การพัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

นางสาวปรารถนา พลอภิชาติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2556
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

DEVELOPMENT OF A MANUAL FOR CONSTRUCTING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING DIAGNOSTIC TEST FOR PRIMARY SCHOOL TEACHER BY USING ITEM MODEL AND ATTRIBUTE HIERARCHY METHODS

Miss Prathana Phonapichat

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy Program in Educational Measurement and Evaluation
Department of Educational Research and Psychology
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2013
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ
โดย	นางสาวปรารถนา พลอภิชาติ
สาขาวิชา	การวัดและประเมินผลการศึกษา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล ว่องวาณิช
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาดุษฎีบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.โชติกา ภาษีผล)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล ว่องวาณิช)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อวยพร เรืองตระกูล)

.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กมลวรรณ ตังธนกานนท์)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมถวิล วิจิตรวรรณา)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ปรารถนา พลอภิชาติ : การพัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ. (DEVELOPMENT OF A MANUAL FOR CONSTRUCTING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING DIAGNOSTIC TEST FOR PRIMARY SCHOOL TEACHER BY USING ITEM MODEL AND ATTRIBUTE HIERARCHY METHODS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ศ. ดร.สุวิมล ว่องวาณิช, อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม: รศ. ดร.ศิริเดช สุชีวะ, 178 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 2) เพื่อสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ และตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้นด้านความเที่ยง ความตรง ความยาก และอำนาจจำแนก 3) เพื่อวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกและการลบเศษส่วน และ 4) เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ตัวอย่างวิจัยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ 1) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้จากการสุ่มอย่างง่าย จำนวน 1,252 คน และ 2) ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 13 คน เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบบันทึกการสัมภาษณ์ แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติเชิงบรรยาย การวิเคราะห์เนื้อหา และคำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยโดยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีเบย์ การตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยใช้การวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ความยากและอำนาจจำแนกโดยใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ ความตรงเชิงเนื้อหา ความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายในด้วยวิธีของฮอยท์ และความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจ

ผลการวิจัย

1. นักเรียนมีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา คือ 1) ความเข้าใจในการอ่านไม่สามารถระบุความหมายของ “สิ่งที่โจทย์ต้องการให้ตอบ” และ “สิ่งที่โจทย์กำหนดให้” 2) การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ที่แปลงเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และ 3) ปัญหาการคำนวณ โดยหน่วยการเรียนรู้ที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุด คือ เศษส่วน

2. การสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method) และโมเดลข้อสอบ (item model) มีขั้นตอนหลัก ดังนี้ 1) กำหนดและเรียงลำดับคุณลักษณะ 2) สร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model) 3) สร้างเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบ (Q-matrix) 4) สร้างแบบสอบตาม Q-matrix และ 5) คำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายคุณลักษณะ และ 6) สร้างแบบสอบวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบ คุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นมีค่าความยากระหว่าง (-2.14) - 1.06 และค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.77 - 3.07 ความตรงเชิงเนื้อหาเท่ากับ 1.00 ค่าความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายในด้วยวิธีของฮอยท์เท่ากับ 0.84 และค่าความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจเท่ากับ 0.90

3. ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องส่วนใหญ่พบว่า นักเรียนมีความรอบรู้อย่างชัดเจนในคุณลักษณะด้านการอ่านและการตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหา แต่ขาดความรอบรู้ในคุณลักษณะด้านการบวกจำนวนคละ และคุณลักษณะด้านการลบจำนวนคละ

4. ผลการใช้คู่มือพบว่า ครูสามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามวิธีโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบได้ แต่ต้องใช้เวลาในการศึกษาคู่มือนาน เนื่องจากไม่คุ้นเคยกับวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยแนวใหม่และศัพท์เทคนิค เช่น คุณลักษณะ Q-matrix

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาควิชา	วิจัยและจิตวิทยาการศึกษา	ลายมือชื่อนิสิต .....
สาขาวิชา	การวัดและประเมินผลการศึกษา	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....
ปีการศึกษา	2556	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม .....

5484221027 : MAJOR EDUCATIONAL MEASUREMENT AND EVALUATION
KEYWORDS: DIAGNOSTIC TEST / ATTRIBUTE HIERARCHY METHOD / ITEM MODEL / MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING

PRATHANA PHONAPICHAT: DEVELOPMENT OF A MANUAL FOR CONSTRUCTING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING DIAGNOSTIC TEST FOR PRIMARY SCHOOL TEACHER BY USING ITEM MODEL AND ATTRIBUTE HIERARCHY METHODS. ADVISOR: PROF. SUWIMON WONGWANICH, Ph.D., CO-ADVISOR: ASSOC. PROF. SIRIDEJ SUJIVA, Ph.D., 178 pp.

The objectives of this research were: 1) to analyze errors found in mathematical problem-solving among Grade 6 students; 2) to develop a mathematical problem-solving diagnostic test, using item model and attribute hierarchy method, and to verify the quality of the test in terms of reliability, validity, item difficulty, and item discrimination; 3) to analyze the strengths and weaknesses of Grade 6 students in solving mathematical problems concerning adding and subtracting fractions; 4) to develop a manual for mathematical problem-solving diagnostic test construction for primary school teachers, using item model and attribute hierarchy method. Samples were divided into two groups: 1) a total of 1,252 Grade 6 students selected by simple random sampling; 2) a total of 13 primary school mathematics teachers selected by purposive sampling. The instruments used for data collection consisted of interview record forms and the mathematical problem-solving diagnostic test, which were analyzed with descriptive statistics and content analysis. The diagnostic score calculation was conducted based on applied Bayes' Theorem. The quality of the diagnostic test was verified through difficulty parameter analysis and discrimination, using 2-parameter item response model, content validity, Hoyt's reliability, and inter-rater reliability.

The research shows that:

1. Students showed errors in solving mathematical problems, namely: 1) errors in reading comprehension where they cannot distinguish 'what the problems ask' and 'what the problems provide', 2) errors in interpretation significant enough to prevent correct translation of words into mathematical operation, and 3) errors in calculation, especially in fractions, where most errors were seen.

2. The development of the mathematical problem-solving diagnostic test, using item model and attribute hierarchy methods, consisted of main processes as follows: 1) defining and sorting attributes, 2) constructing the attribute hierarchy model, 3) constructing a Q-matrix defining the test attribute, 4) constructing the test based on the Q-matrix, 5) calculating the diagnostic scores for each attribute, and 6) developing the diagnostic test using item model. The diagnostic test has its item difficulty at (-2.14) – 1.06. The item discrimination is 0.77 – 3.07. The content validity is 1.00. Hoyt's reliability is 0.84. The inter-rater reliability is 0.90.

3. Students obviously had mastery in word-problem reading and keyword interpretation; however, they lacked mastery in adding and subtracting mixed numbers attributes.

4. The use of the manual suggested that the teachers were able to construct a test based on item model and attribute hierarchy methods, but it took some time for them to study how to construct a diagnostic test from the manual, as it was a new and unfamiliar method. Moreover, there were several technical terms that the teachers needed to study further, such as attribute, Q-matrix.

Chulalongkorn University

Department:	Educational Research and Psychology	Student's Signature	.....
Field of Study:	Educational Measurement and Evaluation	Advisor's Signature	.....
		Co-Advisor's Signature	.....
Academic Year:	2013		

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างดี ด้วยความกรุณาและเมตตาอย่างสูงยิ่งจาก ศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล ว่องวาณิช อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และรองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ผู้ถ่ายทอดองค์ความรู้ด้านวิธีวิทยาการวิจัย และประสบการณ์ด้านต่าง ๆ แก่ผู้วิจัยอย่างเต็มที่ และเสียสละเวลาให้คำแนะนำปรึกษาช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ แก่ผู้วิจัย รวมทั้งให้กำลังใจ ดูแลเอาใจใส่และติดตามการทำวิทยานิพนธ์ให้กับผู้วิจัยด้วยความปรารถนาดี คอยตักเตือน ให้อภัยและให้โอกาสในการเรียนรู้แก่ศิษย์เสมอมา ทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงใคร่กราบขอบพระคุณอาจารย์ท่านสองท่านเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.โชติกา ภาษีผล รองศาสตราจารย์ ดร.อวยพร เรืองตระกูล รองศาสตราจารย์ ดร.สมถวิล วิจิตรวรรณา และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กมลวรรณ ตังธนกานนท์ ที่กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และกรุณาให้ข้อเสนอแนะต่างๆ ที่มีคุณค่าเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ทางวิชาการเพิ่มยิ่งขึ้น และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษาทุกท่านที่ได้ประสิทธ์ประสาทความรู้ที่เป็นประโยชน์ในทางวิชาการแก่ผู้วิจัย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณโรงเรียนทุกโรงเรียนที่กรุณาให้ข้อมูลเพื่อใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งโรงเรียนสารสาสน์เอกตราและโรงเรียนสุคนธีรวิทย์ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีกับผู้วิจัยในการลงพื้นที่เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล และอำนวยความสะดวกให้กับผู้วิจัยในทุก ๆ เรื่อง

ขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ภาควิชาวิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา สาขาวิธีวิทยาการวิจัยและสาขาการวัดและประเมินผลการศึกษาที่น่ารักที่คอยเป็นกำลังใจ ให้ความช่วยเหลือต่าง ๆ และแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้วิจัยตลอดระยะเวลาของการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นอกจากนี้ขอขอบคุณอาจารย์ชวนภ อิ่มแสงจันทร์ที่คอยช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดมาในด้านการเขียนโปรแกรมวิเคราะห์ข้อมูลและให้คำแนะนำเกี่ยวกับหลักสถิติและความน่าจะเป็นตลอดการทำวิทยานิพนธ์ และขอขอบพระคุณอีกหลายท่านที่ไม่ได้เอ่ยนามที่มีส่วนช่วยให้งานวิจัยนี้ประสบความสำเร็จได้เป็นอย่างดี

ท้ายที่สุด ขอกราบขอบพระคุณคุณแม่จันทร์จิรา พลอภิชาติ ผู้เป็นมารดาและพี่ชายทั้งสองคนในครอบครัว ‘พลอภิชาติ’ ที่เป็นกำลังสำคัญอย่างมากในการสนับสนุน ช่วยเหลือด้านทุนทรัพย์ ให้ความเข้าใจ และเป็นกำลังใจอย่างดีที่สุดกับผู้วิจัยเสมอมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ฌ

สารบัญภาพ ..... ฎ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

คำถามวิจัย 3

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 4

ขอบเขตของการวิจัย 4

นิยามศัพท์ที่ใช้ในการวิจัย 4

ประโยชน์ที่ได้รับ 5

บทที่ 2 แนวคิด ทฤษฎี เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 7

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับการวินิจฉัย 7

ตอนที่ 2 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (cognitive diagnostics model: CDM) 9

ตอนที่ 3 โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model: AHM) 18

ตอนที่ 4 โมเดลข้อสอบ (Item model) 25

ตอนที่ 5 แนวคิดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (mathematics problem-solving) 30

ตอนที่ 6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาและการวินิจฉัยในวิชาคณิตศาสตร์ 35

ตอนที่ 7 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีและกรอบแนวคิดในการวิจัย 58

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 60

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 61

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 62

ขั้นตอนที่ 3 การวิเคราะห์จุดแข็งจุดอ่อนของนักเรียน 66

ขั้นตอนที่ 4 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัย 69

หน้า

บทที่ 4 ผลการวิจัย 72
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 72
ตอนที่ 2 ผลการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้น 76
ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 119
ตอนที่ 4 ผลการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา 122
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 128
สรุปผลการวิจัย 128
อภิปรายผลการวิจัย 131
ข้อเสนอแนะ 134
รายการอ้างอิง 136
ภาคผนวก 142
ภาคผนวก ก 143
ภาคผนวก ข 145
ภาคผนวก ค 147
ภาคผนวก ง 177
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 178

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

ตาราง		หน้า
2.1	Q-matrix ของข้อสอบคณิตศาสตร์	9
2.2	คุณลักษณะของชั้นแฝงที่ปรากฏอยู่ในข้อสอบแต่ละข้อ เมื่อกำหนดให้ข้อสอบจำนวน 4 ลักษณะ	10
2.3	พารามิเตอร์ของการประมาณค่าในโมเดล DINA และโมเดล NIDA	13
2.4	การสังเคราะห์โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา	17
2.5	โปรแกรมที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ในโมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา	17
2.6	เมทริกซ์การตอบข้อสอบที่คาดหวัง คะแนนรวม และคุณลักษณะของผู้สอบสำหรับผู้สอบจำนวน 15 คน จากพื้นฐานโครงสร้างของลำดับขั้นในแผนภาพ C...	22
2.7	การเปรียบเทียบวิธีประเมินเชิงวินิจฉัย	35
2.8	ค่าเฉลี่ย (mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของโมเดลทางพุทธิปัญญาเชิงลำดับขั้น (attribute cognitive model) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 6.	42
2.9	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (attribute probability values) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 6	43
2.10	ค่าประมาณความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (attribute probability estimates) ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 คน ที่มีคะแนนรวมแตกต่างกัน	44
2.11	ค่าประมาณความเที่ยงของคุณลักษณะ (attribute reliability estimates) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 6	47
2.12	ผลการวิเคราะห์ดัชนีการเปรียบเทียบด้วยวิธี likelihoods ของโมเดลทางเลือก (alternative models)	51
2.13	คุณลักษณะด้านความรู้ (knowledge) ทักษะ (skill) และกระบวนการ(process) ในข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ของ TIMSS-R (1999)	52
2.14	ประเทศที่มีค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุดในแต่ละคุณลักษณะ	58
4.1	จำนวนหน่วยการเรียนรู้ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด	74
4.2	การวิเคราะห์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 6	78
4.3	ตัวอย่างการถอดแบบการคิดจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน	80

CHULALONGKORN UNIVERSITY

4.4	สรุปคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วน.....	90
4.5	การเรียงลำดับของคุณลักษณะและวิธีการไล่เส้นทาง.....	95
4.6	เมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ (Q matrix).....	102
4.7	ความหมายของ Q matrix.....	102
4.8	แผนผังการสร้างข้อสอบ (table of specification).....	104
4.9	แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน จำนวน 17 ข้อ.....	104
4.10	ตัวอย่างรูปแบบของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	106
4.11	ผลการวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน.....	109
4.12	ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน จำแนกเป็นรายข้อ.....	113
4.13	ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพตัวลวงของข้อที่ 1.....	113
4.14	คะแนนที่ได้จากการคิดออกเสียงและคะแนนจากแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	114
4.15	ค่าสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบโมเดลการตอบสนองข้อสอบ.....	116
4.16	ผลการวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่ โดยใช้โมเดลการวิเคราะห์ที่แตกต่างกัน.....	116
4.17	ผลการวิเคราะห์ความน่าจะเป็นของความรอบรู้ จำแนกตามคุณลักษณะของนักเรียนจำนวน 1,252 คน.....	121

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

ภาพ		หน้า
2.1	โครงสร้างของลำดับขั้นของคุณลักษณะ	11
2.2	องค์ประกอบของโมเดลข้อสอบ (item model)	26
2.3	ตัวอย่าง item model ที่ stem เป็นค่าของตัวเลข (integer: I) เพียงอย่างเดียว	27
2.4	ตัวอย่าง item model ที่ stem เป็นตัวเลข (integer: I) และข้อความ (string: S)	28
2.5	ตัวอย่าง item model ที่สร้างจากข้อสอบ o-net	29
2.6	ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของ Polya	32
2.7	เกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องของการแสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	34
2.8	โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3	39
2.9	โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	40
2.10	ข้อสอบที่แสดงการนับจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 100 (วัดคุณลักษณะ A1)	41
2.11	ข้อสอบที่แสดงการนับจำนวนลดลงทีละ 25 (วัดคุณลักษณะ A2)	41
2.12	รายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยคะแนนที่ได้รับคือ 4 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน	45
2.13	รายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยคะแนนที่ได้รับคือ 16 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน	45
2.14	รายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยคะแนนที่ได้รับคือ 22 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน	46
2.15	โมเดลทางพุทธิปัญญาของขั้นตอนการดำเนินการของข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์	49
2.16	โมเดลความสามารถของ Mathematics Intervention Module (MIM)	52
2.17	การวิเคราะห์กราฟด้วยการแสดงผลสะท้อนกลับเชิงวินิจฉัย	53
2.18	การวิเคราะห์สมการด้วยการแสดงผลสะท้อนกลับเชิงวินิจฉัย	54
2.19	ตัวอย่างข้อสอบ TIMSS วิชาคณิตศาสตร์ที่แสดงการให้รหัสของคุณลักษณะ	56
2.20	กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี	59
2.21	กรอบแนวคิดในการวิจัย	59
3.1	การดำเนินการวิจัย	60
3.2	ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย	71
4.1	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วน (a) และการลบเศษส่วน (b)	90

4.3 ตัวอย่างใบรายงานเชิงวินิจฉัย..... 109
4.4 คะแนนเชิงวินิจฉัยของความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะของนักเรียนจำนวน 1,252 คน..... 121

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

วิชาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551) นอกจากนี้สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (National Council Teachers of Mathematics) (2012) ได้กล่าวไว้ว่า การเรียนแก้โจทย์ปัญหาเป็นจุดประสงค์หลักของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือเป็นจุดมุ่งหมายที่แท้จริงในการสอนคณิตศาสตร์นั่นคือ การทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ดังนั้น การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จึงเป็นเครื่องมือฝึกฝนนักเรียนให้เกิดความสามารถในการคิดแก้ปัญหา ซึ่งความสามารถที่เกิดขึ้นเป็นกระบวนการที่เชื่อมโยงไปสู่ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่ไม่ใช่คณิตศาสตร์ต่อไป ซึ่งนักเรียนต้องได้รับการฝึกฝนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาเพื่อเป็นพื้นฐานในการนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาในระดับชั้นที่สูงขึ้น แต่ในการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริงพบว่า นักเรียนยังมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ยังไม่เป็นที่พึงพอใจ เนื่องจากการแก้โจทย์ปัญหาต้องใช้ทักษะหลายด้าน ได้แก่ การอ่านโจทย์ปัญหา การตีความโจทย์ปัญหา และการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนต้องมีทักษะต่าง ๆ เหล่านี้อย่างครบถ้วน หากขาดทักษะใดทักษะหนึ่งไปก็จะทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

เมื่อพิจารณาผลการทดสอบระดับชาติ (O-NET) ที่ได้ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 รวมทั้งประเทศระหว่างปีการศึกษา 2550-2553 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนเฉลี่ยทั้งสองวิชาต่ำกว่า 50 คะแนน โดยนักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 47.54, 43.76, 35.88 และ 34.85 ตามลำดับ ส่วนวิชาภาษาไทยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 36.58, 42.02, 38.58 และ 31.22 ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษา, 2555) แสดงว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังมีผลการประเมินทั้งสองวิชาอยู่ในระดับปรับปรุง ซึ่งมีผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และจากการศึกษาข้อสอบ O-NET พบว่า ลักษณะของข้อสอบนั้นจะมีทั้งโจทย์ที่เป็นลักษณะข้อความทางสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ และลักษณะที่เป็นข้อความบรรยายยาว ๆ ซึ่งนักเรียนต้องใช้ความสามารถในการอ่านและตีความหมายของคำในประโยคให้ออกมาในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนนำความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์มาใช้ในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อนำมาซึ่งคำตอบ ดังนั้นจากผลการประเมินระดับชาติและรูปแบบของ

ข้อสอบชี้ให้เห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังมีปัญหาในการนำความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ไปช่วยในการกระบวนแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

จากปัญหาที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทยอยู่ในระดับที่ควรปรับปรุง แสดงให้เห็นว่า นักเรียนอาจมีมโนทัศน์หรือความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทย ซึ่งทั้งสองวิชาล้วนมีความสำคัญต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น ถ้าในทางการแพทย์เราอาจเรียกได้ว่า นักเรียนมีอาการป่วยในวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับในเบื้องต้นของการรักษาจะต้องมีการวินิจฉัยถึงสาเหตุของอาการป่วยเหล่านั้น เพื่อนำไปสู่วิธีการรักษาที่ถูกต้อง และการวินิจฉัยนั้นเป็นการประเมินระหว่างเรียน (formative assessment) เพื่อพัฒนาแก้ไขหรือปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน หากนักเรียนได้รับการพัฒนามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ทันท่วงทีก็จะทำให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจกับเนื้อหาที่ซับซ้อนได้ดียิ่งขึ้น เกิดความสุขในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้น การวินิจฉัยจึงมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งที่ต่อการจัดการเรียนการสอน ซึ่งการประเมินเชิงวินิจฉัย (diagnostic assessment) เป็นการรวบรวมข้อมูลเพื่อตัดสินจุดเด่น จุดด้อย ปัญหาอุปสรรค รวมทั้งสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาอุปสรรคเหล่านั้น โดยมีเป้าหมายเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งนิยมนำมาใช้ในทางการศึกษากันอย่างแพร่หลายสำหรับผู้ที่มีความต้องการพิเศษ เช่น ความบกพร่องทางการเรียนรู้ และสำหรับบุคคลทั่วไปที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ โดยพยายามชี้ถึงจุดเด่น จุดด้อย ข้อบกพร่อง ปัญหาหรืออุปสรรคที่นักเรียนไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ (Gipps, 1995; Hopkins & Antes, 1990) โดยข้อมูลที่ได้จากการวินิจฉัยจะเป็นแนวทางให้ครูสามารถจัดการเรียนการสอนได้เหมาะสมกับนักเรียนหรือจัดสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนเรื่องนั้น เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Nichols, 2009)

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการประเมินเชิงวินิจฉัยที่ผ่านมาพบว่าปัจจุบันนี้นักการศึกษาได้ให้สนใจในการนำแนวคิดทฤษฎีพุทธิปัญญา (cognitive theory) มาใช้ในการวินิจฉัยมากขึ้น ความเกี่ยวข้องระหว่างแนวคิดทฤษฎีทางพุทธิปัญญา โดยเฉพาะจิตวิทยาด้านพุทธิปัญญาและการวัดทางจิตมิติแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนในปี ค.ศ. 1989 โดย Snow และ Lohman ชี้ให้เห็นว่า การทำให้การวัดทางจิตมิติเป็นที่ยอมรับในสังคมจะต้องใช้จิตวิทยาในการสร้างแบบทดสอบเพื่อให้เข้าใจลำดับโครงสร้างคะแนนและให้ความหมายของผลการทดสอบที่ถูกต้อง ซึ่งแนวคิดดังกล่าวเป็นที่ยอมรับจากนักวิจัยและนักปฏิบัติจำนวนมาก เนื่องจากแบบทดสอบส่วนใหญ่มีพื้นฐานมาจากงานการแก้ปัญหาทางพุทธิปัญญา (cognitive problem-solve task) จิตวิทยาทางด้านพุทธิปัญญาจึงกลายมาเป็นพื้นฐานของงานวิจัยเกี่ยวกับการวัดทางจิต โดยได้มีการพัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive Diagnostic Models: CDMs) ขึ้นมาเป็นจำนวนมาก (Gierl, Leighton & Hunka, 2000; Leighton & Gierl, 2007) และมีผู้พัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาขึ้นมามากมาย เช่น การวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยวิธี Rule Space Method (RSM) (Tatsuoka, 1984) การพัฒนาวิธีวินิจฉัยด้วยการย้อนรอยกระบวนการคิดจากชุดคำตอบโดยตรง (ศิริเดช สุชีวะ, 2535) ซึ่งเป็นวิธีที่พัฒนาเพื่อแก้ไขข้อจำกัดของวิธี Rule Space Method ในด้านการนำวิธีวินิจฉัยไปใช้ในระดับห้องเรียน การวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method: AHM) ที่พัฒนามาจากแนวคิดของ Rule Space Method (Leighton, Gierl, &

Hunka, 2004; Leighton, Cui & Cor, 2009) ซึ่งเป็นการแก้ข้อจำกัดด้านการนำคุณลักษณะหรือความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องนั้น ๆ มาสร้างเป็นโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแล้วนำมาสร้างแบบสอบวินิจฉัยที่สามารถวัดความรู้ครบทุกคุณลักษณะภายใต้แบบสอบฉบับเดียวและมุ่งวินิจฉัยคุณลักษณะเป็นรายด้าน และการวินิจฉัยด้วยโมเดล deterministic inputs, noisy “and” gate (DINA model) (Haertel, 1989) เป็นต้น นอกจากนี้งานวิจัยส่วนใหญ่ได้ศึกษากับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง เนื่องจากเป็นวิชาช่วยพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้ที่คิดอย่างมีเหตุผลและมีความสามารถในการแก้ปัญหา (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

สิ่งที่กล่าวมาข้างต้นล้วนเป็นสภาพปัญหาเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนและแนวคิดวิธีการวินิจฉัยแนวใหม่ที่มุ่งสร้างแบบสอบวินิจฉัยที่มีจำนวนข้อสอบน้อย แต่สามารถวัดได้ครอบคลุมทุกทักษะภายใต้แบบสอบฉบับเดียว แต่สิ่งหนึ่งที่ขาดเสียมิได้คือ ครูคณิตศาสตร์ ผู้ที่เป็นบุคคลสำคัญที่ทำหน้าที่วินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียน หากครูมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยและสามารถสร้างเครื่องมือที่ใช้วินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียนได้ด้วยตนเองก็จะเกิดประโยชน์สูงสุดต่อทั้งตัวครูและนักเรียน แต่จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับวิธีการสร้างเครื่องมือวินิจฉัยข้อบกพร่องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาพบว่า ยังขาดเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่อธิบายขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยอย่างละเอียด หากครูต้องการศึกษาจะต้องแปลจากเอกสารต่างประเทศ ทำให้ครูผู้สอนไม่สะดวกในการนำมาสร้างแบบสอบวินิจฉัย ทำให้รู้สึกถึงความยากลำบากในการนำวิธีการมาใช้วินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียน และครูไม่เกิดแรงจูงในการสร้างแบบสอบวินิจฉัย ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา เพื่อเป็นแนวทางให้ครูสามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยและนำแบบสอบที่ได้ไปวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียนแล้วนำผลการวินิจฉัยไปปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป และคู่มือที่สร้างขึ้นได้เรียบเรียงให้เป็นภาษาที่อ่านเข้าใจง่าย มีความชัดเจน ครูสามารถปฏิบัติตามขั้นตอนต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

คำถามวิจัย

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างไร
2. แบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะที่สามารถระบุข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ควรมีลักษณะอย่างไร และคุณภาพของแบบสอบในด้านค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ความเที่ยง และความตรงอยู่ในระดับใด
3. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีจุดแข็ง และจุดอ่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนด้านใดและอย่างไร
4. คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะที่เหมาะสมกับครูควรมีลักษณะอย่างไร และคุณภาพของคู่มือเป็นอย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2. เพื่อสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ และตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้นในด้านค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ความเที่ยง และความตรง

3. เพื่อวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน

4. เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

ขอบเขตของการวิจัย

1. เนื้อหาที่ใช้ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่สอดคล้องหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2. ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ยึดตามแนวคิดของ Polya (1973) และ Mayer และคณะ (1984) เป็นหลัก ซึ่งมี 3 ขั้นตอน ดังนี้ 1) การทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา โดยสามารถบอกได้ว่า โจทย์ถามหาอะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา ในที่นี้คือ การเปลี่ยนจากข้อความเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ และ 3) การดำเนินการหาคำตอบ ซึ่งต้องใช้ทักษะทางการคำนวณมาช่วยในการหาคำตอบ

3. การสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method : AHM) (Leighton และ Gierl, 2007) และโมเดลข้อสอบ (Item model) (Gierl, Zhou และ Alves, 2008)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

นิยามศัพท์ที่ใช้ในการวิจัย

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่เป็นภาษาไทยและมีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบ

แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบสอบที่สร้างตามวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ เพื่อใช้ระบุข้อบกพร่องของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

โมเดลข้อสอบ (item model) หมายถึง ชุดตัวอย่างแบบสอบที่สร้างขึ้นมาเพื่อเป็นต้นแบบในการสร้างแบบสอบชุดอื่นๆ ประกอบด้วย ข้อคำถาม ตัวเลือก และข้อมูลเสริม เช่น กราฟ แผนภูมิ รูปภาพ เป็นต้น

คุณลักษณะ (attribute) หมายถึง ความรู้ หรือทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหานั้น ๆ

คุณลักษณะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ทักษะ หรือกระบวนการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ การอ่าน การตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหา และการคำนวณ

ลำดับขั้นของคุณลักษณะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (attribute hierarchy) หมายถึง ความรู้ ทักษะ หรือกระบวนการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยเรียงลำดับจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะขั้นสูงกว่า

คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง เอกสารที่อธิบายรายละเอียดและแนะนำเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method) และโมเดลข้อสอบ (Item model)

ประโยชน์ที่ได้รับ

การพัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะในการวิจัยครั้งนี้จะทำให้เกิดประโยชน์ในเชิงวิชาการและเชิงปฏิบัติ ดังนี้

ประโยชน์เชิงวิชาการ

1. ได้แบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สามารถให้ข้อมูลเกี่ยวกับข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อนำไปสู่การพัฒนานักเรียนและการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสม

2. ได้กระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยสำหรับครูคณิตศาสตร์

3. ได้คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ทำให้ครูสามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยตนเองได้ และนำแบบสอบที่สร้างขึ้นไปวินิจฉัยผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสม

ประโยชน์เชิงปฏิบัติ

1. ในช่วงของการดำเนินการวิจัย ครูในโรงเรียนกรณีศึกษาได้รับการพัฒนากระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะหลังกระบวนการวิจัยเสร็จสิ้น

2. ครูได้นำคู่มือไปใช้สร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน และนำไปสู่การพัฒนานักเรียนการเรียนการสอนที่เหมาะสม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 2
แนวคิด ทฤษฎี เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา และการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยแบ่งการนำเสนอออกเป็น 7 ตอน ดังนี้ ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับการวินิจฉัย ตอนที่ 2 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (cognitive diagnostics model: CDM) ตอนที่ 3 โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model: AHM) ตอนที่ 4 โมเดลข้อสอบ (Item model) ตอนที่ 5 แนวคิดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (mathematics problem solving) ตอนที่ 6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาและการวินิจฉัยในวิชาคณิตศาสตร์ (โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์) และตอนที่ 7 กรอบแนวคิดในการวิจัย มีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับการวินิจฉัย

1.1 ความหมายของการวินิจฉัย

การวินิจฉัย หมายถึง การไตร่ตรอง การใคร่ครวญหรือการตัดสินชี้ขาด (ราชบัณฑิตยสถาน, 2546) ซึ่งตรงกับภาษาอังกฤษที่ว่า diagnostic หรือ diagnosis บางครั้งอาจใช้คำว่า การประเมินวินิจฉัยหรือการตัดสินวินิจฉัย โดยทั่วไปเราสามารถพบคำดังกล่าวในทางการแพทย์และทางพฤติกรรมศาสตร์ เพื่อศึกษาอาการหรือแก้ไขปรับปรุงพฤติกรรมเบี่ยงเบนนั้น ๆ สำหรับทางการศึกษามีการใช้คำว่า “วินิจฉัย” อย่างแพร่หลายมากขึ้น ทั้งในบริบทของการศึกษาสำหรับบุคคลทั่วไปและบุคคลที่มีความต้องการพิเศษ เช่น ความบกพร่องทางการเรียนรู้ (learning disability)

Cohen Swerdik และ Smith (1992) ได้ให้ความหมายไว้ว่า เป็นการกระทำหรือกระบวนการในการจำแนกหรือกำหนดความผิดปกติ โดยการตรวจพิจารณาหรือการทดสอบ

Gregory (1992) ได้ให้ความหมายไว้ว่า เป็นการกำหนดลักษณะที่เป็นอยู่หรือแหล่งของพฤติกรรมที่ไม่ปกติเพื่อจำแนกแบบแผนของพฤติกรรมตามระบบการวินิจฉัยที่ได้รับการยอมรับ

Gipp (1995) ได้ให้ความหมายไว้ว่า เป็นการระบุปัญหาเฉพาะที่มีต่อความคิดหรือทักษะของนักเรียนแต่ละบุคคล

สรุปได้ว่า การวินิจฉัย หมายถึง การระบุข้อบกพร่องของพฤติกรรม ความคิดหรือสิ่งที่ผิดปกติในตัวบุคคลด้วยวิธีการทดสอบที่เหมาะสม เพื่อแก้ไขหรือปรับปรุงพฤติกรรมที่ผิดปกตินั้น

การประเมินวินิจฉัย (diagnostic assessment)

Hopkins และ Antes (1990) ได้ให้ความหมายไว้ว่า เป็นการตัดสินจุดอ่อนและจุดแข็งของนักเรียนหรือข้อบกพร่องของนักเรียนในทักษะและกระบวนการเรียนรู้

Nitko (2007) ได้ให้ความหมายว่า เป็นการตรวจสอบข้อบกพร่องของผู้เรียนเป็นรายบุคคลด้วยเครื่องมือที่สร้างขึ้น เช่น แบบสอบวินิจฉัย ซึ่งประกอบด้วย กลุ่มข้อสอบที่เกิดจากการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนเป็นรายข้อ แล้วรวบรวมข้องสอบที่เป็นปัญหาในการตอบของนักเรียนจำนวนมาก

มาใช้ประโยชน์เพื่อการปรับปรุงการสอนของครู และหาหนทางแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนเป็นรายบุคคล โดยมีเป้าหมายเพื่อบ่งชี้ถึงลักษณะที่ไม่รอบรู้ของผู้เรียน พร้อมทั้งระบุสาเหตุหรือเหตุผลที่ทำไมผู้เรียนไม่เกิดการเรียนรู้

Miller, Linn และ Gronlund (2009) ได้ให้ความหมายไว้ว่า เป็นการระบุอุปสรรคการเรียนรู้ของนักเรียนในระหว่างที่มีการเรียนการสอน

การตัดสินใจเชิงวินิจฉัย เป็นการดำเนินการตัดสินจุดอ่อน จุดแข็งของนักเรียนรวมถึงเหตุผลหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ (Kubiazyn & Borich, 2003)

1.2 ประเภทของการวินิจฉัย

Underhill (1972) ได้จำแนกประเภทของการวินิจฉัยตามระดับความละเอียดในการวินิจฉัยเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1) การวินิจฉัยแบบทั่วไป (general diagnosis)

การวินิจฉัยแบบทั่วไปเป็นการวินิจฉัยระดับทั่วไป (general level) ขั้นการสำรวจเพื่อทราบระดับความสามารถทั่ว ๆ ไปของนักเรียนทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ส่วนใหญ่เป็นแบบทดสอบทั้งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐาน อาจใช้การวินิจฉัยโดยการเปรียบเทียบกับเกณฑ์ปกติ (norm) ซึ่งจะทำให้ทราบข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ ของนักเรียนอย่างกว้าง ๆ

2) การวินิจฉัยแบบวิเคราะห์ (analytical diagnosis)

การวินิจฉัยแบบวิเคราะห์เป็นการวินิจฉัยระดับเฉพาะ (specific level) โดยการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างละเอียดเกี่ยวกับความสามารถของนักเรียนเพื่อทราบข้อบกพร่องของนักเรียนในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เครื่องมือที่ใช้ส่วนใหญ่เป็นแบบทดสอบที่มีเนื้อหาเฉพาะเจาะจงในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การวินิจฉัยแบบวิเคราะห์มักดำเนินการภายหลังจากการวินิจฉัยแบบทั่วไปเพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีรายละเอียดที่ลึกซึ้งมากขึ้น

3) การวินิจฉัยแบบคลินิก (clinical diagnostic)

การวินิจฉัยแบบคลินิกเป็นการวินิจฉัยระดับละเอียดลึกซึ้ง (intensive level) เพื่อให้เห็นถึงสาเหตุของปัญหาหรือข้อบกพร่องที่พบในตัวนักเรียนซึ่งมีความซับซ้อน ดังนั้นการใช้ข้อมูลจากแหล่งใดแหล่งหนึ่งเพียงแหล่งเดียวจึงไม่เพียงพอ จำเป็นต้องใช้ข้อมูลจากหลายแหล่งประกอบกัน เช่น การใช้ข้อมูลจากแบบทดสอบ ประกอบการสัมภาษณ์ การสังเกต การศึกษาสภาพครอบครัว เป็นต้น

1.3 รูปแบบและวิธีการที่ใช้ในการวินิจฉัยทางการศึกษา

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533) และศิริเดช สุชีวะ (2538) ได้จำแนกรูปแบบการวินิจฉัยทางการศึกษาไว้ 2 รูปแบบ ดังนี้

1) การวินิจฉัยที่ไม่เป็นทางการ (informal diagnosis)

การวินิจฉัยที่ไม่เป็นทางการเป็นการค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนด้วยวิธีการง่ายๆ ไม่มีแบบแผนที่แน่นอน วิธีการที่ใช้ ได้แก่ การสังเกต การสอบถาม การสัมภาษณ์ การตรวจผลงาน/แบบฝึกหัด หรือการแสดงวิธีทำของนักเรียน เป็นต้น

2) การวินิจฉัยที่เป็นทางการ (formal diagnosis)

การวินิจฉัยที่เป็นทางการเป็นการหาข้อบกพร่องของนักเรียนโดยใช้วิธีการที่สร้างขึ้นมาอย่างเป็นระบบและมีแบบแผน วิธีการที่ใช้ได้แก่ การใช้แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยหรือการวินิจฉัยจากการตอบข้อสอบ โดยใช้ดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนการตอบข้อสอบ การใช้วิธีการ Rule Space ของ Tatsuoka การย้อนรอยกระบวนการคิดของศิริเดช สุชีวะ การวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method) ของ Leighton และคณะ หรือการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยโมเดล DINA ของ Haertel เป็นต้น

จะเห็นได้ว่ามีวิธีการวินิจฉัยที่หลากหลายวิธี เช่น การสังเกตพฤติกรรรมของนักเรียน การตรวจแบบฝึกหัด ดังนั้นการเลือกวิธีการวินิจฉัยจึงขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของผู้ใช้ว่าต้องการวินิจฉัยนักเรียนในระดับใด และข้อมูลที่ต้องการมีลักษณะอย่างไร

ตอนที่ 2 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (cognitive diagnostics model: CDM)

โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาได้มีผู้สร้างและพัฒนาโมเดลขึ้นมาอย่างต่อเนื่อง โดยมีวิวัฒนาการตั้งแต่อดีตในจนถึงปัจจุบัน ซึ่งสามารถจำแนกได้เป็น 2 ประเภทหลักคือ **โมเดลชั้นแฝง (latent class model)** และ **โมเดลคุณลักษณะแฝง (latent trait model)** โดยโมเดลชั้นแฝงเป็นโมเดลที่พัฒนาขึ้นเพื่อจำแนกผู้สอบตามทักษะ (skill) เช่น ความรอบรู้ (mastery) หรือความไม่รอบรู้ในทักษะ ดังนั้นโมเดลนี้จึงให้รูปแบบของความรอบรู้หรือความน่าจะเป็นของความรอบรู้ที่เกี่ยวกับทักษะของผู้สอบ ในขณะที่โมเดลคุณลักษณะแฝงเป็นการขยายแนวคิดหรือสรุปอ้างอิงจากโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบเอกมิติ (unidimensional IRT model) เกี่ยวกับการจัดตำแหน่งการประมาณค่าความสามารถของผู้สอบในแต่ละทักษะ สำหรับการสังเคราะห์โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจะแบ่งออกเป็นกลุ่มของโมเดลชั้นแฝงและโมเดลคุณลักษณะแฝง ก่อนที่จะเข้าสู่รายละเอียดของโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ผู้ศึกษาขออธิบายความหมายของคำศัพท์ที่สำคัญบางคำที่ใช้ในโมเดลวินิจฉัยคือ **Q-matrix** เป็นเมทริกซ์ที่แสดงคุณลักษณะที่ต้องการวัดของข้อสอบแต่ละข้อ ซึ่งจะแสดงเป็นตัวเลข 0 (ไม่มีคุณลักษณะในข้อนั้น) และ 1 (มีคุณลักษณะในข้อนั้น) โดยในแนวแถว (row) แทน ข้อสอบแต่ละข้อ และแนวหลัก (column) แทน คุณลักษณะที่ต้องการวัด ดังตารางที่ 2.1

Chulalongkorn University

ตารางที่ 2.1 Q-matrix ของข้อสอบคณิตศาสตร์

ข้อสอบ		คุณลักษณะ			
		การบวก	การลบ	การคูณ	การหาร
1)	3+4-2 = ☐	1	1	0	0
2)	6/3 = ☐	0	0	0	1
3)	6×3-5 = ☐	0	1	1	0
4)	7+14 = ☐	1	0	0	0

ชั้นแฝง (latent class) หมายถึง ชั้นที่แสดงรูปแบบของคุณลักษณะที่ต้องการวัดที่เป็นไปได้ทั้งหมดในข้อสอบแต่ละข้อ โดยชั้นแต่ละชั้นจะแสดงคุณลักษณะที่ต้องการวัดในแบบต่างๆ ดังนั้นจำนวนของชั้นแฝงเท่ากับ 2^k เมื่อ k แทน จำนวนคุณลักษณะที่ต้องการวัด เช่น คุณลักษณะที่ต้องการ

วัดคือ การบวก ลบ คูณ และหาร ดังนั้น k = 4 แสดงว่ามีชั้นแฝงเท่ากับ 2^4 = 16 ชั้น และมีคุณลักษณะที่ต้องการวัดแตกต่างกัน 16 แบบ ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 คุณลักษณะของชั้นแฝงที่ปรากฏอยู่ในข้อสอบแต่ละข้อ เมื่อกำหนดให้ข้อสอบจำนวน 4 ลักษณะ

ชั้นแฝง	คุณลักษณะ	ชั้นแฝง	คุณลักษณะ	ชั้นแฝง	คุณลักษณะ	ชั้นแฝง	คุณลักษณะ
1	[0, 0, 0, 0]	5	[0, 1, 0, 0]	9	[1, 0, 0, 0]	13	[1, 1, 0, 0]
2	[0, 0, 0, 1]	6	[0, 1, 0, 1]	10	[1, 0, 0, 1]	14	[1, 1, 0, 1]
3	[0, 0, 1, 0]	7	[0, 1, 1, 0]	11	[1, 0, 1, 0]	15	[1, 1, 1, 0]
4	[0, 0, 1, 1]	8	[0, 1, 1, 1]	12	[1, 0, 1, 1]	16	[1, 1, 1, 1]

conjunctive หมายถึง การที่นักเรียนสามารถตอบข้อสอบได้ถูกต้องจะเกิดขึ้นเมื่อ นักเรียนต้องมีความรอบรู้ในคุณลักษณะทุกคุณลักษณะของข้อสอบข้อนั้น หมายถึง ถ้าผู้สอบขาดคุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งไป สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนควรจะตอบข้อสอบข้อนั้นผิด แต่ **disconjunctive** หมายถึง การที่นักเรียนสามารถตอบข้อสอบได้ถูกต้องจะเกิดขึ้นเมื่อ นักเรียนมีความรอบรู้ในคุณลักษณะอย่างน้อยหนึ่งคุณลักษณะของข้อสอบข้อนั้น หมายถึง ถ้านักเรียนมีความรอบรู้อย่างน้อยหนึ่งคุณลักษณะ สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนควรจะตอบข้อสอบข้อนั้นถูกต้อง แต่ถ้านักเรียนไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะทุกคุณลักษณะ ก็จะสามารถสรุปได้ว่า นักเรียนควรจะตอบข้อสอบข้อนั้นผิด (Rupp Templin & Henson, 2010)

compensatory เป็นโมเดลของตัวแปรแฝง ซึ่งหมายถึง ตัวแปรแฝงที่มีค่าสูงกว่าจะสามารถแทนตัวแปรแฝงที่มีค่าต่ำกว่าในโมเดลได้ หรือความสามารถที่เกินมาจะแทนความสามารถที่ขาดหายไปได้ เช่น ในข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัดการดำเนินการกับตัวเลข ซึ่งเป็นการตีความเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical interpretation) ความสามารถนี้วัดด้วยความสามารถด้านพีชคณิต (algebra ability) และความสามารถด้านการสื่อสาร (communication ability) ดังนั้นถ้าผู้สอบขาดความสามารถด้านการสื่อสารก็จะสามารถแทนด้วยความสามารถด้านพีชคณิตศาสตร์ที่เกินมาได้ ขณะที่ **non-compensatory** เป็นโมเดลของตัวแปรแฝงเช่นเดียวกัน แต่เป็นโมเดลที่มีลักษณะตรงข้ามกับ compensatory กล่าวคือ ตัวแปรแฝงที่มีค่าสูงกว่าจะไม่สามารถแทนตัวแปรแฝงที่มีค่าต่ำกว่าในโมเดลได้ หรือความสามารถอื่นไม่สามารถแทนความสามารถที่ขาดหายไปได้ เช่น ข้อสอบความเข้าใจในการอ่านวิชาภาษาอังกฤษต้องการความสามารถด้านคำศัพท์และการสังเคราะห์ทั้งสองด้านในการตีความหมายของประโยค ดังนั้นถ้าขาดความสามารถด้านคำศัพท์ก็จะไม่สามารถตีความหมายของประโยคได้ หมายถึง ความสามารถด้านการสังเคราะห์ไม่สามารถแทนความสามารถด้านคำศัพท์ได้ (Rupp Templin & Henson, 2010)

slipping parameter (s) หมายถึง โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบข้อนั้นผิด เมื่อผู้สอบมีคุณลักษณะ (attribute) หรือทักษะ (skills) ครบทุกคุณลักษณะ เรียกว่า ความคลาดเคลื่อน (error) ของผู้สอบที่มีความรอบรู้จะตอบข้อสอบผิด (Rupp Templin & Henson, 2010)

guessing parameter (g) หมายถึง โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบข้อนั้นได้ถูกต้อง เมื่อผู้สอบมีคุณลักษณะ (attribute) หรือทักษะ (skills) ไม่ครบทุกคุณลักษณะ เรียกว่า การเดา โดยผู้สอบที่ไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะบางคุณลักษณะจะตอบข้อสอบได้ถูกต้อง (Rupp Templin & Henson, 2010)

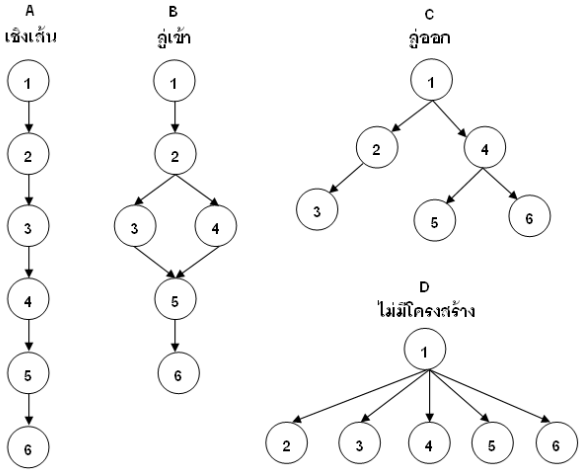
จากคำศัพท์ที่กล่าวมาข้างต้นล้วนเป็นคำศัพท์ที่แสดงอยู่ในโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาทั้งสิ้น ต่อไปจะเป็นการกล่าวถึงรายละเอียดของโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ดังนี้

2.1 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เป็นโมเดลชั้นแฝง

โมเดลชั้นแฝงนี้มีโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจำนวน 9 โมเดล ซึ่งโมเดลแรกที่เกิดขึ้นคือ Rule space model ที่พัฒนาโดย Tatsuoka (1983) ซึ่งต่อมาได้มีโมเดลวินิจฉัยอื่นๆ เกิดขึ้นตามมาอีกมากมาย มีรายละเอียดดังนี้

กลุ่มที่ 1 Rule Space Method และ Attribute Hierarchy Model

Rule-Space method (RSM) (Tatsuoka, 1983) เป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อจำแนกแบบแผนการตอบข้อสอบไปสู่แบบแผนความรอบรู้ (attribute-mastery patterns) จากการใช้ทักษะทางด้านพุทธิปัญญาที่แตกต่างกัน โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นว่า โมเดลที่ได้จากข้อสอบอาจจะบรรยายได้ด้วยทักษะทางพุทธิปัญญาเฉพาะซึ่งสามารถจำแนกวิธีการ ทักษะหรือกระบวนการของผู้สอบได้ และเรียกทักษะทางพุทธิปัญญาเฉพาะนั้นว่า คุณลักษณะ (attribute) ดังนั้นคุณลักษณะจึงเป็นความรู้หรือทักษะการคิดที่มีอยู่และใช้เพื่อการทำข้อสอบให้ถูกต้อง และเปรียบเสมือนสถานะความรู้ของผู้สอบ (knowledge states or latent knowledge states) คุณลักษณะหรือความรู้ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง แต่แสดงให้เห็นได้จากการตอบข้อสอบในแบบทดสอบ การใช้ Rule-Space model ในการประเมินเพื่อกำหนดความใกล้ไกลของสถานะความรู้ของผู้สอบกับแบบแผนของสถานะความรู้จึงต้องใช้การพิจารณาจากแบบแผนการตอบข้อสอบของผู้สอบ โดยกำหนดการให้คะแนนเป็น 0-1 โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบถูก ซึ่งหมายถึง มีความรอบรู้ในคุณลักษณะหรือสถานะความรู้นั้น และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิด ซึ่งหมายถึง ไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะหรือสถานะความรู้นั้น นอกจากนี้ยังได้มีการนำหลักการของ Boolean Algebra มาใช้ในการกำหนดเมทริกซ์ของแบบแผนการตอบข้อสอบเพื่อใช้ในการคำนวณ (Gierl, Leigton & Hunka, 2000; Tatsuoka, 2004, 2009) ต่อมาในปี 2004 Leighton และคณะ ได้พัฒนา**โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method: AHM)** (Leighton, Gierl, & Hunka, 2004) AHM เป็นโมเดลทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบทางพุทธิปัญญา (cognitive item response theory



ภาพที่ 2.1 โครงสร้างของลำดับขั้นของคุณลักษณะ

model) ที่พัฒนาขึ้นเพื่อแก้ข้อจำกัดของ Rule-Space method โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้การประเมินเชิงวินิจฉัยมีความชัดเจนเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการเรียนการสอนและพัฒนานักเรียนมากขึ้น โดยเป็นวิธีการกำหนดจำนวนข้อสอบ ลักษณะข้อสอบ และแบบแผนการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง เรียกว่า คุณลักษณะ (attribute) ซึ่งแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีทางพุทธิปัญญา(cognitive theory) กับการวัดทางจิตมิติ (psychometric practice) (Leighton, Gierl & Hunka, 2000; Gierl, 2007; Gierl, Cui, & Zhou, 2009; Roberts, & Gierl, 2010; Wang & Gierl, 2011) ปัจจุบันวิธี AHM ได้ถูกนำไปใช้ในการสร้างแบบสอบเพื่อนำไปประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาโดยสร้างตามโครงสร้างของลำดับขั้น ดังที่ Leighton Gierl และ Hunka (2004) ได้เสนอไว้จำนวน 4 รูปแบบ ดังนี้ 1) ลำดับขั้นเชิงเส้น (linear hierarchy) ลำดับขั้นเชิงเส้น (linear hierarchy) มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงที่มีจุดสิ้นสุดจุดเดียว 2) ลำดับขั้นเชิงลู่เข้า (hierarchy with a convergent branch) มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่แยกออกเป็น 2 ทาง แต่มีจุดสิ้นสุดจุดเดียวกัน 3) ลำดับขั้นเชิงลู่ออก (hierarchy with a divergent branch) มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่แยกออกเป็น 2 ทาง แต่ไม่ได้มีจุดสิ้นสุดเพียงจุดเดียวกัน 4) ลำดับขั้นแบบไม่มีโครงสร้าง (unstructured hierarchy) มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่มีความสัมพันธ์เดียวจากจุดเริ่มต้นและไม่มีจุดสิ้นสุดเพียงจุดเดียว จะเห็นได้ว่าโครงสร้างของลำดับขั้นจะต้องอาศัยคุณลักษณะใดลักษณะหนึ่งที่มีมาก่อนเสมอ (Leighton, Gierl, 2007)

กลุ่มที่ 2 DINA model, NIDA model และ DINO model

Deterministic-input, noisy-and-gate model หรือ **DINA model** (Haertel, 1989; Junker & Sijtsma, 2001; de la Douglas, 2004) เป็นโมเดลแบบ noncompesatory หรือ conjunctive และเป็นโมเดลที่ใช้ในการจำแนกความรอบรู้ (mastery) ของผู้สอบในข้อสอบแต่ละข้อออกเป็น 2 ชั้น ได้แก่ ชั้นที่ผู้สอบมีความรอบรู้ในทุกคุณลักษณะ และชั้นที่ผู้สอบไม่มีความรอบรู้อย่างน้อยหนึ่งคุณลักษณะ เช่นข้อสอบ 3+4-2 = □ ในการแก้ปัญหาข้อนี้ผู้สอบจะต้องมีความรอบรู้ในคุณลักษณะของการบวกและการลบ ถ้าผู้สอบมีคุณลักษณะครบทั้งสองคุณลักษณะ แสดงว่า ผู้สอบก็จะมีโอกาสตอบข้อสอบนี้ถูก แต่ถ้าผู้สอบขาดคุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งไป แสดงว่า ผู้สอบก็จะมีโอกาสตอบข้อสอบข้อนี้ผิด สำหรับโมเดล DINA จะอธิบายด้วยโมเดลคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันการตอบสนองข้อสอบ (item response function) โดยพิจารณาถึงโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบแต่ละข้อในชั้นแฝงแต่ละชั้น (latent class) ได้ถูกต้อง การวิเคราะห์ข้อมูลจะวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างการออกแบบการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (cognitive diagnostic assessment) และข้อมูลของการตอบข้อสอบ (response data) และจะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมาจำนวน 2 พารามิเตอร์ ได้แก่ slipping parameter (S) และ guessing parameter (g) โดยข้อสอบแต่ละข้อจะมีพารามิเตอร์ s และ g อย่างละหนึ่งค่า เช่น s_1 และ g_1 แทน พารามิเตอร์ของข้อสอบข้อที่ 1 (Rupp, Templin & Henson, 2010) ดังตารางที่ 2.3 ต่อมา Junker และ Sijtsma (Junker & Sijtsma, 2001) ได้พัฒนา **Noisy-input, deterministic-and-gate model** หรือ **NIDA model** ขึ้นมา เนื่องจากโมเดล DINA เป็นโมเดลที่กำหนดให้คุณลักษณะที่ต้องการวัดในข้อสอบแต่ละข้อมีค่า s และ g เท่ากัน แต่ Junker และ Sijtsma กลับมองว่า โอกาสที่จะตอบข้อสอบ

ได้ถูกต้อง ผู้สอบไม่จำเป็นต้องมีความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ต้องการวัดเท่ากันเสมอไป ดังนั้น Junker และ Sijtsma จึงให้ความสำคัญกับคุณลักษณะที่ต้องการวัดในข้อสอบทุกข้อ โดยมองไปที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดในภาพรวมแทนการมองเป็นรายข้อ โมเดล NIDA จะมีฟังก์ชันการตอบสนองข้อสอบเหมือนโมเดล DINA เนื่องจากเป็นโมเดลแบบ noncompesatory เหมือนกัน และพิจารณาถึงโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบแต่ละข้อในชั้นแฝงแต่ละชั้นได้ถูกต้องเช่นเดียวกัน การวิเคราะห์ข้อมูลจะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมาจำนวน 2 พารามิเตอร์เช่นเดียวกับโมเดล DINA ได้แก่ s และ g แต่ต่างกันที่คุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะจะมีพารามิเตอร์ s และ g อย่างละ 1 ค่า เช่น s_1 และ g_1 แทนพารามิเตอร์ของคุณลักษณะการบวก (Rupp, Templin & Henson, 2010) ดังตารางที่ 2.3 จากนั้นในปี 2006 Templin และHenson ได้พัฒนา **Deterministic input; Noisy-or-gate model** หรือ **DINO model** (Templin & Henson, 2006) ซึ่งมีฟังก์ชันการตอบสนองข้อสอบคล้ายกับโมเดล DINA แต่ต่างกันที่โมเดล DINO เป็นโมเดลแบบ compensatory หรือ disconjunctive โมเดล DINO นิยมใช้ในการวินิจฉัยผู้ป่วยที่มีอาการผิดปกติทางจิต (psychological disorder diagnosis) เนื่องจากโมเดลนี้ตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่า โอกาสที่ผู้ป่วยจะมีอาการผิดปกติทางจิต ผู้ป่วยจะต้องมีคุณลักษณะอย่างน้อย 1 คุณลักษณะ หรือหากมองในแง่ของโมเดลคณิตศาสตร์จะหมายถึง โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบในทางบวก (positive response) หรือผู้สอบจะตอบข้อสอบแต่ละข้อในชั้นแฝงแต่ละชั้นได้ถูกต้อง โมเดล DINO จะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมาจำนวน 2 พารามิเตอร์เหมือนโมเดล DINA ได้แก่ s หมายถึง โอกาสที่จะตอบทางลบ (negative response) หรือตอบผิด เมื่อมีอย่างน้อย 1 คุณลักษณะปรากฏขึ้นมาหรือผู้ป่วยมีความผิดปกติทางจิตแต่เมื่อทำแบบทดสอบแล้วพบว่าไม่ผิดปกติ และ g หมายถึง โอกาสที่จะตอบทางบวก (negative response) หรือตอบถูก เมื่อคุณลักษณะทั้งหมดไม่ปรากฏขึ้นมาหรือผู้ป่วยไม่มีความผิดปกติแต่เมื่อทำแบบทดสอบแล้วพบว่าผิดปกติ โดยข้อสอบแต่ละข้อจะมีพารามิเตอร์ s และ g อย่างละหนึ่งค่า เช่น s_1 และ g_1 แทน พารามิเตอร์ของข้อสอบข้อที่ 1 เหมือนโมเดล DINA (Rupp, Templin & Henson, 2010) ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 พารามิเตอร์ของการประมาณค่าในโมเดล DINA และโมเดล NIDA

ข้อสอบ	การบวก	การลบ	การคูณ	การหาร	พารามิเตอร์ใน DINA / DINO
1) 3+4-2 = ☐	1	1	0	0	s_1, g_1
2) 6/3 = ☐	0	0	0	1	S_2, g_2
3) 6×3-5 = ☐	0	1	1	0	S_3, g_3
4) 7+14 = ☐	1	0	0	0	S_4, g_4
พารามิเตอร์ใน NIDA	s_1, g_1	S_2, g_2	S_3, g_3	S_4, g_4	

ดัดแปลงจาก Rupp, Templin และ Henson (2010)

กลุ่มที่ 3 Unified model และ Fusion Model (Reparameterized Unified Model)

Unified model พัฒนาโดย DiBello และคณะ (DiBello, Stout, & Roussos, 1993) ซึ่งแสดงทั้งค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบที่ขึ้นอยู่กับทักษะ (skills-based item) และค่าพารามิเตอร์ของผู้สอบที่ขึ้นอยู่กับทักษะ (skills-based examinee) เช่นเดียวกัน (DiBello, Stout, & Roussos, 2007; Rupp, Templin & Henson, 2010) นอกจากนี้โมเดล unified ยังเป็นโมเดลวินิจฉัยทักษะ (skill-diagnosis model) โมเดลแรกที่นำทักษะที่ไม่ได้อยู่ใน Q-matrix มารวมอยู่ในโมเดล แต่

ข้อจำกัดของ Unified model คือ พารามิเตอร์ในโมเดลบางค่าไม่สามารถประมาณค่าด้วยวิธีทางสถิติได้จึงไม่เป็นที่นิยมนำมาวินิจฉัยแบบแผนการตอบข้อสอบของนักเรียน (Hartz & Roussos, 2008) ต่อมาในปี 2002 Hartz ได้พัฒนา **Fusion model** หรือ **Reparameterized Unified Model (RUM)** (Hartz, 2002) ซึ่งเป็นโมเดลที่พัฒนามาจาก Unified model โดยโมเดลนี้ได้แก้ไขข้อจำกัดของ Unified model ที่ว่า พารามิเตอร์ในโมเดลบางค่าไม่สามารถประมาณค่าด้วยวิธีทางสถิติได้ และเมื่อพิจารณาโมเดล NIDA ที่มีสมมติฐานว่า โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบได้ถูกต้อง ผู้สอบจะต้องมีความรอบรู้ในทุกคุณลักษณะ แต่เมื่อพิจารณาข้อสอบ 1) 3+4-2 = □ และ 2) 9+14 = □ พบว่าข้อ 1) ต้องการคุณลักษณะของการบวกด้วยเลขหลักหนึ่งหลัก แต่ข้อ 2 ต้องการคุณลักษณะของการบวกด้วยเลขหลักสองหลัก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการใช้คุณลักษณะของการบวกมีความซับซ้อนมากขึ้น ดังนั้น Hartz จึงได้พัฒนาโมเดล RUM ขึ้นมาเพื่อผ่อนคลายข้อจำกัดของโมเดล DINA และ NIDA ซึ่งเป็นการรวมระหว่างการวินิจฉัยทักษะ (skill diagnosis) และการประมาณค่าพารามิเตอร์ในโมเดล สำหรับโมเดล RUM จะประมาณค่าพารามิเตอร์ออกมาจำนวน 4 ค่า ได้แก่ 1) baseline parameter หมายถึง โอกาสที่จะตอบข้อสอบได้ถูกต้อง เมื่อผู้สอบมีความรอบรู้ทุกคุณลักษณะที่ระบุใน Q-matrix และ 2) penalty parameter หมายถึง ผลเสียของโอกาสที่จะตอบข้อสอบได้ถูกต้อง เมื่อผู้สอบไม่มีความรอบรู้ในคุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ 3) พารามิเตอร์ความยากของข้อสอบ (difficulty parameter) แต่ละข้อของคุณลักษณะทั้งหมดที่ไม่ได้แสดงใน Q-matrix และ 4) พารามิเตอร์ความสามารถ (ability parameter) ในชั้นแฝงที่สัมพันธ์กับคุณลักษณะที่ไม่ได้แสดงใน Q-matrix (Rupp, Templin & Henson, 2010)

