้วยคำพูดที่ไม่ถูกต้องตามความหมายทางคณิตศาสตร์ จนได้ข้อสรุปดังนี้ **บทนิยาม** 1) ถ้าให้ a แทนจำนวนจริงบวกใดๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a 2) ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก แล้วรากที่สองของ a จะมีสองจำนวน คือ รากที่สองที่เป็นบวกซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt{a}$ และรากที่สองที่เป็นลบ ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $-\sqrt{a}$	
1.3 เมื่อนักเรียนมีความรู้เดิมมาก สามารถทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองเมื่อได้รับโอกาส จะให้ความช่วยเหลือในระดับ 3 การให้ความช่วยเหลือโดยการพัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์ (Level 3 : Developing Conceptual Thinking) ดังนี้ 1) ครูนำเสนอประเด็นที่จะเรียนรู้แก่นักเรียน โดยบอกนักเรียนว่า วันนี้จะเรียนเรื่อง “รากที่สอง” 2) ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 ให้แก่นักเรียนแล้วให้นักเรียนศึกษาใบกิจกรรมที่ 2 เพื่อสังเกตความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สอง” ว่ามีลักษณะ	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม

อย่างไร แล้วร่วมกัน (นักเรียนอาจตอบว่า เลขที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนนั้นเรียกว่ารากที่สอง, รากที่สองหาได้ 2 ค่ามีค่าบวกและลบ, จะหารากที่สองได้ต้องเป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 0) โดยมีครูคอยช่วยคัดกรองประเด็นที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป 3) ครูให้นักเรียนลงมือทำใบกิจกรรมที่ 2 จากนั้นร่วมกันเฉลยคำตอบ โดยครูใช้วิธีสุ่มเรียกนักเรียนทีละคน 4) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุป มโนทัศน์รากที่สอง ที่ได้จากการทำใบกิจกรรมที่ 2 จากนั้นจึงร่วมกันอภิปรายทั้งชั้นเรียนเพื่อสรุปประเด็น โดยมีครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง จนได้ข้อสรุปดังนี้ **บทนิยาม** 1) ถ้าให้ a แทนจำนวนจริงบวกใดๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a 2) ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก แล้วรากที่สองของ a จะมีสองจำนวน คือ รากที่สองที่เป็นบวกซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sqrt{a}$ และรากที่สองที่เป็นลบ ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ $-\sqrt{a}$	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม

2. ช่วงการประยุกต์ความรู้ 1) ครูยกตัวอย่างการแก้สมการโดยใช้ความรู้เรื่องรากที่สอง ดังนี้ $x^2 = 64$ แล้วถามนักเรียนว่านักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีวิธีการหาคำตอบอย่างไร (นักเรียนอาจตอบว่า หารากที่สองของ 64 ได้คำตอบคือ x = 8 และ –8) ครูเขียนบนกระดานเพื่อแสดงให้นักเรียนดู 2) ครูแจกใบงานที่ 3 ให้แก่นักเรียน แล้วให้นักเรียนพิจารณาข้อ 4 ว่านักเรียนจะแก้โจทย์ข้อนี้อย่างไร (นักเรียนอาจตอบว่า ยกกำลังสอง 2 ข้าง) เพราะอะไร(นักเรียนอาจตอบว่า เพราะ 3 เป็นรากที่สองของ x + 1) 3) ครูให้นักเรียนลงมือหาคำตอบ ตามวิธีที่คิดไว้ จากนั้นร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่แต่ละคนได้มาว่าถูกต้องหรือไม่ หากมีนักเรียนที่ยังทำไม่ได้ ให้ครูยกตัวอย่างเพิ่ม แล้วเริ่มต้นทำในขั้นตอนแรกให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนลงมือหาคำตอบด้วยตนเอง 4) ให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 จากนั้นรวบรวมใบงานส่งครู โดยที่ระหว่างนักเรียนทำแบบฝึกหัดครูจะคอยสังเกตอย่างใกล้ชิด เพื่อให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนต้องการ	
ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์รากที่สองและวิธีการแก้สมการโดยใช้ความรู้เรื่องรากที่สองอีกครั้งจากนั้นครูแจกใบงานที่ 4 และ 5 ให้นักเรียนกลับไปทำเป็นการบ้านเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้นและนำส่งในคาบถัดไป	

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 และ 2
2. ใบงานที่ 1, 3 และ 4
3. บัตรคำ

6. การวัดการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	
สังเกตจากการร่วมอภิปรายของนักเรียน	
สังเกตจากการให้ความร่วมมือกับกิจกรรม	

7. บันทึกหลังการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ใบกิจกรรมที่ 1

คำสั่ง จงจับคู่บัตรคำสีเขียวและบัตรคำสีเหลือง โดยวางบัตรคำสีเขียวในฝั่งซ้ายและบัตรคำสีเหลืองในฝั่งขวา โดยมีเงื่อนไขว่าบัตรคำที่จะจับคู่กันได้นั้น บัตรคำสีเขียวต้องยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับบัตรคำสีเหลือง

บัตรคำสีเขียว	ความสัมพันธ์	บัตรคำสีเหลือง
9	เป็นรากที่สองของ	81
-5	เป็นรากที่สองของ	25
$\sqrt{16}$	เป็นรากที่สองของ	16
$-\sqrt{324}$	เป็นรากที่สองของ	324
$-\frac{3}{4}$	เป็นรากที่สองของ	$\frac{9}{16}$

