การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

นางสาวกัญญ์ฌะมน จวนสงวน

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2556

THE COMPARISON OF THE MULTIVARIATE NORMAL DISTRIBUTION TESTS

Miss Kanyamon Juansanguan

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2013

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ
โดย	นางสาวกัญญะมน จวนสงวน
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.อัครินทร์ ไพบูลย์พานิช

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(รองศาสตราจารย์ ดร.พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)

....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร.อัครินทร์ ไพบูลย์พานิช)

....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี)

....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง)

กัญญะมน จวนสงวน : การเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ. (THE COMPARISON OF THE MULTIVARIATE NORMAL DISTRIBUTION TESTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร.อัครินทร์ ไพบูลย์พานิช , 143 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ พิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบ 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน (W_F) วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ (HZ) และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) โดยใช้การแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ การแจกแจงแบบสติวเดนท์-ทีเชิงพหุ และการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ ขนาดตัวอย่าง 25, 50,100 และ 150 และจำนวนตัวแปรที่ศึกษา 3 และ 5 ตัวแปร ที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 และ 0.7 และค่าความแปรปรวนเท่ากันและไม่เท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.01, 0.05 และ 0.10 ทำการทดสอบซ้ำ 5,000 รอบ ผลการวิจัยพบว่า

วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน (W_F) วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ (HZ) และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณีของการทดสอบ

กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน (W_F) มีค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ (HZ) ตามลำดับ ส่วนกรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150 วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ (HZ) มีค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน (W_F) ตามลำดับทุกกรณีของการทดสอบ

ภาควิชา สถิติ	ลายมือชื่อนิสิต ....
สาขาวิชา สถิติ	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ....
ปีการศึกษา 2556	

5481509226 : MAJOR STATISTICS
KEYWORDS: TEST OF MULTIVARIATE NORMALITY / TYPE I ERROR / POWER OF THE TEST / MULTIVARIATE NORMAL DISTRIBUTION

KANYAMON JUANSANGUAN: THE COMPARISON OF THE MULTIVARIATE NORMAL DISTRIBUTION TESTS. ADVISOR: AKARIN PHAIBULPANICH, Ph.D., 143 pp.

The purpose of the research is to compare the ability to control the Type I error and power of the three multivariate normality tests : the Shapiro and Wilk test of Mudholkar, Srivastava and Lin (W_F), the Henze – Zirkler test (HZ), the modified technique base on techniques of Mardia and Shapiro and Wilk developed by Kusaya (2003), under various distributions and combinations of number of variables (3 and 5 variables) and sample sizes (25, 50, 100 and 150). The distributions used under the simulation study were multivariate normal distribution, multivariate student – t distribution and multivariate cauchy distribution. The Type I error rates were specified at 0.01, 0.05 and 0.10 and the powers of the test were compared under 5,000 data sets in every conditions. The research results indicated that :

The Shapiro and Wilk test of Mudholkar, Srivastava and Lin (W_F), the Henze – Zirkler test (HZ), the modified technique based on techniques of Mardia and Shapiro and Wilk developed by Kusaya (2003) can control type I error for all conditions under the study.

In cases of 25 and 50 sample sizes, the Shapiro and Wilk test of Mudholkar, Srivastava and Lin (W_F) gives the highest power, followed by the modified technique based on techniques of Mardia and Shapiro and Wilk developed by Kusaya (2003) and the Henze – Zirkler test (HZ), respectively for most conditions. And in case of 50, 100 and 150 sample size, the Henze – Zirkler test (HZ) gives the highest power, followed by the modified technique based on techniques of Mardia and Shapiro and Wilk developed by Kusaya (2003) and the Shapiro and Wilk test of Mudholkar, Srivastava and Lin (W_F), respectively for most conditions. The power of all tests increases as sample size and level of significances increases.

Department:	Statistics	Student's Signature	....
Field of Study:	Statistics	Advisor's Signature	....
Academic Year:	2013		

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลือและความกรุณาอนุเคราะห์ของ อาจารย์ ดร.อัครินทร์ ไพบูลย์พานิช อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ท่านได้ให้ความรู้ คำปรึกษา ข้อเสนอแนะ ตลอดจนการตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆที่เกิดขึ้นแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอดและเป็นประโยชน์อย่างยิ่งแก่ผู้วิจัย ขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้ ทั้งนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านประธานในการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร ท่านคณะกรรมการ อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี และท่านคณะกรรมการภายนอก อาจารย์ ดร. อรุณี กำลัง เป็นอย่างสูงที่ท่านอาจารย์ทั้งสามท่านได้เสียสละเวลามาสอบและให้คำแนะนำที่ดีและมีประโยชน์ในการปรับปรุงของผู้วิจัยต่อไป

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย รวมไปถึงครอบครัว ทั้งบิดา มารดา คุณป้า และน้องชายที่ได้คอยส่งเสริมสนับสนุนด้านการศึกษาแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด ที่สำคัญที่สุดสำหรับความเข้าใจ และเป็นกำลังใจคอยช่วยเหลือเรื่องต่างๆมาโดยตลอด ผู้วิจัยขอขอบคุณเพื่อนทุกคน สำหรับมิตรภาพ และความเป็นเพื่อนที่ดี ที่มีให้กันมาโดยตลอด ไว้ ณ โอกาสนี้

สารบัญ

หน้า

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

ตารางที่ หน้า

ตารางที่ หน้า

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

ภาพที่ หน้า

ภาพที่ หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิเคราะห์ตัวแปรเชิงพหุ (Multivariate Analysis) เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้กันอยู่ทั่วไป เมื่อมีการวัดค่าสังเกตมากกว่า 2 ตัวแปรขึ้นไป เทคนิคที่ใช้วิเคราะห์ตัวแปรเชิงพหุมีหลายเทคนิค เช่น การวิเคราะห์จำแนกประเภท (Discriminant Analysis) การวิเคราะห์ความแปรปรวนเชิงพหุ (Multivariate Analysis of Variance : MANOVA) และการวิเคราะห์สหสัมพันธ์แคนนอนนิคัล (Canonical Correlation Analysis) เป็นต้น

ในการอนุมานทางสถิติสำหรับข้อมูลเชิงพหุ เทคนิคทางสถิติส่วนใหญ่นั้นมักจะมีข้อสมมติเบื้องต้นว่า ข้อมูลต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ (Multivariate normal population) ถ้าขนาดตัวอย่างใหญ่ ข้อสมมติเกี่ยวกับการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุจะไม่เป็นปัญหา แต่ถ้าขนาดตัวอย่างเล็กหรือเราต้องการตรวจสอบว่า ข้อมูลเชิงพหุที่เรากำลังศึกษานั้นมีคุณสมบัติสอดคล้องกับข้อสมมติดังกล่าวหรือไม่ เราจำเป็นต้องอาศัยเทคนิคทางสถิติต่างๆมาช่วยในการตรวจสอบ หากคุณสมบัติของข้อมูลที่ศึกษามีการแจกแจงที่ไม่เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้น อาจจะส่งผลให้การสรุปผลการวิจัยนั้นไม่ถูกต้อง นั่นคือ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 หรือความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 ได้

ปัจจุบันถึงแม้ว่าจะมีวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุอยู่หลายวิธี จากการวิจัยของ Mecklin and Mundfrom (2003) พบว่ามีอย่างน้อย 50 เทคนิคในการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ (Multivariate normality) แต่มีไม่กี่วิธีที่เป็นที่รู้จักกัน ทั้งนี้เป็นเพราะว่าวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุต่างมีจุดอ่อนหรือข้อจำกัดที่แตกต่างกันไป ในบรรดาวิธีการทดสอบที่มีอยู่ในปัจจุบันแบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้ (ไพศาล วรคำ 2550)

กลุ่มที่หนึ่ง เป็นวิธีการทดสอบที่อาศัยกราฟความน่าจะเป็น และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ได้จากกราฟ โดยวิธีการทดสอบในกลุ่มนี้จะไม่สามารถทดสอบนัยสำคัญทางสถิติได้ แต่จะใช้การพิจารณาจุดที่เขียนกราฟของข้อมูลว่าข้อมูลมีความสอดคล้องกับการแจกแจงที่ต้องการหรือไม่ เช่น Q-Q plot, Chi-square plot เป็นต้น ซึ่งเป็นวิธีการทดสอบที่ง่ายในการพิจารณา

กลุ่มที่สอง เป็นวิธีการทดสอบที่อาศัยหลักการทดสอบความกลมกลืน (Goodness-of-fit) ระหว่างการแจกแจงของค่าสถิติที่ได้จากการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานกับของค่าสังเกต ซึ่งใช้สถิติทดสอบในกลุ่มสถิติไค-สแควร์ ซึ่งทำให้มีความละเอียดมากขึ้น และมีการทดสอบนัยสำคัญทางสถิติ ตัวอย่างเช่น วิธีการทดสอบของมัลโควิช – อาฟิฟิ (Malkovich & Afifi, 1973) ซึ่งเป็นการพัฒนาจากวิธีการทดสอบโคลโมโกรอฟ – สมิร์นอฟกับวิธีการทดสอบของคราเมอร์ – วอนมิเซส วิธีการทดสอบ

ของรอยสตัน (Royston, 1983 : 1992) ซึ่งเป็นการพัฒนาจากวิธีการทดสอบของซาพิโร – วิลค์ เป็นต้น ซึ่งวิธีการทดสอบที่ให้ผลการทดสอบค่อนข้างดีในกลุ่มนี้ คือวิธีการทดสอบของรอยตัน (Mecklin, 2000)

กลุ่มที่สาม เป็นวิธีการทดสอบที่อาศัยค่าการวัดความเบ้และความโด่งเชิงพหุ หรือใช้โมเมนต์ที่สาม (ความเบ้) และโมเมนต์ที่สี่ (ความโด่ง) ของฟังก์ชันการแจกแจงปกติเชิงพหุ จึงถือว่าเป็นวิธีการที่มีความแนบนัย (Consistency) และเป็นวิธีการทดสอบที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการแจกแจงเมื่อมีการแปลงรูปข้อมูล (Affine invariant) เช่น วิธีการทดสอบความเบ้และความโด่งเชิงพหุของมาร์เดีย (Mardia, 1970) วิธีการทดสอบความเบ้และความโด่งพร้อมกันของมาร์เดียและฟอสเตอร์ (Mardia and Foster, 1983) และวิธีการทดสอบความเบ้และความโด่งพร้อมกันของมาร์เดียและเคนท์ (Mardia and Kent, 1991) เป็นต้น ซึ่งวิธีการทดสอบความเบ้และความโด่งของมาร์เดีย (Mardia, 1970) เป็นวิธีที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางและเป็นวิธีการทดสอบที่ให้กำลังการทดสอบค่อนข้างสูง เนื่องจากการแจกแจงที่โด่งน้อยกว่าปกติจะทำให้กำลังการทดสอบความเบ้ลดลง ในขณะที่การแจกแจงที่โด่งมากกว่าปกติจะมีผลทำให้กำลังการทดสอบความเบ้เพิ่มขึ้น แต่วิธีการทดสอบในกลุ่มนี้ไม่สามารถทดสอบการแจกแจงที่เป็นปกติเชิงพหุที่ไม่เบ้และไม่โด่งพร้อมกันได้

กลุ่มที่สี่ วิธีการทดสอบที่มีความแนบนัย (Invariant consistent) เป็นวิธีการทดสอบที่อาศัยฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น โดยใช้การแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น จากนั้นนำมาเปรียบเทียบกับฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานเชิงพหุ แล้วคำนวณหาค่าสถิติทดสอบจากผลต่างของฟังก์ชันการแจกแจงทั้งสอง โดยที่การแปลงข้อมูลนั้นไม่ได้ทำให้รูปแบบของการแจกแจงเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม (Affine invariant) จึงถือว่าเป็นวิธีการทดสอบการแจกแจงปกติเชิงพหุโดยตรงและมีความแนบนัยไม่แปรเปลี่ยน (Invariant consistent) เช่น การทดสอบของซีเซอร์โก (Csorgo, 1986) แบริงฮัส-เฮนซ์ (Baringhaus & Henze, 1988) และเฮนซ์-เซอร์เคลอร์ (Henze & Zirkler, 1990) เป็นต้น ในปัจจุบันนี้วิธีการทดสอบเฮนซ์-เซอร์ทดสอบเฮนซ์-เซอร์เคลอร์เป็นวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่ดีที่สุด (Mecklin, 2000)

จากผลการวิจัยวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่ผ่านมาได้มีผู้พัฒนาวิธีการทดสอบที่ใช้ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุอย่างต่อเนื่อง โดยเริ่มพัฒนาตั้งแต่ปี ค.ศ. 1970 จนถึงปัจจุบัน เมื่อพิจารณาคุณสมบัติทั้งในเชิงทฤษฎีและเชิงประจักษ์ของวิธีการทดสอบทั้ง 4 กลุ่มแล้ว จะเห็นว่าวิธีการทดสอบที่มีความแนบนัยเป็นวิธีการทดสอบที่ดีที่สุด โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิธีการทดสอบของเฮนซ์-เซอร์เคลอร์

เนื่องจากข้อสมมติเบื้องต้นในเรื่องความเป็นปกติเชิงพหุนั้น มีความสำคัญในการอนุมานทางสถิติสำหรับข้อมูลเชิงพหุของเทคนิคทางสถิติ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและการวิจัยที่อ้างอิง พบว่า ในปัจจุบันนี้วิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุมีอยู่หลายวิธีที่ให้กำลังการทดสอบสูง ซึ่งได้กำหนดขอบเขตการวิจัยที่แตกต่างกัน เนื่องจากวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์เป็นวิธีที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) โดยวิธีการทดสอบนี้ยังไม่มีการทำการเปรียบเทียบกับวิธีการทดสอบอื่นๆ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจเปรียบเทียบวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์

ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) (กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์ 2546) โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบของแต่ละวิธีการทดสอบตามขอบเขตที่กำหนด

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี

2. เพื่อเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี ภายใต้การแจกแจงแบบสติวเดนท์-ทีเชิงพหุ และการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

ภายใต้ลักษณะการแจกแจงของประชากรแบบต่างๆกันและสถานการณ์ที่แตกต่างกัน เช่น จำนวนตัวแปร ขนาดตัวอย่าง เป็นต้น มีผลทำให้ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุแตกต่างกัน

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้กระทำ ภายใต้ขอบเขตดังนี้

1.ศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 โดยเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธี

1.1 การแจกแจงที่นำมาศึกษา คือ การแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ โดยที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 และ 0.7 และค่าความแปรปรวนเท่ากันและไม่เท่ากัน โดยแบ่งเป็น 8 แบบ ดังนี้

กรณี 3 ตัวแปร

1. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3

1.1 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ คือ $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$

1.2 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ คือ $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 \\ 0.512 & 3 & 1.162 \\ 0.671 & 1.162 & 5 \end{bmatrix}$

2. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7

2.1 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ คือ $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$

2.2 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ คือ $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 \\ 1.212 & 3 & 2.711 \\ 1.565 & 2.711 & 5 \end{bmatrix}$

กรณี 5 ตัวแปร

1. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3

1.1 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ คือ

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$$

1.2 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ คือ

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 & 0.794 & 0.900 \\ 0.512 & 3 & 1.162 & 1.375 & 1.559 \\ 0.671 & 1.162 & 5 & 1.775 & 2.012 \\ 0.794 & 1.375 & 1.775 & 7 & 2.381 \\ 0.900 & 1.559 & 2.012 & 2.381 & 9 \end{bmatrix}$$

2. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7

2.1 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ คือ

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ คือ

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 & 1.852 & 2.100 \\ 1.212 & 3 & 2.711 & 3.208 & 3.637 \\ 1.565 & 2.711 & 5 & 4.141 & 4.696 \\ 1.852 & 3.208 & 4.141 & 7 & 5.556 \\ 2.100 & 3.637 & 4.696 & 5.556 & 9 \end{bmatrix}$$

1.2 วิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบ ซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

2. การศึกษากำลังการทดสอบ โดยทำการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบระหว่างวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้

2.1 การแจกแจงที่นำมาทดสอบ คือ

- การแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 5 ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบสมมาตร

- การแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบสมมาตร

2.2 วิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

3. จำนวนตัวแปรเท่ากับ 3 และ 5 ตัวแปร

4. ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25, 50, 100 และ 150

5. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ คือ 0.01, 0.05 และ 0.10

6. การวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1โดยจำลองข้อมูลในแต่ละสถานการณ์จะกระทำซ้ำ 5,000 รอบ

1.5 ข้อตกลงเบื้องต้น

กำหนดลักษณะการเปรียบเทียบในการวิจัยครั้งนี้ คือ ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบ เป็นเกณฑ์ในการเลือกวิธีการทดสอบที่มีประสิทธิภาพในการทดสอบ ภายใต้การแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ การแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ และการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ โดยใช้วิธีทดสอบดังนี้

1. วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$

2. วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$

3. วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

1.6 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ ว่าวิธีการทดสอบใดที่ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดในแต่ละลักษณะข้อมูลที่กำหนดโดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบ ด้วยเกณฑ์การพิจารณาของแบรดเลย์ (Bradley 1978) โดยที่ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง และการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ได้จากการทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ทั้ง 3 กรณี เพื่อทดสอบสมมติฐานว่า ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะเท่ากับค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนดในการวิจัยครั้งนี้หรือไม่

ตารางที่ 1.1 แสดงประเภทของความผิดพลาดในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

สมมติฐานหลัก (H_0)	**การตัดสินใจ**	
	ปฏิเสธ H_0	**ยอมรับ H_0**
จริง	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error)	ตัดสินใจถูกต้อง
ไม่จริง	ตัดสินใจถูกต้อง	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II error)

สมมติฐานในการทดสอบ

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p \neq p_0$$

โดยที่ p แทน ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากการทดสอบ

p_0 แทน ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ คือ 0.01, 0.05 และ 0.10

วิธีการทดสอบจะสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ พิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดสอบ สำหรับการแต่ละสถานการณ์มีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนดไว้ภายใต้ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ จะถือว่าวิธีการทดสอบนั้นมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กรณี คือ

กรณี 1 p=0.01 ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.05

$$Z_{\frac{\alpha_0}{2}} \leq Z \leq Z_{1-\frac{\alpha_0}{2}}$$

$$Z_{0.025} \leq Z \leq Z_{0.975}$$

$$-1.96 \leq \frac{\hat{p} - 0.01}{\sqrt{\frac{0.01(1-0.01)}{5000}}} \leq 1.96$$

$$0.007 \leq \hat{p} \leq 0.013$$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 $(\hat{p})$ จากผลการทดสอบต้องอยู่ในช่วง [0.007, 0.013] ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.05

กรณี 2 p=0.05 ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.05

$$Z_{\frac{\alpha_0}{2}} \leq Z \leq Z_{1-\frac{\alpha_0}{2}}$$

$$Z_{0.025} \leq Z \leq Z_{0.975}$$

$$-1.96 \leq \frac{\hat{p}-0.05}{\sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{5000}}} \leq 1.96$$

$$0.044 \leq \hat{p} \leq 0.056$$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 $(\hat{p})$ จากผลการทดสอบต้องอยู่ในช่วง [0.044, 0.056] ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.05

กรณี 3 p=0.10 ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.05

$$Z_{\frac{\alpha_0}{2}} \leq Z \leq Z_{1-\frac{\alpha_0}{2}}$$

$$Z_{0.025} \leq Z \leq Z_{0.975}$$

$$-1.96 \leq \frac{\hat{p}-0.10}{\sqrt{\frac{0.10(1-0.10)}{5000}}} \leq 1.96$$

$$0.092 \leq \hat{p} \leq 0.108$$

ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 $\hat{p}$ จากผลการทดสอบต้องอยู่ในช่วง [0.092, 0.108] ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.05

วิธีการทดสอบจะสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ถ้าค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบมีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนดไว้ภายใต้ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ แต่ถ้าค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าเกณฑ์การพิจารณาที่กำหนดในแต่ละระดับนัยสำคัญของการทดสอบ จะถือว่าวิธีการทดสอบนั้นมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เช่นกัน

สำหรับการทดสอบค่าประมาณกำลังการทดสอบ (Power of test) ของวิธีการทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ จะคำนวณในแต่ละสถานการณ์ ภายใต้สมมติฐานหลัก ไม่เป็นจริง โดยในที่นี้ : ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ เพื่อหาวิธีการทดสอบที่เหมาะสม

สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงที่กำหนด และเพื่อศึกษาผลจากการเปลี่ยนแปลงของลักษณะการแจกแจงของข้อมูลที่มีผลต่อกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบในแต่ละวิธี

1.7 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง **(H_0)** ทั้งๆที่สมมติฐานว่างนั้นเป็นจริง และมักจะเรียกความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทนี้ว่า ระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) ใช้สัญลักษณ์ α โดยที่ α = P (ปฏิเสธ H_0 โดยที่ H_0 จริง)

2. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II Error) เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานว่าง ทั้งๆที่สมมติฐานว่างนั้นไม่เป็นจริง ความน่าจะเป็นที่จะยอมรับสมมติฐานว่างที่ไม่เป็นจริงนี้ จะใช้สัญลักษณ์แทนด้วย β โดยที่ β = P (ยอมรับ H_0 โดยที่ H_0 ไม่เป็นจริง)

3. กำลังการทดสอบ (Power of test) หมายถึง ความน่าจะเป็นของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างไม่เป็นจริง ดังนั้น กำลังการทดสอบทางสถิติ ก็คือ ความน่าจะเป็นในการตัดสินใจที่ถูกต้อง ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย $1-\beta$

4. ประสิทธิภาพการทดสอบ หมายถึง เกณฑ์ในการตัดสินใจว่า วิธีการทดสอบใดดีที่สุดในบรรดาวิธีการทดสอบที่สนใจศึกษา โดยวัดประสิทธิภาพจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบ

5. วิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ หมายถึง ระเบียบวิธีการทางสถิติที่ใช้ในการตรวจสอบลักษณะการแจกแจงของประชากรของข้อมูลเชิงพหุ เพื่อเป็นการยืนยันความเป็นปกติของประชากรของข้อมูลเชิงพหุนั้นที่ระดับนัยสำคัญระดับใดระดับหนึ่ง

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับในการวิจัยครั้งนี้ คือ

1. สามารถทราบว่าวิธีการทดสอบใดมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

2. สามารถทราบถึงผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีในแต่ละลักษณะข้อมูลที่ทำการวิจัย

3. เพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการทดสอบที่มีประสิทธิภาพในการทดสอบที่ดีที่สุด และเหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลที่ทำการวิจัย

บทที่ 2

ทฤษฎีและสถิติที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎี

เค วี มาร์เดีย (K.V. Mardia, 1970) ได้เสนอสถิติทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ของตัวแปรเชิงพหุ $\sqrt{b_1^*}$ และสัมประสิทธิ์ความโด่งของตัวแปรเชิงพหุ b_2^* พร้อมทั้งแสดงการแจกแจงของสถิติทดสอบ $\sqrt{b_1^*}$ และ b_2^* เมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่และพบว่า เป็นการทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูง

เอ็น เจ เอช สมอล (N.J.H Small, 1980) ได้เสนอสถิติทสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ของหลายตัวแปร $\left(Q_1\right)$ และสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความโด่งของหลายตัวแปร $\left(Q_2\right)$ ซึ่งพัฒนามาจากสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ และสัมประสิทธิ์ความโด่งสำหรับหนึ่งตัวแปร เมื่อสมมติฐานว่างคือ การแจกแจงของสถิติ Q_1 และ Q_2 ประมาณได้ด้วยการแจกแจงไค - สแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระ p เมื่อขนาดตัวอย่างมากกว่า 29 และจำนวนตัวแปรตั้งแต่ 2 ถึง 8 นอกจากนี้ยังเสนอแนะให้ใช้สถิติทดสอบ $Q = Q_1 + Q_2$ ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุและเมื่อสมมติฐานว่างคือ $H_0: Q = Q_1 + Q_2$ การแจกแจงของสถิติ Q ประมาณได้ด้วยการแจกแจงไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2p

เจ พี รอยสตัน (J.P. Royston, 1983) เสนอสถิติทดสอบ H ซึ่งพัฒนามาจากสถิติซาพิโร – วิลค์เพื่อใช้ทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ และแสดงว่าภายใต้สมมติฐานว่างการแจกแจงสถิติทดสอบประมาณได้ด้วยการแจกแจงไคสแควร์ ที่มีองศาความเป็นอิสระ $\hat{e}$ เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 และ 3 แต่ในกรณีที่จำนวนตัวแปรมากกว่า 3 ไม่ได้ทำการทดสอบไว้

เอ็ม เอส ศรีวาสทาวา (M.S. Srivastava, 1984) ได้เสนอสถิติทดสอบที่ใช้วัดสัมประสิทธิ์ความเบ้ $\left(b_{1q}^2\right)$ และสัมประสิทธิ์ความโด่งของตัวแปรเชิงพหุ $\left(b_{2q}\right)$ ซึ่งคำนวณจากสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งของ Principal components ที่ได้มาจากเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม และการใช้กราฟในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

เฮนซ์และเซอร์เคลอร์ (Henze and Zirkler, 1990), เมกคลิน (Mecklin, 2000), เฮนซ์ (Henze, 2002) และเมกคลินและมุนด์ฟอร์ม (Mecklin and Mundform, 2003) ระบุว่า มีเพียง 13 การทดสอบเท่านั้นที่ถือว่าใช้ประโยชน์ได้ดี ได้แก่ การวัดความเบ้และความโด่งของมาร์เดีย การทดสอบของมาร์เดีย-ฟอสเตอร์ การทดสอบของมาร์เดีย – เคนท์ การทดสอบซาพิโร – วิลค์ของ

รอยสตัน การทดสอบของโรมิว-ออซเติร์ก การทดสอบซาพิโร-วิลค์ของมัดโฮลการ์-ศรีวาสทาวา – ลิน การทดสอบของเฮนซ์-เซอร์เคลอร์ การทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงของฮอว์กินส์ การทดสอบคราเมอร์ – วอน มิเซสของโคซอล การทดสอบแอนเดอร์สัน – ดาร์ลิงของพอลสัน – รูฮาน – ซูลโล การทดสอบสหสัมพันธ์ของกราฟเบตาด้วยตัวประมาณค่าที่มีความแกร่งแบบ M ของซิงห์ และการทดสอบสหสัมพันธ์ของกราฟเบตาด้วยการประมาณค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนแบบดั้งเดิมของซิงห์ ซึ่งเมกคลินเสนอแนะให้ใช้การทดสอบของเฮนซ์-เซอร์เคลอร์สำหรับการทดสอบสมมติฐานว่างของการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ และใช้วิธีการทดสอบอื่นๆ ประกอบ เช่น การวัดความเบ้และความโด่งของมาร์เดีย และกราฟไค – สแควร์หรือเบต้าเพื่อวินิจฉัยสาเหตุของการไม่เป็นปกติ

สตีเฟน ดับบลิว ลูนีย์ (Stephen W. Looney, 1995) ได้แสดงวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ โดยใช้สถิติทดสอบแจกแจงแบบปกติสำหรับหนึ่งตัวแปร ซึ่งใช้สถิติทดสอบที่เสนอโดยรอยสตัน (H) ซึ่งพัฒนามาจากสถิติซาพิโร-วิลค์ (1983) สถิติทดสอบ Q_1 และ Q_2 ที่เสนอโดยสมอล (1980) ซึ่งพัฒนามาจากสถิติทดสอบที่ใช้วัดสมัประสิทธิ์ความเบ้และความโด่ง สถิติทดสอบที่เสนอโดยศรีวาสทาวา (1984) และสถิติทดดสอบที่เสนอโดยศรีวาสทาวาและฮุย (1987) โดยแสดงตัวอย่างให้เห็นว่า การแปลงข้อมูลจะสามารถเพิ่มประสิทธิภาพของการทดสอบได้

โกวินด์ เอส มัดโฮลก้า, ดีโอ คูมาร์ ศรีวาสทาวา และซี โทมัส ลิน (Govind S. Mudholkar, Deo Kumav Srivastava and O. Thomas Lin, 1995) ได้นำเสนอแบบทดสอบการแจกแจงแบบปกติ q ตัวแปร ซึ่งพัฒนามาจากแบบทดสอบการแจกแจงแบบปกติตัวแปรเดียวของซาพิโร – วิลค์ (W) โดยการนำเสนอสถิติทดสอบใน 4 รูปแบบ คือ W_N, W_F, W_L และ W_T โดยที่ N, F, L และ T หมายถึงวิธีการของ Liptak, Fisher, Logit และ Tippet จากการศึกษาพบว่าแบบทดสอบทั้งสี่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดี และจากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการทดสอบกับสถิติทดสอบ Z_q ที่เสนอโดยมัดโฮลก้า, แมคเตอร์มอทท์ และศรีวาสทาวา (1992) และสถิติทดสอบ S_W^2 ที่เสนอโดยมาร์เดียและฟอสเตอร์ (1983) โดยการจำลองข้อมูลขนาดตัวอย่าง 20, 30 และ 50 จำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 และ 3 จากประชากร q ตัวแปรที่มีการแจกแจง $N_q(\underset{\sim}{0},\Sigma)$ โดยที่ Σ มีสมาชิกตามแนวทะแยงเป็น 1 นอกจากนั้นเป็น 0.5 ศึกษารูปแบบการแจกแจงหลายตัวแปร 5 ชนิด คือ การแจกแจงไคสแควร์ การแจกแจงทีและคอซี การแจกแจงปกติปลอมปน การแจกแจงล็อกนอร์มอล และการแจกแจงเบอร์-พาเรโต โลจิสติก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบ S_W^2 ที่นำเสนอสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และมีกำลังการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบ Z_q และ S_W^2 ในเกือบทุกกรณี โดยมีสถิติทดสอบ W_F มีกำลังการทดสอบสูงสุดรองลงคือ สถิติ W_L, W_T และ W_N ตามลำดับ

Farrell et al. (2006) ศึกษาขนาดและกำลังการทดสอบของวิธีทดสอบการแจกแจงปกติเชิงพหุ 4 วิธี ได้แก่ Royston (1983: R83) ซึ่งพัฒนามาจากวิธีทดสอบหนึ่งตัวแปรของ Shapiro and Wilk (1965), การทดสอบ Royston (1992: R92), การทดสอบ Henze and Zirkler (1990: HZ) และการทดสอบ Doornik and Hansen (1994: DH) โดยศึกษากรณีตัวแปรเท่ากับ 2, 4, 6, 8 และ

10 ตัวแปร และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25, 50, 75, 100 และ 250 โดยการทำซ้ำ 10,000 ตัวอย่าง ผลการศึกษาพบว่า การทดสอบ Royston (1983 : R83) ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 วิธีทดสอบ Henze and Zirkler (1990 : HZ) ให้กำลังการทดสอบสูง เมื่อขนาดตัวอย่างมากกว่าหรือเท่ากับ 75 และสำหรับวิธีทดสอบอื่นๆ นั้นการเพิ่มของขนาดตัวอย่างไม่มีผลทำให้กำลังการทดสอบเพิ่มขึ้น

เสาวลักษณ์ (2540) ศึกษาเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของวิธีทดสอบการแจกแจงปกติเชิงพหุ ที่พัฒนามาจากสถิติ Rao Score ที่เสนอโดย K.V. Mardia and J.T. Kent (1991: T) วิธีทดสอบที่พัฒนามาจากสถิติชาร์ปิโร-วิลค์ ที่สนอโดย Govind S. Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin (1995: W_F) และวิธีทดสอบที่เสนอโดย Charles L. Dunn (1995: O) กรณี 3 และ 4 ตัวแปร โดยใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30 และ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ผลจากการศึกษา พบว่า วิธีทดสอบการแจกแจงปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธี สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทั้งกรณีทราบค่าและไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง กรณีทราบค่าพารามิเตอร์ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 สถิติ T ให้กำลังการทดสอบสูงสุด ในขณะที่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30 และ 50 สถิติ O ให้กำลังการทดสอบสูงสุด ส่วนกรณีไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 20 สถิติ W_F ให้กำลังการทดสอบสูงสุด และเมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30 และ 50 สถิติ T ให้กำลังการทดสอบสูงสุด

กุศยา (2546) ได้เสนอเทคนิคหนึ่งเป็นเทคนิคดัดแปลงที่อาศัยวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ มาช่วยในการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติของข้อมูลเชิงพหุ ขั้นตอนของการตรวจสอบเริ่มจากการแปลงข้อมูลตัวอย่างเดิมให้อยู่ในรูปแบบปกติมาตรฐานเสียก่อน หลังจากนั้นจึงดำเนินการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยว และการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุของข้อมูลตัวอย่างที่แปลงนั้น รวมทั้งมีการทดสอบสหสัมพันธ์ทีละคู่ระหว่างตัวแปรของข้อมูลที่แปลงแล้วด้วย เพื่อที่ให้เห็นภาพวิธีการอย่างชัดเจน ผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบการแจกแจงกับข้อมูลเชิงพหุจำลองและข้อมูลเชิงพหุจริงทั้งจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติและไม่มีการแจกแจงแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่าเทคนิคที่นำเสนอสามารถตรวจสอบได้ค่อนข้างถูกต้องทั้งกรณีข้อมูลตัวอย่างที่มีการแจกแจงแบบปกติและไม่มีการแจกแจงแบบปกติ

จากการศึกษาเอกสารและการวิจัยที่อ้างอิง พบว่ามีวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุหลายวิธีที่ให้กำลังการทดสอบสูง โดยได้กำหนดขอบเขตการวิจัยที่แตกต่างกัน เนื่องจากข้อสมมติเบื้องต้นในเรื่องความเป็นปกติเชิงพหุนั้น มีความสำคัญในการอนุมานทางสถิติสำหรับข้อมูลเชิงพหุของเทคนิคทางสถิติ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและการวิจัยที่อ้างอิง พบว่ามีวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุหลายวิธีที่ให้กำลังการทดสอบสูง ซึ่งได้กำหนดขอบเขตการวิจัยที่แตกต่างกัน เนื่องจากวิธีการทดสอบที่ดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์เป็นวิธีที่พัฒนา ขึ้นโดยกุศยา (2546) โดยวิธีการทดสอบนี้ยังไม่มีการทำการเปรียบเทียบกับวิธีการทดสอบอื่นๆ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบที่ดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) โดยพิจารณาจากความสามารถในการ

ควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 กับระดับนัยสำคัญของการทดสอบ โดยข้อมูลมาจากการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุและกำลังการทดสอบของทั้ง 3 วิธีการทดสอบดังกล่าว ซึ่งข้อมูลที่นำมาทดสอบมาจากการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ และการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ สำหรับกรณีขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ150 ตัวแปรเท่ากับ 3 และ 5

2.2 การแจกแจงที่ใช้ในการวิจัย

การแจกแจงที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มีดังนี้

1. การแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ (Multivariate Normal Distribution)

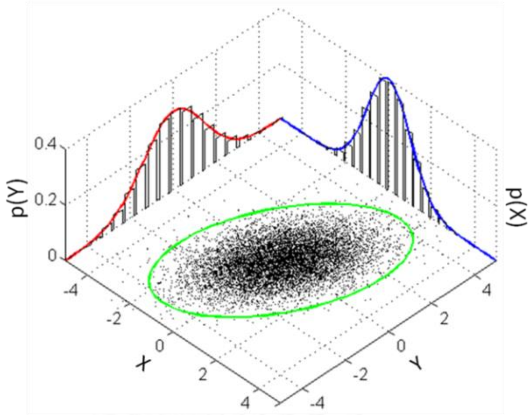
กำหนดให้ตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{X}$ หรือ $\underset{\sim}{X}'=\left(\underset{\sim}{X}_1,\underset{\sim}{X}_2,\ldots,\underset{\sim}{X}_p\right)$ มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็น $\underset{\sim}{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) หรือเมตริกซ์สหสัมพันธ์เป็น Σ จะเขียนแทนด้วย $N_p\left(\underset{\sim}{\mu},\Sigma\right)$ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{X}$ คือ

$$f\left(\underset{\sim}{x}\right) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^p|\Sigma|^{1/2}}e^{-\left(\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{\mu}\right)'\Sigma^{-1}\left(\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{\mu}\right)/2} \quad ;-\infty<\underset{\sim}{x}<\infty,-\infty<\underset{\sim}{\mu}<\infty,\Sigma>0$$

จากตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{X}$ ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุด้วยค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu}$ ความแปรปรวนร่วม Σ สามารถแปลงตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{X}$ ให้เป็นเวกเตอร์ตัวแปรสุ่มใหม่ที่เป็นมาตรฐาน คือ $\underset{\sim}{Z}$ โดย $\underset{\sim}{Z}=\left(\Sigma^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}\left(\underset{\sim}{X}-\underset{\sim}{\mu}\right)$ จะได้ว่า $\underset{\sim}{Z}$ เป็นเวกเตอร์ตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุด้วยค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน 1 และมีฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูป

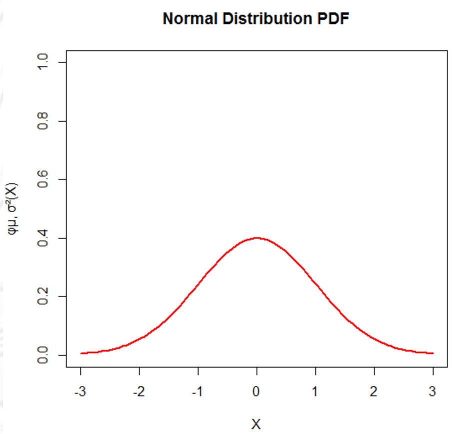
$$f\left(\underset{\sim}{z}\right) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{p}{2}}}e^{-\frac{1}{2}\underset{\sim}{z}'\underset{\sim}{z}}$$

และเรียกการแจกแจงของ $\underset{\sim}{Z}$ ว่าการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานเชิงพหุ (Multivariate standard normal distribution)



ภาพที่ 2.1 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 2 ตัวแปร

แหล่งที่มา : http://en.wikipedia.org/wiki/Multivariate_normal_distribution



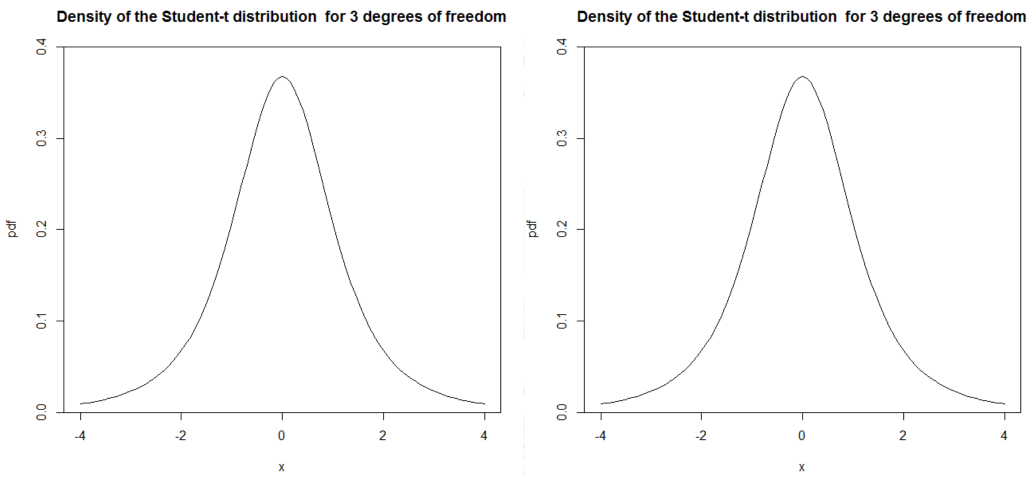
ภาพที่ 2.2 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 1 ตัวแปร

2. การแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ (Multivariate Student – t Distribution)

กำหนดให้ $\underset{\sim}{Z}$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุด้วยพารามิเตอร์ $\left(\underset{\sim}{0},\Sigma\right)$ และเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคสแควร์ด้วยองศาความเป็นอิสระ ν โดยที่ $\underset{\sim}{Z}$ และ S เป็นอิสระซึ่งกันและกัน จะได้ว่า $\underset{\sim}{X} = \left(\sqrt{S/\nu}\right)^{-1} \underset{\sim}{Z}$ เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุด้วยองศาความเป็นอิสระเท่ากับ ν ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นของ $\underset{\sim}{X}$ อยู่ในรูป

$$f(\underset{\sim}{x})=\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+p}{2}\right)}{(\nu\pi)^{\frac{p}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)|\Sigma|^{\frac{1}{2}}}\left(1+\frac{1}{\nu}\underset{\sim}{x}'\Sigma^{-1}\underset{\sim}{x}\right)^{-\frac{(\nu+p)}{2}} \quad ;-\infty<\underset{\sim}{x}<\infty,\ \underset{\sim}{x}=\left(x_1,x_2,\ldots,x_p\right)'$$

เมื่อ ν และ p แทน องศาความเป็นอิสระและจำนวนตัวแปรตามลำดับ

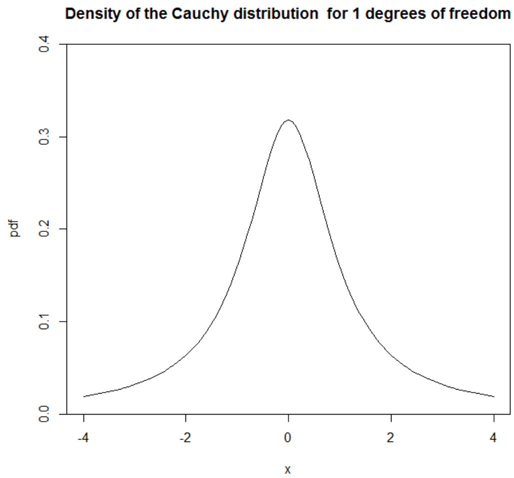


ภาพที่ 2.3 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ 1 ตัวแปรที่มีองศาความเป็นอิสระ 3 และ 5

3. การแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ (Multivariate Cauchy Distribution)

กำหนดให้ตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{X}$ หรือ $\underset{\sim}{X}'=\left(\underset{\sim}{X}_1,\underset{\sim}{X}_2,\ldots,\underset{\sim}{X}_p\right)$ มีการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็น $\underset{\sim}{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) หรือเมตริกซ์สหสัมพันธ์เป็น Σ โดยที่ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{X}$ คือ

$$f(\underset{\sim}{x})=\pi^{-\frac{1}{2}(p+1)}\Gamma\left(\frac{1}{2}(p+1)\right)\left(1+\sum_{i=1}^{p}\underset{\sim}{x}_i^2\right)^{-\frac{1}{2}(p+1)} \quad ;-\infty<\underset{\sim}{x}_i<\infty,\ i=1,2,\ldots,p$$



ภาพที่ 2.4 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ 1 ตัวแปร ที่มีองศาความเป็นอิสระ 1

2.3 วิธีการทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

1. วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิ $\left(W_F\right)$

Govind S. Mudholkar, Deo Kumar Srivastava and C. Thomas Lin (Mudholkar, Srivastava et al. 1995) ได้นำเสนอวิธีทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุสำหรับตัวแปรหลายตัวแปรอีกวิธีหนึ่ง เมื่อวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทีละตัวแปรนั้นไม่สามารถยืนยันการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุได้ มัดโฮลการ์,ศรีวาสทาวาและลินจึงได้สร้างวิธีการใหม่โดยแยกตัวแปรหลายตัวแปรให้เป็นอิสระกัน วิธีการทดสอบนี้ทำให้มีการคำนวณมากขึ้นแต่ก็ง่ายต่อการเขียนโปรแกรม ผลลัพธ์สุดท้ายของวิธีการใหม่จะได้ขนาดตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน p กลุ่ม โดยทำการทดสอบการแจกแจงแบบปกติทีละหนึ่งตัวแปรและเสนอสถิติ เพื่อใช้ทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุใน 4 รูปแบบคือ W_N, W_F, W_L และ W_T โดยที่ N, F, L และ T หมายถึงวิธีการของ Liptak, Fisher, Logit และ Tippet ตามลำดับ

จากการศึกษาเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของแบบทดสอบทั้ง 4 วิธีโดยการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาโลจำนวนตัวแปรที่ศึกษาเท่ากับ 2 และ 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30 และ 50 พบว่าสถิติทดสอบ W_F มีกำลังการทดสอบสูงสุด

ดังนั้นการวิจัยครั้งนี้จึงเลือกวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มาใช้ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

ข้อสมมติเบื้องต้น

ให้ $\underset{\sim}{X}_1, \underset{\sim}{X}_2, ..., \underset{\sim}{X}_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติตัวแปรที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) Σ

ค่าสถิติทดสอบ $$W_F = -2\sum_{h=1}^{q} \ln \Re_h$$

โดยที่ $\Re_h$ คือ p-value ของการทดสอบการแจกแจงแบบปกติของเวกเตอร์ตัวอย่างที่ h

ขั้นตอนการทดสอบ

<u>กรณีสองตัวแปร</u> $(q=2)$

1. ทำการทดสอบการแจกแจงแบบปกติของตัวแปร โดยใช้สถิติซาพิโรและวิลค์ และให้แทนค่า p – value ของการทดสอบ

การหาค่าสถิติซาพิโร-วิลค์

ให้ $\underset{\sim}{Y}_1 \le \underset{\sim}{Y}_2 \le ... \le \underset{\sim}{Y}_n$ เป็นตัวสถิติลำดับของตัวอย่างสุ่มขนาด n และ

ค่าสถิติทดสอบ คือ $$W_h = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} a_{n-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{h(n-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{hi}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\underset{\sim}{Y}_{hi} - \overline{\underset{\sim}{Y}}_h\right)^2}$$

โดยที่ a_{n-i+1} เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของสถิติทดสอบ W_h และประมาณค่าได้ดังนี้

$$a_{n-i+1} = 2m_i \qquad \text{for} \quad i = 2, 3, ..., (n-1)$$

$$= \left[\frac{a_1^2}{1-2a_1^2}\sum_{j=2}^{n-1} a_j^*\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{for} \quad i = 1 \text{ และ } n,\ j = 2, 3, ..., (n-1)$$

และ Kollia (1989) ประมาณค่า $m_i = \mathrm{E}\left(Y_i\right)$ โดย ใช้ Tukey Lambda Family ด้วย $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.1349$

$$m_i = \frac{\left[-p_{i:n}^{0.1349} + \left(1-p_{i:n}\right)^{0.1349}\right]}{0.1975} \qquad \text{for} \quad i = 1, 2, ..., n$$

เมื่อ $p_{i:n} = \left(i - 0.375\right)/\left(n + 0.25\right)$

การหาค่า p – value ของสถิติ W_h ได้จากการแปลงข้อมูลโดยใช้วิธีของ Royston (1983) ซึ่งประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_U และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_U

$$U = \left(1-W_h\right)^{\lambda} \qquad \text{และ} \qquad Z = \frac{U-\mu_U}{\sigma_U}$$

โดยที่ $\lambda = 0.118898 + 0.133414X + 0.327907X^2 \quad ; \; 7 \leq n \leq 20$

$= 0.480385 + 0.318828X - 0.0241665X^3 \quad ; \; 21 \leq n \leq 2000$

$+ 0.00879701X^4 + 0.002989646X^5$

คำนวณค่า μ_U จาก

$\ln \mu_U = 0.37542 - 0.492145X - 1.124332X^2 - 0.199422X^3 \quad ; \; 7 \leq n \leq 20$

$= -1.91487 - 1.37888X - 0.04183209X^2 \quad ; \; 21 \leq n \leq 2000$

$+ 0.1066339X^3 - 0.03513666X^4 - 0.01504614X^5$

คำนวณค่า σ_U จาก

$\ln \sigma_U = -3.15805 + 0.729399X + 3.01855X^2 + 1.558776X^3 \quad ; \; 7 \leq n \leq 20$

$= -3.73538 - 1.015807X - 0.331885X^2 \quad ; \; 21 \leq n \leq 2000$

$+ 0.1773538X^3 - 0.01638782X^4$

$- 0.03215018X^5 + 0.003852646X^6$

โดยที่ $X = \ln\left(n\right) - 3 \quad ; \; n \leq 20$

$X = \ln\left(n\right) - 5 \quad ; \; 21 \leq n \leq 2000$

คำนวณค่า $\Re_h$ ได้จาก $\Re_h = 1 - \Phi \; Z_h$

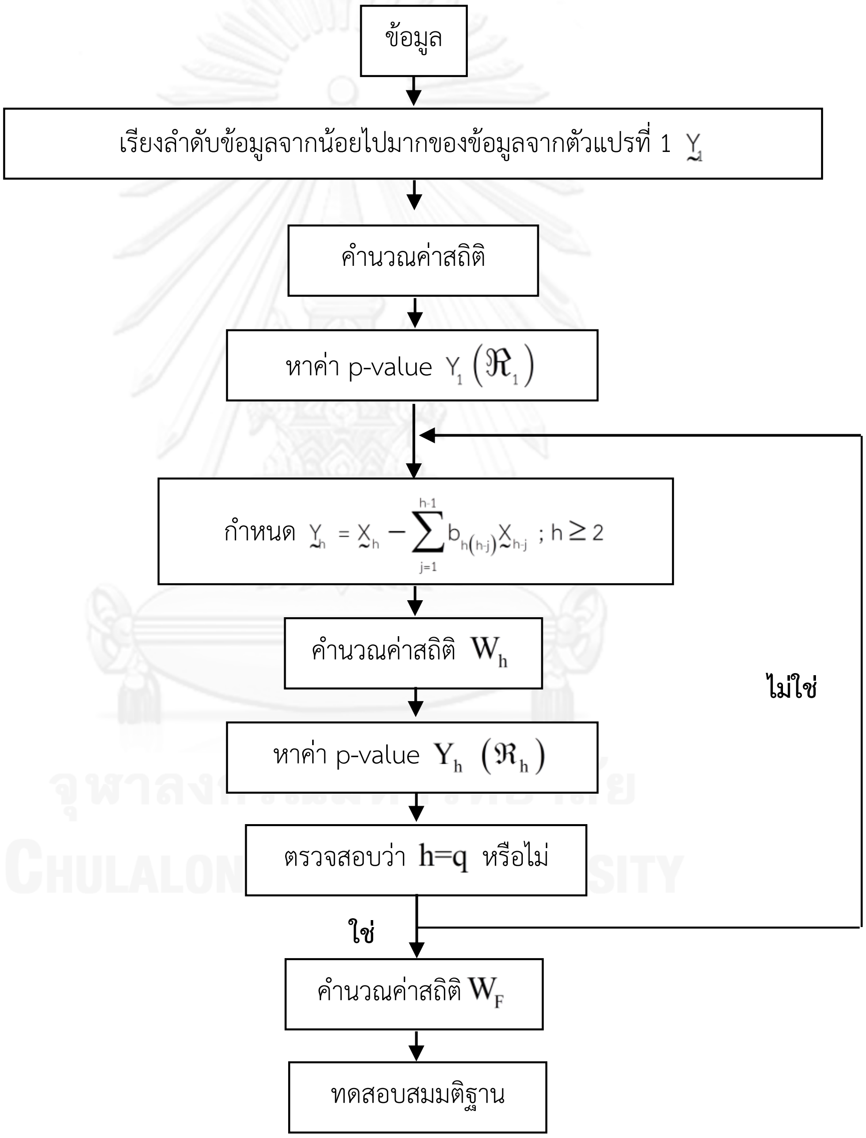
2. ทดสอบการแจกแจงแบบปกติของตัวแปร $\underset{\sim}{Y}_2 = \underset{\sim}{X}_2 - b_{21}\underset{\sim}{X}_1$ โดยใช้สถิติซาพิโรและวิลค์ $\left(W_2\right)$ และให้ $\Re_2$ แทนค่า p – value ของการทดสอบ โดยที่ b_{21} คือสัมประสิทธิ์การถดถอยของ $\underset{\sim}{X}_2$ เทียบกับ $\underset{\sim}{X}_1$

<u>กรณีมากกว่าสองตัวแปร</u>

สามารถทดสอบการแจกแจงแบบปกติของตัวแปร $\underset{\sim}{Y}_h$ ได้โดยกำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ดังนี้

$$\underset{\sim}{Y}_h = \underset{\sim}{X}_h - \sum_{j=1}^{h-1} b_{h(h-j)} \underset{\sim}{X}_{h-j} \ ; h \geq 2$$

และกำหนดให้ $\Re_h$ แทนค่า p – value ของการทดสอบ $\underset{\sim}{Y}_h$



ภาพที่ 2.5 แสดงขั้นตอนการคำนวณค่าสถิติ W_F

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ α เมื่อ W_F ค่าวิกฤติที่มีการแจกแจงแบบไค – สแควร์ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2p ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

2. วิธีการทดสอบ Henze – Zirkler (HZ)

เฮนซ์และเซอร์เคลอร์ (Henze and Zirkler 1990) ได้พัฒนาวิธีการทดสอบการ แจกแจงแบบปกติเชิงพหุต่อจากแบริงฮัสและเฮนซ์ที่ได้พัฒนาการทดสอบการแจกแจงแบบปกติตัวแปรเดียวของเอพพ์และพูลเลย์มาใช้กับกรณีเชิงพหุ ซึ่งสิ่งที่เฮนซ์และเซอร์เคลอร์ ได้พัฒนาเพิ่มเติม คือ การเพิ่มพารามิเตอร์ทำให้เรียบเข้าไปในการทดสอบ โดยกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.5 จึงทำให้มีกำลังการทดสอบสูงกว่าวิธีการทดสอบความเบ้และความโด่งของมาร์เดียเล็กน้อย

จากการวิจัยของเฮนซ์และเซอร์เคลอร์ ได้เสนอแนะว่า ควรทดสอบร่วมกับการวัดความเบ้และความโด่งของมาร์เดียในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ วิธีการทดสอบเฮนซ์และเซอร์เคลอร์ โดยทั่วไปถือว่าเป็นวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่ดีที่สุด เนื่องจากวิธีการทดสอบที่มีความแนบนัยเป็นวิธีการทดสอบที่ดีที่สุด

สามารถคำนวณค่าสถิติทดสอบได้ดังนี้

$$\mathrm{HZ}=\frac{1}{n^2}\sum_{j,k=1}^{n}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\left\|\underset{\sim}{Y}_j-\underset{\sim}{Y}_k\right\|^2\right)-2\left(1+\beta^2\right)^{-\frac{p}{2}}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\left(1+\beta^2\right)}\left\|\underset{\sim}{Y}_j\right\|^2\right)+\left(1+2\beta^2\right)^{-\frac{p}{2}}$$

เมื่อ $\left\|\underset{\sim}{Y}_j-\underset{\sim}{Y}_k\right\|^2=\left(\underset{\sim}{X}_j-\underset{\sim}{X}_k\right)'S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_j-\underset{\sim}{X}_k\right)$

$\left\|Y_j\right\|^2=\left(\underset{\sim}{X}_j-\underset{\sim}{\bar{X}}\right)'S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_j-\underset{\sim}{\bar{X}}\right)$

$\underset{\sim}{\bar{X}}$ คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

S คือ เมตริกซ์ค่าความแปรปรวนร่วม

β คือ ค่าพารามิเตอร์ทำให้เรียบซึ่งกำหนดให้เท่ากับ 0.5

ค่าวิกฤติ

$$q_{(\beta,p)}(1-\alpha)=\mu_{(\beta,p)}\left(1+\frac{\sigma^2_{(\beta,p)}}{\mu^2_{(\beta,p)}}\right)^{-\frac{1}{2}}\exp\left(\Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{\log\left(1+\frac{\sigma^2_{(\beta,p)}}{\mu^2_{(\beta,p)}}\right)}\right)$$

เมื่อ $\Phi^{-1}(\bullet)$ เป็นอินเวอร์สของฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ α เมื่อสถิติทดสอบ HZ มากกว่าค่าวิกฤติของสถิติทดสอบ HZ

3. วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

เป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงที่อาศัยวิธีการของมาร์เดียและชาร์ปิโรและวิลค์มาช่วยในการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติของข้อมูลเชิงพหุ ขั้นตอนของการตรวจสอบเริ่มจากการแปลงข้อมูลตัวอย่างเดิมให้อยู่ในรูปแบบปกติมาตรฐานเสียก่อน หลังจากนั้นจึงดำเนินการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวและการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุของข้อมูลตัวอย่างที่แปลงนั้น รวมทั้งมีการทดสอบสหสัมพันธ์ทีละคู่ระหว่างตัวแปรของข้อมูลที่แปลงแล้วด้วย

กำหนดให้ $\underset{\sim}{X}_1, \underset{\sim}{X}_2, ..., \underset{\sim}{X}_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ p ตัวแปร ที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) Σ นั่นคือ $N_p\ \underset{\sim}{\mu}, \Sigma$

ขั้นตอนการตรวจสอบประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 แปลงตัวอย่างสุ่ม $\underset{\sim}{X}_i$'s ให้อยู่ในรูปแบบปกติมาตรฐาน $\underset{\sim}{Z}_i$ จะได้ว่า

$$\underset{\sim}{Z}_i = S^{-\frac{1}{2}}\left(\underset{\sim}{X}_i - \overline{\underset{\sim}{X}}\right), i = 1, 2, ..., n$$

โดยที่ $\overline{\underset{\sim}{X}} = \left(\overline{\underset{\sim}{X}}_1, \overline{\underset{\sim}{X}}_2, \ldots, \overline{\underset{\sim}{X}}_p\right)'$ เป็นเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างของ n บน p ตัวแปร

และ $S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{p1} & S_{p1} & \cdots & S_{pp} \end{pmatrix}$ เป็นเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) ของตัวอย่างขนาด n ที่สอดคล้องกับ p ตัวแปร

ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวขององค์ประกอบของ $\underset{\sim}{Z}_j$, $j = 1, 2, \ldots, p$ นั่นคือ $\underset{\sim}{Z}_{ji}$, $= 1, 2, \ldots, p$; $i = 1, 2, \ldots, n$ (แทนการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวของ $\underset{\sim}{X}_{ji}$'s โดยใช้

การตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวด้วยวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ (W test) เป็นวิธีการทางสถิติวิธีหนึ่งมีกำลังการทดสอบสูงเมื่อเทียบกับวิธีการทดสอบวิธีอื่นๆ ใน

การวิจัยครั้งนี้จะใช้ค่า p-value ของสถิติ W ในการทดสอบสมมติฐาน โดยเปรียบเทียบกับระดับนัยสำคัญ α ที่กำหนด ถ้าพบว่ามีอย่างน้อย Z_{ji} ไม่ได้มาจาก $N(0,1)$ สามารถสรุปได้ว่า ตัวอย่างสุ่มเชิงพหุ $\underset{\sim}{X}_1,\underset{\sim}{X}_2,...,\underset{\sim}{X}_n$ นั่นไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุของ $\underset{\sim}{Z}_1,\underset{\sim}{Z}_2,...,\underset{\sim}{Z}_n$ โดยใช้

การตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุด้วยวิธีการทดสอบความเบ้ของมาร์เดีย $\sqrt{\beta_1}$ และวิธีการทดสอบความโด่งของมาร์เดีย β_2 โดย K.V. Mardia (1970) ได้นำเสนอการวัดสัมประสิทธิ์ความเบ้มาทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ มีรายละเอียด ดังนี้

ข้อสมมติเบื้องต้น

ถ้า $\underset{\sim}{X}$ และ $\underset{\sim}{Y}$ เป็นเวกเตอร์สุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน โดยมีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{\mu}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) Σ ในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุจะทำให้ $\beta_{1,p} = 0$ และ $\beta_{2,p} = p(p+2)$

คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่ง ได้ดังนี้

$$b_{1,p} = n^{-2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(\underset{\sim}{X}_i-\overline{\underset{\sim}{X}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_j-\overline{\underset{\sim}{X}}\right)\right]^3$$

$$b_{2,p} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\underset{\sim}{X}_i-\overline{\underset{\sim}{X}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_i-\overline{\underset{\sim}{X}}\right)\right]^2$$

โดยที่ $S = \frac{1}{n}\left(\underset{\sim}{X}_i-\overline{\underset{\sim}{X}}\right)\left(\underset{\sim}{X}_j-\overline{\underset{\sim}{X}}\right)'$ เป็นตัวประมาณค่าของ Σ โดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ค่าประมาณของ $\beta_{1,p}$ คือ $b_{1,p}$ และ ค่าประมาณของ $\beta_{2,p}$ คือ $b_{2,p}$

จากนั้นคำนวณค่าสถิติทดสอบความเบ้ $A = nb_{1,p}/6$ เทียบกับค่าวิกฤติซึ่งเป็นการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ $p(p+1)(p+2)/6$

และคำนวณค่าสถิติทดสอบความโด่ง $B=\left[b_{2,p}-p(p+2)\right]/\sqrt{8p(p+2)/n}$ เทียบกับค่าวิกฤติซึ่งเป็นการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

ขั้นตอนที่ 4 ทดสอบสหสัมพันธ์ทีละคู่ (Pairwise correlation) ระหว่าง $\left(\underset{\sim}{Z}_j,\underset{\sim}{Z}_{j'}\right), j, j' = 1,2,\ldots,p\,;\, j \neq j'$ โดยมีสมมติฐานในการทดสอบคือ $H_0 : \rho = 0$ ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson correlation coefficient test) ถ้าพบว่ามีการปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \rho = 0$ อย่างน้อยหนึ่งคู่ แสดงว่า ตัวอย่างสุ่มเชิงพหุ $\underset{\sim}{X}_1,\underset{\sim}{X}_2,\ldots,\underset{\sim}{X}_n$ นั้นไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

สมมติฐานในการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ตัวแปร X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กัน)

การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน

การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวแปรที่ใช้กันมากและรู้จักกันดีที่สุด อีกทั้งยังเป็นรากฐานของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอื่นๆ ก็คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ค่าของตัวแปรทั้งสองเป็นค่าต่อเนื่อง และมีการแจกแจงแบบปกติ

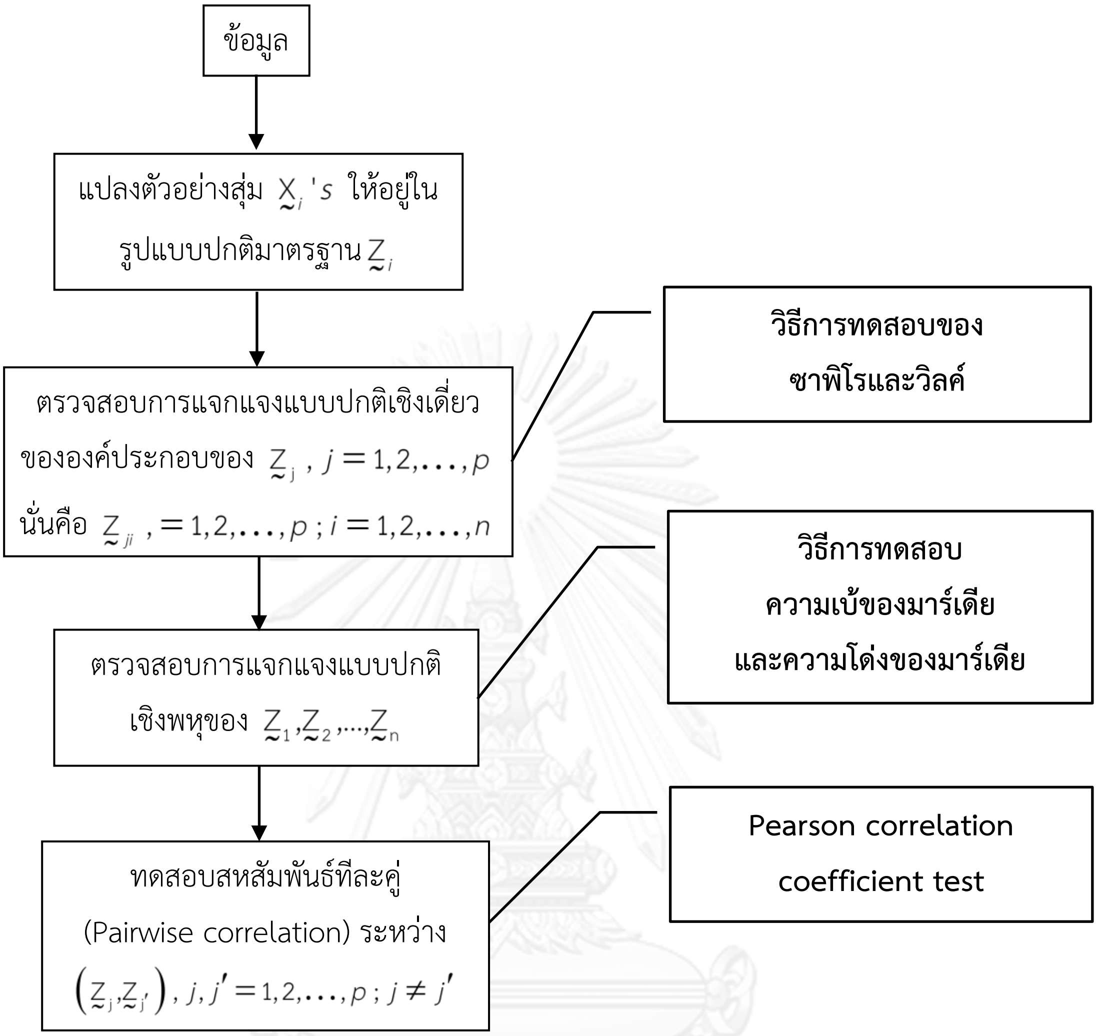
2. สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง

3. ข้อมูลในแต่ละชุดจะต้องมีความเป็นอิสระต่อกัน

สูตรที่ใช้ในการคำนวณ

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{x}_i \underset{\sim}{y}_i - n\bar{\underset{\sim}{x}}\bar{\underset{\sim}{y}}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{x}_i^2 - n\bar{\underset{\sim}{x}}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{y}_i^2 - n\bar{\underset{\sim}{y}}^2\right)}}$$

สถิติทดสอบ $t = \dfrac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad , df = n-2$



ภาพที่ 2.6 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธีการทดสอบดัดแปลง
จากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ ผู้วิจัยพิจารณาจากการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ส่วนกำลังการทดสอบนั้นผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบเฉพาะกรณีสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ โดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 ในการจำลองข้อมูล ในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนในการคำนวณค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และขั้นตอนในการคำนวณค่ากำลังการทดสอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.1 การคำนวณค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

กำหนดสมมติฐานของการทดสอบ ภายใต้สมมติฐานว่าง (H_0) เป็นจริง ดังนี้

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

H_1 : ประชากรไม่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

ในการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ ผู้วิจัยพิจารณาจากการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. สร้างการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานเชิงพหุ $N_p\left(\underset{\sim}{0},\Sigma\right)$ เป็นการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) ที่มีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเท่ากับ 0.3 และ 0.7 โดยจำลองข้อมูลตามลักษณะข้อมูลคือ มีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 3 และ 5 ขนาดของตัวอย่างเท่ากับ 25, 50, 100 และ150 จะได้การแจกแจงแบบปกติเชิงพหุจำนวน 24 ลักษณะ โดยจำลองสถานการณ์ละ 5,000 รอบ โดยเขียนโปรแกรมการจำลองข้อมูลด้วยโปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 ดังนี้

1.1 กำหนดเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็น 0 และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมที่มีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเท่ากับ 0.3 และ 0.7

1.2 คำนวณค่า Cholesky root ต่ำสุดของเมตริกซ์ขนาด $p \times p\left(L\right)$ ของเมตริกซ์สหสัมพันธ์

1.3 สร้างเมตริกซ์ Z ขนาด p x n เมื่อสมาชิกของ Z ได้มาจากแจกแจงแบบปกติมาตรฐานของตัวแปรเดียว N 0,1

