การทดสอบความเป็นอิสระแบบเบส์สำหรับการแจกแจงพหุนาม
โดยใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกัน

นางสาวนริศรา วิเชียรเจริญ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2543

ISBN 974-13-0161-8

BAYESIAN TEST OF INDEPENDENCE FOR MULTINOMIAL DISTRIBUTION

USING INDEPENDENCE PRIOR

MISS NARISARA WICHIENCHAROEN

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2000

ISBN 974-13-0161-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การทดสอบความเป็นอิสระแบบเบส์สำหรับการแจกแจงพหุนาม โดยใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกัน
โดย	นางสาวนริศรา วิเชียรเจริญ
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณะบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิรัช อภิเมธีธำรง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง)

....อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)

....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ)

นริศรา วิเชียรเจริญ : การทดสอบความเป็นอิสระแบบเบส์สำหรับการแจกแจงพหุนามโดยใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกัน.
(BAYESIAN TEST OF INDEPENDENCE FOR MULTINOMIAL DISTRIBUTION USING INDEPENDENCE PRIOR)
อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา , 183 หน้า. ISBN 974-13-0161-8.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร 2 ตัวที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรโดยใช้แนวคิดแบบเบส์ โดยที่การคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์นั้นนอกจากจะขึ้นอยู่กับข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาแล้วยังขึ้นอยู่กับการแจกแจงก่อน (Prior distribution) ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะใช้การแจกแจงก่อนที่เรียกว่าการแจกแจงไดริเชตและอยู่ในรูปแบบที่เป็นอิสระต่อกัน และเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร 2 ประเภท คือ ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classical statistics) ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) กับตัวสถิติที่ถูกเสนอขึ้นมาใหม่ คือ ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ซึ่งเรียกว่าปัจจัยเบส์ (Bayes factor) ได้แก่ $F_{(1)}$, $F_{(2)}$,..., $F_{(9)}$ เมื่อตัวแปรมีการแจกแจงพหุนามและอยู่ในตารางการณ์จร 2 ทาง โดยที่ฟังก์ชันความควรจะเป็นอยู่ในรูป

$$f(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{p}) = \binom{n}{\mathbf{x}} \prod_{ij} p_{ij}^{\,x_{ij}}$$

ซึ่งสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$$

$$H_1 : p_{ij} \neq p_{i.}p_{.j}$$

โดยที่ p_{ij} คือ พารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบซึ่งเป็นความน่าจะเป็นที่ข้อมูลจะตกอยู่ในแถวที่ i และสดมภ์ที่ j สำหรับแนวคิดแบบเบส์จะถือว่า p_{ij} มีการแจกแจง ซึ่งเรียกการแจกแจงนี้ว่าการแจกแจงก่อน ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้การแจกแจงของ p_{ij} เป็นการแจกแจงไดริเชต ซึ่งมีรูปแบบเป็น

$$\pi(\mathbf{p}|K,\mathbf{q}_a,\mathbf{q}_b) = D_{IJ}^{-1}(Kq_{ai}q_{bj}) \prod_{ij} p_{ij}^{Kq_{ai}q_{bj}-1} \qquad ; D_{IJ}(Kq_{ai}q_{bj}) = \int \prod_{ij} p_{ij}^{Kq_{ai}q_{bj}-1} d\mathbf{p} = \frac{\prod_{ij}\Gamma(Kq_{ai}q_{bj})}{\Gamma(\sum_{ij} Kq_{ai}q_{bj})}$$

โดยมีพารามิเตอร์ คือ $\mathbf{q} = (q_{11}, q_{12}, \ldots, q_{IJ})$ และ K โดยที่ $\mathbf{q}$ มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) และ K เป็นพารามิเตอร์แสดงความเชื่อของผู้ทดลองเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูล ซึ่งค่า K จะถูกกำหนดจาก log K = 0.0 ,0.5, …, 4.0 ทำให้มีค่าปัจจัยเบส์ 9 ตัว คือ $F_{(1)}$, $F_{(2)}$,..., $F_{(9)}$ ตามลำดับ การพิจารณาค่าของตัวสถิติจะพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ ในการวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล โดยกระทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ผลสรุปของการวิจัยมีดังนี้