กลุ่มที่ 4 HYBRID model และ LCDM model

Hybrid model พัฒนาโดย Yamamoto (Yamamoto, 1989) ซึ่งเป็นโมเดลเกี่ยวกับการรวมระหว่างโมเดลการตอบสนองข้อสอบที่ใช้ทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบเป็นฐาน (IRT based) (ชั้นความผันแปรของความสามารถแต่ละบุคคล) และโมเดลการตอบสนองข้อสอบที่ใช้ชั้นแฝงเป็นฐาน (latent class based) (multinomial independent class) นอกจากนี้ Hybrid model ยังใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบพหุ (multidimensional IRT model) ในการอธิบายพฤติกรรมทั้งหมดของผู้สอบ ซึ่งหมายความว่า ในการทำข้อสอบแต่ละข้อ ผู้สอบต้องใช้หลายความสามารถ ต่อมาในปี ค.ศ. 1990 Hybrid model ยังถูกขยายให้แสดงคุณลักษณะของผู้สอบแต่ละคนที่เปลี่ยนจากกลยุทธ์การตอบข้อสอบที่ใช้ความสามารถเป็นฐาน (ability-based response ability) ไปยังกลยุทธ์ของการตอบอย่างสุ่ม (Yamamoto, 1995) สำหรับ **Log-linear cognitive diagnostic model (LCDM)** (Henson, Templin, & Willse, 2009) เป็นโมเดลเชิงสรุปอ้างอิง (generalized model) ที่ขยายแนวคิดมาจากโมเดล compensatory และ noncompensatory หรือเป็นการนำโมเดลที่อยู่ในกลุ่มของ compensatory และ noncompensatory มาวิเคราะห์ร่วมกัน เช่น การนำโมเดล DINA มาวิเคราะห์ร่วมกับโมเดล DINO ในแบบสอบฉบับเดียวกัน เนื่องจากข้อสอบบางข้ออาจเหมาะกับโมเดล DINA หรือบางข้ออาจเหมาะกับ DINO ด้วยเหตุผลนี้โมเดล LCDM จึงเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการสรุปอ้างอิงโดยนัยทั่วไปสำหรับโมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา แต่อย่างไรก็ตามโมเดลนี้มีจุดอ่อนอยู่ที่ค่าพารามิเตอร์ในโมเดลมีหลายค่า และมีความซับซ้อน อีกทั้งขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลมีหลาย

ขั้นตอน เนื่องจากเป็นการนำโมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาหลายโมเดลมาวิเคราะห์ร่วมกัน ทำให้ไม่สะดวกในการนำมาประยุกต์ใช้ (Henson, Templin, & Willse, 2009)

2.2 โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เป็นโมเดลคุณลักษณะแฝง

การวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เป็นโมเดลคุณลักษณะแฝงโมเดลแรกคือ Linear logistic test model (LLTM) ซึ่งพัฒนาโดย Fisher (1973) ซึ่งต่อมาได้มีผู้พัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเกิดขึ้นอีกมากมาย โดยโมเดลที่พัฒนาในระยะหลังมีพื้นฐานมาจาก LLTM model ซึ่งผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่เป็นโมเดลคุณลักษณะแฝงนี้คือ Susan Embretson หรือ Susan E. Whitely โดยเป็นผู้ที่พัฒนาโมเดลวินิจฉัยอย่างต่อเนื่องมาจนถึงปัจจุบัน มีรายละเอียดดังนี้

Liner Logistic Test Model (LLTM) (Fisher,1973) เป็นโมเดลทางจิตมิติ (psychometric) โมเดลแรกที่เชื่อมโยงระหว่างจิตมิติทางพุทธิปัญญา (cognitive psychometric) และการออกแบบข้อสอบ (item design) และเป็นโมเดลที่พัฒนามาจาก Rasch model ที่มีเฉพาะพารามิเตอร์ความยากของข้อสอบ โมเดล LLTM ถูกพัฒนาโดยการนำเนื้อหาข้อสอบ (item content) เข้าไปอยู่ในการทำนายความสำเร็จของข้อสอบ (item success) ดังนั้น ถ้าองค์ประกอบด้านเนื้อหาที่ถูกระบุมีความเหมาะสม ดังนั้นพารามิเตอร์จะสะท้อนผลไปที่ค่าความยากของข้อสอบที่ถูกประมาณค่าได้โดยตรง ซึ่งองค์ประกอบด้านเนื้อหาแต่ละองค์ประกอบจะถูกกำหนดเป็นตัวเลข 0-1 (0 หมายถึง มีองค์ประกอบที่ต้องการวัดอยู่ในข้อสอบ และ 1 หมายถึง ไม่มีองค์ประกอบที่ต้องการวัดอยู่ในข้อสอบ) (Embretson & Reise, 2000) ค่าความยากของข้อสอบจะประมาณค่าจากผลรวมน้ำหนักของคะแนนคุณลักษณะในโมเดลความซับซ้อนทางพุทธิปัญญา ซึ่งต่างจากค่าความยากของข้อสอบใน Rasch model ที่ไม่ได้คำนึงถึงตัวแปรทางพุทธิปัญญา (Embretson & Reise, 2000; Embretson & Daniel, 2008; Daniel & Embretson, 2010) ต่อมาในปี 1980 Embretson ได้พัฒนา **Multicomponent latent trait model (MLTM)** ซึ่งเป็นโมเดลที่ใช้วัดองค์ประกอบของการดำเนินการหลายองค์ประกอบที่อยู่ภายใต้การแก้ปัญหาข้อสอบ โมเดล MLTM จะประมาณค่าระดับของคุณลักษณะแฝงในองค์ประกอบ (component trait level) และค่าความยากของข้อสอบในองค์ประกอบนั้น (component item difficulty) และตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่า ความสำเร็จของการข้อสอบ (item success) ขึ้นอยู่กับความสำเร็จขององค์ประกอบหลายองค์ประกอบ ซึ่งหมายความว่าถ้าองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่งล้มเหลวจะทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาข้อสอบข้อนั้นได้ โมเดล MLTM อยู่ในรูปของผลคูณความน่าจะเป็นขององค์ประกอบที่ให้ความน่าจะเป็นในภาพรวมของความสำเร็จในการทำข้อสอบ และโมเดลนี้ได้นำพารามิเตอร์การเดา (guessing parameter) เข้ามาในการประมาณค่าในโมเดล (Embretson & Reise, 2000) โมเดล MLTM เหมาะสำหรับคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อน เนื่องจากโมเดลทางพุทธิปัญญาของข้อสอบทั่วไปขึ้นอยู่กับความลื่นไหลของข้อมูลจากสถานะหนึ่งไปยังอีกสถานะหนึ่ง และเป็นโมเดลที่เหมาะสมกับการวัดแบบพหุมิติซึ่งขึ้นอยู่กับผลคูณที่ต่อเนื่องของความน่าจะเป็นของการดำเนินการ หมายถึง ผลคูณของโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบได้ถูกต้องในแต่ละองค์ประกอบ โดยผู้สอบจะต้องตอบองค์ประกอบที่มีมาก่อนให้ถูกต้อง MLTM ได้รวมโมเดลผลคูณที่ต่อเนื่องของกระบวนการตอบข้อสอบกับ IRT model เข้าไว้ด้วยกัน เพื่อสะท้อนความ

แตกต่างรายบุคคลในระดับของคุณลักษณะในองค์ประกอบนั้น ดังนั้น MLTM จึงประมาณค่าทั้งระดับของคุณลักษณะในองค์ประกอบและความยากของข้อสอบในองค์ประกอบ ซึ่งโอกาสของการตอบข้อสอบในองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบจะขึ้นอยู่กับค่าความยากขององค์ประกอบในข้อสอบ และระดับของคุณลักษณะแฝงในองค์ประกอบของบุคคล เพื่อไม่ให้สับสนระหว่างองค์ประกอบและคุณลักษณะ ผู้ศึกษาจึงได้ยกตัวอย่างข้อสอบความเข้าใจในการอ่านสามารถวัดด้วยองค์ประกอบหลัก 2 องค์ประกอบคือ การนำเสนอข้อความ (text representation) และการตัดสินใจ (decision) ซึ่งองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบแสดงด้วยคุณลักษณะ 2 คุณลักษณะคือ 1) การนำเสนอข้อความแสดงด้วยคุณลักษณะของระดับคำศัพท์ (vocabulary level) และความซับซ้อนของการสังเคราะห์ข้อความ (synthetic complexity) และ 2) การตัดสินใจแสดงด้วยคุณลักษณะของระดับการอ้างอิง (inference level) และ จำนวนของข้อความที่ตรงกับข้อคำถาม (Embretson & Yang, 2006) จากนั้นในปี 1984 Embretson ได้นำโมเดล LLTM และ MLTM มารวมกัน โดยมีชื่อว่า **General component latent trait model (GLTM)** (Embretson, 1984) ซึ่งใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับตัวแปรทางทฤษฎีซึ่งอยู่ภายใต้ความยากของการตอบข้อสอบ (response difficulty) และการประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบ นอกจากนี้ Embretson ได้นำโมเดลคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์ระหว่างค่าความยากของข้อสอบในองค์ประกอบนั้นๆ กับคุณลักษณะด้านเนื้อหาของข้อสอบ (Embretson & Yang, 2006) เนื่องจาก GLTM เป็นการนำโมเดล LLTM และMLTM ดังนั้นค่าความยากของข้อสอบในโมเดล GLTM จะเหมือนกับ LLTM และโมเดลการประมาณค่าของ GLTM ก็จะเหมือนกับ MLTM

ในปี 1999 Embretson (Embretson, 1999) ได้พัฒนาโมเดลการสรุปอ้างอิงของโมเดลโลจิสติกแบบ 2 พารามิเตอร์ เรียกว่า **2PL-Constrained model** ซึ่งเป็นประมาณค่าพารามิเตอร์ความยากของข้อสอบ (item difficulty) และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (item discrimination) สำหรับค่าความยากของข้อสอบเหมือนค่าความยากในโมเดล LLTM และค่าอำนาจจำแนกในโมเดลนี้จะถูกกำหนดให้เป็นผลรวมเชิงเส้นของคะแนนคุณลักษณะกับน้ำหนักของคุณลักษณะนั้นที่มีผลต่อค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (Embretson & Yang, 2007; Daneil, Embretson; 2010) และล่าสุดในปี 2008 Embretson และ Yang ได้พัฒนา **Multicomponent Latent Trait Model for Diagnosis (MLTM-D)** (Embretson & Yang, 2008) เป็นโมเดลที่ออกแบบมาเพื่อใช้ในการวินิจฉัยทักษะในลำดับขั้นของเนื้อหาที่จัดเรียงในข้อสอบโดยใช้วิธีลดหลั่น (Hierarchical approach) ในการวินิจฉัย (Embretson, 2012) สำหรับโมเดลสุดท้ายคือ **compensatory multidimensional IRT model** (McKinley & Reckase, 1982) ซึ่งเป็นโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบพหุมิติแบบ compensatory โดยมีจุดเด่นอยู่ข้อสอบแต่ละข้อจะใช้คุณลักษณะแฝงหรือความสามารถ (ability) มากกว่าหนึ่งคุณลักษณะในการตอบข้อสอบ และถ้าความสามารถของผู้สอบในมิติใดมิติหนึ่งมีค่าลดลงความสามารถที่มีค่าสูงกว่าจะเข้ามาแทนที่ความสามารถที่มีค่าต่ำกว่า จึงเรียกว่า compensatory โมเดลนี้จะประมาณค่าพารามิเตอร์จำนวน 3 ค่า ได้แก่ ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และโอกาสในการเดา และโอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบได้ถูกต้องขึ้นอยู่กับค่าความยากของข้อสอบ ซึ่งเป็นผลรวมของความสามารถในแต่ละมิติ (Embretson & Yang, 2008; Reckase, 2009) ดังนั้นจากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปโมเดลได้ดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 การสังเคราะห์โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

โมเดลชั้นแฝง (latent class models)	โมเดลคุณลักษณะแฝง (latent trait models)
• Rule Space (Tatsuoka, 1983)	• LLTM (Fisher, 1973)
• DINA (Haertel, 1989)	• MLTM (Embretson, 1980)
• HYBRID model (Yamamoto, 1989)	• MIRT-C (McKinley & Reckase, 1982)
• Unified model (DiBello, Stout, & Roussos, 1993)	• GLTM (Embretson, 1984)
• NIDA (Junker & Sijtsma, 2001)	• 2PL-Constrained model (Embretson, 1999)
• Fusion (Hartz, 2002)	• MLTM-D (Embretson & Yang, 2008)
• AHM (Leighton, Gierl, & Hunka, 2004)	
• DINO (Templin & Henson, 2006)	
• LCDM (Henson, Templin, & Willse, 2009)	

ที่มา: DiBello, Roussos & Stout (2007); Rupp, Templin & Henson (2010); Hyun Seok Kim (2011)

2.3 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์โมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

โมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่อยู่ในรูปของสูตรทางคณิตศาสตร์แต่ละโมเดลนั้นมีความซับซ้อน เข้าใจได้ยาก เนื่องจากมีค่าพารามิเตอร์หลายค่า ทำให้ไม่สะดวกต่อการนำมาใช้โดยตรง และถ้าตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็นตัวอย่างขนาดใหญ่ ก็ยิ่งจะทำให้เป็นอุปสรรคต่อการวิเคราะห์มากยิ่งขึ้น (Rupp & Templin, 2008) ดังนั้นจึงมีผู้พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการวิเคราะห์โมเดลเชิงวินิจฉัยต่างๆ เหล่านี้ไว้หลายโปรแกรม ซึ่งมีทั้งโปรแกรมที่ไม่เสียค่าใช้จ่าย (freeware) และโปรแกรมที่ต้องซื้อลิขสิทธิ์ (commercial) รายละเอียดดังตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5 โปรแกรมที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ในโมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

ชื่อโปรแกรม	ชนิดของโปรแกรม	โมเดลที่ใช้ประมาณค่า
Arpeggio	Commercial www.assess.com	RUM, Fusion
DCM	Freeware (requires the commercial version of Mplus) (jtemplin@uga.edu)	DINA, NIDA, DINO
DCM in R	Freeware (requires freeware R) (alexander.robitzsch@iqb.huberlin.de)	DINA, DINO
DINA in Ox	Freeware (requires freeware Ox) (j.delatorre@rutgers.edu)	DINA, HO-DINA, MS-DINA, G-DINA
LCDM	Freeware (requires the commercial version of Mplus) (jtemplin@uga.edu)	LCDM family
BUGLIB	Research license (tatsuoka@prodigy.net)	RSM
AHM	Research license (mark.gierl@ualberta.edu)	AHM
ConQuest , LPCM-WIN, SAS	Commercial, www.assess.com Commercial, www.sas.com	LLTM
SAS	Commercial, www.sas.com	2PL-Constrained model, MLTM, GLTM

จากโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาทั้ง 16 โมเดล ผู้วิจัยสนใจที่จะนำโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model: AHM) มาประยุกต์ใช้กับการสร้างแบบสอบวินิจฉัย

เนื่องจากโมเดลนี้จะเกี่ยวข้องตั้งแต่กระบวนการสร้างแบบสอบ ซึ่งโมเดลวินิจฉัยอื่นๆ จะวินิจฉัยหลังจากสร้างแบบสอบเสร็จเรียบร้อยแล้ว ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำขอนำเสนอโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะอย่างละเอียดในตอนที่ 3

ตอนที่ 3 โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model: AHM)

มโนทัศน์เบื้องต้นเกี่ยวกับโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model: AHM) เป็นโมเดลทฤษฎีการตอบสนองทางพุทธิปัญญา (cognitive item response theory model) ที่พัฒนาขึ้นเพื่อแก้ข้อจำกัดของ Rule-Space model โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้การประเมินเชิงวินิจฉัยมีความชัดเจนเป็นเป็นประโยชน์ต่อการการพัฒนาการเรียนการสอนและการพัฒนานักเรียนมากขึ้น โดยการกำหนดจำนวนข้อสอบ ลักษณะข้อสอบ และแบบแผนการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง เรียกว่า คุณลักษณะ (attribute) ซึ่งแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีทางพุทธิปัญญา(cognitive theory) กับการวัดทางจิตมิติ (psychometric practice) (Leighton, Gierl & Hunka, 2000; Gierl, 2007; Gierl, Cui, & Zhou, 2009; Roberts, & Gierl, 2010; Wang & Gierl, 2011)

โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะมีลักษณะที่สำคัญและมีขั้นตอนในการนำไปใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบและการประเมินเชิงวินิจฉัย ดังนี้

3.1. ลักษณะที่สำคัญของโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ

ลักษณะที่สำคัญของโมเดลนี้คือ การให้คำจัดความและการจำแนกคุณลักษณะ รวมทั้งการกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับขั้นของคุณลักษณะโดยมีรายละเอียด ดังนี้

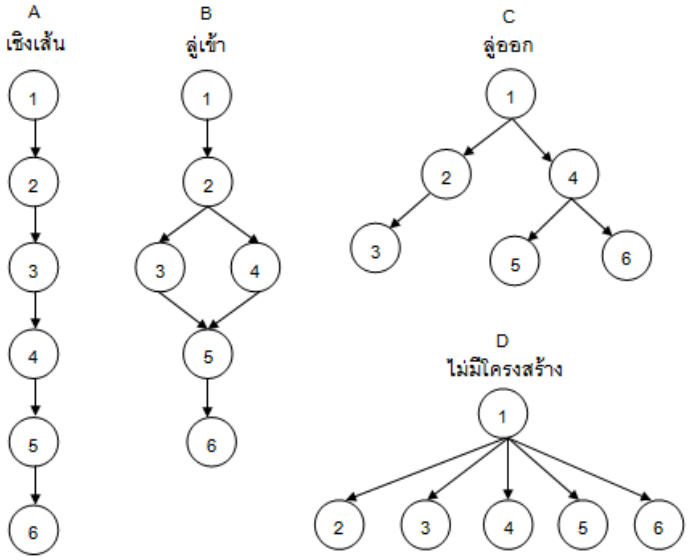
1) การให้คำจัดความและการจำแนกคุณลักษณะ

Leighton, Gierl และ Hunka (2000) กล่าวว่า คุณลักษณะเป็นการบรรยายวิธีการหรือการอธิบายความรู้ที่ต้องใช้ในการทำงานที่มีขอบเขตเฉพาะ แม้ว่าคุณลักษณะจะไม่ใช้ยุทธวิธี แต่คุณลักษณะก็ช่วยสร้างยุทธวิธี ยิ่งไปกว่านั้นชุดของคุณลักษณะจะถูกจัดเข้าสู่ยุทธวิธีเพื่อสนับสนุนบทบาทในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นทันทีทันใดโดยไม่จำเป็นต้องเป็นกลุ่มยุทธวิธี คุณลักษณะเป็นเอกลักษณ์ที่มีลักษณะเป็นพลวัต (dynamic) ชุดคุณลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถในเวลาหนึ่งอาจจะไม่เหมือนชุดคุณลักษณะของที่มีความสามารถในอีกเวลาหนึ่ง ทั้งนี้อาจเกิดจากพัฒนาการและ/หรือขึ้นอยู่กับการเรียนการสอน ซึ่งหมายถึง ความก้าวหน้าของนักเรียนจากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งเกิดจากการมีพัฒนาการและ/หรือองค์ประกอบด้านการเรียนการสอน คุณลักษณะสำหรับแบบทดสอบสามารถจำแนกได้โดยวิธีการที่แตกต่างกัน เช่น ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ การวิเคราะห์งาน (task analysis) การเขียนตอบของนักเรียน โดยควรตรวจสอบความตรงของการจำแนกคุณลักษณะทั้งจากผู้สอบและข้อสอบเปรียบเทียบกับกลุ่มประชากรเป้าหมาย

2) การกำหนดลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับขั้นของคุณลักษณะ

การกำหนดคุณลักษณะความสัมพันธ์ที่ถูกต้อง โดยอาจพิจารณาเชิงประจักษ์จากการให้คำจำกัดความที่ชัดเจนหรือจากการวิเคราะห์เอกสารหรือจากทฤษฎีทางจิตวิทยาพัฒนาการ เช่น จากขั้นพัฒนาการของเพียร์เจย์ เป็นต้น สำหรับโครงสร้างของลำดับขั้น Leighton, Gierl และ Hunka

(2004) ได้ยกตัวอย่างโครงสร้างของลำดับขั้นอย่างง่ายที่ใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบไว้ 4 รูปแบบ ดังนี้



โครงสร้างของลำดับขั้น (attribute structure)

(1) ลำดับขั้นเชิงเส้น (linear hierarchy)

ลำดับขั้นเชิงเส้น (linear hierarchy) มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงที่มีจุดสิ้นสุดจุดเดียว ดังโมเดล A แสดงให้เห็นว่า คุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 คุณลักษณะที่ 2 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 3 คุณลักษณะที่ 3 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 4 คุณลักษณะที่ 4 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 5 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 6 เป็นต้น

(2) ลำดับขั้นเชิงลู่เข้า (hierarchy with a convergent branch)

ลำดับเชิงลู่เข้า (hierarchy with a convergent branch) มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่แยกออกเป็น 2 ทาง แต่มีจุดสิ้นสุดจุดเดียวกัน ดังโมเดล B แสดงให้เห็นว่า คุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 คุณลักษณะที่ 2 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 3 และคุณลักษณะที่ 4 แล้วลู่เข้าคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 5 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 6 เป็นต้น

(3) ลำดับขั้นเชิงลู่ออก (hierarchy with a divergent branch)

ลำดับเชิงลู่เข้า (hierarchy with a convergent branch) มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่แยกออกเป็น 2 ทาง แต่ไม่ได้มีจุดสิ้นสุดเพียงจุดเดียวกัน ดังโมเดล C แสดงให้เห็นว่า คุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 และคุณลักษณะที่ 4 คุณลักษณะที่ 2 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 3 และคุณลักษณะที่ 4 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 6 เป็นต้น

(4) ลำดับขั้นแบบไม่มีโครงสร้าง (unstructured hierarchy)

ลำดับขั้นแบบไม่มีโครงสร้าง (unstructured hierarchy) มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่มีความสัมพันธ์เดียวจากจุดเริ่มต้นและไม่มีจุดสิ้นสุดเพียงจุดเดียว ดังเช่นโมเดล D ซึ่งแสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 คุณลักษณะที่ 3 คุณลักษณะที่ 4 คุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 6 เป็นต้น

3.2 ขั้นตอนการนำโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะไปใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบและการวินิจฉัย

การนำโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะไปใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบและการวินิจฉัยมีขั้นตอนทั้งสิ้น 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุลักษณะและความสัมพันธ์เชิงลำดับขั้นที่มีลักษณะเฉพาะ

ในขั้นตอนนี้นักพัฒนาแบบทดสอบต้องทำความเข้าใจกระบวนการทางพุทธิปัญญาที่จะใช้วัดกลุ่มผู้สอบที่มีลักษณะเฉพาะให้ชัดเจน ให้คำจำกัดความคุณลักษณะอย่างรอบคอบ กำหนดความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับขั้นและนำเสนอลำดับขั้นโดยใช้โครงสร้างรูปต้นไม้ (tree structure) ซึ่งบางครั้งเรียกว่า โครงสร้างเครือข่าย (network structure) ความสัมพันธ์ที่เป็นลำดับขั้นในข้อสอบแต่ละข้อจำต้องนำเสนอเพื่อให้ผู้สอบตอบข้อสอบอย่างไม่สับสน แม้ว่าจะมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างคุณลักษณะที่ทำได้กับลำดับที่นำเสนอให้ทำภายในเฉพาะแต่ละข้อ เช่น ยุทธวิธีในการนำเสนอ จะต้องไม่มี 2 มโนทัศน์ในแต่ละข้อ ต้องวิเคราะห์และระบุลักษณะทางพุทธิปัญญาอย่างชัดเจน สมเหตุสมผล และเป็นไปตามหลักจิตวิทยา ทั้งนี้ควรกำหนดคุณลักษณะที่เป็นจุดเริ่มต้นซึ่งเป็นสิ่งที่ต้องมีมาก่อนสำหรับคุณลักษณะทั้งหมดจากจุดเดียวกัน เพื่อช่วยให้นักพัฒนาแบบทดสอบตระหนักถึงคุณลักษณะเริ่มต้นที่ผู้สอบทุกคนต้องมี

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดเมทริกซ์เพื่อใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบ

การกำหนดเมทริกซ์เพื่อใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบมีรายละเอียดดังนี้

1) กำหนด binary adjancency matrix (A) เพื่อแสดงความสัมพันธ์ทางตรงระหว่างคุณลักษณะ โดยกำหนดให้ matrix (A) มีขนาด $k \times k$ เมื่อ k แทน จำนวนคุณลักษณะ หมายเลข 1 ณ ตำแหน่ง (j, k) ในเมทริกซ์จะบ่งบอกถึงการมีความสัมพันธ์ทางตรงระหว่างคุณลักษณะที่ j ในลักษณะการเป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ k ดังโมเดลC สามารถเขียนเป็นเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 010100 \\ 001000 \\ 000000 \\ 000011 \\ 000000 \\ 000000 \end{bmatrix}$$

จากโมเด C และเมทริกซ์ (A) แสดงให้เห็นว่า คุณลักษณะที่ 1 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 และคุณลักษณะที่ 4 เห็นได้จากตำเหน่งของสมาชิกในเมทริกซ์ (1, 2) และ (1, 4) แทนด้วยหมายเลข 1 คุณลักษณะที่ 2 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 3 เห็นได้จากตำเหน่งของสมาชิกในเมทริกซ์ (2, 3) แทนด้วยหมายเลข 1 และคุณลักษณะที่ 4 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 6 เห็นได้จากตำเหน่งของสมาชิกในเมทริกซ์ (4, 5) และ (4, 6) แทนด้วยหมายเลข 1

2) กำหนด reachability matrix (R) เพื่อแสดงความสัมพันธ์ทางตรงและทางอ้อมระหว่างคุณลักษณะโดยกำหนดให้ matrix (R) มีขนาด $k \times k$ เมื่อ k แทน จำนวนคุณลักษณะ matrix (R) จะบ่งบอกเงื่อนไขในโครงสร้างของลำดับขั้นซึ่งเป็นประโยชน์ในกำหนดชุดย่อยของข้อคำถาม ซึ่งคำนวณจากสูตร $R = (A+I)^n$ เมื่อ n แทน จำนวนเต็ม และ I แทน เมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) จาก matrix (A) ในข้อ 2.1 โดยกำหนดเป็น matrix (R) ได้ดังนี้ แถวที่ 1 หมายถึง คุณลักษณะที่ 1 ต้องมีมาก่อนทุกคุณลักษณะ แถวที่ 2 หมายถึง คุณลักษณะที่ 2 ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 2 และ 3 แถวที่ 3 หมายถึง คุณลักษณะที่ 3 ไม่ได้เป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะใด แถวที่ 4 หมายถึง คุณลักษณะที่ 4 เป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 4, 5 และ 6แถวที่ 5 และแถวที่ 6 แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะที่ 5 และ 6 ไม่ได้เป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะใด

$$\begin{bmatrix} 111111 \\ 011000 \\ 001000 \\ 000111 \\ 000010 \\ 000001 \end{bmatrix}$$

3) กำหนด incidence matrix (Q) เพื่อแสดงชุดของข้อสอบและคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการทำข้อสอบแต่ละข้อให้ถูกต้อง ชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้มีขนาดเท่ากับ $2^k - 1$ และเมทริกซ์ Q มีขนาดเท่ากับ (k, i) เมื่อ k แทน จำนวนคุณลักษณะ และ i แทน จำนวนข้อสอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด จากเมทริกซ์ R ในข้อ 2.2 สามารถกำหนดเป็นเมทริกซ์ Q ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101 \\ 011001100110011001100110011001100110011001100110011001100110011 \\ 000111100001111000011110000111100001111000011110000111100001111 \\ 000000011111111000000001111111100000000111111110000000011111111 \\ 000000000000000000000000000000011111111111111111111111111111111 \end{bmatrix}$$

เมทริกซ์ Q

จากเมทริกซ์ข้างต้นแสดงให้เห็นว่า ชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้มีจำนวน 63 ข้อ และมีคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการตอบข้อสอบให้ถูกต้องจำนวน 1 ถึง 6 คุณลักษณะในแต่ละข้อโดยจะมีจำนวนและคุณลักษณะที่ใช้ในการตอบข้อสอบแตกต่างกันไป เช่น ในคอลัมน์ที่ 1 ต้องใช้คุณลักษณะที่ 1 เพียงคุณลักษณะเดียวในการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง เช่นเดียวกับคอลัมน์ที่ 2 ที่ต้องใช้คุณลักษณะที่ 2 เพียงคุณลักษณะเดียวในการตอบข้อสอบให้ถูกต้อง สำหรับคอลัมน์ที่ 3 ต้องใช้คุณลักษณะที่ 1 และ 2 จึงจะทำข้อสอบได้ถูกต้อง

4) กำหนด reduce matrix (Q_r) เพื่อลดจำนวนชุดของของข้อสอบที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไขโครงสร้างลำดับขั้นที่กำหนด จากเมทริกซ์ Q แสดงให้เห็นว่า ชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้จะมีจำนวนมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับจำนวนคุณลักษณะ ซึ่งจะเห็นได้ว่า ถึงแม้คุณลักษณะจะมีจำนวนไม่มากแต่ชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้มีจำนวนมาก เช่น ข้อ 2.3 มีจำนวนคุณลักษณะ 6 คุณลักษณะแต่มีข้อสอบที่เป็นไปได้ถึง 63 ข้อ ดังนั้น เพื่อให้ข้อสอบมีจำนวนลดลงและมีลักษณะของข้อสอบที่มีความเฉพาะมากขึ้น ในการกำหนดชุดของข้อสอบที่เป็นไปได้จึงสามารถทำได้โดยการนำเงื่อนไขโครงสร้างของลำดับขั้นมาพิจารณาและตัดข้อสอบที่ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขออกไป เช่น จากเมทริกซ์ Q ในข้อ 3)

สามารถลดข้อสอบตามเงื่อนไขโครงสร้างของลำดับขั้นเหลือเพียง 15 ข้อ ดังแสดงใน matrix (Q_r) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 111111111111111 \\ 011011011011011 \\ 001001001001001 \\ 000111111111111 \\ 000000111000111 \\ 000000000111111 \end{bmatrix}$$

matrix (Q_r)

ขั้นตอนที่ 3 พัฒนาแบบทดสอบ

การพัฒนาแบบทดสอบดำเนินการโดยสร้างข้อสอบให้มีการใช้คุณลักษณะตามที่กำหนด

ขั้นตอนที่ 4 กำหนดแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง (expected item response pattern) คะแนนรวม (total score) และคุณลักษณะของผู้สอบในแต่ละแบบแผนการตอบข้อสอบ

จาก matrix (Q_r) ในข้อ 2.4 กำหนดการตอบแบบแผนข้อสอบที่คาดหวัง คะแนนรวม และคุณลักษณะของผู้สอบได้ดังตารางที่ 2.6

ตารางที่ 2.6 เมทริกซ์การตอบข้อสอบที่คาดหวัง คะแนนรวม และคุณลักษณะของผู้สอบ สำหรับผู้สอบจำนวน 15 คน จากพื้นฐานโครงสร้างของลำดับขั้นในแผนภาพ C

ผู้สอบ	เมทริกซ์การตอบข้อสอบที่คาดหวัง	คะแนนรวม	คุณลักษณะของผู้สอบ
1	100000000000000	1	100000
2	110000000000000	2	110000
3	111000000000000	3	111000
4	100100000000000	4	100100
5	110110000000000	5	110100
6	111111000000000	6	111100
7	100100100000000	7	100110
8	110110110000000	8	110110
9	111111111000000	9	111110
10	100100000100000	10	100101
11	110110000110000	11	110101
12	111111000111000	12	111101
13	100100100100100	13	100111
14	110110110110110	14	110111
15	111111111111111	15	111111

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ขั้นตอนที่ 5 นำแบบสอบไปใช้ทดสอบนักเรียน

ขั้นตอนที่ 6 ประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบ (estimating probability of item response)

การประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบแต่ละข้อจากแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องกับบุคคล (person-fit indices) จากโอกาสในการตอบข้อสอบได้ถูกต้องโดยใช้โมเดลทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (IRT model) ซึ่งจะทำให้ได้ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (a-parameter) และค่าความยากของข้อสอบ (b-parameter) กรณีที่ใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ ทั้งนี้อาจใช้โปรแกรมสำเร็จรูปช่วยในการคำนวณ เช่น โปรแกรม BILOG เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 7 จำแนกแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้

การจำแนกแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ มีขั้นตอน ดังนี้

1) การจำแนกเบื้องต้น (preliminary classification)

วิธีนี้ใช้การเปรียบเทียบแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้กับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังทั้งหมด และคำนวณค่าความเป็นไปได้สูงสุดที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้จะสอดคล้องกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังไว้ ถ้ามีความเป็นไปได้สูงสุดที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังแบบใดแสดงว่า แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้นั้นมีคุณลักษณะของผู้สอบตามที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังนั้นกำหนด เช่น นาย ก. มีแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้เป็น 11110000000000 เมื่อนำไปเปรียบเทียบคำนวณหาความเป็นไปได้สูงสุดเท่ากับ 0.5 ที่ระดับความสามารถเท่ากับ -0.5 ตรงกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง 111000000000000 ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น 1 จุด และมีคุณลักษณะของผู้สอบเป็น 111000 แสดงว่า นาย ก. จัดให้อยู่ในกลุ่มที่มีคุณลักษณะที่ 1, 2 และ 3 เป็นต้น แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ในการจำแนกเบื้องต้นมีรายละเอียดดังนี้

(1) คำนวณโอกาสในการเกิดความคลาดเคลื่อนจาก $1 \rightarrow 0$ และจาก $0 \rightarrow 1$ เพื่อคำนวณความเป็นไปได้สูงสุดที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้จะสอดคล้องกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง โดยกำหนดให้

$$d_j = V_j - X$$

เมื่อ d_j แทน ความแตกต่างระหว่างแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้

V_j แทน แบบแผนการตอบข้อสอบที่ j สำหรับข้อสอบ n ข้อ

X แทน แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ซึ่งมีจำนวนข้อเท่ากับ V_j

ถ้า d = 0 หมายถึง ไม่มีความคลาดเคลื่อน

d = -1 หมายถึง มีความคลาดเคลื่อนจาก $0 \rightarrow 1$

d = 1 หมายถึง มีความคลาดเคลื่อนจาก $1 \rightarrow 0$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

(2) คำนวณค่าความน่าจะเป็นที่แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้จะจัดอยู่ในแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง โดยการรวมโอกาสที่จะตอบถูก เมื่อผิด และโอกาสที่จะตอบผิด เมื่อถูก ด้วยหลักการของ Boolean Algebra โดยกำหนดให้

$$P_{jExpected}(\theta) = \prod_{k-1}^{K} P_{jk}(\theta) \prod_{m-1}^{M} (1 - P_{jm}(\theta))$$

เมื่อ $P_{jk}(\theta)$ แทน โอกาสที่จะตอบถูก เมื่อผิด $(0 \rightarrow 1)$

$1 - P_{jm}(\theta)$ แทน โอกาสที่จะตอบผิด เมื่อถูก $(1 \rightarrow 0)$

2) การตรวจสอบการจำแนกเบื้องต้น (verification of preliminary classification)

การจำแนกเบื้องต้นบางครั้งให้ค่าความน่าจะเป็นต่ำมากและจำแนกได้ไม่สอดคล้องกับโครงสร้างของลำดับขั้น เช่น นาย ก. มีแบบแผนการตอบที่สังเกตได้เป็น 111111111101 เมื่อคำนวณค่าความเป็นไปได้พบว่า มีค่าความเป็นไปได้สูงสุดเท่ากับ 0.0318 ที่ระดับความสามารถเท่ากับ 2.37 ตรงกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง 111111111111 ซึ่งมีความคลาดเคลื่อน 1 จุด และมีคุณลักษณะของผู้สอบเป็น 111111 แสดงว่า นาย ก. จัดให้อยู่ในกลุ่มที่มีคุณลักษณะครบทุกข้อ ซึ่งในความเป็นจริงไม่ได้เป็นเช่นนั้น เนื่องจากนาย ก. ตอบข้อสอบได้ไม่ถูกต้องทุกข้อทำให้การจำแนกไม่ตรงกับข้อมูลจริง จึงต้องใช้การตรวจสอบการจำแนกเบื้องต้นโดยการตรวจสอบความสมเหตุสมผล (logically) ของแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังทั้งหมดกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ ถ้าแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังมีความสมเหตุสมผลกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ แสดงว่าผู้สอบมีคุณลักษณะตามแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังนั้นๆ แต่ถ้าตรวจสอบแล้วพบว่าไม่สมเหตุสมผลกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังใดจึงคำนวณค่าความน่าจะเป็น เช่น แบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ของนาย ก. เป็น 111111111101 เมื่อเปรียบเทียบกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังจำนวน 16 แบบแผน พบว่า มีความคลาดเคลื่อนที่ไม่สมเหตุสมผลเกิดขึ้น 2 แบบแผน ได้แก่ แบบแผนที่ 15 คือ 110110110110110 และแบบแผนที่ 16 ได้แก่ 111111111111 ซึ่งพบว่า เกิดความคลาดเคลื่อนจาก ในข้อที่ 14 จำนวน 1 จุด เมื่อคำนวณค่าความน่าจะเป็นพบว่าแบบแผนที่ 15 มีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.6835 ที่ระดับความสามารถ 1.54 มีคุณลักษณะของผู้สอบเป็น 110111 ส่วนแบบแผนที่ 16 มีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.0318 ที่ระดับความสามารถ 2.37 มีคุณลักษณะของผู้สอบเป็น 111111 ดังนั้นแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ของนาย ก. จึงมีความเป็นไปได้ที่จะสอดคล้องกับแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังแบบแผนที่ 15 มากกว่าแบบแผนที่ 16 ซึ่ง โดยสอดคล้องกับแบบแผนที่ 15 มากที่สุด แต่มีคุณลักษณะไม่ครบกำหนดตามแบบแผนที่ 16 หมายถึง นาย ก. มีคุณลักษณะตามแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวังตั้งแต่แบบแผนที่ 2 ถึงแบบแผนที่ 14 โดยสอดคล้องกับแบบแผนที่ 15 มากที่สุดแต่มีคุณลักษณะไม่ครบที่ตามกำหนดในแบบแผนที่ 16

ตอนที่ 4 โมเดลข้อสอบ (Item model)

โมเดลข้อสอบ (item model) หรือเราอาจเรียกได้หลายคำ เช่น item generation หรือ item variance หรือ item cloning เป็นลักษณะของการสร้างข้อสอบต้นแบบขึ้นมาหนึ่งชุดแล้วสามารถขยายเป็นชุดข้อสอบชุดอื่นๆ ได้ภายใต้โมเดลข้อสอบต้นแบบ และทำให้ได้ข้อสอบจำนวนมากและประหยัดต้นทุนหรือเวลาที่ใช้ในการสร้างข้อสอบ เนื่องจากโมเดลข้อสอบหนึ่งโมเดลสามารถสร้างข้อสอบได้หลายข้อ ปัจจุบันนี้ในการสอบขนาดใหญ่ (large scale testing) เริ่มหันมาให้ความสนใจกับการสร้างคลังข้อสอบด้วย item model ซึ่งจะทำให้ได้ข้อสอบที่เป็นคู่ขนานกัน นอกจากนี้ item model ได้ถูกนำมาสร้างเป็นแบบสอบวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเพื่อวินิจฉัยจุดอ่อนและจุดแข็งของผู้สอบ

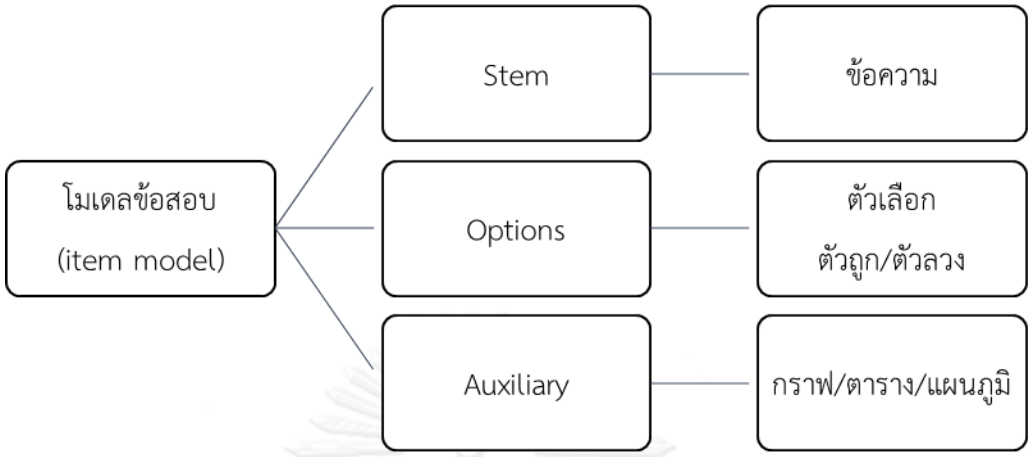
โมเดลข้อสอบเป็นชุดของตัวอย่างข้อสอบที่สร้างขึ้นมาเพื่อเป็นต้นแบบในการสร้างข้อสอบชุดอื่นๆ และเป็นโมเดลที่มีข้อสอบเป็นตัวแปรของงานการประเมิน (assessment task) โมเดลข้อสอบประกอบด้วย ข้อคำถาม (stem) ตัวเลือก (options) และ ข้อมูลเสริมหรือเพิ่มเติม (auxiliary information) (Gierl, Zhou, & Alves, 2008; Gierl, Wang & Zhou, 2008) โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) stem หมายถึง ข้อคำถามในโจทย์ที่ผู้สอบต้องการหาคำตอบ โดยตัวแปรที่ใช้ในการสร้าง stem แบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ **I (integer)** หมายถึง จำนวนเต็ม ในที่นี้ แทน ตัวเลขในโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อที่นำมาคำนวณเพื่อหาคำตอบ **S (string)** หมายถึง ชุดของตัวอักขระที่เป็นไปได้ทั้งตัวเลขและตัวอักษร โดยตัวเลขจะไม่สามารถคำนวณในทางคณิตศาสตร์ได้ ในที่นี้ แทนข้อความของสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อ

2) options หมายถึง ตัวเลือกของคำตอบ ประกอบด้วย ตัวเลือกที่ถูก (correct option) ตัวเลือกที่ผิด (incorrect option) หรือตัวลวง (distractor)

3) auxiliary information หมายถึง สิ่งที่เพิ่มเติมเข้ามาในข้อสอบนอกเหนือจากข้อคำถาม (stem) และตัวเลือก (option) ได้แก่ ข้อความ (texts) รูปภาพ (images) ตาราง (tables) หรือแผนภูมิ (diagrams)

สำหรับโมเดลข้อสอบแบบสอบหลายตัวเลือก (multiple-choice item model) สิ่งที่จำเป็นในการสร้างโมเดลคือ stem และ options แต่ถ้าเป็นโมเดลข้อสอบแบบเติมคำตอบหรือแสดงวิธีทำสิ่งที่จำเป็นในการสร้างโมเดลคือ stem เท่านั้น แสดงดังภาพที่ 2.2



ภาพที่ 2.2 องค์ประกอบของโมเดลข้อสอบ (item model)

Gierl และคณะ (2008) นำเสนอตัวอย่างการสร้างโมเดลข้อสอบคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 ข้อ โดยข้อสอบทั้งสองข้อประกอบด้วย ข้อคำถาม (stem) และตัวเลือก (options) มีรายละเอียดดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ข้อคำถาม (stem) จะแทนด้วยตัวเลข (integer) จำนวน 2 ค่าคือ (I1, I2) เมื่อ I1 หมายถึง ค่าใช้จ่ายของแอน ซึ่ง I1 มีค่าอยู่ระหว่าง 1525-1675 เหรียญ โดยมีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 75 เหรียญ และ I2 หมายถึง ราคาของค่าตัดหญ้าต่อหนึ่งตารางเมตร ซึ่ง I2 มีค่าอยู่ระหว่างตารางเมตรละ 30 เหรียญหรือ 45 เหรียญ ในตัวอย่างที่ 1 จะกำหนดรูปร่างของสนามหญ้าให้คงที่คือเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไม่ว่าค่าของตัวเลขจะมีการแปรเปลี่ยนเป็นค่าอื่นและข้อความหรือสถานการณ์ในโจทย์ (string) ก็จะไม่เปลี่ยนไปเช่นกัน และตัวเลือก (option) มีทั้งหมด 4 ตัวเลือกจาก ก-ง ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือข้อ ก สำหรับทั้งคำตอบที่ถูกต้องและไม่ถูกต้องนั้นจะแสดงอยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยตัวแปรที่อยู่ในตัวเลือกแต่ละข้อคือ ค่าที่เป็นตัวเลขในข้อคำถาม ในที่นี้คือ I1และ I2 แสดงดังภาพที่ 2.3

ตัวอย่างที่ 2 ข้อคำถาม (stem) จะแทนด้วยตัวอักษร (string) จำนวน 2 ค่าคือ (S1, S2) เมื่อ S1 หมายถึง ตัวแปรที่แสดงถึงรูปร่างของพื้นที่สนามหญ้าได้แก่ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือวงกลม และ S2 หมายถึง องค์ประกอบของพื้นที่สนามหญ้าได้แก่ ความยาวของด้านหรือรัศมี ซึ่ง S2 จะต้องขึ้นอยู่กับ S1 ตามความเหมาะสมของรูปร่างพื้นที่สนามหญ้า ในตัวอย่างที่ 2 ตัวเลือก (option) มีทั้งหมด 4 ตัวเลือกจาก ก-ง และตัวเลือกแต่ละตัวจะแสดงอยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แต่ครั้งนี้สูตรที่ใช้ในการคำนวณหาคำตอบจะขึ้นอยู่กับรูปร่างของพื้นที่สนามหญ้า แสดงดังภาพที่ 2.4

จากการศึกษา item model ผู้ศึกษาได้ทดลองสร้าง item model ขึ้นมาโดยได้นำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสอบ o-net ระดับชั้น ป.6 แสดงดังภาพที่ 2.5

ตัวอย่างที่ 1

	แอนจ่ายค่าตัดหญ้าคิดเป็นเงินทั้งหมด 1,525 เหรียญ โดยคิดค่าตัดหญ้าตารางเมตรละ 54 เหรียญ ถ้าสนามหญ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วความยาวของด้านสนามหญ้ายาวเท่าไร ก. 5.8 เมตร ข. 6.8 เมตร ค. 4.8 เมตร ง. 7.3 เมตร
	Item model Variables
Stem	แอนจ่ายค่าตัดหญ้าคิดเป็นเงินทั้งหมด **I1** เหรียญ โดยคิดค่าตัดหญ้าตารางเมตรละ **I2** เหรียญ ถ้าสนามหญ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วความยาวของด้านสนามหญ้ายาวเท่าไร
Elements	**I1** ช่วงของค่าตัวเลข: 1,525 – 1,675 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 75 **I2** ช่วงของค่าตัวเลข: 30 หรือ 40
Options	ก. $\sqrt{\frac{I1}{I2}}$ ข. $\sqrt{\frac{I1}{I2}}+1$ ค. $\sqrt{\frac{I1}{I2}}-1$ ง. $\sqrt{\frac{I1}{I2}}+1.5$
Auxiliary	None
Key	ก.

ภาพที่ 2.3 ตัวอย่าง item model ที่ stem เป็นค่าของตัวเลข (integer: I) เพียงอย่างเดียว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างที่ 2

แอนจ่ายค่าตัดหญ้าคิดเป็นเงินทั้งหมด 1,525 เหรียญ โดยคิดค่าตัดหญ้าตารางเมตรละ 54 เหรียญ ถ้าสนามหญ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วความยาวของด้านสนามหญ้ายาวเท่าไร ก. 5.8 เมตร ค. 4.8 เมตร ข. 6.8 เมตร ง. 7.3 เมตร

Item model Variables

Stem	แอนจ่ายค่าตัดหญ้าคิดเป็นเงินทั้งหมด **I1** เหรียญ โดยคิดค่าตัดหญ้าตารางเมตรละ **I2** เหรียญ ถ้าสนามหญ้าเป็นรูป **S1** แล้ว **S2** ของสนามหญ้ายาวเท่าไร
Elements	**I1** ช่วงของค่าตัวเลข: 1,525 – 1,675 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 75 **I2** ช่วงของค่าตัวเลข: 30 หรือ 40 **S1** ช่วงของข้อความ: “สี่เหลี่ยมมุมฉาก” หรือ “วงกลม” **S2** ช่วงของข้อความ: “ความยาวของด้าน” หรือ “ความยาวของรัศมี” **เงื่อนไข** เนื่องจาก S1 = “สี่เหลี่ยมมุมฉาก” ดังนั้น S2 = “ความยาวของด้าน” เนื่องจาก S1 = “วงกลม” ดังนั้น S2 = “ความยาวของรัศมี”

Options	S1 = “สี่เหลี่ยมมุมฉาก”	S1 = “วงกลม”
	1. $\sqrt{\frac{I1}{I2}}$	ก. $\sqrt{\left(\frac{I1}{I2}\right)\times 3.14}$
	2. $\sqrt{\frac{I1}{I2}}+1$	ข. $\sqrt{\left(\frac{I1}{I2}\right)\times 3.14}+1$
	3. $\sqrt{\frac{I1}{I2}}-1$	ค. $\sqrt{\left(\frac{I1}{I2}\right)\times 3.14}-1$
	4. $\sqrt{\frac{I1}{I2}}+1.5$	ง. $\sqrt{\left(\frac{I1}{I2}\right)\times 3.14}+1.5$

Auxiliary	None
Key	ก.

ภาพที่ 2.4 ตัวอย่าง item model ที่ stem เป็นตัวเลข (integer: I) และข้อความ (string: S)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตัวอย่าง item model (ข้อสอบ o-net ป.6)

กุ๊กไก่ต้องการซื้อรถจักรยานราคา 1,650 บาท แต่เก็บเงินได้เพียง 550 บาท จึงขอให้แม่ออกเงินส่วนที่เหลือให้ก่อน ถ้ากุ๊กไก่ผ่อนจ่ายเงินคืนให้แม่เดือนละ 100 บาท ต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะคืนเงินได้ครบ

ก. 22 เดือน ค. 11 เดือน

ข. $16\frac{1}{2}$ เดือน ง. 10 เดือน

Item model Variables

Stem

S1 ต้องการซื้อ **S2** ราคา **I1** บาท แต่เก็บเงินได้เพียง **I2** บาท จึงขอให้ **S3** ออกเงินส่วนที่เหลือให้ก่อน ถ้า **S1** ผ่อนจ่ายเงินคืนให้ **S3** เดือนละ **I3** บาท ต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะคืนเงินได้ครบ

Elements

I1 ช่วงของค่าตัวเลข: 1,650 – 2,000 เพิ่มขึ้นทีละ 50 บาท
I2 ช่วงของค่าตัวเลข: 550 – 1,000 เพิ่มขึ้นทีละ 50 บาท
I3 ช่วงของค่าตัวเลข: 100 หรือ 200 หรือ 500
S1 ช่วงของข้อความ: “กุ๊กไก่” “น้อยหน่า” “ส้ม” “ฟ้าใส”
S2 ช่วงของข้อความ: “รถจักรยาน” “ตุ๊กตา” “กระเป๋า” “รองเท้า”
S3 ช่วงของข้อความ: “แม่” “พ่อ” “คุณตา” “คุณยาย” “คุณย่า”

Options

1. $\frac{I1 \times I2}{I3}$
2. $\frac{I1}{I3}$
3. $\frac{I1 - I2}{I3}$
4. $\left(\frac{I1 \times I2}{I3}\right) - 1$

Auxiliary

None

Key

3.