1.4 คูณค่า Cholesky root ต่ำสุด $\left(L\right)$ เข้าหน้าเมตริกซ์ Z ก็จะได้เมตริกซ์ของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานเชิงพหุ $N_p\left(\underset{\sim}{0},\Sigma\right)$ ขนาด p x n

2. ทำการทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุด้วยวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 ซึ่งวิธีการทดสอบแต่ละวิธีมีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

2.1 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$

2.1.1 หาค่าสถิติซาพิโร-วิลค์ $\left(W_h\right)$ ของแต่ละตัวแปร จาก

$$W_h = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} a_{n-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{h(n-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{hi}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\underset{\sim}{Y}_{hi} - \overline{\underset{\sim}{Y}}_{h}\right)^2}$$

โดยที่ a_{n-i+1} เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของสถิติทดสอบ W_h

2.1.2 หาค่า p–value ของสถิติ W_h ได้จากการแปลงข้อมูลโดยใช้วิธีของ Royston (1982) ซึ่งประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_U และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_U

$$U = \left(1 - W_h\right)^{\lambda} \qquad \text{และ} \qquad Z = \frac{\left(U - \mu_U\right)}{\sigma_U}$$

โดยที่ λ = 0.118898 + 0.133414X + 0.327907X^2 ; $7 \leq n \leq 20$

= 0.480385+ 0.318828X -0.0241665X^3 ; $21 \leq n \leq 2000$

+ 0.00879701X^4 + 0.002989646X^5

คำนวณค่า μ_U จาก

$$\ln \mu_U = 0.37542 - 0.492145X - 1.124332X^2 - 0.199422X^3 \quad ; \; 7 \le n \le 20$$

$$= -1.91487 - 1.37888X - 0.04183209X^2 + 0.1066339X^3 - 0.03513666X^4 - 0.01504614X^5 \quad ; \; 21 \le n \le 2000$$

คำนวณค่า σ_U จาก

$$\ln \sigma_U = -3.15805 + 0.729399X + 3.01855X^2 + 1.558776X^3 \quad ; \; 7 \le n \le 20$$

$$= -3.73538 - 1.015807X - 0.331885X^2 + 0.1773538X^3 - 0.01638782X^4 - 0.03215018X^5 + 0.003852646X^6 \quad ; \; 21 \le n \le 2000$$

โดยที่ $X = \ln(n) - 3 \quad ; \; n \le 20$

$X = \ln(n) - 5 \quad ; \; 21 \le n \le 2000$

2.1.3 คำนวณค่า $\Re_h$ ได้จาก $\Re_h = 1 - \Phi(Z_h)$

2.1.4 จากนั้นคำนวณค่าสถิติทดสอบ W_F

$$W_F = -2\sum_{h=1}^{q} \ln \Re_h$$

โดยที่ $\Re_h$ คือ p-value ของการทดสอบการแจกแจงแบบปกติของเวกเตอร์ตัวอย่างที่ h

2.2 วิธีการทดสอบ Henze – Zirkler

2.2.1 คำนวณค่า $\left\| \underset{\sim}{Y}_j - \underset{\sim}{Y}_k \right\|^2 = \left(\underset{\sim}{X}_j - \underset{\sim}{X}_k \right)' S^{-1} \left(\underset{\sim}{X}_j - \underset{\sim}{X}_k \right)$

และ $\left\| \underset{\sim}{Y}_j \right\|^2 = \left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}} \right)' S^{-1} \left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}} \right)$

เมื่อ $\overline{\underset{\sim}{X}}$ คือ เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

S คือ เมตริกซ์ค่าความแปรปรวนร่วม

2.2.2 คำนวณหาค่าสถิติทดสอบ

$$HZ = \frac{1}{n^2}\sum_{j,k=1}^{n} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2} \left\| \underset{\sim}{Y}_j - \underset{\sim}{Y}_k \right\|^2 \right) - 2\left(1+\beta^2\right)^{-\frac{p}{2}} \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\left(1+\beta^2\right)} \left\| \underset{\sim}{Y}_j \right\|^2 \right) + \left(1+2\beta^2\right)^{-\frac{p}{2}}$$

เมื่อ β คือ ค่าพารามิเตอร์ซึ่งกำหนดให้เท่ากับ 0.5

2.2.3 เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบกับค่าวิกฤติ $q_{(\beta,p)}(1-\alpha)$ โดย

$$q_{(\beta,p)}(1-\alpha)=\mu_{(\beta,p)}\left(1+\frac{\sigma^2_{(\beta,p)}}{\mu^2_{(\beta,p)}}\right)^{-\frac{1}{2}}\exp\left(\Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{\log\left(1+\frac{\sigma^2_{(\beta,p)}}{\mu^2_{(\beta,p)}}\right)}\right)$$

เมื่อ $\Phi^{-1}(\bullet)$ เป็นอินเวอร์สของฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

2.3 วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

2.3.1 แปลงตัวอย่างสุ่ม $\underset{\sim}{X}_i$'s ให้อยู่ในรูปแบบปกติมาตรฐานจะได้ว่า

$$\underset{\sim}{Z}_i = S^{-\frac{1}{2}}\left(\underset{\sim}{X}_i-\overline{\underset{\sim}{X}}\right), i=1,2,...,n$$

2.3.2 ตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวขององค์ประกอบของ $\underset{\sim}{Z}_j$, $j=1,2,\ldots,p$ นั่นคือ $\underset{\sim}{Z}_{ji}$, $=1,2,\ldots,p$; $i=1,2,\ldots,n$ โดยใช้การตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวด้วยวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ W-test

$$W_h=\frac{\left[\sum_{i=1}^{n}a_{n-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{h(n-i+1)}-\underset{\sim}{Y}_{hi}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\underset{\sim}{Y}_{hi}-\overline{\underset{\sim}{Y}}_h\right)^2}$$

โดยที่ a_{n-i+1} เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของสถิติทดสอบ W_h

จากนั้นหาค่า p – value ของสถิติทดสอบ W_h ได้จากการแปลงข้อมูลโดยใช้วิธีของ Royston (1982) ซึ่งประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_U และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_U

$$U = (1-W_h)^{\lambda} \qquad \text{และ} \qquad Z = \frac{(U-\mu_U)}{\sigma_U}$$

โดยที่ λ = 0.118898 + 0.133414X + 0.327907X^2 ; $7\le n\le 20$

= 0.480385+ 0.318828X -0.0241665X^3 ; $21\le n\le 2000$

+ 0.00879701X^4 + 0.002989646X^5

คำนวณค่า μ_U จาก

$$\ln \mu_U = 0.37542 - 0.492145X - 1.124332X^2 - 0.199422X^3 \quad ; \; 7 \le n \le 20$$

$$= -1.91487 - 1.37888X - 0.04183209X^2 \quad ; \; 21 \le n \le 2000$$

$$+0.1066339X^3 - 0.03513666X^4 - 0.01504614X^5$$

คำนวณค่า σ_U จาก

$$\ln \sigma_U = -3.15805 + 0.729399X + 3.01855X^2 + 1.558776X^3 \quad ; \; 7 \le n \le 20$$

$$= -3.73538 - 1.015807X - 0.331885X^2 \quad ; \; 21 \le n \le 2000$$

$$+0.1773538X^3 - 0.01638782X^4$$

$$-0.03215018X^5 + 0.003852646X^6$$

โดยที่ $X = \ln(n) - 3 \quad ; \; n \le 20$

$X = \ln(n) - 5 \quad ; \; 21 \le n \le 2000$

และคำนวณค่า $\Re_h$ ได้จาก $\Re_h = 1 - \Phi(Z_h)$

2.3.3 ตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุของ $\underset{\sim}{Z}_1, \underset{\sim}{Z}_2, \ldots, \underset{\sim}{Z}_n$ โดยใช้วิธีการทดสอบความเบ้ของมาร์เดีย $\left(\sqrt{\beta_1}\right)$ และวิธีการทดสอบความโด่งของมาร์เดีย (β_2)

คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่ง ได้ดังนี้

$$b_{1,p} = n^{-2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left[\left(\underset{\sim}{X}_i - \overline{\underset{\sim}{X}} \right)' S^{-1} \left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}} \right) \right]^3$$

$$b_{2,p} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\underset{\sim}{X}_i - \overline{\underset{\sim}{X}} \right)' S^{-1} \left(\underset{\sim}{X}_i - \overline{\underset{\sim}{X}} \right) \right]^2$$

จากนั้นคำนวณค่าสถิติทดสอบความเบ้ $A = nb_{1,p}/6$ เทียบกับค่าวิกฤติซึ่งเป็นการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ $p(p+1)(p+2)/6$

และคำนวณค่าสถิติทดสอบความโด่ง $B = \left[b_{2,p} - p(p+2)\right] \Big/ \sqrt{8p(p+2)/n}$ เทียบกับค่าวิกฤติซึ่งเป็นการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

2.3.4 ทดสอบสหสัมพันธ์ทีละคู่ (Pairwise correlation) ระหว่าง $\left(\underset{\sim}{Z}_j, \underset{\sim}{Z}_{j'}\right)$, $j, j' = 1, 2, \ldots, p$; $j \ne j'$ ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน

3. คำนวณหาค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีจากสูตร

$$\hat{p} = \frac{R}{5,000}$$

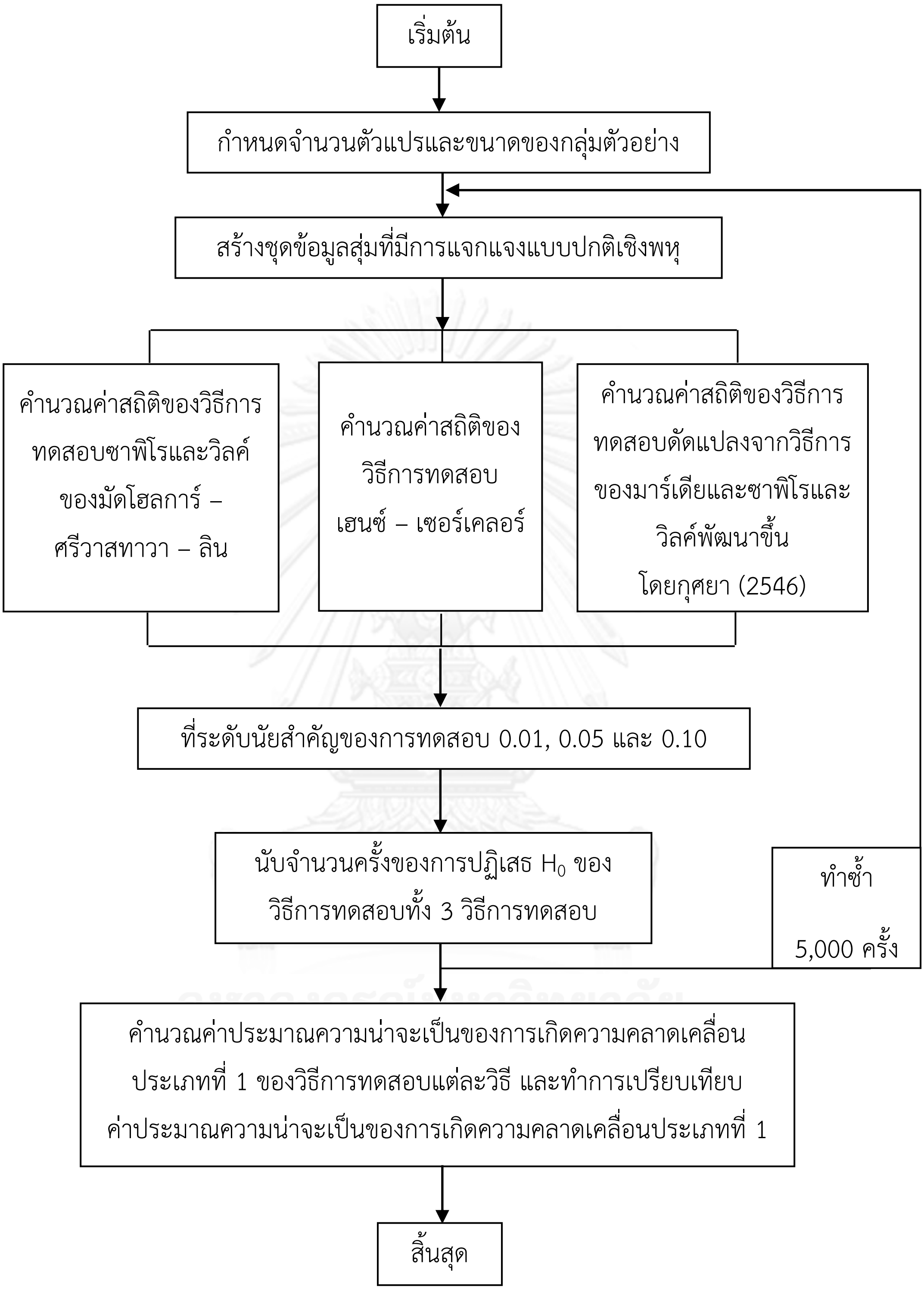
เมื่อ $\hat{p}$ เป็นค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1
R เป็นจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง

4. เปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีกับระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กรณี คือ

กรณี 1 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบต้องอยู่ในช่วง [0.007, 0.013] ที่ p=0.01

กรณี 2 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบต้องอยู่ในช่วง [0.044, 0.056] ที่ p=0.05

กรณี 3 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบต้องอยู่ในช่วง [0.092, 0.108] ที่ p=0.10



ภาพที่ 3.1 แสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบ โดยพิจารณาความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

3.2 การคำนวณค่ากำลังการทดสอบ

กำหนดสมมติฐานของการทดสอบ ภายใต้สมมติฐานว่าง (H_0) เป็นเท็จ ดังนี้

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

H_1 : ประชากรไม่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบ โดยพิจารณาจากกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์–ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) โดยทำการเปรียบเทียบเฉพาะกรณีสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เท่านั้น โดยการจำลองการแจกแจงชนิดต่างๆ ด้วยโปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 การแจกแจงที่นำมาศึกษากำลังการทดสอบมีดังนี้

1. การแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ (Multivariate Student - t Distribution) เป็นการแจกแจงสมมาตรที่มีพื้นผิวเป็นรูปทรงรีซึ่งฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปทั่วไปคือ

$$f\left(\underset{\sim}{x}\right)=\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+p}{2}\right)}{\left(\nu\pi\right)^{\frac{p}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\left|\Sigma\right|^{\frac{1}{2}}}\left(1+\frac{1}{\nu}\underset{\sim}{x}'\Sigma^{-1}\underset{\sim}{x}\right)^{-\frac{(\nu+p)}{2}} \quad ;-\infty<\underset{\sim}{x}<\infty,\ \underset{\sim}{x}=\left(\underset{\sim}{x}_1,\underset{\sim}{x}_2,\ldots,\underset{\sim}{x}_p\right)'$$

1.1 สร้างเมตริกซ์ $\underset{\sim}{Z}$ ที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุด้วยพารามิเตอร์ $\left(\underset{\sim}{0},\Sigma\right)$

1.2 หาเมตริกซ์ $\underset{\sim}{X} = \underset{\sim}{\mu}+\sqrt{W}A\underset{\sim}{Z}$ จากงานวิจัยของ Marius Hofert (Hofert 2013) ค่าเฉลี่ยของ $\underset{\sim}{X}$ หาได้จาก

$$E\left(\underset{\sim}{x}\right)=E\left(\sqrt{W}\right)\underset{\sim}{\mu}$$

โดยที่ $\sqrt{W}$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงของ $f_{\sqrt{W}}\left(x\right)=2\nu f_{\chi^2_\nu}\left(\nu/x^2\right)\big/x^3$ และ $\chi^2_\nu\sim\Gamma\left(\nu/2,1/2\right)$ มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f_{\Gamma(\nu/2,1/2)}\left(x\right)=1/2^{\nu/2}\,x^{\nu/2-1}\exp\left(-x/2\right)\big/\Gamma\left(\nu/2\right)$$

เพราะฉะนั้น $$E\left(\sqrt{W}\right)=\sqrt{\frac{\nu}{2}}\frac{\Gamma\left(\left(\nu-1\right)/2\right)}{\Gamma\left(\nu/2\right)}$$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ $\underset{\sim}{X}$ คือ

$$Cov(\underset{\sim}{X}) = Cov(\sqrt{W}A\underset{\sim}{Z}) = E\left[(\sqrt{W}A\underset{\sim}{Z})(\sqrt{W}A\underset{\sim}{Z})^{T}\right] = E(W)Cov(A\underset{\sim}{Z}) = E(W)\Sigma = \frac{\nu}{\nu-2}\Sigma$$

โดยที่ $E(W) = \dfrac{\nu}{\nu-2}$, $W = \nu/S$ และ $\nu > 2$

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ใช้ $\nu = 3,5$, $\underset{\sim}{\mu} = \underset{\sim}{0}$ และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในเมตริกซ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 และ 0.7 และค่าความแปรปรวนเท่ากันและไม่เท่ากัน

2. การแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ (Multivariate Cauchy Distribution) ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม $\underset{\sim}{X}$ คือ

$$f(\underset{\sim}{X}) = \pi^{-\frac{1}{2}(p+1)}\Gamma\left(\frac{1}{2}(p+1)\right)\left(1+\sum_{i=1}^{p}\underset{\sim}{X}_i^2\right)^{-\frac{1}{2}(p+1)} \qquad ; -\infty < \underset{\sim}{X}_i < \infty, i = 1,2,\ldots,p$$

2.1 สร้างเมตริกซ์ $\underset{\sim}{Z}$ ที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุด้วยพารามิเตอร์ $(\underset{\sim}{0},\Sigma)$

2.2 หาเมตริกซ์ $\underset{\sim}{X} = \underset{\sim}{\mu} + \sqrt{W}A\underset{\sim}{Z}$ จากงานวิจัยของ Debasis Kundu & N. Balakrishnan & Ahad Jamalizadeh (Kundu, Balakrishnan et al. 2013) ค่าเฉลี่ยของ $\underset{\sim}{X}$ หาได้จาก

$$E(\underset{\sim}{X}) = E(\sqrt{W})\underset{\sim}{\mu}$$

โดยที่ $\sqrt{W}$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงของ $f_{\sqrt{W}}(x) = 2\nu f_{\chi_\nu^2}\left(\nu/x^2\right)/x^3$ และ $\chi_\nu^2 \sim \Gamma(\nu/2, 1/2)$ มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f_{\Gamma(\nu/2,1/2)}(x) = 1/2^{\nu/2}\, x^{\nu/2-1}\exp(-x/2)/\Gamma(\nu/2)$$

เพราะฉะนั้น $E(\sqrt{W}) = \sqrt{\dfrac{\nu}{2}}\dfrac{\Gamma((\nu-1)/2)}{\Gamma(\nu/2)}$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ $\underset{\sim}{X}$ คือ

$$Cov(\underset{\sim}{X}) = Cov(\sqrt{W}A\underset{\sim}{Z}) = E\left[(\sqrt{W}A\underset{\sim}{Z})(\sqrt{W}A\underset{\sim}{Z})^{T}\right] = E(W)Cov(A\underset{\sim}{Z}) = E(W)\Sigma = \frac{\nu+p}{2}\Sigma$$

โดยที่ $E(W) = \dfrac{\nu+p}{2}$, $W = \nu/S$

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ใช้ $\nu = 1$, $\underset{\sim}{\mu} = \underset{\sim}{0}$ และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในเมตริกซ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 และ 0.7 และค่าความแปรปรวนเท่ากันและไม่เท่ากัน

วิธีดำเนินการ

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบ โดยการพิจารณากำลังการทดสอบมีวิธีการดำเนินการดังนี้

1. สร้างข้อมูลการแจกแจงทั้งหมด แบบตามลักษณะข้อมูล คือ จำนวนตัวแปรเท่ากับ 3 และ 5 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25, 50, 100 และ 150 จะได้ข้อมูลการแจกแจงจำนวน 128 ลักษณะ โดยจำลองสถานการณ์ละ 5,000 รอบ

2. จากนั้นนำข้อมูลที่ได้มาทำการทดสอบโดยวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์–ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.01, 0.05 และ 0.10

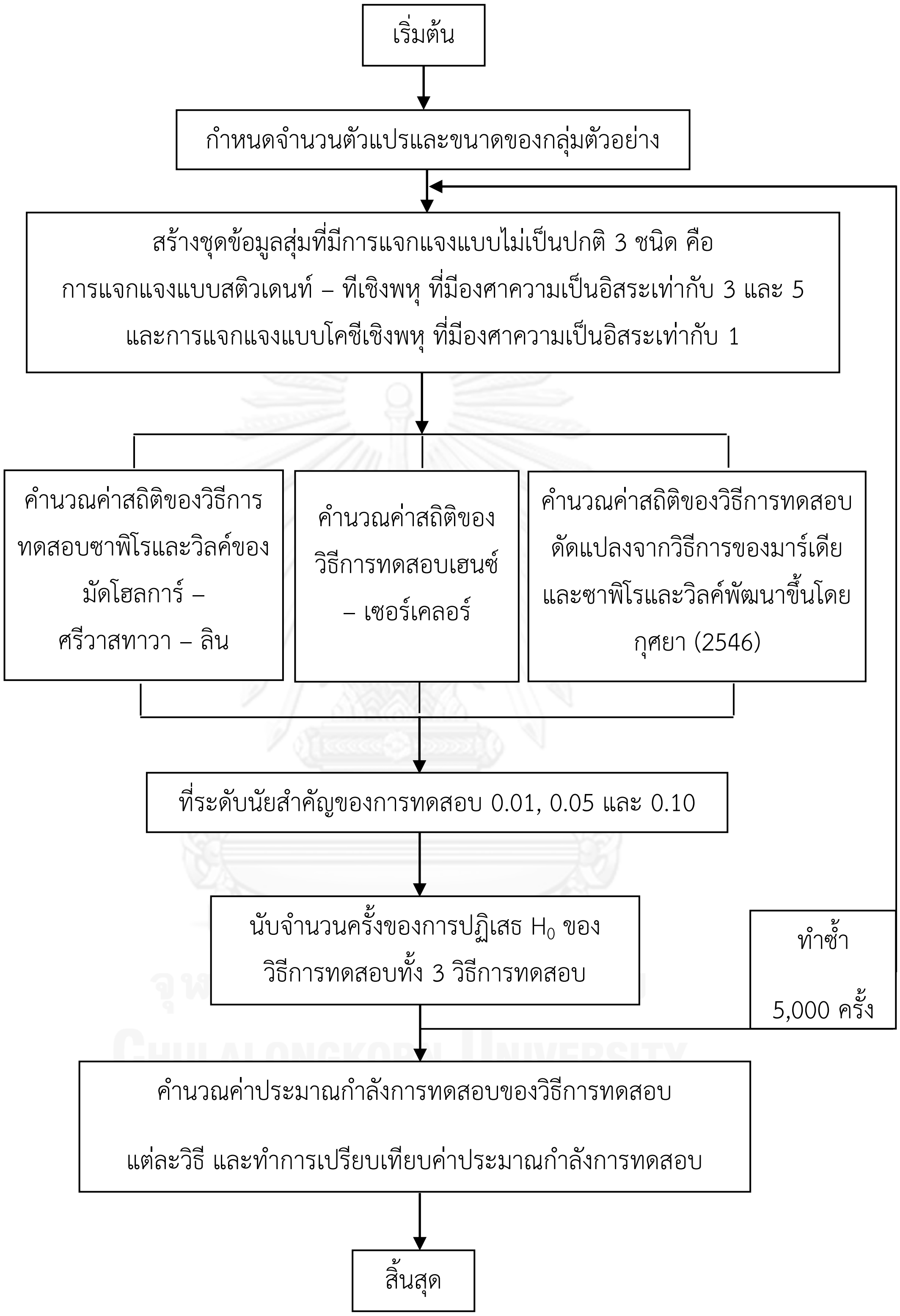
3. คำนวณหาค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบในแต่ละวิธีจาก

$$\hat{q} = \frac{R}{5,000}$$

เมื่อ $\hat{q}$ เป็นค่าประมาณกำลังการทดสอบ

R เป็นจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง

4. ทำการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีกับระดับนัยสำคัญของการทดสอบ เพื่อสรุปผลว่า วิธีการทดสอบที่ให้ค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงสุดจะเป็นวิธีการทดสอบที่มีประสิทธิภาพในการทดสอบมากที่สุด



ภาพที่ 3.2 แสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ
ของวิธีการทดสอบ โดยพิจารณากำลังการทดสอบ

3.3 ตัวอย่างการคำนวณวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

พิจารณาข้อมูลขนาดตัวอย่าง 25 โดยกำหนดเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ดังตารางที่ 3.1 เพื่อตรวจสอบว่าข้อมูลดังกล่าวมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปรหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10

ตารางที่ 3.1 แสดงข้อมูลขนาดตัวอย่าง 25 โดยกำหนดเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และและเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3

ตัวอย่างที่	$\underset{\sim}{x}_1$	$\underset{\sim}{x}_2$	$\underset{\sim}{x}_3$	**ตัวอย่างที่**	$\underset{\sim}{x}_1$	$\underset{\sim}{x}_2$	$\underset{\sim}{x}_3$
1	-0.512	0.471	-0.855	14	1.124	2.359	2.070
2	0.439	-0.474	1.318	15	-0.856	-2.497	-3.445
3	0.326	1.000	0.048	16	1.044	3.442	4.455
4	0.552	-1.131	0.142	17	0.770	-1.038	0.631
5	1.251	1.549	4.169	18	-0.286	-1.166	-2.542
6	-1.961	-1.325	-4.687	19	-0.461	0.194	-2.159
7	1.416	1.685	0.834	20	-0.393	-1.342	-2.980
8	-1.877	-1.551	-1.928	21	-0.703	-3.148	-2.899
9	0.388	0.545	0.179	22	-0.170	0.519	1.410
10	0.093	-0.124	-0.164	23	-0.052	0.260	-2.088
11	-2.074	-2.465	-2.146	24	0.543	0.962	0.781
12	0.367	-0.461	1.848	25	-0.668	-0.235	-0.666
13	-1.366	-2.295	-3.241				

สมมติฐานในการทดสอบ

H_0 : ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร

H_1 : ข้อมูลไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร

จากนั้นคำนวณค่าสถิติทดสอบของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธี ดังนี้

1. วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน W_F

มีขั้นตอนการคำนวณค่าสถิติทดสอบดังนี้

1.1 เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากของข้อมูลจากตัวแปรที่ 1 $\underset{\sim}{Y}_1$

1.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบ W_1 ของ $\underset{\sim}{Y}_1$ ดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 แสดงการคำนวณค่าสถิติทดสอบ W_1 ของ $\underset{\sim}{Y}_1$

ตัวอย่างที่	$\underset{\sim}{Y}_{1i}$	a_{25-i+1}	$a_{25-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{1(25-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{1i}\right)$	$\underset{\sim}{Y}_{1i}^2$
1	-2.074	0.445	1.553	4.300
2	-1.961	0.307	0.986	3.845
3	-1.877	0.254	0.763	3.522
4	-1.366	0.215	0.518	1.867
5	-0.856	0.182	0.296	0.732
6	-0.703	0.154	0.193	0.495
7	-0.668	0.128	0.155	0.446
8	-0.512	0.105	0.099	0.262
9	-0.461	0.082	0.070	0.212
10	-0.393	0.061	0.046	0.155
11	-0.286	0.040	0.025	0.082
12	-0.170	0.020	0.005	0.029
13	-0.052	0.000	0.000	0.003
14	0.093	0.000	0.000	0.009
15	0.326	0.000	0.000	0.106
16	0.367	0.000	0.000	0.135
17	0.388	0.000	0.000	0.150
18	0.439	0.000	0.000	0.193
19	0.543	0.000	0.000	0.295
20	0.552	0.000	0.000	0.305
21	0.770	0.000	0.000	0.592
22	1.044	0.000	0.000	1.090
23	1.124	0.000	0.000	1.263
24	1.251	0.000	0.000	1.565
25	1.416	0.000	0.000	2.006

1.3 คำนวณค่า $W_1 \;=\; \dfrac{\left[\sum_{i=1}^{25} a_{25-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{1(25-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{1i}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{25}\left(\underset{\sim}{Y}_{1i} - \overline{\underset{\sim}{Y}}_{1}\right)^2}$

$$= \frac{\left(4.710\right)^2}{23.658} = 0.938$$

1.4 คำนวณหาค่า $\Re_1$ คือ หาค่า p – value ของสถิติ W_1

โดยที่ $X = \ln\left(n\right)-5 = \ln\left(25\right)-5 = -1.7811$

คำนวณค่า จาก

$$\begin{aligned}\ln \mu_U &= -1.91487-1.37888X -0.04183209X^2+0.1066339X^3 \\ &\quad -0.03513666X^4 -0.01504614X^5 \\ &= -1.91487-1.37888\left(-1.7811\right)-0.04183209\left(-1.7811\right)^2 \\ &\quad +0.1066339\left(-1.7811\right)^3 -0.03513666\left(-1.7811\right)^4 \\ &\quad -0.01504614\left(-1.7811\right)^5 \\ \mu_U &= 0.757\end{aligned}$$

คำนวณค่า σ_U จาก

$$\begin{aligned}\ln \sigma_U &= -3.73538-1.015807X -0.331885X^2+0.1773538X^3 \\ &\quad -0.01638782X^4-0.03215018X^5 +0.003852646X^6 \\ &= -3.73538-1.015807(-1.7811) -0.331885(-1.7811)^2 \\ &\quad +0.1773538(-1.7811)^3-0.01638782(-1.7811)^4 \\ &\quad -0.03215018(-1.7811)^5 +0.003852646(-1.7811)^6 \\ \sigma_U &= 0.032\end{aligned}$$

คำนวณค่า $U = \left(1-W_1\right)^{\lambda} = \left(1-0.938\right)^{0.0840} = 0.792$

คำนวณค่า $Z_1 = \dfrac{\left(U-\mu_U\right)}{\sigma_U} = \dfrac{\left(0.792-0.757\right)}{0.032} = 1.096$

ดังนั้น $\Re_1 = 1-\Phi\left(Z_1\right) = 1-0.864 = 0.136$

1.5 คำนวณค่า $\underset{\sim}{Y}_2 = \underset{\sim}{X}_2 - b_{21}\underset{\sim}{X}_1$

โดยที่ $$b_{21} = \frac{\sum_{i=1}^{25}(\underset{\sim}{X}_{1i} - \overline{\underset{\sim}{X}}_1)(\underset{\sim}{X}_{2i} - \overline{\underset{\sim}{X}}_2)}{\sum_{i=1}^{25}(\underset{\sim}{X}_{1i} - \overline{\underset{\sim}{X}}_1)^2} = \frac{28.509}{23.658} = 1.205$$

1.6 เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากของข้อมูลจากตัวแปรที่ 2 $\left(\underset{\sim}{Y}_2\right)$

1.7 คำนวณค่าสถิติทดสอบ W_2 ของ $\underset{\sim}{Y}_2$ ดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 แสดงการคำนวณค่าสถิติทดสอบ W_2 ของ $\underset{\sim}{Y}_2$

ตัวอย่างที่	$\underset{\sim}{Y}_{2i}$	a_{25-i+1}	$a_{25-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{2(25-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{2i}\right)$	$\underset{\sim}{Y}_{2i}^2$
1	-3.148	0.445	2.933	9.908
2	-2.497	0.307	1.490	6.236
3	-2.465	0.254	1.055	6.079
4	-2.295	0.215	0.826	5.266
5	-1.551	0.182	0.465	2.405
6	-1.342	0.154	0.355	1.802
7	-1.325	0.128	0.240	1.756
8	-1.166	0.105	0.176	1.360
9	-1.131	0.082	0.132	1.279
10	-1.038	0.061	0.079	1.078
11	-0.474	0.040	0.027	0.225
12	-0.461	0.020	0.007	0.212
13	-0.235	0.000	0.000	0.055
14	-0.124	0.000	0.000	0.015
15	0.194	0.000	0.000	0.038
16	0.260	0.000	0.000	0.068
17	0.471	0.000	0.000	0.222
18	0.519	0.000	0.000	0.269
19	0.545	0.000	0.000	0.297
20	0.962	0.000	0.000	0.925
21	1.000	0.000	0.000	1.000
22	1.549	0.000	0.000	2.400
23	1.685	0.000	0.000	2.838
24	2.359	0.000	0.000	5.563
25	3.442	0.000	0.000	11.850

1.8 คำนวณค่า W_2

$$= \frac{\left[\sum_{i=1}^{25} a_{25-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{2(25-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{2i}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{25}\left(\underset{\sim}{Y}_{2i} - \overline{\underset{\sim}{Y}}_{2}\right)^2}$$

$$= \frac{(7.784)^2}{63.145} = 0.960$$

1.9 คำนวณหาค่า $\Re_2$ คือ หาค่า p – value ของสถิติ W_2

โดยที่ $U = (1-W_2)^{\lambda} = (1-0.960)^{0.0840} = 0.764$

คำนวณค่า $Z_2 = \dfrac{(U-\mu_U)}{\sigma_U} = \dfrac{(0.764-0.757)}{0.032} = 0.211$

ดังนั้น $\Re_2 = 1-\Phi(Z_2) = 1-0.583 = 0.417$

1.10 จากนั้นคำนวณค่าสถิติทดสอบ W_F

$$W_F = -2\sum_{h=1}^{q}\ln\Re_h = -2\{\ln(0.136)+\ln(0.211)\}$$

$$= 7.102$$

เกณฑ์การตัดสินใจ

ทำการเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ W_F ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติที่มีการแจกแจงแบบไค – สแควร์ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2p

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เนื่องจากค่า $W_F = 7.102$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติ นั่นคือ 16.812 ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เนื่องจากค่า $W_F = 7.102$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติ นั่นคือ 12.592 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เนื่องจากค่า $W_F = 7.102$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติ นั่นคือ 10.645 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

2. วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ มีขั้นตอนการคำนวณค่าสถิติทดสอบดังนี้

2.1 คำนวณค่า $\|Y_j\|^2 = \left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}}\right)$ ของค่าสังเกตที่ 1