1. **ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1**

ตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในทุกสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา เมื่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) มีค่า 0.01 และ 0.05

2. **อำนาจการทดสอบ**

อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวแปรผันตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classic statistic) มีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ (Bayes factor) ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยและ/หรือระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย เนื่องจากการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์มีการนำความเชื่อเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลเข้าไปร่วมคำนวณด้วย โดยที่ความเชื่อนี้จะอยู่ในรูปของค่าพารามิเตอร์ขั้นที่ 2 (Hyperparameter) ซึ่งเขียนอยู่ในรูปของค่า K ทำให้การปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์มีค่าต่ำกว่าการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ ซึ่งไม่ได้ใส่ความเชื่อก่อนในการคำนวณค่าของตัวสถิติ แต่ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่ามากหรือระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์จะมีค่าไม่แตกต่างกัน

ดังนั้น การเลือกตัวสถิติที่เหมาะสมกับการใช้งานควรพิจารณาจากความรู้เดิมของผู้ใช้งาน ถ้าผู้ใช้งานไม่มีความรู้เดิมเกี่ยวกับข้อมูลเลยหรือไม่เคยทำการเก็บข้อมูลมาก่อนควรใช้ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ แต่ถ้าผู้ใช้งานมีความรู้เดิมว่าข้อมูลมีความเป็นอิสระต่อกัน หรือเคยทำการทดลองกับข้อมูลชุดเดิมแล้วพบว่าข้อมูลมีความเป็นอิสระต่อกัน ควรใช้ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่ใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกันในการทดสอบความเป็นอิสระกับข้อมูลชุดใหม่

ภาควิชา สถิติ	ลายมือชื่อนิสิต..
สาขาวิชา สถิติ	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา...
ปีการศึกษา 2543	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม..

4182253126 : MAJOR STATISTICS

KEY WORDS : Contingency Table / Categorical Data / Test of Independence / Multinomail Distribution / Dirichlet Distribution / Bayes Factor / Chi-square Test Statistic / Likelihood Ratio Test Statistic / Type I Error / Power of The Test

NARISARA WICHIENCHAROEN : BAYESIAN TEST OF INDEPENDENCE FOR MULTINOMIAL DISTRIBUTION USING INDEPENDENCE PRIOR. THESIS ADVISOR : ASSOCIATE PROFESSOR. SUPOL DURONGWATANA,Ph. D. 183 pp. ISBN 974-13-0161-8.

The objective of this research is to study the test of independence for bivariate in contingency table using Bayesian approach. The computation of Bayesian statistic does not only depends on the collected data but also depends on prior distribution. Prior distribution in this research is in the form of Dirichlet distribution and concentrated about independence surface H_0. In addition, the research will compare two classes of test statistics for testing independence between two variables. The statistics in the first class are Pearson' s chi-square test statistic (χ^2) and likelihood ratio test statistic (G^2) and the statistic in the second class is Bayes factors which are $F_{(1)}, F_{(2)}, \ldots, F_{(9)}$. The variables are in two-way contingency table and have multinomail distribution. The likelihood function is

$$f(\mathbf{x} \mid \mathbf{p}) = \binom{n}{\mathbf{x}} \prod_{ij} p_{ij}^{x_{ij}}$$

The hypothesis can be written as

$$H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$$

$$H_1 : p_{ij} \neq p_{i.}p_{.j}$$

where the parameter, p_{ij}, is probability of cell in i^{th} row and j^{th} column. According to Bayesian approach, p_{ij} has prior distribution in the form of Dirichelt distribution

$$\pi(\mathbf{p}|K,\mathbf{q}_a,\mathbf{q}_b) = D_{IJ}^{-1}(Kq_{ai}q_{bj}) \prod_{ij} p_{ij}^{Kq_{ai}q_{bj}-1} \quad ; D_{IJ}(Kq_{ai}q_{bj}) = \int \prod_{ij} p_{ij}^{Kq_{ai}q_{bj}-1} d\mathbf{p} = \frac{\prod_{ij}\Gamma(Kq_{ai}q_{bj})}{\Gamma(\sum_{ij} Kq_{ai}q_{bj})}$$

in which two hyparameters , $\mathbf{q} = (q_{11}, q_{12}, \ldots, q_{IJ})$ and K , where as $\mathbf{q}$ have uniform distribution and K is a parameter which reflects the strength of one' s prior belief about the independence. The value of K are computed from log K = 0.0, 0.5,…,4.0. So, there are nine Bayes factors namely $F_{(1)}, F_{(2)}, \ldots, F_{(9)}$. The value of the test statistics will be considered from their abilities to control probability of type I error and power of the test. For this research, Monte Carlo technique is used by repeating 1,000 times for each case. The results of this research can be summarized as follow :