ภาพที่ 2.5 ตัวอย่าง item model ที่สร้างจากข้อสอบ o-net

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตอนที่ 5 แนวคิดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (mathematics problem-solving)

ในประเด็นนี้ผู้ศึกษาขอนำเสนอรายละเอียดเบื้องต้นเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

5.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การนำเสนอในประเด็นนี้เป็นการนำเสนอความหมายของคำว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

Anderson และ Pingry (1973) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบเป็นเชิงปริมาณหรือในรูปของจำนวนที่เป็นตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะแก้ปัญหาได้ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ใช้ความรู้และประสบการณ์ประกอบการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหา

Adam และคณะ (1977) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นโจทย์ที่เกี่ยวกับปัญหาของคำ (word problem) หรือปัญหาที่เป็นเรื่องราว (story problem) หรือปัญหาที่เกี่ยวกับภาษา (verbal problem) โดยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายสภาพ สถานการณ์ด้วยถ้อยคำ หรือข้อความตัวเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องหาวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาข้อนั้น

Cruikshank และ Sheffield (1992) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าจะต้องเกี่ยวข้องกับจำนวนตัวเลขเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกะศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

ดังนั้น โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลาย เป็นสถานการณ์ที่พบได้ในชีวิตจริง ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

5.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาไว้ในลักษณะที่แตกต่างกัน มีรายละเอียดดังนี้

Polya (1973) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามวัตถุประสงค์ของปัญหาได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1) ปัญหาให้ค้นหา (problem to find) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์เพื่อให้หาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปเชิงปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาที่ให้หาวิธีการหรือหาเหตุผลก็ได้ ลักษณะของปัญหาประกอบด้วย 3 ส่วนประกอบด้วย (1) สิ่งที่ต้องการให้หาคำตอบ (2) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (3) เงื่อนไขที่เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการให้หาคำตอบกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็น 3 ส่วนจะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ดีขึ้นทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

2) ปัญหาให้พิสูจน์ (problem to prove) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์เพื่อให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนประกอบของปัญหาประเภทนี้ประกอบด้วย 2 ส่วน ได้แก่ (1) สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน และ (2) สิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือให้ผลสรุป ซึ่งการส่วนประกอบของปัญหาออกเป็นส่วนๆ จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น และสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้รวดเร็วขึ้น

Ashlock และคณะ (1983) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

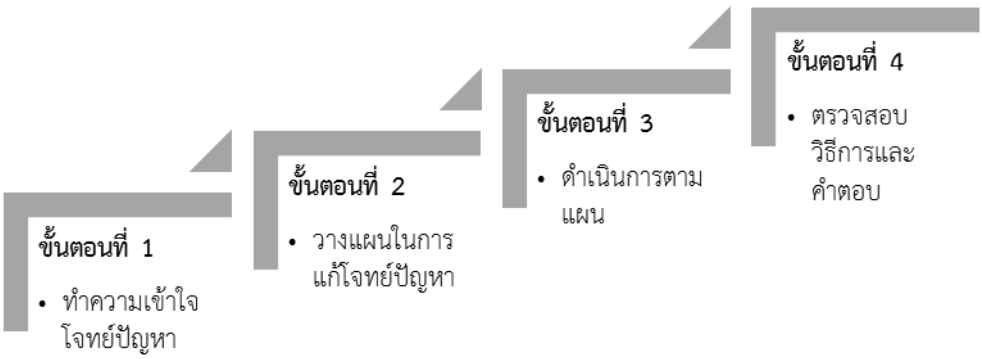
1) โจทย์ปัญหาในหนังสือหรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวไม่ยุ่งยาก

2) โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (process problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่างๆ ซึ่งยุ่งยากกว่าประเภทแรก โจทย์ประเภทนี้ต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้นตอนคือ ขั้นแรกเป็นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่สองเป็นการพัฒนาและหากลวิธีในการแก้ปัญหา และขั้นสุดท้ายเป็นการประเมินการแก้ปัญหา

5.3 ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ในลักษณะที่แตกต่างกัน มีรายละเอียดดังนี้

Polya (1973) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนแรก การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา (understanding the problem) ซึ่งขั้นตอนนี้เป็นการทำความเข้าใจคำที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหานั้นออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นปัญหาอยู่ที่ไหน โจทย์ถามหาอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง ข้อมูลที่ให้เพียงพอกับการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่ ขั้นตอนที่สอง การวางแผนในการแก้ปัญหา (devising a plan) โดยนักเรียนสามารถแยกแยะปัญหาออกเป็นส่วนๆ และพิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งนักเรียนต้องทบทวนความรู้ต่างๆ ที่จะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ ขั้นตอนที่สาม การดำเนินการตามแผน (carrying out the plan) ขั้นตอนนี้เป็นขั้นที่นำวิธีที่เลือกไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เป็นผลสำเร็จ โดยใช้ทักษะทางการคำนวณมาช่วยในการหาคำตอบ และขั้นตอนสุดท้าย การตรวจสอบวิธีการและคำตอบ (Looking back) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา และโดยเฉพาะอย่างยิ่งขั้นดำเนินการตามแผน เป็นการพิจารณาว่ารายละเอียดต่างๆ ในแต่ละขั้นตอนนั้นมีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงไร การตรวจสอบนอกจากจะช่วยอาจจะช่วยให้ค้นพบข้อบกพร่องที่มีอยู่เพื่อการปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นแล้ว ยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทั้งกระบวนการได้ดีขึ้น เกิดความคิดในการพัฒนากระบวนการแก้ปัญหาให้ดีขึ้นกว่าเดิม และสามารถขยายวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม แสดงดังภาพที่ 2.6



ภาพที่ 2.6 ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของ Polya

LeBlance (1977) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนแรก การทำความเข้าใจกับปัญหา เป็นขั้นตอนที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน ทำให้ทราบถึงสิ่งที่โจทย์ถาม และทำให้ทราบข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ ขั้นตอนที่สอง การเลือกวิธีที่จะใช้ในการหาคำตอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาตัดสินใจเลือกวิธีการใดวิธีหนึ่งมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหา ขั้นตอนที่สาม การลงมือแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาจะนำวิธีการที่เลือกไว้ในขั้นตอนที่สองมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา บางครั้งอาจเป็นวิธีที่ทำให้ไม่ได้คำตอบ ดังนั้นผู้แก้ปัญหาต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาอีกครั้งหนึ่งและขั้นตอนสุดท้าย การทบทวนคำตอบและการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนการตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและเป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้

Krulik และ Rays (1980) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนแรก การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่พิจารณาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้นั้นมีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมานั้นเพียงพอสำหรับนำมาใช้แก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามนั้นมีอะไรบ้าง ขั้นตอนที่ 2 การวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ถาม และเป็นการค้นหา กฎ ทฤษฎี สูตร และบทนิยามเพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอนที่สาม การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และขั้นตอนสุดท้าย การตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้คำตอบครบถ้วนตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่

Mayer และคณะ (1984) แบ่งขั้นตอนที่ใช้กับปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ขั้นตอนหลัก ได้แก่ ขั้นตอนแรก การนำเสนอปัญหา (problem representation) เกี่ยวกับการแปลความหมายของปัญหา (problem translation) และการรวบรวมปัญหา (problem integration) และ ขั้นตอนที่สอง การดำเนินการกับปัญหา (problem execution) เกี่ยวกับการวางแผนในการหาคำตอบ (solution planning) และการดำเนินการในการหาคำตอบ (solution execution) สำหรับสองขั้นตอนนี้มีความเชื่อมโยงกันคือ ในขั้นตอนแรก ผู้สอบจะต้องเปลี่ยนจากโจทย์ปัญหาให้เป็นสมการคณิตศาสตร์ จากนั้นนำสมการที่ได้จากการขั้นตอนแรกมาแก้หาคำตอบในขั้นตอนที่สอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้ยึดขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya (1973) และ Mayer และคณะ (1984) เป็นหลักในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาครั้งนี้

เนื่องจากเป็นกระบวนการที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในการเรียนการสอนเกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้ 3 ขั้นตอน ดังนี้ 1) การทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา โดยสามารถบอกได้ว่า โจทย์ถามหาอะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา ในที่นี้คือ การเปลี่ยนจากข้อความเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ และ 3) การดำเนินการหาคำตอบ ซึ่งต้องใช้ทักษะทางการคำนวณมาช่วยในการหาคำตอบ

5.4 อุปสรรคที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

Bruckner และ Grossnickle (1947) กล่าวถึงอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้ 1) นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดมโนภาพที่จะพิจารณาถึงสภาพของปัญหา 2) นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจโจทย์ว่ากำหนดอะไรมาให้ และไม่สามารถจัดระบบสิ่งที่เขาได้อ่านมาเพื่อหารายละเอียดของเนื้อหา 3) นักเรียนรู้คำสำคัญหรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพียงจำนวนจำกัดหรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์ 3) นักเรียนขาดความสนใจในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากโจทย์มีข้อความที่ยาว และยากทำให้ไม่เป็นที่จูงใจนักเรียนให้เกิดความรู้สึกอยากทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

Suydam และ Weaver (1977) กล่าวว่า สาเหตุที่นักเรียนทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ผิดเนื่องจากนักเรียนมีเหตุผลที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง ขาดความรู้เกี่ยวกับหลักเกณฑ์ กฎ และกระบวนการต่างๆ ขาดทักษะในการคำนวณ ขาดความเข้าใจ ทำให้ตีความหมายของคำศัพท์ที่ไม่ถูกต้อง ล้มเหลวต่อการอ่านเพื่อเก็บราบละเอียดต่างๆ

West (1977) กล่าวว่า สาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถทำข้อสอบที่เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเนื่องจาก นักเรียนไม่เข้าใจในข้อความที่อยู่ในโจทย์ปัญหา ไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ และไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้

Movshovits-Hardar และคณะ (1987) ได้ศึกษาข้อบกพร่องในการแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในวิชาพีชคณิต โดยสร้างเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่อง 6 ประการ ได้แก่ 1) การใช้ข้อมูลผิด (missed data) คือ ข้อบกพร่องจากการที่นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์ให้มาไปใช้ผิด ซึ่งข้อบกพร่องนี้จะปรากฏในการแสดงวิธีทำของนักเรียน ลักษณะของการใช้ข้อมูลผิดของนักเรียนได้แก่ นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน ทำผิดคำสั่งโดยโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ นำข้อมูลที่กำหนดให้ไปใช้ในการแก้โจทยัญหาที่ไม่เกี่ยวข้อง ต้องการในสิ่งที่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ ใช้หน่วยผิด และลอกโจทย์ผิด 2) ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา (misinterpreated language) เป็นการตีความจากข้อความที่เป็นภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่เข้าใจในความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้ เขียนและอ่านกราฟไม่ถูกต้อง 3) การอ้างอิงการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (logiclly invalid inference) นักเรียนมีความบกพร่องในการหาค่าความจริงของประพจน์ภายใต้เงื่อนไข ถ้า...แล้ว... สรุปการให้เหตุผลภายใต้เงื่อนไข ถ้า...แล้ว ... ไม่ถูกต้อง ใช้วิธีบอกปริมาณในตำแหน่งไม่ถูกต้อง การอ้างหลักตรรกศาสตร์ที่ข้ามขั้นตอน 4) การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (distorted theorem or definition) เป็นการประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ใช้กฎไม่ถูกต้อง จำสูตรผิด นักเรียนประยุกต์ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข 5) ไม่มีการ

ตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (unverified solution) คือ ขั้นตอนถูกต้องแต่คำตอบผิดไปจากสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยในแต่ละขั้นตอนที่นักเรียนทำมาจะถูกต้องหมด แต่ผิดที่คำตอบ เนื่องจากไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ต้องการ ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนไม่ได้มีการตรวจสอบในระหว่างการทำโจทย์ปัญหา และ 6) ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำ (technical error) เป็นความบกพร่องในการคิดคำนวณ การใช้ข้อมูลจากตาราง การใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตเบื้องต้น ใส่เครื่องหมายหน่วยผิด แสดงดังภาพที่ 2.7

ภาพที่ 2.7 เกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องของการแสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

5.5 วิธีการวินิจฉัยที่ใช้ในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ประเมินเชิงความสามารถของผู้เรียนในวิชาคณิตศาสตร์เพื่อใช้สนับสนุนการตัดสินใจเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบ่งเป็น 2 ประเภทหลัก คือ **การวิเคราะห์การตอบข้อสอบ (response analyses)** วิธีนี้ขึ้นอยู่กับผลการตอบข้อสอบของนักเรียนในการทำข้อสอบที่ตรงกับการเรียนการสอน ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีนี้จะทำให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับความรอบรู้ของนักเรียนหรือการนำความรู้และทักษะในปัจจุบันไปประยุกต์ใช้เพื่อนำไปใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในปัจจุบันของนักเรียนให้ถูกต้อง ขั้นตอนนี้เหมาะกับข้อมูลเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนของนักเรียนที่เกิดขึ้นเป็นประจำ (persistent error) หรือความคลาดเคลื่อนในการคิดอย่างเป็นระบบ (systematic thinking error) และ**การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (cognitive diagnostic assessment)** เป็นวิธีที่ให้ผลการประเมินรูปแบบการตอบของกระบวนการทางพุทธิปัญญาในระดับนักเรียนที่เฉพาะซึ่งสร้างมาจากพื้นฐานของทฤษฎีทางพุทธิปัญญาและโมเดลทางสถิติ โดยข้อมูลที่ได้นั้นจะเป็นข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการออกแบบการจัดการเรียนการสอน สำหรับวิธีการวินิจฉัยแบ่งเป็น 3 วิธี ได้แก่ 1) การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

(cognitive diagnostic Assessment) 2) การวิเคราะห์ทักษะ (skills analysis) 3) การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน (error analysis) (Ketterlin-Geller & Yovanoff, 2009) แสดงดังตารางที่ 2.7

ตารางที่ 2.7 การเปรียบเทียบวิธีประเมินเชิงวินิจฉัย

วิธีวินิจฉัย	การใช้ในการเรียนการสอน	การอ้างอิงเนื้อหา	การประมาณค่าคะแนน	การจำแนก
การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา	ใช้ระบุมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นเป็นประจำเพื่อใช้ในการออกแบบการเรียนการสอน	ทฤษฎีของกระบวนการทางพุทธิปัญญาในเนื้อหา	สถานะความรู้	ความรอบรู้ของคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาแบบพหุมิติ
การวิเคราะห์ทักษะ	ระบุทักษะที่มีปัญหาเพื่อใช้ออกแบบกิจกรรม	ทักษะกว้างๆ ที่อยู่ในหลักสูตร	การรวมทักษะ	ความรอบรู้ของทักษะย่อยแบบเอกมิติ
การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน	ระบุความคลาดเคลื่อนของนักเรียนเมื่อต้องแก้ปัญหาเฉพาะเพื่อใช้ออกแบบลำดับของการสอนซ้ำ	ความรู้เชิงกระบวนการในหลักสูตร	การวิเคราะห์ตัวลวง	รูปแบบความคลาดเคลื่อน

ตอนที่ 6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาและการวินิจฉัยในวิชาคณิตศาสตร์

ในประเด็นนี้ผู้ศึกษาขอนำเสนอผลของการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศ ในการนำเสนอครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ประเด็นคือ ประเด็นแรก งานวิจัยที่เกี่ยวกับการประเมินเชิงวินิจฉัยและการวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทย และประเด็นที่สอง งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาและการวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ในต่างประเทศ มีรายละเอียดดังนี้

6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการประเมินเชิงวินิจฉัยและการวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทย

อมรรัตน์ สร้อยสังวาลย์ (2551) ได้พัฒนาวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะและการทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์ โดยมีวัตถุประสงค์หลัก 4 ประการคือ 1) เพื่อพัฒนาวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะและการทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์ในการประเมินสถานะความรู้และแบบการคิดที่ผิดเรื่องการบวกลบเศษส่วน 2) เพื่อศึกษาคุณภาพของวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น 3) เพื่อเปรียบเทียบคุณภาพของวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น และ 4) เพื่อศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ ครูและนักเรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6) รวมทั้งผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการวัดและประเมินผลการศึกษา ซึ่งพบว่า วิธีการประเมินเชิงวินิจฉันที่พัฒนาขึ้นสามารถประยุกต์ใช้ประโยชน์จากแนวคิดทฤษฎีทางพุฒิปัญญาและทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่ในการประเมินเชิงวินิจฉัยทางการศึกษาได้อย่างมีคุณภาพ โดยใช้ผลการประเมินเชิงวินิจฉัยสถานะความรู้และแบบการคิดที่ผิดที่มีความเที่ยงและความตรง รวมทั้งมีจำนวนข้อสอบและ

เวลาที่ใช้ในการทดสอบไม่มาก เมื่อเปรียบเทียบคุณภาพตามเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินความรอบรู้ที่แตกต่างกันพบว่า มีความเที่ยง ความตรง และจำนวนข้อสอบที่ใช้ไม่แตกต่างกันอย่างนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีจำนวนเวลาที่ใช้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ด้านความคิดเห็นที่มีต่อวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นพบว่า ทั้งครูและนักเรียนมีความคิดเห็นสอดคล้องกันกล่าวคือ วิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปใช้ได้ง่าย มีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้สูง ผู้ที่เกี่ยวข้องได้รับประโยชน์จากผลการประเมินมาก ผู้ใช้ชอบและเลือกที่จะได้รับการประเมินหรือใช้วิธีการประเมินที่พัฒนาขึ้นมากกว่าการประเมินโดยใช้การเขียนตอบบนกระดาษคำตอบแบบดั้งเดิม

วลี เฉลยสมัย (2538) ได้พัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และตรวจสอบความตรง ความเที่ยง สำหรับวิธีการที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอนการวินิจฉัยที่แยกเป็น 3 มิติ คือ มิติความเข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหา มิติการคิดคำนวณ และมิติการให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง เครื่องมือที่ใช้ในการวินิจฉัยเป็นแบบสอบชนิดเลือกตอบประกอบด้วยข้อกระทง จำนวน 18 ข้อ เพื่อวัดความสามารถของนักเรียนทั้ง 3 มิติเนื้อหาที่ใช้ศึกษาเป็นโจทย์ปัญหาระคนเรื่องทศนิยม และจำนวนเต็มบวก การตรวจให้คะแนนเป็นแบบทวิภาค (0-1) โดยใช้เกณฑ์การวินิจฉัยตามแนวคิดของอันเดอร์ฮิลและไนซ์ลีที่ถือเอาการตอบข้อสอบถูกร้อยละ 67 ของจำนวนข้อเป็นตัวบอกว่า นักเรียนมีความสามารถในระดับนั้นจริง สำหรับกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 452 คน ซึ่งพบว่า วิธีการที่พัฒนาขึ้นมีความเที่ยงแบบแบบสอบคู่ขนานโดยให้ผลการวินิจฉัยในการจำแนกความสามารถของผู้เรียนได้สอดคล้องกันร้อยละ 81.86 และมีความตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ และให้ผลการวินิจฉัยตรงกับวิธีการคิดออกเสียงร้อยละ 86.87

ศิริเดช สุชีวะ (2537) ได้การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยสำหรับตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาวิธีการวินิจฉัยสำหรับตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์และเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวินิจฉัยด้วยวิธีการที่พัฒนาขึ้นและวิธีการของ Tatsuoka วิธีการที่พัฒนาขึ้นมีพื้นฐานมาจากแนวคิดการประเมินกฎ (Rule Assessment Approach) ซึ่งกล่าวว่า ผู้สอบแต่ละคนมีกระบวนการคิดที่หลากหลายคำตอบที่ตรงกันอาจมาจากกระบวนการคิดที่เหมือนกันหรือต่างกันก็ได้ ดังนั้น การประเมินกฎจากแบบการตอบทั้งชุดของผู้สอบทำให้สามารถย้อนรอยกระบวนการคิด และวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้สอบได้ สำหรับกระบวนการวินิจฉัยมี 3 ขั้นตอนคือ ขั้นตอนแรกเป็นการสำรวจแบบการคิดทั้งหมดที่เป็นไปได้ตามสังกัปของเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย ขั้นตอนที่สองเป็นการสร้างข้อสอบเป็นการสร้างข้อสอบจากรูปแบบข้อสอบทั้งหมดที่เป็นไปได้ ให้แบบแผนการตอบทั้งชุดสามารถย้อนรอยแบบการคิดของผู้สอบแต่ละคน และขั้นตอนที่สามเป็นการดำเนินการวินิจฉัยในทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งในขั้นตอนนี้มี 2 ขั้นตอนย่อยได้แก่ การวินิจฉัยเชิงสำรวจแบบการคิดและการวินิจฉัยเพื่อยืนยันแบบการคิดจากการวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการบวกเลขจำนวนเต็มลบของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 240 คนพบว่า วิธีการที่พัฒนาขึ้นมีความคงที่ในการวินิจฉัยและมีความตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ เมื่อใช้การวินิจฉัยของครูเป็นเกณฑ์ วิธีการที่พัฒนาขึ้นให้ผลการวิจัย

ที่สอดคล้องกับวิธีการของ Tatsuoka และลดข้อจำกัดของวิธีการของ Tatsuoka เกี่ยวกับการจำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนซึ่งมีแบบแผนคะแนนการตอบเหมือนกันหรือมีแบบแผนคะแนนการตอบเป็นศูนย์หมดทุกข้อ นอกจากนี้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิจัยตามวิธีการที่พัฒนาขึ้นสามารถใช้งานได้ตรงตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาและการวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ในต่างประเทศ

Cui, Gierl และ Chang (2012) ได้พัฒนาดัชนีความสอดคล้องในการจำแนก (classification consistency index) และดัชนีความถูกต้องในการจำแนก (classification accuracy index) ที่ใช้ในการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา พร้อมทั้งได้แสดงตัวอย่างของการนำดัชนีตัวใหม่ไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงที่ได้มาจากแบบสอบเรื่องการลบเศษส่วนของ Tatsuoka ในปี ค.ศ. 1990 (Tatsuoka, 1990) โดยแบบสอบมีจำนวน 20 ข้อ วัดคุณลักษณะทั้งหมด 8 คุณลักษณะ ตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์คือ นักเรียนจำนวน 532 คน นอกจากนี้ยังใช้การจำลองข้อมูลเพื่อใช้ในการประเมินความสามารถและคุณสมบัติการแจกแจงการของดัชนีทั้งสองตัว มีรายละเอียดดังนี้

ดัชนีความสอดคล้องในการจำแนก (classification consistency) หมายถึง ระดับของการจำแนกที่ยอมรับบนพื้นฐานของแบบสอบสองฉบับที่เป็นอิสระต่อกันหรือแบบสอบสองฉบับที่คู่ขนานกัน แทนด้วย P_c ซึ่งหมายถึง ความน่าจะเป็นของความสอดคล้องในการจำแนกนักเรียนที่ถูกเลือกมาอย่างสุ่ม ซึ่ง P_c จะให้ค่าดัชนีความสอดคล้องของการจำแนกสำหรับแบบสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

ดัชนีความถูกต้องในการจำแนก (accuracy consistency) หมายถึง ระดับของการจำแนกชั้นแฝงของนักเรียนที่อยู่บนพื้นฐานของรูปแบบการตอบข้อสอบเชิงประจักษ์ของนักเรียน (observed item response patterns) ที่ยอมรับด้วยชั้นแฝงจริงของนักเรียน (true latent class) แทนด้วย P_a ซึ่งหมายถึง ความน่าจะเป็นของความถูกต้องในการจำแนกนักเรียนที่ถูกเลือกมาอย่างสุ่มโดยขึ้นอยู่กับรูปแบบการตอบข้อสอบของนักเรียน ซึ่ง P_a จะให้ค่าดัชนีความถูกต้องของการจำแนกสำหรับแบบสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

ผลการวิจัยสำหรับผลของการนำดัชนีไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงพบว่า แบบสอบเรื่องการลบเศษส่วนมีความน่าจะเป็นของความสอดคล้องในการจำแนกนักเรียนที่ถูกเลือกมาอย่างสุ่มคิดเป็นร้อยละ 52 และความน่าจะเป็นของความถูกต้องในการจำแนกนักเรียนที่ถูกเลือกมาอย่างสุ่มเข้าไปในชั้นจริง (true class) คิดเป็นร้อยละ 68 และผลของการประเมินความสามารถของดัชนีทั้งสองตัวการจำลองข้อมูลโดยใช้โมเดล DINA เป็นตัวอย่างในการนำเสนอพบว่า ดัชนีทั้งสองตัวสามารถจำแนกได้ดีด้วยแบบสอบเชิงวินิจฉัยที่จำลองขึ้นในสถานการณ์ต่างๆ และคุณสมบัติของการแจกแจงของดัชนีทั้งสองตัวเหมาะกับขนาดตัวอย่างประมาณ 100-1,000 คน

Leighton และคณะ (2012) ได้ศึกษาเรื่องความเชื่อของครู (teacher beliefs) เกี่ยวกับข้อมูลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่ได้จากแบบสอบที่ใช้ในห้องเรียน (classroom tests) เปรียบเทียบแบบสอบที่ใช้ในการสอบขนาดใหญ่ (large-scale tests) โดยเป็นการแสดงการรู้เรื่องการประเมิน (assessment literacy) ของครู วัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ เพื่อสำรวจความเชื่อของครูเกี่ยวกับแบบสอบที่ใช้ในห้องเรียนและแบบสอบที่ใช้ในการสอบขนาดใหญ่ในประเด็นต่อไปนี้ 1) การให้ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการการเรียนรู้ของนักเรียน (learning process) 2) ผลของการเรียนรู้ของนักเรียนที่สำคัญ 3) การนำเสนอกลยุทธ์ของการเรียนรู้หรือกลยุทธ์ของการสอบ ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยคือ ครูที่สอนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบสอบถามเพื่อสำรวจความเชื่อของครูเกี่ยวกับแบบสอบที่ใช้ในห้องเรียนและแบบสอบที่ใช้ในการสอบขนาดใหญ่ โดยแบบสอบถามแบ่งออกเป็น 2 ตอน ตอนละ 3 ประเด็นที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาประกอบด้วย กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน (กระบวนการ) 2) ผลของการเรียนรู้ที่สำคัญ (ผลที่สำคัญ) และ 3) กลยุทธ์ของการเรียนรู้หรือกลยุทธ์ของการสอบ (การเตรียมความพร้อม)ค่าความเที่ยงระหว่าง 0.737-0.927 ผลการวิจัยพบว่า 1) ครูเชื่อว่าการประเมินผลในห้องเรียน (classroom assessments) ให้ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการการเรียนรู้มากกว่าการประเมินผลในระดับขนาดใหญ่ (large-scale assessments) 2) ครูเชื่อว่าแบบสอบในห้องเรียน (classroom tests) มีความสำคัญสำหรับการเรียนรู้มากกว่าแบบสอบขนาดใหญ่ (large-scale tests) และ 3) ครูเชื่อว่าการใช้กลยุทธ์ในการเรียนรู้สามารถช่วยให้นักเรียนเตรียมตัวสอบได้ดีกว่ากลยุทธ์ที่ใช้ในการสอบ

Gierl, Alves และ Majeau (2010) ได้ศึกษาการใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method: AHM)เพื่อสร้างการสรุปอ้างอิงเชิงวินิจฉัยเกี่ยวกับความรู้ (knowledge) และทักษะ (skills) ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ เพื่ออธิบายและประเมินวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (AHM) ที่ประยุกต์ใช้กับการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ นักเรียนประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3,338 คน จากโรงเรียนทั้งสิ้น 33 โรงเรียน และนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 6,184 คน จากโรงเรียนทั้งสิ้น 23 โรงเรียน โดยนักเรียนทุกคนมีความสมัครใจที่จะเข้าร่วมการทดสอบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ ข้อสอบวินิจฉัยแบบปรนัย 4 ตัวเลือกที่สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และใช้ระบบการทดสอบแบบคอมพิวเตอร์ออนไลน์ (online computer-based testing) มีรายละเอียดดังนี้

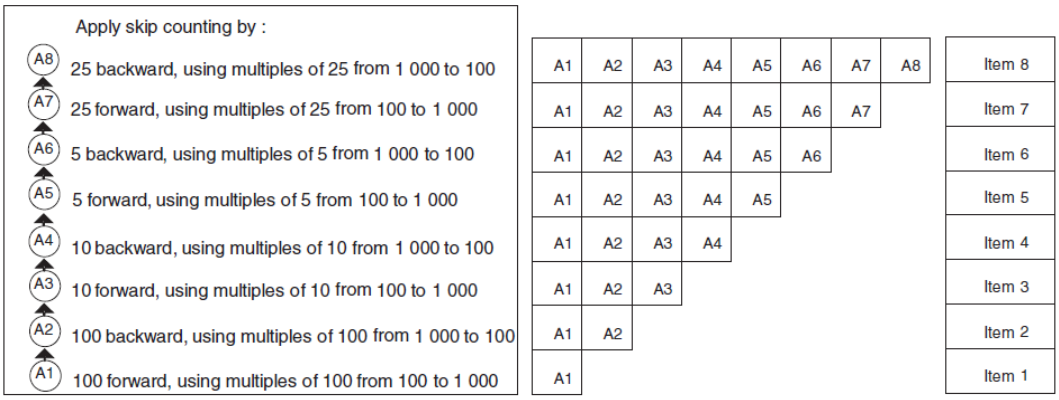
1. การสร้างโมเดลทางพุทธิปัญญา (cognitive model representation)

โมเดลทางพุทธิปัญญา (cognitive model) ที่พัฒนาขึ้นแบ่งเป็น 2 โมเดล ได้แก่ โมเดลทางพุทธิปัญญาที่ใช้กับระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ซึ่งโมเดลทางพุทธิปัญญานี้สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 3 คน สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการสร้างโมเดลทางพุทธิปัญญาประกอบด้วยเนื้อวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 4 เรื่อง คือ 1) จำนวน (number) 2) แบบรูป (pattern) และความสัมพันธ์ (relations) 3) รูปร่าง (shape) และปริภูมิ (space) 4) สถิติ (statistics) และความน่าจะเป็น (probability) ซึ่งทำให้ได้โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 26 โมเดล และมีทักษะที่ใช้ในการวินิจฉัยในเชิงลำดับขั้น (ordered diagnostic skills) จำนวน 178 ทักษะ และ โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 26 โมเดล

CHULALONGKORN UNIVERSITY

และมีทักษะที่ใช้ในการวินิจฉัยในเชิงลำดับขั้น (ordered diagnostic skills) จำนวน 150 ทักษะ โดยทั้ง 2 โมเดลได้ใช้โครงสร้างของลำดับขั้นแบบเชิงเส้น (linear heirarchy) ซึ่งหมายถึงคุณลักษณะ A1 ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะ A2 และคุณลักษณะ A1 และ A2 ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะ A3 เป็นต้น

ตัวอย่างโมเดลทางพุทธิปัญญาที่นำเสนอนี้คือ โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ซึ่งโมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 เป็นโมเดลทางพุทธิปัญญาที่เกี่ยวกับเรื่องของจำนวน ได้แก่ การนับจำนวน (counting numbers) และการบรรยายหรือการขยายลำดับของจำนวน (number sequences) ซึ่งคุณลักษณะ (attribute) ที่ใช้ในการวินิจฉัยเรื่องจำนวนมีทั้งสิ้น 8 คุณลักษณะ ประกอบด้วย A1 หมายถึง นับจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 100 โดยอยู่ในระหว่างจำนวน 100-1,000 A2 หมายถึง นับจำนวนลดลงทีละ 100 โดยอยู่ในระหว่างจำนวน 100-1,000 A3 หมายถึง นับจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 10 โดยอยู่ในระหว่างจำนวน 100-1,000 A4 หมายถึง นับจำนวนลดลงทีละ 10 โดยอยู่ในระหว่างจำนวน 100-1,000 A5 หมายถึง นับจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 5 โดยอยู่ในระหว่างจำนวน 100-1,000 A6 หมายถึง นับจำนวนลดลงทีละ 5 โดยอยู่ในระหว่างจำนวน 100-1,000 A7 หมายถึง นับจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 25 โดยอยู่ในระหว่างจำนวน 100-1,000 A8 หมายถึง นับจำนวนลดลงทีละ 25 โดยอยู่ในระหว่างจำนวน 100-1,000 แสดงดังภาพที่ 2.8

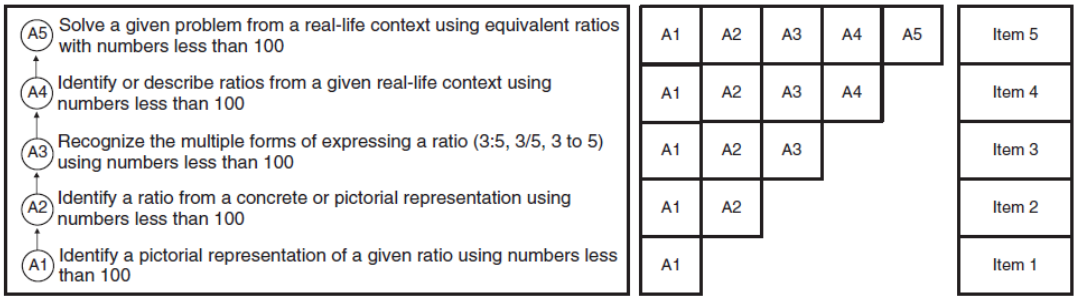


โมเดลทางพุทธิปัญญา **โครงสร้างคุณลักษณะ** **ข้อสอบ**

ภาพที่ 2.8 โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นโมเดลทางพุทธิปัญญาที่เกี่ยวกับแบบรูป (pattern) และความสัมพันธ์ (relations) คือ การแสดงความเข้าใจในเชิงรูปธรรม เชิงรูปภาพ หรือเชิงสัญลักษณ์ในเรื่องของอัตราส่วน (ratio) ซึ่งคุณลักษณะ (attribute) ที่ใช้ในการวินิจฉัยเรื่องจำนวนมีทั้งสิ้น 5 คุณลักษณะ ประกอบด้วย A1 หมายถึง การระบุอัตราส่วนที่แสดงด้วยรูปภาพ เมื่อกำหนดอัตราส่วนที่ใช้ตัวเลขน้อยกว่า 100 มาให้ A2 หมายถึง การระบุอัตราส่วนจากการแสดงด้วยรูปภาพโดยใช้ตัวเลขน้อยกว่า 100 A3 หมายถึง การจำรูปแบบอัตราส่วนที่หลากหลาย เช่น 3:5 หรือ 3/5 หรือ 3 ใน 5 (3 to 5) A4 หมายถึง การระบุหรืออธิบายอัตราส่วนจากบริบทเกี่ยวข้องกับชีวิตจริงโดยใช้ตัวเลขน้อยกว่า 100 A5 หมายถึง การแก้ปัญหาอัตราส่วน

จากบริบทเกี่ยวข้องกับชีวิตจริงด้วยการใช้อัตราส่วนที่เท่ากันและใช้ตัวเลขน้อยกว่า 100 แสดงดังภาพที่ 2.9



ภาพที่ 2.9 โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2. การพัฒนาข้อสอบ (item development)

สำหรับระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จะมีข้อสอบคู่ขนาน (parallel items) จำนวน 3 ข้อในแต่ละคุณลักษณะ และระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จะมีข้อสอบคู่ขนาน (parallel items) จำนวน 2-3 ข้อในแต่ละคุณลักษณะ สำหรับการสร้างข้อสอบคู่ขนานหลายข้อต่อ 1 คุณลักษณะ เพื่อเพิ่มค่าความเที่ยง (reliability) ของการประมาณค่าสำหรับการรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัย เนื่องจากโมเดลทางพุทธิปัญญาได้สะท้อนลำดับขั้นของความรู้ (knowledge) กระบวนการ (process) และกลยุทธ์ (strategies) ดังนั้นข้อสอบที่ใช้วัดทักษะ (skills) เหล่านี้ในแต่ละระดับ (level) จะต้องมีระดับความยากที่แตกต่างกัน เช่น โมเดลมีทักษะที่ต้องการวัดจำนวน 5 ทักษะ ดังนั้นข้อสอบจะต้องมีระดับของความยากที่คาดหวัง (expected difficulty levels) หรือ สัดส่วนของคะแนนที่ตอบถูก (proportion correct scores) (p-vales) ถ้ามองในระดับของความยากที่คาดหวัง เราสามารถจำแนกระดับความยากได้ 5 ระดับจากง่ายไปยาก ได้แก่ 0.90 (0.81-1.00) 0.70 (0.61-0.80) 0.50 (0.41-.60) 0.30 (0.21-0.40) 0.10 (0.00-0.20) แต่ถ้ามองในรูปของ p-values ระดับความยากของข้อสอบจะอยู่ในช่วงร้อยละ 81 ถึง ร้อยละ 100

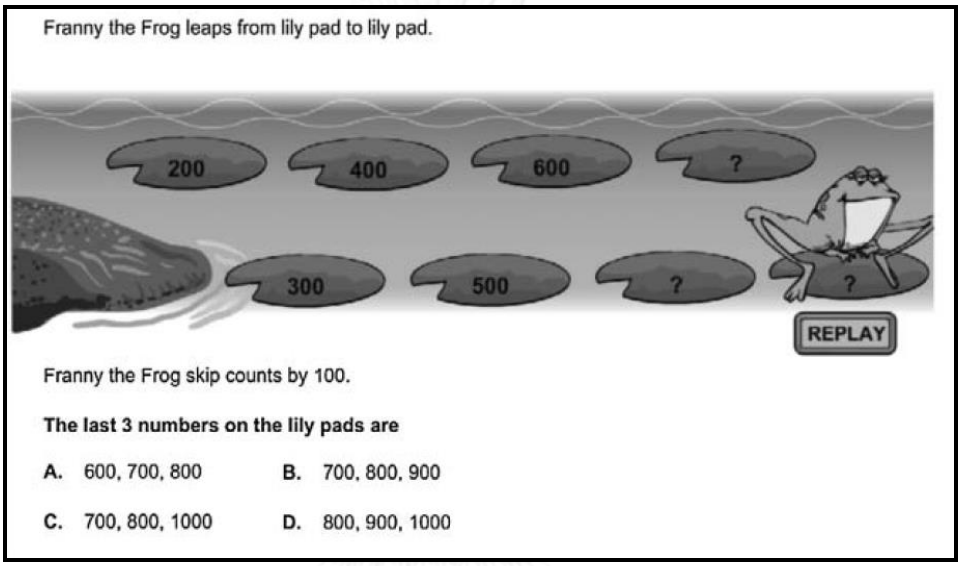
3. ผลการวิจัย

<u>โมเดลทางพุทธิปัญญาและข้อสอบในแบบสอบเชิงวินิจฉัย</u>

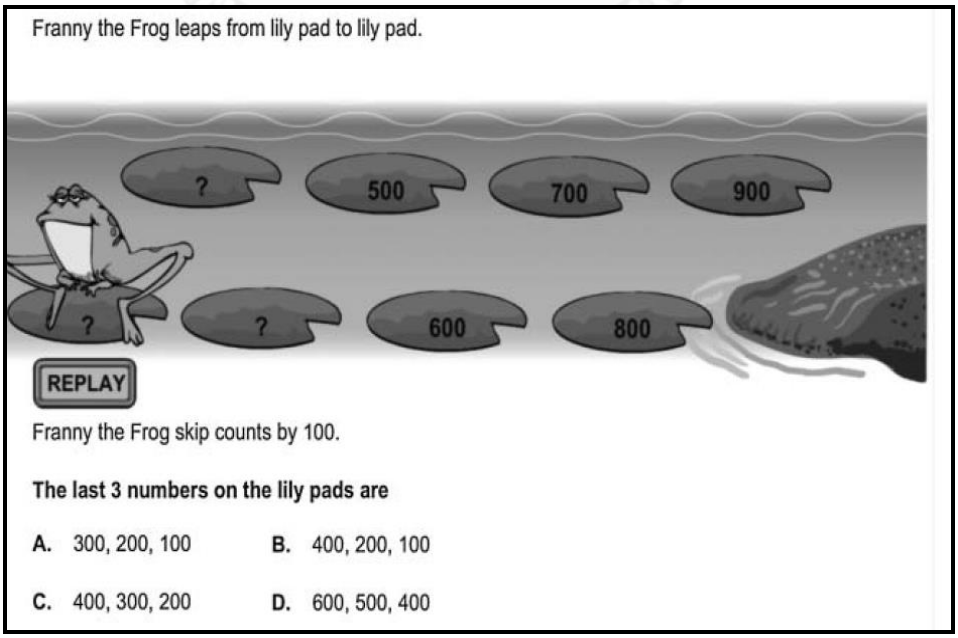
ความสำคัญของการสร้างโมเดลทางพุทธิปัญญาคือ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาข้อสอบเชิงวินิจฉัย ดังเช่น โมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เกี่ยวกับการนับจำนวน และการขยายลำดับของจำนวน โดยมีคุณลักษณะที่ต้องการวัดทั้งสิ้น 8 คุณลักษณะ จากนั้นนำมาสร้างเป็นข้อสอบเชิงวินิจฉัย โดยตัวอย่างข้อสอบที่นำมาเสนอนี้คือข้อสอบที่วัดคุณลักษณะ A1 และ A2 แสดงดังภาพ 10 และภาพ 11 และผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้สร้างข้อสอบคู่ขนานจำนวน 3 ข้อเพื่อใช้ในการวัดแต่ละคุณลักษณะ

สำหรับข้อสอบที่ใช้วัดคุณลักษณะ A1 ที่แสดงในภาพ 10 เป็นข้อสอบที่เกี่ยวกับการนับจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 100 โดยมีข้อคำถามว่า “กบ franny กระโดดจากใบบัวหนึ่งไปอีกใบหนึ่ง ซึ่งจะมีตัวเลขแสดงอยู่บนใบบัวแต่ละใบจำนวน 8 ใบ ซึ่งเป็นการแสดงลำดับของตัวเลข ดังนั้นใบบัว จำนวน

3 ใบที่ไม่มีตัวเลขจะ แสดงด้วยตัวเลขอะไร” เมื่อผู้สอบอ่านข้อคำถามแล้วจะต้องเลือกลำดับของตัวเลขที่ถูกต้องจากตัวเลือกที่กำหนดให้ คุณลักษณะลำดับต่อมาคือ การนับจำนวนลดลงทีละ 100 (A2) ซึ่งเป็นข้อสอบที่ยากขึ้น เนื่องจากเป็นข้อสอบที่ต้องการความรอบรู้ในเรื่องของการนับจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 100 มาก่อน หรือ “คุณลักษณะที่ 2 ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 1”สำหรับการวัดคุณลักษณะ A2 “กบ franny จะกระโดดย้อนกลับจากใบบัว โดยจำนวนเริ่มต้นคือ 900 ดังนั้นใบบัว จำนวน 3 ใบที่ไม่มีตัวเลขจะ แสดงด้วยตัวเลขอะไร” แสดงดังภาพ 11 และในการเพิ่มค่าความเที่ยงของการให้คะแนนผู้พัฒนาแบบสอบจะออกข้อสอบคู่ขนานเพิ่มขึ้นอีก 2 ข้อ รวมทั้งหมด 3 ข้อ



ภาพที่ 2.10 ข้อสอบที่แสดงการนับจำนวนเพิ่มขึ้นทีละ 100 (วัดคุณลักษณะ A1)



ภาพที่ 2.11 ข้อสอบที่แสดงการนับจำนวนลดลงทีละ 25 (วัดคุณลักษณะ A2)

ความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดล (model-data fit)

การตรวจสอบความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดลเป็นการตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างรูปแบบการตอบข้อสอบที่คาดหวัง (expected response patterns) กับรูปแบบการตอบข้อสอบจริง (actual item response patterns) ด้วยการใช้ดัชนี HCI_i ซึ่งเป็นดัชนีที่ใช้วัดระดับของรูปแบบการตอบข้อสอบสังเกตได้ (observed examinee response pattern) ที่สอดคล้องกับลำดับขั้นของคุณลักษณะ โดยมีเกณฑ์การพิจารณาดังนี้ ถ้า HCI_i มากกว่า 0.60 หมายความว่า ความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดลอยู่ในระดับปานกลาง และ HCI_i มากกว่า 0.80 หมายความว่า ความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดลอยู่ในระดับสูง และค่าดังชี HCI_i มีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง 1 (Cui, 2007)

สำหรับโมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากนักเรียนทั้งสิ้น 338 คน มีค่าเท่ากับ 0.66 และโมเดลทางพุทธิปัญญาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากนักเรียนทั้งสิ้น 184 คน มีค่าเท่ากับ 0.67 ซึ่งทั้งสองโมเดลนี้มีความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดลอยู่ในระดับปานกลาง

การให้คะแนนโดยใช้คุณลักษณะเป็นฐาน (attribute-based scoring) และการรายงานเชิงวินิจฉัย (diagnostic reporting)

ค่าเฉลี่ย (mean) ของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (attribute probability level) ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีค่าอยู่ระหว่าง 0.66-0.97 จากคุณลักษณะ A1 ถึง A8 และเรียงลำดับจากคุณลักษณะที่ง่ายสุดไปยากสุด สำหรับความผันแปร (variability) ของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะจะมีค่าเพิ่มขึ้น ถ้าคุณลักษณะที่ต้องการวัดเปลี่ยนจากง่ายสุดไปยากสุด สำหรับค่าเฉลี่ย (mean) ของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (attribute probability level) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าอยู่ระหว่าง 0.47-0.98 จากคุณลักษณะ A1 ถึง A5 และเรียงลำดับจากคุณลักษณะที่ง่ายสุดไปยากสุด สำหรับความผันแปร (variability) ของระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะจะมีค่าเพิ่มขึ้น ถ้าคุณลักษณะที่ต้องการวัดเปลี่ยนจากยากสุดไปง่ายสุด แสดงดังตารางที่ 2.8

ตารางที่ 2.8 ค่าเฉลี่ย (mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของโมเดลทางพุทธิปัญญาเชิงลำดับขั้น (attribute cognitive model) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

	ระดับชั้น	**คุณลักษณะ**							
		A1	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**
Mean	ป. 3	0.97	0.93	0.91	0.86	0.84	0.83	0.79	0.66
S.D.		0.16	0.22	0.24	0.30	0.33	0.34	0.35	0.37
		A1	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**			
Mean	ป. 6	0.98	0.96	0.90	0.78	0.47			
S.D.		0.01	0.15	0.23	0.33	0.39			

ชั้น ป. 3 n = 338

ชั้น ป. 6 n = 184

ค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (attribute probability) จะแสดงการลู่เข้า (convergence) และการจำแนก (discriminant) โดยการลู่เข้าพิจารณาจากคุณลักษณะที่อยู่ติดกัน (A1 กับ A2) จะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูง เนื่องจากโมเดลทางพุทธิปัญญาที่สร้างขึ้นในงานวิจัยนี้ใช้โครงสร้างแบบลำดับขั้นเชิงเส้น (linear hierarchy) ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าสูงมาก ซึ่งมีสาเหตุมาจากคุณลักษณะที่ต้องการวัดเหล่านี้จะมีความใกล้เคียงกันมาก สำหรับการจำแนกพิจารณาได้จากคุณลักษณะที่ต้องการวัดจะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำ สำหรับความสัมพันธ์ของคุณลักษณะแบบลู่ออก (divergent attributes) หมายถึง คุณลักษณะหนึ่งที่อยู่ห่างจากคุณลักษณะหนึ่งจะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำ เนื่องจากคุณลักษณะทั้งสองมีส่วนที่ต้องการวัดร่วมกันน้อย

สำหรับระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 การลู่เข้ามีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำสุดเท่ากับ 0.79 (A1, A2) และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดเท่ากับ 0.96 (A4, A5 และ A5, A6) การลู่ออกมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดคือ 0.79 ไปจนถึงต่ำสุดคือ 0.38 โดยเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง A1 และ A2 จนถึง A8 ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลดลงตามลำดับ และระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การลู่เข้ามีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่ำสุดเท่ากับ 0.69 (A3, A4) และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดเท่ากับ 0.82 (A2, A3) การลู่ออกมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงสุดคือ 0.65 ไปจนถึงต่ำสุดคือ 0.11 โดยเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง A1 และ A2 จนถึง A5 ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลดลงตามลำดับ แสดงดังตารางที่ 2.9

ตารางที่ 2.9 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (attribute probability values) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

	คุณลักษณะ							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1		0.79	0.66	0.56	0.51	0.52	0.48	0.38
2	0.74		0.92	0.77	0.68	0.68	0.62	0.48
3	0.65	0.82		0.90	0.81	0.77	0.67	0.52
4	0.34	0.46	0.69		0.96	0.91	0.76	0.61
5	0.11	0.25	0.42	0.72		0.96	0.80	0.65
6	-	-	-	-	-		0.89	0.74
7	-	-	-	-	-	-		0.87
8	-	-	-	-	-	-	-	

ชั้น ป. 3 n = 338

ชั้น ป. 6 n = 184

หมายเหตุ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระดับชั้น ป.3 แสดงอยู่ในสามเหลี่ยมด้านบน และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระดับชั้น ป.6 แสดงอยู่ในสามเหลี่ยมด้านล่าง โดยคุณลักษณะทุกคู่มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ข้อดีของวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (AHM) คือ การสนับสนุนการรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายบุคคลด้วยการใช้ค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (attribute probability values) โดยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะจะให้ข้อมูลที่เป็นรายละเอียดเกี่ยวกับคุณลักษณะที่ใช้วัดในแบบสอบและระดับความรอบรู้ของคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาของผู้สอบ ซึ่งข้อมูลเชิงวินิจฉัยที่ได้นี้จะ

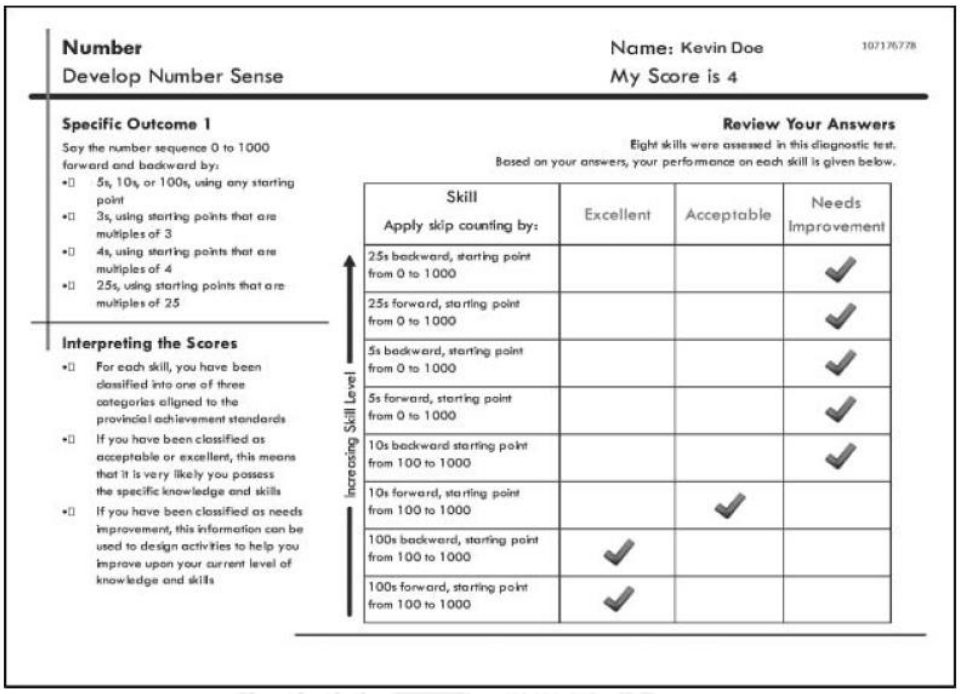
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

เกี่ยวข้องโดยตรงกับการบรรยายคุณลักษณะรายบุคคลของนักเรียน และนำไปสู่การตัดสินใจในการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับนักเรียน ตัวอย่างที่นำมาแสดงในที่นี้คือ การรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยเรื่องจำนวน (number) โดยคะแนนของผู้สอบมี 4 16 และ 22 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน สำหรับรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยแบ่งเป็น 3 ส่วนคือ ส่วนบนเป็นข้อมูลทั่วไปของผู้สอบ ส่วนที่สองทางซ้ายมือ ด้านบนเป็นเนื้อหาในหลักสูตรและผลลัพธ์ของการเรียนรู้ที่เฉพาะเจาะจง ด้านล่างเป็นการแปลความหมายของคะแนนที่ได้รับ และส่วนที่สามทางขวามือเป็นตารางการแสดงคำตอบของนักเรียนที่รายละเอียดเกี่ยวกับความรอบรู้ในคุณลักษณะที่มุ่งวัด โดยแบ่งความสามารถออกเป็น 3 ระดับคือ ดีเยี่ยม (excellent) ยอมรับได้/พอใช้ (acceptable) และควรปรับปรุง (need improvement) ซึ่งรายงานนี้ได้ยึดโมเดลทางพุทธิปัญญาที่มีโครงสร้างแบบเชิงเส้น (linear cognitive model) โดยลูกศรชี้ขึ้นที่อยู่ด้านข้างคุณลักษณะคือ ระดับของทักษะที่เพิ่มขึ้น (increasing skill level) แสดงดังภาพที่ 12-14 เกณฑ์สำหรับการพิจารณาระดับความสามารถของคุณลักษณะได้แก่ ระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะต่ำกว่า 0.50 หมายถึง “ควรปรับปรุง” ระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะอยู่ระหว่าง 0.50-0.80 หมายถึง “ยอมรับได้/พอใช้” ระดับความน่าจะเป็นของคุณลักษณะสูงกว่า 0.80 หมายถึง “ดีเยี่ยม” และการประมาณค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะข้องผู้สอบที่เป็นข้อมูลจริง แสดงดังตารางที่ 2.10

ตารางที่ 2.10 ค่าประมาณความน่าจะเป็นของคุณลักษณะ (attribute probability estimates) ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 คน ที่มีคะแนนรวมแตกต่างกัน

ผู้สอบ	**คุณลักษณะ**							
Kevin Doe (4)	0.97	0.96	0.84	0.07	0.01	0.00	0.00	0.00
Ivan Horizonal (16)	0.99	0.99	0.99	0.98	0.97	0.65	0.17	0.01
Mark Thomas (22)	0.99	0.99	0.98	0.97	0.98	0.99	0.98	0.94

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



Number
Develop Number Sense

Name: Kevin Doe
My Score is 4

107176778

Specific Outcome 1

Say the number sequence 0 to 1000 forward and backward by:

- 5s, 10s, or 100s, using any starting point
- 3s, using starting points that are multiples of 3
- 4s, using starting points that are multiples of 4
- 25s, using starting points that are multiples of 25

Interpreting the Scores

- For each skill, you have been classified into one of three categories aligned to the provincial achievement standards
- If you have been classified as acceptable or excellent, this means that it is very likely you possess the specific knowledge and skills
- If you have been classified as needs improvement, this information can be used to design activities to help you improve upon your current level of knowledge and skills

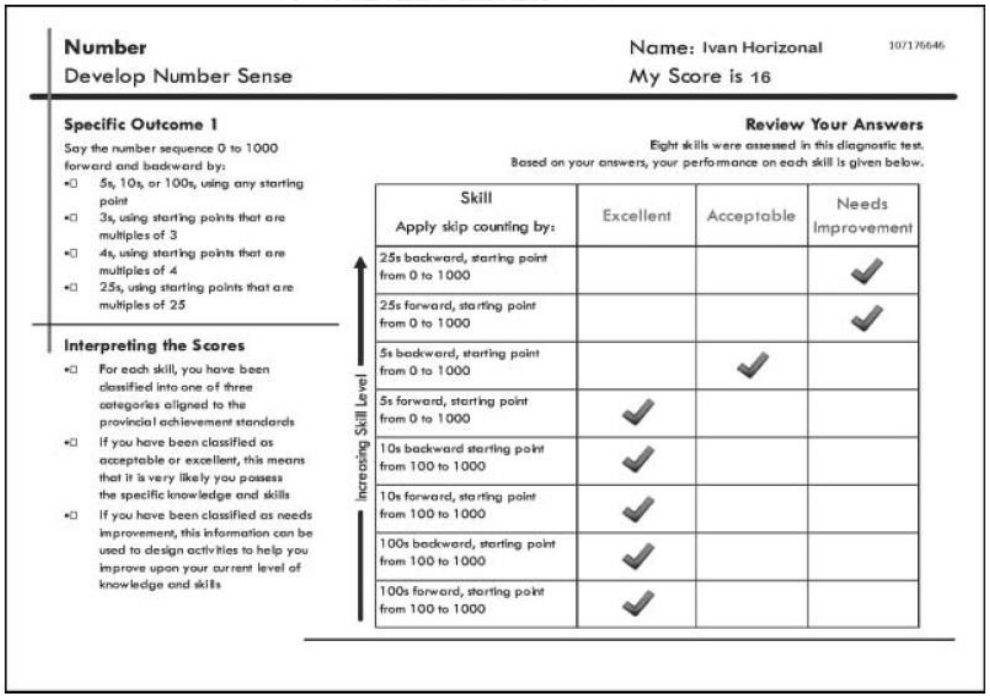
Review Your Answers

Eight skills were assessed in this diagnostic test.
Based on your answers, your performance on each skill is given below.

Increasing Skill Level

Skill Apply skip counting by:	Excellent	Acceptable	Needs Improvement
25s backward, starting point from 0 to 1000			✓
25s forward, starting point from 0 to 1000			✓
5s backward, starting point from 0 to 1000			✓
5s forward, starting point from 0 to 1000			✓
10s backward starting point from 100 to 1000			✓
10s forward, starting point from 100 to 1000		✓	
100s backward, starting point from 100 to 1000	✓		
100s forward, starting point from 100 to 1000	✓		

ภาพที่ 2.12 รายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยคะแนนที่ได้รับคือ 4 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน



Number
Develop Number Sense

Name: Ivan Horizonal
My Score is 16

107176646

Specific Outcome 1

Say the number sequence 0 to 1000 forward and backward by:

- 5s, 10s, or 100s, using any starting point
- 3s, using starting points that are multiples of 3
- 4s, using starting points that are multiples of 4
- 25s, using starting points that are multiples of 25

Interpreting the Scores

- For each skill, you have been classified into one of three categories aligned to the provincial achievement standards
- If you have been classified as acceptable or excellent, this means that it is very likely you possess the specific knowledge and skills
- If you have been classified as needs improvement, this information can be used to design activities to help you improve upon your current level of knowledge and skills

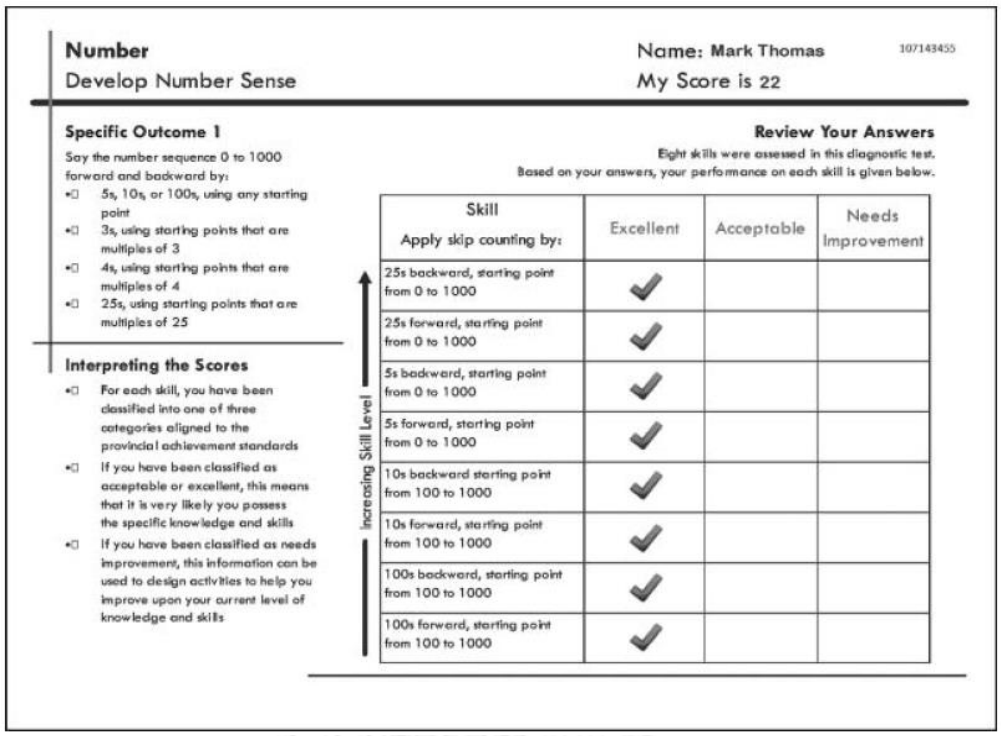
Review Your Answers

Eight skills were assessed in this diagnostic test.
Based on your answers, your performance on each skill is given below.

Increasing Skill Level

Skill Apply skip counting by:	Excellent	Acceptable	Needs Improvement
25s backward, starting point from 0 to 1000			✓
25s forward, starting point from 0 to 1000			✓
5s backward, starting point from 0 to 1000		✓	
5s forward, starting point from 0 to 1000	✓		
10s backward starting point from 100 to 1000	✓		
10s forward, starting point from 100 to 1000	✓		
100s backward, starting point from 100 to 1000	✓		
100s forward, starting point from 100 to 1000	✓		

ภาพที่ 2.13 รายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยคะแนนที่ได้รับคือ 16 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน



Number
Develop Number Sense

Name: Mark Thomas
My Score is 22

10714345S

Specific Outcome 1

Say the number sequence 0 to 1000 forward and backward by:

- 5s, 10s, or 100s, using any starting point
- 3s, using starting points that are multiples of 3
- 4s, using starting points that are multiples of 4
- 25s, using starting points that are multiples of 25

Interpreting the Scores

- For each skill, you have been classified into one of three categories aligned to the provincial achievement standards
- If you have been classified as acceptable or excellent, this means that it is very likely you possess the specific knowledge and skills
- If you have been classified as needs improvement, this information can be used to design activities to help you improve upon your current level of knowledge and skills

Review Your Answers

Eight skills were assessed in this diagnostic test. Based on your answers, your performance on each skill is given below.