ตารางที่ 3.4 แสดงการคำนวณ $\|Y_j\|^2 = \left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}}\right)$

ตัวอย่างที่	$\underset{\sim}{X}_1 - \overline{\underset{\sim}{X}}$	$\underset{\sim}{X}_2 - \overline{\underset{\sim}{X}}$	$\underset{\sim}{X}_3 - \overline{\underset{\sim}{X}}$	$\left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_j - \overline{\underset{\sim}{X}}\right)$	$\exp\left(-\frac{0.5^2}{2\left(1+0.5^2\right)}\|Y_j\|^2\right)$
1	-0.512	0.471	-0.855	0.649	0.937
2	0.439	-0.474	1.318	1.610	0.851
3	0.326	1.000	0.048	1.826	0.833
4	0.552	-1.131	0.142	-1.698	1.185
5	1.251	1.549	4.169	51.448	0.006
6	-1.961	-1.325	-4.687	71.430	0.001
7	1.416	1.685	0.834	18.669	0.155
8	-1.877	-1.551	-1.928	34.659	0.031
9	0.388	0.545	0.179	1.464	0.864
10	0.093	-0.124	-0.164	-0.018	1.002
11	-2.074	-2.465	-2.146	52.349	0.005
12	0.367	-0.461	1.848	3.052	0.737
13	-1.366	-2.295	-3.241	50.729	0.006
14	1.124	2.359	2.070	32.344	0.039
15	-0.856	-2.497	-3.445	44.852	0.011
16	1.044	3.442	4.455	76.214	0.000
17	0.770	-1.038	0.631	-1.461	1.157
18	-0.286	-1.166	-2.542	14.648	0.231
19	-0.461	0.194	-2.159	6.135	0.541
20	-0.393	-1.342	-2.980	20.814	0.125
21	-0.703	-3.148	-2.899	41.333	0.016
22	-0.170	0.519	1.410	2.034	0.816
23	-0.052	0.260	-2.088	3.112	0.733
24	0.543	0.962	0.781	5.695	0.566
25	-0.668	-0.235	-0.666	3.043	0.738

2.2 คำนวณค่า $\left\|\underset{\sim}{Y}_j - \underset{\sim}{Y}_k\right\|^2 = \left(\underset{\sim}{X}_j - \underset{\sim}{X}_k\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_j - \underset{\sim}{X}_k\right)$

2.3 จากนั้นคำนวณค่าสถิติทดสอบ HZ

โดยที่ $\exp\left(-\frac{0.5^2}{2\left(1+0.5^2\right)}\left\|Y_j\right\|^2\right) = 11.587$, $\exp\left(-\frac{0.5^2}{2}\left\|\underset{\sim}{Y}_j - \underset{\sim}{Y}_k\right\|^2\right) = 15253.25$

$$\begin{aligned} HZ &= \frac{1}{n^2}\sum_{j,k=1}^{n}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\left\|\underset{\sim}{Y}_j - \underset{\sim}{Y}_k\right\|^2\right) \\ &\quad -2\left(1+\beta^2\right)^{-\frac{p}{2}}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\left(1+\beta^2\right)}\left\|\underset{\sim}{Y}_j\right\|^2\right) + \left(1+2\beta^2\right)^{-\frac{p}{2}} \\ &= \frac{1}{25^2}\sum_{j=1}^{25}\exp\left(-\frac{0.5^2}{2}\left\|\underset{\sim}{Y}_j - \underset{\sim}{Y}_k\right\|^2\right) \\ &\quad -2\left(1+0.5^2\right)^{-\frac{2}{2}}\frac{1}{25}\sum_{j,k=1}^{25}\exp\left(-\frac{0.5^2}{2\left(1+0.5^2\right)}\left\|Y_j\right\|^2\right) + \left(1+2\left(0.5\right)^2\right)^{-\frac{2}{2}} \\ &= 0.099 \end{aligned}$$

เกณฑ์การตัดสินใจ

ทำการเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ HZ ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เนื่องจากค่า HZ=0.099 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 0.156 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เนื่องจากค่า HZ=0.099 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 0.121 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เนื่องจากค่า HZ=0.099 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 0.106 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3. วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

มีขั้นตอนการคำนวณค่าสถิติทดสอบดังนี้

3.1 แปลงตัวอย่างสุ่ม $\underset{\sim}{X}_i$'s ให้อยู่ในรูปแบบปกติมาตรฐาน $\underset{\sim}{Z}_i$

ตารางที่ 3.5 แสดงค่าตัวอย่างสุ่ม $\underset{\sim}{X}_i$'s ให้อยู่ในรูปแบบปกติมาตรฐาน $\underset{\sim}{Z}_i$

ตัวอย่างที่	$\underset{\sim}{Z}_1$	$\underset{\sim}{Z}_2$	**ตัวอย่างที่**	$\underset{\sim}{Z}_1$	$\underset{\sim}{Z}_2$
1	-0.840	1.350	14	-0.203	-0.251
2	-0.832	-0.213	15	-0.407	1.314
3	-1.154	0.186	16	0.367	1.504
4	-1.361	1.699	17	0.302	0.351
5	-2.066	0.300	18	1.094	1.565
6	-1.284	-0.215	19	1.458	0.707
7	0.471	-0.209	20	-0.278	-0.976
8	0.081	2.425	21	0.637	0.652
9	1.322	-0.566	22	0.585	-1.136
10	-0.870	-0.950	23	-0.282	0.151
11	1.576	1.656	24	-0.485	-0.793
12	1.752	1.002	25	0.552	-0.649
13	-0.134	-0.435			

3.2 ตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวขององค์ประกอบของ $\underset{\sim}{Z}_j$, $j = 1,2,\ldots,p$ นั่นคือ $\underset{\sim}{Z}_{ji}$, $= 1,2,\ldots,p$; $i = 1,2,\ldots,n$ โดยใช้การตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวด้วยวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ $\left(\text{W test}\right)$

3.2.1 เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากของข้อมูลจากตัวแปรที่ 1 $\left(\underset{\sim}{Y}_1\right)$

3.2.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบ W_1 ของ $\underset{\sim}{Y}_1$ ดังตารางที่ 3.6

ตารางที่ 3.6 แสดงการคำนวณค่าสถิติทดสอบ W_1 ของ $\underset{\sim}{Y}_1 = \underset{\sim}{Z}_1$

ตัวอย่างที่	$\underset{\sim}{Y}_{1i}$	a_{25-i+1}	$a_{25-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{1(25-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{1i}\right)$	$\left(\underset{\sim}{Y}_{1i} - \bar{\underset{\sim}{Y}}_1\right)^2$
1	-2.066	0.445	1.699	4.269
2	-1.361	0.307	0.901	1.853
3	-1.284	0.254	0.697	1.649
4	-1.154	0.215	0.532	1.333
5	-0.870	0.182	0.358	0.757
6	-0.840	0.154	0.227	0.705
7	-0.832	0.128	0.182	0.692
8	-0.485	0.105	0.108	0.235
9	-0.407	0.082	0.072	0.165
10	-0.282	0.061	0.040	0.079
11	-0.278	0.040	0.023	0.077
12	-0.203	0.020	0.006	0.041
13	-0.134	0.000	0.000	0.018
14	0.081	0.000	0.000	0.007
15	0.302	0.000	0.000	0.091
16	0.367	0.000	0.000	0.135
17	0.471	0.000	0.000	0.222
18	0.552	0.000	0.000	0.304
19	0.585	0.000	0.000	0.342
20	0.637	0.000	0.000	0.406
21	1.094	0.000	0.000	1.197
22	1.322	0.000	0.000	1.746
23	1.458	0.000	0.000	2.126
24	1.576	0.000	0.000	2.483
25	1.752	0.000	0.000	3.068

3.2.3 คำนวณค่า W_1

$$W_1 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{25} a_{25-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{1(25-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{1i}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{25}\left(\underset{\sim}{Y}_{1i} - \bar{\underset{\sim}{Y}}_1\right)^2}$$

$$= \frac{(4.846)^2}{24} = 0.978$$

3.2.4 คำนวณหาค่า $\Re_1$ คือ หาค่า p – value ของสถิติ W_1

โดยที่ $X = \ln(n)-5 = \ln(25) - 5 = -1.7811$

คำนวณค่า จาก

$$\ln \mu_U = -1.91487-1.37888X -0.04183209X^2+0.1066339X^3$$
$$-0.03513666X^4 -0.01504614X^5$$
$$= -1.91487-1.37888\left(-1.7811\right)-0.04183209\left(-1.7811\right)^2$$
$$+0.1066339\left(-1.7811\right)^3 -0.03513666\left(-1.7811\right)^4$$
$$-0.01504614\left(-1.7811\right)^5$$
$$\mu_U = 0.757$$

คำนวณค่า σ_U จาก

$$\ln \sigma_U = -3.73538-1.015807X -0.331885X^2+0.1773538X^3$$
$$-0.01638782X^4-0.03215018X^5 +0.003852646X^6$$
$$= -3.73538-1.015807(-1.7811) -0.331885(-1.7811)^2$$
$$+0.1773538(-1.7811)^3-0.01638782(-1.7811)^4$$
$$-0.03215018(-1.7811)^5 +0.003852646(-1.7811)^6$$
$$\sigma_U = 0.032$$

คำนวณค่า $U = \left(1-W_1\right)^{\lambda} = \left(1-0.978\right)^{0.084} = 0.725$

คำนวณค่า $Z_{a1} = \dfrac{\left(U-\mu_U\right)}{\sigma_U} = \dfrac{\left(0.725-0.757\right)}{0.032} = -1.000$

ดังนั้น $\Re_1 = 1-\Phi\left(Z_{a1}\right) = 1-0.341 = 0.659$

3.2.5 คำนวณค่า $\underset{\sim}{Y}_2 = \underset{\sim}{Z}_2 - b_{21}\underset{\sim}{Z}_1$

โดยที่ $b_{21} = \dfrac{\sum_{i=1}^{25}\left(\underset{\sim}{Z}_{1i}-\overline{\underset{\sim}{Z}}_1\right)\left(\underset{\sim}{Z}_{2i}-\overline{\underset{\sim}{Z}}_2\right)}{\sum_{i=1}^{25}\left(\underset{\sim}{Z}_{1i}-\underset{\sim}{Z}_1\right)^2} = \dfrac{3.694}{24} = 0.154$

3.2.6 เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมากของข้อมูลจากตัวแปรที่ 2 $\left(\underset{\sim}{Y}_2\right)$

3.2.7 คำนวณค่าสถิติทดสอบ W_2 ของ $\underset{\sim}{Y}_2$ ดังตารางที่ 3.7

ตารางที่ 3.7 แสดงการคำนวณค่าสถิติทดสอบ W_2 ของ $\underset{\sim}{Y}_2$

ตัวอย่างที่	$\underset{\sim}{Y}_{2i}$	a_{25-i+1}	$a_{25-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{2(25-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{2i}\right)$	$\left(\underset{\sim}{Y}_{2i} - \overline{\underset{\sim}{Y}}_2\right)^2$
1	-1.226	0.445	1.619	2.449
2	-0.933	0.307	0.872	1.618
3	-0.816	0.254	0.584	1.333
4	-0.770	0.215	0.476	1.228
5	-0.734	0.182	0.391	1.150
6	-0.719	0.154	0.326	1.118
7	-0.415	0.128	0.230	0.567
8	-0.281	0.105	0.106	0.384
9	-0.220	0.082	0.069	0.312
10	-0.085	0.061	0.039	0.179
11	-0.017	0.040	0.020	0.127
12	0.194	0.020	0.003	0.021
13	0.304	0.000	0.000	0.001
14	0.364	0.000	0.000	0.001
15	0.482	0.000	0.000	0.021
16	0.553	0.000	0.000	0.046
17	0.618	0.000	0.000	0.078
18	0.732	0.000	0.000	0.155
19	1.376	0.000	0.000	1.077
20	1.396	0.000	0.000	1.119
21	1.414	0.000	0.000	1.155
22	1.447	0.000	0.000	1.229
23	1.479	0.000	0.000	1.301
24	1.908	0.000	0.000	2.464
25	2.412	0.000	0.000	4.300

3.2.8 คำนวณค่า $W_2 = \dfrac{\left[\sum_{i=1}^{25} a_{25-i+1}\left(\underset{\sim}{Y}_{2(25-i+1)} - \underset{\sim}{Y}_{2i}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{25}\left(\underset{\sim}{Y}_{2i} - \overline{\underset{\sim}{Y}}_2\right)^2}$

$$= \frac{(4.735)^2}{23.431} = 0.957$$

3.2.9 คำนวณหาค่า $\Re_2$ คือ หาค่า p – value ของสถิติ W_2

โดยที่ $U = \left(1 - W_2\right)^{\lambda} = \left(1 - 0.957\right)^{0.084} = 0.768$

$$\text{คำนวณค่า} \quad Z_2 = \frac{\left(U-\mu_U\right)}{\sigma_U} = \frac{\left(0.768-0.757\right)}{0.032} = 0.344$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \Re_2 = 1-\Phi\left(Z_2\right) = 1-0.133 = 0.867$$

ผลการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงเดี่ยวด้วยวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ สรุปดังนี้

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เนื่องจากค่า $\Re_1 = 0.659$ และ $\Re_2 = 0.867$ ซึ่งมีค่ามากกว่า 0.01 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เนื่องจากค่า $\Re_1 = 0.659$ และ $\Re_2 = 0.867$ ซึ่งมีค่ามากกว่า 0.05 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เนื่องจากค่า $\Re_1 = 0.659$ และ $\Re_2 = 0.867$ ซึ่งมีค่ามากกว่า 0.10 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3.3 ตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุของ $\underset{\sim}{Z}_1, \underset{\sim}{Z}_2, \ldots, \underset{\sim}{Z}_n$ โดยใช้วิธีการทดสอบความเบ้ของมาร์เดีย V และวิธีการทดสอบความโด่งของมาร์เดีย $\left(\beta_2\right)$

3.3.1 คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของมาร์เดีย $\left(\sqrt{\beta_1}\right)$

$$\begin{aligned} b_{1,2} &= n^{-2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(\underset{\sim}{Z}_i-\overline{\underset{\sim}{Z}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{Z}_j-\overline{\underset{\sim}{Z}}\right)\right]^3 \\ &= \frac{1}{25^2}\sum_{i=1}^{25}\sum_{j=1}^{25}\left[\left(\underset{\sim}{Z}_i-\overline{\underset{\sim}{Z}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{Z}_j-\overline{\underset{\sim}{Z}}\right)\right]^3 \\ &= \frac{1}{25^2}\left(\left(1.5558\right)^3+\ldots+\left(-0.4465\right)^3\right) \\ &= 1.4812 \end{aligned}$$

ค่าสถิติทดสอบความเบ้ $A = nb_{1,p}/6$

$= 25*(1.4812)/6$

$= 6.1717$

3.3.2 คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความโด่งของมาร์เดีย (β_2)

$$b_{2,2} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\underset{\sim}{X}_i - \overline{\underset{\sim}{X}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{X}_i - \overline{\underset{\sim}{X}}\right)\right]^2$$

$$= \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}\sum_{j=1}^{25}\left[\left(\underset{\sim}{Z}_i - \overline{\underset{\sim}{Z}}\right)' S^{-1}\left(\underset{\sim}{Z}_i - \overline{\underset{\sim}{Z}}\right)\right]^2$$

$$= \frac{1}{25}\left((1.5558)^2 + \ldots + (-0.4465)^2\right)$$

$$= 8.1452$$

ค่าสถิติทดสอบความโด่ง $B = \left[b_{2,p}\text{-}p(p+2)\right]/\sqrt{8p(p+2)/n}$

$= \left[8.1452 - 2(2+2)\right]/\sqrt{8*2(2+2)/25}$

$= 0.0908$

ผลการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุด้วยวิธีการทดสอบความเบ้ของมาร์เดีย $\left(\sqrt{\beta_1}\right)$ และความโด่งของมาร์เดีย (β_2) โดยทำการเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ A เทียบกับค่าวิกฤติซึ่งเป็นการแจกแจงแบบไค-สแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระ $p(p+1)(p+2)/6 = 10$ และค่าสถิติทดสอบ B เทียบกับค่าวิกฤติซึ่งเป็นการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน สรุปได้ดังนี้

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบความเบ้ $A = 6.1717$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 23.209 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบความโด่ง $B = 0.0908$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 2.576 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบความเบ้ $A = 6.1717$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 18.307 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบความโด่ง $B = 0.0908$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 1.645 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบความเบ้ $A = 6.1717$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 15.987 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบความโด่ง $B = 0.0908$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 1.281 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3.4 ทดสอบสหสัมพันธ์ทีละคู่ (Pairwise correlation) ระหว่าง $\left(\underset{\sim}{Z}_j, \underset{\sim}{Z}_{j'}\right), j, j' = 1, 2, \ldots, p \,;\, j \neq j'$ ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน

สมมติฐานในการทดสอบ

H_0 : $\rho = 0$ (ตัวแปร X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H_1 : $\rho \neq 0$ (ตัวแปร X และ Y มีความสัมพันธ์กัน)

การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน

การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวแปรที่ใช้กันมากและรู้จักกันดีที่สุด อีกทั้งยังเป็นรากฐานของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอื่นๆ ก็คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

สูตรที่ใช้ในการคำนวณ

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{x}_i \underset{\sim}{y}_i - n\bar{\underset{\sim}{x}}\bar{\underset{\sim}{y}}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{x}_i^2 - n\bar{\underset{\sim}{x}}^2)(\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{y}_i^2 - n\bar{\underset{\sim}{y}}^2)}}$$

ตารางที่ 3.8 แสดงค่าการคำนวณของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

ตัวอย่างที่	$\underset{\sim}{Z}_1$	$\underset{\sim}{Z}_2$	$\underset{\sim}{Z}_1^2$	$\underset{\sim}{Z}_2^2$	$\underset{\sim}{Z}_1\underset{\sim}{Z}_2$
1	-0.840	1.350	0.705	1.822	-1.133
2	-0.832	-0.213	0.692	0.045	0.177
3	-1.154	0.186	1.333	0.035	-0.215
4	-1.361	1.699	1.853	2.886	-2.312
5	-2.066	0.300	4.269	0.090	-0.620
6	-1.284	-0.215	1.649	0.046	0.276
7	0.471	-0.209	0.222	0.044	-0.098
8	0.081	2.425	0.007	5.880	0.197
9	1.322	-0.566	1.746	0.320	-0.748
10	-0.870	-0.950	0.757	0.902	0.826
11	1.576	1.656	2.483	2.743	2.609
12	1.752	1.002	3.068	1.003	1.755
13	-0.134	-0.435	0.018	0.189	0.058
14	-0.203	-0.251	0.041	0.063	0.051
15	-0.407	1.314	0.165	1.726	-0.534
16	0.367	1.504	0.135	2.260	0.552
17	0.302	0.351	0.091	0.123	0.106
18	1.094	1.565	1.197	2.449	1.712
19	1.458	0.707	2.126	0.499	1.030
20	-0.278	-0.976	0.077	0.953	0.271
21	0.637	0.652	0.406	0.425	0.415
22	0.585	-1.136	0.342	1.291	-0.664
23	-0.282	0.151	0.079	0.023	-0.043
24	-0.485	-0.793	0.235	0.629	0.385
25	0.552	-0.649	0.304	0.421	-0.358

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{Z}_{1i}\underset{\sim}{Z}_{2i} - n\overline{\underset{\sim}{Z}_1}\,\overline{\underset{\sim}{Z}_2}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{Z}_{1i}^2 - n\overline{\underset{\sim}{Z}_1}^2)(\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{Z}_{2i}^2 - n\overline{\underset{\sim}{Z}_2}^2)}}$$

$$= \frac{3.6942 - 25(0)(0.3386)}{\sqrt{\left(24 - 25(0)^2\right)\left(26.8670 - 25(0.1147)^2\right)}}$$

$$= 0.154$$

สถิติทดสอบ $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.154\sqrt{25-2}}{\sqrt{1-(0.154)^2}} = 0.747$

ผลการทดสอบสหสัมพันธ์ทีละคู่ (Pairwise correlation) ระหว่าง $\left(\underset{\sim}{Z}_j, \underset{\sim}{Z}_{j'}\right), j, j' = 1,2,\ldots,p\ ;\ j \neq j'$ โดยวิธีการทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน ทำการเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ $t_{df=n-2}$ ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ สรุปได้ดังนี้

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เนื่องจากค่า $t = 0.747$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 2.807 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เนื่องจากค่า $t = 0.747$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 2.069 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เนื่องจากค่า $t = 0.747$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติของวิธีการทดสอบ นั่นคือ 1.714 ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เกณฑ์การตัดสินใจ

ดังนั้นจากการทดสอบของวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา สามารถสรุปว่า ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 ตัวแปร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ส่วน โดยส่วนที่ (1) เป็นการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) กับระดับนัยสำคัญของการทดสอบ

ส่วนที่ (2) เป็นการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของ มัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ในกรณีที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้

4.1 ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบ

ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบกับเกณฑ์ คือ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ซึ่งกำหนดไว้ 3 ระดับ คือ 0.01, 0.05 และ 0.10 โดยวิธีการทดสอบที่นำมาทดสอบนั้นคือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ซึ่งผลการเปรียบเทียบดังนี้

1.1 ผลการทดสอบที่ $p=0.01$

วิธีการทดสอบสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.01 ได้ ถ้าค่าประมราณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.007, 0.013] ได้ผลดังตารางที่ 4.1 และ 4.2

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ กรณี 3 ตัวแปรที่ p=0.01

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
		W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.010	0.012	0.011
	50	0.009	0.010	0.009
	100	0.008	0.007	0.008
	150	0.007	0.006*	0.007
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.012	0.013	0.012
	50	0.010	0.012	0.011
	100	0.009	0.008	0.009
	150	0.008	0.005*	0.007
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 \\ 0.512 & 3 & 1.162 \\ 0.671 & 1.162 & 5 \end{bmatrix}$	25	0.011	0.013	0.012
	50	0.010	0.011	0.011
	100	0.009	0.007	0.008
	150	0.008	0.005*	0.007
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 \\ 1.212 & 3 & 2.711 \\ 1.565 & 2.711 & 5 \end{bmatrix}$	25	0.012	0.013	0.013
	50	0.010	0.011	0.010
	100	0.009	0.008	0.009
	150	0.007	0.006*	0.008

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

* หมายถึง ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าเกณฑ์การพิจารณาที่กำหนด

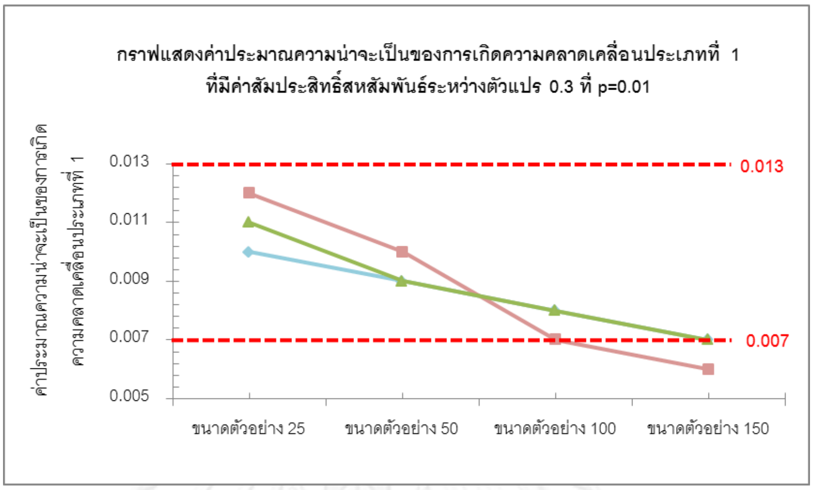
ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปร ที่ p=0.01 ดังตารางที่ 4.1 พบว่า ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.008 ถึง 0.013 วิธีการทดสอบของเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.005 ถึง 0.013 และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.007 ถึง 0.013

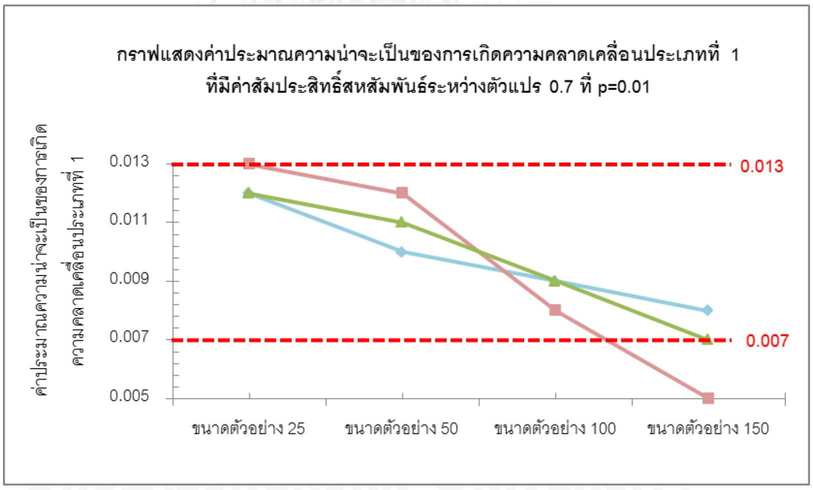
เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีของ p=0.01 พบว่า วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน$\left(W_F\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.007, 0.013] ทำให้สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.01 ได้ทุกกรณี

ส่วนวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ขนาดตัวอย่าง 150 มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบน้อยกว่าขอบเขตล่างของช่วง [0.007, 0.013] ของทุกจำนวนตัวแปรและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แต่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.01 ได้ทุกกรณี

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีทุกกรณี

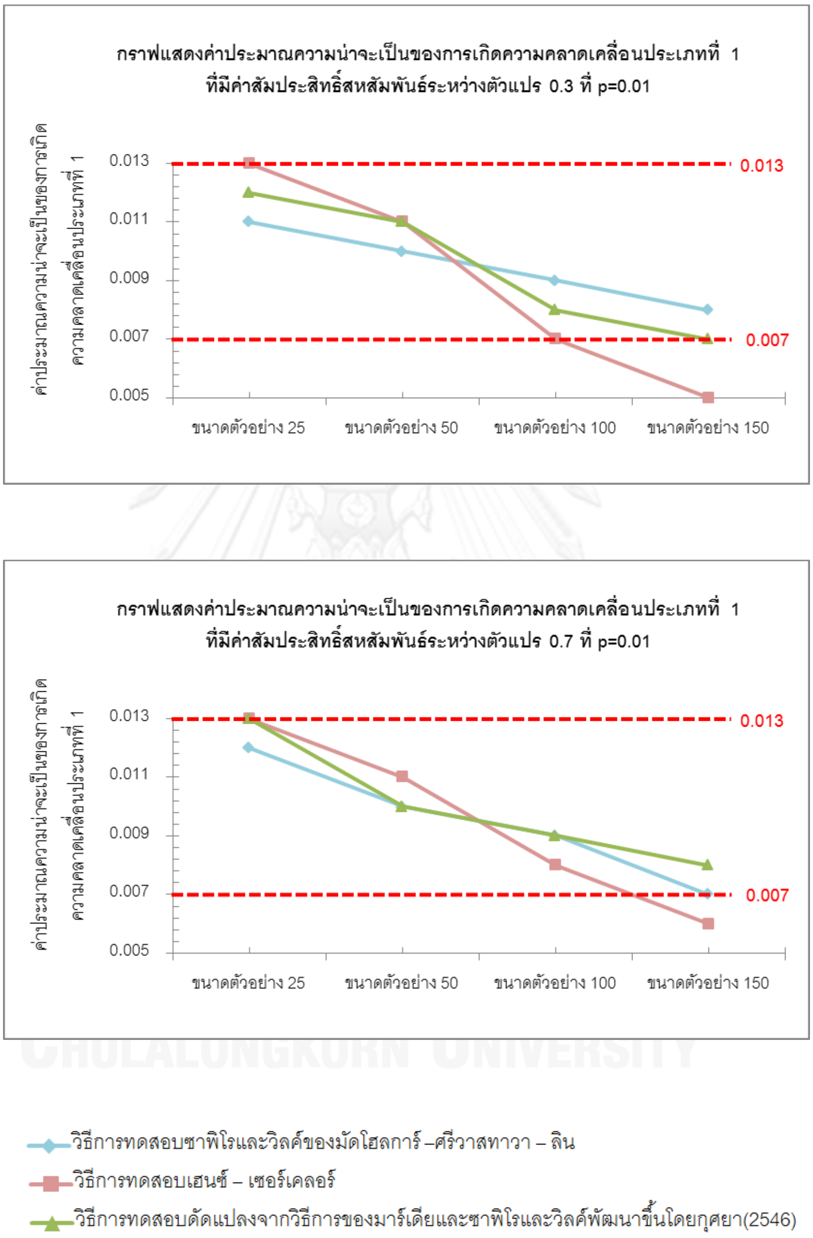
ภาพที่ 4.1 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ที่ p=0.01





วิธีการทดสอบชาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ –ศรีวาสทาวา – ลิน
วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์
วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและชาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา(2546)

ภาพที่ 4.2 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ที่ p=0.01



ตารางที่ 4.2 แสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ กรณี 5 ตัวแปรที่ p=0.01

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
		W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.011	0.013	0.012
	50	0.009	0.011	0.010
	100	0.008	0.007	0.008
	150	0.007	0.005*	0.007
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.011	0.013	0.012
	50	0.010	0.012	0.011
	100	0.009	0.009	0.010
	150	0.008	0.006*	0.007
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 & 0.794 & 0.900 \\ 0.512 & 3 & 1.162 & 1.375 & 1.559 \\ 0.671 & 1.162 & 5 & 1.775 & 2.012 \\ 0.794 & 1.375 & 1.775 & 7 & 2.381 \\ 0.900 & 1.559 & 2.012 & 2.381 & 9 \end{bmatrix}$	25	0.010	0.012	0.011
	50	0.009	0.011	0.010
	100	0.008	0.007	0.008
	150	0.007	0.006*	0.007
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 & 1.852 & 2.100 \\ 1.212 & 3 & 2.711 & 3.208 & 3.637 \\ 1.565 & 2.711 & 5 & 4.141 & 4.696 \\ 1.852 & 3.208 & 4.141 & 7 & 5.556 \\ 2.100 & 3.637 & 4.696 & 5.556 & 9 \end{bmatrix}$	25	0.011	0.013	0.012
	50	0.010	0.012	0.011
	100	0.009	0.007	0.008
	150	0.008	0.005*	0.007

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

* หมายถึง ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าเกณฑ์การพิจารณาที่กำหนด

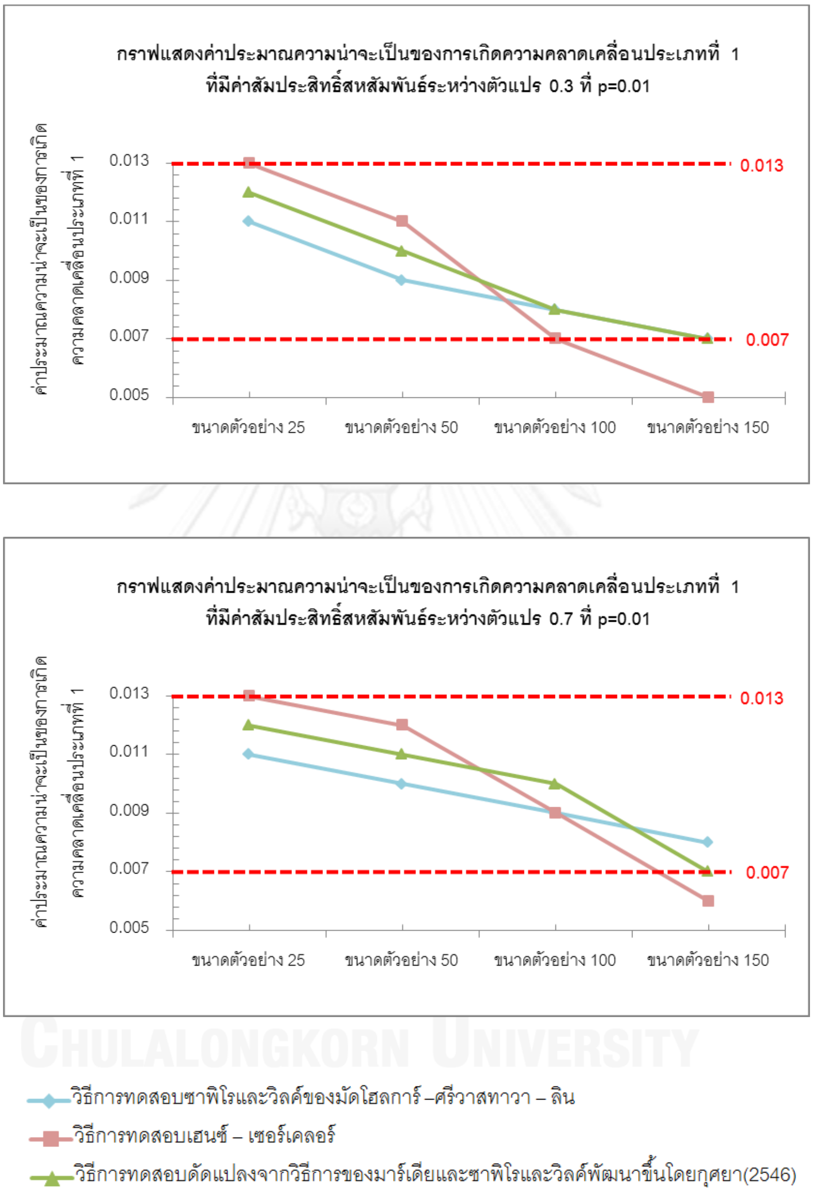
ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปร ที่ p=0.01 ดังตารางที่ 4.2 พบว่า ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.007 ถึง 0.012 วิธีการทดสอบของเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.005 ถึง 0.013 และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.007 ถึง 0.013

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีของ p=0.01 พบว่า วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.007, 0.013] ทำให้สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.01 ได้ทุกกรณี