1. The ability to control probability of type I error

All of 11 test statistics can control probability of type I error in all cases when significance levels are 0.01 and 0.05

2. Power of the test

Power of the test statistics vary according to the sample size, the strength of the relationship between the variables and significance levels.

Classic statistics tend to have higer power of the test than Bayes factors in the cases that the sample size is small or the relationship of the variables is weak because the computation of Bayes factors has included the hyperparameter K which reflects the strength of one's prior belief about the independence so that the null hypothesis rejection of Bayes factors are fewer than the null hypothesis rejection of classic statistics. In case that the sample size is large or the relationship of the variable is strong, the power of the test of classic statistics are equal the power of the test of the Bayes factors.

Thus, the selection of test statistic depends on one's prior belief about the data. User with no prior belief about the data would better manipulate classic statistic. On the other hand, user with prior belief about independence would find it more compelling to engage Bayes factor using independence prior.

Department Statistics Student's signature…………………………….…………………………

Field of study Statistics Advisor's signature………………………………………….…………….

Academic year 2000 Co-advisor's signature……………………………………………….…

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่างๆในการวิจัย ตลอดจนช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดีมาโดยตลอด จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ในความกรุณาของท่านไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอกมานพ วราภักดิ์ ที่ได้ให้คำปรึกษาเกี่ยวกับโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ศิริพร สาเกทอง รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร และ รองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ ในฐานะประธานกรรมการและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้คำชี้แนะอันเป็นประโยชน์ในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ครู-อาจารย์ ทุกท่านที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่การศึกษาขั้นต้นจนถึงปัจจุบัน

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดามารดา ซึ่งส่งเสริมและสนับสนุนด้านทุนการศึกษาและเป็นกำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา รวมทั้งเพื่อนๆ ทุกคนที่ช่วยส่งเสริมและเป็นกำลังใจให้แก่ผู้วิจัยมาตลอด และเนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยของบัณฑิตวิทยาลัย ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัยมา ณ ที่นี้ด้วย

นริศรา วิเชียรเจริญ

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง (ต่อ)

สารบัญตาราง (ต่อ)

สารบัญตาราง (ต่อ)

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ **หน้า**

สารบัญตาราง (ต่อ)

สารบัญตาราง (ต่อ)

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ในการวิจัยทางสังคมศาสตร์ส่วนใหญ่ มักจะอยู่ในรูปของข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data) และแม้ในบางครั้ง ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้จะอยู่ในรูปของข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data) แต่ก็อาจนำเสนอข้อมูลในรูปตารางการณ์จร (Contingency table) ได้ ซึ่งค่าที่ปรากฏในตารางเป็นความถี่ของค่าสังเกตที่เก็บรวบรวมมาได้ ข้อมูลที่นำเสนอในรูปตารางการณ์จรนี้จะเรียกว่า ข้อมูลจำนวนนับ (Counted data) หรือข้อมูลจำแนกประเภท (Categorical data) การทดสอบสมมติฐานข้อมูลในลักษณะนี้ มักพิจารณาเป็น 2 ประเด็น ประเด็นแรกจะใช้การทดสอบแบบไคกำลังสอง (Chi-square test) เพื่อทดสอบภาวะสารูปสนิทดี (Goodness of fit test) ว่าค่าที่ได้จากการคาดหวัง (Expected values) ภายใต้ทฤษฎีใดทฤษฎีหนึ่งหรือตัวแบบใดตัวแบบหนึ่งที่กำหนด แตกต่างจากค่าสังเกตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ นั่นคือ เป็นการทดสอบว่าการแจกแจงของประชากรที่สนใจศึกษาเป็นไปตามลักษณะการแจกแจงที่คาดหวังไว้หรือไม่ ประเด็นที่สองจะใช้การทดสอบแบบไคกำลังสอง เพื่อทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปรหลายๆตัวแปรว่ามีความเป็นอิสระต่อกันหรือไม่ โดยที่การทดสอบแบบไคกำลังสอง จะมีตัวสถิติที่นิยมใช้ในการทดสอบ คือ ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง (Pearson chi-square statistic) และตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (Likelihood-ratio chi-square statistic)