Increasing Skill Level

Skill Apply skip counting by:	Excellent	Acceptable	Needs Improvement
25s backward, starting point from 0 to 1000	✓		
25s forward, starting point from 0 to 1000	✓		
5s backward, starting point from 0 to 1000	✓		
5s forward, starting point from 0 to 1000	✓		
10s backward starting point from 100 to 1000	✓		
10s forward, starting point from 100 to 1000	✓		
100s backward, starting point from 100 to 1000	✓		
100s forward, starting point from 100 to 1000	✓		

ภาพที่ 2.14 รายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยคะแนนที่ได้รับคือ 22 คะแนน จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน

4. ความเที่ยงของคุณลักษณะ (attribute reliability)

สำหรับระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ค่าความเที่ยงอยู่ระหว่าง 0.72 (คุณลักษณะ A8) ถึง0.91 (คุณลักษณะ A1) เนื่องจากจำนวนข้อสอบเชิงวินิจฉัยมีผลต่อค่าประมาณความเที่ยงของคุณลักษณะ ซึ่งเห็นได้จากคุณลักษณะ A8 ที่วัดโดยตรงด้วยข้อสอบจำนวน 3 ข้อเท่านั้น ดังนั้น ค่าประมาณความเที่ยงมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 0.72 แต่คุณลักษณะ A1 ที่วัดโดยอ้อมด้วยข้อสอบจำนวน 3 ข้อ ดังนั้น ค่าประมาณความเที่ยงมีค่าสูงสุดเท่ากับ 0.91 เนื่องจากต้องอาศัยคุณลักษณะของข้อสอบข้ออื่นๆ จำนวน 21ข้อ สำหรับระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ค่าความเที่ยงอยู่ระหว่าง 0.47 (คุณลักษณะ A5) ถึง 0.72 (คุณลักษณะ A1) เนื่องจากจำนวนข้อสอบเชิงวินิจฉัยมีผลต่อค่าประมาณความเที่ยงของคุณลักษณะ ซึ่งเห็นได้จากคุณลักษณะ A5 ที่วัดโดยตรงด้วยข้อสอบจำนวน 2 ข้อเท่านั้น ดังนั้น ค่าประมาณความเที่ยงมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 0.47 แต่คุณลักษณะ A1 ที่วัดโดยอ้อมด้วยข้อสอบจำนวน 3 ข้อ ดังนั้น ค่าประมาณความเที่ยงมีค่าสูงสุดเท่ากับ 0.91 เนื่องจากต้องอาศัยคุณลักษณะของข้อสอบข้ออื่นๆ จำนวน 10 ข้อ แสดงดังตารางที่ 2.11

ตารางที่ 2.11 ค่าประมาณความเที่ยงของคุณลักษณะ (attribute reliability estimates) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

	ความเที่ยง	
	ป. 3	**ป. 6**
1	0.91 (3)	0.72 (3)
2	0.90 (3)	0.71 (2)
3	0.89 (3)	0.68 (3)
4	0.88 (3)	0.49 (2)
5	0.84 (3)	0.47 (2)
6	0.82 (3)	-
7	0.80 (3)	-
8	0.72 (3)	-

หมายเหตุ ตัวเลขในวงเล็บ หมายถึง จำนวนข้อที่ใช้วัดแต่ละคุณลักษณะ

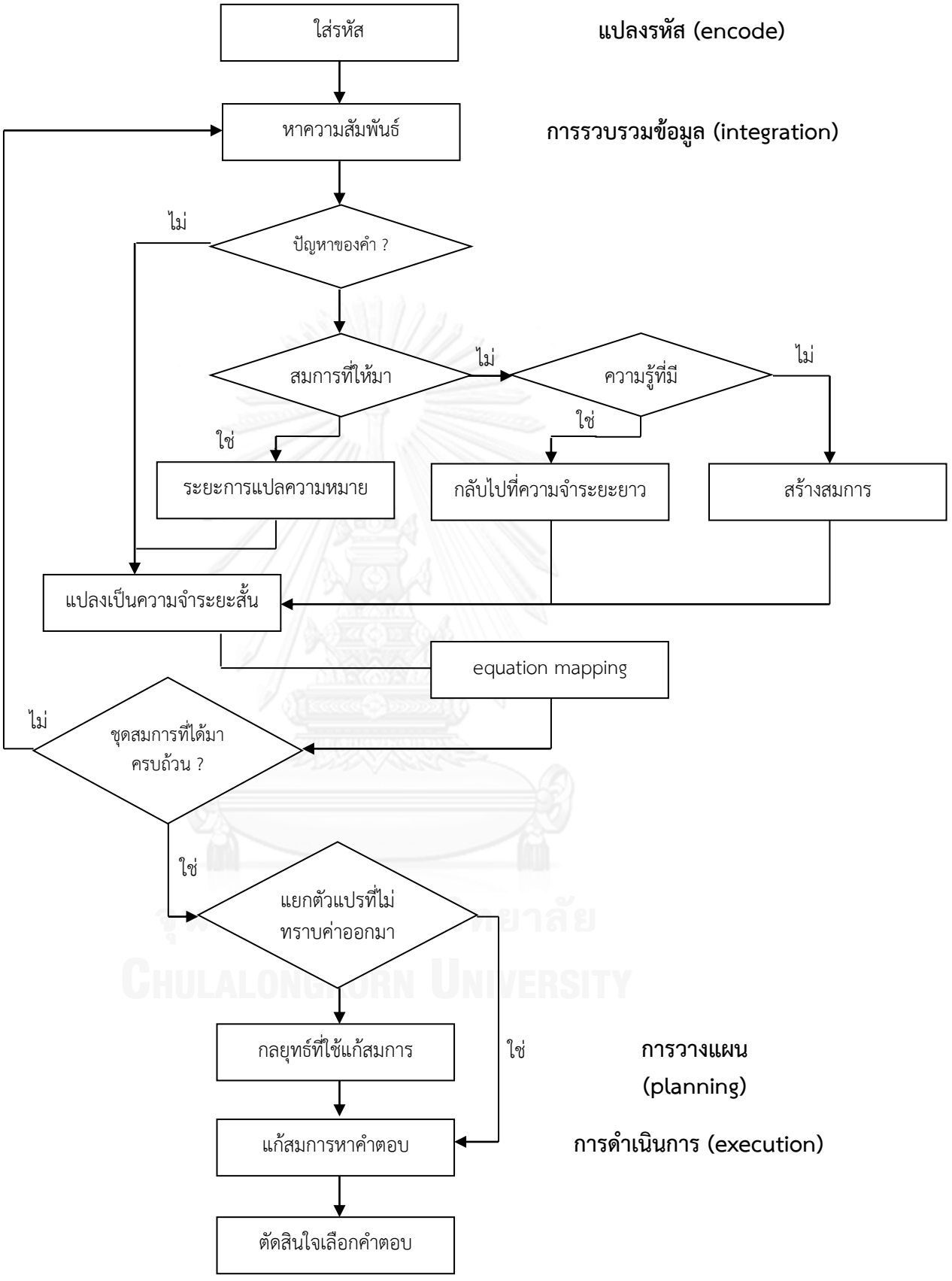
Daniel และ Embretson (2010) ได้ศึกษาเรื่องการออกแบบความซับซ้อนทางพุทธิปัญญา (cognitive complexity) ในข้อสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (mathematical problem-solving items) วัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ เพื่อศึกษาความสามารถในการออกแบบปัญหาของคำในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน (complex mathematical word problems) ที่พบในการทดสอบขนาดใหญ่ด้วยการใช้ค่าความยากของข้อสอบในโมเดลทางพุทธิปัญญา และการคัดเลือกคุณลักษณะในโมเดลทางพุทธิปัญญาจะใช้ในการสร้างความผันแปรเชิงโครงสร้าง (structural variants) ของข้อสอบ มีรายละเอียดดังนี้

1. ภูมิหลังทางทฤษฎี

สำหรับทฤษฎีที่ใช้ในการสร้างโมเดลทางพุทธิปัญญาคือ ทฤษฎีที่พัฒนาโดย Mayer และคณะในปี ค.ศ. 1984 ซึ่งเป็นโมเดลที่ใช้กับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายประเภท โมเดลนี้แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนหลัก ได้แก่ ขั้นตอนแรก การนำเสนอปัญหา (problem representation) เกี่ยวกับการแปลความหมายของปัญหา (problem translation) และการรวบรวมปัญหา (problem integration) และ ขั้นตอนที่สอง การดำเนินการกับปัญหา (problem execution) เกี่ยวกับการวางแผนในการหาคำตอบ (solution planning) และการดำเนินการในการหาคำตอบ (solution execution) สำหรับสองขั้นตอนนี้มีความเชื่อมโยงกันคือ ในขั้นตอนแรก ผู้สอบจะต้องเปลี่ยนจากโจทย์ปัญหาให้เป็นสมการคณิตศาสตร์ จากนั้นนำสมการที่ได้จากการขั้นตอนแรกมาแก้หาคำตอบในขั้นตอนที่สอง (Mayer, Larkin, & Kadane, 1984) จากนั้นต่อมาในปี ค.ศ. 2006 Embretson และคณะ ได้ขยายกรอบแนวคิดจากทฤษฎีของ Mayer โดย Embretson ได้เพิ่มขั้นตอนย่อยเข้ามาในขั้นของการดำเนินการกับปัญหาคือ ขั้นการตัดสินใจ (decision) เพื่อนำมาใช้กับข้อสอบแบบหลายตัวเลือก (multiple-choice items) ซึ่งเป็นการสะท้อนความซับซ้อนที่หลากหลายของตัวลวง (distractors) (Embretson, 2006) แสดงดังภาพที่ 2.15

จากภาพที่ 2.15 ได้แสดงลำดับขั้นตอนในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยโมเดลนี้สามารถใช้กับข้อสอบที่หลากหลายได้ เนื่องจากความแตกต่างหลักคือ แหล่งของสมการ กล่าวคือ ถ้าโจทย์ให้สมการมาโดยตรง ดังนั้นขั้นของการดำเนินการกับปัญหาจะเป็นแหล่งแรกของค่าความยากในข้อสอบ เนื่องจากขั้นนี้จะต้องผ่านหลายขั้นตอนจึงจะได้คำตอบ แต่ถ้าโจทย์ไม่ได้ให้สมการมาโดยตรง ดังนั้นกระบวนการที่จำเป็นในการทำข้อสอบคือ การแปลความหมายของโจทย์ การระลึก (recall) หรือการสร้างสมการจากโจทย์ปัญหา หรือถ้าโจทย์ให้มาหลายสมการหรือขั้นตอนการแก้สมการมีความซับซ้อนหลายขั้นตอน ดังนั้นขั้นของการดำเนินการกับปัญหาจะดำเนินการอีกครั้งหรือดำเนินการไปเรื่อยๆ จนได้คำตอบที่ถูกต้องในข้อสอบข้อนั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



ภาพที่ 2.15 โมเดลทางพุทธิปัญญาของขั้นตอนการดำเนินการของข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

2. การออกแบบความซับซ้อนทางพุทธิปัญญา

สำหรับการออกแบบความซับซ้อนทางพุทธิปัญญาแบ่งเป็น 2 ประเด็นคือ ประเด็นแรก การออกแบบความผันแปรทางโครงสร้างของข้อสอบ (structural variants of items) และประเด็นที่สอง การสร้างโมเดลความผันแปรเชิงโครงสร้าง (modeling structural variants) มีรายละเอียดดังนี้

1) การออกแบบความผันแปรเชิงโครงสร้างของข้อสอบ (structural variants of items)

การสร้างความผันแปรทางโครงสร้างในครั้งนี้คือ โมเดลข้อสอบ (item model) โดยปรับโมเดลข้อสอบให้มีระดับความซับซ้อนทางพุทธิปัญญาแตกต่างกัน และโมเดลข้อสอบที่สร้างขึ้นมีความเพียงพอในคุณสมบัติทางจิตมิติ

2) การสร้างโมเดลความผันแปรเชิงโครงสร้าง (modeling structural variants)

เนื่องจากการศึกษาครั้งนี้ใช้โมเดลข้อสอบ (item model) มาเป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมการตอบข้อสอบของนักเรียน ดังนั้นโมเดลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์คือ โมเดลที่อยู่ในตระกูลของทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (IRT) ได้แก่ linear logistic test model (LLTM) และ 2PL-constrained model

3) วิธีดำเนินการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ข้อสอบเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ที่ใช้สำหรับการสอบเรียนต่อระดับบัณฑิตศึกษา (Graduate Record Examination: GRE) ซึ่งมีชุดข้อสอบจำนวน 3 ชุดชุดละ 36 ข้อ รวมทั้งสิ้น 108 ข้อโดยการคัดเลือกข้อสอบจำนวน 36 ข้อในแต่ละชุดคัดเลือกจาก item model ที่สร้างขึ้น

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 วิชาจิตวิทยาทั่วไป (general psychology) จำนวน 405 คน แต่มีนักศึกษาจำนวน 22 คน ที่ทำข้อสอบไม่สมบูรณ์ ดังนั้นจึงเหลือกลุ่มตัวอย่างจำนวน 383 คน สำหรับตัวอย่างในครั้งนี้แบ่งออกเป็น 3 กลุ่มประกอบด้วย กลุ่มที่ 1 จำนวน 132 คน กลุ่มที่ 2 จำนวน 128 คน กลุ่มที่ 3 จำนวน 123 คน

6. ผลการวิจัย

ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบจากแบบสอบทั้งสามฉบับเท่ากับ 20.11 (n = 383) ผู้สอบแต่ละคนใช้เวลาในการทำข้อสอบโดยเฉลี่ย 40 วินาทีต่อข้อสอบ 1 ข้อ

สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลการตอบข้อสอบของนักศึกษาในครั้งนี้ได้ใช้โมเดลจำนวน 5 โมเดลในการประเมินความสอดคล้องของโมเดลข้อสอบทางพุทธิปัญญา (cognitive item family model) ประกอบด้วย 1) null model เป็นโมเดลที่กำหนดให้ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (item difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (item discrimination) เท่ากันทุกข้อ 2) LLTM model เป็นโมเดลที่ประมาณค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อใน item model กับความแตกต่างที่ขึ้นอยู่กับคุณลักษณะที่ออกแบบสำหรับความผันแปรเชิงโครงสร้างใน item model 3) 2PL-constrained model เป็นโมเดลที่ประมาณค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อใน item model สำหรับความแตกต่างจะขึ้นอยู่กับคุณลักษณะในการออกแบบข้อสอบ 4) Rasch model เป็นโมเดลที่ประมาณค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ และ 5) 2PL model เป็นโมเดลที่ประมาณค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

สำหรับดัชนีที่ใช้ในการพิจารณาความสอดคล้องของโมเดลคือ 1) ดัชนี -2lnL (–2 times the log likelihood) 2) ดัชนี AIC (Akaike's information criterion) และ 3) ดัชนีความสอดคล้องที่เพิ่มขึ้น (incremental fit index: $\Delta^{\frac{1}{2}}$) สำหรับดัชนี $\Delta^{\frac{1}{2}}$ ใช้ในการประเมินความเพียงพอของความสัมพันธ์ระหว่างโมเดลข้อสอบทางพุทธิปัญญา (cognitive item family model) โดยเทียบกับค่าสูงสุดของ null model และ saturated model และดัชนี $\Delta^{\frac{1}{2}}$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0-1

ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์การจำแนกของข้อสอบพบว่า 1) 2PL model มีค่าดัชนี AIC น้อยที่สุด 2) ดัชนี $\Delta^{\frac{1}{2}}$ ใน Rarch model มีค่าสูงเมื่อเทียบกับ 2PL model ($\Delta^{\frac{1}{2}}$ = 0.905) แสดงว่าโมเดลยังไม่สอดคล้องกับข้อมูล และ 3) 2PL-constrained model มีค่าดัชนี AIC น้อยกว่า LLTM model แต่มีค่าดัชนี $\Delta^{\frac{1}{2}}$ สูงกว่า LLTM model

ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ความยากของข้อสอบพบว่า LLTM model และ 2PL-constrained model ที่ใช้วิเคราะห์โมเดลข้อสอบทางพุทธิปัญญา (cognitive item family model) สามารถทำนายค่าความยากของข้อสอบได้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เมื่อเทียบกับ null model และค่าดัชนี $\Delta^{\frac{1}{2}}$ ใน LLTM model ($\Delta^{\frac{1}{2}}$ = 0.805) และค่าดัชนี $\Delta^{\frac{1}{2}}$ ใน 2PL-constrained ($\Delta^{\frac{1}{2}}$ = 0.882) model มีค่าสูงใกล้เคียงกันซึ่งแสดงถึงการสนับสนุนความสามารถในการนำนายของความผันแปรของข้อสอบจากโครงสร้างข้อสอบและการออกแบบข้อสอบ แสดงดังตารางที่ 2.12

ตารางที่ 2.12 ผลการวิเคราะห์ดัชนีการเปรียบเทียบด้วยวิธี likelihoods ของโมเดลทางเลือก (alternative models)

โมเดล	ดัชนี -2lnL	ดัชนี AIC	ดัชนี $\Delta^{1/2}$ เทียบกับ 2PL
Null	22,455	22,459	. . .
LLTM	19,419	19,519	0.805
2PL-constrained	19,131	19,327	0.882
Rarsh	19,043	19,271	0.905
2PL	18,686	18,821	. . .

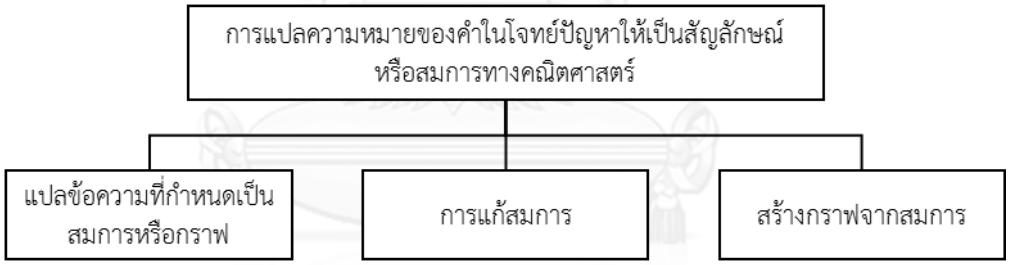
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Shute และ Underwood (2006) ได้นำเสนอโมเดลที่ใช้ในการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พร้อมทั้งแนะนำการใช้เทคโนโลยีในการประเมินกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนที่พัฒนาโดย Educational Testing Service (ETS) วัตถุประสงค์ของการนำเสนอในครั้งนี้คือ เพื่อศึกษาวิธีที่ใช้ในการปรับปรุงการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (math problem solving) การวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนแบ่งออกเป็น 2 ระดับคือ 1) ระดับ local หมายถึง การวิเคราะห์ขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เฉพาะ 2) ระดับ global หมายถึง การอ้างอิงสถานะความรอบรู้ของความสามารถทั่วไป สำหรับเทคโนโลยีที่ใช้ในการประเมินกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนคือ เว็บไซต์ที่นักเรียนสามารถเข้าไปลองฝึกทำแบบฝึกหัดได้ด้วยตนเอง ได้แก่ 1) ALEKS (Falmagne, Cosyn, Doignon & Thiery, 2004) 2) Carnegie

Learning's Cognitive Tutors (Corbett, McLaughlin & Scarpinatto, 2000) 3) Ms. Lindquist is designed (Heffernan & Koedinger, 2002) 4) ActiveMath (Melis & Andrés, 2002) สำหรับโมเดลที่ใช้ในการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์คือ การออกแบบโดยยึดหลักฐานเป็นศูนย์กลาง (evidence-centered design: ECD) การออกแบบโดยยึดหลักฐานเป็นศูนย์กลาง (ECD) ประกอบด้วยโมเดลหลัก 3 โมเดลได้แก่ โมเดลความสามารถ (proficiency model) เป็นโมเดลที่แสดงทักษะ (skill) หรือความสามารถที่ต้องการวัด (ability) ในเนื้อหานั้นๆ 2) โมเดลหลักฐาน (evidence model) เป็นโมเดลที่กำหนดหลักฐานที่ใช้ในการให้คะแนน วิธีการให้คะแนน และการรวมคะแนน และ 3) โมเดลงาน (task model) เป็นโมเดลเกี่ยวกับการระบุงานเพื่อนำหลักฐานออกมา ซึ่งงานที่ระบุขึ้นมานั้นจะต้องสร้างพฤติกรรมที่สามารถสังเกตได้

ตัวอย่างโครงการที่นำ ECD ไปประยุกต์ใช้คือ Mathematics Intervention Module (MIM) ที่วัดด้วยเนื้อหาพีชคณิต ได้แก่ 1) จำนวน 2) การแก้สมการ 3) กราฟ และ 4) โจทย์ปัญหาแสดงเป็นข้อความ โดยเนื้อหาทั้งหมดได้ให้คะแนนแบบอัตโนมัติ ซึ่งนักเรียนจะทำข้อสอบกับคอมพิวเตอร์ ซึ่งแบบสอบที่ใช้เป็นแบบสอบชนิดเติมคำตอบกับระบบคอมพิวเตอร์

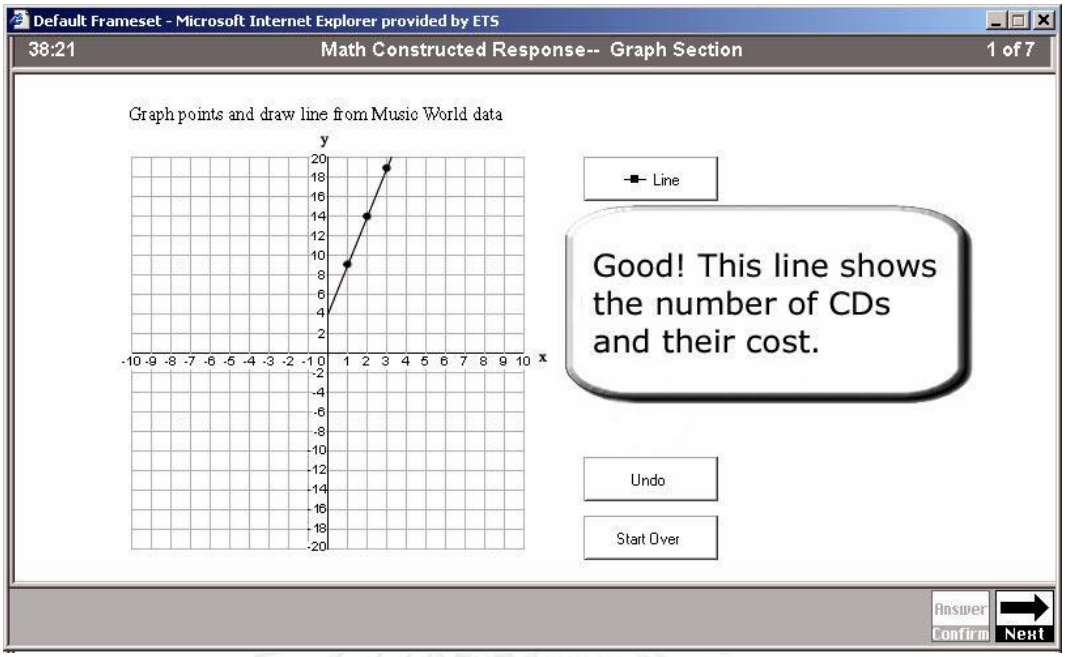
โมเดลความสามารถ ความสามารถที่ต้องการวัดคือ การแปลความหมายของคำในโจทย์ปัญหาให้เป็นสัญลักษณ์หรือสมการทางคณิตศาสตร์ สำหรับทักษะที่ต้องการวัดมี 3 ทักษะ ได้แก่ ทักษะแรก การแปลบริบทของข้อความที่กำหนดให้เป็นสมการหรือกราฟ ทักษะที่สอง การแก้สมการ และทักษะสุดท้าย สร้างกราฟจากสมการและได้รับข้อมูลที่เป็นประโยชน์จากกราฟ ดังภาพที่ 2. 16



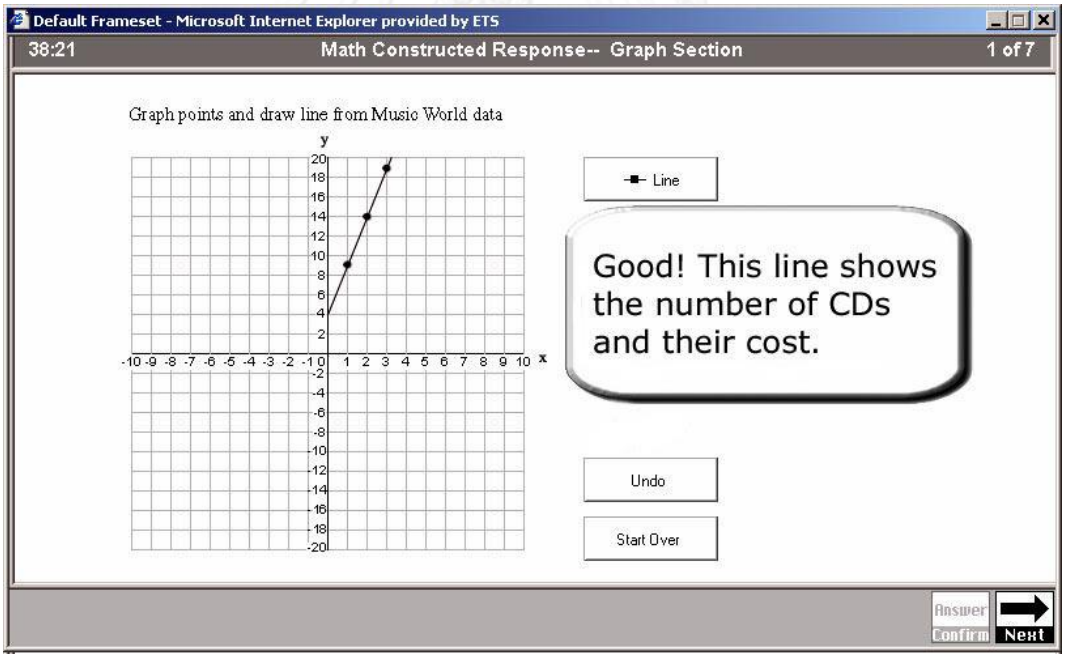
ภาพที่ 2.16 โมเดลความสามารถของ Mathematics Intervention Module (MIM)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

เมื่อสร้างโมเดลความสามารถเรียบร้อยแล้ว จากนั้นจึงนำไปสร้างแบบสอบที่ใช้ประเมินทักษะของนักเรียนบนระบบคอมพิวเตอร์ ถ้านักเรียนทำข้อสอบผิด ระบบคอมพิวเตอร์จะแสดงผลการสะท้อนกลับเชิงวินิจฉัย (diagnostic feedback) ออกมาทางหน้าจอ ดังภาพที่ 2.17 และ 2.18



ภาพที่ 2.17 การวิเคราะห์กราฟด้วยการแสดงผลสะท้อนกลับเชิงวินิจฉัย



ภาพที่ 2.18 การวิเคราะห์สมการด้วยการแสดงผลสะท้อนกลับเชิงวินิจฉัย

Tatsuoka และคณะ (2004) ได้ศึกษารูปแบบของการวินิจฉัยเนื้อหา (content) และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (process skills) ซึ่งการศึกษาครั้งนี้ใช้วิธีการทดสอบเชิงวินิจฉัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จาก 20 ประเทศ สำหรับวิธีที่ใช้ในการวินิจฉัยคือ rule space method (RSM) โดยความรอบรู้ของทักษะจะวัดด้วยความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (specific content knowledge) และทักษะกระบวนการย่อย (subskills) หรือเรียกว่า “คุณลักษณะ” (attributes) จำนวน 23 คุณลักษณะ ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์คือ คะแนนสอบของนักเรียนที่มาจากผลการทดสอบของ Third International Math and Science Study-Revised (TIMSS-R) ในปี ค.ศ. 1999 วิธี rule space (RSM) ใช้วินิจฉัยนักเรียนเป็นรายบุคคลที่เกี่ยวคุณลักษณะเฉพาะคือ ความรู้และองค์ประกอบของทักษะย่อย มีรายละเอียดดังนี้

1. การระบุคุณลักษณะ (identifying attributes)

การระบุคุณลักษณะความรู้เฉพาะและทักษะย่อยจากแบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ของ TIMSS-R ซึ่งชุดของคุณลักษณะที่ระบุนั้นแบ่งเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ ความรู้ด้านเนื้อหา (knowledge content variables) กระบวนการทางพุทธิปัญญา (cognitive process) และทักษะ (skill) หรือประเภทของแบบสอบ (item type) แสดงดังตารางที่ 2.13

ตารางที่ 2.13 คุณลักษณะด้านความรู้ (knowledge) ทักษะ (skill) และกระบวนการ(process) ในข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ของ TIMSS-R (1999)

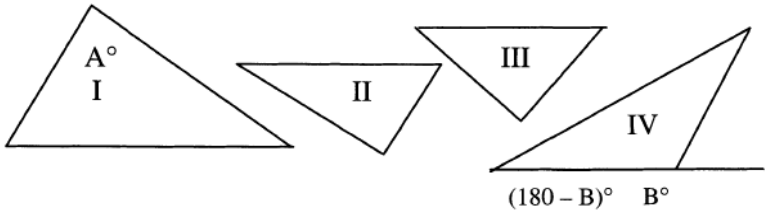
คุณลักษณะด้านเนื้อหา (content attributes)	
C1	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของตัวเลขและจำนวนเต็ม
C2	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของเศษส่วนและทศนิยม
C3	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของพีชคณิตเบื้องต้น
C4	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของเรขาคณิตแบบ 2 มิติ
C5	ข้อมูล ความน่าจะเป็น และสถิติพื้นฐาน
C6	การวัดและการประมาณค่า เช่น ความยาว เวลา มุม อุณหภูมิ เป็นต้น
คุณลักษณะด้านกระบวนการ (process attributes)	
P1	การตีความหมายหรือการสร้างสมการ และแก้สมการจากปัญหาที่กำหนดให้
P2	การใช้ความรู้ด้านการคำนวณในเลขคณิตและเรขาคณิต
P3	การใช้ความรู้ด้านการตัดสินใจในเลขคณิตและเรขาคณิต
P4	การใช้กฎในพีชคณิต
คุณลักษณะด้านกระบวนการ (process attributes)	
P5	การให้เหตุผลเชิงตรรกะ ได้แก่ การให้เหตุผลเป็นรายกรณี ทักษะการคิดแบบนิรนัย ถ้า...แล้ว... ความจำเป็นและความเพียงพอ และทักษะในการสรุปอ้างอิง
P6	การค้นหาปัญหา การคิดวิเคราะห์ การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ การคิดแบบอุปนัย
P7	การสร้าง การดู และการอ่านภาพและกราฟ
P8	การใช้และการประเมินความถูกต้องทางคณิตศาสตร์
P9	กาจัดการข้อมูลและกระบวนการ
P10	การอ่านเชิงปริมาณและเชิงตรรกะ

คุณลักษณะด้านทักษะ(skill attributes) หรือประเภทของข้อสอบ (item type attributes)	
S1	unit conversation
S2	การใช้คุณสมบัติและความสัมพันธ์ของจำนวน ได้แก่ ความเข้าใจด้านตัวเลขหรือเส้นจำนวน
S3	การใช้รูปภาพ ตาราง แผนภูมิ และกราฟ
S4	การคาดคะเนหรือการประมาณค่า
คุณลักษณะด้านทักษะ(skill attributes) หรือประเภทของข้อสอบ (item type attributes)	
S5	การประเมิน การพิสูจน์ และการตรวจสอบตัวเลือก
S6	รูปแบบและความสัมพันธ์ (ทักษะการคิดแบบอุปนัย)
S7	การใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน
S8	การแก้ปัญหาใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้ยเคย
S9	การเปรียบเทียบสิ่งที่กำหนดให้ 2 สิ่งขึ้นไป
S10	ข้อสอบแบบอัตนัย
S11	ความเข้าใจในภาษาที่ใช้ตั้งคำถาม

2. การพัฒนา Q Matrix (Developing the Q Matrix)

การสร้าง Q Matrix หมายถึง การให้รหัสที่แสดงเป็นตัวเลขแทนคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการทำข้อสอบแต่ละข้อ ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้มีแบบสอบคณิตศาสตร์จำนวน 8 ชุด รวมทั้งสิ้นเป็นจำนวน 163 ข้อที่แตกต่างกัน ซึ่งในการกำหนดรหัสนั้นได้ใช้ผู้ตรวจข้อสอบจำนวน 3 คน เพื่อให้รหัสกับข้อสอบแต่ละข้อ และผู้ตรวจข้อสอบแต่ละคนจะให้กำหนดรหัสของข้อสอบอย่างเป็นอิสระ สำหรับการสร้าง Q Matrix เริ่มจากการที่ผู้ตรวจข้อสอบต่างกำหนดรหัสที่แสดงคุณลักษณะของข้อสอบมาแล้ว ผู้ตรวจข้อสอบต้องมาพบกันเพื่ออภิปรายเกี่ยวการให้รหัสของคุณลักษณะในแต่ละข้อรวมทั้งการทบทวนต้นร่างของนักเรียน (student protocols) จนกระทั่งทั้งสามคนมีความเห็นตรงกัน หลังจากนั้นจึงเริ่มสร้าง Q Matrix ที่แสดงคุณลักษณะของข้อสอบ และวิเคราะห์ค่าความยากของข้อสอบด้วยการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นแบบหลายตัวแปร (linear multiple regression analysis) ที่มีตัวแปรคุณลักษณะเป็นตัวทำนาย และการวิเคราะห์ด้วยวิธี rule space (RSM) ในเบื้องต้นนั้นได้ใช้ Q Matrix เพื่อแสดงการประมาณค่าความน่าจะเป็นของความรอบรู้คุณลักษณะของนักเรียนแต่ละคน จากนั้นวิเคราะห์ข้อมูลด้วนสถิติเชิงบรรยาย รวมทั้งหาค่าเมทริกซ์สหสัมพันธ์ของความน่าจะเป็นของความรอบรู้คุณลักษณะ และตัดคุณลักษณะที่มีค่าสถิติที่ไม่เหมาะสมออกไปเพื่อนำไปสู่ขั้นตอนสุดท้ายของการวิเคราะห์ด้วยวิธี rule space (RSM)

สำหรับข้อสอบที่นำมาเสนอเป็นตัวอย่างในครั้งนี้ประกอบด้วยคุณลักษณะที่ต้องใช้ในการทำข้อสอบ ได้แก่ C4, S3, S5, P3, P5, P7, และ P9 ซึ่งสัดส่วนในการตอบถูกมีค่าเท่ากับ 0.1025 แสดงให้เห็นว่า ข้อสอบข้อนี้ค่อนข้ายากมาก ทั้งนี้เนื่องจาก ข้อนี้ต้องใช้คุณลักษณะ P3, P5, P9, และ P7 ในการทำข้อสอบ แสดงดังภาพ 19



จากรูป ข้อใดเป็นสามเหลี่ยมคล้าย

A. รูป 1 และ 4
B. รูป 1 และ 2
C. รูป 2 และ 3
D. รูป 2 และ 4
E. รูป 3 และ 4

ข้อนี้เป็นโจทย์เกี่ยวกับเรขาคณิต.....C4
การใช้รูปภาพ.....S4
ต้องประเมินตัวเลือกเพื่อให้ได้คำตอบ.....S5
การประยุกต์ใช้คุณสมบัติบางประการเพื่อตัดสินว่าเป็นสามเหลี่ยมคล้ายหรือไม่.....P3
มุมหนึ่งในรูป 4 เท่ากับ (180-B)° > 90° และมุม A ในรูป 1 เท่ากับ 90° เนื่องจากรูป 1 และ 3 มีด้านที่ขนานกันสามด้าน ทำให้รูป 1 และ 2 จึงมีมุมเท่ากัน ดังนั้น สามเหลี่ยมสองรูปนี้จึงเป็นสามเหลี่ยมคล้าย.....P5
รูปสามเหลี่ยมคู่อื่นๆ ไม่มีคุณสมบัติของสามเหลี่ยม.....P9
เปรียบเทียบความสัมพันธ์ของรูปภาพ เช่น ด้านที่ขนานกัน และต่อเส้นจากภาพเพื่อให้ได้มุมที่เท่ากับ (180-B)° P7

ภาพที่ 2.19 ตัวอย่างข้อสอบ TIMSS วิชาคณิตศาสตร์ที่แสดงการให้รหัสของคุณลักษณะ

3. การคัดเลือกตัวอย่าง (Selection of the Sample)

สำหรับการคัดเลือกประเทศที่จะมาเป็นตัวอย่างเพื่อใช้ในการวินิจฉัยครั้งนี้มีทั้งสิ้น 20 ประเทศ ได้แก่ สหรัฐอเมริกา ออสเตรเลีย เบลเยี่ยม แคนาดา ชิลี สาธารณรัฐเช็ค อังกฤษ ฟินแลนด์ ฮ่องกง อินโดนีเซีย อิสราเอล อิตาลี ญี่ปุ่น จอร์แดน เกาหลี เนเธอร์แลนด์ ฟิลิปปินส์ รัสเซีย และตุรกี โดยเกณฑ์ในการคัดเลือกตัวอย่างครั้งนี้คือ ความแตกต่างในระดับผลสัมฤทธิ์ทางเรียนและความแตกต่างทางวัฒนธรรม ซึ่งประเทศที่ที่มีค่าเฉลี่ยที่น่าเชื่อถือ (plausible-value)ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุดมีจำนวน 6 ประเทศคือ กลุ่มที่ 1 ได้แก่ สิงคโปร์ เกาหลี ฮ่องกง ญี่ปุ่น สาธารณเช็ค และเบลเยี่ยม กลุ่มที่ 2 ได้แก่ สหรัฐอเมริกา แคนาดา และออสเตรเลีย ซึ่งทั้งประเทศแคนาดา และออสเตรเลียต่างก็ใช้ภาษาอังกฤษในการสื่อสารเหมือนกับประเทศสหรัฐอเมริกา แต่มีความแตกต่างกันทางวัฒนธรรม และทั้งสองประเทศนี้ยังมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าประเทศสหรัฐอเมริกาอีกด้วย ประเทศชิลีซึ่งเป็นตัวแทนของประเทศที่สื่อสารด้วยภาษาสเปน นอกจากนี้ยังมีประเทศยุโรปอีกหลายประเทศคือ รัสเซีย อิตาลี ฟินแลนด์ เนเธอร์แลนด์ และอังกฤษ และกลุ่มที่ 3 อิสราเอล และประเทศทางตะวันออกกลางหรือประเทศที่นับถือศาสนาอิสลามคือ ตุรกี จอร์แดน อินโดนีเซีย และฟิลิปปินส์ (Mullis et al.,2001)

4. การวินิจฉัยด้วยวิธี RSM และการจำแนกนักเรียน RSM (Diagnosis and Classification of Students)

สำหรับการวิเคราะห์ของวิธี Rule-space นั้นได้แยกวิเคราะห์ทีละประเทศ จำนวน 20 ประเทศ สำหรับการวิเคราะห์แต่ละครั้งนั้น ได้ใช้ข้อมูลจากชุดของข้อสอบชุดที่ 1, 3, 5 และ 7 เนื่องจากข้อสอบชุดอื่นแสดงถึงการกระจายที่ไม่ทั่วถึงของคุณลักษณะ (patchy) นั่นคือ ไม่มีข้อสอบหรือมีจำนวนข้อสอบไม่เพียงที่จะใช้ที่วัดคุณลักษณะ อย่างไรก็ตามยังพบว่า ชุดข้อสอบที่เลือกไปนั้นยังมีจำนวนข้อสอบไม่เพียงพอที่จะวัดคุณลักษณะบางคุณลักษณะได้คือ C6 S1 S9 และ P8 เนื่องจากข้อมูลมีค่าเฉลี่ยน้อยเกินไปจนไม่สามารถประมาณค่าความเที่ยงของคุณลักษณะเหล่านี้ได้ ดังนั้นการวิเคราะห์ rule space method ครั้งนี้จึงไม่รวมคุณลักษณะ C6 S1 S9 และ P8

5. ผลการวิจัย

ผลการประมาณค่าความน่าจะเป็นความรอบรู้ของคุณลักษณะระหว่างประเทศ (attribute mastery probabilities) จากนักเรียนทั้งสิ้น 20 ประเทศ จำนวน 51,435 คน พบว่า ค่าเฉลี่ยกำลังสอบของระยะทาง mean Mahalonobis distance (D^2) ของเวกเตอร์ความรอบรู้ของคุณลักษณะของนักเรียนจากสถานะความรู้ (knowledge state) มีค่าน้อยกว่า 0.5 สำหรับสถานะความรู้ชุดที่ 2 มีค่า D^2 ประมาณ 1.0 ซึ่งค่า D^2 ของทั้งสองชุดนี้มีความสัมพันธ์กันน้อยมาก สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสิน ความสำเร็จของการจำแนก (successful classification) พิจารณาจากค่า D^2 ต้องมีค่าน้อยกว่า 4.5 หมายถึงเวกเตอร์ความรอบรู้ของคุณลักษณะมีค่าใกล้เคียงกับสถานะความรู้ สำหรับผลการเปรียบเทียบกับเกณฑ์ดังกล่าวพบว่า ความสำเร็จในการจำแนกนักเรียนจำนวน 20 ประเทศ คิดเป็นร้อยละ 99.5 สำหรับการตรวจสอบความตรงของคุณลักษณะใน Q matrix ด้วยการวิเคราะห์ถดถอย มีค่า adjust R^2 เท่ากับ 0.869 แสดงว่า เวกเตอร์ของคุณลักษณะใน Q matrix จำนวน 27 เวกเตอร์มีความสามารถในทำนายค่าความยากของข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ดี

สำหรับผลการเปรียบเทียบความสามารถของคุณลักษณะระหว่างประเทศ พบว่า คุณลักษณะที่มีความยากที่สุด (ความน่าจะเป็นความรอบรู้มีค่าต่ำสุด) คือ ทักษะการคิดเชิงอุปนัย (S6) และคุณลักษณะที่มีความง่ายที่สุด (ความน่าจะเป็นความรอบรู้มีค่าสูงสุด) คือ การประเมินและการตรวจสอบตัวเลือก (S5) การใช้ภาพและตาราง (S3) และการตีความหมายของคำหรือการสร้างสมการและแก้มการจากปัญหาที่กำหนดให้ (P1)

ประเทศที่มีตัวแปรด้านกระบวนการทางพุทธิปัญญาสูงสุดคือ ญี่ปุ่น เนื่องจากนักเรียนญี่ปุ่นมีค่าความน่าจะเป็นความรอบรู้สูงสุดในกลุ่มตัวแปรกระบวนการทางพุทธิปัญญาที่มีความยากสูงสุด ได้แก่ การให้เหตุผลเชิงตรรกะ ได้แก่ การให้เหตุผลเป็นรายกรณี ทักษะการคิดแบบนิรนัย ถ้า...แล้ว... ความจำเป็นและความเพียงพอ และทักษะในการสรุปอ้างอิง (P5) การค้นหาปัญหา การคิดวิเคราะห์การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ การคิดแบบอุปนัย (P6) การใช้ความรู้ด้านการตัดสินใจในเลขคณิตและเรขาคณิต (P3) การจัดการข้อมูลและกระบวนการ (P9) ทักษะการคิดแบบอุปนัย (S6) สำหรับตัวอย่างความน่าจะเป็นความรอบรู้ของคุณลักษณะที่มีค่าสูงสุด โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุดในแต่ละคุณลักษณะ แสดงดังตารางที่ 2.14

ตารางที่ 2.14 ประเทศที่มีค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุดในแต่ละคุณลักษณะ

ประเทศ	ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุดในแต่ละคุณลักษณะ	
ออสเตรเลีย	S4	การคาดคะเนหรือการประมาณค่า
เบลเยี่ยม	C1	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของตัวเลขและจำนวนเต็ม
	C2	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของเศษส่วนและทศนิยม
	S11	ความเข้าใจในภาษาที่ใช้ตั้งคำถาม
สาธารณรัฐเช็ค	S8	การแก้ปัญหาใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้ยเคย
ฟินแลนด์	S2	การใช้คุณสมบัติและความสัมพันธ์ของจำนวน ได้แก่ ความเข้าใจด้านตัวเลขหรือเส้นจำนวน
ฮ่องกง	C3	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของพีชคณิตเบื้องต้น
	C4	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของเรขาคณิตแบบ 2 มิติ
ญี่ปุ่น	C5	ข้อมูล ความน่าจะเป็น และสถิติพื้นฐาน
	S6	รูปแบบและความสัมพันธ์ (ทักษะการคิดแบบอุปนัย)
	P3	การใช้ความรู้ด้านการตัดสินใจในเลขคณิตและเรขาคณิต
	P5	การให้เหตุผลเชิงตรรกะ ได้แก่ การให้เหตุผลเป็นรายกรณี ทักษะการคิดแบบนิรนัย ถ้า...แล้ว... ความจำเป็นและความเพียงพอ และทักษะในการสรุปอ้างอิง
	P6	การค้นหาปัญหา การคิดวิเคราะห์ การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ การคิดแบบอุปนัย
เกาหลี	C4	มโนทัศน์พื้นฐานและการดำเนินการของเรขาคณิตแบบ 2 มิติ
	S3	การใช้รูปภาพ ตาราง แผนภูมิ และกราฟ
	P9	กาจัดการข้อมูลและกระบวนการ
	P10	การอ่านเชิงปริมาณและเชิงตรรกะ
เนเธอร์แลนด์	S5	การประเมิน การพิสูจน์ และการตรวจสอบตัวเลือก
	P7	การสร้าง การดู และการอ่านภาพและกราฟ
สิงคโปร์	S7	การใช้เหตุผลเชิงสัดส่วน
	P1	การตีความหมายหรือการสร้างสมการ และแก้สมการจากปัญหาที่กำหนดให้
	P2	การใช้ความรู้ด้านการคำนวณในเลขคณิตและเรขาคณิต
	P4	การใช้กฎในพีชคณิต
	S10	ข้อสอบแบบอัตนัย

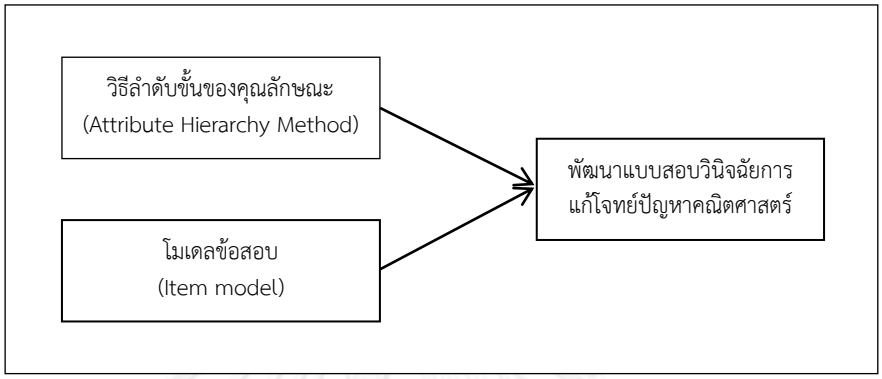
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตอนที่ 7 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีและกรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการนำวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method : AHM) และโมเดลข้อสอบ (Item model) มาประยุกต์ใช้ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และนำกระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยไปเขียนเป็นคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยสำหรับครูประถมศึกษา เพื่อให้ครูสามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยได้ด้วยตนเอง และนำแบบสอบที่สร้างได้ไปวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียน สุดท้ายจะทำให้ครูได้ผลการวินิจฉัยนักเรียนเป็นรายบุคคลที่เป็นประโยชน์ต่อพัฒนาการจัดการเรียนการสอนของครูและพัฒนานักเรียนให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและชัดเจนในเรื่องนั้น ๆ

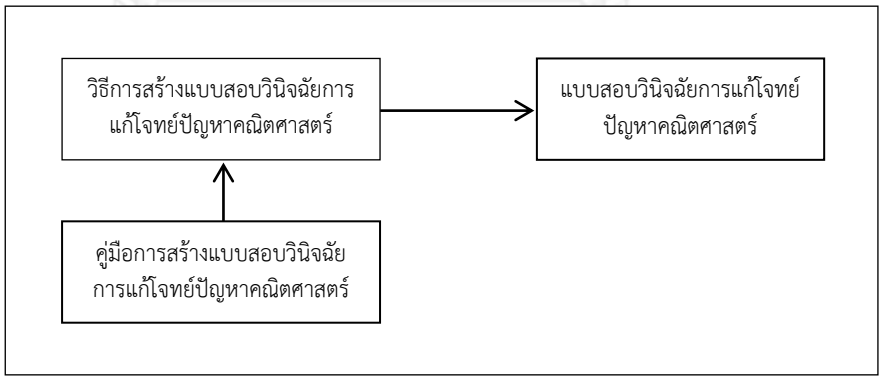
กรอบแนวคิดที่นำเสนอในตอนนี้แบ่งออกเป็น 2 กรอบแนวคิด คือ กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี และกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้

กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีเป็นการนำเสนอให้เห็นถึงการพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ ดังภาพที่ 2.20



ภาพที่ 2.20 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี

เมื่อได้กระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบแล้ว สิ่งที่ตามมาคือ การนำขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยมาเขียนเป็นคู่มือสำหรับครูประถมศึกษา จากนั้นให้ครูสร้างแบบสอบวินิจฉัยผ่านการใช้คู่มือ และผลที่ได้คือ แบบสอบวินิจฉัยที่ครูสร้างขึ้น ซึ่งแสดงเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพที่ 2.21

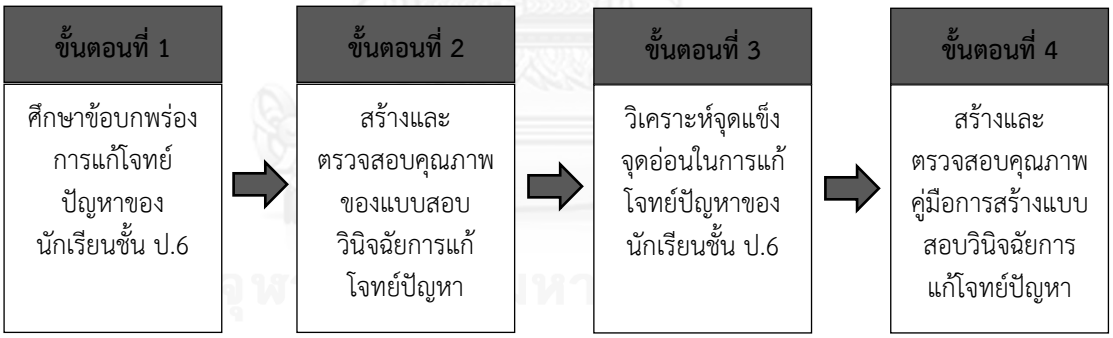


วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ

ภาพที่ 2.21 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีวิจัยและพัฒนา (research and development) มีวัตถุประสงค์การวิจัย 4 ประการ ดังนี้ 1) เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 2) เพื่อสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ และตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้นในด้านความเที่ยง ความตรง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก 3) เพื่อวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน และ 4) เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ การดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 2) สร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ 3) วิเคราะห์จุดแข็งจุดอ่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และ 4) สร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้



ภาพที่ 3.1 การดำเนินการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอรายละเอียดของวิธีการดำเนินการวิจัยออกเป็น 4 ขั้นตอนตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

การดำเนินการวิจัยระยะนี้เป็นการศึกษาข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และศึกษาหน่วยการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด มีขั้นตอนดังนี้

1. สัมภาษณ์ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 10 คน ตามประเด็นการสัมภาษณ์ที่เตรียมไว้

2. รวบรวมข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ครูคณิตศาสตร์ จากนั้นสรุปประเด็นที่เกี่ยวกับข้อบกพร่องของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และสรุปหน่วยการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด

3. นำข้อมูลที่ได้ไปใช้ในระยะที่ 2 เพื่อกำหนดเนื้อหาที่ใช้ในการวินิจฉัยข้อบกพร่องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตัวอย่างวิจัย

ตัวอย่างวิจัย คือ ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 10 คน ที่มาจากการเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling) โดยเป็นครูสังกัดสำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) จำนวน 4 คน และสังกัดสำนักงานคณะกรรมการศึกษาเอกชน (สช.) จำนวน 6 คน มีเกณฑ์การเลือกตัวอย่างดังนี้

1. จบการศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา
2. มีประสบการณ์ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มาไม่น้อยกว่า 3 ปี
3. ยินดีสละเวลาและเต็มใจที่จะให้ความร่วมมือในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การสร้างแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2551 เพื่อศึกษาหน่วยการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบอยู่ ซึ่งผู้วิจัยศึกษาจากแหล่งเอกสารต่าง ๆ ดังนี้
   - หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   - คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
- แบบฝึกหัดทักษะรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
- คู่มือประกอบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของสำนักพิมพ์ต่าง ๆ

2. สร้างแบบสัมภาษณ์ โดยแบ่งประเด็นการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเด็นหลักดังนี้
   1) ข้อมูลเกี่ยวกับข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ป.6 โดยมีข้อคำถามเกี่ยวกับทักษะที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และสาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้
   2) หน่วยการเรียนรู้ที่นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีข้อบกพร่องมากที่สุดซึ่งคัดเลือกหน่วยการเรียนรู้ที่มีโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบอยู่ ได้แก่
      - หน่วยการเรียนรู้เรื่องจำนวนนับ และการบวก การลบ การคูณ การหาร
      - หน่วยการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน และการบวก การลบ การคูณ การหาร
      - หน่วยการเรียนรู้เรื่องสมการและการแก้สมการ
      - หน่วยการเรียนรู้เรื่องรูปสี่เหลี่ยม
      - หน่วยการเรียนรู้เรื่องรูปวงกลม
      - หน่วยการเรียนรู้เรื่องบทประยุกต์
      - หน่วยการเรียนรู้เรื่องรูปเรขาคณิตศาสตร์สามมิติและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในประเด็นที่เกี่ยวกับข้อบกพร่องของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และหน่วยการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดด้วยการวิเคราะห์เนื้อหา (content analysis) และการวิเคราะห์ความถี่ (frequency)

ขั้นตอนที่ 2 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การดำเนินการวิจัยในระยะนี้มีจุดเน้นอยู่ที่กระบวนการสร้างแบบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ซึ่งข้อมูลและประสบการณ์ต่าง ๆ เช่น ปัญหาที่เกิดระหว่างจากการสร้างแบบวินิจฉัย วิธีการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น และข้อเสนอแนะเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยจะเป็นข้อมูลที่นำไปเขียนเป็นคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา

การสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีวิธีการดำเนินการดังนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method) และโมเดลข้อสอบ (item model)

2. ดำเนินการสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ โดยนำข้อมูลที่ได้จากระยะที่ 1 มาใช้ในการคัดเลือกเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย

3. นำแบบสอบวินิจฉัยไปตรวจสอบคุณภาพด้านความตรงเชิงเนื้อหา (content validity) โดยพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน และปรับปรุงข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

4. นำแบบสอบวินิจฉัยไปทดลองใช้ เพื่อหาคุณภาพของแบบสอบด้านความยาก (difficulty) และอำนาจจำแนก (discrimination) ตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม ความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายใน (internal consistency) และความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจ (inter-rater reliability)

5. นำแบบสอบที่ผ่านการทดลองใช้ไปเก็บข้อมูลจริงเพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยตามทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่ (item response theory) โดยใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์

7. นำแบบสอบวินิจฉัยที่ผ่านการตรวจคุณภาพแล้วไปสร้างเป็นโมเดลข้อสอบ (item model)

8. นำแบบสอบวินิจฉัยที่สร้างเป็นโมเดลข้อสอบเรียบร้อยแล้วไปเขียนเป็นโปรแกรมสร้างข้อสอบอัตโนมัติ โดยโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัย คือ โปรแกรม Microsoft Excel

ตัวอย่างวิจัย

ตัวอย่างวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1,800 คน ได้รับแบบสอบกลับมาจำนวน 1,252 ฉบับ คิดเป็นอัตราการตอบกลับร้อยละ 70 มีขั้นตอนการสุ่มตัวอย่างดังนี้

1. แบ่งการสุ่มตัวอย่างตามภูมิภาคทั้ง 6 ภูมิภาค ได้แก่ ภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคกลาง ภาคตะวันออก ภาคตะวันตก และภาคใต้

2. สุ่มจังหวัดจากทั้ง 6 ภูมิภาค ภูมิภาคละ 5 จังหวัด รวมทั้งหมด 30 จังหวัด ด้วยวิธีการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling)

3. สุ่มโรงเรียนจากจังหวัดทั้ง 30 จังหวัด จังหวัดละ 1 โรงเรียน โรงเรียนละ 60 คน รวมทั้งหมด 1,800 คน ด้วยวิธีการสุ่มอย่างง่าย

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลด้วยตนเองและส่งทางไปรษณีย์ สำหรับการเก็บข้อมูลทางไปรษณีย์มีการดำเนินการดังนี้

1. ผู้วิจัยโทรศัพท์ติดต่อไปที่ฝ่ายวิชาการของโรงเรียนเพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล และสอบถามรายชื่อและเบอร์โทรศัพท์ติดต่อของครูที่ทำหน้าที่รับผิดชอบเก็บข้อมูลนักเรียน สำหรับการขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลทางไปรษณีย์ ผู้วิจัยได้ส่งของที่ระลึกไปพร้อมกับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อเป็นการแสดงความขอบคุณที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2. ผู้วิจัยโทรศัพท์ติดต่อกับครูผู้ที่ทำหน้าที่รับผิดชอบการเก็บข้อมูล เพื่ออธิบายขั้นตอนการเก็บข้อมูลอย่างละเอียด ได้แก่ การจัดห้องสอบ เวลาที่ใช้ในการสอบ คำชี้แจงที่อยู่ในแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และนัดหมายเกี่ยวกับวันที่ส่งแบบสอบถามกลับมาที่ผู้วิจัย สำหรับการติดต่อกับครูผู้รับผิดชอบเก็บข้อมูลโดยตรงนั้นถือเป็นการสร้างความคุ้นเคยระหว่างผู้วิจัยกับครูและเป็นการติดตามความก้าวหน้าในการเก็บข้อมูล หากครูเกิดความสงสัยเกี่ยวกับการเก็บข้อมูลหรือ

คำชี้แจงที่อยู่ในแบบสอบวินิจฉัย ครูก็จะสามารถโทรศัพท์สอบถามกับผู้วิจัยได้โดยตรงซึ่งทำให้ผู้วิจัยได้ข้อมูลที่มีความถูกต้องและตรงกับวัตถุประสงค์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3. หากยังไม่ได้รับแบบสอบถามกลับคืนมาตามที่ได้นัดหมายไว้ ผู้วิจัยได้โทรศัพท์ติดต่อกลับไปอีกครั้งเพื่อติดตามการเก็บข้อมูลของครู พร้อมทั้งส่งของที่ระลึกเป็นการขอบคุณไปยังครูผู้ที่รับผิดชอบเก็บข้อมูลนักเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ จำนวน 17 ข้อ โดยแบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นเป็นแบบสอบที่เรียงจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะขั้นที่สูงกว่าหรือเรียงจากข้อง่ายไปข้อยาก แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นแบบสอบผสมระหว่างข้อสอบปรนัยและอัตนัย และข้อสอบทุกข้อตรวจให้คะแนนแบบ 0-1 โดยข้อที่ 1 เป็นข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก และข้อที่ 2 - 17 เป็นข้อสอบอัตนัยให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยด้านความตรงเชิงเนื้อหา (content validity) ซึ่งพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ และนำคะแนนที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (item objective congruence: IOC) ซึ่งพิจารณาจากค่าเฉลี่ยคะแนนการตัดสินของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดเป็นเกณฑ์ ถ้าข้อใดมีค่า IOC สูงกว่า 0.5 ถือว่าข้อสอบวัดได้ตรงตามวัตถุประสงค์ สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามที่สร้างขึ้นกับคุณลักษณะของข้อสอบที่ได้จากเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะข้อสอบ (Q-matrix) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับคุณลักษณะของข้อสอบที่ได้จาก (Q-matrix)

$\sum R$ คือ ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. การวิเคราะห์ค่าความยาก (difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (discrimination) ของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่ (item response theory) โดยใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ ได้แก่ พารามิเตอร์ค่าความยาก (b) และค่าอำนาจจำแนก (a) ด้วยโปรแกรม IRTPRO 2.1

3. การวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยด้านความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจ (interater reliability) โดยนำคะแนนที่ได้จากแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และคะแนนที่ได้จากการตรวจให้คะแนนของครูคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คน มาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson's Product moment correlation) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$r = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2 - \right]\left[N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2 - \right]}}$$

เมื่อ r คือ ขนาดของความสัมพันธ์

X คือ คะแนนที่ได้จากแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

Y คือ คะแนนที่ได้จากการตรวจให้คะแนนของครูคณิตศาสตร์

N คือ จำนวนนักเรียน

4. การวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้านความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายใน (internal consistency) ด้วยวิธีของฮอยท์ (Hoyt's reliability) มีสูตรการคำนวณดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$$\Gamma_{xx'} = 1 - \frac{MS_{residual}}{MS_{persons}}$$

เมื่อ $\Gamma_{xx'}$ คือ สัมประสิทธิ์ความเที่ยงของแบบสอบ

$MS_{residual}$ คือ ความแปรปรวนของคะแนนความคลาดเคลื่อน

$MS_{persons}$ คือ ความแปรปรวนของคะแนนผู้สอบ

ขั้นตอนที่ 3 การวิเคราะห์จุดแข็งจุดอ่อนของนักเรียน

การดำเนินการในระยะนี้ เป็นการนำผลการตอบข้อสอบของนักเรียนจำนวน 1,252 คนมาวิเคราะห์คะแนนเชิงวินิจฉัยโดยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีเบย์ด้วยโปรแกรม Microsoft Excel ที่สร้างขึ้น สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการวินิจฉัยจุดแข็งจุดอ่อนของนักเรียนเป็นรายคุณลักษณะใช้เกณฑ์ของ Griel, Wang และ Zhou (2008) ดังนี้

ร้อยละ 0 – 40	หมายถึง	นักเรียนขาดความรู้ในคุณลักษณะนั้น ๆ กล่าวคือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในคุณลักษณะนั้น ๆ (non-mastery)
ร้อยละ 41 – 60	หมายถึง	นักเรียนมีความรู้บางส่วนในคุณลักษณะนั้น ๆ กล่าวคือ เมื่อนักเรียนทำข้อสอบที่วัดคุณลักษณะเดียวกัน บางครั้งอาจจะทำถูก บางครั้งอาจจะทำผิด แต่ผิดเพราะยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแฝงอยู่ (partial mastery)
ร้อยละ 61 – 100	หมายถึง	นักเรียนมีความรู้ในคุณลักษณะนั้น ๆ อย่างชัดเจน (mastery)

ตัวอย่างวิจัย

ตัวอย่างวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1,252 คน มาจากการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับกลุ่มที่ใช้เก็บข้อมูลจริงเพื่อตรวจคุณภาพของแบบสอบในขั้นตอนที่ 2

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน จำนวน 17 ข้อ ที่มีการตรวจให้คะแนนแบบ 0,1 โดยเป็นแบบสอบผสมระหว่างข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 1 ข้อ และอัตนัย จำนวน 16 ข้อ

การวิเคราะห์ข้อมูล

การการคำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยในรูปความน่าจะเป็นของความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะ (attribute probabilities) ตามวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะที่ประยุกต์ใช้ทฤษฎีของเบย์ (Baye's theorem) มีรายละเอียดดังนี้

กำหนดให้	A_i	แทนด้วย	คุณลักษณะที่ i โดยที่ i = 1, 2, 3, ..., 8
	$A_{i,j}$	แทนด้วย	คุณลักษณะที่ i ของข้อสอบข้อที่ j โดยที่ i = 1, 2, 3, ..., 8 และ j = 1, 2, 3, ..., 17

$$P\left(A_i \middle| Information\right) = \sum_{j=1}^{17} P\left(A_{i,j} \middle| Information\right) \quad \left(\text{เนื่องจาก } P(A) = \sum_{\forall i} P\left(A_i\right)\right)$$

โดยที่ $P\left(A_i \middle| Information\right)$ คือ ความน่าจะเป็นความรอบรู้ของคุณลักษณะที่ i เมื่อทราบข้อมูลการตอบข้อสอบของนักเรียนและโอกาสในการตอบถูกและตอบผิดซึ่งเรียกว่า น้ำหนัก (weight)

Information คือ ข้อมูลการตอบข้อสอบเป็นรายข้อของนักเรียน (response) ซึ่งข้อมูลนี้เป็นข้อมูลเชิงประจักษ์ที่ได้จากการเก็บรวบรวมมา และโอกาสในการตอบถูกคิดเป็นร้อยละ 50 และโอกาสในการตอบผิดคิดเป็นร้อยละ 50 เช่นกันเป็นข้อมูลที่ผู้วิจัยสมมติขึ้นมา (assume) เรียกว่า น้ำหนัก

เช่น $P\left(A_1 \middle| Information\right) = \sum_{j=1}^{17} P\left(A_{1,j} \middle| Information\right)$

$= P\left(A_{1,1} \middle| Information\right) + P\left(A_{1,2} \middle| Information\right) + \ldots + P\left(A_{1,17} \middle| Information\right)$

จากสมการข้างต้น $P\left(A_1 \middle| Information\right)$ หมายถึง ความน่าจะเป็นของคุณลักษณะที่ 1 ซึ่งเกิดจากผลรวมของความคุณลักษณะที่ 1 ที่แสดงอยู่ในทุกข้อสอบทุกข้อตั้งแต่ข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 17

การคำนวณความน่าจะเป็นของคุณลักษณะที่ i จะนำทฤษฎีของเบย์ (bayes, theorem) มาประยุกต์ใช้คำนวณ ดังนี้

จากทฤษฎีของเบย์

$$P\left(A_i \middle| B\right) = \frac{P\left(B \middle| A_i\right)P\left(A_i\right)}{\sum_{\forall j} P\left(B \middle| A_j\right)P\left(A_j\right)}$$

จะได้ว่า

$$P\left(A_{i,j} \middle| Information\right) = \frac{P\left(Information \middle| A_{i,j}\right)P\left(A_{i,j}\right)}{\sum_{j=1}^{17} P\left(Information \middle| A_{i,j}\right)P\left(A_{i,j}\right)}$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$$= \frac{\left(weight_j \times answer_j\right)P\left(A_{i,j}\right)}{\sum_{j=1}^{17}\left(weight_j \times answer_j\right)P\left(A_{i,j}\right)}$$

โดยที่ $P\left(A_{i,j}\right)$ หมายถึง ความน่าจะเป็นที่คุณลักษณะที่ i จะอยู่ในข้อที่ j
เช่น ข้อสอบทุกข้อมีคุณลักษณะที่ 1 ปรากฏอยู่ จะได้ว่า

$$P\left(A_{1,1}\right) = \frac{1}{17}$$
$$P\left(A_{1,2}\right) = \frac{1}{17}$$
$$\vdots$$
$$P\left(A_{1,17}\right) = \frac{1}{17}$$

$weight_j$ หมายถึง โอกาสในการตอบถูกและตอบผิดในข้อที่ j

$$weight_j = \frac{\frac{1}{2^{n_j}}}{\sum_{j=1}^{17}\frac{1}{2^{n_j}}}$$ ซึ่ง n_j คือ จำนวน attribute ที่วัดในข้อที่ j

และ $$\sum_{\forall_j} weight_j = 1$$

เช่น $$weight_1 = \frac{\frac{1}{2^1}}{\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^8}}$$

โดยที่ ข้อ 1 วัด A1 ดังนั้น $n_1 = 1$ จะได้ $\frac{1}{2^{n_1}} = \frac{1}{2^1}$

ข้อ 2 วัด A1,A2 ดังนั้น $n_2 = 2$ จะได้ $\frac{1}{2^{n_2}} = \frac{1}{2^2}$

ข้อ 3 วัด A1,A2,A3 ดังนั้น $n_3 = 3$ จะได้ $\frac{1}{2^{n_3}} = \frac{1}{2^3}$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ขั้นตอนที่ 4 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัย

การวิจัยในระยะนี้เป็นการนำข้อมูลและประสบการณ์ของผู้วิจัยที่ได้จากการกระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะมาเขียนเป็นคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือ มีการดำเนินการดังนี้

1. นำกระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน ตลอดจนปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาที่พบระหว่างการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประใช้โมเดลของสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะมาเขียนเป็นคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการอธิบายรายละเอียดของกระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยภาษาที่เข้าใจง่าย และมีความเหมาะสมกับผู้ใช้

2. ตรวจสอบคุณภาพของคู่มือด้านความตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมในการนำไปใช้ โดยใช้ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน ประกอบด้วย ครูคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษา จำนวน 3 คน ผู้เชี่ยวชาญที่จบด้านการสอนคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จำนวน 1 คน และผู้เชี่ยวชาญที่จบด้านคณิตศาสตร์บริสุทธิ์หรือคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ จำนวน 1 คน

3. ปรับปรุงคู่มือตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ และนำคู่มือไปให้ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ได้ทดลองใช้และสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามรายละเอียดในคู่มือ โดยผู้วิจัยทำการลงพื้นที่สัปดาห์ละ 1 ครั้งเป็นเวลา 1 เดือน เพื่อติดตามความก้าวหน้าในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตลอดจนสัมภาษณ์ครูเกี่ยวกับปัญหาและอุปสรรคระหว่างการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากคู่มือ รายละเอียดของการลงพื้นที่ดังนี้

สัปดาห์ที่ 1 ลงพื้นที่เพื่อแนะนำคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา และนำคู่มือให้ครูไปศึกษารายละเอียดต่าง ๆ ภายในคู่มือ และนัดหมายครูเกี่ยวกับการลงพื้นที่ครั้งต่อไป

สัปดาห์ที่ 2 – 4 ผู้วิจัยลงพื้นที่เพื่อติดตามการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งสังเกตวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยการประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ

ตัวอย่างวิจัย

ตัวอย่างวิจัย คือ ครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 คน มาจากการเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling) โดยครูจำนวน 2 คน มีอายุอยู่ระหว่าง 45 - 50 ปี และครูอีก 1 คน มีอายุ 30 - 35 ปี มีเกณฑ์ในการเลือกตัวอย่างดังนี้

1. จบการศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา
2. มีประสบการณ์ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มาไม่น้อยกว่า 3 ปี

3. ยินดีสละเวลาและเต็มใจที่จะให้ความร่วมมือในการวิจัย ซึ่งครูต้องใช้ความพยายามในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยจากคู่มือและผู้วิจัยต้องนัดหมายและติดตามความก้าวหน้าในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยจากครูถึง 4 ครั้ง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. คู่มือการสร้างแบบการสร้างแบบสอบวินิจฉัยสำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ

2. แบบบันทึกประเด็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการประเมินความเหมาะสมของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา โดยมีประเด็นการสัมภาษณ์ ดังนี้

1) เนื้อหา มี 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านเนื้อหาสาระหรือรายละเอียดในคู่มือตรงประเด็นกับเรื่องที่ศึกษา (2) ด้านการนำเสนอเนื้อหาเหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ของผู้ที่จะศึกษา (3) ด้านข้อมูลที่นำมาใช้ในคู่มือที่ผู้อ่านสามารถประยุกต์ใช้ได้ และ (4) ด้านการนำเสนอตัวอย่างประกอบ

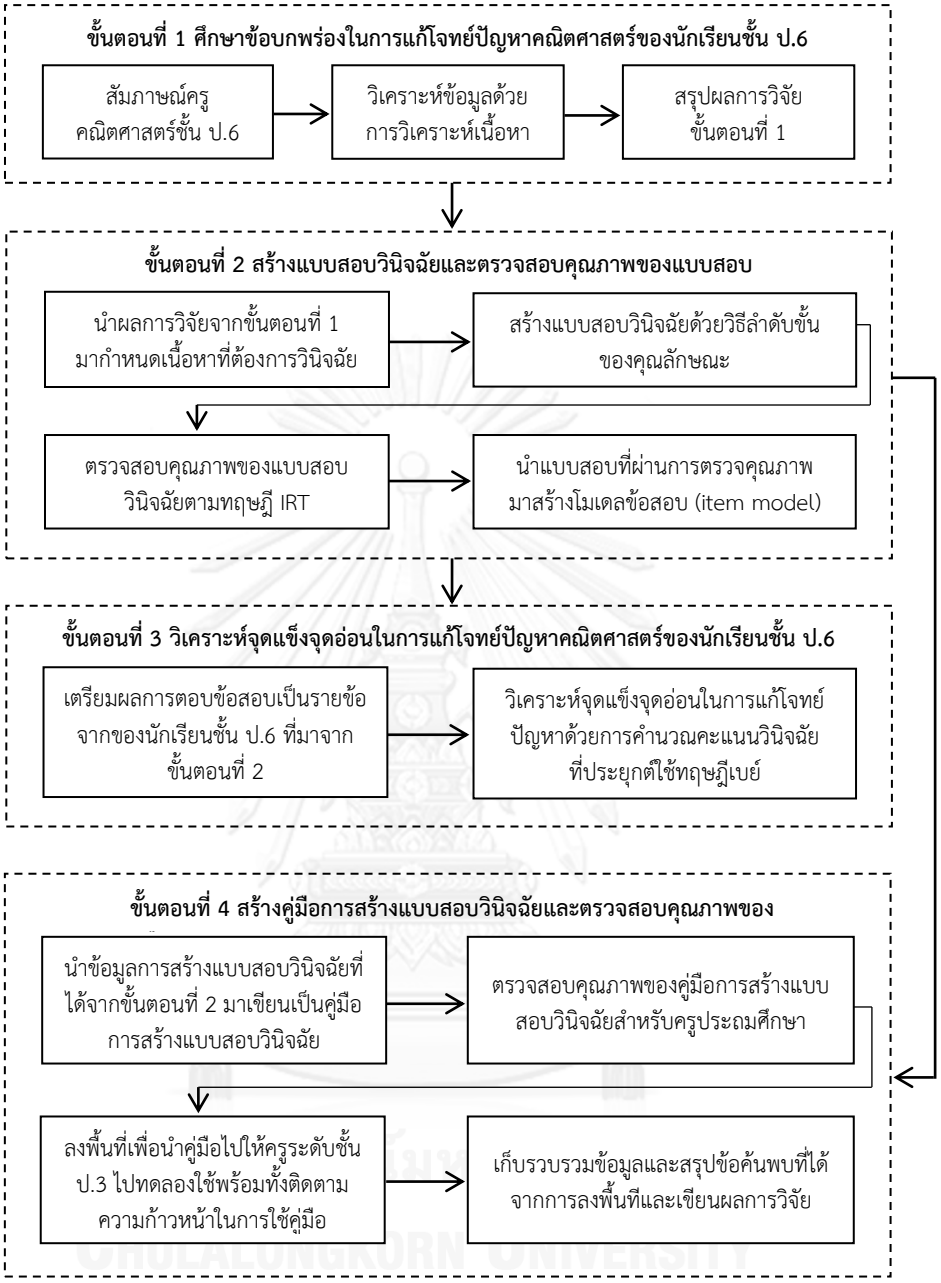
2) ด้านรูปแบบ มี 5 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านตัวอักษรที่ใช้ ตัวโต อ่านง่าย เหมาะกับผู้ใช้คู่มือ (2) ด้านภาพประกอบ (3) ด้านการจัดรูปเล่ม (4) ด้านการใช้ถ้อยคำสำนวนภาษา และ (5) ด้านระบบการนำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน

3) คุณภาพด้านการนำไปใช้ มี 2 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านระบุวิธีใช้คู่มือ และ (2) ด้านตัวอย่างประกอบเพื่อให้สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (content analysis) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University



ภาพที่ 3.2 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการนำวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method : AHM) และโมเดลข้อสอบ (item model) มาประยุกต์ใช้กับกระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ 1) เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 2) เพื่อสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ และตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้นในด้านความเที่ยง ความตรง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก 3) เพื่อวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน และ 4) เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตอนที่ 2 ผลการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน

ตอนที่ 4 ผลการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

การวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการสัมภาษณ์ครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 10 ท่าน ซึ่งผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1.1 การวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า 1) นักเรียนอ่านหนังสือไม่ออกหรืออ่านหนังสือไม่คล่องทำให้เกิดปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 2) นักเรียนมักจะตีความข้อความในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ผิด 3) นักเรียนไม่ชอบอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยาวเกินไป 4) นักเรียนไม่มีความอดทนและไม่ชอบอ่าน

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 5) เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แล้ว นักเรียนบางคนไม่ทราบว่าจะสมมติอะไร หรือไม่ทราบว่าต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างที่กำหนดมาให้ในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มาช่วยในการวิเคราะห์หาวิธีการแก้โจทย์ปัญหา 6) นักเรียนมีปัญหากับการตีความหมายของคำสำคัญในข้อความของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทำให้ไม่สามารถที่จะนำมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ 7) เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่เข้าใจ ก็จะทำให้นักเรียนเดาคำตอบของโจทย์โดยไม่ได้มีกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหา

“...นักเรียนอ่านหนังสือไม่ออก ไม่คล่อง ตีความตามที่โจทย์ถามผิด นักเรียนไม่ชอบอ่านโจทย์ปัญหาที่ยาวมากๆ ทำให้ไม่อยากทำ ไม่รู้ว่าโจทย์ถามอะไร กำหนดประโยคสัญลักษณ์ผิด...”

(ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาคนที่ 1)

“...เวลาอ่านโจทย์ นักเรียนไม่ชอบวิเคราะห์โจทย์ เขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง นักเรียนชอบตีความคำศัพท์ในโจทย์ปัญหาผิด นักเรียนไม่รู้ว่าจะเริ่มแก้โจทย์ปัญหาตรงไหน...”

(ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาคนที่ 5)

“...บางคนมีปัญหาในการอ่านทำให้แก้โจทย์ปัญหาไม่ได้ บางคนไม่รู้คำศัพท์บอกลักษณะของเครื่องหมายในทางคณิตศาสตร์ เช่น คำใดหมายถึงการบวก การลบ ...”

(ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาคนที่ 7)

จากข้อบกพร่องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์กล่าวสามารถสรุปเป็นข้อบกพร่อง 3 ด้านหลัก ๆ ดังนี้ 1) ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหา 2) การตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และ 3) การคำนวณ ซึ่งข้อบกพร่องทั้ง 3 ด้านนั้นจะมีถูกนำไปกำหนดคุณลักษณะที่ต้องการวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียนด้วยการประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method)

1.2 การสำรวจหน่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด

ผลการสำรวจหน่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด ได้แก่ เศษส่วน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการบวกและการลบเศษส่วน เนื่องจากนักเรียนจะเกิดความสับสนกับแนวคิดของการคูณและการหารเศษส่วน ทำให้นักเรียนมักจะทำผิดอยู่เสมอ และเนื้อหาเกี่ยวกับร้อยละ กำไร ขาดทุน โดยเนื้อหานี้นักเรียนจะไม่สามารถเทียบบัญญัติไตรยางศ์ได้ และบางครั้งถ้านักเรียนไม่เข้าใจเรื่องเศษส่วนก็จะทำให้ไม่สามารถทำเรื่องนี้ได้ รองลงมาคือ เนื้อหาเกี่ยวกับสมการ โดยข้อบกพร่องที่พบมากในเรื่องนี้คือ การสมมติตัวแปรแล้วเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียน

บางคนไม่ทราบว่าจะต้องกำหนดอะไรเป็นตัวแปรในสมการ และนักเรียนบางคนไม่สามารถการแก้สมการได้เพราะขาดแนวคิดเรื่องการแก้สมการและการคำนวณ ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 จำนวนหน่วยการเรียนรู้ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด

	หน่วยการเรียนรู้	จำนวน	ร้อยละ
1.	จำนวนนับ และการบวก การลบ การคูณ การหาร	0	0
2.	เศษส่วน และการบวก การลบ การคูณ การหาร	10	100
3.	สมการและการแก้สมการ	8	80
4.	รูปสี่เหลี่ยม	0	0
5.	รูปวงกลม	0	0
6.	บทประยุกต์	10	100
7.	รูปเรขาคณิตศาสตร์สามมิติและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	0	0

“...เนื้อหาที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุดเหรอ เรื่องจำนวนนับนี่ตัดออกไปเลย เด็กไม่มีปัญหา ทำได้ เศษส่วนกับสมการเก็บไว้ก่อน รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลมไม่มีปัญหานะ เด็กจะทำได้เพราะมีสูตรมาให้ไม่ต้องคิดอะไรมาก แทนค่าอย่างเดียว ส่วนบทประยุกต์เก็บไว้ด้วยเรื่องนี้ยากมาก เด็กทำไม่ได้ จะงงมาก สุดท้ายพวกปริมาตรเรื่องนี้เหมือนสี่เหลี่ยมวงกลม ทำได้ เพราะมีสูตรมาให้เหมือนกัน ที่นี้เหลือเศษส่วน สมการ บทประยุกต์ ถ้าให้เลือกเรื่องที่เด็กมีปัญหามากสุดก็เศษส่วนกับบทประยุกต์นะ เด็กไม่ได้พอ ๆ กัน ส่วนสมการเด็กทำได้มากกว่าสองเรื่องแรกที่บอก ...”

(ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาคนที่ 1)

“....ครูเลือกโจทย์ปัญหาเรื่องเศษส่วนกับบทประยุกต์ที่นักเรียนทำไม่ได้มากที่สุด แล้วก็สมการ ส่วนเรื่องอื่นก็ทำได้กันนะ เพราะโจทย์ไม่ได้ซับซ้อนอะไร ถ้ามีสูตรมาให้ก็ทำได้ นักเรียนชอบจำ ไม่ชอบเข้าใจ อีกอย่างโจทย์พวกนี้ถามตรง ๆ ไง นักเรียนก็ได้กัน ถ้าเป็นเรื่องเศษส่วนกับโจทย์กำไร ขาดทุนเหรอ ไม่ได้เลย จะได้แต่เด็กเก่ง ๆ เด็กปานกลางถึงอ่อนจะงงมาก โดยเฉพาะบวกลบเศษส่วนชอบตัดเลข สับสนกับคูณเศษส่วน บางทีเศษบวกเศษส่วนบวกส่วนก็มี แล้วแต่เด็กจะคิด ถ้าไม่ได้เศษส่วนนะ อย่างไป

หวังเรื่องร้อยละ กำไร อะไรพวกนี้ เพราะจะไม่ได้เหมือนกัน เรื่องพวกนี้เชื่อมโยงกัน ถ้าได้เศษส่วนจะได้ร้อยละ กำไร ด้วยเพราะต้องใช้เศษส่วนไง ส่วนสมการที่ไม่ได้ ก็เพราะไม่กำหนดตัวแปรไม่เป็น อ่านโจทย์แล้วไม่รู้ว่าจะให้อะไรเป็นตัวแปร สับสน แล้วก็บางคนแก้สมการไม่ได้ จับมาบวก ลบ คูณ หารแบบมั่วไปหมด...”

(ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาคนที่ 2)

“...พี่เลือกเศษส่วนกับบทประยุกต์ที่เด็กมีข้อบกพร่องมากที่สุด ส่วนเรื่องอื่น ๆ พี่ว่าเค้าทำได้กันนะ ไม่มีปัญหา แต่เศษส่วนนี่สิสอนยังไงก็ไม่เข้า พยายามหาสิ่งของจริง ๆ มายกตัวอย่างแล้วก็ไม่ได้ จะนึกภาพไม่ออก ยิ่งถ้าสอนเรื่องการบวกลบเศษส่วนนะ ยิ่งไปกันใหญ่ ถ้าสอนที่ละเรื่องหนะทำได้ ที่ละเรื่องหมายความว่าสอนแต่บวกนะ ฉันทำได้ สอนลบอย่างเดียวก็ทำได้ เด็กจะงงตั้งแต่ตัวส่วนไม่เท่ากันแล้ว บางคนไม่หา ค.ร.น ไม่ได้ ก็จบ บางคนหาได้แต่คูณแค่ตัวส่วน ตัวเศษไม่คูณ อะไรแบบนี้ เหมือนเค้าจะมีความคิดที่ไม่ชัดเจน ส่วนคูณหารถ้าท่องสูตรคูณไม่ได้ก็จบ หารไม่เป็นก็จบ พวกนี้เป็นพื้นฐานสำคัญนะพี่เจอเยอะแบบนี้ อ้อแล้วก็บทประยุกต์เรื่องนี้ไม่ได้เลย เค้าจะไม่เข้าใจว่า ทำไมต้องหากำไร ทำไมต้องเทียบกับ 100 พี่ว่าเป็นเรื่องที่ซับซ้อนสำหรับเค้านะ...”

(ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาคนที่ 3)

จากข้อค้นพบข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปข้อบกพร่องที่สำคัญต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้ 1) นักเรียนมีข้อบกพร่องที่การอ่านโจทย์ปัญหา ทำให้ไม่สามารถแยกได้ว่า “สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร” และ “สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร” 2) นักเรียนไม่สามารถตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ที่บอกถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งหมายถึงการบวก การลบ การคูณ และการหารได้ 3) นักเรียนมีปัญหาทางด้านการคำนวณกล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถแก้สมการ หรือบวก ลบ คูณ หารได้ สำหรับเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้คัดเลือกเพื่อนำไปสร้างแบบสอบวินิจฉัยต่อไปนั้น คือ โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วน เนื่องจากข้อค้นพบที่ได้พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด

ตอนที่ 2 ผลการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้น

ผลการวิจัยส่วนนี้เป็นการนำเสนอขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่สร้างขึ้น โดยผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

2.1 การสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

การสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ครั้งนี้เป็นการนำวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method : AHM) เข้ามามีส่วนในกระบวนการสร้างแบบสอบโดยเริ่มตั้งแต่ขั้นตอนการกำหนดเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัยไปจนถึงขั้นตอนการวิเคราะห์คะแนนความรอบรู้ของนักเรียน และแนวคิดโมเดลข้อสอบ (item model) จะเข้ามามีบทบาทหลังจากที่สร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ สำหรับโมเดลข้อสอบนั้นถูกนำมาใช้กับกระบวนการสร้างข้อสอบเพื่อให้ครูมีจำนวนข้อสอบมากขึ้น โดยที่ข้อสอบยังคงคุณลักษณะเดิมของข้อนั้น ๆ ซึ่งคล้ายกับการสร้างคลังข้อสอบ ทำให้ครูประหยัดเวลาในการสร้างข้อสอบในเนื้อหาเดิม ครูไม่ต้องสร้างข้อสอบเนื้อหาเดิมขึ้นมาใหม่ทุกครั้งที่ต้องการวินิจฉัยนักเรียน ผู้วิจัยขอนำเสนอขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ ดังนี้

1. การกำหนดเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวินิจฉัยครั้งนี้ คือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นการบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันรวมถึงการบวกลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยเนื้อหาที่ผู้วิจัยคัดเลือกนั้นมาจากผลการวิจัยในระยะที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยคัดเลือกจากการสัมภาษณ์ครูเกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนมีจุดบกพร่องมากที่สุด

สำหรับการเลือกเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัยนั้น ควรเลือกเนื้อหาที่มีความเฉพาะเจาะจง ไม่กว้างจนเกินไป ซึ่งจะทำให้ได้คุณลักษณะในเรื่องนั้น ๆ ในจำนวนที่พอเหมาะ ทำให้เมื่อนำไปสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะจะได้โมเดลที่ไม่ซับซ้อนจนเกินไป หากเลือกเนื้อหาที่กว้างมากเกินไป จะทำให้ผู้สร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องนั้น ๆ เป็นจำนวนมาก ซึ่งจำนวนคุณลักษณะที่ได้มานั้น ๆ จะมีผลต่อกระบวนการสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ กล่าวคือ ถ้าโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะมีความซับซ้อนมากเพียงใด การไล่เส้นทางในโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะก็จะซับซ้อนและยากขึ้นเพียงนั้น อีกทั้งยังส่งผลต่อการไล่เส้นทางในโมเดลที่ไม่ถูกต้อง เกิดความสับสนใจไล่เส้นทาง และทำให้ได้เมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบ (Q-matrix) ไม่ครบทุกคุณลักษณะ นอกจากนี้ถ้าในกรณีที่ไล่เส้นทางครบ ก็อาจทำให้ได้ข้อสอบวินิจฉัยจำนวนมากเกินไป ทำให้เมื่อนำไปทดสอบกับนักเรียน อาจทำให้นักเรียนเกิดความเหนื่อยล้าในการทำข้อสอบ และต่อมานักเรียนอาจเดาคำตอบโดยไม่ผ่านการคิด ทำให้ได้ผลการวินิจฉัยที่คลาดเคลื่อน

2. ศึกษาคุณลักษณะทั้งหมดของเนื้อหาที่นำมาวินิจฉัย

ผู้วิจัยทำการศึกษาคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และถอดแบบการคิดจากหนังสือแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่นักเรียนใช้ประกอบการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ผู้วิจัยยังถอดแบบการคิดจากหนังสือแบบฝึกหัดที่มีขายอยู่ทั่วไปตามร้านหนังสือ เพื่อศึกษาคุณลักษณะทั้งหมดที่นำมาใช้ในการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ผู้วิจัยจึงแบ่งการนำเสนอออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้ 1) ผลการศึกษาคุณลักษณะของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 2) ผลการศึกษาคุณลักษณะโดยการถอดแบบการคิดจากหนังสือแบบเรียนของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และหนังสือแบบฝึกหัดทั่วไป และ 3) สรุปคุณลักษณะทั้งหมดที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน มีรายละเอียดดังนี้

<u>1) ผลการศึกษาคุณลักษณะของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551</u>

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และโจทย์ปัญหาการบวกและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ผลการศึกษาคุณลักษณะที่ใช้ในหน่วยการเรียนรู้เรื่องนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาย้อนกลับไปในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 - 5 เนื่องจากนักเรียนจะต้องมีความรู้ในขั้นพื้นฐานของการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและตัวส่วนไม่เท่ากันให้ได้เสียก่อน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาของครูที่มีรายละเอียดอยู่ในคู่มือครูทุกระดับชั้น โดยครูได้นำแนวคิดกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya) มาใช้ในการสอน โดยเริ่มตั้งแต่ การอ่าน การตีความโจทย์ปัญหา ไปจนถึงการคำนวณและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ดังนั้น คุณลักษณะที่ได้จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 มีดังนี้

(1) การอ่านโจทย์ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องตอบคำถามได้ว่า “สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร” และ “สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไรบ้าง”

(2) การตีความคำสำคัญ (key word) ในโจทย์ที่แสดงถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในที่นี้คือ การบวกและการลบ

(3) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

(4) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง

(5) การบวกและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 การวิเคราะห์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 - 6

ระดับชั้น	เนื้อหา
ประถมศึกษาปีที่ 4	- การบวก การลบของเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
ประถมศึกษาปีที่ 5	- การบวก การลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน (ตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง)
	- การบวก การลบระคนของเศษส่วน
	- โจทย์ปัญหาการบวก การลบของเศษส่วน
	- โจทย์ปัญหาการบวก การลบระคนของเศษส่วน
ประถมศึกษาปีที่ 6	- การบวก การลบเศษส่วน
	- การบวก การลบจำนวนคละ
	- การบวก การลบระคนของเศษส่วนและจำนวนคละ
	- โจทย์ปัญหาการบวก การลบของเศษส่วน
	- โจทย์ปัญหาการบวก การลบระคนของเศษส่วน

2) ผลการศึกษาคุณลักษณะโดยการถอดแบบการคิดจากหนังสือแบบเรียนของ สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และหนังสือแบบฝึกหัดทั่วไป

การศึกษาในประเด็นนี้ผู้วิจัยศึกษาได้รวบรวมโจทย์ปัญหาการบวกลบเศษส่วนที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) โดยศึกษาโจทย์ปัญหาทั้งหมดที่รวบรวมได้ ซึ่งพบว่า โจทย์ปัญหามีลักษณะแตกต่างกัน ดังนี้

(1) คำสำคัญที่แสดงถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือคำสำคัญต่าง ๆ ที่แสดงถึงการบวก และการลบมักจะใช้คำว่า เช่น รวม รวมทั้งหมด มากกว่า น้อยกว่า ได้มาเพิ่ม เพิ่มให้อีก ใช้ไป ให้ไป แบ่งให้ แบ่งให้อีก ขายไป ดื่มไป กินไป รับประทานไป ใส่ไป นำไปตัดเสื้อ นำไปทำขนม นำไปทำแกงจืด เป็นต้น แต่คำที่สามารถวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี คือ คำว่า “แบ่งให้” หรือ “แบ่งให้อีก” เนื่องจากคำสองคำนี้จะทำให้นักเรียนสับสนและตีความเป็น “การหาร” เพราะเจอคำว่า “แบ่ง” ในโจทย์เมื่อไร ก็เข้าใจว่า หมายถึง การหาร ซึ่งในความเป็นจริง คำว่า "แบ่ง" ในที่นี้ หมายถึง การบวก หรือ การลบ ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้น นอกจากนี้ยังมีคำว่า “น้อยกว่า” หรือ “มากกว่า” ที่นักเรียนมักจะตีความหมายเป็นการลบทันที โดยมิได้พิจารณาโจทย์อย่างรอบคอบ ซึ่งบางครั้งคำว่า “น้อยกว่า” หรือ“มากกว่า” อาจหมายถึง การบวก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับคำถามของโจทย์ จากตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้น “แบ่งให้” หมายถึง การลบ และ “แบ่งให้อีก” หมายถึง การบวก ดังนั้น โจทย์ที่มีคำว่า “แบ่ง” จึงควรนำมาสร้างข้อสอบเพื่อวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถตีความคำว่า “แบ่ง” ได้ถูกต้องหรือไม่

(2) โจทย์ปัญหาเศษส่วนเป็นโจทย์ที่ให้นักเรียนคิดแบบการบวกหรือการลบเพียงอย่างเดียว และเป็นโจทย์ปัญหาระคนที่ผสมระหว่างการบวกและการลบในข้อเดียวกัน

(3) เศษส่วนและจำนวนคละที่นำมาสร้างโจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนมีหลายลักษณะ ดังนี้

(3.1) โจทย์ปัญหาเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน เช่น $\frac{2}{5}+\frac{4}{5}=\square$ หรือ $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\square$

(3.2) โจทย์ปัญหาเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง เช่น $\frac{7}{9}+\frac{4}{27}=\square$ (27 เป็นพหุคูณของ 9 เพราะ $27 = 9 \times 3$) หรือ $\frac{5}{6}-\frac{3}{12}=\square$ (12 เป็นพหุคูณของ 6 เพราะ $12 = 6 \times 2$)

(3.3) โจทย์ปัญหาเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนเป็นตัวเลขที่ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ และตัวส่วนตัวหนึ่งไม่เป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง เช่น $\frac{2}{4}+\frac{3}{10}=\square$ หรือ $\frac{11}{15}-\frac{7}{20}=\square$

(3.4) โจทย์ปัญหาเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนเป็นตัวเลขที่เป็นจำนวนเฉพาะ เช่น $\frac{3}{7}+\frac{2}{3}=\square$ หรือ $\frac{9}{11}-\frac{1}{5}=\square$

เมื่อศึกษาลักษณะต่าง ๆ ของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน ต่อมาผู้วิจัยจึงถอดแบบการคิดจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ได้คัดเลือกไว้ตามลักษณะต่าง ๆ ข้างต้น ดังนั้น ผลการศึกษาคุณลักษณะโดยถอดแบบการคิดจากหนังสือแบบเรียนของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และหนังสือแบบฝึกหัดทั่วไปมีดังนี้

(1) การอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนสามารถแยกได้ว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร และข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้

(2) การตีความคำสำคัญ (key word) ในโจทย์ที่แสดงถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในที่นี้คือ การบวกและการลบ เช่น แบ่งให้ เพิ่มให้ ขายไป เพิ่มอีก

(3) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

(4) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง

(5) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนตัวหนึ่งไม่เป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง และตัวส่วนไม่ใช่จำนวนเฉพาะ

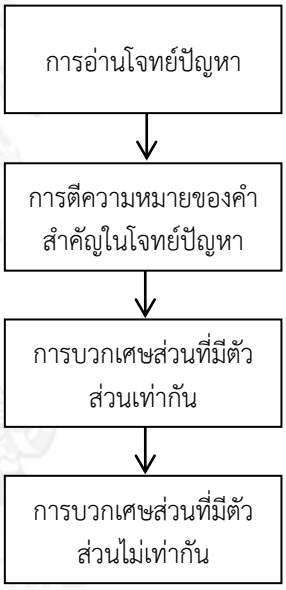
(6) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนทุกตัวเป็นจำนวนเฉพาะ

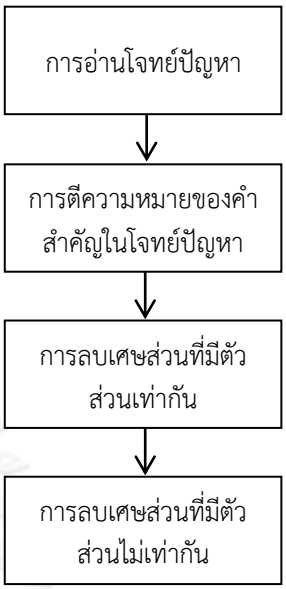
(7) การบวกและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

ตัวอย่างการถอดแบบการคิดจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนและจำนวนคละ แสดงดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ตัวอย่างการถอดแบบการคิดจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
1. โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนเท่ากัน	
1.1 วันแรกพ่อทาสีได้ $\frac{4}{8}$ ของห้อง วันที่สองทาสีได้อีก $\frac{3}{8}$ ของห้อง รวมสองวันพ่อทาสีได้เป็นเศษส่วนเท่าใดของห้อง ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{4}{8}+\frac{3}{8}=\square$ <u>วิธีคิด</u> $\frac{4}{8}+\frac{3}{8}=\frac{4+3}{8}$ $=\frac{7}{8}$ <u>ตอบ</u> $\frac{7}{8}$ ของห้อง	- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้) - การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “รวม” หมายถึง การบวก - การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน การอ่านโจทย์ปัญหา → การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา → การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
1.2 แก้วซื้อริบบิ้นสีขาว $\frac{3}{10}$ เมตร ซื้อริบบิ้นสีฟ้า $\frac{9}{10}$ เมตร แก้วซื้อริบบิ้นสีขาวน้อยกว่าสีฟ้าเท่าใด ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{9}{10}-\frac{3}{10}=\square$ <u>วิธีคิด</u> $\frac{9}{10}-\frac{3}{10}=\frac{9-3}{10}$ $=\frac{6}{10}$ หรือ $\frac{3}{5}$ <u>ตอบ</u> $\frac{6}{10}$ เมตร หรือ $\frac{3}{5}$ เมตร	- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้) - การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “น้อยกว่า” หมายถึง การลบ - การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน การอ่านโจทย์ปัญหา → การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา → การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
2. โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง	
2.1 แม่ซื้อน้ำตาลปีบ $\frac{1}{4}$ กิโลกรัม ซึ่งน้อยกว่าน้ำตาลทราย $\frac{1}{8}$ กิโลกรัม แม่ซื้อน้ำตาลทรายกี่กิโลกรัม ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\square$ <u>วิธีคิด</u> $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\left(\frac{1\times2}{4\times2}\right)+\frac{1}{8}$ $=\frac{2}{8}+\frac{1}{8}$ $=\frac{3}{8}$ <u>ตอบ</u> $\frac{3}{8}$ กิโลกรัม	- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้) - การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “น้อยกว่า” หมายถึง การบวก ซึ่งโจทย์ข้อนี้นักเรียนต้องพิจารณาควบคู่กับสิ่งที่โจทย์ถาม เพราะหากไม่พิจารณาให้รอบคอบนักเรียนอาจตีความหมายเป็นการลบได้ เนื่องจากปกติคำว่า “น้อยกว่า” มักจะหมายถึงการลบ - การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน - การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน 
2.2 แบ่งขนมให้นิด $\frac{1}{4}$ ของชิ้น แบ่งให้ก้อย $\frac{7}{12}$ ของชิ้น นิดได้ขนมน้อยกว่าก้อยเป็นเศษส่วนเท่าใดของชิ้น ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{7}{12}-\frac{1}{4}=\square$ <u>วิธีคิด</u> $\frac{7}{12}-\frac{1}{4}=\frac{7}{12}-\left(\frac{1\times3}{4\times3}\right)$ $=\frac{7}{12}-\frac{3}{12}$ $=\frac{4}{12}$ หรือ $\frac{1}{3}$	- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้) - การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “น้อยกว่า” หมายถึง การลบ ซึ่งโจทย์ข้อนี้ต่างจากข้อ 2.1 เพราะคำนี้อยู่ในตำแหน่งของสิ่งที่โจทย์ต้องการถาม นักเรียนต้องพิจารณากับข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ เนื่องจากบางครั้งคำว่า “น้อยกว่า” อาจหมายถึงการบวก - การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน - การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
ตอบ $\frac{4}{12}$ ของชิ้น หรือ $\frac{1}{3}$ ของชิ้น	

3. โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนตัวหนึ่งไม่เป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง และตัวส่วนไม่ใช่จำนวนเฉพาะ

3.1 ตอนเช้าทิวาดื่มน้ำ $\frac{4}{9}$ ลิตร ตอนกลางวันเขาดื่มน้ำมากกว่าตอนเช้า $\frac{1}{6}$ ลิตร ตอนกลางวันทิวาดื่มน้ำกี่ลิตร

ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=\square$

วิธีคิด ค.ร.น. ของ 6 และ 9 คือ 18

$$\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=\left(\frac{4\times2}{9\times2}\right)+\left(\frac{1\times3}{6\times3}\right)$$

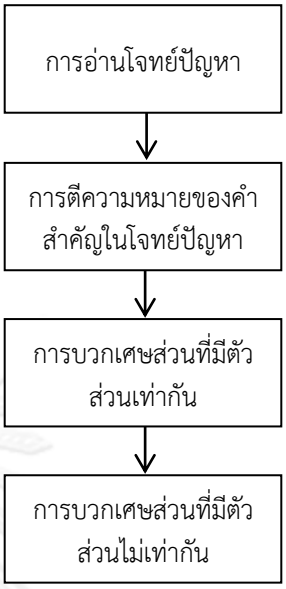
$$=\frac{8}{18}+\frac{3}{18}$$

$$=\frac{11}{18}$$

ตอบ $\frac{11}{18}$ ลิตร

- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้)
- การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “มากกว่า” หมายถึง การบวก เมื่อพิจารณาคำว่า “มากกว่า” จะอยู่ในตำแหน่งของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ หากพิจารณาไม่รอบคอบอาจหมายถึง การลบ และทำให้ตีความผิดไป ดังนั้นโจทย์ข้อนี้นักเรียนต้องพิจารณาคำว่า “มากกว่า”กับสิ่งที่โจทย์ถามอย่างถี่ถ้วน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

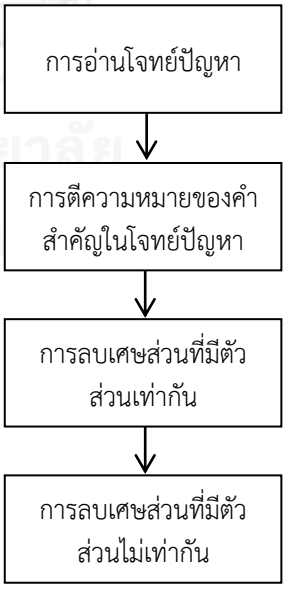
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
	

3.2 มีปุ๋ย $\frac{5}{6}$ ของกระสอบ ใช้ไปแล้ว $\frac{7}{10}$ ของกระสอบ จะเหลือปุ๋ยเป็นเศษส่วนเท่าใดของกระสอบ

ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{5}{6} - \frac{7}{10} = \square$

- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้)
- การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “ใช้ไป” หมายถึง การลบ
- การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
- การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน



<u>วิธีคิด</u> ค.ร.น. ของ 6 และ 10 คือ 30

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{10} = \left(\frac{5\times5}{6\times5}\right) - \left(\frac{7\times3}{10\times3}\right)$$

$$= \frac{25}{30} - \frac{21}{30}$$

$$= \frac{4}{30} \text{ หรือ } \frac{2}{15}$$

<u>ตอบ</u> $\frac{4}{30}$ ของกระสอบ หรือ $\frac{2}{15}$ ของกระสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

4. โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยตัวส่วนทุกตัวเป็นจำนวนเฉพาะ

4.1 แม่ซื้อไก่ $\frac{5}{9}$ กิโลกรัม ซื้อปลา $\frac{3}{4}$ กิโลกรัม แม่ซื้อของทั้งสองอย่างหนักกี่กิโลกรัม

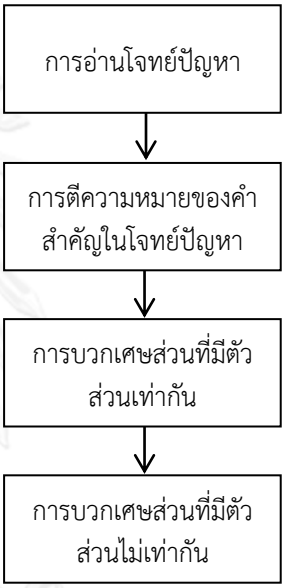
ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{5}{9}+\frac{3}{4}=\square$

<u>วิธีคิด</u> ค.ร.น. ของ 4 และ 9 คือ 36

$$\frac{5}{9}+\frac{3}{4} = \left(\frac{5\times4}{9\times4}\right)+\left(\frac{3\times9}{4\times9}\right)$$
$$= \frac{20}{36}+\frac{27}{36}$$
$$= \frac{47}{36} \text{ หรือ } 1\frac{11}{36}$$

<u>ตอบ</u> $\frac{47}{36}$ กิโลกรัม หรือ $1\frac{11}{36}$ กิโลกรัม

- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้)
- การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “ซื้อของทั้งสองอย่าง” หมายถึง การบวก
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน



4.2 วินิจคั้นน้ำส้มได้ $\frac{5}{7}$ ลิตร พรรณีคั้นน้ำส้มได้น้อยกว่าวินิจ $\frac{1}{8}$ ลิตร พรรณีคั้นน้ำส้มไปกี่ลิตร

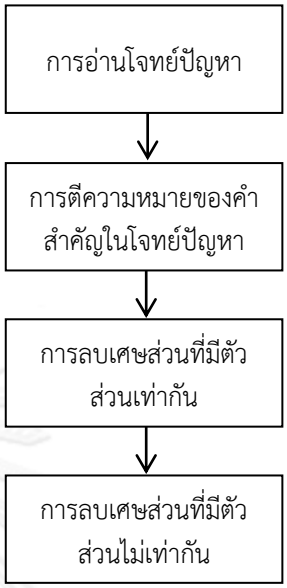
ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\frac{5}{7}-\frac{1}{8}=\square$

<u>วิธีคิด</u> ค.ร.น. ของ 7 และ 8 คือ 56

$$\frac{5}{7}-\frac{1}{8} = \left(\frac{5\times8}{7\times8}\right)-\left(\frac{1\times7}{8\times7}\right)$$
$$= \frac{40}{56}-\frac{7}{56}$$
$$= \frac{33}{56}$$

- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้)
- การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “น้อยกว่า” หมายถึง การลบ เนื่องจากคำนี้อยู่ในตำแหน่งของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ ซึ่งต้องพิจารณาพร้อมกับสิ่งที่โจทย์ถาม หากนักเรียนสังเกตแต่เพียงคำว่า “น้อยกว่า” เพียงอย่างเดียว ก็จะทำให้ตีความหมายผิดไปเป็นการลบ
- การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
- การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
ตอบ $\frac{33}{56}$ ลิตร	

5. โจทย์ปัญหาการบวกและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

5.1 ท่อน้ำประปาท่อนหนึ่งยาว $4\frac{2}{3}$ เมตร ท่อนที่สองยาว $3\frac{3}{5}$ เมตร นำมาวางต่อกันจะได้ท่อยาวกี่เมตร

ประโยคสัญลักษณ์ คือ $4\frac{2}{3}+3\frac{3}{5}=\square$

วิธีคิด ค.ร.น. ของ 3 และ 5 คือ 15

$$4\frac{2}{3}+3\frac{3}{5} = \frac{14}{3}+\frac{18}{5}$$

$$= \left(\frac{14\times5}{3\times5}\right)+\left(\frac{18\times3}{5\times3}\right)$$

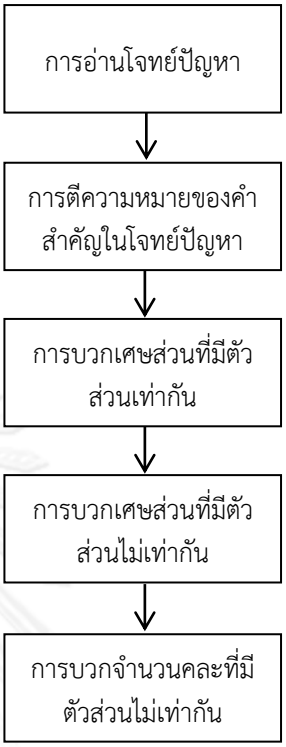
$$= \frac{70}{15}+\frac{54}{15}$$

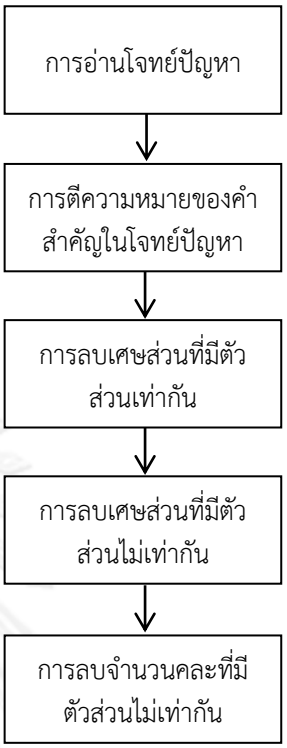
$$= \frac{124}{15} \text{ หรือ } 8\frac{4}{15}$$

ตอบ $\frac{124}{15}$ เมตร หรือ $8\frac{4}{15}$ เมตร

- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้)
- การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “นำมาวางต่อกัน” หมายถึง การบวก คำนี้ง่ายกับการตีความของนักเรียน เพราะเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว สามารถนึกเป็นภาพการนำท่อน้ำมาต่อกัน ทำให้สามารถตีความหมายได้ถูกต้อง
- การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
	
5.2 ผ้าผืนหนึ่งยาว $6\frac{1}{4}$ เมตร ใช้ตัดเสื้อไป $1\frac{3}{5}$ เมตร เหลือผ้ายาวกี่เมตร ประโยคสัญลักษณ์ คือ $6\frac{1}{4}-1\frac{3}{5}=\square$ วิธีคิด ค.ร.น. ของ 4 และ 5 คือ 20 $6\frac{1}{4}-1\frac{3}{5}=\frac{25}{4}-\frac{8}{5}$ $=\left(\frac{25\times5}{4\times5}\right)-\left(\frac{8\times4}{5\times4}\right)$ $=\frac{125}{20}-\frac{32}{20}$ $=\frac{93}{15}$ หรือ $6\frac{1}{3}$ ตอบ $\frac{93}{15}$ เมตร หรือ $6\frac{1}{3}$ เมตร	- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้) - การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา ในที่นี้คือคำว่า “ใช้ตัดเสื้อ” หมายถึง การลบ ข้อนี้ใช้คำไม่ซับซ้อน นักเรียนสามารถตีความได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งมีคำว่า “เหลือ” อยู่ในตำแหน่งของสิ่งที่โจทย์ถาม ก็จะยิ่งทำให้นักเรียนตีความได้ชัดเจนยิ่งขึ้น - การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน - การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน - การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
	

6. โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนระคน

6.1 ป้ามีที่ดิน $7\frac{1}{5}$ ไร่ แบ่งให้หลานไป $2\frac{2}{3}$ ไร่ ป้าซื้อที่ดินเพิ่มอีก $\frac{7}{10}$ ไร่ ปัจจุบันป้ามีที่ดินกี่ไร่

ประโยคสัญลักษณ์ คือ $7\frac{1}{5}-2\frac{2}{3}+\frac{7}{10}=\square$

<u>วิธีคิด</u> ค.ร.น. ของ 3, 5 และ 10 คือ 30

$$7\frac{1}{5}-2\frac{2}{3}+\frac{7}{10} = \frac{36}{5}-\frac{8}{3}+\frac{7}{10}$$

$$= \left(\frac{36\times 5}{5\times 6}\right)-\left(\frac{8\times 10}{3\times 10}\right)+\left(\frac{7\times 3}{10\times 3}\right)$$

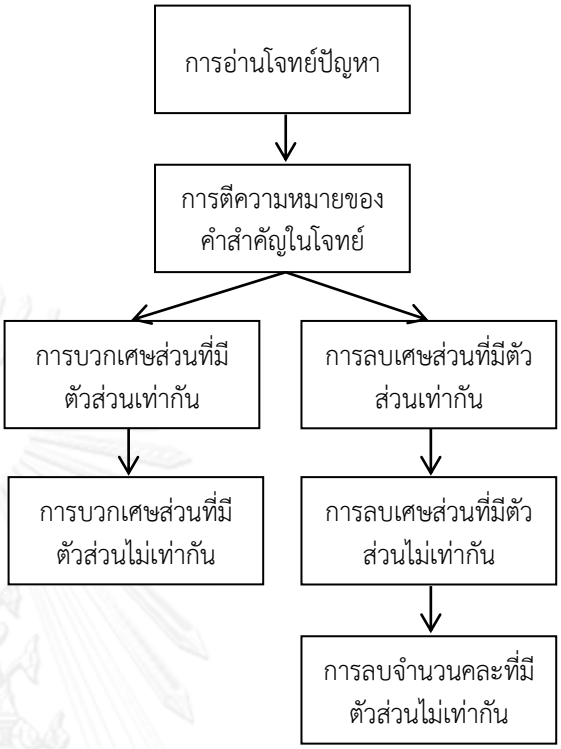
$$= \frac{210}{30}-\frac{80}{30}+\frac{21}{30}$$

$$= \frac{109}{30} \text{ หรือ } 3\frac{19}{30}$$

<u>ตอบ</u> $\frac{109}{30}$ ไร่ หรือ $3\frac{19}{30}$ ไร่

- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้)
- การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา นักเรียนต้องตีความหมายของคำสำคัญเพิ่มขึ้น เนื่องจากโจทย์ข้อนี้ต้องหาคำตอบ 2 ขั้นตอน คำแรกคือ “แบ่งให้หลาน” หมายถึง การลบ หากพิจารณาไม่รอบคอบก็จะตีความเป็น “การหาร” ทันที ซึ่งคำนี้นักเรียนมักจะตีความผิด คำที่สองคือ “ซื้อที่ดินเพิ่มอีก” หมายถึง การบวก คำนี้ไม่ซับซ้อน เพราะคำว่า “เพิ่ม” มักจะหมายถึง การบวกเสมอ
- การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
- การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา



6.2 ตวงพรซื้อเนื้อไก่ $2\frac{7}{10}$ กิโลกรัม ซื้อปลา $1\frac{3}{5}$ กิโลกรัม ซื้อกุ้งหนักน้อยกว่าน้ำหนักของไก่และปลารวมกัน $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม ตวงพรซื้อกุ้งหนักกี่กิโลกรัม

ประโยคสัญลักษณ์ คือ $\left(2\frac{7}{10}+1\frac{3}{5}\right)-\frac{1}{2}=\square$

<u>วิธีคิด</u> ค.ร.น. ของ 3, 5 และ 10 คือ 30

$$\left(2\frac{7}{10}+1\frac{3}{5}\right)-\frac{1}{2} = \left(\frac{27}{10}+\frac{8}{5}\right)-\frac{1}{2}$$

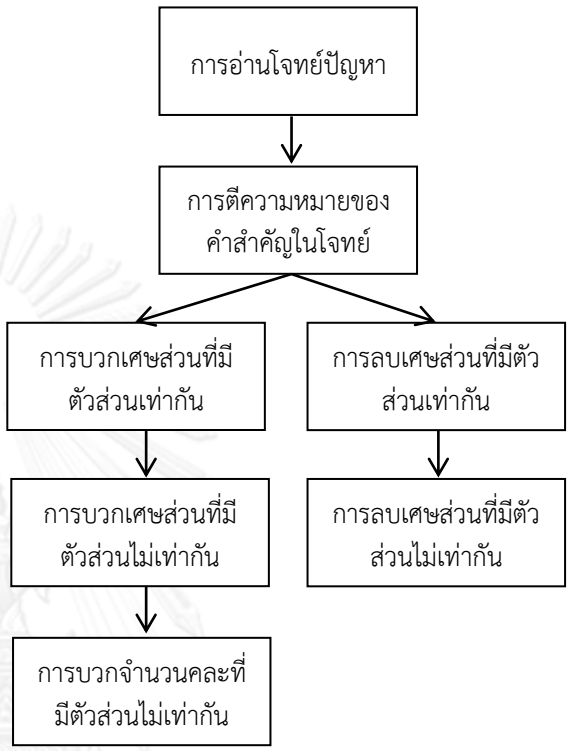
$$= \left[\frac{27}{10}+\left(\frac{8\times 2}{5\times 2}\right)\right]-\left(\frac{1\times 5}{2\times 5}\right)$$

$$= \left(\frac{27}{10}+\frac{16}{10}\right)-\frac{5}{10}$$

$$= \frac{38}{10} \text{ หรือ } 3\frac{4}{5}$$

<u>ตอบ</u> $\frac{38}{10}$ กิโลกรัม หรือ $3\frac{4}{5}$ กิโลกรัม

- การอ่านโจทย์ปัญหา (โจทย์ถามอะไร/โจทย์กำหนดอะไรมาให้) นอกจากนักเรียนต้องสามารถแยกสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ได้แล้ว นักเรียนต้องมีทักษะการอ่านที่เว้นวรรคให้ดี เนื่องจากหากอ่านเว้นวรรคผิด จะส่งผลให้ตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ผิดไปด้วย โดยเฉพาะประโยคที่ว่า “ซื้อกุ้งหนักน้อยกว่าน้ำหนักของไก่และปลารวมกัน $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม”
- การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา นักเรียนต้องตีความหมายของคำสำคัญเพิ่มขึ้น เนื่องจากโจทย์ข้อนี้ต้องหาคำตอบ 2 ขั้นตอน โดยมีคำว่า “น้อยกว่า” และ “รวมกัน” อยู่ในตำแหน่งของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ นักเรียนต้องพิจารณาพร้อมกับสิ่งที่โจทย์ถาม เพราะจะทำให้เกิดความสับสนได้ ซึ่งในที่นี้คำว่า “น้อยกว่า” หมายถึง การลบ และ “รวมกัน” หมายถึง การบวก
- การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

โจทย์ปัญหา	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
	- การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน - การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน 

ที่มา หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (2551)
หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (2551)

<u>3) สรุปคุณลักษณะทั้งหมดที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกลบเศษส่วนและจำนวนคละ</u>

ส่วนนี้เป็นการสรุปคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกลบเศษส่วนและจำนวนคละที่ได้จากการสังเคราะห์ในข้อ 1) และข้อ 2) มีรายละเอียดดังนี้

(1) คุณลักษณะด้านความเข้าใจในการอ่าน เป็นคุณลักษณะพื้นฐานที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา เนื่องจากนักเรียนต้องสามารถอ่านโจทย์ได้ และสามารถแยกได้ว่า สิ่งที่โจทย์ถามหรือต้องการทราบคืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คืออะไร นักเรียนจึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในขั้นต่อไปได้

(2) คุณลักษณะด้านการตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหา เป็นคุณลักษณะที่สำคัญอย่างยิ่งสำหรับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนจะต้องตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาได้ โดยการตีความข้อความหรือคำที่แสดงถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งก็คือ การบวกหรือการลบ แล้วเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อันจะนำไปสู่กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาขั้นต่อไปคือ การบวกหรือการลบเศษส่วนเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง

(3) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

(4) การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

(5) การบวกและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

เพื่อให้เห็นภาพชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยแยกคุณลักษณะออกเป็นคุณลักษณะเฉพาะการแก้โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนและคุณลักษณะเฉพาะการลบเศษส่วน ดังตารางที่ 4.4 และภาพที่ 4.1

ตารางที่ 4.4 สรุปคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วน

คุณลักษณะการแก้โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วน	**คุณลักษณะการแก้โจทย์ปัญหาการลบเศษส่วน**
1. ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน	1. ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน
2. การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน	2. การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน
3. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน	3. การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
4. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน	4. การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
5. การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน	5. การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

ภาพที่ 4.1 คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วน (a) และการลบเศษส่วน (b)

3. การนำคุณลักษณะทั้งหมดมาเรียงลำดับโดยเรียงจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังขั้นที่สูงกว่า

เมื่อได้คุณลักษณะจากขั้นตอนที่ 2 แล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ การนำคุณลักษณะทั้งหมดมาเรียงลำดับ โดยเรียงจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังขั้นที่สูงกว่าทำให้ได้คุณลักษณะ จำนวน 8 คุณลักษณะ โดยพิจารณาว่า นักเรียนจะต้องมีคุณลักษณะเรื่องใดมาก่อนที่จะแก้โจทย์ปัญหาการบวกลบเศษส่วนและจำนวนคละ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งในระดับชั้นนี้โจทย์ปัญหาจะมีลักษณะเป็นการบวกลบเศษส่วนและจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

สำหรับหลักในการจัดเรียงคุณลักษณะ จะต้องคำนึงถึงเนื้อหาที่นักเรียนเรียนในแต่ละระดับชั้นว่า นักเรียนจะต้องเรียนเนื้อหาอะไรก่อน จึงจะสามารถเรียนเนื้อหาในขั้นที่สูงกว่าได้ ซึ่งในที่นี้คือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์การบวกลบเศษส่วน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และเป็นโจทย์ปัญหาการบวกลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน ดังนั้น การที่นักเรียนจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้นั้น นักเรียนจะต้องมีความรู้หรือคุณลักษณะใดมาก่อน จึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ ซึ่งคุณลักษณะทั้งหมดสามารถเรียงลำดับได้ดังนี้

คุณลักษณะ	แทนด้วยสัญลักษณ์	A (attribute)	
คุณลักษณะที่ 1 ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน		แทนด้วย	A1
คุณลักษณะที่ 2 การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน		แทนด้วย	A2
คุณลักษณะที่ 3 การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน		แทนด้วย	A3
คุณลักษณะที่ 4 การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน		แทนด้วย	A4
คุณลักษณะที่ 5 การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน		แทนด้วย	A5
คุณลักษณะที่ 6 การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน		แทนด้วย	A6
คุณลักษณะที่ 7 การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน		แทนด้วย	A7
คุณลักษณะที่ 8 การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน		แทนด้วย	A8

จากคุณลักษณะที่เรียงลำดับข้างต้น คุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนเป็นอันดับแรก คือ ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน เนื่องจากนักเรียนจะต้องเริ่มอ่านโจทย์ปัญหา แล้วทำความเข้าใจว่า สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร ต่อมาคือคุณลักษณะการตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วนเป็นคุณลักษณะที่ 2 หลังจากที่นักเรียนอ่านโจทย์แล้วนักเรียนต้องตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาว่า โจทย์ปัญหานี้เป็นโจทย์การบวกหรือการลบ ซึ่งจะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง จากนั้นกำหนดให้คุณลักษณะที่ 3 เป็นการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และคุณลักษณะที่ 4 เป็นการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน เนื่องจากนักเรียนจะต้องผ่านการเรียนการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันให้ได้เสียก่อน จึงจะสามารถเรียนการบวกแลการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ ดังนั้นคุณลักษณะที่ 3 และ คุณลักษณะที่ 4 จึงเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 5 การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และคุณลักษณะที่ 6 การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน เมื่อนักเรียนสามารถบวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ และ

สุดท้ายนักเรียนจะต้องสามารถบวกลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ ซึ่งการบวกและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันเป็นคุณลักษณะขั้นที่สูงสุด เพราะคุณลักษณะการบวกลบจำนวนคละจะเพิ่มความซับซ้อนขึ้นตรงที่นักเรียนจะต้องเปลี่ยนจำนวนคละให้เป็นเศษส่วนให้ได้เสียก่อน จึงจะสามารถบวกลบเพื่อหาคำตอบได้ ดังนั้นคุณลักษณะที่ 5 และคุณลักษณะที่ 6 จะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะที่ 7 การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและคุณลักษณะที่ 8 การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

4. กำหนดนิยามของคุณลักษณะทั้ง 8 คุณลักษณะ

เมื่อสรุปคุณลักษณะทั้งหมดที่ได้แล้ว ผู้วิจัยศึกษาความหมายของคำว่า คุณลักษณะ (attribute) จากแนวคิด ทฤษฎี เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ เพื่อกำหนดนิยามของคุณลักษณะทั้ง 8 คุณลักษณะ ดังนี้

คุณลักษณะด้านความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1) หมายถึง นักเรียนสามารถอ่านโจทย์ปัญหาโดยแยกข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง

คุณลักษณะด้านการตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A2) หมายถึง นักเรียนสามารถตีความหมายของคำศัพท์ที่บอกถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การบวกและการลบ โดยสามารถเปลี่ยนจากประโยคข้อความเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

คุณลักษณะด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A3) หมายถึง นักเรียนสามารถบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันได้ถูกต้อง

คุณลักษณะด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A4) หมายถึง นักเรียนสามารถลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันได้ถูกต้อง

คุณลักษณะด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A5) หมายถึง นักเรียนสามารถบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ถูกต้อง

คุณลักษณะด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A6) หมายถึง นักเรียนสามารถลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ถูกต้อง

คุณลักษณะด้านการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A7) หมายถึง นักเรียนสามารถบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ถูกต้อง

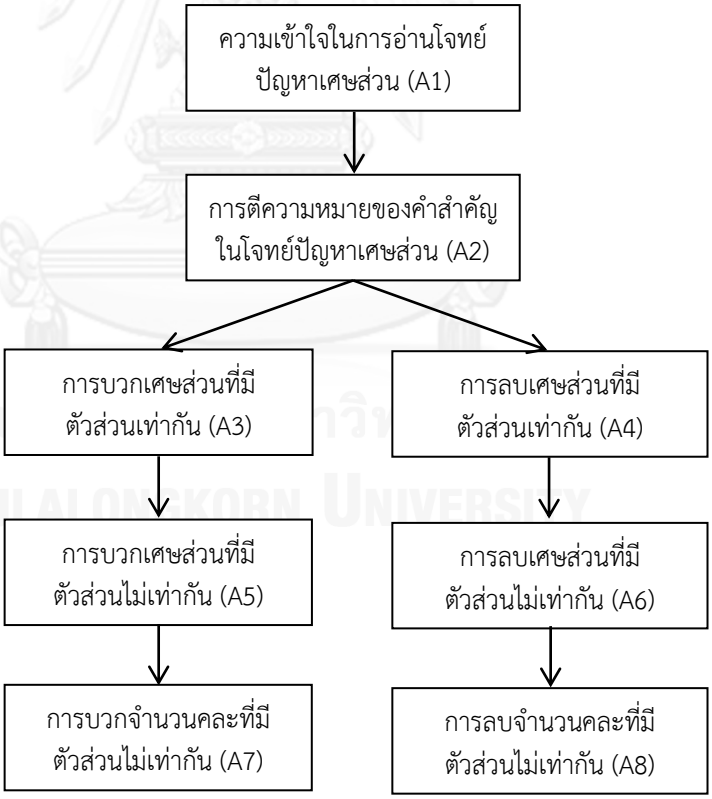
คุณลักษณะด้านการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A8) หมายถึง นักเรียนสามารถลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ถูกต้อง

5. การนำคุณลักษณะที่เรียงลำดับมาสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ

เมื่อเรียงลำดับคุณลักษณะทั้งหมดเรียบร้อยแล้ว ต่อมาต้องนำคุณลักษณะทั้งหมดมาสร้างเป็นโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ ซึ่งมีความสำคัญอย่างยิ่งหรือกล่าวได้ว่า การสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะเป็นหัวใจของวิธี AHM ก็ว่าได้ หากสร้างโมเดลไม่ถูกต้อง จะทำให้ได้คุณลักษณะที่จะนำไปสร้างแบบสอบไม่ครบทุกคุณลักษณะ ทำให้ผลการวินิจฉัยจากรูปแบบการตอบข้อสอบของนักเรียนอาจมีความความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ดังนั้นในขั้นตอนนี้จึงต้องพิจารณาอย่างถี่ถ้วนว่าจะวาง