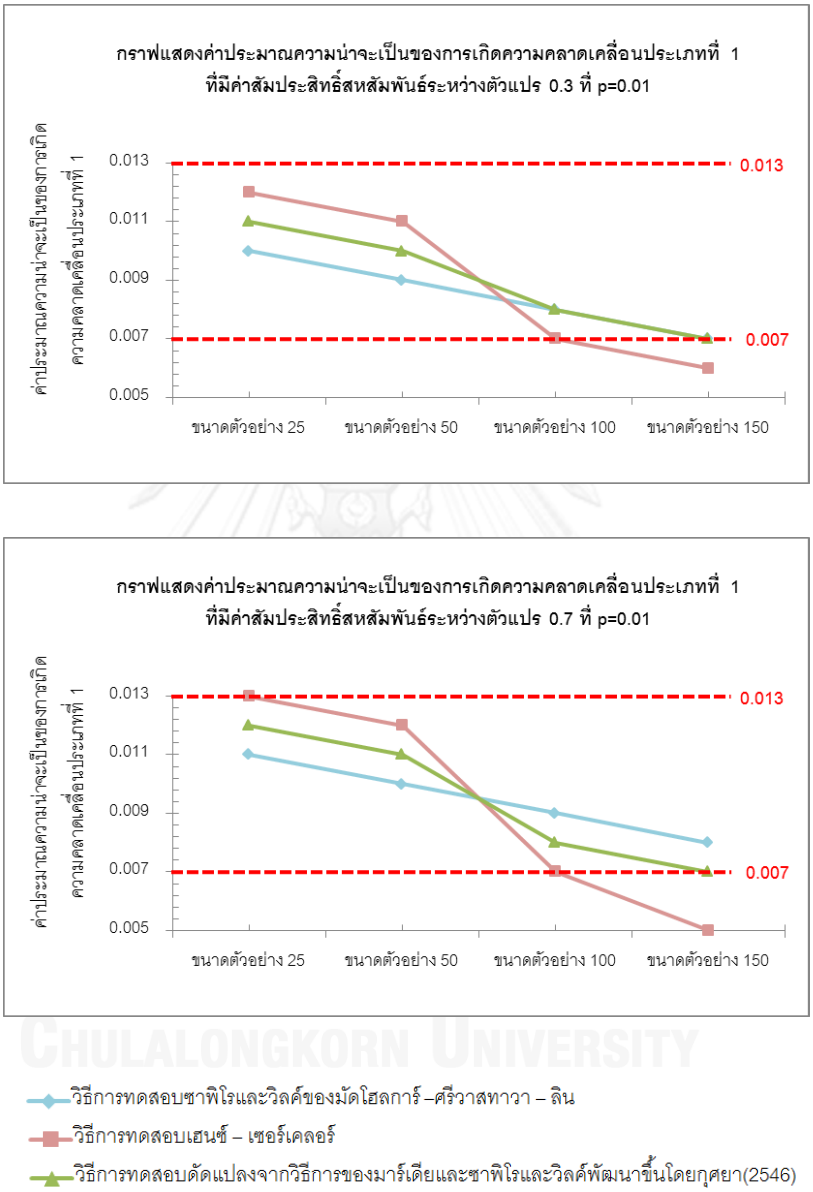
ส่วนวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ขนาดตัวอย่าง 150 มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบน้อยกว่าขอบเขตล่างของช่วง [0.007, 0.013] ของทุกจำนวนตัวแปรและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แต่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่p=0.01ได้ทุกกรณี

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีทุกกรณี

ภาพที่ 4.3 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ ที่ p=0.01



ภาพที่ 4.4 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ที่ p=0.01



1.2 ผลการทดสอบที่ p=0.05

วิธีการทดสอบสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.05 ได้ ถ้าค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.044, 0.056] ได้ผลดังตารางที่ 4.3 และ 4.4

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ กรณี 3 ตัวแปรที่ p=0.05

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
		W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.054	0.056	0.055
	50	0.049	0.053	0.052
	100	0.048	0.045	0.047
	150	0.045	0.040*	0.044
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.053	0.055	0.056
	50	0.050	0.053	0.052
	100	0.049	0.047	0.048
	150	0.046	0.039*	0.045
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 \\ 0.512 & 3 & 1.162 \\ 0.671 & 1.162 & 5 \end{bmatrix}$	25	0.052	0.055	0.053
	50	0.048	0.052	0.050
	100	0.047	0.045	0.046
	150	0.045	0.038*	0.044
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 \\ 1.212 & 3 & 2.711 \\ 1.565 & 2.711 & 5 \end{bmatrix}$	25	0.050	0.055	0.054
	50	0.049	0.053	0.052
	100	0.050	0.047	0.049
	150	0.047	0.036*	0.045

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

* หมายถึง ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าเกณฑ์การพิจารณาที่กำหนด

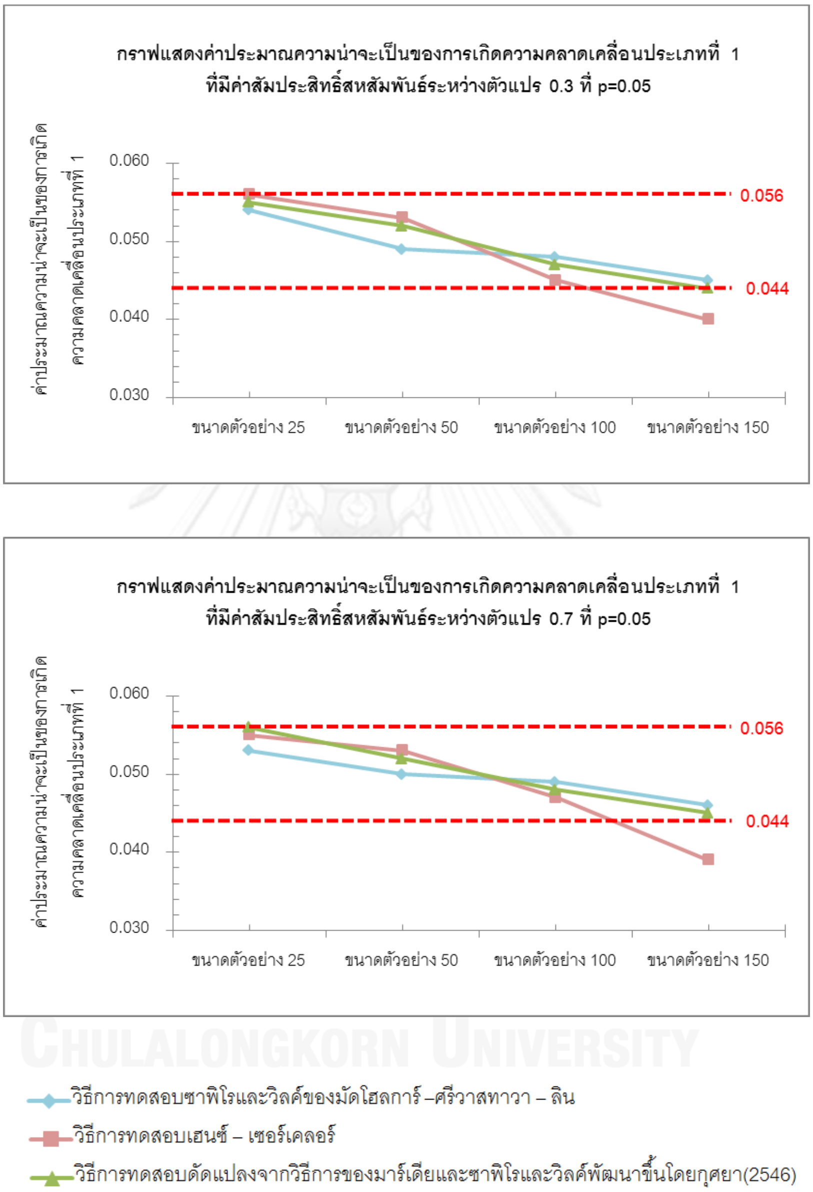
ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปร ที่ p=0.05 ดังตารางที่ 4.3 พบว่า ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.041 ถึง 0.056 วิธีการทดสอบของเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.036 ถึง 0.054 และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา(2546) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.044 ถึง 0.056

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีของ p=0.05 พบว่า วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ขนาดตัวอย่าง 150 มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบน้อยกว่าขอบเขตล่างของช่วง [0.044, 0.056] ของทุกจำนวนตัวแปรและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แต่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.05 ได้ทุกกรณี

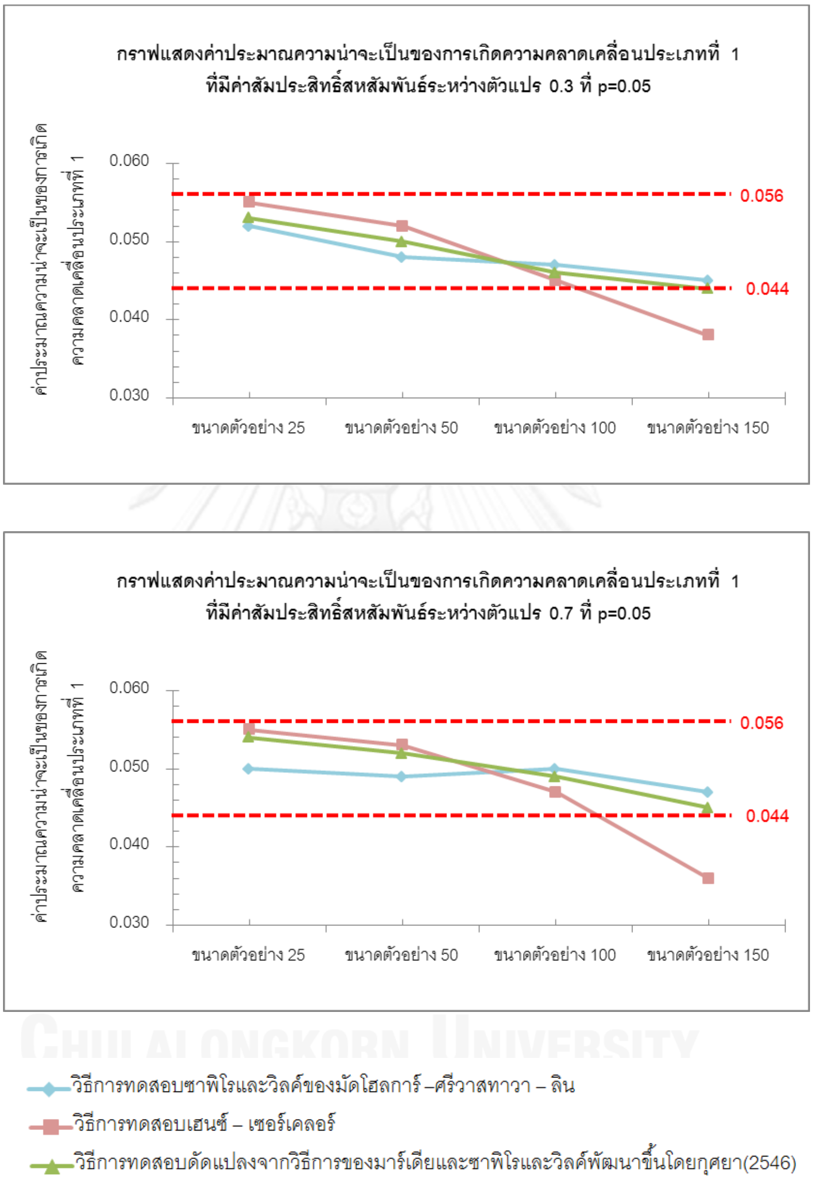
ส่วนวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.044, 0.056] ทำให้สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.05 ได้ทุกกรณี

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีทุกกรณี

ภาพที่ 4.5 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ที่p=0.05



ภาพที่ 4.6 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ที่ p=0.05



ตารางที่ 4.4 แสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ กรณี 5 ตัวแปรที่ p=0.05

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
		W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.052	0.054	0.053
	50	0.049	0.051	0.050
	100	0.048	0.045	0.046
	150	0.046	0.038*	0.045
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.051	0.055	0.054
	50	0.048	0.053	0.051
	100	0.047	0.044	0.045
	150	0.045	0.040*	0.044
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 & 0.794 & 0.900 \\ 0.512 & 3 & 1.162 & 1.375 & 1.559 \\ 0.671 & 1.162 & 5 & 1.775 & 2.012 \\ 0.794 & 1.375 & 1.775 & 7 & 2.381 \\ 0.900 & 1.559 & 2.012 & 2.381 & 9 \end{bmatrix}$	25	0.050	0.053	0.052
	50	0.048	0.051	0.049
	100	0.047	0.046	0.046
	150	0.045	0.032*	0.044
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 & 1.852 & 2.100 \\ 1.212 & 3 & 2.711 & 3.208 & 3.637 \\ 1.565 & 2.711 & 5 & 4.141 & 4.696 \\ 1.852 & 3.208 & 4.141 & 7 & 5.556 \\ 2.100 & 3.637 & 4.696 & 5.556 & 9 \end{bmatrix}$	25	0.053	0.056	0.055
	50	0.052	0.054	0.053
	100	0.051	0.048	0.050
	150	0.046	0.041*	0.045

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

* หมายถึง ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าเกณฑ์การพิจารณาที่กำหนด

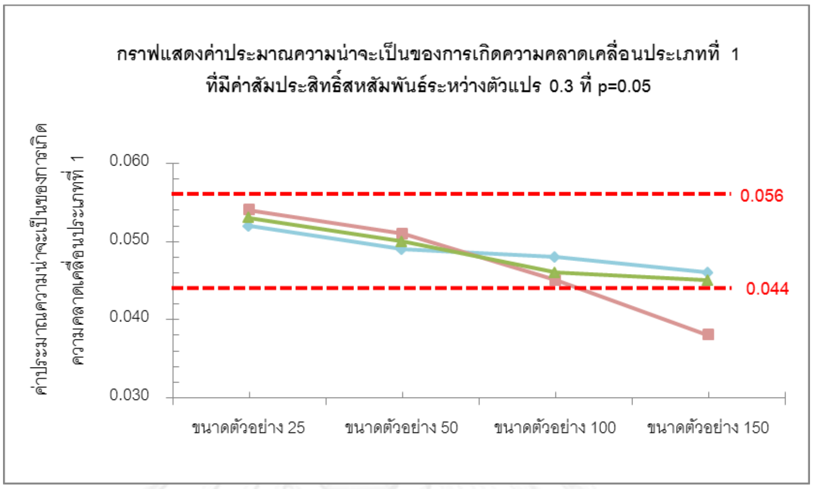
ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปรที่ p=0.05 ดังตารางที่ 4.4 พบว่า ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบของชาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.040 ถึง 0.055 วิธีการทดสอบของเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.032 ถึง 0.053 และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและชาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา(2546) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.045 ถึง 0.056

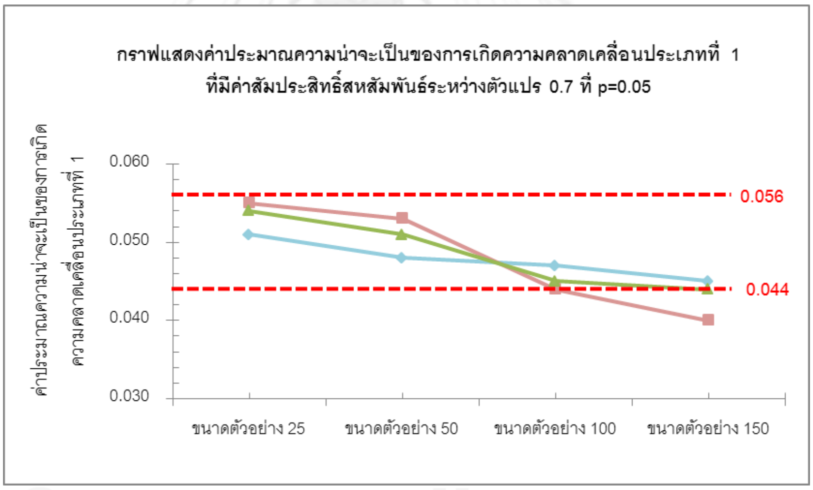
เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีของ p=0.05 พบว่า วิธีการทดสอบชาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ขนาดตัวอย่าง 150 มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบน้อยกว่าขอบเขตล่างของช่วง [0.044, 0.056] ของทุกจำนวนตัวแปรและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แต่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.05 ได้ทุกกรณี

ส่วนวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและชาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.044, 0.056] ทำให้สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.05 ได้ทุกกรณี

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีทุกกรณี

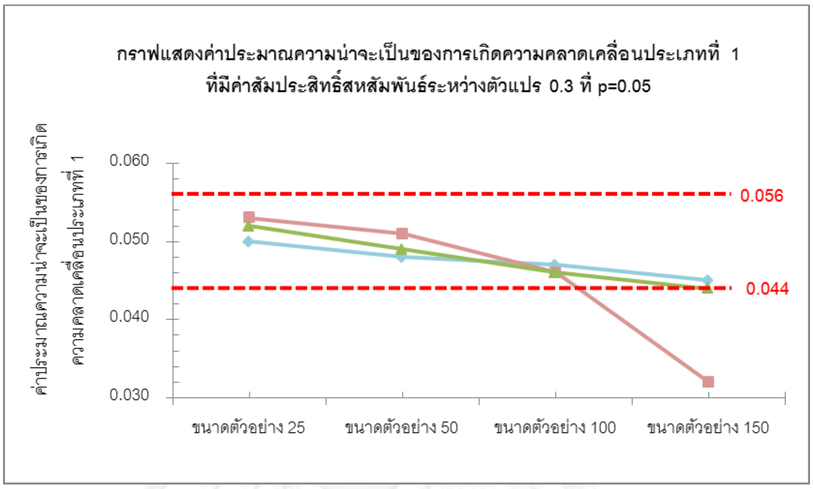
ภาพที่ 4.7 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11}=\sigma_{22}=\sigma_{33}=\sigma_{44}=\sigma_{55}=1$ ที่ p=0.05

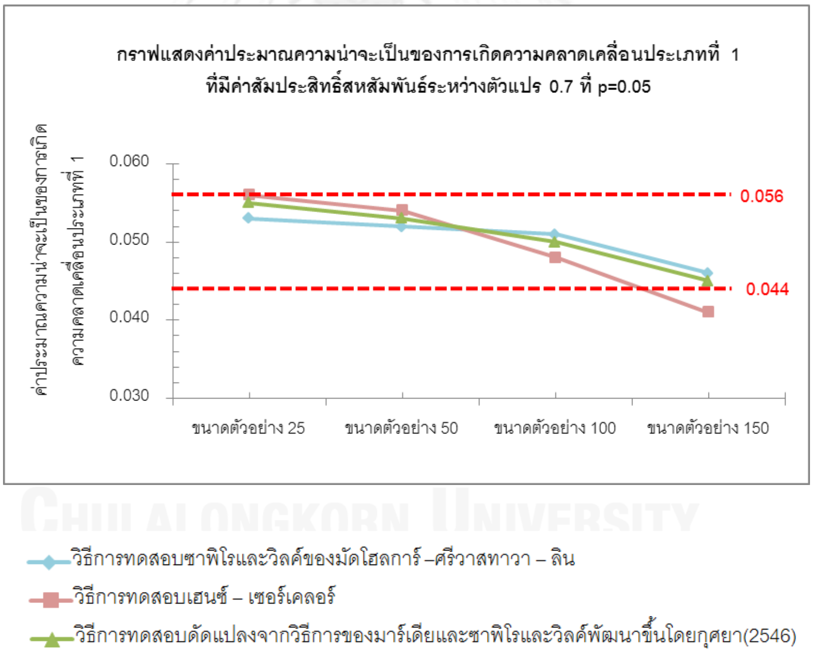




วิธีการทดสอบชาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ –ศรีวาสทาวา – ลิน
วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์
วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและชาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา(2546)

ภาพที่ 4.8 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ที่p=0.05





1.3 ผลการทดสอบที่ p=0.10

วิธีการทดสอบสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.10 ได้ ถ้าค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.092, 0.108] ได้ผลดังตารางที่ 4.5 และ 4.6

ตารางที่ 4.5 แสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ กรณี 3 ตัวแปร ที่ p=0.10

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
		W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.103	0.106	0.105
	50	0.101	0.104	0.102
	100	0.098	0.095	0.096
	150	0.095	0.089*	0.093
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.099	0.106	0.102
	50	0.097	0.101	0.099
	100	0.096	0.093	0.095
	150	0.094	0.086*	0.093
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 \\ 0.512 & 3 & 1.162 \\ 0.671 & 1.162 & 5 \end{bmatrix}$	25	0.103	0.105	0.104
	50	0.098	0.103	0.101
	100	0.097	0.095	0.096
	150	0.095	0.089*	0.093
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 \\ 1.212 & 3 & 2.711 \\ 1.565 & 2.711 & 5 \end{bmatrix}$	25	0.103	0.107	0.106
	50	0.097	0.104	0.102
	100	0.096	0.093	0.094
	150	0.094	0.078*	0.092

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

* หมายถึง ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าเกณฑ์การพิจารณาที่กำหนดในแต่ละระดับนัยสำคัญของการทดสอบ

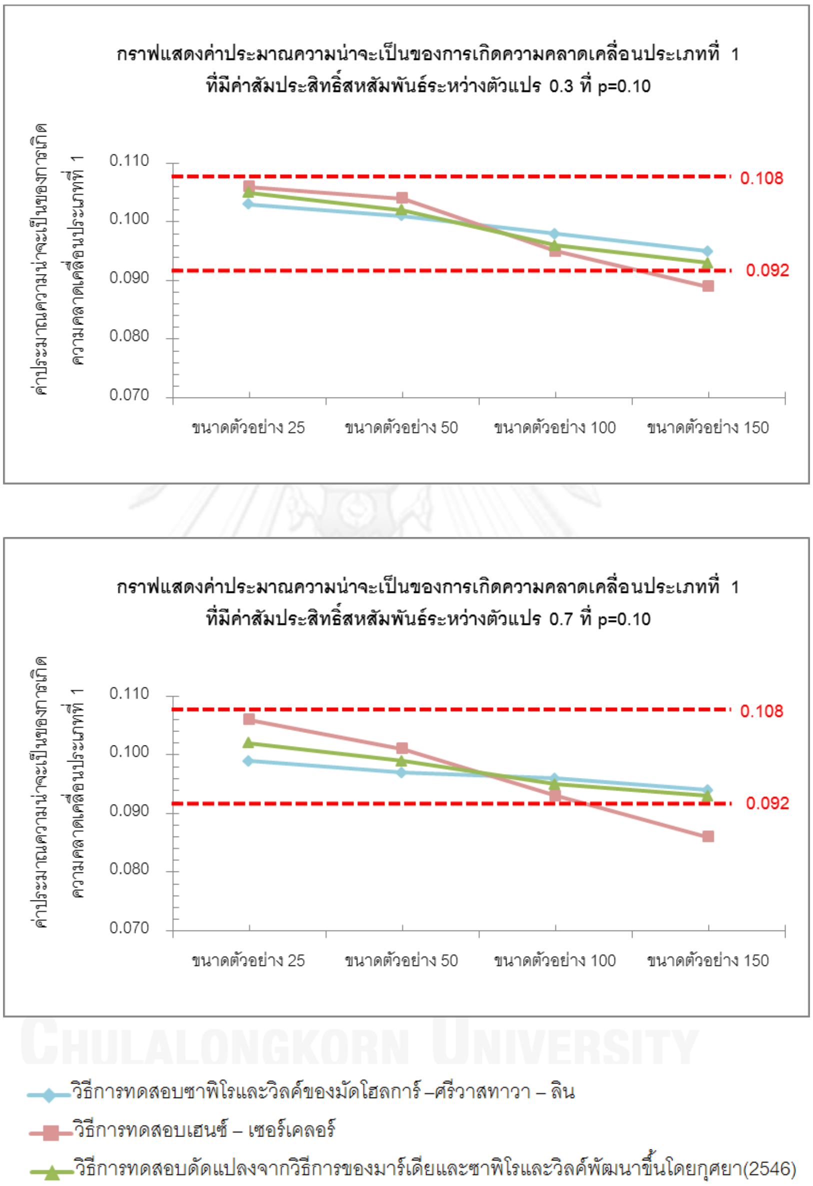
ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปร ที่ p=0.10 ดังตารางที่ 4.5 พบว่า ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.090 ถึง 0.107 วิธีการทดสอบของเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.078 ถึง 0.106 และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.092 ถึง 0.106

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีของ p=0.10 พบว่า วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ขนาดตัวอย่าง 150 มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบน้อยกว่าขอบเขตล่างของช่วง [0.092, 0.108] ของทุกจำนวนตัวแปรและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แต่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.10 ได้ทุกกรณี

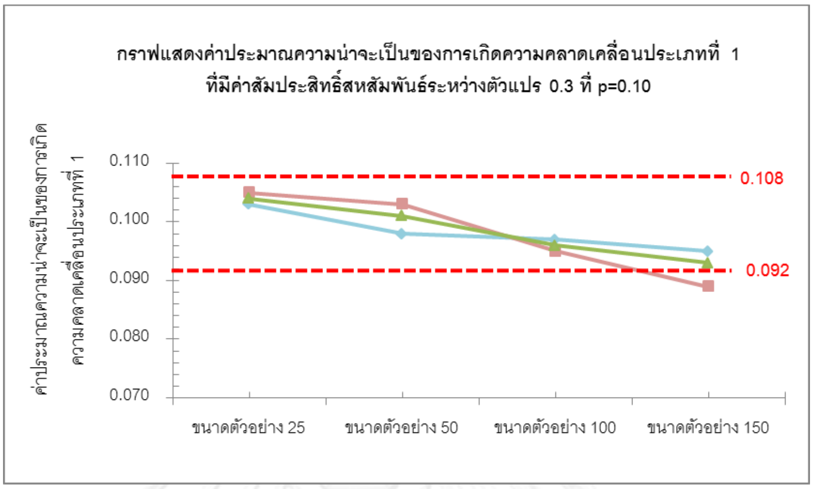
ส่วนวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.092,0.108] ทำให้สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.10 ได้ทุกกรณี

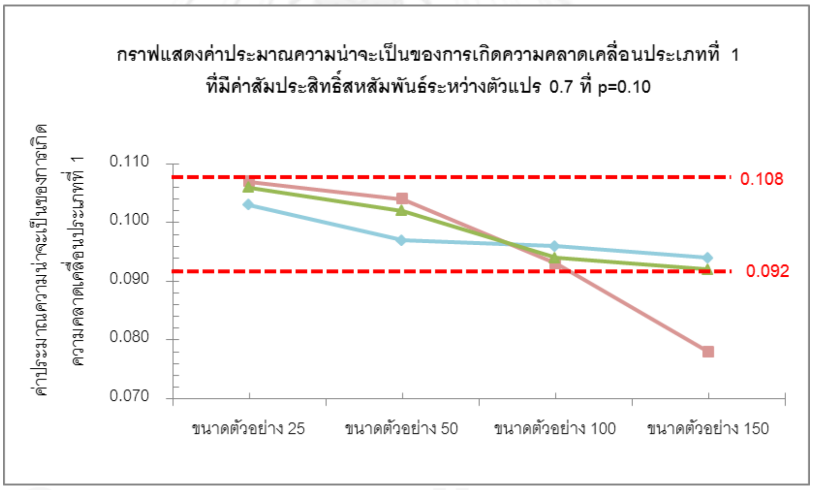
เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีทุกกรณี

ภาพที่ 4.9 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ที่ p=0.10



ภาพที่ 4.10 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 3 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ที่ p=0.10





วิธีการทดสอบชาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ –ศรีวาสทาวา – ลิน

วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและชาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา(2546)

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ กรณี 5 ตัวแปรที่ p=0.10

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
		W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.106	0.108	0.107
	50	0.100	0.104	0.102
	100	0.098	0.101	0.100
	150	0.096	0.089*	0.094
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	25	0.103	0.106	0.104
	50	0.100	0.102	0.101
	100	0.099	0.094	0.096
	150	0.095	0.090*	0.092
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 & 0.794 & 0.900 \\ 0.512 & 3 & 1.162 & 1.375 & 1.559 \\ 0.671 & 1.162 & 5 & 1.775 & 2.012 \\ 0.794 & 1.375 & 1.775 & 7 & 2.381 \\ 0.900 & 1.559 & 2.012 & 2.381 & 9 \end{bmatrix}$	25	0.105	0.107	0.106
	50	0.102	0.105	0.104
	100	0.101	0.099	0.100
	150	0.097	0.088*	0.095
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 & 1.852 & 2.100 \\ 1.212 & 3 & 2.711 & 3.208 & 3.637 \\ 1.565 & 2.711 & 5 & 4.141 & 4.696 \\ 1.852 & 3.208 & 4.141 & 7 & 5.556 \\ 2.100 & 3.637 & 4.696 & 5.556 & 9 \end{bmatrix}$	25	0.102	0.105	0.104
	50	0.098	0.102	0.101
	100	0.097	0.093	0.095
	150	0.095	0.079*	0.093

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

* หมายถึง ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าเกณฑ์การพิจารณาที่กำหนดในแต่ละระดับนัยสำคัญของการทดสอบ

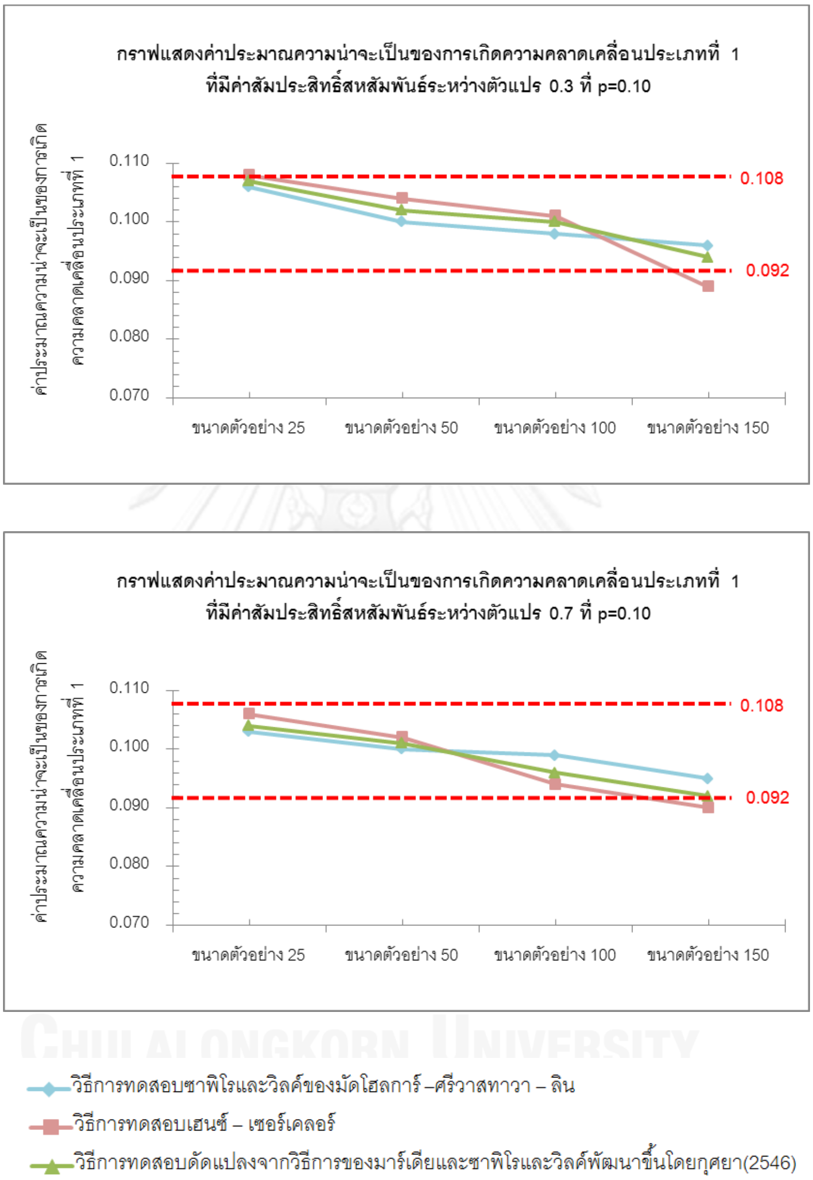
ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปรที่ p=0.10 ดังตารางที่ 4.6 พบว่า ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.090 ถึง 0.108 วิธีการทดสอบของเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.079 ถึง 0.107 และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.092 ถึง 0.108

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีของ p=0.10 พบว่า วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ขนาดตัวอย่าง 150 มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบน้อยกว่าขอบเขตล่างของช่วง [0.092,0.108] ของทุกจำนวนตัวแปรและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แต่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.10 ได้ทุกกรณี

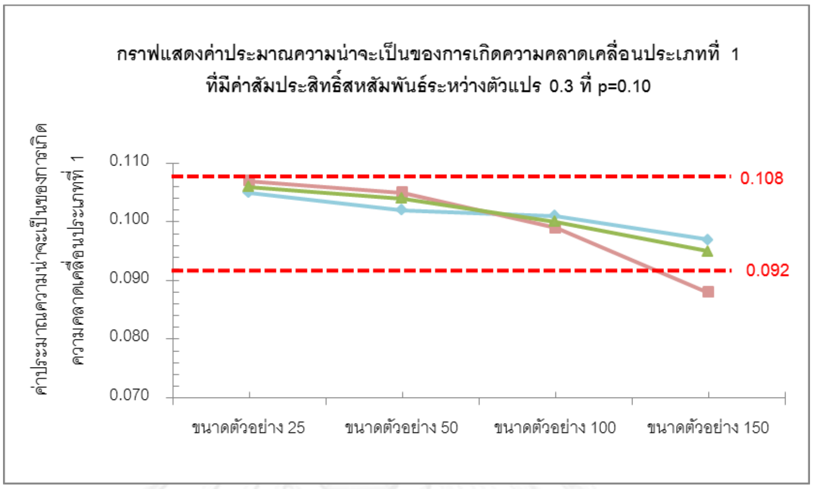
ส่วนวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากผลการทดสอบอยู่ในช่วง [0.092,0.108] ทำให้สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ p=0.10 ได้ทุกกรณี