ในปัจจุบัน ได้มีการเสนอวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลในลักษณะนี้ขึ้นใหม่หลายวิธี วิธีการหนึ่งที่น่าสนใจคือ การนำวิธีการวิเคราะห์แบบเบส์ (Bayesian analysis) เข้ามาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งแนวคิดแบบเบส์ (Bayesian approach) จะมีหลักการที่แตกต่างจากแนวคิดแบบฉบับ (Classical approach / Frequentist approach) คือ แนวคิดแบบฉบับจะถือว่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า ซึ่งเราจะอนุมานค่าของพารามิเตอร์ได้โดยการสุ่มข้อมูลซ้ำๆ กันและหาคุณสมบัติของข้อมูลภายใต้การสุ่มซ้ำนี้ ส่วนแนวคิดแบบเบส์จะถือว่าพารามิเตอร์เป็นตัวแปรสุ่มตัวหนึ่งซึ่งมีการแจกแจงมีผลให้การอนุมานค่าของพารามิเตอร์ต้องการตัวแบบสุ่ม หรือตัวแบบความควรจะเป็น (Likelihood) และการแจกแจงก่อนของพารามิเตอร์ (Prior distribution) จากนั้นนำทั้งสองส่วนมาประกอบกันเพื่อหาการแจกแจงของพารามิเตอร์เมื่อกำหนดเงื่อนไขบนข้อมูลที่ถูกสุ่มมา หรือเรียกว่า การแจกแจงภายหลังของพารามิเตอร์ (Posterior distribution) ซึ่งต่อมามีนักสถิติจำนวนมากที่สนใจแนวคิดแบบเบส์ เนื่องจากแนวคิดที่ว่า ถ้าเราทราบข้อมูลในอดีตเกี่ยวกับพารามิเตอร์อยู่บ้าง และนำข้อมูลเหล่านั้นมารวมกับข้อมูลที่ได้จากการทดลองในปัจจุบัน จะ

ทำให้การอนุมานค่าของพารามิเตอร์มีความถูกต้องมากขึ้น ทำให้มีการพัฒนาแนวคิดแบบเบส์นี้ไปสู่การวิเคราะห์ทางสถิติแขนงต่างๆ แต่การพัฒนาแนวคิดแบบเบส์เพื่อใช้วิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่มที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรยังไม่กว้างขวางมากนัก

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจการนำแนวคิดแบบเบส์เข้ามาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่อยู่ในลักษณะดังกล่าวข้างต้น และต้องการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปรว่า วิธีการทดสอบแบบไคกำลังสองโดยใช้ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง และตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง กับวิธีการทดสอบแบบเบส์โดยใช้ตัวสถิติทดสอบที่เรียกว่าปัจจัยเบส์ (Bayes factor) วิธีการใดจะเหมาะสมกับข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรลักษณะใดมากกว่ากัน

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่สำคัญดังนี้

1. เพื่อศึกษาวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวของข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จร โดยใช้แนวคิดแบบเบส์
2. เพื่อเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวของข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรขนาด IxJ โดยใช้วิธีการแบบเบส์ซึ่งใช้ตัวสถิติทดสอบที่เรียกว่าปัจจัยเบส์ กับการทดสอบแบบไคกำลังสองซึ่งใช้ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสองและตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เพื่อการศึกษา เป็นข้อมูลที่สร้างขึ้นหรือกำหนดขึ้นโดยใช้วิธีการจำลองสุ่ม (Simulation)
2. ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เพื่อการศึกษา เป็นข้อมูลเชิงกลุ่ม 2 ตัวแปร โดยที่ตัวแปรแรกมี I ประเภท ส่วนตัวแปรตัวที่ 2 มี J ประเภท สามารถจำแนกหมวดหมู่ (Combination) ของตัวแปรดังกล่าวลงในตารางการณ์จรขนาด IxJ ได้ดังตารางที่ 1.3
3. ข้อมูลที่จัดลงในตารางการณ์จรขนาด IxJ ในแต่ละเซลล์ มีการแจกแจงพหุนาม (Multinomial distribution)