คุณลักษณะในระดับเดียวกันหรือต่างระดับกัน ดังภาพที่ 4.2 ผู้วิจัยให้คุณลักษณะความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1) เป็นคุณลักษณะแรกสุดที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะอื่น ๆ ลำดับต่อมาที่เรียงเป็นเส้นตรงคือ คุณลักษณะการตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A2) เมื่อการเรียงลำดับสองคุณลักษณะแรกผ่านไป สิ่งที่ต้องพิจารณาอย่างถี่ถ้วนคือ การนำคุณลักษณะที่ 3 และคุณลักษณะที่ 4 มาเรียงต่อจากคุณลักษณะที่ 2 เนื่องจากการเรียงคุณลักษณะที่ 3 และคุณลักษณะที่ 4 สามารถเรียงได้ 2 แบบด้วยคือแบบเส้นตรงเรียงต่อกันลงมา กับแบบแยกออกเป็น 2 เส้นทาง ซึ่งจากการพิจารณาแนวคิด (concept) ของการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันทำให้ได้ว่าคุณลักษณะที่ 3 และคุณลักษณะที่ 4 ต้องเขียนแยกออกเป็น 2 เส้นทาง โดยแยกออกจากคุณลักษณะที่ 2 เพราะนักเรียนจะเรียนเรื่องการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันพร้อม ๆ กัน

สำหรับคุณลักษณะที่ 5-8 นั้น จะเรียงลำดับเป็นเส้นตรงโดยพิจารณาคุณลักษณะที่ 3 และคุณลักษณะที่ 4 เป็นหลัก ถ้าเป็นคุณลักษณะที่ 5 และ คุณลักษณะที่ 7 จะเรียงเป็นเส้นตรงโดยเรียงต่อจากคุณลักษณะที่ 3 เพราะว่าเป็นการบวกเศษส่วนเหมือนกัน ส่วนคุณลักษณะที่ 6 และคุณลักษณะที่ 8 จะเรียงเป็นเส้นตรงเช่นเดียวกัน โดยเรียงต่อจากคุณลักษณะที่ 4 เนื่องจากเป็นการลบเศษส่วนเช่นเดียวกัน



ภาพที่ 4.2 โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกลบเศษส่วน

ภาพที่ 4.2 แสดงให้เห็นถึงลำดับขั้นของคุณลักษณะโดยเริ่มตั้งแต่การอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1) ต่อมาเป็นการตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วนเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์ (A2) จากนั้นแยกการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A3) ออกจากการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A4) โดยทั้งสองคุณลักษณะนี้จะอยู่ในระดับเดียวกัน เพราะโดยปกตินักเรียนจะต้องเรียนการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันเป็นพื้นฐานอันดับแรก และนักเรียนจะเรียนการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันก่อนการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้นจึงกำหนดให้การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันเป็นคุณลักษณะที่ 3 และการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันเป็นคุณลักษณะที่ 4 เมื่อพิจารณาเฉพาะคุณลักษณะด้านการบวกเศษส่วน จะพบว่า คุณลักษณะด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันจะเป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อนคุณลักษณะด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A5) และคุณลักษณะด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันจะต้องมีมาก่อนคุณลักษณะด้านการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A7) และสำหรับคุณลักษณะเฉพาะด้านการลบเศษส่วนมีวิธีคิดเช่นเดียวกับคุณลักษณะด้านการบวกเศษส่วน

เมื่อพิจารณารวมทั้งโมเดล นักเรียนจะต้องมีความรู้ในคุณลักษณะด้านการบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน เมื่อนักเรียนผ่านคุณลักษณะดังกล่าวแล้ว ขั้นต่อไปนักเรียนก็จะสามารถบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ โดยเศษส่วนดังกล่าวจะอยู่ในรูปเศษส่วนแท้หรือเศษเกิน หลังจากนักเรียนสามารถบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้แล้ว ขั้นต่อมาคือ การบวกลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ซึ่งถือว่าขั้นนี้เป็นขั้นสูงสุดในเรื่องของการบวกลบเศษส่วน เนื่องจากขั้นนี้นักเรียนต้องใช้คุณลักษณะครบทุกคุณลักษณะ เริ่มจากนักเรียนต้องเปลี่ยนจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน ทำให้ได้เศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน จากนั้นนักเรียนต้องทำตัวส่วนให้เท่ากัน แล้วจึงดำเนินการบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันเป็นการสิ้นสุดการหาคำตอบ

6. การตรวจสอบโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model)

ผู้วิจัยนำโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะโจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนไปตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสม โดยพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วย 1) ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน 2) ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 1 ท่าน และ 3) ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ผลการพิจารณาพบว่า โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะโจทย์ปัญหาการบวกลบเศษส่วนเรียงลำดับได้ถูกต้องและเป็นไปตามคุณลักษณะที่นักเรียนต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาการบวกลบเศษส่วน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และสามารถนำไปสร้างเมทริกซ์ลำดับขั้นของคุณลักษณะได้

7. การเขียนเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะข้อสอบ (Q-matrix) ที่เป็นไปได้ทั้งหมดโดยพิจารณาตามเส้นทางในโมเดล

เมื่อสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะเรียบร้อยแล้ว ลำดับต่อมาคือ การเขียนเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะข้อสอบ (Q matrix) ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งต้องพิจารณาร่วมกับโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะที่ได้จากขั้นตอนที่ 6 กระบวนการนี้ผู้วิจัยถือว่าเป็นกระบวนการที่สร้างยากกระบวนการหนึ่ง เนื่องจากผู้สร้างต้องใช้ความรู้เรื่องหลักการของ Boolean algebra หรือความรู้

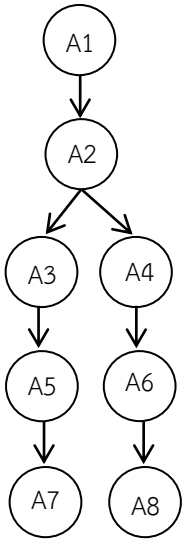
เรื่องสับเซต (subset) มาช่วยในการไล่เส้นทางให้ครบถ้วน หากไล่เส้นทางไม่ครบจะทำให้ได้คุณลักษณะที่จะนำไปสร้างข้อสอบไม่ครบ ทำให้วัดความรอบรู้ของนักเรียนไม่ครบถ้วนได้

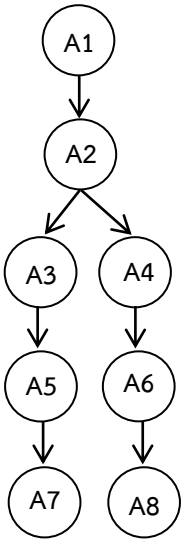
สำหรับงานวิจัยเรื่องนี้ ผู้วิจัยใช้วิธีการไล่เส้นทางโดยอาศัยความรู้เรื่องสับเซต แต่ต้องระมัดระวังในเรื่องการเรียงลำดับของคุณลักษณะในโมเดลว่าคุณลักษณะใดมาก่อน คุณลักษณะใดมาหลัง สาเหตุที่ผู้วิจัยเลือกใช้ความรู้เรื่องสับเซต เนื่องจากความรู้เรื่องนี้เป็นเนื้อหาที่ใช้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งครูคณิตศาสตร์ได้ผ่านการเรียนรู้มาแล้ว หากครูศึกษาด้วยตนเองก็สามารถทำความเข้าใจได้ง่าย แต่สำหรับความรู้เรื่อง Boolean algebra นั้นเป็นความรู้ในระดับคณิตศาสตร์ขั้นสูงหรือเป็นความรู้ในระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งเนื้อหานี้จะเป็นเนื้อหาที่สอนในสาขาคณิตศาสตร์หรือบางคณะเท่านั้น จึงอาจทำให้ครูศึกษาได้ลำบากมากขึ้น

ผลการเรียงลำดับของคุณลักษณะข้อสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน ทำให้ได้คุณลักษณะของข้อสอบทั้งหมด 17 ข้อ ผู้วิจัยได้แสดงการเรียงลำดับของคุณลักษณะวิธีการไล่เส้นทาง พร้อมทั้งคำอธิบายวิธีการไล่เส้นทางในตารางที่ 4.5 เพื่อให้ผู้อ่านเกิดความเข้าใจ ผู้วิจัยขอเสนอแนะให้ผู้อ่านพิจารณาการไล่เส้นทางในตารางที่ 4.5 พร้อมกับโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแบบเต็มรูปที่แสดงอยู่ทางขวามือ

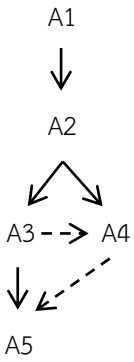
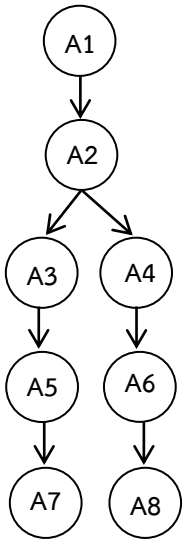
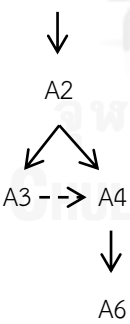
ตารางที่ 4.5 การเรียงลำดับของคุณลักษณะและวิธีการไล่เส้นทาง

ข้อ	ลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy)	คำอธิบายวิธีการไล่เส้นทาง	โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแบบเต็มรูป
1.	A1	ข้อแรกเริ่มต้นที่ A1	
2.	A1, A2 A1 ↓ A2	เริ่มต้นจาก A1 มาที่ A2 โดยพิจารณาที่ทิศทางของลูกศรในโมเดล	
3.	A1, A2, A3 A1 ↓ A2 ↓ A3	เมื่อพิจารณาโมเดลเต็มรูป การไล่เส้นทางในข้อนี้ A3 และ A4 จะแยกออกเป็นสองทาง โดยเริ่มไล่เส้นทางจาก A3 ก่อน เพราะเป็นคุณลักษณะที่มาก่อน A4 จะได้เป็น A1, A2, A3	

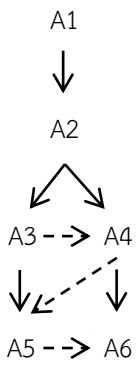
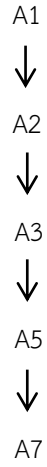
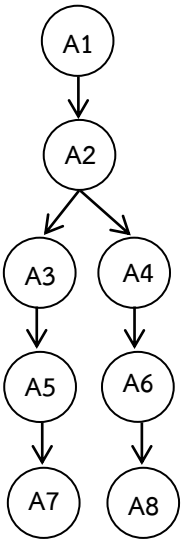
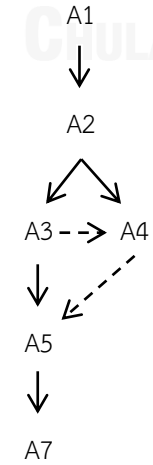


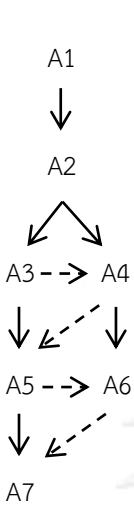
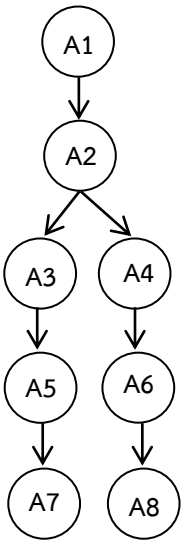
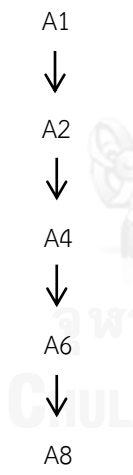
ข้อ	ลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy)	คำอธิบายวิธีการไล่เส้นทาง	โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแบบเต็มรูป
4.	A1, A2, A4 A1 ↓ A2 ↓ A4	เมื่อไล่เส้นทางจากข้อที่ 3 แล้ว ต่อมาให้ไล่เส้นทางที่แยกออกมาอีกเส้นทางหนึ่ง คือ A1, A2, A4 ***ข้อสังเกต*** การไล่เส้นทางในข้อที่ 3 และข้อที่ 4 ยังไม่ซับซ้อนเพราะยังถือเป็นการไล่เส้นทางแบบเส้นตรงอยู่	
5.	A1, A2, A3, A4 A1 ↓ A2 A3 → A4	การไล่เส้นทางข้อนี้ เราสามารถไล่เส้นทางจาก A3 ไปยัง A4 ได้ถึงแม้จะไม่มีลูกศรแสดงให้เห็น เพราะA3 และ A4 เป็นอิสระจากกัน ข้อสอบสามารถวัดได้ทั้ง A3 และ A4 พร้อมกัน นั่นคือ A1, A2, A3, A4 ***ข้อสังเกต*** เมื่อไล่เส้นทางไปแล้ว ผู้สร้างมักจะข้ามข้อนี้ไป ด้วยเหตุผลที่ว่า “ไม่มีลูกศรกำกับไว้ ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องไล่เส้นทางนี้ ซึ่งจะทำให้ได้คุณลักษณะของข้อสอบไม่ครบถ้วน”	
6.	A1, A2, A3, A5 A1 ↓ A2 ↓ A3 ↓ A5	เมื่อไล่ข้อที่ 5 แล้ว ผู้สร้างต้องเริ่มไล่เส้นทางในโมเดลจากทางซ้ายอีกครั้งนี้ ทั้งนี้เนื่องจาก A3 ต้องมาก่อน A4 ดังนั้นในการไล่เส้นทางทุกครั้งต้องเริ่มจากทางซ้ายมือก่อนเสมอ การไล่เส้นทางข้อนี้ไม่ยากนัก เพราะเป็นการไล่เส้นทางแบบเส้นตรงและมีลูกศรแสดงไว้ชัดเจน โดยเริ่มไล่จาก A1, A2, A3, A5	
7.	A1, A2, A3, A4, A5	เมื่อไล่เส้นทางข้อที่ 6 แล้ว ต่อมาผู้สร้างจะต้องไล่เส้นทางจาก A1, A2, A3, A4, A5 เพราะจาก A3 สามารถมาที่ A4 ได้เพราะ A3 และ A4 อยู่ระดับเดียวกัน และเป็นอิสระต่อกัน ถึงแม้ไม่แสดงลูกศรให้เห็นก็ตาม อีกทั้ง A4 ก็เป็นคุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อน A5ด้วยเช่นกัน	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

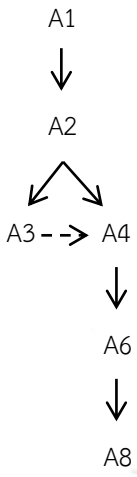
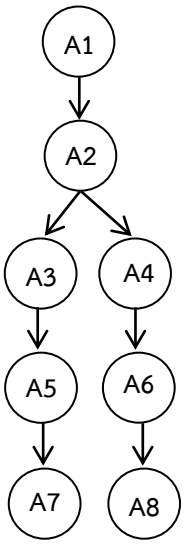
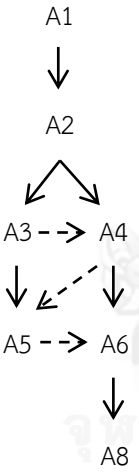
ข้อ	ลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy)	คำอธิบายวิธีการไล่เส้นทาง	โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแบบเต็มรูป
		***ข้อสังเกต*** ข้อนี้ผู้สร้างมักจะข้ามไปด้วยเหตุเช่นเดียวกับข้อสังเกตข้อที่ 5	
8.	A1, A2, A4, A6 	การไล่เส้นทางข้อที่ 8 เหมือนการไล่เส้นทางในข้อที่ 6 เพียงแต่เปลี่ยนจากเส้นทางซ้ายมือมาทางขวามือ ซึ่งก็คือ A1, A2, A4, A6 ข้อนี้ไม่ซับซ้อนเพราะผู้สร้างเห็นลูกศรชัดเจน	
9.	A1, A2, A3, A4, A6 	การไล่เส้นทางข้อที่ 9 เหมือนกับการไล่เส้นทางในข้อที่ 7 เพียงแต่ต่างกันที่เป็นทางซ้ายกับทางขวาเท่านั้น ดังนั้นการไล่เส้นทางข้อนี้จะได้เป็น A1, A2, A3, A4, A6	
10.	A1, A2, A3, A4, A5, A6	ตั้งแต่ข้อที่ 10 ผู้สร้างจะเริ่มสับสน เนื่องจากโมเดลมีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเส้นทางที่ได้ในข้อนี้ คือ A1, A2, A3, A4, A5, A6 ผู้อ่านคงสงสัยว่าทำไมจึงไล่เส้นทางเช่นนี้ ทั้งนี้เนื่องจาก A5 และ A6 เป็นคุณลักษณะที่อยู่ระดับเดียวกัน ดังนั้นการไล่เส้นทางจึงสามารถไล่จาก A5 มาที่ A6 ได้ ถึงแม้จะไม่มีลูกศรแสดงให้เห็นก็ตาม	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

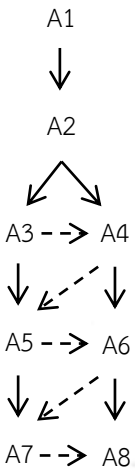
ข้อ	ลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy)	คำอธิบายวิธีการไล่เส้นทาง	โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแบบเต็มรูป
		***ระวังมักจะผิด*** ผู้ไล่เส้นทางมักจะไล่เส้นทางข้อนี้ผิด โดยไล่เส้นทางเป็น **A1, A2, A3, A5, A6** สาเหตุที่ผิดเพราะ **A6 ต้องมาก่อน A4 เสมอ** ผู้สร้างไม่สามารถข้าม A4 มาที่ A6 ได้ ***ข้อสังเกต*** การไล่เส้นทางไม่ให้ผิด ผู้ไล่เส้นทางจะต้องสังเกตอยู่เสมอว่าคุณลักษณะที่มีมาก่อนคุณลักษณะที่กำลังไล่อยู่ขณะนี้คือคุณลักษณะใด เช่น ข้อที่ 10 คุณลักษณะที่ 4 (A4) ต้องมาก่อน A6 เสมอ หากไม่ปรากฏ A4 ก่อน A6 แสดงว่าไล่เส้นทางไม่ถูกต้อง	
11.	A1, A2, A3, A5, A7 	ข้อนี้ไล่สามารถไล่เส้นทางไปตามลูกศรได้เลย โดยไล่จาก A1, A2, A3, A5, A7 เพราะเป็นไล่เส้นทางเป็นแนวเส้นตรงซึ่งถือว่าเป็นการไล่เส้นทางที่ง่ายที่สุดของวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ	
12.	A1, A2, A3, A4, A5, A7 	ข้อนี้จะคล้ายกับข้อที่ 7 เพราะอยู่ทางซ้ายมือเหมือนกัน เพียงแต่เพิ่ม A7 เข้ามา ซึ่งการไล่เส้นทางจะได้เป็น A1, A2, A3, A4, A5, A7 ซึ่ง A3 ต้องไปที่ A4 แล้วค่อยมาที่ A5 เพราะคุณลักษณะของ A4 มีมาก่อน A5	

ข้อ	ลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy)	คำอธิบายวิธีการไล่เส้นทาง	โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแบบเต็มรูป
13.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7  	ข้อนี้จะมีความซับซ้อนขึ้น และมีโอกาสที่จะไล่เส้นทางไม่ถูกต้อง หรือไล่เส้นทางเกิน การไล่เส้นทางให้ไปถึง A7 นั้น สิ่งแรกที่ต้องพิจารณาคือ คุณลักษณะที่ต้องมีมาก่อน A7 นั่นคือ A5 และคุณลักษณะใดที่ต้องมีมาก่อน A5 นั่นคือ A3 ดังนั้นก่อนที่จะไล่เส้นทางถึง A7 ต้องมี A3 และ A5 ปรากฏอยู่ ซึ่งได้จะเป็น A1, A2, **A3**, A4, **A5**, A6, A7 ***ตัวอย่างการไล่เส้นทางที่ผิด*** **1) A1, A2, A3, A4, A6, A7** การไล่เส้นทางแบบนี้ผิดเพราะ A5 ต้องมาก่อน A7 ไม่สามารถข้าม A5 มาที่ A7 ได้ **2) A1, A2, A3, A5, A6, A7** การไล่เส้นทางแบบนี้ผิดเพราะ A4 ต้องมาก่อน A6 ไม่สามารถข้ามจาก A4 มาที่ A6 ได้	
14.	A1, A2, A4, A6, A8  	การไล่เส้นทางข้อนี้เหมือนกับการไล่เส้นทางข้อที่ 11 ทุกประการเพียงแต่ต่างกันตรงที่เส้นทางนี้อยู่ทางขวามือของโมเดลเท่านั้น ไม่มีความซับซ้อน เพียงแต่ไล่เส้นทางตามทิศทางของลูกศรที่ปรากฏอยู่เท่านั้น	
15.	A1, A2, A3, A4, A6, A8	การไล่เส้นทางข้อนี้เหมือนกับการไล่เส้นทางข้อที่ 12 แต่ต่างกันที่โมเดลข้อที่ 12 อยู่ทางซ้ายมือ แต่โมเดลข้อนี้อยู่ทางขวามือ ดังนั้นการไล่เส้นทางข้อนี้จึงเป็น A1, A2, A3, A4, A6, A8	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ข้อ	ลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy)	คำอธิบายวิธีการไล่เส้นทาง	โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแบบเต็มรูป
		***ตัวอย่างการไล่เส้นทางที่ผิด*** **A1, A2, A3, A6, A8** การไล่เส้นทางแบบนี้ผิดเพราะ A4 ต้องมาก่อน A6 ไม่สามารถข้าม A4 มาที่ A6 ได้	
16.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8 	การไล่เส้นทางข้อนี้มีความซับซ้อนเหมือนกับข้อที่ 13 ซึ่งการไล่เส้นทางจะได้เป็น A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8 จากการสังเกตจะพบว่า A3 ต้องมาก่อน A5 และ A4 ต้องมาก่อน A6 ***ตัวอย่างการไล่เส้นทางที่ผิด*** **A1, A2, A3, A5, A6, A8** การไล่เส้นทางแบบนี้ผิดเพราะ A4 ต้องมาก่อน A6 ไม่สามารถข้าม A4 มาที่ A6 ได้	
17.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8	ข้อนี้เป็นการไลเส้นทางให้ครบทุกคุณลักษณะที่อยู่ในโมเดลนั่นคือ A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8 ***ข้อสังเกต*** ข้อสุดท้ายต้องได้คุณลักษณะครบทุกคุณลักษณะ ไม่ว่าโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะจะเป็นแบบใดก็ตาม	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ข้อ	ลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy)	คำอธิบายวิธีการไล่เส้นทาง	โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะแบบเต็มรูป
			

เมื่อไล่เส้นทางจนครบถ้วนแล้ว ต่อมาให้นำคุณลักษณะทั้งหมดที่ได้จากการไล่เส้นทางมาเขียนเป็นเมทริกซ์คุณลักษณะข้อสอบ (Q matrix) โดยให้หมายเลข 1 แทน ข้อสอบวัดคุณลักษณะนั้น และ 0 แทน ข้อสอบไม่ได้วัดคุณลักษณะนั้น สำหรับการเขียนเมทริกซ์คุณลักษณะข้อสอบสอบนั้น ในแนวแถว (row) แทน คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน จำนวน 8 คุณลักษณะ โดยเรียงจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังขั้นที่สูงกว่า (A1 - A8) และในแนวคอลัมน์ (column) แทน ข้อสอบแต่ละข้อ ซึ่งแบบสอบฉบับนี้จะมีข้อสอบทั้งหมด 17 ข้อ โดยข้อสอบที่ได้จากวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (AHM) จะเป็นข้อสอบที่เรียงจากข้อง่ายสุดไปข้อที่ยากสุด ซึ่งแบบสอบวินิจฉัยในลักษณะนี้จะทำให้สามารถวัดความรอบรู้ของนักเรียนได้ครอบคลุมตั้งแต่ขั้นพื้นฐานไปจนถึงขั้นที่สูงสุด รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 4.6

วิธีการพิจารณาเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบ เช่น ข้อ 1 วัดคุณลักษณะด้านความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1) หรือ ข้อ 7 วัดคุณลักษณะด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5) เป็นต้น เพื่อให้ครูเห็นภาพมากขึ้น ผู้เขียนขอนำเสนอตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.6 เมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบแต่ละข้อ (Q matrix)

ข้อ	ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1)	การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A2)	การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A3)	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A4)	การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A5)	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A6)	การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A7)	การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A8)
1.	1	0	0	0	0	0	0	0
2.	1	1	0	0	0	0	0	0
3.	1	1	1	0	0	0	0	0
4.	1	1	0	1	0	0	0	0
5.	1	1	1	1	0	0	0	0
6.	1	1	1	0	1	0	0	0
7.	1	1	1	1	1	0	0	0
8.	1	1	0	1	0	1	0	0
9.	1	1	1	1	0	1	0	0
10.	1	1	1	1	1	1	0	0
11.	1	1	1	0	1	0	1	0
12.	1	1	1	1	1	0	1	0
13.	1	1	1	1	1	1	1	0
14.	1	1	0	1	0	1	0	1
15.	1	1	1	1	0	1	0	1
16.	1	1	1	1	1	1	0	1
17.	1	1	1	1	1	1	1	1

ตารางที่ 4.7 ความหมายของ Q matrix

ข้อ	คุณลักษณะของข้อสอบ
1.	ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1)
2.	การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วนโดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (A1, A2)
3.	การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A3)
4.	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A4)
5.	การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A3, A4)
6.	การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A5)
7.	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5)
8.	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A4, A6)
9.	การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A6)
10.	การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6)
11.	การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A5, A7)

ข้อ	คุณลักษณะของข้อสอบ
12.	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A7)
13.	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7)
14.	การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A4, A6, A8)
15.	การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A6, A8)
16.	การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8)
17.	การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8)

8. การสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามเมทริกซ์คุณลักษณะข้อสอบ (Q matix)

ผู้วิจัยจึงทำการสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามเมทริกซ์คุณลักษณะข้อสอบ ซึ่งแบบสอบวินิจฉัยจะเรียงจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังคุณลักษณะขั้นที่สูงกว่า หรือเรียงจากข้อง่ายไปข้อยาก มีรายละเอียดดังนี้

(1) กำหนดแผนผังการสร้างข้อสอบ (table of specification)

ผู้วิจัยกำหนดน้ำหนักของจำนวนข้อสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนคิดเป็นร้อยละ 5.88 มีรายละเอียดดังตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.8 แผนผังการสร้างข้อสอบ (table of specification)

คุณลักษณะของข้อสอบ	น้ำหนักความสำคัญ (ร้อยละ)	จำนวนข้อ	ข้อ
1. ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1)	5.88	1	1
2. การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วนโดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (A1, A2)	5.88	1	2
3. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A3)	5.88	1	3
4. การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A4)	5.88	1	4
5. การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A3, A4)	5.88	1	5
6. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A5)	5.88	1	6
7. การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5)	5.88	1	7
8. การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่90เท่ากัน (A1, A2, A4, A6)	5.88	1	8
9. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A6)	5.88	1	9
10. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6)	5.88	1	10
11. การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A5, A7)	5.88	1	11

คุณลักษณะของข้อสอบ	น้ำหนักความสำคัญ (ร้อยละ)	จำนวนข้อ	ข้อ
12. การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A7)	5.88	1	12
13. การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7)	5.88	1	13
14 การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A4, A6, A8)	5.88	1	14
15. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A6, A8)	5.88	1	15
16. การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8)	5.88	1	16
17. การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8)	5.88	1	17
รวม	**100**	**17**	

(2) ลักษณะของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นเป็นแบบสอบผสมระหว่างข้อสอบปรนัยและอัตนัยที่มีการตรวจให้คะแนนแบบ 0, 1 จำนวน 17 ข้อ แบ่งเป็นข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 1 ข้อ และข้อสอบอัตนัย จำนวน 16 ข้อ โดยข้อสอบปรนัยใช้วัดคุณลักษณะที่ 1 ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน เพื่อหลีกเลี่ยงให้นักเรียนลอกคำตอบจากโจทย์มาเติมลงในช่องว่าง สำหรับข้อที่ 2 - 17 เป็นข้อสอบอัตนัยให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง แต่แทนที่จะให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงอย่างเดียว ผู้วิจัยได้ออกแบบข้อสอบโดยเพิ่มช่อง “แสดงวิธีคิด” เพื่อวินิจฉัยคำตอบที่ได้มาของนักเรียนว่า คำตอบที่ได้มาเกิดจากมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือไม่ หากคำตอบของนักเรียนไม่ถูกต้อง นักเรียนมีจุดบกพร่องที่เกิดจากการอ่านแล้วตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาไม่ถูกต้องหรือเกิดจากการบวกลบเศษส่วนไม่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้เห็นกระบวนการคิดของนักเรียนชัดเจนขึ้น สำหรับแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้ง 17 ข้อ แสดงดังตารางที่ 4.9 และรูปแบบของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แสดงดังตารางที่ 4.10

ตารางที่ 4.9 แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน จำนวน 17 ข้อ

ข้อคำถาม
ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1)
1. พิจารณาโจทย์ต่อไปนี้ *“มีน้ำส้ม* $\frac{7}{10}$ *ของขวด ดื่มไป* $\frac{3}{10}$ *ของขวด เหลือน้ำส้มเท่าไร”* จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่**<u>โจทย์ต้องการทราบ</u>**คืออะไร ก) ปริมาณน้ำส้มก่อนดื่ม ข) ปริมาณน้ำส้มที่ดื่มไปแล้ว ค) ปริมาณน้ำส้มที่ซื้อมาเพิ่ม ง) ปริมาณน้ำส้มที่ยังไม่ได้ดื่ม

ข้อคำถาม
การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาโดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (A1, A2)
2. ถังใบหนึ่งจุน้ำ $5\frac{2}{3}$ ลิตร ใช้ไป $2\frac{1}{10}$ ลิตร และเติมน้ำลงในถังอีก $1\frac{2}{5}$ ลิตร จะมีน้ำในถังกี่ลิตร
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A3)
3. ฝ้ายฝึกร้องเพลงใช้เวลา $\frac{5}{7}$ ชั่วโมง ซ้อมเต้น $\frac{4}{7}$ ชั่วโมง ฝ้ายฝึกร้องเพลงและซ้อมเต้นรวมทั้งหมดกี่ชั่วโมง
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A4)
4. นิดซื้อลูกไม้มาติดชายกระโปรง $\frac{7}{9}$ หลา ใช้ไป $\frac{5}{9}$ หลา นิดเหลือลูกไม้กี่หลา
การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A3, A4)
5. นุ่นมีแป้งอยู่ $\frac{4}{5}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม ใช้ทำขนมตาล $\frac{2}{5}$ กิโลกรัม นุ่นเหลือแป้งกี่กิโลกรัม
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A5)
6. ในช่วงเช้าอั้มใช้เวลาอ่านหนังสือ $\frac{1}{6}$ ชั่วโมง แล้วอ่านต่อในช่วงบ่ายอีก $\frac{5}{12}$ ชั่วโมง รวมเวลาที่อั้มอ่านหนังสือทั้งหมดกี่ชั่วโมง
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5)
7. ปรีชามีนมสดอยู่ $\frac{3}{4}$ ลิตร ดื่มนมสดไป $\frac{1}{4}$ ลิตร พี่สาวแบ่งให้อีก $\frac{3}{8}$ ลิตร ปรีชาเหลือนมสดกี่ลิตร
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A4, A6)
8. คุณแม่ซื้อเนื้อไก่มา $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม แบ่งไปทำไก่ทอด $\frac{1}{10}$ กิโลกรัม คุณแม่เหลือเนื้อไก่กี่กิโลกรัม
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A6)
9. แม่ครัวมีเนื้อวัวหนัก $\frac{6}{7}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{4}{7}$ กิโลกรัม แบ่งไปทำเนื้อทอด $\frac{9}{14}$ กิโลกรัม แม่ครัวเหลือเนื้อวัวกี่กิโลกรัม
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6)
10. พ่อครัวมีเนื้อหมู $\frac{7}{10}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม นำไปทำแกงจืด $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม พ่อครัวเหลือเนื้อหมูกี่กิโลกรัม
การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A5, A7)
11. ส้มโอหนัก $1\frac{1}{6}$ กิโลกรัม ทุเรียนหนักกว่าส้มโอ $1\frac{3}{8}$ กิโลกรัม ทุเรียนหนักกี่กิโลกรัม
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A7)
12. เดิมป้าแดงมีที่ดิน $\frac{6}{7}$ ไร่ แบ่งให้หลานไป $\frac{1}{7}$ ไร่ ต่อมาซื้อที่ดินเพิ่มอีก $2\frac{1}{5}$ ไร่ ป้าแดงมีที่ดินทั้งหมดกี่ไร่

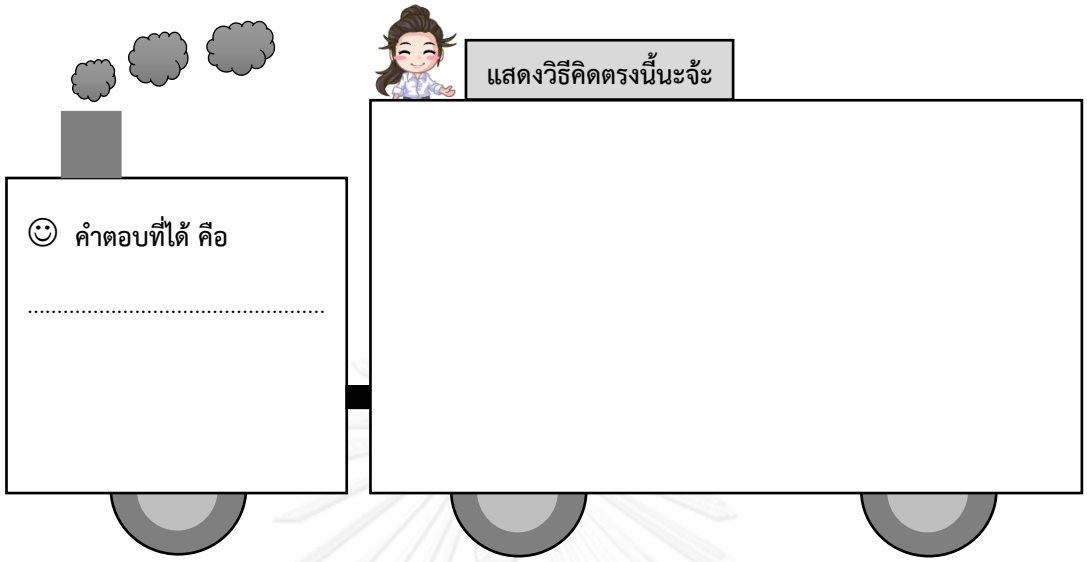
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ข้อคำถาม
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7)
13. ผ้าลูกไม้ผืนหนึ่งยาว $\frac{5}{6}$ เมตร ใช้เย็บกระเป๋า $\frac{3}{5}$ เมตร ซื้อมาเพิ่มอีก $1\frac{1}{2}$ เมตร จะมีผ้าลูกไม้ยาวกี่เมตร
การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A4, A6, A8)
14. เชือกเส้นแรกยาว $2\frac{6}{7}$ เมตร เชือกเส้นที่สองยาว $1\frac{1}{3}$ เมตร เชือกเส้นแรกยาวกว่าเชือกเส้นที่สองกี่เมตร
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A6, A8)
15. เดิมมีน้ำหวานในเหยือก $\frac{9}{10}$ ลิตร เติมน้ำหวานเพิ่มอีก $\frac{8}{10}$ ลิตร แบ่งให้เพื่อนดื่ม $1\frac{1}{4}$ ลิตร เหลือน้ำหวานกี่ลิตร
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8)
16. พ่อมีที่ดิน $\frac{11}{3}$ ไร่ ซื้อที่ดินเพิ่มอีก $\frac{4}{5}$ ไร่ แบ่งไปปลูกข้าว $1\frac{1}{2}$ ไร่ พ่อเหลือที่ดินกี่ไร่
การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8)
16. รถยนต์คันหนึ่งมีน้ำมัน $3\frac{4}{7}$ ลิตร เติมน้ำมันเพิ่มอีก $1\frac{2}{3}$ ลิตร ขับไปเที่ยวสวนสนุกใช้น้ำมัน $1\frac{1}{2}$ ลิตร เหลือน้ำมันกี่ลิตร

ตารางที่ 4.10 ตัวอย่างรูปแบบของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ข้อคำถาม
<u>คำชี้แจง</u> ข้อ 1 จงทำเครื่องหมาย ✕ ข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว
1. พิจารณาโจทย์ต่อไปนี้ *"มีน้ำส้ม $\frac{7}{10}$ ของขวด ดื่มไป $\frac{3}{10}$ ของขวด เหลือน้ำส้มเท่าไร"* จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่**<u>โจทย์ต้องการทราบ</u>**คืออะไร ก) ปริมาณน้ำส้มก่อนดื่ม ข) ปริมาณน้ำส้มที่ดื่มไปแล้ว ค) ปริมาณน้ำส้มที่ซื้อมาเพิ่ม ง) ปริมาณน้ำส้มที่ยังไม่ได้ดื่ม
<u>คำชี้แจง</u> ข้อ 2 - 17 จงเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้
2. ถังใบหนึ่งจุน้ำ $5\frac{2}{3}$ ลิตร ใช้ไป $2\frac{1}{10}$ ลิตร และเติมน้ำลงในถังอีก $1\frac{2}{5}$ ลิตร จะมีน้ำในถังกี่ลิตร **ประโยคสัญลักษณ์ที่ได้คือ**.....
3. ฝ้ายฝึกร้องเพลงใช้เวลา $\frac{5}{7}$ ชั่วโมง ซ้อมเต้น $\frac{4}{7}$ ชั่วโมง ฝ้ายฝึกร้องเพลงและซ้อมเต้นรวมทั้งหมดกี่ชั่วโมง

ข้อคำถาม



(3) กำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน โดยมีเกณฑ์ดังนี้

ข้อ 1 เป็นแบบสอบปรนัย 4 ตัวเลือก ให้คะแนนแบบ 0, 1 โดย ตอบถูกได้ 1 คะแนน และตอบผิดได้ 0 คะแนน

ข้อ 2 เป็นแบบสอบอัตนัย ให้คะแนนเป็น 2 ระดับ คือ 0 และ 1 คะแนน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

1. ถ้านักเรียนสามารถบอกได้คำศัพท์ที่แสดงคำสำคัญในโจทย์ปัญหาและสามารถบอก/เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้องครบถ้วน ให้ 1 คะแนน เช่น $\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\square$ หรือ $\frac{2}{3}-\frac{1}{9}=\bigcirc$ หรือ $1\frac{2}{4}+2\frac{5}{10}=$ ก
2. ถ้านักเรียนสามารถบอกคำศัพท์ที่แสดงคำสำคัญในโจทย์ปัญหาได้ และสามารถบอก/เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้แต่ไม่ครบถ้วน ให้ 0 คะแนน เช่น $\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{6}{3}$ หรือ $\frac{2}{5}+\frac{4}{10}=\square$, $\frac{6}{10}-\frac{1}{15}=\square$ หรือ $\frac{2}{5}+\frac{4}{3}=\square-\frac{1}{15}=\square$

ข้อ 3-17 เป็นแบบสอบอัตนัย ให้คะแนนแบบ 0, 1 ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ดังนี้

- ถ้านักเรียนตอบถูกต้องตามเฉลยที่กำหนดไว้ โดยอาจตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ/จำนวนคละ/เศษส่วนที่เท่ากับคำตอบให้ 1 คะแนน เช่น $1\frac{5}{4} = \frac{9}{4}$ หรือ $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ หรือ $\frac{44}{20} = 2\frac{4}{20} = 2\frac{1}{5}$
- ถ้านักเรียนตอบไม่ตรงตามเฉลย ให้ 0 คะแนน

9. นำแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไปทดสอบนักเรียนและตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

ผู้วิจัยนำไปแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไปทดสอบนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และตรวจให้คะแนนเป็นรายข้อตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ในขั้นตอนที่ 8

10. วินิจฉัยจุดอ่อนจุดแข็งของนักเรียนคำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะเป็นวิธีที่มุ่งนำเสนอคะแนนเชิงวินิจฉัยที่จำแนกเป็นรายคุณลักษณะจากผลการตอบข้อสอบของนักเรียนเป็นรายข้อ ซึ่งคะแนนเชิงวินิจฉัยจะแสดงในรูปของความน่าจะเป็นของความรอบรู้ (attribute probability) เพราะการคำนวณคะแนนวินิจฉัยใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็นแบบเบย์ (Bayes' theorem) มาช่วยในการคำนวณ เพื่อให้สะดวกต่อการแปลผลคะแนน ผู้วิจัยได้นำ 100 ไปคูณกับความน่าจะเป็นของความรอบรู้เพื่อทำให้เป็นร้อยละ และเรียกว่าร้อยละของความรอบรู้

สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการวินิจฉัยความรอบรู้ของนักเรียนมีดังนี้

ร้อยละ 0 – 40 หมายถึง นักเรียนขาดความรู้ในคุณลักษณะนั้น ๆ กล่าวคือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในคุณลักษณะนั้น ๆ (non-mastery)

ร้อยละ 41 – 60 หมายถึง นักเรียนมีความรู้บางส่วนในคุณลักษณะนั้น ๆ กล่าวคือ เมื่อนักเรียนทำข้อสอบที่วัดคุณลักษณะเดียวกัน บางครั้งอาจจะทำถูก บางครั้งอาจจะทำผิด แต่ผิดเพราะยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแฝงอยู่ (partial mastery)

ร้อยละ 61 – 100 หมายถึง นักเรียนมีความรู้ในคุณลักษณะนั้น ๆ อย่างชัดเจน (mastery)

เนื่องจากวิธีการคำนวณร้อยละของความรอบรู้โดยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีเบย์ตามที่อธิบายไว้ในบทที่ 3 ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้นำสูตรการคำนวณไปเขียนเป็นโปรแกรมโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel เพื่อให้ครูเกิดความสะดวกในการใช้และแปลผลคะแนนเชิงวินิจฉัย โปรแกรมวิเคราะห์คะแนนเชิงวินิจฉัยจะคำนวณคะแนนที่ได้และคะแนนร้อยละของความรอบรู้เป็นรายบุคคลและแสดงผลออกมาเป็นใบรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัย นอกจากนี้โปรแกรมยังสามารถพิมพ์รายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยในรูปของ pdf file เพื่อให้ครูเก็บเป็นข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน หรือรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยให้กับผู้ปกครองและนักเรียนทราบระดับความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะ สำหรับตัวอย่างใบรายงานเชิงวินิจฉัย แสดงภาพที่ 4.3

การรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัย (Diagnostic Score Report)

ชื่อ: คนที่2
ชั้น: ประถมศึกษาปีที่ 6/2
เลขที่: 2
คะแนนเต็ม: 17
คะแนนที่ได้: 7

คุณลักษณะการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วน	skill mastery			ร้อยละของความรอบรู้
	nonmastery	partial mastery	mastery	
ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1)				52%
การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A2)				82%
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A3)				69%
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A4)				69%
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A5)				53%
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A6)				36%
การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A7)				0%
การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A8)				0%

เกณฑ์ร้อยละความรอบรู้ของนักเรียน

ร้อยละ 0-40 หมายถึง นักเรียน**ขาดความรอบรู้**ในคุณลักษณะนั้น ๆ (non-mastery)
ร้อยละ 41-60 หมายถึง นักเรียนมีความรอบรู้**บางส่วน** (partial mastery)
ร้อยละ 61-100 หมายถึง นักเรียน**มีความรอบรู้**ในคุณลักษณะนั้น ๆ (mastery)

Skill Descriptions

คุณลักษณะที่ 1: ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน
นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยแยกข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้

คุณลักษณะที่ 2: การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน
นักเรียนสามารถตีความหมายของคำศัพท์ที่บอกถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การบวก ลบ คูณ หาร และสามารถเปลี่ยนจากประโยคข้อความเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

คุณลักษณะที่ 3: คุณลักษณะด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
นักเรียนสามารถบวก เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันได้อย่างถูกต้อง

คุณลักษณะที่ 4: การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
นักเรียนสามารถลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันได้อย่างถูกต้อง

คุณลักษณะที่ 5: การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
นักเรียนสามารถบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้อย่างถูกต้อง

คุณลักษณะที่ 6: คุณลักษณะด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
นักเรียนสามารถลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้อย่างถูกต้อง

คุณลักษณะที่ 7: การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
นักเรียนสามารถบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้อย่างถูกต้อง

คุณลักษณะที่ 8: การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
นักเรียนสามารถลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้อย่างถูกต้อง

ภาพที่ 4.3 ตัวอย่างใบรายงานเชิงวินิจฉัย

2.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้น

หัวข้อนี้เป็นการนำแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จำนวน 17 ข้อ ไปตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ โดยแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ 1) ผลการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (content validity) 2) ผลตรวจสอบคุณภาพในระยะการทดลองใช้เครื่องมือ และ 3) ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือในระยะเก็บจริง มีรายละเอียดดังนี้

1) ผลการตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (content validity)

การตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา พิจารณาจากความสอดคล้องของผลการตัดสินของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน ประกอบด้วย 1) ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน 2) ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 2 ท่าน และ 3) ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ท่าน ผลการตรวจสอบความตรงใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (item objective congruence: IOC) ซึ่งพิจารณาจากค่าเฉลี่ยคะแนนการตัดสินของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดเป็นเกณฑ์ ถ้าข้อใดมีค่า IOC สูงกว่า 0.8 ถือว่าข้อสอบวัดได้ตรงตามวัตถุประสงค์และมีค่า IOC อยู่ในเกณฑ์ดี (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2548)

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามที่สร้างขึ้นกับคุณลักษณะของข้อสอบที่ได้จาก Q-matrix จำนวน 17 ข้อ พบว่า ข้อสอบทั้งหมดมีความสามารถวัดได้ตรงตามคุณลักษณะของข้อสอบที่สร้างไว้ใน Q-matrix โดยข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ดังตารางที่ 4.11

ตารางที่ 4.11 ผลการวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน

ข้อคำถาม	IOC
ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A1)	
1. พิจารณาโจทย์ต่อไปนี้ *"มีน้ำส้ม* $\frac{7}{10}$ *ของขวด ดื่มไป* $\frac{3}{10}$ *ของขวด เหลือน้ำส้มเท่าไร"* จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่**<u>โจทย์ต้องการทราบ</u>**คืออะไร ก) ปริมาณน้ำส้มก่อนดื่ม ข) ปริมาณน้ำส้มที่ดื่มไปแล้ว ค) ปริมาณน้ำส้มที่ซื้อมาเพิ่ม ง) ปริมาณน้ำส้มที่ยังไม่ได้ดื่ม	1.00
การตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาโดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (A1, A2)	
2. ถังใบหนึ่งจุน้ำ $5\frac{2}{3}$ ลิตร ใช้ไป $2\frac{1}{10}$ ลิตร และเติมน้ำลงในถังอีก $1\frac{2}{5}$ ลิตร จะมีน้ำในถังกี่ลิตร	1.00
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A3)	
3. ฝ้ายฝึกร้องเพลงใช้เวลา $\frac{5}{7}$ ชั่วโมง ซ้อมเต้น $\frac{4}{7}$ ชั่วโมง ฝ้ายฝึกร้องเพลงและซ้อมเต้นรวมทั้งหมดกี่ชั่วโมง	1.00
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A4)	

ข้อคำถาม	IOC
4. นิดซื้อลูกไม้มาติดชายกระโปรง $\frac{7}{9}$ หลา ใช้ไป $\frac{5}{9}$ หลา นิดเหลือลูกไม้กี่หลา	1.00
การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A1, A2, A3, A4)	
5. นุ่นมีแป้งอยู่ $\frac{4}{5}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม ใช้ทำขนมตาล $\frac{2}{5}$ กิโลกรัม นุ่นเหลือแป้งกี่กิโลกรัม	1.00
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A5)	
6. ในช่วงเช้าอั้มใช้เวลาอ่านหนังสือ $\frac{1}{6}$ ชั่วโมง แล้วอ่านต่อในช่วงบ่ายอีก $\frac{5}{12}$ ชั่วโมง รวมเวลาที่อั้มอ่านหนังสือทั้งหมดกี่ชั่วโมง	1.00
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5)	
7. ปรีชามีนมสดอยู่ $\frac{3}{4}$ ลิตร ดื่มนมสดไป $\frac{1}{4}$ ลิตร พี่สาวแบ่งให้อีก $\frac{3}{8}$ ลิตร ปรีชาเหลือนมสดกี่ลิตร	1.00
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่90เท่ากัน (A1, A2, A4, A6)	
8. คุณแม่ซื้อเนื้อไก่มา $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม แบ่งไปทำไก่ทอด $\frac{1}{10}$ กิโลกรัม คุณแม่เหลือเนื้อไก่กี่กิโลกรัม	1.00
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A6)	
9. แม่ครัวมีเนื้อวัวหนัก $\frac{6}{7}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{4}{7}$ กิโลกรัม แบ่งไปทำเนื้อทอด $\frac{9}{14}$ กิโลกรัม แม่ครัวเหลือเนื้อวัวกี่กิโลกรัม	1.00
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6)	
10. พ่อครัวมีเนื้อหมู $\frac{7}{10}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม นำไปทำแกงจืด $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม พ่อครัวเหลือเนื้อหมูกี่กิโลกรัม	1.00
การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A5, A7)	
11. ส้มโอหนัก $1\frac{1}{6}$ กิโลกรัม ทุเรียนหนักกว่าส้มโอ $1\frac{3}{8}$ กิโลกรัม ทุเรียนหนักกี่กิโลกรัม	1.00
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A7)	
12. เดิมป้าแดงมีที่ดิน $\frac{6}{7}$ ไร่ แบ่งให้หลานไป $\frac{1}{7}$ ไร่ ต่อมาซื้อที่ดินเพิ่มอีก $2\frac{1}{5}$ ไร่ ป้าแดงมีที่ดินทั้งหมดกี่ไร่	1.00
การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7)	
13. ผ้าลูกไม้ผืนหนึ่งยาว $\frac{5}{6}$ เมตร ใช้เย็บกระเป๋า $\frac{3}{5}$ เมตร ซื้อมาเพิ่มอีก $1\frac{1}{2}$ เมตร จะมีผ้าลูกไม้ยาวกี่เมตร	1.00
การลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A4, A6, A8)	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ข้อคำถาม	IOC
14. เชือกเส้นแรกยาว $2\frac{6}{7}$ เมตร เชือกเส้นที่สองยาว $1\frac{1}{3}$ เมตร เชือกเส้นแรกยาวกว่าเชือกเส้นที่สองกี่เมตร	1.00
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A6, A8)	
15. เดิมมีน้ำหวานในเหยือก $\frac{9}{10}$ ลิตร เติมน้ำหวานเพิ่มอีก $\frac{8}{10}$ ลิตร แบ่งให้เพื่อนดื่ม $1\frac{1}{4}$ ลิตร เหลือน้ำหวานกี่ลิตร	1.00
การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8)	
16. พ่อมีที่ดิน $\frac{11}{3}$ ไร่ ซื้อที่ดินเพิ่มอีก $\frac{4}{5}$ ไร่ แบ่งไปปลูกข้าว $1\frac{1}{2}$ ไร่ พ่อเหลือที่ดินกี่ไร่	1.00
การบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8)	
17. รถยนต์คันหนึ่งมีน้ำมัน $3\frac{4}{7}$ ลิตร เติมน้ำมันเพิ่มอีก $1\frac{2}{3}$ ลิตร ขับไปเที่ยวสวนสนุกใช้น้ำมัน $1\frac{1}{2}$ ลิตร เหลือน้ำมันกี่ลิตร	1.00

2) ผลตรวจสอบคุณภาพในระยะการทดลองใช้เครื่องมือ

การตรวจสอบคุณภาพคุณภาพของเครื่องมือในระยะนี้ ผู้วิจัยทำการตรวจสอบ (1) ค่าความยากและอำนาจจำแนกตามทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (classical test theory) (2) ความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายในด้วยวิธีของฮอยท์ (Hoyt's reliability) และ (3) ผลการวิเคราะห์ความตรงของการวินิจฉัย ดังนี้

(1) การวิเคราะห์ค่าความยากและอำนาจจำแนกของข้อสอบ

ผลการวิเคราะห์ค่าความยากเฉลี่ยของข้อสอบมีค่าเท่ากับ 0.66 แสดงให้เห็นว่า แบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นมีลักษณะค่อนข้างง่าย ซึ่งสอดคล้องกับหลักการสร้างแบบสอบวินิจฉัยของ Bloom (1971) และ Singha (1974) ที่กล่าวว่า แบบสอบวินิจฉัยควรเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย โดยมีระดับค่าความยากตั้งแต่ 0.65 ขึ้นไป และค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ยของข้อสอบมีค่าเท่ากับ 0.47 แสดงให้เห็นว่า แบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นสามารถใช้จำแนกนักเรียกได้ดี ดังนั้นแบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นจึงมีความเหมาะสมที่จะนำไปวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียน เนื่องจากข้อสอบข้อที่ 1 เป็นข้อสอบแบบหลายตัวเลือก ดังนั้นจึงต้องวิเคราะห์ประสิทธิ์ภาพของตัวลวงแต่ละตัว พบว่า ตัวลวงที่ 1 และ 2 เป็นตัวลวงสามารถจำแนกนักเรียนได้ มีค่าเท่ากับ 0.07 และ 0.14 ตามลำดับ ส่วนตัวลวงที่ 3 เป็นตัวลวงที่ไม่มีคนเลือก มีค่าเท่ากับ 0 และตัวเลือกที่ 4 เป็นคำตอบถูกที่ดี สำหรับรายละเอียดของค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบวินิจฉัยจำแนกเป็นรายข้อ แสดงดังตารางที่ 4.12 และประสิทธิภาพตัวลวงของข้อคำถามข้อที่ 1 แสดงดังตารางที่ 4.13

ตารางที่ 4.12 ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน จำแนกเป็นรายข้อ

ข้อ	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ข้อ	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1.	0.89	0.21	10.	0.64	0.57
2.	0.96	0.07	11.	0.64	0.57
3.	0.86	0.29	12.	0.36	0.71
4.	0.86	0.29	13.	0.46	0.93
5.	0.93	0.14	14.	0.50	0.86
6.	0.71	0.43	15.	0.39	0.79
7.	0.61	0.50	16.	0.39	0.79
8.	0.82	0.21	17.	0.21	0.43
9.	0.89	0.21			

ตารางที่ 4.13 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพตัวลวงของข้อที่ 1

ตัวเลือก	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.04	0.07
2	0.07	0.14
3	0.00	0.00
4* (คำตอบถูก)	0.89	0.21

(2) การวิเคราะห์ความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายใน

ผลการวิเคราะห์ค่าความเที่ยงจากการทดลองใช้เครื่องมือพบว่า ความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายในด้วยวิธีของฮอยท์ของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกลบเศษส่วน เท่ากับ 0.84 ซึ่งมีค่าสูงกว่า 0.70 แสดงให้เห็นว่า แบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นสามารถนำไปวินิจฉัยจุดบกพร่องของนักเรียนได้

(3) การวิเคราะห์ความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจ (interater reliability)

การวิเคราะห์ความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจได้มาจากการนำคะแนนที่ได้จากการตรวจให้คะแนนของผู้วิจัยและคะแนนที่ได้จากการตรวจให้คะแนนของครูคณิตศาสตร์มาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson’s Product moment correlation) มีคุณภาพด้านความความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจเท่ากับ 0.898 รายละเอียดคะแนนได้จากการตรวจให้คะแนนของผู้วิจัยและคะแนนที่ได้จากการตรวจให้คะแนนของครูคณิตศาสตร์ แสดงดังตารางที่ 4.14

ตารางที่ 4.14 คะแนนได้จากการตรวจให้คะแนนของผู้วิจัยและคะแนนที่ได้จากการตรวจให้คะแนนของครูคณิตศาสตร์

นักเรียนคนที่	คะแนนจากการตรวจของผู้วิจัย	คะแนนจากการตรวจของครู	นักเรียนคนที่	คะแนนจากการตรวจของผู้วิจัย	คะแนนจากการตรวจของครู
1	12	14	24	10	8
2	15	15	25	7	6
3	9	8	26	10	8
4	6	8	27	8	6
5	14	12	28	7	9
6	11	13	29	11	10
7	15	14	30	7	6
8	14	13	31	15	13
9	11	9	32	11	11
10	6	7	33	11	10
11	17	15	34	14	13
12	8	10	35	16	17
13	16	15	36	10	12
14	11	12	37	11	11
15	14	14	38	16	14
16	9	9	39	13	15
17	10	11	40	9	9
18	11	10	41	12	10
19	6	8	42	10	8
20	5	6	43	16	14
21	14	15	44	14	13
22	9	7	45	4	2
23	13	11			

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3) ผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือในระยะเก็บจริง

การตรวจสอบคุณภาพในประเด็นนี้ ผู้วิจัยใช้ตัวอย่างจำนวน 1,252 คน เพื่อให้มีความถูกต้องแม่นยำ และเหมาะสมกับการวิเคราะห์พารามิเตอร์ข้อสอบตามทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่ (item response theory : IRT) ประเด็นในการนำเสนอแบ่งเป็น 2 ส่วน ได้แก่ (1) ผลการเลือกโมเดลการตอบสอบข้อสอบตามทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่ และ (2) ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน มีรายละเอียดดังนี้

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบด้วยโมเดลการตอบสนองข้อสอบทั้ง 3 โมเดล เพื่อคัดเลือกโมเดลการวิเคราะห์ข้อสอบที่เหมาะสมและสอดคล้องกับข้อมูลการตอบข้อสอบของนักเรียนมากที่สุด โดยโมเดลการวิเคราะห์ข้อสอบประกอบด้วย โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 1 พารามิเตอร์ วิเคราะห์เฉพาะค่าพารามิเตอร์ความยาก (b) โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ วิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ความยาก (b) และอำนาจจำแนก (a) และโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 3 พารามิเตอร์ วิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ความยาก (b) ค่าพารามิเตอร์อำนาจจำแนก (a) และค่าพารามิเตอร์โอกาสในการเดา (c)

ค่าสถิติที่ใช้ในการคัดเลือกโมเดลมี 3 ค่า คือ -2loglikelihood Akaike Information Criterion (AIC) Bayesian Information Criterion (BIC) เกณฑ์ในการพิจารณามีความแตกต่างกันเล็กน้อย ดังนี้ สำหรับค่า AIC และ BIC สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้เลย โดยพิจารณาเลือกโมเดลที่มีค่า AIC และ BIC น้อยที่สุด แต่สำหรับค่า -2loglikelihood นั้นไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้ทันที เนื่องจากค่านี้ต้องหาค่าผลต่างของ -2loglikelihood ระหว่างโมเดลที่ต้องการเปรียบเทียบ ซึ่งผลต่างจะอยู่ในรูปของค่าไคสแควร์ (chi-square) มีองศาอิสระ (df) เท่ากับจำนวนพารามิเตอร์ที่เพิ่มขึ้นของโมเดลที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อสอบ จากนั้นนำค่าผลต่างที่ได้ไปเปิดตารางไคสแควร์ ถ้าผลต่างของ -2loglikelihood แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ แสดงว่าโมเดใหม่ที่ต้องการเปรียบเทียบเหมาะสมกับข้อมูลการตอบของนักเรียน แต่ถ้าแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่าโมเดลเดิมเหมาะสมกับข้อมูลมากกว่าโมเดลใหม่

ผลการคัดเลือกโมเดลที่เหมาะสมกับข้อมูลการตอบข้อสอบของนักเรียนครั้งนี้ คือ โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ โดยประมาณค่าพารามิเตอร์ความยาก (b) และอำนาจจำแนก (a) เนื่องจากค่า AIC และ BIC มีค่าน้อยที่สุด มีค่าเท่ากับ 19467.93 และ 19642.43 ตามลำดับ และผลต่างระหว่างค่า -2loglikelihood ของโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 1 พารามิเตอร์กับ 2 พารามิเตอร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แสดงว่า โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ดีกว่าโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 1 พารามิเตอร์ แต่ผลต่างระหว่างค่า-2loglikelihood ของโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์กับ 3 พารามิเตอร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แสดงว่า โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ดีกว่าโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 3 พารามิเตอร์ ดังตารางที่ 4.15

ตารางที่ 4.15 ค่าสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบโมเดลการตอบสนองข้อสอบ

ค่าสถิติ	โมเดล 1 พารามิเตอร์	โมเดล 2 พารามิเตอร์	โมเดล 3 พารามิเตอร์	Δ -2lnL ของ โมเดล 1 และ 2 พารามิเตอร์	Δ -2lnL ของ โมเดล 2 และ 3 พารามิเตอร์
-2loglikelihood	19792.79	19399.93	19415.57	392.86*	27.59
AIC	19828.79	19467.93	19517.57	-	-
BIC	19921.18	19642.43	19779.32	-	-

หมายเหตุ Akaike Information Criterion (AIC) และ Bayesian Information Criterion (BIC)