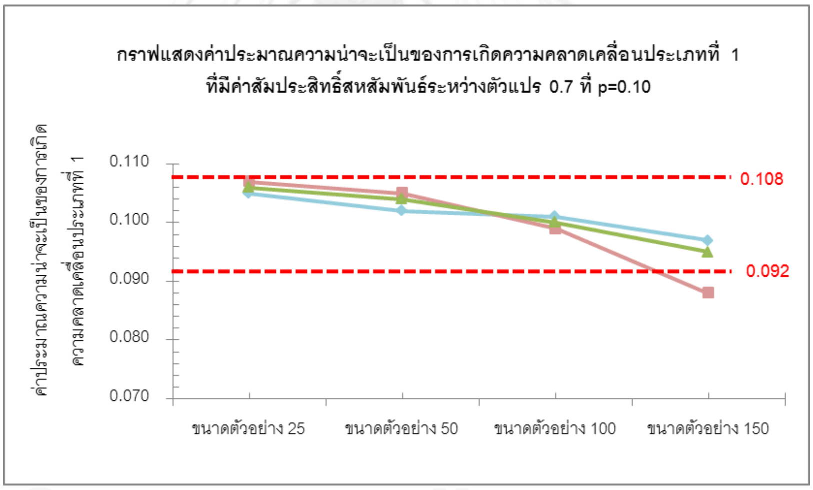
เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีทุกกรณี

ภาพที่ 4.11 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ ที่p=0.10



ภาพที่ 4.12 กราฟแสดงค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธีการทดสอบ กรณี 5 ตัวแปรและค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ที่ p=0.10





วิธีการทดสอบชาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ –ศรีวาสทาวา – ลิน

วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและชาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา(2546)

1.4 สรุปผลการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

ผลการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) นั้น สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี ซึ่งสามารถนำกำลังการทดสอบมาเปรียบเทียบกันได้

4.2 ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบ

ในส่วนของการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบ โดยการพิจารณาค่าประมาณกำลังการทดสอบนั้น เพื่อหาวิธีการทดสอบที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงที่กำหนด ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ในกรณี 3 และ 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ซึ่งสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ การแจกแจงที่ใช้ในการหาค่าประมาณกำลังการทดสอบเป็นการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 5 และการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 ซึ่งผลการปรียบเทียบมีดังนี้

2.1 ผลการศึกษาค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 5

ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ในกรณี 3 และ 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ได้ผลดังตารางที่ 4.7 – 4.14

ตารางที่ 4.7 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 3 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	p	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.423	0.411	0.419
		50	0.478	0.456	0.466
		100	0.521	0.567	0.552
		150	0.567	0.589	0.579
	0.05	25	0.436	0.417	0.428
		50	0.516	0.489	0.501
		100	0.533	0.548	0.537
		150	0.569	0.589	0.578
	0.10	25	0.534	0.510	0.521
		50	0.562	0.541	0.555
		100	0.589	0.618	0.603
		150	0.621	0.645	0.634
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.431	0.415	0.422
		50	0.486	0.467	0.477
		100	0.521	0.556	0.533
		150	0.561	0.589	0.578
	0.05	25	0.542	0.528	0.534
		50	0.567	0.545	0.557
		100	0.602	0.631	0.620
		150	0.623	0.652	0.643
	0.10	25	0.567	0.544	0.558
		50	0.588	0.564	0.573
		100	0.621	0.645	0.632
		150	0.644	0.670	0.659

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

ตารางที่ 4.8 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 3 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	p	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 \\ 0.512 & 3 & 1.162 \\ 0.671 & 1.162 & 5 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.432	0.412	0.423
		50	0.561	0.532	0.557
		100	0.610	0.634	0.627
		150	0.645	0.678	0.665
	0.05	25	0.545	0.521	0.530
		50	0.578	0.559	0.563
		100	0.620	0.656	0.643
		150	0.654	0.699	0.674
	0.10	25	0.631	0.602	0.625
		50	0.652	0.629	0.638
		100	0.672	0.688	0.682
		150	0.693	0.723	0.714
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 \\ 1.212 & 3 & 2.711 \\ 1.565 & 2.711 & 5 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.553	0.531	0.542
		50	0.578	0.554	0.562
		100	0.619	0.642	0.623
		150	0.664	0.689	0.675
	0.05	25	0.573	0.552	0.566
		50	0.591	0.572	0.580
		100	0.638	0.665	0.652
		150	0.721	0.779	0.734
	0.10	25	0.693	0.672	0.681
		50	0.726	0.704	0.711
		100	0.761	0.789	0.767
		150	0.790	0.821	0.801

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

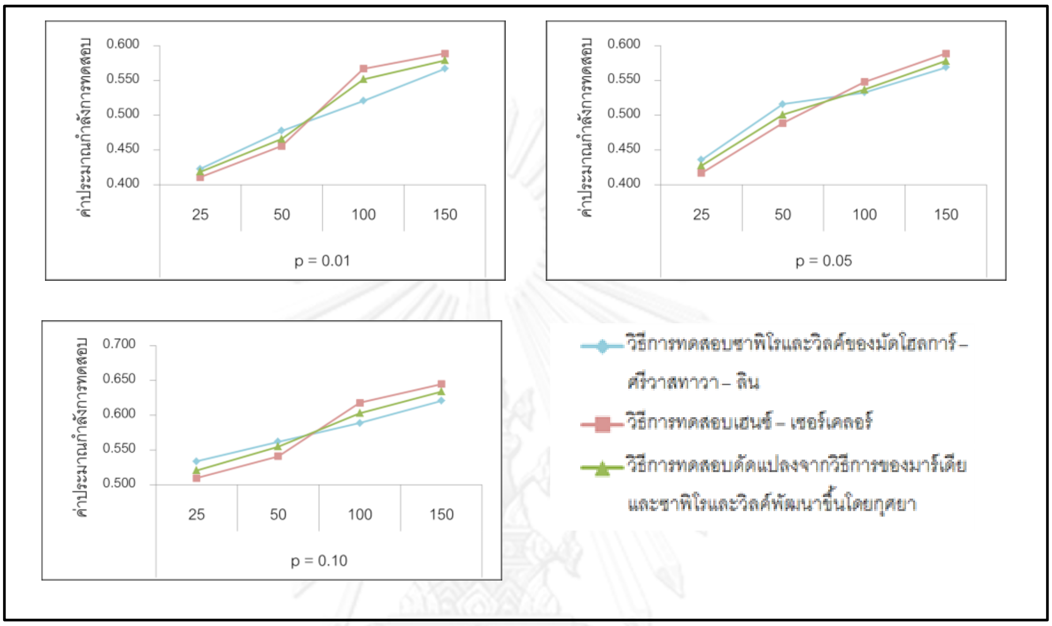
จากตารางที่ 4.7 และ 4.8 เมื่อนำวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์–ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ไปใช้ทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุของสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 3 ตัวแปร ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 พบว่า

กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

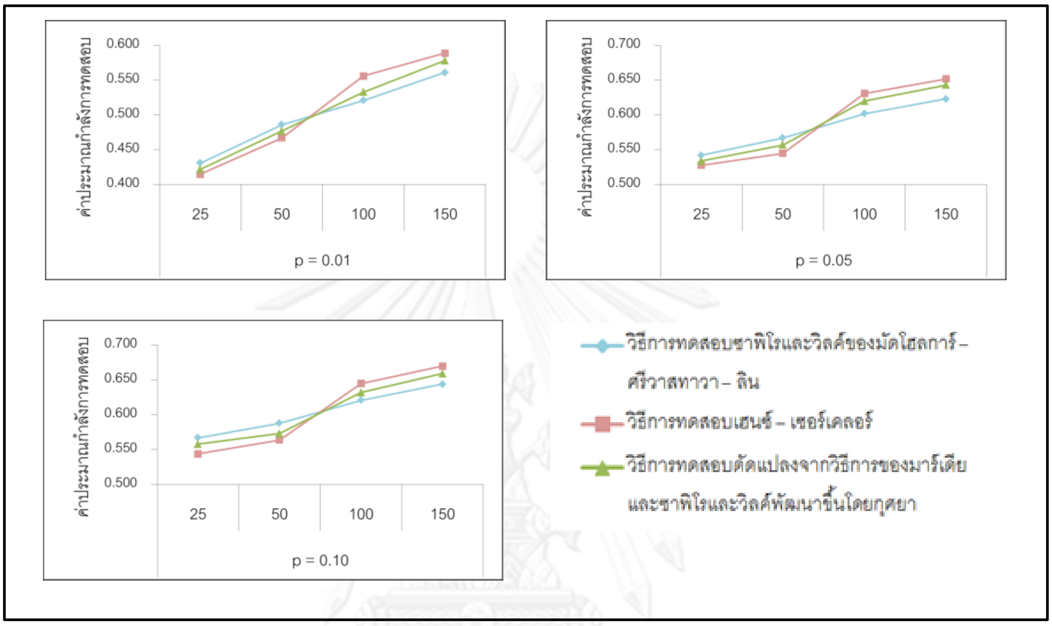
ส่วนกรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีมีค่ากำลังประมาณการทดสอบสูงขึ้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีค่าสูงขึ้น

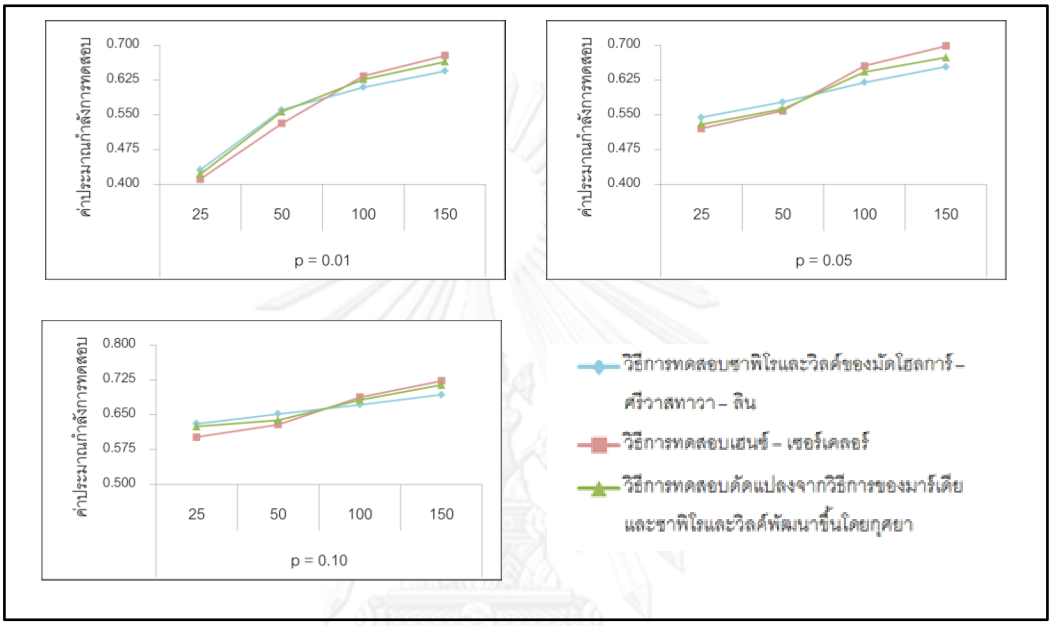
ภาพที่ 4.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



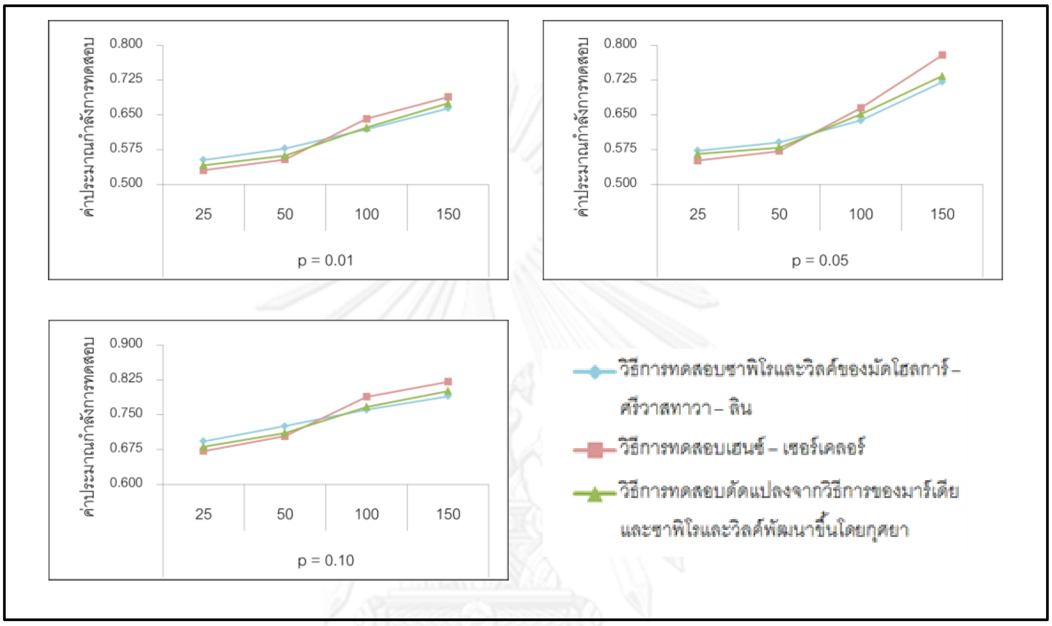
ภาพที่ 4.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ตารางที่ 4.9 แสดงค่าประมาณค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ที เชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 3 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**p**	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.302	0.288	0.297
		50	0.327	0.303	0.315
		100	0.368	0.399	0.386
		150	0.417	0.438	0.426
	0.05	25	0.342	0.321	0.333
		50	0.367	0.350	0.359
		100	0.389	0.401	0.394
		150	0.407	0.436	0.420
	0.10	25	0.436	0.420	0.430
		50	0.459	0.439	0.444
		100	0.493	0.528	0.516
		150	0.534	0.556	0.541
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.323	0.301	0.315
		50	0.378	0.357	0.368
		100	0.405	0.418	0.412
		150	0.453	0.476	0.462
	0.05	25	0.378	0.354	0.362
		50	0.401	0.387	0.392
		100	0.458	0.488	0.470
		150	0.503	0.531	0.515
	0.10	25	0.421	0.403	0.414
		50	0.455	0.432	0.447
		100	0.511	0.545	0.532
		150	0.562	0.634	0.599

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

ตารางที่ 4.10 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 3 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	p	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 \\ 0.512 & 3 & 1.162 \\ 0.671 & 1.162 & 5 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.323	0.302	0.311
		50	0.356	0.332	0.346
		100	0.371	0.391	0.380
		150	0.426	0.443	0.433
	0.05	25	0.331	0.301	0.324
		50	0.354	0.329	0.338
		100	0.376	0.399	0.384
		150	0.402	0.427	0.413
	0.10	25	0.463	0.432	0.448
		50	0.498	0.464	0.479
		100	0.534	0.565	0.552
		150	0.578	0.597	0.589
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 \\ 1.212 & 3 & 2.711 \\ 1.565 & 2.711 & 5 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.331	0.317	0.325
		50	0.379	0.348	0.363
		100	0.402	0.433	0.421
		150	0.436	0.462	0.453
	0.05	25	0.478	0.434	0.459
		50	0.490	0.472	0.481
		100	0.523	0.551	0.536
		150	0.543	0.577	0.559
	0.10	25	0.499	0.486	0.492
		50	0.521	0.500	0.510
		100	0.557	0.581	0.571
		150	0.590	0.602	0.594

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

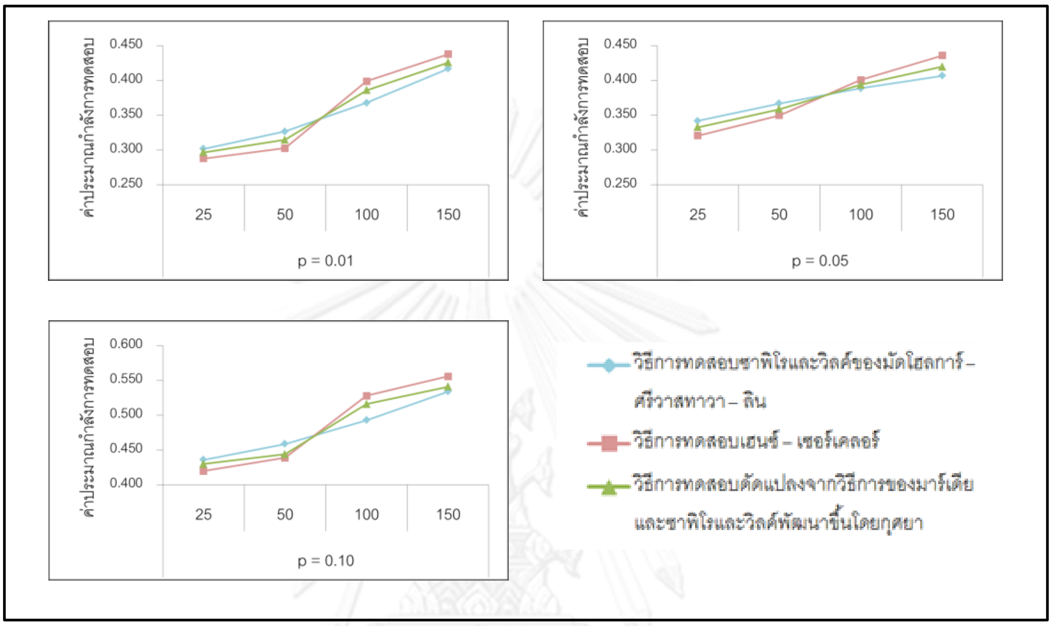
จากตารางที่ 4.9 - 4.10 เมื่อนำวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์–ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ไปใช้ทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุของสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 3 ตัวแปร ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 พบว่า

กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

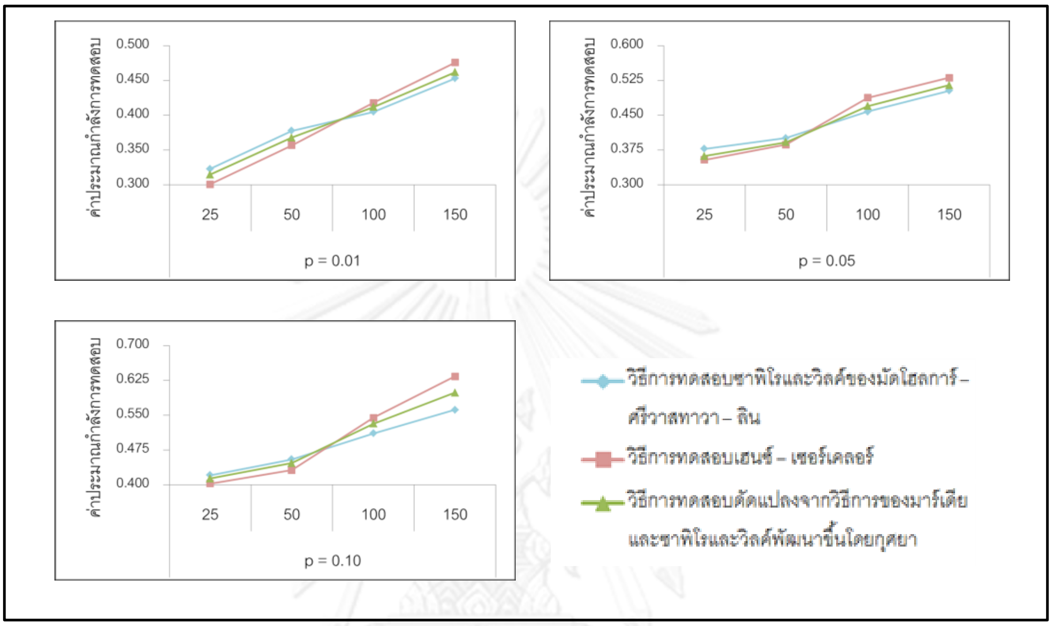
ส่วนกรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงขึ้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีค่าสูงขึ้น

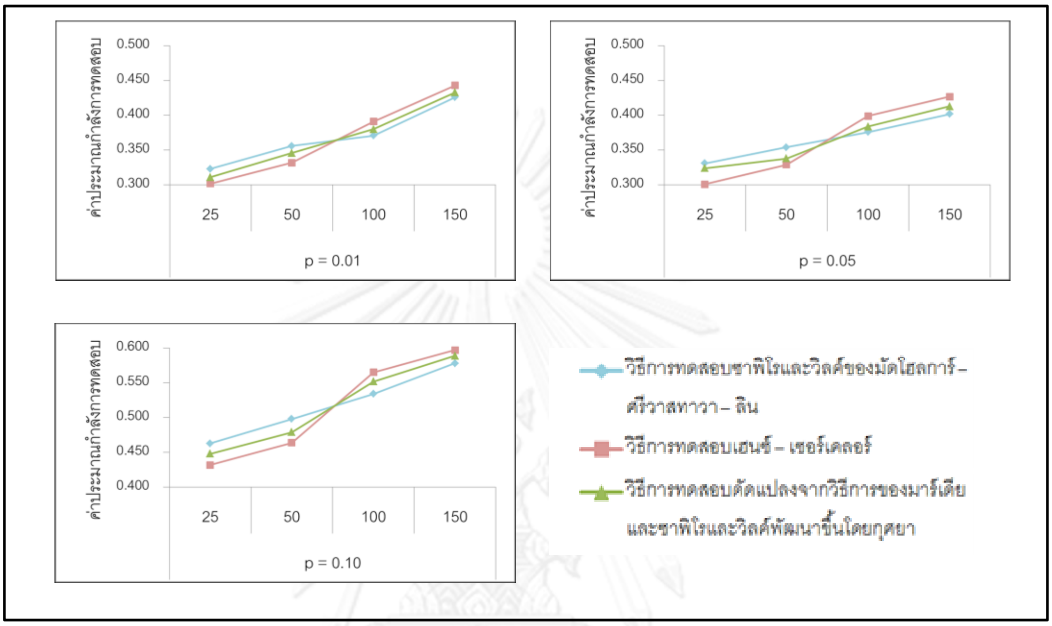
ภาพที่ 4.17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



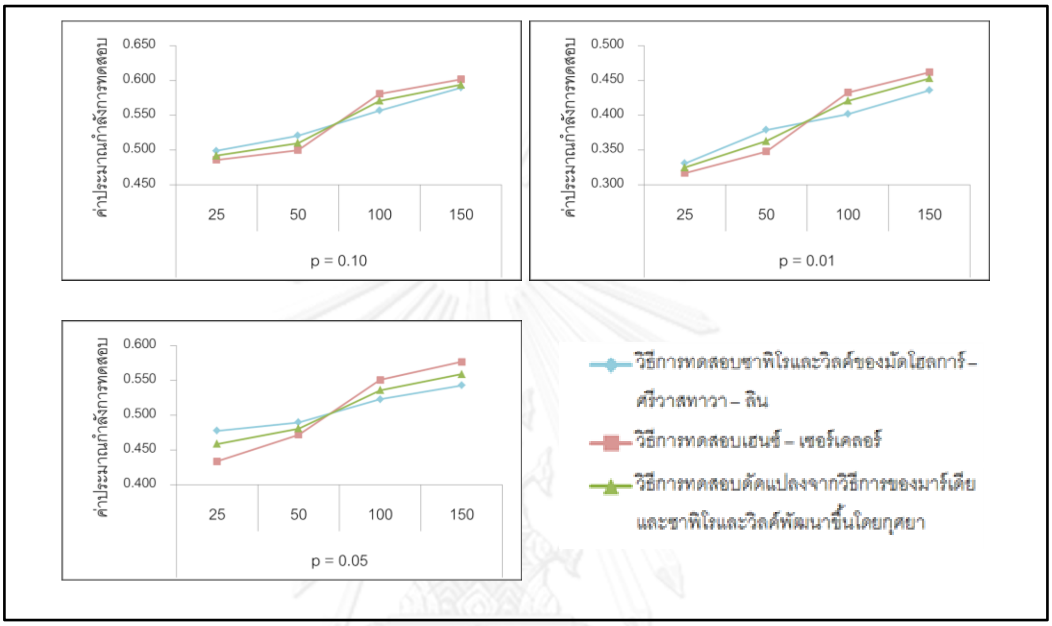
ภาพที่ 4.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ตารางที่ 4.11 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**p**	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.501	0.489	0.495
		50	0.514	0.499	0.505
		100	0.527	0.547	0.535
		150	0.575	0.599	0.582
	0.05	25	0.601	0.587	0.593
		50	0.617	0.600	0.609
		100	0.639	0.653	0.648
		150	0.677	0.693	0.682
	0.10	25	0.643	0.621	0.632
		50	0.689	0.676	0.681
		100	0.707	0.728	0.719
		150	0.729	0.747	0.738
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.558	0.520	0.539
		50	0.578	0.552	0.568
		100	0.599	0.634	0.621
		150	0.624	0.662	0.648
	0.05	25	0.642	0.620	0.635
		50	0.668	0.647	0.653
		100	0.689	0.712	0.701
		150	0.721	0.767	0.745
	0.10	25	0.687	0.642	0.661
		50	0.705	0.684	0.692
		100	0.734	0.768	0.752
		150	0.767	0.834	0.826

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

ตารางที่ 4.12 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**p**	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 & 0.794 & 0.900 \\ 0.512 & 3 & 1.162 & 1.375 & 1.559 \\ 0.671 & 1.162 & 5 & 1.775 & 2.012 \\ 0.794 & 1.375 & 1.775 & 7 & 2.381 \\ 0.900 & 1.559 & 2.012 & 2.381 & 9 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.512	0.508	0.511
		50	0.525	0.511	0.521
		100	0.535	0.575	0.571
		150	0.584	0.609	0.606
	0.05	25	0.599	0.573	0.590
		50	0.615	0.600	0.611
		100	0.654	0.678	0.663
		150	0.689	0.704	0.699
	0.10	25	0.623	0.610	0.621
		50	0.664	0.645	0.658
		100	0.705	0.729	0.717
		150	0.736	0.759	0.745
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 & 1.852 & 2.100 \\ 1.212 & 3 & 2.711 & 3.208 & 3.637 \\ 1.565 & 2.711 & 5 & 4.141 & 4.696 \\ 1.852 & 3.208 & 4.141 & 7 & 5.556 \\ 2.100 & 3.637 & 4.696 & 5.556 & 9 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.581	0.556	0.570
		50	0.592	0.576	0.601
		100	0.608	0.631	0.627
		150	0.625	0.667	0.662
	0.05	25	0.618	0.582	0.616
		50	0.629	0.606	0.623
		100	0.651	0.708	0.701
		150	0.709	0.762	0.758
	0.10	25	0.689	0.634	0.688
		50	0.699	0.661	0.695
		100	0.719	0.761	0.759
		150	0.759	0.802	0.779

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

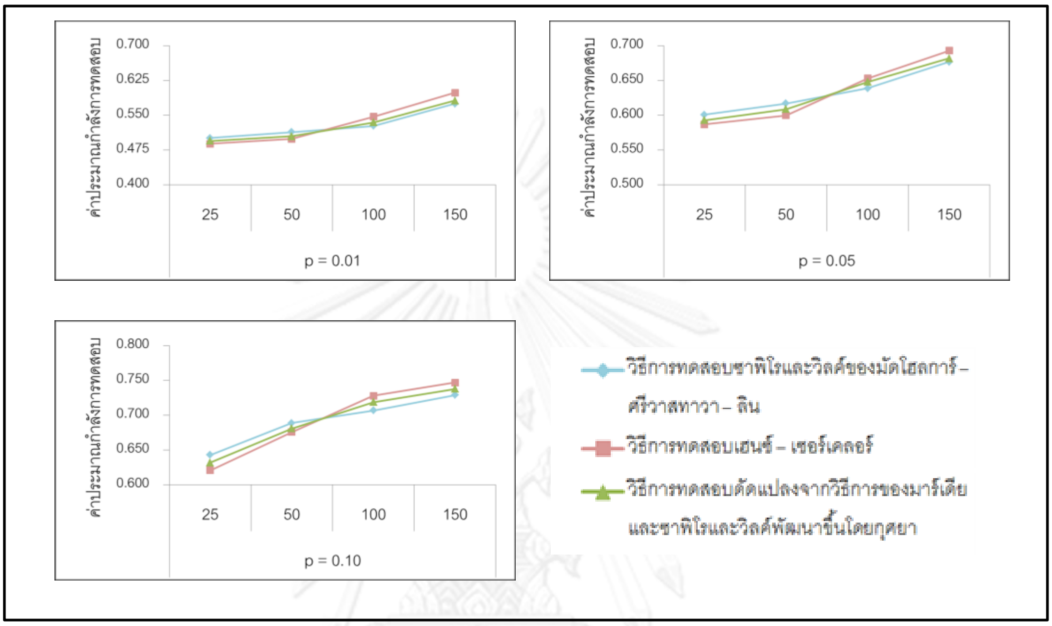
จากตารางที่ 4.11 - 4.12 เมื่อนำวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์–ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ไปใช้ทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุของสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 5 ตัวแปร ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 พบว่า

กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

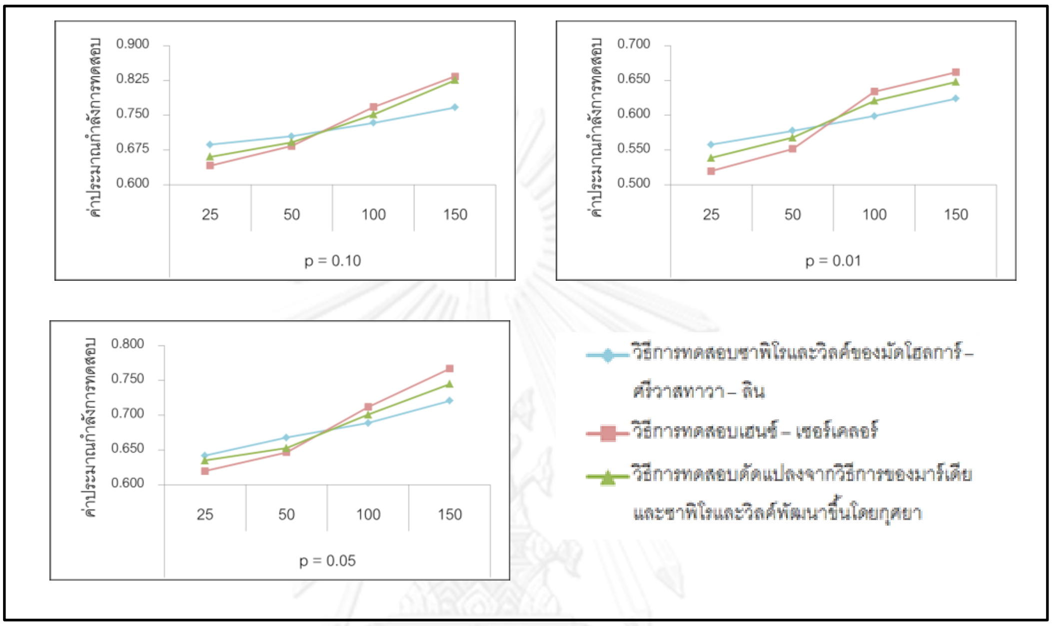
ส่วนกรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงขึ้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีค่าสูงขึ้น

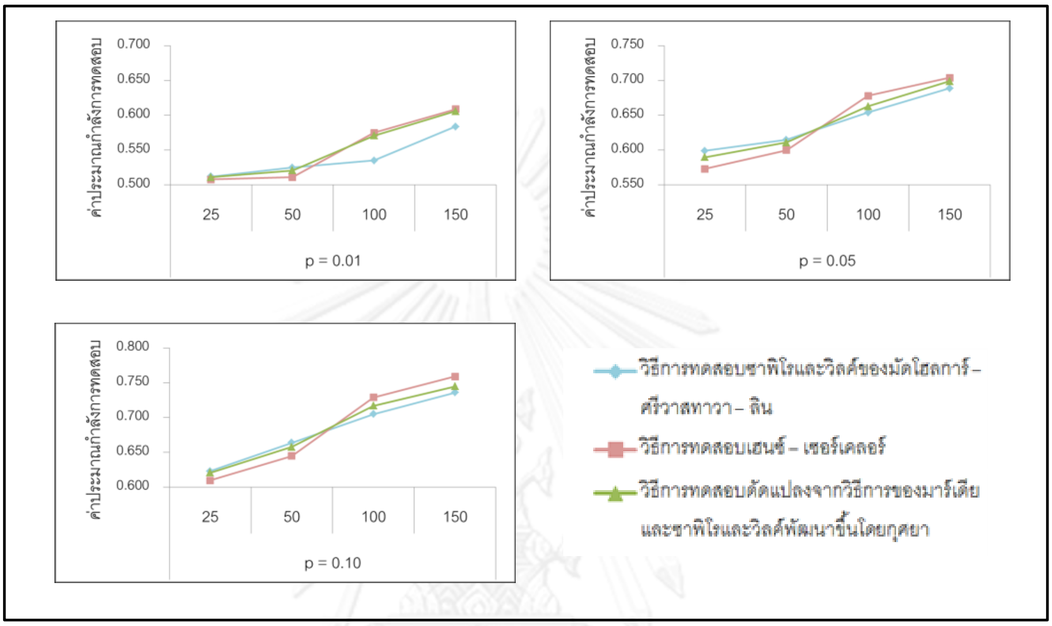
ภาพที่ 4.21 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11}=\sigma_{22}=\sigma_{33}=\sigma_{44}=\sigma_{55}=1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