ตารางที่ 1.3 ลักษณะทั่วไปของตัวแปรเชิงกลุ่มและข้อมูลเชิงกลุ่มที่มี 2 ตัวแปร

หมวดหมู่ของตัวแปรอธิบาย	หมวดหมู่ของตัวแปรตอบสนอง				รวม
	1	2	…	J	
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1J}	$x_{1.}$
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2J}	$x_{2.}$
3	x_{31}	x_{32}	…	x_{3J}	$x_{3.}$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
I	x_{I1}	x_{I2}	…	x_{IJ}	$x_{I.}$
รวม	$x_{.1}$	$x_{.2}$	…	$x_{.J}$	n

หมายเหตุ : x_{ij} แทนข้อมูลเชิงกลุ่ม i = 1,…I , j = 1,…,J และ n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด ส่วน I และ J แทนค่าคงที่ใดๆ

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. การวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาข้อมูลที่เป็นตัวแปรเชิงกลุ่ม 2 ตัวแปร โดยที่ตัวแปรตัวแรกมี I ประเภท ตัวแปรตัวที่ 2 มี J ประเภท
2. สถานการณ์ต่างๆที่สนใจศึกษา จำแนกตามตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้
   - 2.1 จำนวนประเภทของตัวแปรที่สนใจศึกษา คือ $2 \le I \le 5$ และ $2 \le J \le 5$
   - 2.2 ความสมมาตรของตาราง แบ่งเป็น ตารางที่มีลักษณะสมมาตร (Symmetry) และตารางที่มีลักษณะไม่สมมาตร (Asymmetry)
   - 2.3 ขนาดตัวอย่าง แบ่งเป็น น้อย , ปานกลาง และ มาก ซึ่งจะจำแนกออกเป็นกรณีต่างๆได้ดังนี้
     - ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50 , 100 และ 150 สำหรับแต่ละกรณี
     - ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 , 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี

- ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 , 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี

3. ในการคำนวณค่าปัจจัยเบส์ จะต้องมีการกำหนดค่า K ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อก่อนของการทดลอง สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ค่า K จะถูกกำหนดจาก log K = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 ซึ่งจะได้ว่า K = 1, 3.16, 10, 31.62, 100, 316.23, 1000, 3162.28, 10000 ตามลำดับ
4. ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) ที่ศึกษาคือ 0.01 และ 0.05
5. การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองโดยใช้การจำลองข้อมูลบนเครื่องคอมพิวเตอร์ โปรแกรมที่ใช้ คือ Mathematica เวอร์ชัน 4.0 และทำการจำลองซ้ำจำนวน 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

1.5 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรเชิงกลุ่ม (Categorical variables) หมายถึง ตัวแปรซึ่งมีมาตราการวัด (Measurement scale) ที่ประกอบด้วยเซตของกลุ่มต่างๆ โดยที่ลักษณะทั่วไปของตัวแปรเชิงกลุ่มจะอยู่ในรูปหมวดหมู่ของตัวประกอบต่างๆ (Factor combination)
2. p-value หมายถึง ค่าที่น้อยที่สุดของระดับนัยสำคัญ (α) ที่จะทำให้ปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0
3. ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อสมมติฐานว่างจริง
4. ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อสมมติฐานว่างไม่จริง
5. อำนาจการทดสอบ (Power of test) คือ ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อสมมติฐานว่างไม่จริง
6. ความแกร่ง (Robustness) ของการทดสอบ หมายถึง คุณสมบัติของการทดสอบที่ไม่แสดงถึงความไว (Sensitive) ต่อการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยอื่นที่ไม่ใช่ปัจจัยที่ต้องการทดสอบ เช่น การฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบนั้น และสิ่งที่ใช้พิจารณาความแกร่งของการทดสอบ คือ ความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