* หมายถึง ระดับนัยสำคัญที่ 0.05

เมื่อพิจารณาโมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ จะเห็นว่าค่าความยาก (b) มีค่าอยู่ระหว่าง -2.14 ถึง 1.06 แสดงว่า ภาพรวมของข้อสอบทั้ง 17 ข้อเรียงจากข้อง่ายไปข้อยาก โดยข้อที่ง่ายสุดคือ ข้อ 2 (-2.14) รองลงมาคือ ข้อ 1 (-1.60) ข้อ 5 (-1.50) และข้อ 4 (-1.25) สำหรับค่าอำนาจจำแนก (a) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.77 ถึง 3.07 แสดงว่าทุกข้อสามารถจำแนกนักเรียนได้ โดยข้อที่จำแนกได้ดีที่สุดคือ ข้อ 9 (3.07) รองลงมาคือ ข้อ 13 (2.91) ข้อ 15 (2.77) และข้อ 6 (2.75) รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 4.16

ตารางที่ 4.16 ผลการวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทฤษฎีการทดสอบแนวใหม่

ข้อ	โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์		การแปลความหมาย
	ค่าอำนาจจำแนก (a_i)	ค่าความยาก (b_i)	
1.	0.77	-1.60	ข้อสอบง่ายมาก จำแนกได้ปานกลาง
2.	1.01	-2.14	ข้อสอบง่ายมาก จำแนกได้ดี
3.	1.67	-1.18	ข้อสอบง่าย จำแนกได้ดี
4.	1.59	-1.25	ข้อสอบง่าย จำแนกได้ดี
5.	1.34	-1.50	ข้อสอบง่าย จำแนกได้ดี
6.	2.75	-0.34	ข้อสอบค่อนข้างง่าย จำแนกได้ดีมาก
7.	1.78	-0.24	ข้อสอบค่อนข้างง่าย จำแนกได้ดี
8.	2.34	-0.40	ข้อสอบค่อนข้างง่าย จำแนกได้ดีมาก
9.	3.07	-0.22	ข้อสอบค่อนข้างง่าย จำแนกได้ดีมาก
10.	2.52	-0.17	ข้อสอบค่อนข้างง่าย จำแนกได้ดีมาก
11.	1.93	0.77	ข้อสอบยาก จำแนกได้ดี
12.	2.45	0.48	ข้อสอบค่อนข้างยาก จำแนกได้ดีมาก
13.	2.91	0.59	ข้อสอบค่อนข้างยาก จำแนกได้ดีมาก
14.	2.44	0.38	ข้อสอบค่อนข้างยาก จำแนกได้ดีมาก
15.	2.77	0.47	ข้อสอบค่อนข้างยาก จำแนกได้ดีมาก
16.	2.25	0.77	ข้อสอบยาก จำแนกได้ดีมาก
17.	1.94	1.06	ข้อสอบยากมาก จำแนกได้ดี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.3 การสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบ (item model)

ผู้วิจัยนำแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน มาประยุกต์กับใช้โมเดลข้อสอบ (item model) โดยยกตัวอย่างการสร้างโมเดลข้อสอบจากข้อที่ 1 (สำหรับข้อที่เหลือสามารถดูได้ที่ภาคผนวก ค) มีรายละเอียดดังนี้

แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนฉบับนี้ได้ประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบ (item model) มาช่วยในการสร้างแบบสอบที่มีลักษณะเดียวกันให้เกิดข้อสอบที่มีจำนวนมากขึ้น และสามารถนำไปใช้ทดสอบนักเรียนได้หลายฉบับ อีกทั้งยังลดเวลาในการออกข้อสอบของครูได้อีกด้วย โดยที่ครูไม่ต้องออกข้อสอบฉบับใหม่หลาย ๆ ฉบับ

สำหรับสัญลักษณ์ที่ใช้ในการเปลี่ยนข้อคำถามและตัวเลขในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้

ข้อความที่มีลักษณะบรรยายเป็นตัวอักษร	แทนด้วย	S (string)
ตัวเลขที่แสดงเป็นเศษส่วน	แทนด้วย	F (fraction)
ตัวเลขที่แสดงเป็นจำนวนคละ	แทนด้วย	M (mixed number)
ตัวเลขที่แสดงเป็นจำนวนเต็ม	แทนด้วย	W (whole number)
ตัวเลขที่แสดงเป็นตัวเศษ	แทนด้วย	N (numerator)
ตัวเลขที่แสดงเป็นตัวส่วน	แทนด้วย	D (denominator)

Model 1

พิจารณาโจทย์ต่อไปนี้

*"มี**น้ำส้ม*** $\frac{7}{10}$ *ของ**ขวด ดื่ม**ไป* $\frac{3}{10}$ *ของ**ขวด** เหลือ**น้ำส้ม**เท่าไร"*

จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่**โจทย์ต้องการทราบ**คืออะไร

ก) ปริมาณ**น้ำส้ม**ก่อน**ดื่ม**
ข) ปริมาณ**น้ำส้ม**ที่**ดื่ม**ไปแล้ว
ค) ปริมาณ**น้ำส้ม**ที่ซื้อมาเพิ่ม
ง) ปริมาณ**น้ำส้ม**ที่ยังไม่ได้**ดื่ม**

Item model Variables

ข้อคำถาม

พิจารณาโจทย์ต่อไปนี้

*"มี**น้ำส้ม (S1)*** $\frac{7}{10}$ *(F1) ของ**ขวด (S2) ดื่ม (S3)** ไป* $\frac{3}{10}$ *(F2) ของ**ขวด (S2)** เหลือ**น้ำส้ม (S1) เท่าไร"*

จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่**โจทย์ต้องการทราบ**คืออะไร

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : น้ำส้ม น้ำองุ่น พิซซ่า
S2 : ขวด เหยือก ถาด
S3 : ดื่ม รับประทาน

	F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 5 - 9 และ **D1** : 10 – 12 **F2** = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 1 - 4 และ **D2** : 10 – 12 **เงื่อนไข** : 1) “น้ำส้ม” และ “น้ำองุ่น” ใช้คู่กับ “ขวด” และ “เหยือก” และใช้คู่กับ “ดื่ม” 2) เศษส่วน F1 ต้อง**มากกว่า** F2 เสมอ เพราะ โจทย์ข้อนี้เป็นการลบเศษส่วน และเพื่อให้ถูกต้องตามหลักการลบที่ตัวตั้งต้องมากกว่าตัวลบ 3) ถ้า F1 และ F2 เป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนเท่ากัน** (D1 = D2) แล้ว ตัวเศษ N1 ต้องมากกว่า N2 (N1 > N2) เช่น F1 = $\frac{5}{11}$ และ F2 = $\frac{3}{11}$ 4) ถ้า F1 และ F2 เป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนไม่เท่ากัน** (D1 ≠ D2) แล้ว ตัวเศษ N1 ต้องมากกว่า N2 (N1 > N2) และตัวส่วน D1 และ D2 เป็นตัวเลขอะไรก็ได้ ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน เช่น F1 = $\frac{7}{10}$ และ F2 = $\frac{4}{12}$
ตัวเลือก	ก) ปริมาณ **S1** ก่อน **S3** ข) ปริมาณ **S1** ที่ **S3** ไปแล้ว ค) ปริมาณ **S1** ที่ซื้อมาเพิ่ม ง) ปริมาณ **S1** ที่ยังไม่ได้ **S3**
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
คำตอบ	ง)

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 1

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1, F1 และ F2 ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก น้ำส้ม เป็น **น้ำองุ่น**
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 8, D1 = 12

ดังนั้น F1 = $\frac{8}{12}$

- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 3, D1 = 11

ดังนั้น F2 = $\frac{3}{11}$

เมื่อเลือก S1, F1 และ F2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, F1 และ F2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์แบบที่ 1

พิจารณาโจทย์ต่อไปนี้

*"มี**น้ำอุ่น** $\frac{8}{12}$ ของ**ขวด** **ดื่ม**ไป $\frac{3}{11}$ ของ**ขวด** เหลือ**น้ำอุ่น**เท่าไร"*

จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่**โจทย์ต้องการทราบ**คืออะไร

ก) ปริมาณ**น้ำอุ่น**ก่อน**ดื่ม**
ข) ปริมาณ**น้ำอุ่น**ที่**ดื่ม**ไปแล้ว
ค) ปริมาณ**น้ำอุ่น**ที่ซื้อมาเพิ่ม
ง) ปริมาณ**น้ำอุ่น**ที่ยังไม่ได้**ดื่ม**

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนเป็นการนำเสนอคะแนนเชิงวินิจฉัยในรูปร้อยละของความรอบรู้ในแต่ละคุณลักษณะ โดยมีเกณฑ์ดังนี้

ร้อยละ 0 – 40 หมายถึง นักเรียนขาดความรู้ในคุณลักษณะนั้น ๆ กล่าวคือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในคุณลักษณะนั้น ๆ (non-mastery)

ร้อยละ 41 – 60 หมายถึง นักเรียนมีความรู้บางส่วนในคุณลักษณะนั้น ๆ กล่าวคือ เมื่อนักเรียนทำข้อสอบที่วัดคุณลักษณะเดียวกัน บางครั้งอาจจะทำถูก บางครั้งอาจจะทำผิด แต่ผิดเพราะยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแฝงอยู่ (partial mastery)

ร้อยละ 61 – 100 หมายถึง นักเรียนมีความรู้ในคุณลักษณะนั้น ๆ อย่างชัดเจน (mastery)

การวิเคราะห์คะแนนเชิงวินิจฉัยความรอบรู้ จำแนกตามคุณลักษณะของนักเรียนจำนวน 1,252 คน พบว่า นักเรียนมีความรอบรู้หรือมีมโนทัศน์ที่ชัดเจนในคุณลักษณะที่ 1 ด้านการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (A1) และคุณลักษณะที่ 2 ด้านการตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A2) นั่นคือ เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา นักเรียนสามารถแยกได้ว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร หรือ โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง และนักเรียนสามารถตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาให้เป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง นอกจากนี้นักเรียนมีความรอบรู้หรือมีมโนทัศน์ที่ชัดเจนในคุณลักษณะที่ 3 ด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และคุณลักษณะที่ 4 ด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน นั่นคือ นักเรียนสามารถบวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันได้อย่างถูกต้อง

เมื่อพิจารณาคุณลักษณะที่ 5 – 8 พบว่า นักเรียนเริ่มขาดความรอบรู้ในคุณลักษณะการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันไปจนถึงคุณลักษณะการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ซึ่งหานักเรียนขาดความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ 5 ด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และคุณลักษณะที่ 6 ที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันย่อมส่งผลไปยังคุณลักษณะที่ 7 ด้านการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และคุณลักษณะที่ 8 ด้านการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

สำหรับคุณลักษณะที่ 7 ด้านการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และคุณลักษณะที่ 8 ด้านการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันเป็นคุณลักษณะที่นักเรียนขาดความรอบรู้สูงสุด แสดงว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการบวกและลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ซึ่งอาจเกิดจากการที่นักเรียนไม่สามารถบวกหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถบวกหรือลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ หรืออีกอย่างหนึ่งคือ นักเรียนอาจเปลี่ยนจำนวนคละเป็นเศษเกินไม่ได้จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถบวกหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ แสดงดังตารางที่ 4.17 และภาพที่ 4.4

คุณลักษณะที่ 1 ด้านการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (A1) นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสามารถแยกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ หรือโจทย์ถามอะไร (ร้อยละ 65.18) รองลงมาเป็นนักเรียนที่มีความรู้เป็นบางส่วน (partial mastery) คิดเป็นร้อยละ 25.88 และนักเรียนที่ยังขาดคุณลักษณะด้านความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 8.95

คุณลักษณะที่ 2 ด้านการตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน (A2) นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตีความคำสำคัญของโจทย์ปัญหาเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ (ร้อยละ 65.04) รองลงมาคือ นักเรียนที่มีความรู้บางส่วนหรือนักเรียนสามารถตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาได้บางคำ (ร้อยละ 24.44) และนักเรียนขาดความรู้ในการตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาน้อยที่สุด (ร้อยละ 10.46) นั่นคือ นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าคำสำคัญที่แสดงในโจทย์ปัญหาคำใดหมายถึงการบวกและคำใดหมายถึงการลบ

คุณลักษณะที่ 3 ด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A3) นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันได้ (ร้อยละ 58.15) สำหรับนักเรียนที่มีความรู้บางส่วนหรือมีความรู้เรื่องการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันไม่ชัดเจนและนักเรียนที่ไม่สามารถบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันมีจำนวนที่ใกล้เคียงกัน (ร้อยละ 22.92 และ ร้อยละ 18.93)

คุณลักษณะที่ 4 ด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน (A4) นักเรียนส่วนใหญ่สามารถลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันได้ (ร้อยละ 58.71) สำหรับนักเรียนที่มีความรู้บางส่วนหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันไม่ชัดเจน และนักเรียนที่ไม่สามารถลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันมีจำนวนที่ใกล้เคียงกัน (ร้อยละ 23.32 และ 17.97 ตามลำดับ)

คุณลักษณะที่ 5 ด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A5) นักเรียนสามารถบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้มากที่สุด (ร้อยละ 40.89) รองลงมาคือ นักเรียนที่ไม่สามารถบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ (ร้อยละ 32.99) และนักเรียนที่มีความรู้บางส่วนหรือบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันไม่ชัดเจน (ร้อยละ 26.12)

คุณลักษณะที่ 6 ด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A5) นักเรียนสามารถลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้มากที่สุด (ร้อยละ 43.13) รองลงมาคือ นักเรียนที่ไม่สามารถลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ (ร้อยละ 31.71) และนักเรียนที่มีความรู้บางส่วนหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันไม่ชัดเจน (ร้อยละ 25.16)

คุณลักษณะที่ 7 ด้านการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A7) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ (ร้อยละ 61.15) รองลงมาคือ นักเรียนที่สามารถบวก

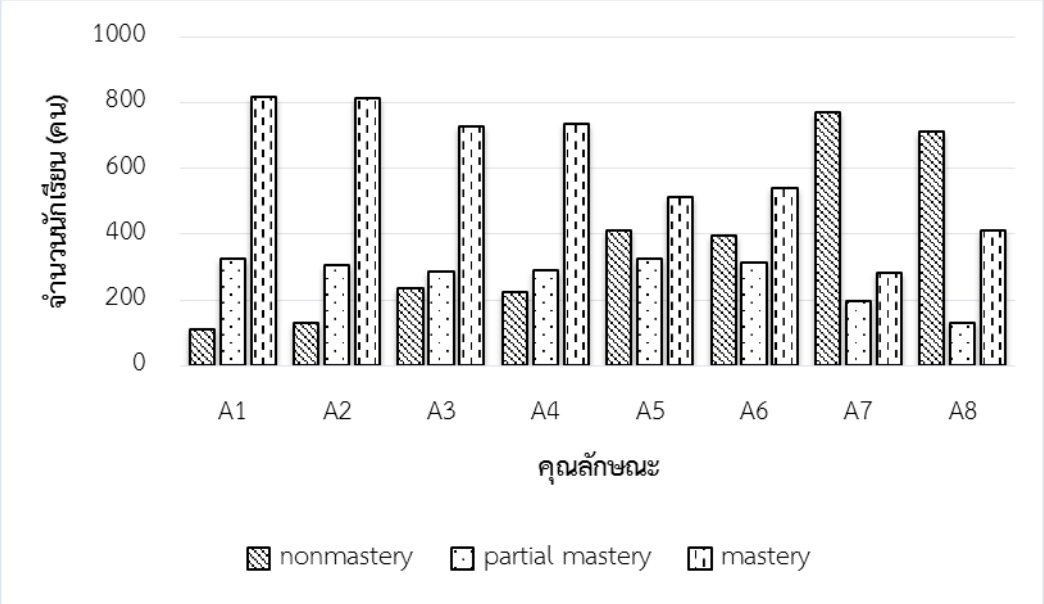
จำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ (ร้อยละ 22.68) และนักเรียนที่มีความรู้บางส่วนหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันไม่ชัดเจน (ร้อยละ 15.81)

คุณลักษณะที่ 8 ด้านการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A7) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ (ร้อยละ 56.87) รองลงมาคือ นักเรียนที่สามารถบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้ (ร้อยละ 32.83) และนักเรียนที่มีความรู้บางส่วนหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันไม่ชัดเจน (ร้อยละ 10.30)

ตารางที่ 4.17 จำนวนและร้อยละของนักเรียนจำแนกตามระดับความรอบรู้

ระดับความรอบรู้	คุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
mastery	816	815	728	735	512	540	284	411
	(65.18)	(65.04)	(58.15)	(58.71)	(40.89)	(43.13)	(22.68)	(32.83)
partial mastery	324	306	287	292	327	315	198	129
	(25.88)	(24.44)	(22.92)	(23.32)	(26.12)	(25.16)	(15.81)	(10.30)
non-mastery	112	131	237	225	413	397	770	712
	(8.95)	(10.46)	(58.15)	(17.97)	(32.99)	(31.71)	(61.15)	(56.87)

หมายเหตุ ตัวเลขในตารางแสดงจำนวนนักเรียน และตัวเลขในวงเล็บแสดงร้อยละของจำนวนนักเรียน



ภาพที่ 4.4 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับความรอบรู้

ตอนที่ 4 ผลการสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา

4.1 โครงสร้างเนื้อหาของคู่มือ

โครงสร้างเนื้อหาคู่มือแบ่งส่วนสาระสำคัญออกเป็น 5 บท ดังนี้

บทที่ 1 เป็นส่วนของบทนำที่เกี่ยวกับภาพรวมของคู่มือ ประกอบด้วย วัตถุประสงค์ของคู่มือและคำแนะนำการใช้คู่มือ

บทที่ 2 เป็นส่วนของแนวคิดวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method : AHM) และโมเดลข้อสอบ (item model)

บทที่ 3 วิธีสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

บทที่ 4 ตัวอย่างการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ในที่นี้ยกตัวอย่างการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน

บทที่ 5 การใช้โปรแกรมคำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัย

4.2 ผลการสร้างคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

ประเด็นที่ 1 คุณภาพด้านเนื้อหา มี 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านเนื้อหาสาระหรือรายละเอียดในคู่มือตรงประเด็นกับเรื่องที่ศึกษา (2) ด้านการนำเสนอเนื้อหาเหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ของผู้ที่จะศึกษา (3) ด้านข้อมูลที่นำมาใช้ในคู่มือที่ผู้อ่านสามารถประยุกต์ใช้ได้ และ (4) ด้านการนำเสนอตัวอย่างประกอบ

เนื้อหาในคู่มือ

เนื้อหาในคู่มือนำเสนอได้ตรงประเด็นกับการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่เห็นว่าเนื้อหาเกี่ยวโมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะเป็นเรื่องใหม่สำหรับผู้ใช้อีกทั้งมีการใช้ศัพท์เทคนิคเพิ่มเข้ามา เช่น คุณลักษณะ โมเดลข้อสอบ หรือเมทริกซ์คุณลักษณะของข้อสอบ (Q-matrix) ซึ่งอาจทำให้ผู้ใช้ยังไม่คุ้นเคยและต้องใช้เวลาในการศึกษาพอสมควร อย่างไรก็ตามข้อมูลที่นำมาใช้ในคู่มือนั้นผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าสามารถนำไปใช้ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยในเนื้อหาอื่น ๆ ได้ สำหรับการนำเสนอตัวอย่างประกอบนั้น ผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าตัวอย่างประกอบในคู่มือมีไม่มากนัก ควรเพิ่มแบบฝึกหัดการไล่เส้นทางในโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะเพื่อให้ผู้ใช้ได้ฝึกด้วยตนเอง และควรมีเฉลยท้ายเล่ม

ประเด็นที่ 2 คุณภาพด้านรูปแบบ มี 5 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านตัวอักษรที่ใช้ ตัวโต อ่านง่าย เหมาะกับผู้ใช้คู่มือ (2) ด้านภาพประกอบ (3) ด้านการจัดรูปเล่ม (4) ด้านการใช้ถ้อยคำสำนวนภาษา และ (5) ด้านระบบการนำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน

รูปแบบของคู่มือ

ตัวอักษรที่ใช้มีขนาดพอเหมาะ อ่านง่าย เหมาะกับผู้ใช้ ภาพประกอบที่แสดงในคู่มือยังมีน้อย ส่วนใหญ่เป็นการบรรยายด้วยตัวอักษร ทำให้บางครั้งไม่ดึงดูดความสนใจ ข้อความที่เน้น ควรทำเป็นกรอบหรือสัญลักษณ์ที่แสดงให้เห็นว่ามีความสำคัญและผู้ใช้ต้องพิจารณาด้วยความรอบคอบ การจัดรูปเล่มมีความพอเหมาะ ไม่หนาจนเกินไป มีสีสันสวยงาม ถ้อยคำสำนวนภาษาที่บรรยายในคู่มือเหมาะกับผู้ใช้ ไม่ใช้ภาษาเป็นทางการจนเกินไป และเนื้อหาในคู่มือนำเสนอได้เป็นระบบ มีการแบ่งเป็นบท ๆ ตามลำดับขั้นตอนได้เหมาะสมทำให้นำไปใช้ได้สะดวก

ประเด็นที่ 3 คุณภาพด้านการนำไปใช้ มี 2 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านระบุวิธีใช้คู่มือ และ (2) ด้านตัวอย่างประกอบเพื่อให้สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง

การนำคู่มือไปใช้

คู่มือมีการระบุวิธีใช้อย่างชัดเจน มีการระบุกลุ่มเป้าหมายให้ทราบว่า คู่มือนี้เหมาะกับครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา หรือระดับอื่น ๆ ที่ต้องการศึกษาเพื่อนำไปสร้างแบบสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียนและมีกำหนดวัตถุประสงค์ของคู่มือให้ทราบว่าชัดเจน ผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่เห็นว่าการยกตัวอย่างประกอบการสร้างแบบสอบวินิจฉัยยังน้อย ควรยกตัวอย่างวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์บทอื่นหรือเนื้อหาในระดับชั้นอื่น เพื่อให้ผู้ใช้เห็นวิธีการสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะที่หลายหลายและสามารถนำไปใช้กับเนื้อหาที่ผู้ใช้รับผิดชอบได้จริง สำหรับโปรแกรม report score ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นใช้งานง่าย ไม่ซับซ้อน ไม่ต้องติดตั้งโปรแกรม เพราะเป็นโปรแกรม excel ที่มีอยู่ในเครื่องคอมพิวเตอร์ทุกเครื่อง นอกจากนี้โปรแกรมสามารถรายงานคะแนนวินิจฉัยออกเป็นรายคุณลักษณะ ซึ่งผู้ใช้สะดวกในการนำข้อมูลไปพัฒนาการจัดการเรียนรู้ได้ให้เหมาะสมกับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องที่แตกต่างกัน

ประเด็นที่ 4 ข้อเสนอแนะในการพัฒนาคู่มือ

ผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่เสนอแนะการพัฒนาคู่มือเกี่ยวกับการเพิ่มตัวอย่างวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยในเนื้อหาอื่น ๆ ควรใช้รูปภาพหรือสัญลักษณ์กับข้อความที่ต้องการเน้น และเสนอวิธีการไล่เส้นทางโมเดลที่ผิดว่ามีลักษณะเช่นใด เพื่อให้ผู้ใช้เห็นตัวอย่างของการไล่เส้นทางที่ผิด พร้องทั้งอธิบายเหตุผลว่าเป็นเพราะเหตุใดการไล่เส้นทางแบบนี้ไม่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้ผู้ใช้เข้าใจวิธีการไล่เส้นทางมากขึ้น

สรุปว่า คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะมีความสมบูรณ์ ครบถ้วนตามองค์ประกอบของคู่มือ ผู้ใช้สามารถนำไปสร้างแบบสอบด้วยตนเองได้

CHULALONGKORN UNIVERSITY

4.3 ผลการทดลองใช้คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

ผลการทดลองใช้คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัย พบว่า ครูทั้ง 3 คนสามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะได้ เพียงแต่ต้องใช้ระยะเวลาในการสร้างแบบสอบช่วงระยะเวลาหนึ่ง เนื่องจากการสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบเป็นวิธีใหม่สำหรับครูและมีกระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยหลายขั้นตอน นอกจากนี้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะยังมีคำศัพท์เทคนิคเพิ่มเข้ามา เช่น คุณลักษณะ โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ เมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบ (Q-matrix) ส่วนโมเดลข้อสอบ (item model) มีคำว่า ข้อความ (String : S) ตัวเลข (Integer : I) ทำให้ครูต้องใช้เวลาในการทำความเข้าใจอย่างละเอียด

ครูทั้ง 3 คนใช้วิธีการทำงานเป็นกลุ่มโดยช่วยกันทำความเข้าใจรายละเอียดในคู่มือ และแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน และพยายามสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามรายละเอียดในคู่มือ และลองฝึกทำแบบฝึกหัดในคู่มือ มีบางกระบวนการของการสร้างแบบสอบวินิจฉัยที่ครูไม่มั่นใจว่าตนเองทำถูกต้องหรือไม่ คือ กระบวนการไล่เส้นทางที่แสดงถึงคุณลักษณะของข้อสอบโดยใช้ความรู้เรื่องสับเซต เพราะเป็นเรื่องที่ตนเองเรียนผ่านมานานแล้ว แต่ครูก็พยายามสร้างตามตัวอย่างในคู่มือ เมื่อผู้วิจัยติดตามความก้าวหน้าโดยพิจารณาการไล่เส้นทางของครูแต่ละคน พบว่า มีครู 2 คนที่ไล่เส้นทางไม่ครบ โดยขาดคุณลักษณะของข้อสอบไป 1-2 แบบ แต่ครูอีกคนหนึ่งที่ทำถูกต้องได้อธิบายให้ครูทั้ง 2 คนเข้าใจวิธีการตรวจสอบความถูกต้องของการไล่เส้นทางเรียบร้อยแล้ว สำหรับขั้นตอนการสร้างแบบวินิจฉัยขั้นตอนอื่น ๆ นั้นครูสามารถทำได้ด้วยตนเองเพราะเป็นการเรื่องของการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ปกติ

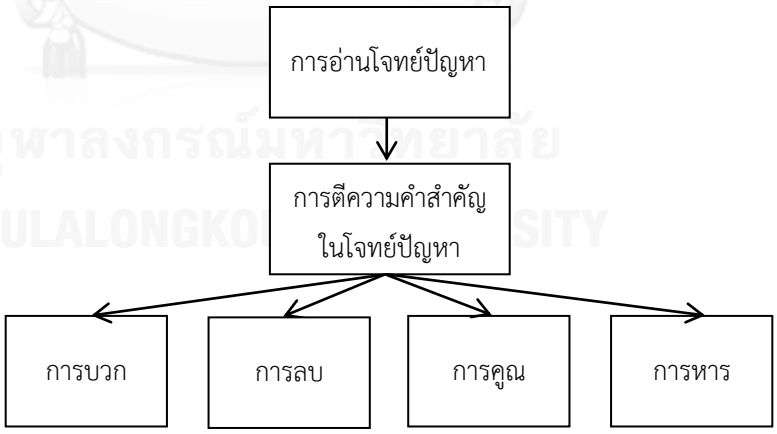
โดยสรุป ครูสามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยตนเองได้ เพียงแต่ต้องใช้เวลาในการสร้าง เนื่องจากเป็นความรู้ทางด้านการวัดและประเมินผลแนวใหม่ และครูมีความพึงพอใจในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ อีกทั้งครูยังได้แบบสอบวินิจฉัยเพื่อนำไปทดสอบนักเรียนแล้ววิเคราะห์ข้อบกพร่องเป็นรายคุณลักษณะได้ ทำให้ง่ายต่อการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน และสามารถนำนักเรียนที่มีข้อบกพร่องมาสอนซ่อมเสริมเพื่อพัฒนาให้นักเรียนมีความเข้าใจในคุณลักษณะนั้น ๆ ชัดเจนยิ่งขึ้น

Chulalongkorn University

รายละเอียดของการลงพื้นที่ในการทดลองใช้คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แสดงดังตารางที่ 4.17

ตารางที่ 4.17 ผลการลงพื้นที่เพื่อทดลองใช้คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เวลาที่ลงพื้นที่	ผลการทดลองใช้คู่มือ
สัปดาห์ที่ 1	**นำคู่มือลงพื้นที่เพื่ออธิบายจุดมุ่งหมายของการนำคู่มือมาให้ครูทดลองใช้** ผู้วิจัยแนะนำวัตถุประสงค์ของการลงพื้นที่ในครั้งนี้และนำคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยไปให้ครูผู้สอนศึกษารายละเอียดต่าง ๆ ที่อยู่ในคู่มือ พร้อมทั้งทำความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจฉัย และสร้างความคุ้นเคยระหว่างผู้วิจัยกับครูผู้สอน และนัดหมายการติดตามความก้าวหน้าของการสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามคู่มือ สำหรับการนัดหมายครั้งต่อไปเป็นการเริ่มสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามรายละเอียดในคู่มือ เมื่อแนะนำรายละเอียดของการลงพื้นที่แล้ว ครูผู้สอนได้ใช้เวลาในการอ่านคู่มือคร่าว ๆ ประมาณ 30 - 45 นาที ผลคือ ครูผู้สอนรู้สึกว่าการสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับชั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบมีความยุ่งยาก และเป็นวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยแนวใหม่ที่ครูผู้สอนไม่คุ้นเคย มีคำศัพท์ที่ต้องเรียนรู้เพิ่มเติม เช่น คุณลักษณะ (attribute) โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model) เมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะข้อสอบ (Q-marix) และโมเดลข้อสอบ (item model) และต้องพยายามจดจำคำเหล่านั้นให้ได้ อย่างไรก็ตามครูผู้สอนจะนำคู่มือไปอ่านอย่างละเอียดอีกครั้งหนึ่ง และลองฝึกสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามกระบวนการสร้างในคู่มือ
สัปดาห์ที่ 2	**ติดตามความก้าวหน้าของการสร้างแบบสอบวินิจฉัยครั้งที่ 1** ครูผู้สอนได้นำคู่มือไปอ่านอย่างละเอียดอีกครั้งหนึ่ง และพยายามทำความเข้าใจกับกระบวนการสร้าง และได้ลองสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามรายละเอียดในคู่มือ โดยสัปดาห์นี้ครูผู้สอนได้กำหนดได้ร่วมกันกำหนดเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย ศึกษาคุณลักษณะของเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย และนำคุณลักษณะทั้งหมดมาเรียงลำดับ ดังนี้ ครูผู้สอนกำหนดเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย คือ โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน ครูผู้สอนศึกษาคุณลักษณะของการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน จากเอกสารหลายแหล่ง คือ 1) หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 3) หนังสือแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ของ

เวลาที่ลงพื้นที่	ผลการทดลองใช้คู่มือ
	สำนักพิมพ์ต่าง ๆ ซึ่งมีทั้งหมด 6 คุณลักษณะ และครูผู้สอนได้มีการเรียงลำดับคุณลักษณะทั้งหมด ดังนี้ คุณลักษณะที่ 1 การอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (A1) คุณลักษณะที่ 2 การตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (A2) คุณลักษณะที่ 3 การบวก (A3) คุณลักษณะที่ 4 การลบ (A4) คุณลักษณะที่ 5 การคูณ (A5) คุณลักษณะที่ 6 การหาร (A6) ผลคือ ครูผู้สอนร่วมกันกำหนดเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัยเป็นเรื่องเดียวกัน เนื่องจากครูผู้สอนทั้ง 3 คนยังไม่คุ้นกับการสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ จึงอยากที่จะศึกษาไปพร้อม ๆ กัน ร่วมกันแลกเปลี่ยนความคิดเห็นจากการอ่านคู่มือ แต่ครูผู้สอนทั้ง 3 ท่านก็ได้แยกกันศึกษาคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน แล้วนำคุณลักษณะทั้งหมดที่แต่ละคนศึกษาได้มารวมกัน และร่วมกันสรุปและเรียงลำดับคุณลักษณะที่ได้ทั้งหมด
สัปดาห์ที่ 3	**ติดตามความก้าวหน้าของการสร้างแบบสอบวินิจฉัยครั้งที่ 2** ครูผู้สอนได้นำคุณลักษณะที่เรียงลำดับทั้งหมดไปสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะและไล่เส้นทางเพื่อนสร้างเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบ **โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะของโจทย์ปัญหา** เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารระคนของครูผู้สอน เป็นดังนี้  ผลการไล่เส้นทางของครูผู้สอนทั้ง 3 คนพบว่า ครูผู้สอนทั้ง 3 คนยังไล่เส้นทางไม่คล่อง ต้องใช้เวลาค่อนข้างนานในการไล่เส้นทาง มีครูผู้สอนจำนวน 2 คนไล่เส้นทางไม่ถูกต้อง โดยไล่เส้นทางขาดไป 2 เส้นทาง แต่ครูผู้สอนอีกคนหนึ่งไล่เส้นทางถูกต้องทั้งหมด และอธิบายให้ครูผู้สอนที่ไล่เส้นทางผิดสังเกตวิธีตรวจสอบ

เวลาที่ลงพื้นที่	ผลการทดลองใช้คู่มือ
	ความถูกต้องของการไล่เส้นทางของตนเอง ครูผู้สอนทั้ง 2 คนที่ไล่เส้นทางผิดได้พยายามไล่เส้นทางอีกครั้งจบครบและได้เส้นทางทั้งหมด 16 แบบ ดังนี้ 1. A1 2. A1, A2 3. A1, A2, A3 4. A1, A2, A4 5. A1, A2, A5 6. A1, A2, A6 7. A1, A2, A3, A4 8. A1, A2, A3, A5 9. A1, A2, A3, A6 10. A1, A2, A4, A5 11. A1, A2, A4, A6 12. A1, A2, A5, A6 13. A1, A2, A3. A4, A5 14. A1, A2, A3, A4, A6 15. A1, A2, A4, A5, A6 16. A1, A2, A3, A4, A5, A6 สำหรับสัปดาห์ที่ 3 การสร้างข้อสอบครูผู้สอนทั้ง 3 คนได้สร้างถึงกระบวนการไล่เส้นทาง และการติดตามความก้าวหน้าครั้งต่อไปเป็นการนำเส้นทางทั้งหมดไปเขียนเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบ (Q-matrix) และสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
สัปดาห์ที่ 4	**ติดตามความก้าวหน้าของการสร้างแบบสอบวินิจฉัยครั้งที่ 3** ครูผู้สอนได้นำการไล่เส้นทางทั้งหมดไปเขียนเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบและสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งหมด 16 ข้อ ผลคือ ครูผู้สอนทั้ง 3 คนสามารถเขียนเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบได้ถูกต้อง และสามารถสร้างข้อสอบจำนวน 16 ข้อได้ สิ่งที่ครูผู้สอนไม่คุ้นคือ เมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะของข้อสอบ (Q-matrix) เพราะเป็นคำศัพท์ใหม่และต้องพยายามทำความเข้าใจว่าต้องเขียนอย่างไร และการให้สัญลักษณ์ 0, 1 หมายถึงอะไร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 5
สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อพัฒนาการสร้างแบบสอบวินิจฉัยแนวใหม่และจัดทำคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ วัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ 1) เพื่อวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พบในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 2) เพื่อสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ และตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้นในด้านความเที่ยง ความตรง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก 3) เพื่อวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน และ 4) เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ

วิธีดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 2) สร้างและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ 3) วิเคราะห์จุดแข็งจุดอ่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และ 4) สร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยนำเสนอตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยแบ่งออกเป็น 4 ส่วน คือ 1) การวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 2) การสร้างแบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้น 3) การวิเคราะห์จุดแข็งจุดอ่อนของนักเรียน และ 4) การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ข้อบกพร่องที่สำคัญต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีดังนี้ 1) นักเรียนมีข้อบกพร่องที่การอ่านโจทย์ปัญหา ทำให้ไม่สามารถแยกได้ว่า “สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร” และ “สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร” 2) นักเรียนไม่สามารถตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ที่บอกถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งหมายถึงการบวก การลบ การคูณ และ

การหารได้ 3) นักเรียนมีปัญหาทางด้านการคำนวณกล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถแก้สมการ หรือบวก ลบ คูณ หารได้

1.2 หน่วยการเรียนรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ หน่วยการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนและบทประยุกต์ รองลงมาคือ หน่วยการเรียนรู้เรื่องสมการและการแก้สมการ สำหรับเนื้อหาที่คัดเลือกเพื่อนำไปสร้างแบบสอบวินิจฉัยต่อไปนั้น คือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน

2. ผลการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและการตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบที่พัฒนาขึ้น

1) ผลการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ สรุปขั้นตอนการสร้างได้ดังนี้

(1) กำหนดเนื้อหาที่ใช้ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัย
(2) ศึกษาคุณลักษณะทั้งหมดของเนื้อหาที่นำมาวินิจฉัยจากเอกสารแหล่งต่าง ๆ
(3) นำคุณลักษณะทั้งหมดมาเรียงลำดับโดยเรียงจากคุณลักษณะขั้นพื้นฐานไปยังขั้นที่สูงกว่า
(4) กำหนดนิยามของคุณลักษณะทั้งหมดที่เรียงลำดับแล้ว
(5) นำคุณลักษณะที่เรียงลำดับมาสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ
(6) ตรวจสอบความถูกต้องของโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ
(7) เขียนเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะข้อสอบ (Q-matrix) ที่เป็นไปได้ทั้งหมดโดยพิจารณาตามเส้นทางในโมเดล
(8) สร้างแบบสอบวินิจฉัยตามเมทริกซ์คุณลักษณะข้อสอบ (Q-matix)
(9) นำแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไปทดสอบนักเรียนและตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้
(10) คำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และวินิจฉัยจุดอ่อนจุดแข็งของนักเรียน

2) การวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

(1) ค่าความยากและอำนาจจำแนกตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบแนวใหม่ (item response theory) โดยใช้โมเดลการตอบสนองข้อสอบแบบ 2 พารามิเตอร์ พบว่า ความยากมีค่าอยู่ระหว่าง -2.14 ถึง 1.06 แสดงว่า ภาพรวมของข้อสอบทั้ง 17 ข้อเรียงจากข้อง่ายไปข้อยาก และค่าอำนาจจำแนก (a) มีค่าอยู่ระหว่าง 0.77 ถึง 3.07 แสดงว่าทุกข้อสามารถจำแนกนักเรียนได้

(2) ความตรงเชิงเนื้อหา (content validity) พิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 คน โดยข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1.00

(3) ความเที่ยงระหว่างผู้ตรวจ (interater reliability) มาจากการนำคะแนนที่ได้จากการตรวจให้คะแนนของผู้วิจัยและคะแนนที่ได้จากการตรวจให้คะแนนของครูคณิตศาสตร์มาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สันมีค่าเท่ากับ 0.898

(4) ความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายในด้วยวิธีของฮอยท์ของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกลบเศษส่วน เท่ากับ 0.84

3. การวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์คะแนนเชิงวินิจฉัยความรอบรู้ จำแนกตามคุณลักษณะของนักเรียนจำนวน 1,252 คน พบว่า นักเรียนมีความรอบรู้หรือมีมโนทัศน์ที่ชัดเจนในคุณลักษณะที่ 1 ด้านการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่ 2 ด้านการตีความหมายของคำสำคัญในโจทย์ปัญหาเศษส่วน รองลงมานักเรียนมีความรอบรู้หรือมีมโนทัศน์ที่ชัดเจนในคุณลักษณะที่ 3 ด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และคุณลักษณะที่ 4 ด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และนักเรียนขาดความรอบรู้ในคุณลักษณะที่ 5 ด้านการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน คุณลักษณะที่ 6 ด้านการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน คุณลักษณะที่ 7 ด้านการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และคุณลักษณะที่ 8 ด้านการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

4. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา ประกอบด้วยบทนำ เนื้อหาเกี่ยวกับโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ วิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัย และตัวอย่างการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
ผลการประเมินความเหมาะสมของผู้เชี่ยวชาญมีดังนี้

1) เนื้อหาของคู่มือ มีนำเสนอได้ตรงประเด็นกับการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ ข้อมูลที่นำมาใช้ในคู่มือสามารถนำไปใช้ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยในเนื้อหาอื่น ๆ ได้ และเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจจะศึกษา

2) รูปแบบของคู่มือ มีความเหมาะสมในด้านตัวอักษรที่ใช้ การจัดรูปเล่มมีสีสันสวยงาม ถ้อยคำสำนวนภาษาที่บรรยายในคู่มือเหมาะกับผู้ใช้ และเนื้อหาในคู่มือนำเสนอได้เป็นระบบ มีการแบ่งเป็นบท ๆ ตามลำดับขั้นตอนได้เหมาะสมทำให้นำไปใช้ได้สะดวก

3) การนำไปใช้ มีการระบุวิธีและกลุ่มเป้าหมายอย่างชัดเจน โปรแกรม report score ที่พัฒนาขึ้นใช้งานง่าย ไม่ซับซ้อน ทำให้ผู้ใช้สะดวกในการนำข้อมูลไปพัฒนาการจัดการเรียนรู้ได้ให้เหมาะสมกับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องที่แตกต่างกัน

ผลการทดลองใช้คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ พบว่า ครูทั้ง 3 คน สามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะได้ เพียงแต่ต้องใช้ระยะเวลาในการสร้างแบบสอบช่วงระยะเวลาหนึ่ง เนื่องจากการสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบเป็นวิธีใหม่สำหรับครูและมีกระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยหลายขั้นตอน อย่างไรก็ตามครูมีความพึงพอใจในการสร้างแบบ

สอบวินิจฉัยตามวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ อีกทั้งครูยังได้แบบสอบวินิจฉัยเพื่อนำไปทดสอบนักเรียนแล้ววิเคราะห์ข้อบกพร่องเป็นรายคุณลักษณะได้ มีประโยชน์ต่อการนำไปจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนานักเรียน

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาข้อบกพร่องของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กระบวนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและการพัฒนาคู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาสำหรับครูประถมศึกษา มีประเด็นที่จะนำมาอภิปราย 3 ประเด็น คือ 1) ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 2) แบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาโดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ และ 3) คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา

1) ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของไทยที่ได้จากการสัมภาษณ์ครูคณิตศาสตร์มี 3 ประการ คือ 1) ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่สามารถระบุ “สิ่งที่โจทย์ต้องการให้ตอบ” หรือ “สิ่งที่โจทย์กำหนดให้” 2) การตีความหมายคำสำคัญในโจทย์ปัญหาที่ต้องแปลงเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (การบวก ลบ คูณ และหาร) และ 3) ทักษะการคำนวณ เมื่อนำแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่สร้างขึ้นด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (Attribute Hierarchy Method : AHM) ไปใช้ในการวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่านักเรียนมีความความเข้าใจในการอ่านโจทย์ปัญหาและการตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน แต่ส่วนใหญ่จะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะการคำนวณ แสดงว่าประเด็นเกี่ยวกับการใช้ภาษาไทยในการตีโจทย์ปัญหาของนักเรียนเป็นเรื่องรอง แต่ประเด็นเกี่ยวกับทักษะการคำนวณเป็นปัญหามากกว่า

ข้อบกพร่องที่พบจากงานวิจัยนี้สอดคล้องกับผลงานวิจัยของ Tambychika และ Subahan Mohd Meerah (2010) ซึ่งได้ระบุว่า อุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ คือ ทักษะการคำนวณหรือเลขคณิต (Arithmetics skill) อันเป็นทักษะหนึ่งที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ Vukovic (2012) ที่พบว่าทั้งนักเรียนที่มีปัญหาด้านการคำนวณ (mathematics difficulty : MD) จะไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เพราะเป็นทักษะที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ผลการวิจัยครั้งนี้สะท้อนให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูต้องให้ความสำคัญกับการตรวจสอบความเข้าใจที่ถูกต้องด้านทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับการคำนวณด้านการบวกลบเศษส่วนให้ถูกต้องแม่นยำก่อน เพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนได้มีความรู้ที่ถูกต้องก่อนนำไปประยุกต์ใช้

กับการทำโจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษ ผลการวิจัยยังชี้ให้เห็นว่าการบวกและการลบจำนวนคละเป็นสิ่งที่นักเรียนขาดความรอบรู้มากที่สุด เนื่องจากการบวกและการลบจำนวนคละเป็นคุณลักษณะที่ซับซ้อนที่สุด นักเรียนต้องใช้ความรู้หลายเรื่องมาใช้ในการหาคำตอบ โดยเฉพาะการเปลี่ยนจำนวนคละให้เป็นเศษส่วน การหาตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น) เพื่อทำให้ตัวส่วนเท่ากัน และหากโจทย์ปัญหาข้อนั้นเป็นโจทย์ระคนก็จะเพิ่มความซับซ้อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังปรากฏชัดเจนในโจทย์ปัญหาข้อที่ 17 ของแบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้น ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาการบวกลบจำนวนคละระคน โจทย์ปัญหาข้อนี้นักเรียนทำไม่ได้มากที่สุด เพราะต้องใช้ความรอบรู้ครบทุกคุณลักษณะ ตั้งแต่คุณลักษณะการอ่าน การตีความ การบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน การบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และการบวกลบจำนวนคละ การทำโจทย์ข้อนี้ให้ถูกต้อง นักเรียนจะขาดคุณลักษณะใดคุณลักษณะหนึ่งไม่ได้

2) แบบสอบวินิจฉัยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาโดยใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ

คุณภาพของแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาการบวกลบเศษส่วนที่สร้างตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (IRT) เมื่อพิจารณาจากความยากของข้อสอบพบว่าข้อสอบค่อนข้างง่าย และมีอำนาจจำแนกสามารถจำแนกนักเรียนได้ดี แสดงให้เห็นว่าแบบสอบที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมที่จะนำไปวินิจฉัยข้อบกพร่องของการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนของนักเรียนได้ อีกทั้งแบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นมีจำนวนข้อเพียง 17 ข้อก็สามารถวินิจฉัยข้อบกพร่องของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ครอบคลุมทุกคุณลักษณะ ตั้งแต่คุณลักษณะการอ่านโจทย์ปัญหา การตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหา และทักษะการบวกลบเศษส่วน ทำให้นักเรียนไม่เกิดความเหนื่อยล้าในการทำข้อสอบในจำนวนข้อที่มาก และลดโอกาสในการเดาข้อสอบของนักเรียน

อย่างไรก็ตาม แบบสอบที่สร้างขึ้นด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะมีข้อจำกัดในเรื่องของการวิเคราะห์สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือแบบการคิดที่ผิด (error pattern) ของนักเรียน เนื่องจากไม่สามารถวิเคราะห์สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ วิธีการที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีหลักการที่ต่างจากวิธี rule space (Tatsuoka, 1983) ซึ่งสามารถวิเคราะห์สาเหตุของความคลาดเคลื่อนได้ แต่วิธี rule space ก็มีข้อจำกัด คือ ต้องใช้กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ เพราะแนวคิดนี้ใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ ไม่เหมาะสมกับการวินิจฉัยในระดับห้องเรียน ดังนั้น เพื่อให้ได้แบบสอบวินิจฉัยที่สามารถใช้ได้กับนักเรียนในชั้นเรียนปกติทั่วไป การใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะก็มีความเหมาะสม แม้ว่าวิธีนี้จะไม่สามารถวิเคราะห์สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ แต่อย่างน้อยก็สามารถชี้ให้เห็นประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนได้ง่าย ๆ ความพยายามจะสร้างแบบสอบวินิจฉัยเพื่อให้สามารถวิเคราะห์สาเหตุที่มาของข้อบกพร่องในตัวผู้เรียน แม้ในเชิงหลักการจะกระทำได้ แต่ก็เป็นเรื่องที่ยุ่งยากมาก เนื่องจากโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะที่สร้างขึ้นจะมีความซับซ้อนมาก ผู้วิจัยได้ลองสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะที่สามารถวินิจฉัยถึงสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแล้ว แต่พบว่าระหว่างการสร้างข้อสอบการไล่เส้นทางของมโนทัศน์ด้านการแก้โจทย์ปัญหามีโอกาสสร้างข้อสอบที่ผิดพลาดสูง หรือสร้างจำนวนข้อสอบได้ไม่ครบ ทำให้ไม่สามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยที่สามารถระบุสาเหตุของมโนทัศน์ที่

คลาดเคลื่อนได้ อย่างไรก็ตาม เมื่อคำนึงถึงประสิทธิภาพของการสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธีนี้ โดยพิจารณาจากเวลาที่ใช้ในการสร้างแบบสอบ ก็เห็นว่าอย่างน้อยข้อมูลที่ได้จากแบบสอบวินิจฉัยครั้งนี้ก็มีประโยชน์เพียงพอต่อการนำไปใช้วิเคราะห์ข้อบกพร่องของผู้เรียนได้ระดับหนึ่ง

แม้ว่าวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะสามารถนำไปใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หลายระดับชั้น และสามารถใช้ได้กับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่โจทย์ปัญหาซึ่งเป็นโจทย์ที่มีตัวเลขเพียงอย่างเดียว แต่หากจะประยุกต์ใช้วิธีนี้ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยในเนื้อหาอื่นที่มีความซับซ้อนกว่า ก็ยิ่งเป็นไปได้ยากมากในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยที่มีประสิทธิภาพจริง จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า มีการนำแนวคิดลำดับขั้นของคุณลักษณะไปทำเป็นแบบสอบคอมพิวเตอร์ออนไลน์ แล้วรายงานคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายคุณลักษณะ เช่น การสร้างแบบสอบวินิจฉัยระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง จำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลข (Gierl, Alves & Majeau, 2010) แสดงว่าการสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธีนี้ อาจต้องมีการวิจัยพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยที่ใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ประกอบ

ขั้นตอนการสร้างแบบสอบวินิจฉัยมีทั้งสิ้น 10 ขั้นตอน ตั้งแต่การกำหนดเนื้อหา การกำหนดคุณลักษณะ การเรียงลำดับและการสร้างโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ จนถึงการคำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยโดยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีเบย์ (Bayes' theorem) พบว่าการสร้างเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะข้อสอบ (Q-matrix) เป็นขั้นตอนที่ทำได้ยาก เพราะการไล่เส้นทางจากโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสับเซต (subset) พร้อมกับศึกษาวิธีการไล่เส้นทางจากตัวอย่างที่มีอยู่ในบทความของผู้สร้างแนวคิด AHM อย่างละเอียด และการคำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายคุณลักษณะโดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีเบย์เป็นอีกขั้นตอนหนึ่งที่ทำได้ยาก ทั้งนี้ทฤษฎีเบย์มีความซับซ้อนทำให้ต้องใช้เวลาทำความเข้าใจกับสูตรการคำนวณและเชื่อมโยงกับแนวคิดของวิธี AHM พอสมควร หากครูผู้สอนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีเบย์ ก็ไม่สามารถคำนวณคะแนนเชิงวินิจฉัยเป็นรายคุณลักษณะได้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะเป็นวิธีที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์พอสมควร หากครูระดับชั้นประถมศึกษาไม่ได้จบสาขาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์อาจทำความเข้าใจได้ยาก วิธีนี้จึงเหมาะสำหรับนักวิชาการที่มีความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน หากนักวิชาการเป็นผู้สร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะในแต่ละเนื้อหา ก็จะเป็นการอำนวยความสะดวกต่อการนำไปใช้ของครู

3) คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา

คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยเมื่อนำไปใช้กับครูประถมศึกษาพบว่า ครูสามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาได้ ทั้งนี้อาจเกิดจากภูมิหลังของครูที่ผู้วิจัยคัดเลือกเป็นตัวอย่างวิจัยครั้งนี้จบการศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา อย่างไรก็ตาม ผลการวิจัยมีข้อสังเกตว่า ครูต้องใช้เวลานานประมาณ 1 เดือน ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยตามวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ สะท้อนให้เห็นว่าในทางปฏิบัติจริง การให้ครูสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะใช้วินิจฉัยจุดแข็งจุดอ่อนของนักเรียนอาจสิ้นเปลืองเวลา และยิ่งหากนำไปให้ครูระดับชั้นประถมศึกษาที่ไม่ได้สำเร็จการศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ ก็เป็นไปได้ที่ครูอาจไม่สามารถสร้างแบบสอบวินิจฉัยได้ด้วยตนเอง หรือใช้เวลานานยิ่งขึ้นในการสร้างแบบสอบ ทั้งนี้เนื่องจากวิธีลำดับขั้นของ

คุณลักษณะต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในขั้นตอนการสร้างเมทริกซ์กำหนดคุณลักษณะข้อสอบ (Q-matrix) เพราะต้องไล่เส้นทางด้วยความรู้สับเซต ครูที่ไม่มีความรู้ในเรื่องนี้ ไม่น่าจะสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยแนวคิดนี้ได้ เพราะการสร้าง Q-matrix ด้วยวิธีการไล่เส้นทาง ครูต้องตรวจสอบความถูกต้องของการไล่เส้นทาง ซึ่งในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของการไล่เส้นทาง และการสร้าง Q-matrix จะเห็นได้ว่าการสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยวิธี AHM ต้องอาศัยผู้ที่มีความรู้ความสามารถเกี่ยวกับการวัดและประเมินผลการศึกษาและคณิตศาสตร์เป็นผู้ให้คำแนะนำแก่ครู ครูไม่สามารถสร้างแบบสอบนี้ได้โดยลำพัง

การแก้ปัญหาในเรื่องนี้ อาจกระทำได้ 2 วิธี วิธีแรก การเตรียมบุคคลที่ช่วยอธิบายแนวคิดโมเดลข้อสอบและยกตัวอย่างการสร้างโมเดลข้อสอบด้วยระบบคอมพิวเตอร์ เพื่อให้ครูเข้าใจแนวคิดโมเดลข้อสอบมากยิ่งขึ้น วิธีที่สอง การหานักวิชาการมาช่วยสร้างแบบสอบวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบให้ครูนำไปใช้วินิจฉัยนักเรียน โดยครูไม่ต้องสร้างด้วยตนเอง ในมุมมองของผู้วิจัยแนวทางประการหลังนี้มีความเป็นไปได้มากที่สุดในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยระดับประถมศึกษา แต่ระดับมัธยมศึกษา ครูอาจสร้างด้วยตนเอง อย่างไร การสร้างแบบสอบวินิจฉัยด้วยคอมพิวเตอร์ และใช้แบบคิดการสอบแบบปรับเหมาะสมก็เป็นประเด็นที่น่าสนใจ และต้องการการวิจัยต่อยอด

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1) ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องการบวกลบเศษส่วน ครูควรจัดการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการคำนวณด้านการบวกลบเศษส่วน และตรวจสอบความรู้ของนักเรียนให้เข้มแข็ง ก่อนที่จะให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้กับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยอาจให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม หรือหาสื่อการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเข้าใจและเห็นมีมโนทัศน์การบวกลบเศษส่วนที่ถูกต้อง

2) ครูควรนำแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนไปใช้วินิจฉัยข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน เนื่องจากแบบสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นสามารถระบุข้อบกพร่องเป็นรายคุณลักษณะ ทำให้ครูครูมีข้อมูลไปสอนเสริมนักเรียนได้เป็นรายบุคคล

3) หน่วยงานที่เกี่ยวข้องควรจัดหานักวิชาการมาให้ความรู้เรื่องการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบ (item model) และวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy method) เพื่อสร้างแบบสอบวินิจฉัยในทุกเนื้อหา สำหรับให้ครูนำไปใช้วินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียน

CHULALONGKORN UNIVERSITY

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยต่อไป

1) ควรมีการวิจัยเพื่อสร้างแบบสอบวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะโดยประยุกต์ใช้กับการทดสอบแบบปรับเหมาะด้วยคอมพิวเตอร์ (computerized adaptive testing) เพื่อลดจำนวนข้อสอบซึ่งเป็นแนวคิดลำดับขั้นของคุณลักษณะ และข้อสอบยังคงคุณลักษณะเดิมโดยใช้แนวคิดโมเดลข้อสอบ

2) งานวิจัยนี้ได้พัฒนาแบบสอบวินิจฉัยที่ใช้เฉพาะโจทย์ปัญหาที่เป็นการบวกลบเศษส่วนระดับประถมศึกษาเป็นประเด็นที่น่าสนใจในการนำวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะไปประยุกต์ใช้ในการสร้างแบบสอบวินิจฉัยในเนื้อหาอื่น หรือระดับอื่น เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ในการประยุกต์ใช้แนวคิดนี้กับวิชาคณิตศาสตร์ทุกระดับ

3) ควรพัฒนาวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะที่สามารถระบุสาเหตุที่นำไปสู่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละคุณลักษณะของโมเดลข้อสอบและวิธีลำดับขั้นคุณลักษณะ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

Adam, S., Ellis, L. C., & Beeson, B. F. (1997). *Teaching mathematics with emphasis on the diagnostic approach*. New York: Harper & Row.

Anderson, K. B. P., R. E. (1973). *Problem-solving in mathematics The learning of mathematics: Its theory and practices*

Birenbaum, M., Kelly, A. &Tatsuoka, K. (2004). Diagnosing Knowledge States in Algebra Using the Rule-Space Model. *Journal for research in mathematics education,* 24, 442-459.

Birenbaum, M., Tatsuoka, C., & Yamada, T. (2004). Diagnostic Assessment in TIMSS-R: Between-Countries and Within-Country Comparisons of Eighth Graders' Mathematics Performance. *Studies in Educational Evaluation,* 30, 151-173.

Birenbaum, M. T., K. K. (1993). Applying an IRT-based Cognitive Diagnostic Model to Diagnose Students Knowledge States in Multiplication and Division with Exponents. *Applied measurement in education,* 6(24), 225-268.

Bruckner, L. J. a. G., F. E. (1947). *How to make arithmetic meaningful*. Philadelphia: the John C Winston Co.

Cohen, R. J., Swerdik, M. E. and Smith, D. K. (1992). *Psychological test and assessment: An introduction to tests & assessment*. California: Mayfield Publish Company.

Cui, Y., Gierl, M. J. and Chang, H. H. (2012). Estimating Classification Consistency and Accuracy for Cognitive Diagnostic Assessment. *Journal of educational measurement,* 49(1), 19-38.

ภาษาไทย

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). *การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทดสอบทางการศึกษา, สำนักงาน. (2539). *แนวทางการสร้างแบบสอบวินิจฉัยเพื่อพัฒนาการทดสอบทางการศึกษา*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ครุสภาลาดพร้าว.

ทดสอบทางการศึกษา, สำนักงาน. (2539). ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติปีการศึกษา 2550-2552. [Online]. แหล่งที่มา: http://www.niets.or.th/ [21 กรกฎาคม 2555].

พนิชา สังข์เพ็ชร. (2535). *การพัฒนาดัชนีความสอดคล้องของแบบแผนการตอบข้อสอบรายบุคคล*. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา. คณะครุศาสตร์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วลี เฉลยสมัย. (2538). *การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา. คณะครุศาสตร์.จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศิริเดช สุชีวะ. (2537). การพัฒนาวิธีการวินิจฉัยตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา. คณะครุศาสตร์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อมรรัตน์ สร้อยสังวาล. (2551). การพัฒนาวิธีการประเมินเชิงวินิจฉัยโดยประยุกต์ใช้โมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะและการทดสอบแบบปรับเหมาะโดยใช้คอมพิวเตอร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา. คณะครุศาสตร์.จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Adam, S., Ellis, L. C. & Beeson, B. F. (1997). *Teaching mathematics with emphasis on the diagnostic approach*. New York: Harper & Row.

Anderson, K. B. & Pingry, R. E. (1973). Problem-solving in mathematics. *The learning of mathematics: Its theory and practices*. Washington D. C.: The National Council of Teacher of mathematics.

Birenbaum, M., Tatsuoka, C., & Yamada, T. (2004). Diagnostic Assessment in TIMSS-R: Between-Countries and Within-Country Comparisons of Eighth Graders' Mathematics Performance. *Studies in Educational Evaluation*, 30, 151-173.

Birenbaum, M., Kelly, A. &Tatsuoka, K. (1993).Diagnosing Knowledge States in Algebra Using the Rule-Space Model. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 442–459.

Birenbaum, M. & Tatsuoka, K. K. (1993). Applying an IRT-based cognitive diagnostic model to diagnose students knowledge states in multiplication and division with exponents. *Applied measurement in education*, 6(4), 225-268.

Bruckner, L. J. and Grossnickle, F. E. (1947). *How to make arithmetic meaningful*. Philadelphia: the John C Winston Co.

Cohen, R. J., Swerdik, M. E. and Smith, D. K. (1992). Psychological test and assessment: An introduction to tests & assessment. California: Mayfield Publish Company.

Cui, Y., Gierl, M. J. and Chang, H. H. (2012). Estimating Classification Consistency and Accuracy for Cognitive Diagnostic Assessment. *Journal of Educational Measurement*, 49(1), 19–38.

Daniel, R. C & Embretson, S. E. (2010). Designing Cognitive Complexity in Mathematical Problem-Solving Items. *Applied Psychological Measurement*, 34(5) 348–364.

de la Torre, J. (2008). An empirically based method of Q-matrix validation for the DINA model: Development and applications. *Journal of Educational Measurement*, 45, 343-362.

DeCarlo, T. L. (2011). On the Analysis of Fraction Subtraction Data: The DINA Model, Classification, Latent Class Sizes, and the Q-Matrix. *Applied Psychological Measurement*, 35(1), 8–26.