ใบกิจกรรมที่ 2

เรื่อง รากที่สอง

คำสั่ง จงเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์

ข้อ	รากที่สอง	เขียนให้อยู่ในรูป $\sqrt{a}$ และ $-\sqrt{a}$	คำตอบ
1	รากที่สองของ 25	$\sqrt{25}$ และ $-\sqrt{25}$	5 และ –5
2	รากที่สองของ 729		
3	รากที่สองของ 625		
4	รากที่สองของ 0.01	$\sqrt{0.01}$ และ $-\sqrt{0.01}$	0.1 และ –0.1
5	รากที่สองของ 10.24		
6	รากที่สองของ 0.0121		
7	รากที่สองของ $\frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$ และ $-\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{2}$ และ $-\frac{1}{2}$
8	รากที่สองของ $\frac{16}{25}$		
9	รากที่สองของ $\frac{64}{81}$		
10	รากที่สองของ $\frac{100}{625}$		

สรุป กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงบวกหรือศูนย์ รากที่สองของ a

หมายถึง.....

.....

.....

ใบงานที่ 1

เรื่อง รากที่สอง

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนต่อไปนี้เป็นรากที่สองของจำนวนใด

ตัวอย่าง $\sqrt{3}$ เป็นรากที่สองของ 3 เนื่องจาก $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$

$-\frac{3}{4}$ เป็นรากที่สองของ $\frac{9}{16}$ เนื่องจาก $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

1) $\sqrt{7}$ เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

2) -5 เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

3) $-\sqrt{4}$ เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

4) $\sqrt{16}$ เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

5) $-\sqrt{2.25}$ เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

6) $\frac{4}{9}$ เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

7) $-\sqrt{81}$ เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

8) $-\frac{3}{5}$ เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

9) 0.36 เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

10) $-\sqrt{0.25}$ เป็นรากที่สองของ .....

เนื่องจาก.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ใบงานที่ 3

เรื่อง รากที่สอง

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำ

1) $x^2 = 1$

.....

.....

.....

.....

2) $\sqrt{x} = 1$

.....

.....

.....

.....

3) $x^2 = 144$

.....

.....

.....

.....

4) $\sqrt{x+1} = 3$

.....

.....

.....

.....

5) $(x-1)^2 = 169$

.....

.....

.....

.....

6) $\sqrt{x-1} = \sqrt{5}$

.....

.....

.....

.....

7) $x^2 - 6 = 250$

.....

.....

.....

.....

8) $\sqrt{x^2 - 13} = 6$

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบงานที่ 4

เรื่อง รากที่สอง

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูก และทำเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อความที่ผิด พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลในข้อที่ผิด

..... 1. รากที่สองของจำนวนบวกมี 2 จำนวน .....

..... 2. รากที่สองของ 0 มี 2 จำนวน .....

..... 3. ไม่สามารถหารากที่สองของจำนวนลบ .....

..... 4. รากที่สองของ 20 คือ $\pm\sqrt{20}$ .....

..... 5. รากที่สองของ 9 เป็นจำนวน ตรรกยะ .....

..... 6. รากที่สองของ 18 เป็นจำนวน อตรรกยะ .....

..... 7. $\sqrt{81}=\pm 9$ .....

..... 8. $-\sqrt{196}=-14$ .....

..... 9. $\sqrt{9}+\sqrt{1}=\sqrt{10}$ .....

..... 10. $\sqrt{1}+\sqrt{81}=10$ .....

..... 11. $\sqrt{441}=21$ .....

..... 12. $-\sqrt{4}$ หาค่าไม่ได้ .....

ใบงานที่ 5

เรื่อง รากที่สอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คำสั่ง ให้นักเรียนหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1) $\sqrt{1.44} =$ .....

2) $-\sqrt{6.25} =$ .....

3) $\sqrt{\frac{36}{25}} =$ .....

4) $\sqrt{0.0001} =$ .....

5) $-\sqrt{0.0016} =$ .....

6) $\sqrt{(5)^2} =$ .....

7) $-\sqrt{(-5)^2} =$ .....

8) $-\sqrt{(-9)^2} =$ .....

9) $\sqrt{(-0.7)^2} =$ .....

10) $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} =$ .....

11) $-\sqrt{\left(-\frac{4}{9}\right)^2} =$ .....

12) $\sqrt{0.0081 \times 0.000121} =$ .....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ฉ

ตารางเปรียบเทียบมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การเปรียบเทียบมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 20

ตารางที่ 20 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม คะแนนเต็ม 30 คะแนน

กลุ่มตัวอย่าง	*n*	$\bar{x}$	*S*	*t*	*p-value*
กลุ่มทดลอง	48	11.63	2.474	0.407	.342
กลุ่มควบคุม	50	11.45	1.860		

*$p < .05$

จากตารางที่ 20 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 11.63 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.474 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 11.45 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.860 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t – test Independent Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นำเสนอผลในตารางที่ 21

ตารางที่ 21 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*S*) และการทดสอบค่าที (t – test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม คะแนนเต็ม 30 คะแนน

กลุ่มตัวอย่าง	*n*	$\bar{x}$	*S*	*t*	*p-value*
กลุ่มทดลอง	48	23.10	0.914	1.922	.057
กลุ่มควบคุม	50	22.76	0.903		

*$p < .05$

จากตารางที่ 21 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เท่ากับ 23.10 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.914 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน) เท่ากับ 22.76 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.903 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t – test Independent Samples Test) พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวหทัยรัตน์ ยศแผ่น เกิดเมื่อวันที่ 7 กันยายน พ.ศ. 2529 ที่จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาลตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ในปีการศึกษา 2550 โดยได้รับทุนเพชรพระจอมเกล้าสำหรับผู้มีความสามารถทางวิชาการดีเด่น จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี และเข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2553

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University