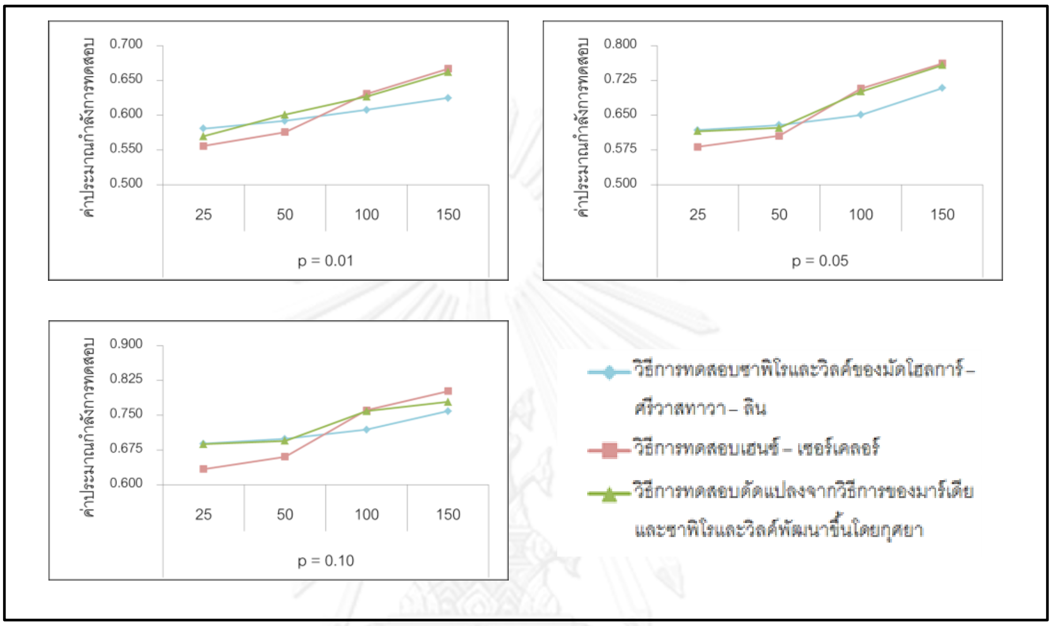
ภาพที่ 4.22 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.23 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.24 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ตารางที่ 4.13 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**p**	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.240	0.223	0.231
		50	0.265	0.234	0.250
		100	0.278	0.299	0.289
		150	0.346	0.364	0.352
	0.05	25	0.325	0.300	0.313
		50	0.356	0.324	0.339
		100	0.475	0.499	0.483
		150	0.534	0.558	0.546
	0.10	25	0.376	0.351	0.367
		50	0.399	0.374	0.389
		100	0.467	0.501	0.487
		150	0.549	0.579	0.564
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.301	0.278	0.299
		50	0.327	0.298	0.303
		100	0.345	0.384	0.369
		150	0.378	0.403	0.387
	0.05	25	0.323	0.301	0.318
		50	0.389	0.362	0.373
		100	0.431	0.489	0.472
		150	0.492	0.522	0.505
	0.10	25	0.402	0.388	0.392
		50	0.434	0.410	0.424
		100	0.531	0.567	0.543
		150	0.571	0.602	0.590

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

ตารางที่ 4.14 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	p	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 & 0.794 & 0.900 \\ 0.512 & 3 & 1.162 & 1.375 & 1.559 \\ 0.671 & 1.162 & 5 & 1.775 & 2.012 \\ 0.794 & 1.375 & 1.775 & 7 & 2.381 \\ 0.900 & 1.559 & 2.012 & 2.381 & 9 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.201	0.190	0.194
		50	0.223	0.202	0.211
		100	0.242	0.289	0.273
		150	0.321	0.358	0.334
	0.05	25	0.312	0.281	0.299
		50	0.373	0.342	0.361
		100	0.471	0.510	0.491
		150	0.521	0.536	0.529
	0.10	25	0.375	0.363	0.369
		50	0.451	0.412	0.438
		100	0.483	0.502	0.495
		150	0.583	0.601	0.594
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 & 1.852 & 2.100 \\ 1.212 & 3 & 2.711 & 3.208 & 3.637 \\ 1.565 & 2.711 & 5 & 4.141 & 4.696 \\ 1.852 & 3.208 & 4.141 & 7 & 5.556 \\ 2.100 & 3.637 & 4.696 & 5.556 & 9 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.298	0.271	0.284
		50	0.320	0.303	0.312
		100	0.345	0.376	0.359
		150	0.367	0.401	0.389
	0.05	25	0.334	0.321	0.330
		50	0.380	0.351	0.368
		100	0.492	0.564	0.536
		150	0.552	0.571	0.564
	0.10	25	0.399	0.376	0.386
		50	0.489	0.467	0.477
		100	0.521	0.545	0.537
		150	0.592	0.623	0.612

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

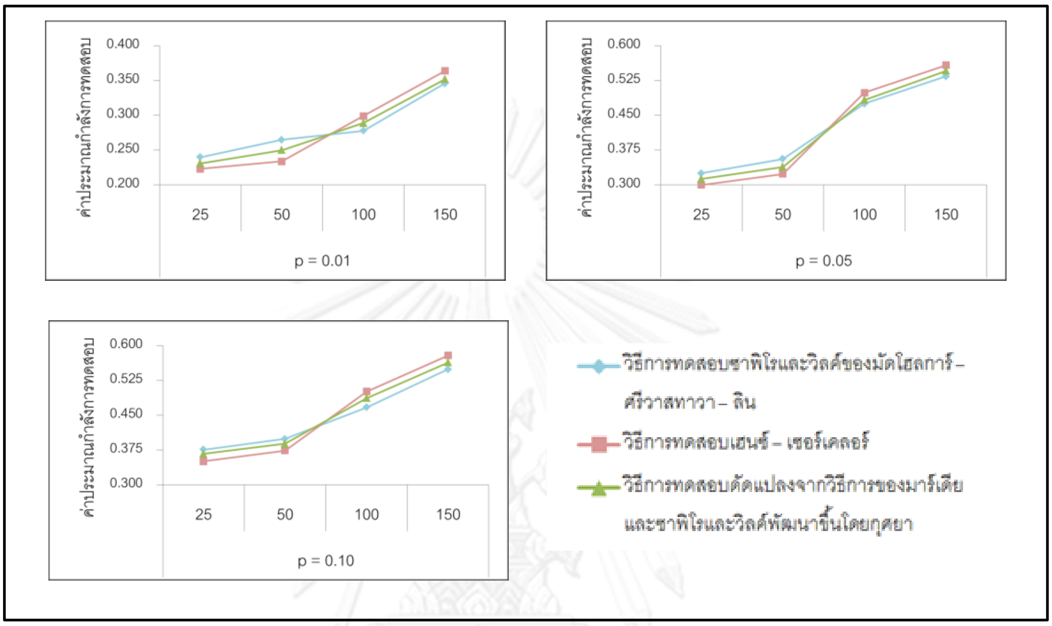
จากตารางที่ 4.13 - 4.14 เมื่อนำวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ –ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ไปใช้ทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุของสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 5 ตัวแปร ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 พบว่า

กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

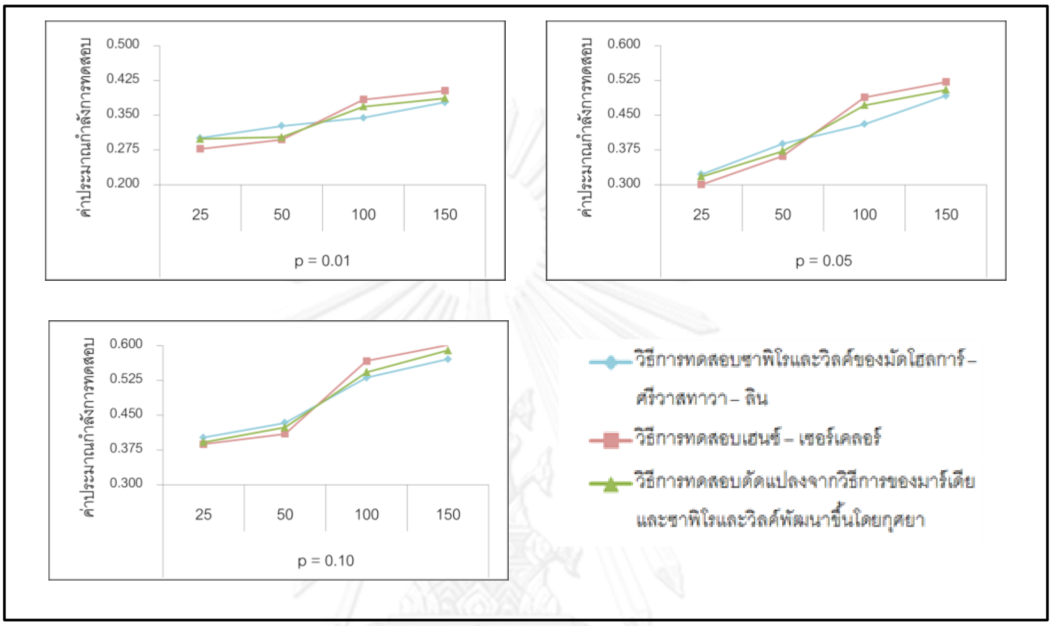
ส่วนกรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงขึ้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีค่าสูงขึ้น

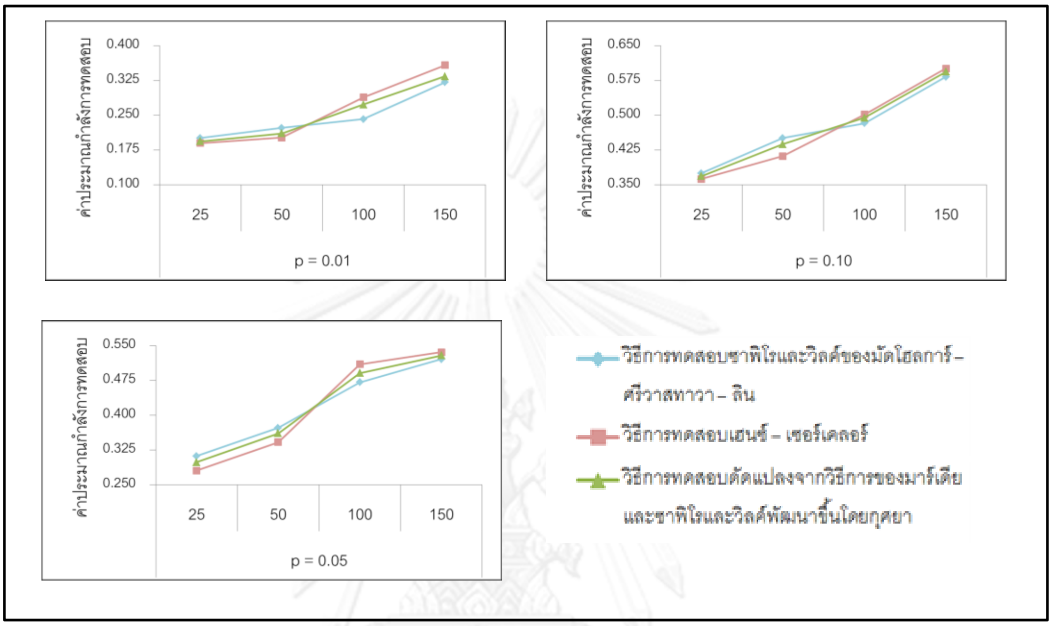
ภาพที่ 4.25 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



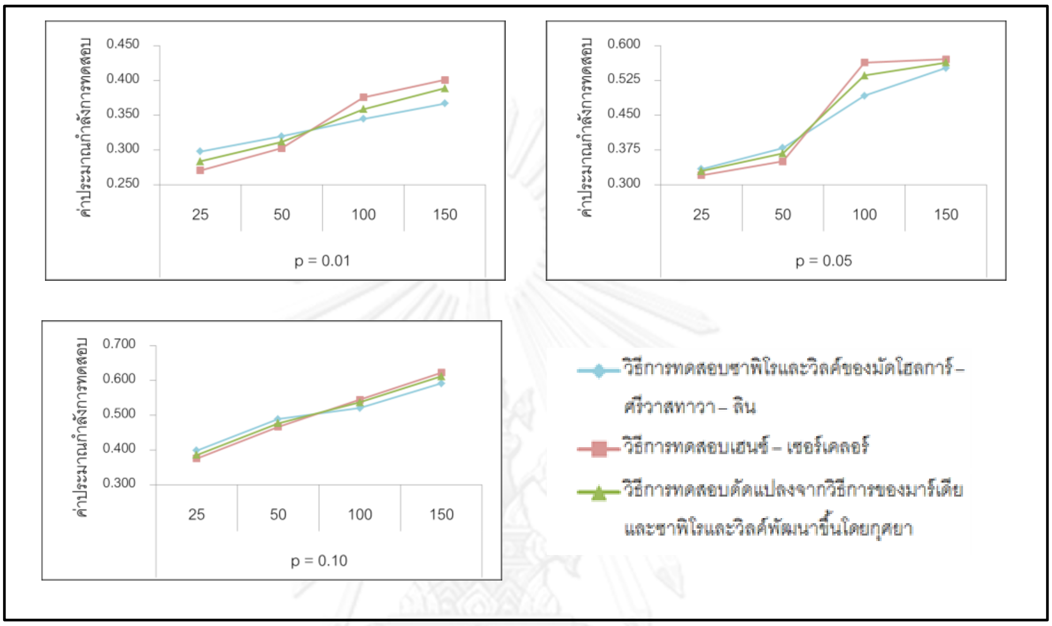
ภาพที่ 4.26 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.27 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.28 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์–ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 5 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



2.2 ผลการศึกษาค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1

ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน W_F วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ HZ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ในกรณี 3 และ 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ได้ผลดังตารางที่ 4.15 – 4.18

ตารางที่ 4.15 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 3 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	p	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.626	0.600	0.609
		50	0.671	0.647	0.659
		100	0.687	0.710	0.699
		150	0.720	0.741	0.730
	0.05	25	0.637	0.625	0.630
		50	0.673	0.650	0.661
		100	0.698	0.721	0.710
		150	0.736	0.761	0.749
	0.10	25	0.700	0.682	0.691
		50	0.731	0.702	0.719
		100	0.757	0.797	0.771
		150	0.790	0.821	0.803
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.629	0.612	0.619
		50	0.681	0.662	0.673
		100	0.705	0.731	0.720
		150	0.724	0.765	0.735
	0.05	25	0.689	0.652	0.673
		50	0.700	0.679	0.690
		100	0.730	0.758	0.748
		150	0.771	0.791	0.780
	0.10	25	0.720	0.703	0.712
		50	0.758	0.730	0.743
		100	0.769	0.791	0.778
		150	0.789	0.812	0.803

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

ตารางที่ 4.16 แสดงค่ากำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 3 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	p	ขนาดตัวอย่าง	วิธีการทดสอบ		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 \\ 0.512 & 3 & 1.162 \\ 0.671 & 1.162 & 5 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.628	0.602	0.611
		50	0.662	0.639	0.650
		100	0.684	0.701	0.693
		150	0.723	0.738	0.729
	0.05	25	0.639	0.626	0.631
		50	0.689	0.662	0.673
		100	0.700	0.723	0.714
		150	0.735	0.765	0.742
	0.10	25	0.704	0.687	0.695
		50	0.729	0.706	0.717
		100	0.753	0.799	0.775
		150	0.789	0.828	0.803
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 \\ 1.212 & 3 & 2.711 \\ 1.565 & 2.711 & 5 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.634	0.611	0.620
		50	0.687	0.655	0.671
		100	0.704	0.736	0.723
		150	0.715	0.752	0.731
	0.05	25	0.681	0.647	0.660
		50	0.708	0.679	0.689
		100	0.735	0.752	0.746
		150	0.764	0.781	0.772
	0.10	25	0.725	0.701	0.719
		50	0.751	0.723	0.740
		100	0.759	0.781	0.762
		150	0.771	0.817	0.799

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

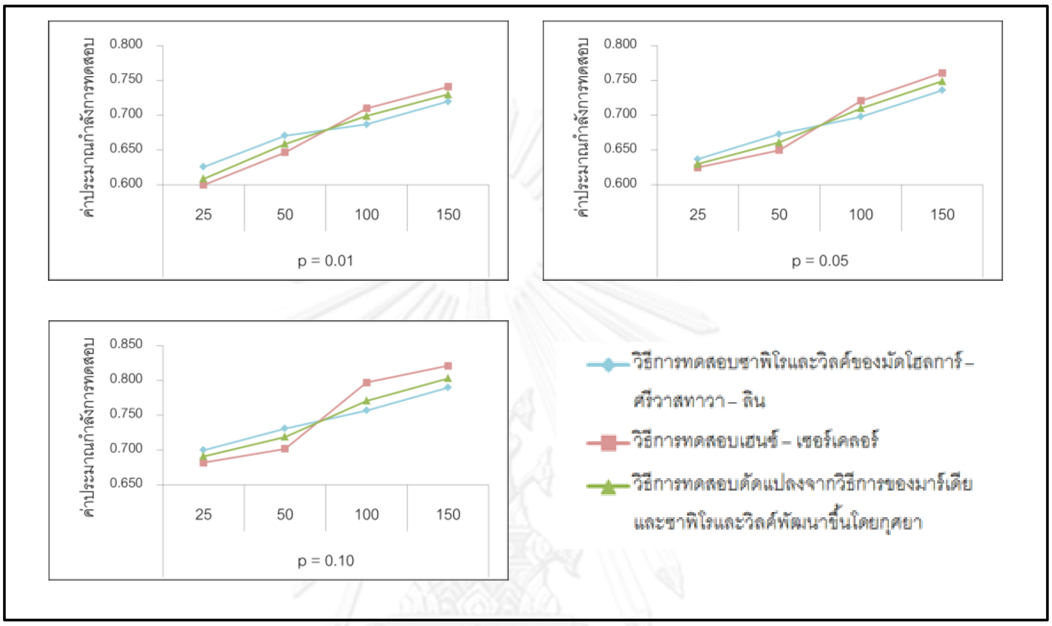
จากตารางที่ 4.15 - 4.16 เมื่อนำวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ –ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ไปใช้ทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุของสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 3 ตัวแปร ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 พบว่า

กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 ที่p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

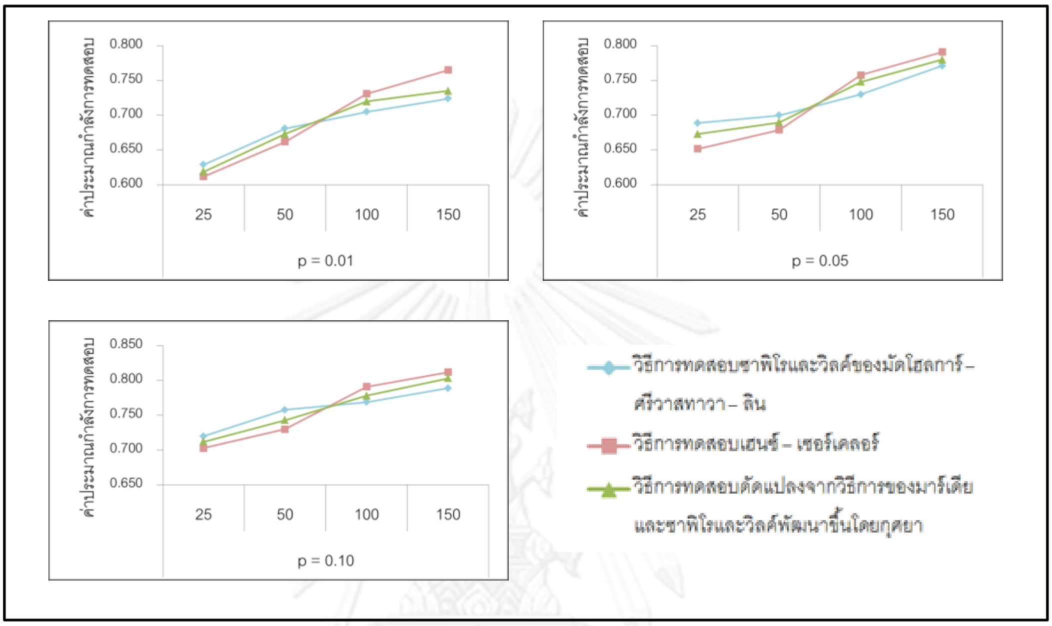
ส่วนกรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150 ที่p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ตามลำดับ ทุกเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม

วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงขึ้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีค่าสูงขึ้น

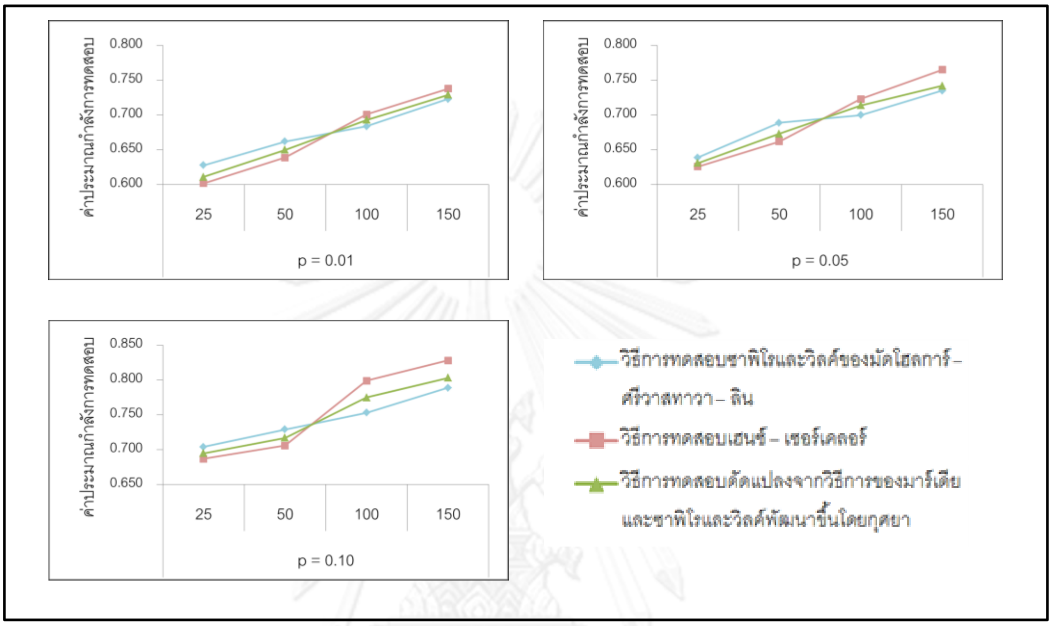
ภาพที่ 4.29 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



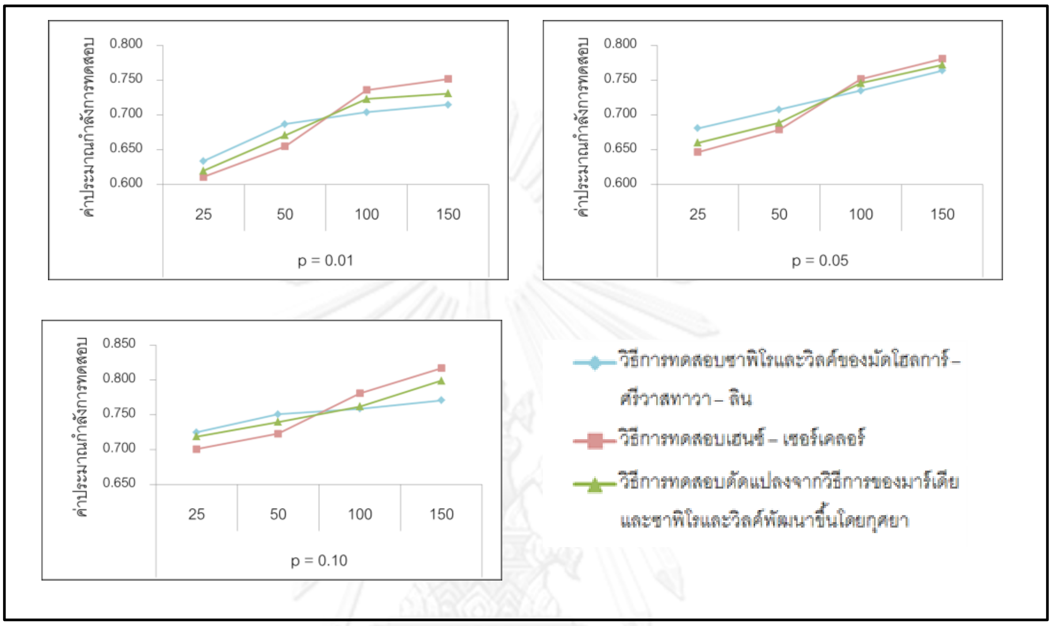
ภาพที่ 4.30 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.31 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.32 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ตารางที่ 4.17 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**p**	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.675	0.645	0.664
		50	0.691	0.671	0.680
		100	0.711	0.737	0.724
		150	0.754	0.781	0.761
	0.05	25	0.701	0.679	0.690
		50	0.728	0.710	0.720
		100	0.734	0.750	0.742
		150	0.778	0.791	0.780
	0.10	25	0.720	0.708	0.712
		50	0.748	0.725	0.734
		100	0.769	0.805	0.789
		150	0.801	0.837	0.812
$\begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.690	0.671	0.680
		50	0.711	0.699	0.701
		100	0.720	0.730	0.724
		150	0.760	0.779	0.770
	0.05	25	0.705	0.691	0.699
		50	0.722	0.706	0.711
		100	0.757	0.769	0.761
		150	0.803	0.825	0.815
	0.10	25	0.741	0.721	0.730
		50	0.776	0.749	0.765
		100	0.799	0.815	0.804
		150	0.824	0.845	0.836

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

ตารางที่ 4.18 แสดงค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 5 ตัวแปร ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 และค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม	**p**	**ขนาดตัวอย่าง**	**วิธีการทดสอบ**		
			W_F	HZ	SKW
$\begin{bmatrix} 1 & 0.512 & 0.671 & 0.794 & 0.900 \\ 0.512 & 3 & 1.162 & 1.375 & 1.559 \\ 0.671 & 1.162 & 5 & 1.775 & 2.012 \\ 0.794 & 1.375 & 1.775 & 7 & 2.381 \\ 0.900 & 1.559 & 2.012 & 2.381 & 9 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.678	0.645	0.659
		50	0.689	0.669	0.673
		100	0.710	0.736	0.721
		150	0.747	0.771	0.759
	0.05	25	0.698	0.678	0.683
		50	0.721	0.703	0.714
		100	0.723	0.742	0.731
		150	0.765	0.781	0.772
	0.10	25	0.715	0.699	0.704
		50	0.741	0.723	0.734
		100	0.771	0.803	0.789
		150	0.797	0.836	0.813
$\begin{bmatrix} 1 & 1.212 & 1.565 & 1.852 & 2.100 \\ 1.212 & 3 & 2.711 & 3.208 & 3.637 \\ 1.565 & 2.711 & 5 & 4.141 & 4.696 \\ 1.852 & 3.208 & 4.141 & 7 & 5.556 \\ 2.100 & 3.637 & 4.696 & 5.556 & 9 \end{bmatrix}$	0.01	25	0.681	0.657	0.669
		50	0.695	0.682	0.687
		100	0.719	0.734	0.728
		150	0.757	0.783	0.769
	0.05	25	0.701	0.687	0.693
		50	0.736	0.719	0.725
		100	0.761	0.749	0.754
		150	0.792	0.775	0.785
	0.10	25	0.731	0.719	0.723
		50	0.765	0.734	0.749
		100	0.782	0.806	0.793
		150	0.812	0.854	0.834

<u>หมายเหตุ</u> : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

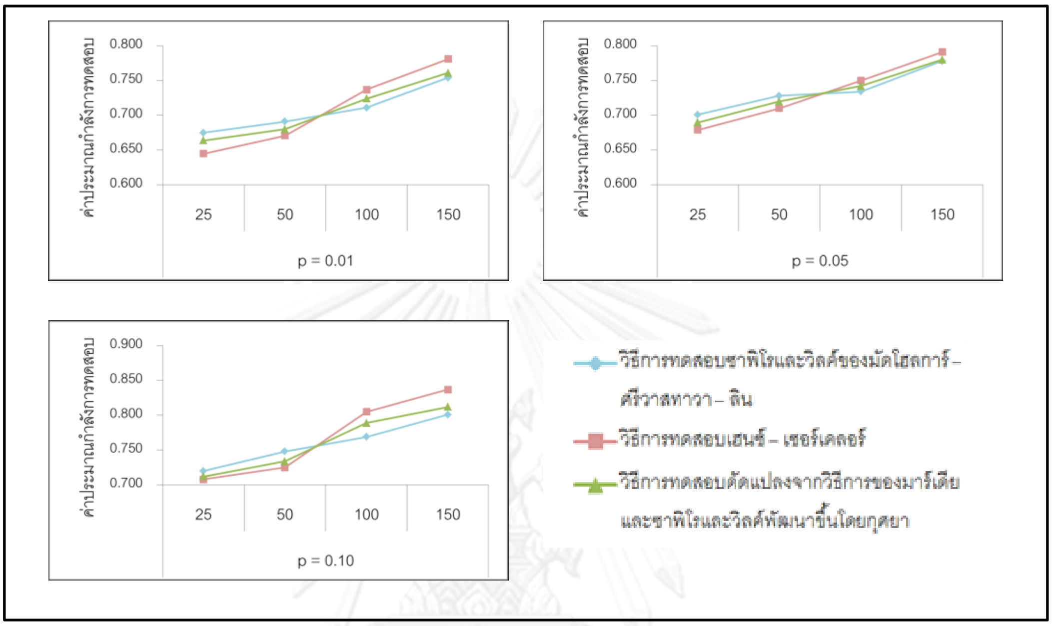
จากตารางที่ 4.17 - 4.18 เมื่อนำวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ –ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ไปใช้ทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุของสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 5 ตัวแปร ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 พบว่า

กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ตามลำดับ ทุกค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

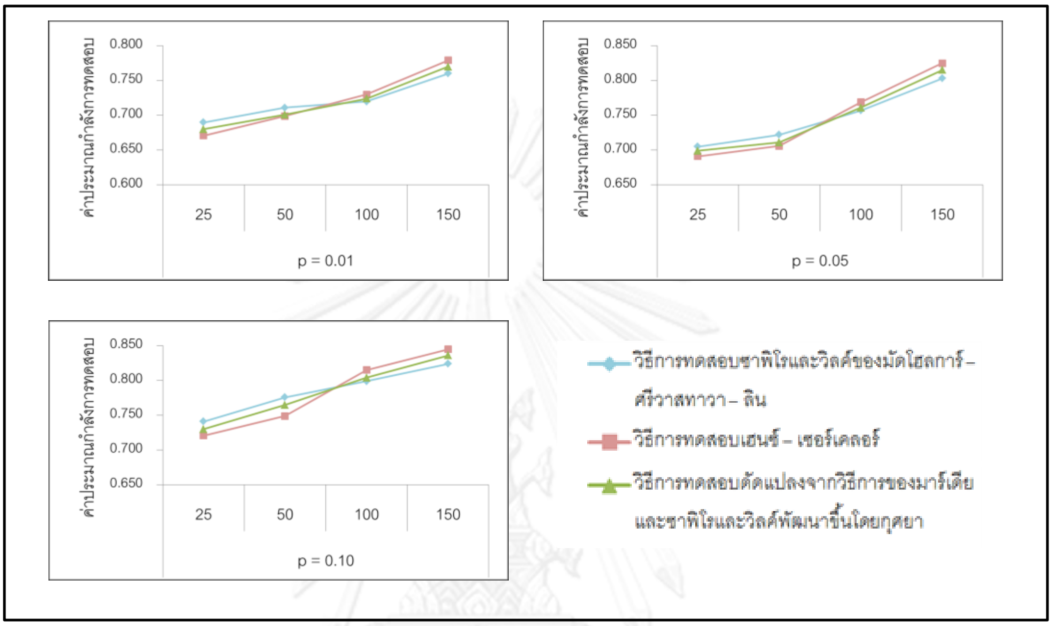
ส่วนกรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10 วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ตามลำดับ ทุกค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

วิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธีมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงขึ้น เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีค่าสูงขึ้น

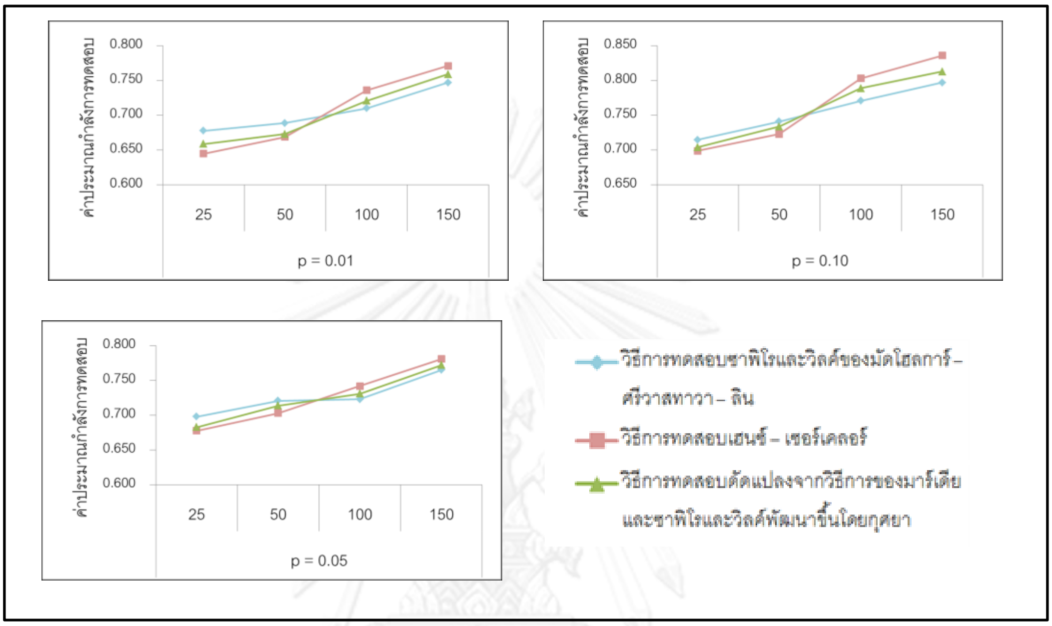
ภาพที่ 4.33 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