DiBello, L., Roussos, L. A., & Stout, W. (2007). *Review of cognitively diagnostic assessment and a summary of psychometric models*. In C. V. Rao & S. Sinharay (Eds.), Handbook of Statistics (Vol. 26, Psychometrics) (pp. 979–1027). Amsterdam: Elsevier.

Embretson, S. (1995). A measurement model for linking individual learning to processes and knowledge: Application to mathematical reasoning. *Journal of Educational Measurement*, 32 (3), 277-294.

Gierl, M. J. (2007). Making diagnostic inferences about cognitive attributes using the rule space model and attribute hierarchy method. Journal of Educational Measurement, 44, 325–340.

Gierl, M. J., Cui, Y., & Zhou, J. (2009). Reliability and attribute-based scoring in cognitive diagnostic assessment. *Journal of Educational Measurement*, 46 (3), 293-313.

Gierl, M. J., Alves, C., & Taylor-Majeau, R. (2010). Using the Attribute Hierarchy Method to make diagnostic inferences about examinees' skills in mathematics: An operational implementation of cognitive diagnostic assessment. *International Journal of Testing*, 10, 318-341.

Gierl, M. J., Wang, C., & Zhou, J. (2008). Using the Attribute Hierarchy Method to Make Diagnostic Inferences about Examinees‘ Cognitive Skills in Algebra on the SAT. *Journal of Technology, Learning, and Assessment*, 6(6), 4-50.

Gierl, M.J., Zhou, J. & Alves, C. (2008). Developing a Taxonomy of Item Model Types to Promote Assessment Engineering. *The Journal of Technology, Learning, and Assessment*, 7(2), 1-51.

Gierl, M. J., Leighton, J. P. and Hunka, S. P. (2000). Exploring the logic of Tatsuoka' s rule space model for test development and analysis. Educational Measurement: Issue and Practice, 19, 34-44.

Gipps, C. V. (1995). Beyond testing: Towards a theory of educational assessment. London: Burgess Science.

Gregory, R. J. (1992). Psychological testing: History, principle and application. Boston: Allen and Bacon.

Hopkins, C. D. and Antes, R. L. (1990). Classroom measurement and evaluation. Illinois: F. E. PEACOCK.

Huebner, A., Wang, B., & Lee, S. (2009). Practical issues concerning the application of the DINA model to CAT data. In D. J. Weiss (Ed.), *Proceedings of the 2009 GMAC Conference on Computerized Adaptive Testing*.

Kim, S. H. (2011). Diagnosing examinees' attribute-mastery using the Bayesian inference for binomial proportion: A new method for cognitive diagnostic assessment. Unpublished doctoral dissertation, Georgia Institute of Technology.

Ketterlin-Geller, L.R., and Yovanoff, P. (2009). Diagnostic Assessments in Mathematics to Support Instructional Decision Making. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 14(16), 1-11.

Kubiazyn, T. and Borich, G. (2003). Educational Testing and Measurement: Classroom Application and Practice. Taxas: John Willey & Sons.

Krulik, S. and Reys, R. E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

LeBlance, J. F. (1977). You can teach problem solving. *Aritematic teacher*.

Leighton, J. P., Gierl, M. J., & Hunka, S. (2004). The attribute hierarchy method for cognitive assessment: A variation on Tatsuoka's rule-space approach. *Journal of Educational Measurement*, 41, 205–237.

Leighton, J. P. and Gierl, M. J. (2007). *Cognitive Diagnostic Assessment for Education: Theory and Application*. New York, USA: Cambridge University Press.

Leighton, J. P. et al. (2012). Teacher beliefs about the cognitive diagnostic information of classroom-versus large-scale tests: implications for assessment literacy. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 17(1), 7-21.

Leighton, J. P., Cui, Y., & Cor, M. K. (2009). Testing expert-based and student-based cognitive models: An application of the AHM and HCI. *Applied Measurement in Education*, 22, 1-26.

Miller, M. D., Linn, L. R. and Gronlund, N. E. (2009). Measurement and assessment in teaching. New Jersey: Pearson Prectice Hall.

Movshovits-Hardar, A. et al. (1987). Analyzing and modeling arithmetic errors. *Journal of Research in Mathematics Education*, 18, 3-14.

Nichols, P. D. et al (2009). A Framework for Evaluating and Planning Assessments Intended to Improve Student Achievement. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 28(3), 14-23.

Nitko, A. J. (2007*). Educational Assessment of Students*. New Jersey: Pearson Prectice Hall.

Roberts, M. R. and Gierl, M. J. (2010). Developing Score Reports for Cognitive Diagnostic Assessments. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 29(3), 25-38

Roussos, L. A., DiBello, L. V., Stout, W., Hartz, S. M., Henson, R. A., & Templin, J. L. (2007). The fusion model skills diagnosis system. In J. Leighton., & M. Gierl (Eds.), *Cognitive Diagnostic Assessment for Education*. New York, NY: Cambridge University Press.

Rupp, A. A., Templin, J. and Henson, A. R. (2010). *Diagnostic Measurement: Theory, Methods and Applications*. New York: The Guilford Press.

Shute, V., and Underwood, J. (2006). Diagnostic assessment in mathematics problem Solving. *Tech., Inst., Cognition and Learning*, 3, 151-166.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Suydam, M. N. and Weaver, J. F. (1977). Research of problem solving: implication for elementary school classroom. *Arithmetic Teacher*, 25, 42.

Tatsuoka, K. K., & Tatsuoka, M. M. (1997). Computerized adaptive diagnostic testing: Effect on Remedial Instruction as Empirical Validation. *Journal of Educational Measurement*, 34, 3-20.

Tatsuoka, K. K., & Tatsuoka, M. M. (1992). *A psychometrically sound cognitive diagnostic model: Effect of remediation as empirical validity* (Research report). Princeton, N J: Educational Testing Service.

Tatsuoka, K. K., & Tatsuoka, M. M. (1982).Spotting erroneous rule of operational by the individual consistency index. *Journal of Educational Measurement*, 20, 221-230.

Tatsuoka, K. K., (1983). Rule space: An approach for dealing misconception based on item response theory. *Journal of Educational Measurement*, 20, 345-354.

Tatsuoka, K. K. (1984). Caution indices based on item response theory. Psychometrika 49, 95-110.

Tatsuoka, K. K., Corter, J. E., & Tatsuoka, C. (2004). Patterns of Diagnosed Mathematical Content and Process Skills in TIMSS-R across a Sample of 20 Countries. *American Educational Research Journal*, 41 (4), 901-926.

Tatsuoka, K. K. (2009). Cognitive assessment: An introduction to the rule space method. New York: Routledge.

Underhill, R. G. (1972). Methods of teaching elementary school mathematics. Ohio: Charles E. Merrill Publishing Co.

Wang, C. and Gierl, M. J. (2011). Using the Attribute Hierarchy Method to Make Diagnostic Inferences about Examinees' Cognitive Skills in Critical Reading. *Journal of Educational Measurement*, 48 (2), 165–187.

West, T. A. (1977). Verbal problems: A diagnostic perspective approach. *Arithmetic Teacher*, 25, 57-58.

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์ ดร.ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาประถมศึกษา ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
4. อาจารย์ ดร.ชยุตม์ ภิรมย์สมบัติ
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิธีวิทยาการวิจัย ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
5. อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
6. อาจารย์ ดร.สิวะโชติ ศรีสุทธิยากร
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาสถิติและสารสนเทศการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
7. อาจารย์ ดร.ดาวุด ทองทา
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์
   คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจโมเดลลำดับขั้นของคุณลักษณะ (attribute hierarchy model)

1. รองศาสตราจารย์ ลัดดา ภู่เกียรติ
   อดีตผู้บริหารโรงเรียนสาธิตจุฬาฯ ฝ่ายประถม
2. อาจารย์ ดร.ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาประถมศึกษา ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์ ดร.ชยุตม์ ภิรมย์สมบัติ
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิธีวิทยาการวิจัย ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
4. อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
5. อาจารย์ ดร.ดาวุด ทองทา
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์
   คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
6. อาจารย์ ดร.สังวรณ์ งัดกระโทก
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
7. อาจารย์ชวนภ อิ่มแสงจันทร์
   อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ประกันภัย ภาควิชาสถิติ
   คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ค

แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาโดยประยุกต์ใช้โมเดลข้อสอบ (item model)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Model 2

ถังใบหนึ่งจุ**น้ำ** $5\frac{2}{3}$ **ลิตร ใช้ไป** $2\frac{1}{10}$ **ลิตร** และ**เติมน้ำลงในถัง**อีก $1\frac{2}{5}$ **ลิตร** จะมี**น้ำ**ในถังกี่**ลิตร**

Item model Variables

ข้อคำถาม

ถังใบหนึ่งจุ**น้ำ (S1)** $5\frac{2}{3}$ $(M1)$ **ลิตร (S2) ใช้ไป (S3)** $2\frac{1}{10}$ $(M2)$ **ลิตร (S2)** และ**เติมน้ำลงในถัง (S4)** อีก $1\frac{2}{5}$ $(M3)$ **ลิตร (S2)** จะมี**น้ำ (S1)** ในถังกี่**ลิตร (S2)**

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : น้ำ ข้าวสาร

S2 : ลิตร กิโลกรัม

S3 : ใช้ไป ขายไป

S4 : เติมน้ำลงในถัง ซื้อมาเพิ่มอีก

M1 = $W1\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **W1 :** 4 - 6 **N1** : 1 - 5 และ **D1** : 3 – 5

M2 = $W2\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **W2** : 1 - 3 **N2** : 1 - 5 และ **D2** : 6 – 9

M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ โดยที่ **W3** : 1 - 3 **N3** : 1 - 5 และ **D3** : 3 – 5

เงื่อนไข : 1) ถ้าต้องการเปลี่ยนสถานการณ์ของโจทย์ (S) ต้องคำนึงถึงความเหมาะสมของหน่วยในโจทย์ปัญหา และข้อความอื่น ๆ ที่ตามมา เช่น ข้าวสารอาจใช้กับคำว่า “ลิตร” หรือ “กิโลกรัม” และใช้คู่กับ “ขายไป” และ “ซื้อมาเพิ่มอีก”

2) M1 ต้องมากกว่า M2

3) M1 ควรมากกว่า M3

4) ตัวส่วน (D) อาจเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้

ตัวเลือก

ไม่มี

รูปภาพ/กราฟ

ไม่มี

เฉลย

M1 – M2 + M3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 2

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน F1 และ F2 แต่ S1 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 : น้ำ
- M1 = $W1\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข W1, N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W1 = 4, N1 = 1, D1 = 3 ดังนั้น F1 = $4\frac{1}{3}$
- M2 = $W2\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข W2, N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W2 = 1, N2 = 2, D2 = 9 ดังนั้น M2 = $1\frac{2}{9}$
- M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข W3, N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W3 = 2, N3 = 2, D3 = 3 ดังนั้น M2 = $2\frac{2}{3}$

เมื่อเลือก S1, F1 และ F2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, F1 และ F2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ ถังใบหนึ่งจุ**น้ำ** $4\frac{1}{3}$ **ลิตร ใช้ไป** $1\frac{2}{9}$ **ลิตร** และ**เติมน้ำลงในถัง**อีก $2\frac{2}{3}$ **ลิตร** จะมี**น้ำ**ในถังกี่**ลิตร**

Model 3

ฝ้ายฝึกร้องเพลงใช้เวลา $\frac{5}{7}$ ชั่วโมง **ซ้อมเต้น** $\frac{4}{7}$ ชั่วโมง **ฝ้ายฝึกร้องเพลง**และ**ซ้อมเต้น**รวมทั้งหมดกี่ชั่วโมง

Item model Variables

ข้อคำถาม

ฝ้าย (S1) ฝึกร้องเพลง (S2) ใช้เวลา $\frac{5}{7}(F1)$ ชั่วโมง **ซ้อมเต้น (S3)** $\frac{4}{7}(F2)$ ชั่วโมง **ฝ้าย (S1) ฝึกร้องเพลง (S2)** และ**ซ้อมเต้น (S3)** รวมทั้งหมดกี่ชั่วโมง

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : ฝ้าย ปุ๋ม ไก่

S2 : ฝึกร้องเพลง ฝึกว่ายน้ำ ซ้อมวิ่ง

S3 : ซ้อมเต้น อ่านหนังสือ ทำการบ้าน

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 5 - 9 และ **D1** : 10 – 12

	F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 1 - 4 และ **D2** : 10 – 12 **เงื่อนไข** : 1) โจทย์ปัญหาของ model 3 วัดคุณลักษณะการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้น F1 และ F2 ต้องเป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนเท่ากัน** (D1 = D2) 2) F1 สามารถมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ F2 ($F1 \geq F2$) หรือ F1 สามารถมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ F2 ($F1 \leq F2$) เนื่องจากโจทย์ปัญหาข้อนี้เป็นการบวก ดังนั้นจึงไม่มีผลกับตัวตั้งและตัวลบ 3) ข้อความ S1-S3 สามารถสลับตำแหน่งกันได้โดยไม่มีเงื่อนไข เพราะ S1 (ฝ้าย บุ๋ม และไก่) เป็นชื่อของบุคคลสามารถทำกิจกรรม S2 และ S3 ได้ ส่วน S2 (ฝึกร้องเพลง ฝึกว่ายน้ำ และซ้อมวิ่ง) กับ S3 (ซ้อมเต้น อ่านหนังสือ และทำการบ้าน) เป็นกิจกรรมที่สามารถนับเป็นจำนวนชั่วโมงได้
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/ กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 + F2 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 3

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1, S2, S3, F1 และ F2 ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก ฝ้าย เป็น **บุ๋ม**
- S2 เปลี่ยนจาก ฝึกร้องเพลง เป็น **ว่ายน้ำ**
- S3 เปลี่ยนจาก ซ้อมเต้น เป็น **อ่านหนังสือ**
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 4, D1 = 9 ดังนั้น

  F1 = $\frac{4}{9}$
- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 6, D2 = 9 ดังนั้น

  F2 = $1\frac{2}{9}$

เมื่อเลือก S1, S2, S3, F1 และ F2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, S2, S3, F1 และ F2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> **บุ๋มฝึกว่ายน้ำ**ใช้เวลา $\frac{4}{9}$ ชั่วโมง **อ่านหนังสือ** $\frac{6}{9}$ ชั่วโมง **บุ๋มฝึกว่ายน้ำ**และ**อ่านหนังสือ**รวมทั้งหมดกี่ชั่วโมง

Model 4

นิดซื้อ**ลูกไม้**มา**ติดชายกระโปรง** $\frac{7}{9}$ หลา ใช้ไป $\frac{5}{9}$ หลา **นิด**เหลือ**ลูกไม้**กี่หลา

Item model Variables

ข้อคำถาม

นิด (S1) ซื้อ **ลูกไม้ (S2)** มา **ติดชายกระโปรง (S3)** $\frac{7}{9}$ ($F1$) หลา ใช้ไป $\frac{5}{9}$ ($F2$) หลา **นิด (S1)**เหลือ **ลูกไม้ (S2)** กี่หลา

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : นิด หน่อย นิว
S2 : ลูกไม้ ริบบิ้น
S3 : ติดชายกระโปรง เย็บกระเป๋า

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 7 - 9 และ **D1** : 8 – 10

F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 3 - 6 และ **D2** : 8 – 10

เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 4 วัดคุณลักษณะการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้น F1 และ F2 ต้องเป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนเท่ากัน** (D1 = D2)

2) F1 ต้องมีค่ามากกว่า F2 ($F1 > F2$) เนื่องจากโจทย์ปัญหาข้อนี้เป็นการลบ ดังนั้นตัวตั้งต้องมากกว่าตัวลบเสมอ นั่นคือ N1 ต้องมากกว่า N2 (N1 > N2)

3) ข้อความ S1-S3 สามารถสลับตำแหน่งกันได้โดยไม่มีเงื่อนไข เพราะ S1 (นิด หน่อย และนิว) เป็นชื่อของบุคคลสามารถทำกิจกรรม S2 และ S3 ได้ ส่วน S2 (ลูกไม้ และริบบิ้น) กับ S3 (ติดชายกระโปรง และเย็บกระเป๋า) เป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับงานฝีมือสามารถวางไว้ในตำแหน่งใดก็ได้

ตัวเลือก

ไม่มี

รูปภาพ/กราฟ

ไม่มี

CHULALONGKORN UNIVERSITY

เฉลย	F1 - F2 = □

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 4

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1, S2, F1, F2 แต่ S3 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก นิด เป็น **หน่อย**
- S2 เปลี่ยนจาก ลูกไม้ เป็น **ริบบิ้น**
- S3 : ติดชายกระโปรง
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 9, D1 = 10 ดังนั้น

  F1 = $\frac{9}{10}$
- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 6, D2 = 10 ดังนั้น

  F2 = $\frac{6}{10}$

เมื่อเลือก S1, S2, S3, F1 และ F2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, S2, S3, F1 และ F2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> **หน่อย**ซื้อ**ริบบิ้น**มา**ติดชายกระโปรง** $\frac{9}{10}$ หลา ใช้ไป $\frac{6}{10}$ หลา **หน่อย**เหลือ**ริบบิ้น**กี่หลา

Model 5

นุ่นมี**แป้ง**อยู่ $\frac{4}{5}$ กิโลกรัม **ซื้อมาเพิ่มอีก** $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม ใช้ทำ**ขนมตาล** $\frac{2}{5}$ กิโลกรัม **นุ่น**เหลือ**แป้ง**กี่กิโลกรัม

Chulalongkorn University

Item model Variables

ข้อคำถาม

นุ่น (S1) มี**แป้ง (S2)** อยู่ $\frac{4}{5}(F1)$ กิโลกรัม **ซื้อมาเพิ่ม (S3)** อีก $\frac{3}{5}(F2)$ กิโลกรัม ใช้ทำ**ขนมตาล (S4)** $\frac{2}{5}(F3)$ กิโลกรัม **นุ่น (S1)** เหลือ**แป้ง (S2)** กี่กิโลกรัม

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน	**S1** : นุ่น หนุ่ย วีระ **S2** : แป้ง กะทิ น้ำตาล **S3** : ซื้อมาเพิ่ม แม่ให้เพิ่ม ป้าให้เพิ่ม **S4** : ขนมตาล บัวลอย ขนมครก **F1** = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 4 - 8 และ **D1** : 5 – 9 **F2** = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 4 - 8 และ **D2** : 5 – 9 **F3** = $\frac{N3}{D3}$ โดยที่ **N3** : 1 - 5 และ **D3** : 5 – 9 **เงื่อนไข** : 1) โจทย์ปัญหาของ model 5 วัดคุณลักษณะการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้น F1, F2 และ F3 ต้องเป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนเท่ากัน** (D1 = D2 = D3) 2) ผลบวกของ F1 และ F2 ต้องมากกว่า F3 [$(F1+F2)>F3$] เนื่องจากโจทย์ปัญหาข้อนี้เป็นการผสมระหว่างการบวกและการลบ ดังนั้นตัวตั้งในที่นี้คือ (F1+F2) ต้องมากกว่าตัวลบ (F3) เสมอ 3) ข้อความ S1-S4 สามารถสลับตำแหน่งกันได้โดยไม่มีเงื่อนไข เมื่อนำ S1-S4 แทนลงในโจทย์ปัญหาแล้ว พบว่า ทุกข้อความสามารถเกิดขึ้นได้ และไม่ขัดแย้งกัน เนื่องจาก S1 เป็นบุคคลสามารถเกี่ยวข้องกับ S3 ได้ทุกกรณี และ S2 (แป้ง กะทิ และน้ำตาล) กับ S4 (ขนมตาล บัวลอย และขนมครก) สามารถแทนได้ทุกข้อความ เพราะ S2 เป็นวัตถุดิบที่ใช้ในการทำขนมที่แทนด้วย S4
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 + F2 – F3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 5

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1 – S4, F1 และ F1 – F3 ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก นุ่น เป็น **หนุ่ย**
- S2 เปลี่ยนจาก แป้ง เป็น **น้ำตาล**
- S3 เปลี่ยนจาก ซื้อมาเพิ่ม เป็น **ป้าให้เพิ่มอีก**
- S4 เปลี่ยนจาก ขนมตาล เป็น **บัวลอย**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 8, D1 = 5 ดังนั้น

  F1 = $\frac{8}{5}$

- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 7, D2 = 9 ดังนั้น

  F2 = $\frac{7}{9}$

- F3 = $\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N3 = 3, D3 = 9 ดังนั้น

  F3 = $\frac{3}{9}$

เมื่อเลือก S1 – S4, F1 และ F1 – F3 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1 – S4, F1 และ F1 – F3 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ **หนุ่ย**มี**น้ำตาล**อยู่ $\frac{8}{5}$ กิโลกรัม **ป้าให้เพิ่มอีก** $\frac{7}{9}$ กิโลกรัม ใช้ทำ**บัวลอย** $\frac{3}{9}$ กิโลกรัม **หนุ่ย**เหลือ**น้ำตาล**กี่กิโลกรัม

Model 6

ในช่วงเช้า**อั้ม**ใช้เวลา**อ่านหนังสือ** $\frac{1}{6}$ ชั่วโมง แล้ว**อ่านต่อ**ในช่วงบ่ายอีก $\frac{5}{12}$ ชั่วโมง รวมเวลาที่**อั้มอ่านหนังสือ**ทั้งหมดกี่ชั่วโมง

Item model Variables

ข้อคำถาม

ในช่วงเช้า**อั้ม (S1)** ใช้เวลา**อ่านหนังสือ (S2)** $\frac{1}{6}$ $(F1)$ ชั่วโมง แล้ว**อ่านต่อ (S3)** ในช่วงบ่ายอีก $\frac{5}{12}$ $(F2)$ ชั่วโมง รวมเวลาที่**อั้ม (S1) อ่านหนังสือ (S2)** ทั้งหมดกี่ชั่วโมง

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : อั้ม อ้อย เอม

S2 : อ่านหนังสือ ทำการบ้าน ซ้อมวิ่ง

S3 : อ่าน ทำ ซ้อม

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 1 - 5 และ **D1** : 2 – 4

	F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 1 - 5 และ **D2** : 2(D1) นั่นคือ D2 อยู่ในช่วง 4 – 8 : 3(D1) นั่นคือ D2 อยู่ในช่วง 6 – 12 : 4(D1) นั่นคือ D2 อยู่ในช่วง 8 – 16 : 5(D1) นั่นคือ D2 อยู่ในช่วง 10 – 20 **เงื่อนไข** : 1) โจทย์ปัญหาของ model 6 วัดคุณลักษณะการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง 2) F1 และ F2 ต้องเป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนไม่เท่ากัน** (D1 $\neq$ D2) 3) D2 ต้องเป็นพหุคูณของ D1 เช่น กำหนดให้ D2 = 2(D1) ถ้าสุ่ม D1 = 2 แล้ว D2 = 2(D1) = 2(2) = 4 4) F1 สามารถมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ F2 ได้ ($F1 \geq F2$) หรือ F2 สามารถมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ F2 ได้ ($F1 \leq F2$) เพราะเป็นการบวกซึ่งตัวตั้งไม่จำเป็นต้องมีมากกว่าตัวบวก 5) ข้อนี้ S1 (อั้ม อ้อย และเอม) เป็นชื่อบุคคลสามารถทำกิจกรรมที่เป็น S2 (อ่านหนังสือ ทำการบ้าน และซ้อมวิ่ง) และ S3 (อ่าน ทำ และซ้อม) ได้ทุกกิจกรรม 6) S2 และ S3 ไม่สามารถแทนได้ทุกตัว ซึ่งต้องจับคู่ระหว่างกิจกรรม (S2) กับกริยาที่กระทำ (S3) ดังนี้ คำว่า “อ่านหนังสือ” คู่กับ “อ่าน”, “ทำการบ้าน” คู่กับ “ทำ” และ “ซ้อมวิ่ง” คู่กับ “ซ้อม”
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 + F2 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 6

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S2, S3, F1 และ F2 แต่ S1 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 : อั้ม
- S2 เปลี่ยนจาก อ่านหนังสือ เป็น **ซ้อมวิ่ง**
- S3 เปลี่ยนจาก อ่านต่อ เป็น **ซ้อมต่อ**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 2, D1 = 3 ดังนั้น

  F1 = $\frac{2}{3}$

- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 3, D2 = 6 ดังนั้น

  F2 = $\frac{3}{6}$

เมื่อเลือก S1, S2, S3, F1 และ F2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, S2, S3, F1 และ F2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ ในช่วงเช้า**อั้ม**ใช้เวลา**ซ้อมวิ่ง** $\frac{2}{3}$ ชั่วโมง แล้ว**ซ้อมต่อ**ในช่วงบ่ายอีก $\frac{3}{6}$ ชั่วโมง รวมเวลาที่**อั้มซ้อมวิ่ง**ทั้งหมดกี่ชั่วโมง

Model 7

ปรีชามี**นมสด**อยู่ $\frac{3}{4}$ ลิตร ดื่ม**นมสด**ไป $\frac{1}{4}$ ลิตร **พี่สาว**แบ่งให้อีก $\frac{3}{8}$ ลิตร **ปรีชา**เหลือ**นมสด**กี่ลิตร

Item model Variables

ข้อคำถาม

ปรีชา (S1) มี**นมสด (S2)** อยู่ $\frac{3}{4}(F1)$ ลิตร ดื่ม**นมสด (S2)** ไป $\frac{1}{4}(F2)$ ลิตร **พี่สาว (S3)** แบ่งให้อีก $\frac{3}{8}(F3)$ ลิตร **ปรีชา (S1)** เหลือ**นมสด (S2)** กี่ลิตร

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : ปรีชา ดวงใจ วิชัย
S2 : นมสด น้ำส้ม น้ำเขียว
S3 : พี่สาว น้อง น้า

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 5 - 7 และ **D1** : 4 – 8

F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 1 - 3 และ **D2** : 4 - 8

F3 = $\frac{N3}{D3}$ โดยที่ **N3** : 1 - 9 และ **D3** : 2(D1) นั่นคือ D3 อยู่ในช่วง 8 – 16

: 3(D1) นั่นคือ D3 อยู่ในช่วง 12 – 24

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

	: 4(D1) นั่นคือ D3 อยู่ในช่วง 16 – 32 **เงื่อนไข** : 1) โจทย์ปัญหาของ model 7 วัดคุณลักษณะการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง 2) F1 และ F2 ต้องเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และ F3 ต้องเป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนไม่เท่ากัน** (D1 = D2 $\neq$ D3) 3) D3 ต้องเป็นพหุคูณของ D1 เช่น กำหนดให้ D3 = 3(D1) ถ้าสุ่ม D1 = 5 แล้ว D3 = 3(D1) = 3(5) = 15 4) เมื่อพิจารณาลำดับเหตุการณ์ในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แล้ว F1 ควรมีค่ามากกว่า F2 ($F1 > F2$) เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากว่าตัวลบ ส่วน F3 สามารถมีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่า F1 และ F2 ได้ 5) ข้อความ S1-S4 สามารถสลับตำแหน่งกันได้โดยไม่มีเงื่อนไข เพราะ S1 (ปรีชา ดวงใจ และวิชัย) และ S3 (พี่สาว น้อง และน้า) เป็นชื่อแทนบุคคล ส่วน S2 (นมสด น้ำส้ม และ น้ำเขียว) เป็นของเหลว เมื่อนำคำเหล่านี้แทนลงในโจทย์ปัญหาสามารถใช้ได้ทุกสถานการณ์ และมีความเหมาะสม
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 - F2 + F3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 7

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1 – S3 และ F1 – F3 ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก ปรีชา เป็น **วิชัย**
- S2 เปลี่ยนจาก นมสด เป็น **น้ำส้ม**
- S3 เปลี่ยนจาก พี่สาว เป็น **น้า**
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 7, D1 = 5 ดังนั้น

  F1 = $\frac{7}{5}$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 2, D2 = 5 ดังนั้น

  F2 = $\frac{2}{5}$

- F3 = $\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N3 = 7, D3 = 20 ดังนั้น

  F3 = $\frac{7}{20}$

เมื่อเลือก S1 – S3 และ F1 – F3 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1 – S3 และ F1 – F3 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ **วิชัย**มี**น้ำส้ม**อยู่ $\frac{7}{5}$ ลิตร ดื่ม**น้ำส้ม**ไป $\frac{2}{5}$ ลิตร **น้า**แบ่งให้อีก $\frac{7}{20}$ ลิตร **วิชัย**เหลือ**น้ำส้ม**กี่ลิตร

Model 8

คุณแม่ซื้อ**เนื้อไก่**มา $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม แบ่งไปทำ**ไก่ทอด** $\frac{1}{10}$ กิโลกรัม **คุณแม่**เหลือ**เนื้อไก่**กี่กิโลกรัม

Item model Variables

ข้อคำถาม

คุณแม่ (S1) ซื้อ**เนื้อไก่ (S2)** มา $\frac{3}{5}(F1)$ กิโลกรัม แบ่งไปทำ**ไก่ทอด (S3)** $\frac{1}{10}(F2)$ กิโลกรัม **คุณแม่ (S1)** เหลือ**เนื้อไก่ (S2)** กี่กิโลกรัม

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : คุณแม่ แม่ครัว ป้าแดง
S2 : เนื้อไก่ เนื้อหมู ลูกชิ้น
S3 : ไก่ทอด หมูทอด ก๋วยเตี๋ยว
F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 3 - 5 และ **D1** : 5 – 7
F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 1 - 4 และ **D2** : 2(D1) นั่นคือ D2 อยู่ในช่วง 10 - 14
: 3(D1) นั่นคือ D2 อยู่ในช่วง 15 - 21
: 4(D1) นั่นคือ D2 อยู่ในช่วง 20 - 28

	เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 8 วัดคุณลักษณะการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง 2) F1 และ F2 ต้องเป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนไม่เท่ากัน** (D1 $\neq$ D2) 3) D2 ต้องเป็นพหุคูณของ D1 เช่น กำหนดให้ D2 = 4(D1) ถ้าสุ่ม D1 = 6 แล้ว D2 = 4(D1) = 4(6) = 24 4) F1 ต้องมีค่ามากกว่า F2 เสมอ ($F1 > F2$) เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากว่าตัวลบ 5) S1 (คุณแม่ แม่ครัว และป้าแดง) เป็นชื่อแทนบุคคลสามารถทำสถานการณ์ที่เป็น S2 และ S3 ได้ทุกสถานการณ์ 6) S2 และ S3 ไม่สามารถแทนได้ทุกตัว ต้องจับคู่ S2 กับ S3 ดังนี้ คำว่า “เนื้อไก่” คู่กับ “ไก่ทอด”, “เนื้อหมู” คู่กับ “หมูทอด” และ “ลูกชิ้น” คู่กับ “ก๋วยเตี๋ยว”
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/ กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 - F2 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 8

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1 – S3, F1 และ F2 ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก คุณแม่ เป็น **แม่ครัว**
- S2 เปลี่ยนจาก เนื้อไก่ เป็น **เนื้อหมู**
- S3 เปลี่ยนจาก ไก่ทอด เป็น **หมูทอด**
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 3, D1 = 7 ดังนั้น

  F1 = $\frac{3}{7}$
- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 2, D2 = 28 ดังนั้น

  F2 = $\frac{2}{28}$

เมื่อเลือก S1 – S3, F1 และ F2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1 – S3, F1 และ F2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> **แม่ครัว**ซื้อ**เนื้อหมู**มา $\frac{3}{7}$ กิโลกรัม แบ่งไปทำ**หมูทอด** $\frac{2}{28}$ กิโลกรัม **แม่ครัว**เหลือ**เนื้อหมู**กี่กิโลกรัม

Model 9

แม่ครัวมี**เนื้อวัว**หนัก $\frac{6}{7}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{4}{7}$ กิโลกรัม **แบ่ง**ไปทำ**เนื้อทอด** $\frac{9}{14}$ กิโลกรัม **แม่ครัว**เหลือ**เนื้อวัว**กี่กิโลกรัม

Item model Variables

ข้อคำถาม

แม่ครัว (S1) มี**เนื้อวัว (S2)** หนัก $\frac{6}{7}(F1)$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{4}{7}(F2)$ กิโลกรัม **แบ่ง (S3)** ไปทำ**เนื้อทอด (S4)** $\frac{9}{14}(F3)$ กิโลกรัม **แม่ครัว (S1)** เหลือ**เนื้อวัว (S2)** กี่กิโลกรัม

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : แม่ครัว พ่อค้า ป้า
S2 : เนื้อวัว เผือก เนื้อปลา
S3 : แบ่ง นำ
S4 : เนื้อทอด เผือกทอด ปลาทอด

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 3 - 7 และ **D1** : 7 – 9

F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 3 - 7 และ **D2** : 7 – 9

F3 = $\frac{N3}{D3}$ โดยที่ **N3** : 1 - 9 และ **D3** : 2(D1) นั่นคือ D3 อยู่ในช่วง 14 - 18
: 3(D1) นั่นคือ D3 อยู่ในช่วง 21 - 27
: 4(D1) นั่นคือ D3 อยู่ในช่วง 28 - 36

เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 9 วัดคุณลักษณะการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง

2) F1 และ F2 ต้องเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และ F3 ต้องเป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนไม่เท่ากัน** (D1 = D2 $\neq$ D3)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

	3) D3 ต้องเป็นพหุคูณของ D1 เช่น กำหนดให้ D3 = 2(D1) ถ้าสุ่ม D1 = 6 แล้ว D3 = 2(D1) = 2(6) = 12 4) ผลบวกของ F1 และ F2 ต้องมีค่ามากกว่า F3 เสมอ $[(F1+F2)>F3]$ เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากว่าตัวลบ 5) S1 (แม่ครัว พ่อค้า และป้า) เป็นชื่อแทนบุคคลสามารถทำสถานการณ์ที่เป็น S2, S3 และ S4 ได้ทุกสถานการณ์ 6) S2 และ S4 ไม่สามารถแทนได้ทุกตัว ต้องจับคู่ S2 กับ S4 ดังนี้ คำว่า “เนื้อวัว” คู่กับ “เนื้อทอด”, “เผือก” คู่กับ “เผือกทอด” และ “เนื้อปลา” คู่กับ “ปลาทอด”
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 + F2 – F3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 9

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1, S2, S4 และ F1 – F3 แต่ S3 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก แม่ครัว เป็น **พ่อค้า**
- S2 เปลี่ยนจาก เนื้อวัว เป็น **เนื้อปลา**
- S3 : แบ่ง
- S4 เปลี่ยนจาก เนื้อทอด เป็น **ปลาทอด**
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 7, D1 = 9 ดังนั้น

  F1 = $\frac{7}{9}$
- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 3, D2 = 9 ดังนั้น

  F2 = $\frac{3}{9}$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

- F3 = $\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N3 = 1, D3 = 36 ดังนั้น

  F3 = $\frac{1}{36}$

เมื่อเลือก S1, S2, S4 และ F1 – F3 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, S2, S4 และ F1 – F3 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ **พ่อค้า**มี**เนื้อปลา**หนัก $\frac{7}{9}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{3}{9}$ กิโลกรัม **แบ่ง**ไปทำ**ปลาทอด** $\frac{1}{36}$ กิโลกรัม **พ่อค้า**เหลือ**เนื้อปลา**กี่กิโลกรัม

Model 10

พ่อครัวมี**เนื้อหมู** $\frac{7}{10}$ กิโลกรัม **ซื้อมาเพิ่ม**อีก $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม **นำ**ไป**ทำแกงจืด** $\frac{3}{5}$ กิโลกรัม **พ่อครัว**เหลือ**เนื้อหมู**กี่กิโลกรัม

Item model Variables

ข้อคำถาม

พ่อครัว (S1) มี**เนื้อหมู (S2)** $\frac{7}{10}(F1)$ กิโลกรัม **ซื้อมาเพิ่ม (S3)** อีก $\frac{1}{2}(F2)$ กิโลกรัม **นำ (S4)** ไปทำ**แกงจืด (S5)** $\frac{3}{5}(F3)$ กิโลกรัม **พ่อครัว (S1)** เหลือ**เนื้อหมู (S2)** กี่กิโลกรัม

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : พ่อครัว แม่ค้า วิภา
S2 : เนื้อหมู แป้ง ปุ๋ย
S3 : ซื้อมาเพิ่ม น้ำแบ่งให้
S4 : แบ่ง นำ
S5 : แกงจืด คุกกี้ ใส่ต้นมะม่วง

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 5 - 9 และ **D1** : ค.ร.น.ของ D2 และ D3

F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 5 - 9 และ **D2** : 2 – 4

F3 = $\frac{N3}{D3}$ โดยที่ **N3** : 3 - 7 และ **D3** : 5 - 7

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

	เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 10 วัดคุณลักษณะการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน 2) F1, F2 และ F3 ต้องเป็นเศษส่วนที่มี**ตัวส่วนไม่เท่ากัน** (D1 = D2 $\neq$ D3) 3) D1 ต้องเท่ากับ ค.ร.น. ของ D2 และ D3 4) ผลบวกของ F1 และ F2 ต้องมีค่ามากกว่า F3 เสมอ $[(F1+F2)>F3]$ เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากว่าตัวลบ 5) S1-S5 ไม่สามารถแทนได้ทุกสถานการณ์ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของข้อความที่นำมาแทนในโจทย์ปัญหา 6) S1 และ S3 ไม่สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกตัว ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของข้อความ ดังนี้ “พ่อครัว” และ “แม่ค้า” คู่กับ “ซื้อมาเพิ่ม” “วิภา” คู่กับ “ซื้อมาเพิ่ม” และ “น้าแบ่งให้” 7) S2 และ S5 ไม่สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกตัว ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของข้อความ ดังนี้ “เนื้อหมู” คู่กับ “แกงจืด” “แป้ง” คู่กับ “คุกกี้” “ปุ๋ย” คู่กับ “ใส่ต้นมะม่วง”
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/ กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 + F2 – F3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 10

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1, S2, S4, S5, F1 – F3 แต่ S3 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก พ่อครัว เป็น **พ่อค้า**
- S2 เปลี่ยนจาก เนื้อหมู เป็น **แป้ง**
- S3 : ซื้อมาเพิ่ม
- S4 เปลี่ยนจาก นำ เป็น **แบ่ง**
- S5 เปลี่ยนจาก แกงจืด เป็น **คุกกี้**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 9, D1 = 12 ดังนั้น

  F1 = $\frac{9}{12}$

- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 8, D2 = 2 ดังนั้น

  F2 = $\frac{8}{2}$

- F3 = $\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N3 = 5, D3 = 6 ดังนั้น

  F3 = $\frac{5}{6}$

เมื่อเลือก S1, S2, S4, S5, F1 – F3 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, S2, S4, S5, F1 – F3 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ **พ่อค้า**มี**แป้ง**หนัก $\frac{9}{12}$ กิโลกรัม ซื้อมาเพิ่มอีก $\frac{8}{2}$ กิโลกรัม **แบ่ง**ไปทำ**คุกกี้** $\frac{5}{6}$ กิโลกรัม **พ่อค้า**เหลือ**แป้ง**กี่กิโลกรัม

Model 11

ส้มโอหนัก $1\frac{1}{6}$ กิโลกรัม **ทุเรียน**หนักกว่า**ส้มโอ** $1\frac{3}{8}$ กิโลกรัม **ทุเรียน**หนักกี่กิโลกรัม

Item model Variables

ข้อคำถาม

ส้มโอ (S1) หนัก $1\frac{1}{6}$ (*M1*) กิโลกรัม **ทุเรียน (S2)** หนักกว่า**ส้มโอ (S1)** $1\frac{3}{8}$ (*M2*) กิโลกรัม **ทุเรียน (S2)** หนักกี่กิโลกรัม

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : ส้มโอ มะม่วง ข้าวสารถุงแรก

S2 : ทุเรียน มะละกอ ข้าวสารถุงที่สอง

M1 = $W1\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **W1** : 1 - 3, **N1** : 1 - 5 และ **D1** : 2n เมื่อ n อยู่ในช่วง 3 - 5

M2 = $W2\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **W2** : 1 - 3, **N2** : 1 - 5 และ **D2** : 2m เมื่อ m อยู่ในช่วง 4 - 6

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

	เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 11 วัดคุณลักษณะการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน 2) M1 และ M2 ต้องเป็นจำนวนคละที่มี**ตัวส่วนไม่เท่ากัน** (D1 ≠ D2) 3) M1 สามารถมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า M2 ได้ เนื่องจากโจทย์ข้อนี้เป็นการบวก ซึ่งตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่าตัวบวกได้ 6) S1 และ S2 ไม่สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกตัว ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของข้อความ คือ “ข้าวสารถุงแรก” คู่กับ “ข้าวสารถุงที่สอง”
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
เฉลย	M1 + M2 = □

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 11

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1, S2, M1 และ M2 ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก ส้มโอ เป็น **ข้าวสารถุงแรก**
- S2 เปลี่ยนจาก ทุเรียน เป็น **ข้าวสารถุงที่สอง**
- M1 = $W1\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลขW1, N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W1 = 2, N1 = 3 และ D1 = 10 ดังนั้น M1 = $2\frac{3}{10}$
- M2 = $W2\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข W2, N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W2 = 3, N2 = 3 และ D2 = 12 ดังนั้น M2 = $3\frac{3}{12}$

เมื่อเลือก S1, S2, M1 และ M2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, S2, M1 และ M2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> **ข้าวสารถุงแรก**หนัก $2\frac{3}{10}$ กิโลกรัม **ข้าวสารถุงที่สอง**หนักกว่า**ข้าวสารถุงแรก** $3\frac{3}{12}$ กิโลกรัม **ข้าวสารถุงที่สอง**หนักกี่กิโลกรัม

Model 12

เดิม**ป้าแดงมีที่ดิน** $\frac{6}{7}$ ไร่ **แบ่งให้หลาน**ไป $\frac{1}{7}$ ไร่ ต่อมาซื้อ**ที่ดิน**เพิ่มอีก $2\frac{1}{5}$ ไร่ **ป้าแดงมีที่ดิน**ทั้งหมดกี่ไร่

Item model Variables

ข้อคำถาม

เดิม**ป้าแดง (S1)** มี**ที่ดิน (S2)** $\frac{6}{7}(F1)$ ไร่ **แบ่ง (S3)** ให้**หลาน (S4)** ไป $\frac{1}{7}(F2)$ ไร่ ต่อมาซื้อ**ที่ดิน (S1)** เพิ่มอีก $2\frac{1}{5}(M3)$ ไร่ **ป้าแดง (S1)** มี**ที่ดิน (S2)** ทั้งหมดกี่ไร่

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : ป้าแดง ปู่ วิทยา
S2 : ที่ดิน สวนส้ม ไร่อ้อย
S3 : แบ่ง ขาย
S4 : หลาน ลูก เพื่อน

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 6 - 9 และ **D1** : 3 - 9

F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 1 - 5 และ **D2** : 3 – 9

M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ โดยที่ W3 : 1 - 3, N3 : 1 - 5 และ D3 : 3 - 9

เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 12 วัดคุณลักษณะการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

2) ตัวส่วนของ F1 ต้องเท่ากับตัวส่วนของ F2 แต่ตัวส่วนของ F1 และ F2 ต้องไม่เท่ากับตัวส่วนของ M3 (D1 = D2 $\neq$ D3)

3) D1, D2 และ D3 ต้องเป็นจำนวนเฉพาะ

4) F1 ต้องมีค่ามากกว่า F2 เสมอ (F1 > F2) เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากกว่าตัวลบ

5) S1-S4 ไม่สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกตัว ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของข้อความ ดังนี้

“ป้าแดง”, “ปู่”, “วิทยา” คู่กับ “แบ่ง” และคู่กับ “หลาน”, “ลูก”

	“วิทยา” คู่กับ “ขาย” และคู่กับ “เพื่อน”
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/ กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 - F2 + M3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 12

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S2, S4, F1, F2, M3 แต่ S1, S3 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 : ป้าแดง
- S2 เปลี่ยนจาก ที่ดิน เป็น **ไร่อ้อย**
- S3 : แบ่ง
- S4 เปลี่ยนจาก หลาน เป็น **ลูก**
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 6 และ D1 = 7 ดังนั้น

  F1 = $\frac{6}{7}$
- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 5 และ D2 = 7 ดังนั้น

  F2 = $\frac{5}{7}$
- M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข W3, N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W3 = 3, N3 = 1

  และ D3 = 4 ดังนั้น M3 = $3\frac{1}{4}$

เมื่อเลือก S2, S4, F1, F2, M3 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S2, S4, F1, F2, M3 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ เดิม**ป้าแดง**มี**ไร่อ้อย** $\frac{6}{7}$ ไร่ **แบ่ง**ให้**ลูก**ไป $\frac{5}{7}$ ไร่ ต่อมาซื้อ**ไร่อ้อย**เพิ่มอีก $3\frac{1}{4}$ ไร่ **ป้าแดง**มี**ไร่อ้อย**ทั้งหมดกี่ไร่

Model 13

ผ้าลูกไม้ผืนหนึ่งยาว $\frac{5}{6}$ เมตร **ใช้เย็บกระเป๋า** $\frac{3}{5}$ เมตร ซื้อมาเพิ่มอีก $1\frac{1}{2}$ เมตร จะมี**ผ้าลูกไม้**ยาวกี่เมตร

Item model Variables

ข้อคำถาม

ผ้าลูกไม้ (S1) ผืนหนึ่ง (S2) ยาว $\frac{5}{6}(F1)$ เมตร **ใช้เย็บกระเป๋า (S3)** $\frac{3}{5}(F2)$ เมตร ซื้อมาเพิ่มอีก $1\frac{1}{2}(M3)$ เมตร จะมี**ผ้าลูกไม้ (S1)** ยาวกี่เมตร

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : ผ้าลูกไม้ ผ้าไหม ไม้กระดาน
S2 : ผืนหนึ่ง แผ่นหนึ่ง
S3 : เย็บกระเป๋า ตัดเสื้อ ทำรั้วบ้าน

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ **N1** : 5 - 9 และ **D1** : 3 - 6

F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ **N2** : 2 - 4 และ **D2** : 5 - 9

M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ โดยที่ W3 : 1 - 5, N3 : 1 - 5 และ D3 : 2 - 5

เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 13 วัดคุณลักษณะการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

2) ตัวส่วนของ F1, F2 และ M3 ต้องไม่เท่ากันทุกตัว ($D1 \neq D2 \neq D3$)

3) F1 ต้องมีค่ามากกว่า F2 เสมอ (F1 > F2) เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากกว่าตัวลบ

4) S1-S3 ไม่สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกตัว ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของข้อความ คือ

“ไม้กระดาน” คู่กับ “แผ่นหนึ่ง” และคู่กับ “ทำรั้วบ้าน”

ตัวเลือก

ไม่มี

รูปภาพ/กราฟ

ไม่มี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

เฉลย F1 - F2 + M3 = □

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 13

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1 – S3, F1, F2 และ M3 ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก ผ้าลูกไม้ เป็น **ไม้กระดาน**
- S2 เปลี่ยนจาก ผืนหนึ่ง เป็น **แผ่นหนึ่ง**
- S3 เปลี่ยนจาก ใช้เย็บกระเป๋า เป็น **ใช้ทำรั้วบ้าน**
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 6 และ D1 = 4 ดังนั้น F1 = $\frac{6}{4}$
- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 3 และ D2 = 7 ดังนั้น F2 = $\frac{3}{7}$
- M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข W3, N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W3 = 1, N3 = 1 และ D3 = 2 ดังนั้น M3 = $1\frac{1}{2}$

เมื่อเลือก S1 – S3, F1, F2 และ M3 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1 – S3, F1, F2 และ M3 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> **ไม้กระดานแผ่นหนึ่ง**ยาว $\frac{6}{4}$ เมตร **ใช้ทำรั้วบ้าน** $\frac{3}{7}$ เมตร ซื้อมาเพิ่มอีก $1\frac{1}{2}$ เมตร จะมี**ไม้กระดาน**ยาวกี่เมตร

Model 14

เชือกเส้นแรกยาว $2\frac{6}{7}$ **เมตร เชือกเส้นที่สองยาว** $1\frac{1}{3}$ เมตร **เชือกเส้นแรกยาว**กว่า**เชือกเส้นที่สอง**กี่เมตร

Item model Variables

ข้อคำถาม	**เชือกเส้นแรก (S1) ยาว (S2)** $2\frac{6}{7}$ *(M1)* **เมตร (S3) เชือกเส้นที่สอง (S4) ยาว (S2)** $1\frac{1}{3}$ *(M2)* **เมตร (S3) เชือกเส้นแรก (S1) ยาว (S2)** กว่า**เชือกเส้นที่สอง (S4)** กี่**เมตร (S3)**
ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน	**S1** : เชือกเส้นแรก ริบบิ้นสีฟ้า กล่องใบที่หนึ่ง **S2** : ยาว หนัก **S3** : เมตร กิโลกรัม **S4** : เชือกเส้นที่สอง ริบบิ้นสีแดง กล่องใบที่สอง **M1** = $W1\frac{N1}{D1}$ โดยที่ W1 : 1 - 3, N1 : 4 - 9 และ D1 : 5, 7, 9 **M2** = $W2\frac{N2}{D2}$ โดยที่ W2 : 1 - 3, N2 : 1 - 4 และ D2 : 2, 3, 4 **เงื่อนไข** : 1) โจทย์ปัญหาของ model 14 วัดคุณลักษณะการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน 2) ตัวส่วนของ M1 และ M2 ต้องไม่เท่ากัน (D1 $\neq$ D2) 3) M1 ต้องมีค่ามากกว่า M2 เสมอ (M1 > M2) เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากกว่าตัวลบ 4) S1-S4 ไม่สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกตัว ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของข้อความ คือ “กล่องใบที่หนึ่ง” คู่กับ “หนัก” คู่กับ “กิโลกรัม” และคู่กับ “กล่องใบที่สอง”
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
เฉลย	M1 - M2 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 14

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน M1, M2 แต่ S1 – S3 เหมือนเดิม ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

- S1 : เชือกเส้นหนึ่ง
- S2 : ยาว
- S3 : เชือกเส้นที่สอง
- M1 = $W1\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข W1, N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W1 = 3, N1 = 4 และ D1 = 5 ดังนั้น M1 = $3\frac{4}{5}$
- M2 = $W2\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข W2, N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W2 = 2, N2 = 1 และ D2 = 2 ดังนั้น M2 = $2\frac{1}{2}$

เมื่อเลือก M1, M2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ M1, M2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> **เชือกเส้นแรกยาว** $3\frac{4}{5}$ **เมตร เชือกเส้นที่สองยาว** $2\frac{1}{2}$ เมตร **เชือกเส้นแรกยาว**กว่า**เชือกเส้นที่สอง**กี่เมตร

Model 15

เดิมมี**น้ำหวาน**ใน**เหยือก** $\frac{9}{10}$ ลิตร เติม**น้ำหวาน**เพิ่มอีก $\frac{8}{10}$ ลิตร แบ่งให้**เพื่อน**ดื่ม $1\frac{1}{4}$ ลิตร เหลือ**น้ำหวาน**กี่ลิตร

Item model Variables

ข้อคำถาม

เดิมมี**น้ำหวาน (S1)** ใน**เหยือก (S2)** $\frac{9}{10}(F1)$ ลิตร เติม**น้ำหวาน (S1)** เพิ่มอีก $\frac{8}{10}(F2)$ ลิตร แบ่งให้**เพื่อน (S3)** ดื่ม $1\frac{1}{4}(M3)$ ลิตร เหลือ**น้ำหวาน (S1)** กี่ลิตร

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : น้ำหวาน นมสด น้ำผลไม้

S2 : เหยือก ขวด

S3 : เพื่อน น้อง พี่

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ N1 : 8 - 12 และ D1 : 2n เมื่อ n อยู่ในช่วง 3 - 5

F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ N2 : 8 - 12 และ D2 : 2n เมื่อ n อยู่ในช่วง 3 - 5

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

	M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ โดยที่ W3 : 1 - 2, N3 : 1 - 5 และ D3 : 2m เมื่อ m อยู่ในช่วง 2-6 **เงื่อนไข** : 1) โจทย์ปัญหาของ model 15 วัดคุณลักษณะการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน 2) ตัวส่วนของ F1 ต้องเท่ากับตัวส่วนของ F2 แต่ตัวส่วนของ F1 และ F2 ต้องไม่เท่ากับตัวส่วนของ M3 (D1 = D2 $\neq$ D3) 3) D1, D2 และ D3 ต้องเป็นตัวเศษที่ไม่ใช่พหุคูณซึ่งกันและกัน 4) ผลบวกของ F1 และ F2 ต้องมีค่ามากว่า M3 เสมอ [$(F1+F2)>M3$] เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากกว่าตัวลบ 5) S1-S3 สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกกรณี
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 + F2 - M3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 15

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1, F1, F2, M3 แต่ S2, S3 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก น้ำหวาน เป็น **น้ำผลไม้**
- S2 : เหยือก
- S3 : เพื่อน
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 9 และ D1 = 8 ดังนั้น

  F1 = $\frac{9}{8}$
- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 6 และ D2 = 8 ดังนั้น

  F2 = $\frac{6}{8}$

- M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข W3, N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W3 = 1, N3 = 3 และ D3 = 10 ดังนั้น M2 = $1\frac{3}{10}$

เมื่อเลือก S1, F1, F2, M3 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, F1, F2, M3 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> เดิมมี**น้ำผลไม้**ใน**เหยือก** $\frac{9}{8}$ ลิตร เติม**น้ำผลไม้**เพิ่มอีก $\frac{6}{8}$ ลิตร แบ่งให้**เพื่อน**ดื่ม $1\frac{3}{10}$ ลิตร เหลือ**น้ำผลไม้**กี่ลิตร

Model 16

พ่อมีที่ดิน $\frac{11}{3}$ ไร่ ซื้อที่ดินเพิ่มอีก $\frac{4}{5}$ ไร่ **แบ่งไปปลูกข้าว** $1\frac{1}{2}$ ไร่ **พ่อ**เหลือที่ดินกี่ไร่

Item model Variables

ข้อคำถาม

พ่อ (S1) มีที่ดิน $\frac{11}{3}$ $(F1)$ ไร่ ซื้อที่ดินเพิ่มอีก $\frac{4}{5}$ $(F2)$ ไร่ **แบ่งไป (S2) ปลูกข้าว (S3)** $1\frac{1}{2}$ $(M3)$ ไร่ **พ่อ (S1)** เหลือที่ดินกี่ไร่

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : พ่อ สุชาติ ยาย
S2 : แบ่งไป นำไป บริจาคให้
S3 : ปลูกข้าว ทำสวนส้ม โรงเรียน

F1 = $\frac{N1}{D1}$ โดยที่ N1 : 11 - 13 และ D1 : 3 - 5

F2 = $\frac{N2}{D2}$ โดยที่ N2 : 4 - 8 และ D2 : 5 - 7

M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ โดยที่ W3 : 1 - 3, N3 : 1 - 3 และ D3 : 2 - 4

เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 16 วัดคุณลักษณะการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

2) ตัวส่วนของ F1 ต้องเท่ากับตัวส่วนของ F2 แต่ตัวส่วนของ F1 และ F2 ต้องไม่เท่ากับตัวส่วนของ M3 (D1 = D2 $\neq$ D3)

3) D1, D2 และ D3 ต้องเป็นตัวเศษที่ไม่ใช่พหุคูณซึ่งกันและกัน

	4) ผลบวกของ F1 และ F2 ต้องมีค่ามากกว่า M3 เสมอ $[(F1 + F2) > M3]$ เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากกว่าตัวลบ 5) S2-S3 ไม่สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกตัว ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของข้อความ คือ“บริจาคให้” คู่กับ “โรงเรียน”
ตัวเลือก	ไม่มี
รูปภาพ/กราฟ	ไม่มี
เฉลย	F1 + F2 - M3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 16

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S2, S3, F1, F2, M3 แต่ S1 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 : พ่อ
- S2 เปลี่ยนจาก แบ่งไป เป็น **บริจาคให้**
- S3 เปลี่ยนจาก ปลูกข้าว เป็น **โรงเรียน**
- F1 = $\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N1 = 11 และ D1 = 4 ดังนั้น F1 = $\frac{11}{4}$
- F2 = $\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ N2 = 4 และ D2 = 7 ดังนั้น F2 = $\frac{4}{7}$
- M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข W3, N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W3 = 1, N3 = 1 และ D3 = 2 ดังนั้น M3 = $1\frac{1}{2}$

เมื่อเลือก S2, S3, F1, F2, M3 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S2, S3, F1, F2, M3 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> **พ่อ**มีที่ดิน $\frac{11}{4}$ ไร่ ซื้อที่ดินเพิ่มอีก $\frac{4}{7}$ ไร่ **บริจาคให้โรงเรียน** $1\frac{1}{2}$ ไร่ **พ่อ**เหลือที่ดินกี่ไร่

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Model 17

รถยนต์คันหนึ่งมีน้ำมัน $3\frac{4}{7}$ ลิตร เติมน้ำมันเพิ่มอีก $1\frac{2}{3}$ ลิตร **ขับไปเที่ยวสวนสนุก** ใช้น้ำมัน $1\frac{1}{2}$ ลิตร เหลือน้ำมันกี่ลิตร

Item model Variables

ข้อคำถาม

รถยนต์ (S1) คันหนึ่งมีน้ำมัน $3\frac{4}{7}$ ($M1$) ลิตร เติมน้ำมันเพิ่มอีก $1\frac{2}{3}$ ($M2$) ลิตร

ขับไปเที่ยวสวนสนุก (S2) ใช้น้ำมัน $1\frac{1}{2}$ ($M3$) ลิตร เหลือน้ำมันกี่ลิตร

ตัวแปรที่ต้องการเปลี่ยน

S1 : รถยนต์ รถจักรยานยนต์ รถกระบะ

S2 : เที่ยวสวยสนุก โรงเรียน เที่ยวสวนสัตว์

M1 = $W1\frac{N1}{D1}$ โดยที่ W1 : 3 - 5, N1 : 1 - 5 และ D1 : 5 - 9

M2 = $W2\frac{N2}{D2}$ โดยที่ W2 : 1 - 3, N2 : 1 - 5 และ D2 : 3 - 7

M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ โดยที่ W3 : 1 - 3, N3 : 1 - 5 และ D3 : 3 - 7

เงื่อนไข : 1) โจทย์ปัญหาของ model 17 วัดคุณลักษณะการบวกจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและการลบจำนวนคละที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

2) ตัวส่วนของ M1, M2 และ M3 ต้องไม่เท่ากัน (D1 $\neq$ D2 $\neq$ D3)

3) D1, D2 และ D3 ต้องเป็นตัวเศษที่ไม่ใช่พหุคูณซึ่งกันและกัน

4) ผลบวกของ M1 และ M2 ต้องมีค่ามากว่า M3 เสมอ [$(M1 + M2) > M3$] เพราะเป็นการลบซึ่งตัวตั้งต้องมากกว่าตัวลบ

5) S1-S3 สามารถสลับตำแหน่งกันได้ทุกกรณี

ตัวเลือก

ไม่มี

รูปภาพ/กราฟ

ไม่มี

เฉลย

F1 + F2 - M3 = ☐

ตัวอย่างข้อสอบที่สร้างจาก model 17

ตัวอย่างข้อนี้ต้องการเปลี่ยน S1, M1, M2, M3 แต่ S2 เหมือนเดิม ดังนี้

- S1 เปลี่ยนจาก รถยนต์ เป็น **รถจักรยานยนต์**
- S2 : ขับไปเที่ยวสวนสนุก
- M1 = $W1\frac{N1}{D1}$ สุ่มตัวเลข N1 และ D1 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W1 = 3, N1 = 1

  และ D1 = 8 ดังนั้น M1 = $3\frac{1}{8}$
- M2 = $W2\frac{N2}{D2}$ สุ่มตัวเลข N2 และ D2 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W2 = 1, N2 = 3

  และ D2 = 4 ดังนั้น M2 = $1\frac{3}{4}$
- M3 = $W3\frac{N3}{D3}$ สุ่มตัวเลข W3, N3 และ D3 จากช่วงที่กำหนดไว้ จะได้ W3 = 3, N3 = 4

  และ D3 = 7 ดังนั้น M2 = $3\frac{4}{7}$

เมื่อเลือก S1, F1, F2 เรียบร้อยแล้ว ให้นำ S1, F1, F2 ไปแทนโจทย์ปัญหาให้ตรงกับตำแหน่งนั้น ๆ

<u>ตัวอย่างโจทย์</u> **รถจักรยานยนต์**คันหนึ่งมีน้ำมัน $3\frac{1}{8}$ ลิตร เติมน้ำมันเพิ่มอีก $1\frac{3}{4}$ ลิตร **ขับไปเที่ยวสวนสนุก** ใช้น้ำมัน $3\frac{4}{7}$ ลิตร เหลือน้ำมันกี่ลิตร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ง

คู่มือการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษา โดยประยุกต์ใช้วิธีลำดับขั้นของคุณลักษณะและโมเดลข้อสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวปรารถนา พลอภิชาติ เกิดเมื่อวันที่ 21 กรกฎาคม พ.ศ. 2527 ที่จังหวัดของแก่น สำเร้จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2550 และครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิจัยการศึกษา ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2553 และเข้าศึกษาต่อระดับครุศาสสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2554

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University