1.6 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

1. สร้างข้อมูลตามสถานการณ์ต่างๆ ที่ได้กำหนดไว้ในขอบเขตของการวิจัย
2. คำนวณค่าตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง ตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อพารามิเตอร์ K มีค่าต่างๆ ตามที่กำหนด ในแต่ละสถานการณ์
3. ทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลในแต่ละสถานการณ์ โดยใช้ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง ตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่เรียกว่า ปัจจัยเบส์ เมื่อพารามิเตอร์ K มีค่าต่างๆ ตามที่กำหนด ณ ระดับนัยสำคัญ (α) 0.01 และ 0.05
4. เปรียบเทียบผลการทดสอบที่ได้จากตัวสถิติทั้งสามวิธี โดยใช้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบเป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจ
5. สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

1.7 เกณฑ์การตัดสินใจ

ในการเปรียบเทียบการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัว โดยใช้ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง ตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง และตัวสถิติที่ได้จากแนวคิดแบบเบส์ จะดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. พิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยใช้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์เป็นตัวกำหนดการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1

   ในการตรวจสอบว่าตัวสถิติทดสอบใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้หรือไม่นั้น จะทำการทดสอบสมมติฐานภายใต้การทดสอบค่าสัดส่วน ถ้าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง น้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญที่กำหนด จะสรุปว่า ตัวสถิติทดสอบนั้นจะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้
2. เมื่อทำการทดลองและตรวจสอบแล้วว่า ตัวสถิติใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้จะทำการพิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบนั้นโดยวัดจากสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นเท็จ แล้วนำ

ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวมาเปรียบเทียบกัน ว่าตัวสถิติตัวใดที่ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดในแต่ละสถานการณ์

สำหรับตัวสถิติทดสอบใดที่ไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ จะไม่พิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบนั้นๆ สำหรับสถานการณ์นั้น

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางในการตัดสินใจว่า ควรจะใช้วิธีการทดสอบวิธีใดกับข้อมูลลักษณะใดในการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปรจึงจะเหมาะสม กล่าวคือ ให้ผลสรุปที่มีความเชื่อถือได้
2. เป็นแนวทางให้นักวิจัย เข้าใจวิธีการทดสอบสมมติฐานสำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรโดยใช้แนวคิดแบบเบส์

บทที่ 2
ทฤษฎีและสถิติที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวของข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรโดยใช้วิธีการแบบเบส์ และเปรียบเทียบวิธีการทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวของข้อมูลที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรขนาด IxJ โดยใช้วิธีการแบบเบส์ ซึ่งใช้ตัวสถิติทดสอบที่เรียกว่าปัจจัยเบส์ กับการทดสอบแบบฉบับ คือ การทดสอบไคกำลังสอง ซึ่งใช้ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสองและตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง โดยมีหลักเกณฑ์ในการพิจารณา คือ ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ ซึ่งรายละเอียดและขั้นตอนในการดำเนินงานจะกล่าวไว้ในบทที่ 3 สำหรับในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีและตัวสถิติต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

2.1 ลักษณะและคุณสมบัติของตารางการณ์จรสองทาง

ให้ A และ B แทนตัวแปรเชิงคุณลักษณะ 2 ตัวแปร โดยที่ A มี I ประเภท และ B มี J ประเภท จะสามารถจำแนกหมวดหมู่ (Combination) ของตัวแปรดังกล่าวได้ IJ หมวดหมู่

ให้ p_{ij} แทนความน่าจะเป็นที่ (A , B) จะอยู่ในเซลล์ (Cell) บนแถวที่ i และสดมภ์ที่ j โดยที่ลักษณะของการแจกแจงจัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มี I แถว และ J สดมภ์ และมีจำนวนเซลล์ทั้งหมด IJ เซลล์ เมื่อเซลล์ต่างๆ ประกอบด้วยความถี่ของจำนวนนับของแต่ละเซลล์แล้ว ตารางดังกล่าวจะเรียกว่า ตารางการณ์จร (Contingency table) หรืออาจเรียกในชื่ออื่นๆว่า Cross-classification table และตารางการณ์จรที่มี I แถวและ J สดมภ์ก็นิยมเรียกว่า ตาราง (IxJ) เช่น ถ้าตัวแปรทั้งคู่มี 2 ประเภทจะเรียกว่าตาราง (2x2) เป็นต้น