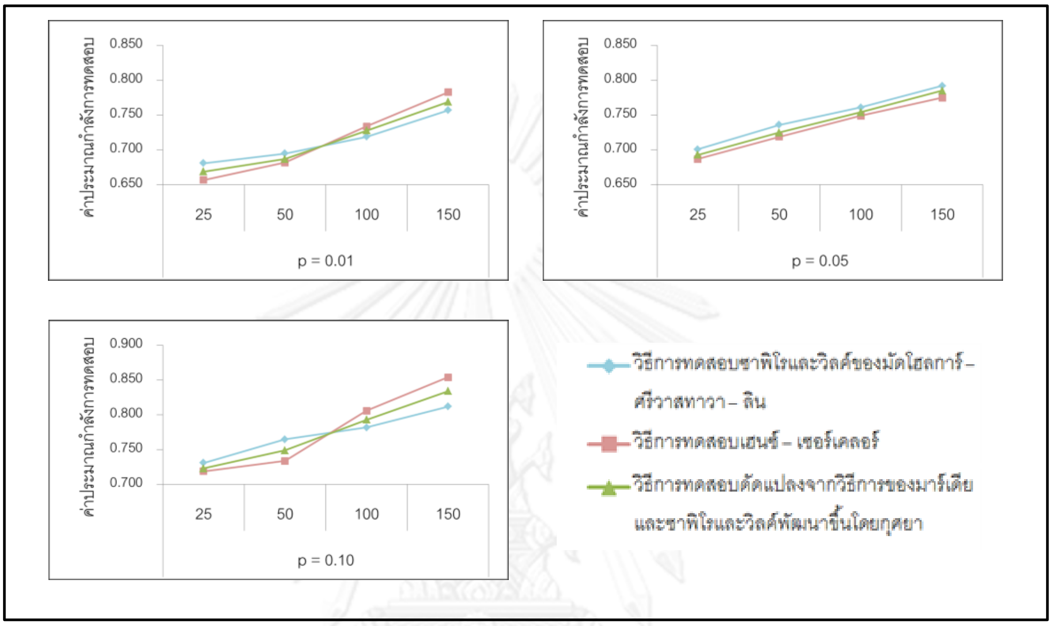
ภาพที่ 4.34 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{44} = \sigma_{55} = 1$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.35 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



ภาพที่ 4.36 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 กรณี 5 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.7 ค่าความแปรปรวน $\sigma_{11} \neq \sigma_{22} \neq \sigma_{33} \neq \sigma_{44} \neq \sigma_{55}$ ขนาดตัวอย่าง 25, 50, 100 และ 150 ที่ p=0.01, 0.05 และ 0.10



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้งสามวิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ซึ่งดำเนินการภายใต้เงื่อนไขและขอบเขตดังนี้

1. ศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 โดยเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของวิธีการทดสอบแต่ละวิธี

1.1 การแจกแจงที่นำมาศึกษา คือ การแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ โดยที่มีเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 และ 0.7 และค่าความแปรปรวนเท่ากัน และไม่เท่ากัน

1.2 วิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

2. ศึกษากำลังการทดสอบ โดยเปรียบเทียบกำลังการทดสอบระหว่างวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้

2.1 การแจกแจงที่นำมาทดสอบ คือ

- การแจกแจงแบบสติวเดนท์-ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 5
- การแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1

เนื่องจากการแจกแจงทั้งสองเป็นการแจกแจงแบบสมมาตรที่มีลักษณะใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

2.2 วิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

3. จำนวนตัวแปรที่ใช้ในศึกษาเท่ากับ 3 และ 5 ตัวแปร

4. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในศึกษาเท่ากับ 25, 50, 100 และ 150

5. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ คือ 0.01, 0.05 และ 0.10

การศึกษาค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เริ่มจากการจำลองข้อมูลการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ โดยมีกำหนดจำนวนตัวแปรและขนาดตัวอย่างตามเงื่อนไขที่ศึกษา แต่ละเงื่อนไขจำลองข้อมูลจำนวน 5,000 รอบ แล้วนำข้อมูลมาทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุด้วยวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ซึ่งจะพิจารณาจากการนับจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง ที่ $p = 0.01, 0.05$ และ 0.10 จากนั้นคำนวณหาค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 โดยวิธีการทดสอบจะควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ก็ต่อเมื่อค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 มีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนดไว้ภายใต้ $p = 0.01, 0.05$ และ 0.10

ส่วนการศึกษาค่าประมาณกำลังการทดสอบนั้น โดยเริ่มจากการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบสติวเดนท์-ทีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 5 และการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 โดยกำหนดจำนวนตัวแปรและขนาดตัวอย่างตามเงื่อนไขที่ศึกษา แต่ละเงื่อนไขจำลองข้อมูลจำนวน 5,000 รอบ แล้วนำข้อมูลมาทดสอบความเป็นปกติเชิงพหุด้วยวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุทั้ง 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน$\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) ที่ $p=0.01, 0.05$ และ 0.10 จากนั้นคำนวณหาค่าประมาณกำลังการทดสอบ และเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบที่ได้ของแต่ละวิธีการทดสอบว่า วิธีการทดสอบใดมีกำลังการทดสอบสูงที่สุดในแต่ละลักษณะที่กำหนด

การวิเคราะห์ผลการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการโดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 และสามารถสรุปผลการวิจัยในกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

การเปรียบเทียบค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 กับ $p=0.01, 0.05$ และ 0.10 ของวิธีการทดสอบ 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) สามารถสรุปผลการเปรียบเทียบได้ดังนี้

วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณีของการทดสอบ

กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50 วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่าวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์$\left(HZ\right)$ทุกกรณีของการทดสอบ เนื่องจากวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ เป็นวิธีการทดสอบที่อยู่ในกลุ่มของวิธีการทดสอบที่อาศัยหลักการทดสอบความกลมกลืน (Goodness-of-fit) ระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงเชิงประจักษ์กับฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ และเป็นการพัฒนามาจากวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ที่เป็นวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติตัวแปรเดียว การพิจารณาความกลมกลืนของฟังก์ชันการแจกแจงนั้น อาจเหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีขนาดตัวอย่างเล็ก ดังนั้นวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ สามารถความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่าวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$

ส่วนกรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150 วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่าวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ทุกกรณีของการทดสอบ เนื่องจากวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ เป็นวิธีการเปรียบเทียบฟังก์ชันการแจกแจงของค่าสังเกตหรือฟังก์ชันคุณลักษณะเชิงประจักษ์ กับฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุโดยตรง ซึ่งมีพื้นฐานมาจากฟังก์ชันคุณลักษณะซึ่งมีการพิสูจน์ยืนยันแล้วว่า เมื่อนำมาใช้ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ จะให้การทดสอบที่มีความแนบนัย (consistent) และเป็นวิธีการที่ให้ผลการทดสอบไม่เปลี่ยนไปตามการแปลงรูปของข้อมูล (affine invariant) การปรับฟังก์ชันการแจกแจงด้วยการถ่วงน้ำหนัก จะมีผลทำให้การทดสอบเปลี่ยนไปจากความเป็นจริง ดังนั้นวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ จึงสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่าวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน$\left(W_F\right)$

จากการศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ 3 วิธี คือ วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์

ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณีของการทดสอบ ซึ่งสามารถนำค่าประมาณกำลังการทดสอบมาเปรียบเทียบกันได้

2. ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบ

ผลการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ และวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) โดยพิจารณาค่าประมาณกำลังการทดสอบ เพื่อหาวิธีการทดสอบที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ทีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 3 และ 5 และการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 ที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 0.3 และ 0.7 และค่าความแปรปรวนเท่ากัน และไม่เท่ากัน สามารถสรุปผลการเปรียบเทียบได้ดังนี้

2.1 กรณีขนาดตัวอย่าง 25 และ 50

วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ตามลำดับทุกกรณีการทดสอบ

2.2 กรณีขนาดตัวอย่าง 100 และ 150

วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาเป็นวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ตามลำดับทุกกรณีการทดสอบ

วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูง ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่พบว่า วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) และวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

$\left(W_F\right)$ เนื่องจากค่าสถิติทดสอบของวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ มีรากฐานจากฟังก์ชันไม่เป็นลบ (non-negative function) ที่วัดระยะระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงตามสมมาตร (ซึ่งหมายถึง ฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ) กับฟังก์ชันการแจกแจงของค่าสังเกต โดยฟังก์ชันทั้งสองฟังก์ชันนั้นอยู่ในรูปของฟังก์ชันคุณลักษณะ (Characteristic function) เพื่อให้ค่าสถิติมีความแนบนัย และฟังก์ชันทั้งสองจะมีค่าเท่ากับศูนย์ เมื่อข้อมูลที่ได้มาจากการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ อีกทั้งพารามิเตอร์ทำให้เรียบของวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ พัฒนามาจากการประมาณค่าความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability density estimation) โดยใช้ตัวประมาณค่าส่วนกลาง (Kernal estimator) จึงมีความเหมาะสมกับกรณีข้อมูลขนาดใหญ่

วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงรองลงมาจากวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ เนื่องจากวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) เป็นวิธีการทดสอบที่ใช้ฟังก์ชันของระยะทาง Mahalanobis ยกกำลังสอง ทำให้การวัดของมาร์เดียมีประโยชน์ในการตรวจข้อมูลสุดโต่งเชิงพหุ กรณีที่ค่าความโด่งเชิงพหุมีค่ามากเมื่อเปรียบเทียบกับค่าคาดหวังภายใต้การแจกแจงแบบปกติ แสดงให้เห็นว่า มีค่าสังเกตค่าใดค่าหนึ่งหรือมีระยะ Mahalanobis มากจึงมีตำแหน่งอยู่ห่างจากกจุดเซ็นทรอยด์ของชุดข้อมูล ดังนั้นการวัดความโด่งเชิงพหุของมาร์เดียสามารถบอกได้เบื้องต้นว่า การแจกแจงนั้นมีหางสั้นกว่าหรือยาวกว่าการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

ส่วนวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูง กรณีขนาดตัวอย่างเล็ก เนื่องจากวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ เป็นวิธีการทดสอบที่อยู่ในกลุ่มของวิธีการทดสอบที่อาศัยหลักการทดสอบความกลมกลืน (Goodness-of-fit) ระหว่างฟังก์ชันการแจกแจงเชิงประจักษ์กับฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ และเป็นการพัฒนามาจากวิธีการทดสอบของซาพิโรและวิลค์ที่เป็นวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติตัวแปรเดียว การพิจารณาความกลมกลืนของฟังก์ชันการแจกแจงนั้น อาจเหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีขนาดตัวอย่างเล็ก

ตารางที่ 5.1 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบสติวเดนท์ – ที เชิงพหุ กรณี 3 และ 5 ตัวแปร

จำนวนตัวแปร	p	ขนาดตัวอย่าง	อันดับ 1	อันดับ 2	อันดับ 3
3 ตัวแปร	0.01	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
	0.05	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
	0.10	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
5 ตัวแปร	0.01	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
	0.05	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
	0.10	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

อันดับ 1 หมายถึง ค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด

อันดับ 2 และ 3 หมายถึง ค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงรองลงมาตามลำดับ

ตารางที่ 5.2 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ กรณี 3 และ 5 ตัวแปร

จำนวนตัวแปร	**p**	**ขนาดตัวอย่าง**	**อันดับ 1**	**อันดับ 2**	**อันดับ 3**
3 ตัวแปร	0.01	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
	0.05	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
	0.10	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
5 ตัวแปร	0.01	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
	0.05	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F
	0.10	25	W_F	SKW	HZ
		50	W_F	SKW	HZ
		100	HZ	SKW	W_F
		150	HZ	SKW	W_F

หมายเหตุ : W_F หมายถึง วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

HZ หมายถึง วิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

SKW หมายถึง วิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

อันดับ 1 หมายถึง ค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด

อันดับ 2 และ 3 หมายถึง ค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงรองลงมาตามลำดับ

5.2 ข้อเสนอแนะ

1. เนื่องจากวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุที่มีอยู่ในปัจจุบัน ยังไม่มีวิธีการทดสอบใดที่ดีที่สุดในทุกสถานการณ์ ดังนั้นการเลือกใช้วิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุวิธีใดวิธีหนึ่งเพียงวิธีเดียวนั้น อาจทำให้ได้ข้อมูลที่ผิดพลาดได้ จึงควรใช้วิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุหลายๆวิธีในการตรวจสอบความเป็นเชิงพหุของข้อมูล

2. ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ กรณีขนาดตัวอย่างใหญ่ควรใช้วิธีการทดสอบของวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์ $\left(HZ\right)$ ควบคู่กับวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) เพื่อตรวจสอบความไม่เป็นปกติของข้อมูลด้วย

3. ในการทดสอบการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ กรณีขนาดตัวอย่างเล็กควรใช้วิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน $\left(W_F\right)$ ควบคู่กับวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546) เพื่อตรวจสอบความไม่เป็นปกติของข้อมูลด้วย

รายการอ้างอิง

Bradley, J. V. (1978). "Robustness?" British Journal of Mathematical and Statistical Psychology **31**: 144-152.

Henze, N. and B. Zirkler (1990). "A class of Invariant consistent tests for multivariate normality." Communications in Statistics : Theory and Methods **19**(3595 - 3617).

Hofert, M. (2013). "On Sampling from the Multivariate t Distribution." The R Journal **5/2**.

Kundu, D., et al. (2013). "Generalized Multivariate Birnbaum-Saunders Distributions and Related Inferential Issues." Journal of Multivariate Analysis **116**: 230–244.

Mudholkar, G. S., et al. (1995). "Some p-Variate adaptations of the Shapiro – Wilk test of Normality." Communications in Statistics : Theory and Methods **24**: 953 – 985.

ไพศาล วรคำ (2550). การพัฒนาวิธีการปรับค่าพารามิเตอร์ทำให้เรียบสำหรับทดสอบการแจกแจงปกติพหุตัวแปรโดยประยุกต์วิธีการทดสอบของเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์. คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยนเรศวร. วิทยานิพนธ์ปริญญาเอก.

กุศยา ปลั่งพงษ์พันธ์ (2546). "เทคนิคการตรวจสอบการแจกแจงแบบปกติของข้อมูลเชิงพหุ." การประชุมวิชาการ ม.อ.ภูเก็ตวิจัย ครั้งที่ 1 ประจำปี 2551.

บรรณานุกรม

เสาวลักษณ์ ฮุนนางกูร (2540). การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของแบบทดสอบการแจกแจงปกติพหุ. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท.

Anderson, T.W. (1984) . An Introduction to Multivariate Analysis. New York : John Willey and Sons, 158 – 165.

Cox, D. R. and N. J. H. Small. (1978) . Testing Multivariate Normality. Biometrika. 65, 2 : 263 – 272.

Henze, N. (1994). On Mardia's kurtosis test for multivariate normality. Communications in Statistics : Theory and Methods, 23 : 1031 – 1045.

Henze, N. (2002). Invariant tests for multivariate normality : A critical review. Statist. Papers, 43 : 467 – 506.

Mardia, M. V. (1970). Measures of Multivariate skewness and kurtosis with applications. Biometrika, 57 : 519 – 530.

Mecklin, C. J., & Mundfrom, D. J. (2003). On using asymptotic critical values in testing for multivariate normality. InterStat, available on line at http://interstat.stat.vt.edu/InterStat/ARTICLES/2003/articles/J03001.pdf.

Mudholkar, G. S., & Srivastava, D. K. (2002) The elusive and illusory multivariate normality. In Advances on Theoretical and Methodological Aspects of Probability and Statistics, Balakrishnan, N., Ed., New York : Taylor and Francis

Patrick J. Farrell Matias Salibian-Barrera and Katarzyna Naczk. (2006). On tests for multivariate normality and associated simulation studies. Journal of Statistical Computation and Simulation.

Royston, J. P. (1983). Some Techniques for Assessing Multivariate Normality Based on the Shapiro and Wilk W. Applies Statistics. 32, 2 : 121 – 133.

Royston, J.P. (1992). Approximating the Shapiro-Wilk W-Test for non-normality. Statistics and Computing, 2 : 117 – 119.

Shapiro, S. S, & Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality. Biometrika, 52 : 591 – 611.

Small, N. J.H. (1980). Marginal Skewness and Kurtosis in Testing Multivariate Normality. Applied Statistics. 29, 1 : 85 – 87.

ภาคผนวก

การวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 ในการจำลองข้อมูลและคำนวณค่าต่าง ๆ

โปรแกรมที่ใช้สำหรับจำลองข้อมูลการแจกแจงแบบปกติเชิงพหุ

```
%Case : 3 variables 25 samples
N<-25
mu<-c(0,0,0)
rho<-0.3
var11<-1
var22<-3
var33<-5
sigma<-
matrix(c(1,rho*sqrt(var11)*sqrt(var22),rho*sqrt(var11)*sqrt(var33),rho*sqrt(var22)*sqrt(va
r11),3,rho*sqrt(var22)*sqrt(var33),rho*sqrt(var33)*sqrt(var11),rho*sqrt(var33)*sqrt(var22),
5),3,3)
p<-nrow(sigma)
M<-t(chol(sigma))
M%*%t(M)
Z<-matrix(rnorm(p*N),p,N)
X<-data.frame(t(M%*%Z)+matrix(1,N,1)%*%mu)

%Case : 5 variables 25 samples
N<-25
mu<-c(0,0,0,0,0)
rho<-0.7
var11<-1
var22<-3
var33<-5
var44<-7
```

```
var55<-9
sigma<-
matrix(c(1,rho*sqrt(var11)*sqrt(var22),rho*sqrt(var11)*sqrt(var33),rho*sqrt(var11)*sqrt(va
r44),rho*sqrt(var11)*sqrt(var55),rho*sqrt(var22)*sqrt(var11),3,rho*sqrt(var22)*sqrt(var33),
rho*sqrt(var22)*sqrt(var44),rho*sqrt(var22)*sqrt(var55),rho*sqrt(var33)*sqrt(var11),rho*s
qrt(var33)*sqrt(var22),5,rho*sqrt(var33)*sqrt(var44),rho*sqrt(var33)*sqrt(var55),rho*sqrt(
var44)*sqrt(var11),rho*sqrt(var44)*sqrt(var22),rho*sqrt(var44)*sqrt(var33),7,rho*sqrt(var4
4)*sqrt(var55),rho*sqrt(var55)*sqrt(var11),rho*sqrt(var55)*sqrt(var22),rho*sqrt(var55)*sqr
t(var33),rho*sqrt(var55)*sqrt(var44),9),5,5)
p<-nrow(sigma)
M<-t(chol(sigma))
M%*%t(M)
Z<-matrix(rnorm(p*N),p,N)
X<-data.frame(t(M%*%Z)+matrix(1,N,1)%*%mu)
```

โปรแกรมที่ใช้สำหรับจำลองข้อมูลการแจกแจงแบบสติวเดนท์-ทีเชิงพหุ

```
%Case : 3 variables 25 samples
N<-25
mu<-c(0,0,0)
rho<-0.3
var11<-1
var22<-3
var33<-5
sigma<-
matrix(c(1,rho*sqrt(var11)*sqrt(var22),rho*sqrt(var11)*sqrt(var33),rho*sqrt(var22)*sqrt(va
r11),3,rho*sqrt(var22)*sqrt(var33),rho*sqrt(var33)*sqrt(var11),rho*sqrt(var33)*sqrt(var22),
5),3,3)
p<-nrow(sigma)
df<-3
t<-rmvt(N,sigma,df,delta=mu)
```

```
X<-data.frame(t)
```

```
%Case : 5 variables 25 samples
N<-25
mu<-c(0,0,0,0,0)
rho<-0.7
var11<-1
var22<-3
var33<-5
var44<-7
var55<-9
sigma<-matrix(c(1,rho*sqrt(var11)*sqrt(var22),rho*sqrt(var11)*sqrt(var33),rho*sqrt(var11)*sqrt(var44),rho*sqrt(var11)*sqrt(var55),rho*sqrt(var22)*sqrt(var11),3,rho*sqrt(var22)*sqrt(var33),rho*sqrt(var22)*sqrt(var44),rho*sqrt(var22)*sqrt(var55),rho*sqrt(var33)*sqrt(var11),rho*sqrt(var33)*sqrt(var22),5,rho*sqrt(var33)*sqrt(var44),rho*sqrt(var33)*sqrt(var55),rho*sqrt(var44)*sqrt(var11),rho*sqrt(var44)*sqrt(var22),rho*sqrt(var44)*sqrt(var33),7,rho*sqrt(var44)*sqrt(var55),rho*sqrt(var55)*sqrt(var11),rho*sqrt(var55)*sqrt(var22),rho*sqrt(var55)*sqrt(var33),rho*sqrt(var55)*sqrt(var44),9),5,5)
p<-nrow(sigma)
df<-3
t<-rmvt(N,sigma,df,delta=mu)
X<-data.frame(t)
```

โปรแกรมที่ใช้สำหรับจำลองข้อมูลการแจกแจงแบบโคชีเชิงพหุ

```
%Case : 3 variables 25 samples
N<-25
mu<-c(0,0,0)
rho<-0.3
```

```
var11<-1
var22<-3
var33<-5
sigma<-
matrix(c(1,rho*sqrt(var11)*sqrt(var22),rho*sqrt(var11)*sqrt(var33),rho*sqrt(var22)*sqrt(va
r11),3,rho*sqrt(var22)*sqrt(var33),rho*sqrt(var33)*sqrt(var11),rho*sqrt(var33)*sqrt(var22),
5),3,3)
p<-nrow(sigma)
df<-1
t<-rmvt(N,sigma,df,delta=mu)
X<-data.frame(t)

%Case : 5 variables 25 samples
N<-25
mu<-c(0,0,0,0,0)
rho<-0.7
var11<-1
var22<-3
var33<-5
var44<-7
var55<-9
sigma<-
matrix(c(1,rho*sqrt(var11)*sqrt(var22),rho*sqrt(var11)*sqrt(var33),rho*sqrt(var11)*sqrt(va
r44),rho*sqrt(var11)*sqrt(var55),rho*sqrt(var22)*sqrt(var11),3,rho*sqrt(var22)*sqrt(var33),
rho*sqrt(var22)*sqrt(var44),rho*sqrt(var22)*sqrt(var55),rho*sqrt(var33)*sqrt(var11),rho*s
qrt(var33)*sqrt(var22),5,rho*sqrt(var33)*sqrt(var44),rho*sqrt(var33)*sqrt(var55),rho*sqrt(
var44)*sqrt(var11),rho*sqrt(var44)*sqrt(var22),rho*sqrt(var44)*sqrt(var33),7,rho*sqrt(var4
4)*sqrt(var55),rho*sqrt(var55)*sqrt(var11),rho*sqrt(var55)*sqrt(var22),rho*sqrt(var55)*sqr
t(var33),rho*sqrt(var55)*sqrt(var44),9),5,5)
p<-nrow(sigma)
df<-1
```

```
t<-rmvt(N,sigma,df,delta=mu)
X<-data.frame(t)
```

โปรแกรมวิธีการทดสอบซาพิโรและวิลค์ของมัดโฮลการ์ – ศรีวาสทาวา – ลิน

```
% The Shapiro and Wilk test of Mudholkar, Srivastava and Lin
XX<-(log(N))-5
lambda<-0.480385+0.318828*XX-
0.0241665*(XX^3)+0.00879701*(XX^4)+0.002989646*(XX^5)
Umu<-exp(-1.91487-1.37888*XX-0.04183209*(XX^2)+0.1066339*(XX^3)-
0.03513666*(XX^4)-0.01504614*(XX^5))
Usigma<-exp(-3.73538-1.015807*XX-0.331885*(XX^2)+0.1773538*(XX^3)-
0.01638782*(XX^4)-0.03215018*(XX^5)+0.003852646*(XX^6))
Y1<-sort(X[,1])
Y1bar<-sum(Y[,1])/N
for (i in 2:N-1) {
p[i]<-(i-0.375)/(N+0.25)
m[i]<-((-p[i]^0.1349)+(1-p[i])^0.1349)/0.1975
a[N-i+1]<-2*m[i]
asum<-asum+a[N-i+1]
}
a1power2<-(gamma((N+1)/2))/((sqrt(2))*gamma((N/2)+1))
a[1]<-(((a1power2)/(1-2*a1power2))*asum)^(1/2)
a[N]<-a[1]
for (i in 1:N) {
whup<-whup+(a[N-i+1]*(Y1[N-i+1]-Y1[i]))^2
whdown<-whdown+(Y1[1]-Y1bar)^2
}
wh1<-whup/whdown
```

```
U1<-(1-Wh1)^lambda
Z1<-(U1-Umu)/Usigma
R1<-(1-pnorm(abs(Z1)))
X1bar<-sum(X[,1])/N
X2bar<-sum(X[,2])/N
Xbar<-t(data.frame(X1bar,X2bar))
X1diff<-X[,1]-X1bar
X1diff2<-sum(X1diff^2)
X2diff<-X[,2]-X2bar
X12sum<-sum(X1diff*X2diff)
b21<-X12sum/X1diff2
Y2<-sort(X[,2]-b21*X[,1])
Wh2<-shapiro.test(Y2)$statistic
U2<-(1-Wh2)^lambda
Z2<-(U2-Umu)/Usigma
R2<-(1-pnorm(abs(Z2)))
X3bar<-sum(X[,3])/N
X3diff<-X[,3]-X3bar
X2diff2<-sum(X2diff^2)
X13sum<-sum(X1diff*X3diff)
X23sum<-sum(X2diff*X3diff)
b32<-X23sum/X2diff2
b31<-X13sum/X1diff2
Y3<-sort(X[,3]-b32*X[,2]-b31*X[,1])
Wh3<-shapiro.test(Y3)$statistic
U3<-(1-Wh3)^lambda
Z3<-(U3-Umu)/Usigma
R3<-(1-pnorm(abs(Z3)))
```

```
WF<-(-2*(log(R1)+log(R2)+log(R3)))
```

โปรแกรมวิธีการทดสอบเฮนซ์ – เซอร์เคลอร์

```
% the Henze – Zirkler test
alpha<-0.01
beta<-0.5
Xbar1<-sum(X[,1])/N
Xbar2<-sum(X[,2])/N
Xbar3<-sum(X[,3])/N
X1diff<-X[,1]-Xbar1
X2diff<-X[,2]-Xbar2
X3diff<-X[,3]-Xbar3
Xdiff<-data.frame(X1diff,X2diff,X3diff)
covinv<-solve(sigma)
YPower2<-matrix(0,N,1)
TPower1<-matrix(0,N,3)
for (i in 1:N) {
TPower1[i,1]<-Xdiff[i,1]*covinv[1,1]+Xdiff[i,2]*covinv[2,1]+Xdiff[i,3]*covinv[3,1]
TPower1[i,2]<-Xdiff[i,1]*covinv[1,2]+Xdiff[i,2]*covinv[2,2]+Xdiff[i,3]*covinv[3,2]
TPower1[i,3]<-Xdiff[i,1]*covinv[1,3]+Xdiff[i,2]*covinv[2,3]+Xdiff[i,3]*covinv[3,2]
YPower2[i,1]<-TPower1[i,1]*Xdiff[i,1]+TPower1[i,2]*Xdiff[i,2]++TPower1[i,3]*Xdiff[i,3]
}
sumexpYPower2<-sum(exp(-((beta^2)/(2*(1+(beta^2))))*(YPower2)))
Xjkdiff<-matrix(0,N^2,3)
for (i in 1:N) {
        for (j in 1:2) {
                for (k in 1:N) {
```

```
            Xjkdiff[k+((i-1)*N),j]<-X[i,j]-X[k,j]
}
}
}
YdiffPower2<-matrix(0,N^2,1)
TdiffPower1<-matrix(0,N^2,3)
for (i in 1:N^2) {
TdiffPower1[i,1]<-Xjkdiff[i,1]*covinv[1,1]+Xjkdiff[i,2]*covinv[2,1]+Xjkdiff[i,3]*covinv[3,1]
TdiffPower1[i,2]<-Xjkdiff[i,1]*covinv[1,2]+Xjkdiff[i,2]*covinv[2,2]+Xjkdiff[i,3]*covinv[3,2]
TdiffPower1[i,3]<-Xjkdiff[i,1]*covinv[1,3]+Xjkdiff[i,2]*covinv[2,3]+Xjkdiff[i,3]*covinv[3,3]
YdiffPower2[i,1]<-
TdiffPower1[i,1]*Xjkdiff[i,1]+TdiffPower1[i,2]*Xjkdiff[i,2]+TdiffPower1[i,3]*Xjkdiff[i,3]
}
sumexpYdiffPower2<-sum(exp(-((beta^2)/2)*YdiffPower2))
HZ<-((1/(N^2))*sumexpYdiffPower2)-2*((1+(beta^2))^(-
p/2))*(1/N)*(sumexpYPower2)+((1+(2*(beta^2)))^(-p/2))
wb<-(1+(beta^2))*(1+3*(beta^2))
a<-1+2*(beta^2)
HZmu<-1-(a^(-p/2))*(1+((p*(beta^2))/a)+((p*(p+2)*(beta^4))/(2*(a^2))))
HZvar<-(2*(1+4*(beta^2))^(-p/2)+2*a^(-
p)*(1+(2*p*(beta^4))/(a^2)+(3*p*(p+2)*(beta^8))/(4*(a^4)))-4*(wb^(-
p/2))*(1+(3*p*(beta^4))/(2*wb)+(p*(p+2)*(beta^8))/(2*(wb^2))))
pHZmu<-log10(sqrt((HZmu^4)/(HZvar+(HZmu^2))))
pHZvar<-sqrt(log10((HZvar+(HZmu^2))/(HZmu^2)))
pvalue<-1-(plnorm(HZ,pHZmu,pHZvar))
```

โปรแกรมวิธีการทดสอบดัดแปลงจากวิธีการของมาร์เดียและซาพิโรและวิลค์ที่พัฒนาขึ้นโดยกุศยา (2546)

```
% the modified technique base on techniques of Mardia and Shapiro and Wilk to
develop by Kusaya (2003)
alpha<-0.01
XX<-(log(N))-5
lambda<-0.480385+0.318828*XX-
0.0241665*(XX^3)+0.00879701*(XX^4)+0.002989646*(XX^5)
Umu<-exp(-1.91487-1.37888*XX-0.04183209*(XX^2)+0.1066339*(XX^3)-
0.03513666*(XX^4)-0.01504614*(XX^5))
Usigma<-exp(-3.73538-1.015807*XX-0.331885*(XX^2)+0.1773538*(XX^3)-
0.01638782*(XX^4)-0.03215018*(XX^5)+0.003852646*(XX^6))
Xsd1<-sqrt(var(X[,1]))
Xsd2<-sqrt(var(X[,2]))
X1bar<-sum(X[,1])/N
X2bar<-sum(X[,2])/N
X1diff<-X[,1]-X1bar
X2diff<-X[,2]-X1bar
XSDN1<-(Xsd1^(-1))*X1diff
XSDN2<-(Xsd2^(-1))*X2diff
XSDN<-data.frame(XSDN1,XSDN2)
Y1<sort(t(XSDN[,1]))
Wh1<-shapiro.test(Y1)$statistic
U1<-(1-Wh1)^lambda
Z1<-(U1-Umu)/Usigma
W1<-(1-pnorm(abs(Z1)))
XSDN1bar<-sum(XSDN[,1])/N
XSDN2bar<-sum(XSDN[,2])/N
```

```
XSDNbar<-t(data.frame(XSDN1bar,XSDN2bar))
XSDN1diff<-XSDN[,1]-XSDN1bar
XSDN1diff2<-sum(XSDN1diff^2)
XSDN2diff<-XSDN[,2]-XSDN2bar
XSDN12sum<-sum(XSDN1diff*XSDN2diff)
b21<-XSDN12sum/XSDN1diff2
Y2<-sort(XSDN[,2]-b21*XSDN[,1])
Wh2<-shapiro.test(Y2)$statistic
U2<-(1-Wh2)^lambda
Z2<-(U2-Umu)/Usigma
W2<-(1-pnorm(abs(Z2)))
b32<-X23sum/X2diff2
b31<-X13sum/X1diff2
Y3<-sort(X[,3]-b32*X[,2]-b31*X[,1])
Wh3<-shapiro.test(Y3)$statistic
U3<-(1-Wh3)^lambda
Z3<-(U3-Umu)/Usigma
W3<-(1-pnorm(abs(Z3)))
covxinv<-solve(cov(XSDN))
diff<-matrix(0,N,p)
for (j in 1:p) {
	diff[,j]<-(XSDN[,j]-mean(XSDN[,j]))
}
Dij<-diff %*% covxinv %*% t(diff)
b1p<-(sum(sum(Dij^3)))/N^2
b2p<-sum(diag(Dij^2))/N
v<-(p*(p+1)*(p+2))/6
g1<-(N*b1p)/6
```

```
Skewpvalue<-1-pchisq(g1,v)
g2<-(b2p-(p*(p+2)))/(sqrt((8*p*(p+2))/N))
Kurtpvalue<-1-pnorm(abs(g2))
XSDN1power2<-XSDN
Pearson12<-cor.test(X[,1],X[,2])
Spearman12<-cor.test(X[,1],X[,2],method="spearman")
Kendall12<-cor.test(X[,1],X[,2],method="kendall")
Pearsonpvalue12<-Pearson12$p.value
Spearmanpvalue12<-Spearman12$p.value
Kendallpvalue12<-Kendall12$p.value
Pearson13<-cor.test(X[,1],X[,3])
Spearman13<-cor.test(X[,1],X[,3],method="spearman")
Kendall13<-cor.test(X[,1],X[,3],method="kendall")
Pearsonpvalue13<-Pearson13$p.value
Spearmanpvalue13<-Spearman13$p.value
Kendallpvalue13<-Kendall13$p.value
Pearson23<-cor.test(X[,2],X[,3])
Spearman23<-cor.test(X[,2],X[,3],method="spearman")
Kendall23<-cor.test(X[,2],X[,3],method="kendall")
Pearsonpvalue23<-Pearson23$p.value
Spearmanpvalue23<-Spearman23$p.value
Kendallpvalue23<-Kendall23$p.value
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวกัญญะมน จวนสงวน เกิดเมื่อวันที่ 7 กันยายน พ.ศ. 2528 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สถิติ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร ในปีการศึกษา 2550 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2554