การแจกแจงความน่าจะเป็น (p_{ij}) คือ การแจกแจงร่วมของ A และ B การแจกแจงส่วนริม (Marginal distribution) สามารถหาได้จากผลรวมของ p_{ij} ตามแถวและตามสดมภ์ โดยใช้สัญลักษณ์ $p_{i.}$ และ $p_{.j}$ แทนการแจกแจงส่วนริมทางแถวและทางสดมภ์ตามลำดับ

ดังนั้นจะได้ว่า $$p_{i.} = \sum_j p_{ij}$$

$$p_{.j} = \sum_i p_{ij}$$

$$\sum_i p_{i.} = \sum_j p_{.j} = \sum_i \sum_j p_{ij} = 1$$

2.2 ความเป็นอิสระต่อกันของตัวแปรในตารางการณ์จร 2 ทาง

ให้ A และ B แทนตัวแปรเชิงคุณลักษณะ 2 ตัว โดยที่ A มี I ประเภท ส่วน B มี J ประเภท เราสามารถใช้การแจกแจงร่วมของตัวแปรทั้งสองและการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ A เมื่อกำหนด B หรือการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ B เมื่อกำหนด A มาช่วยอธิบายความสอดคล้อง (Association) ของตัวแปรทั้งคู่ สำหรับการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ A เมื่อกำหนด B นั้น เกี่ยวข้องกับการแจกแจงร่วมดังนี้

$$p_{j|i} = p_{ij}/p_{i.} \quad \text{ทุกๆ } i \text{ และ } j$$

ซึ่งตัวแปรทั้งสองจะเป็นอิสระต่อกัน ถ้า

$$p_{ij} = p_{i.}\,p_{.j} \qquad i = 1,\dots,I \quad j = 1,\dots,J$$

นั่นคือ การแจกแจงร่วมเท่ากับผลคูณของการแจกแจงส่วนริม

ในกรณีที่ A และ B เป็นอิสระต่อกันจะให้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} p_{j|i} &= p_{ij}/p_{i.} \\ &= (p_{i.}p_{.j})/p_{i.} \\ &= p_{.j} \qquad \text{สำหรับ } i = 1,\dots,I \end{aligned}$$

นั่นคือ การแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของแต่ละ A จะเท่ากับการแจกแจงส่วนริมของ A

ดังนั้นตัวแปรสองตัวเป็นอิสระต่อกัน ถ้าความน่าจะเป็นของตัวแปรทางสดมภ์ที่ j เท่าเดิมในแต่ละแถวสำหรับ j = 1,…,J นั่นคือ

$$p_{j|1} = p_{j|2} = \dots = p_{j|I} \qquad \text{สำหรับ } j \text{ ทั้งหมด}$$

ในทางปฏิบัติจะมีการเลือกตัวอย่างมาศึกษา ดังนั้น การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวอย่าง (Sample distribution) ในตารางการณ์จร จะใช้สัญลักษณ์ $\hat{p}$ แทน p เช่น $\hat{p}_{ij}$ แทนการแจกแจงร่วมตัวอย่าง (Sample joint distribution) และจำนวนค่าสังเกตในแต่ละเซลล์จะแทนด้วย x_{ij} โดยที่ $n = \sum_i \sum_j x_{ij}$ แทนขนาดตัวอย่างทั้งหมด ดังนั้น

$$\hat{p}_{ij} = x_{ij}/n$$

และสัดส่วนของจำนวนครั้งที่หน่วยในแถวที่ i เป็น B คือ $p_{j|i}$ และ

$$p_{j|i} = p_{ij} / p_{i.}$$

$$= x_{ij} / x_{i.}$$

โดยที่ $x_{i.} = np_{i.} = \sum_{j} x_{ij}$

2.3 การแจกแจงแบบพหุนาม (Multinomial distribution)

ในการศึกษาคุณลักษณะทางประชากร 2 ลักษณะที่สนใจคือ A และ B และจากผลการศึกษาคุณลักษณะ A สามารถแบ่งออกได้ I ประเภท คือ $A_1, A_2, \ldots, A_I$ และคุณลักษณะ B สามารถแบ่งออกได้ J ประเภท คือ $B_1, B_2, \ldots, B_J$ สมมติทำการทดลอง n ครั้งอย่างเป็นอิสระซึ่งกันและกัน ปรากฏผลการทดลองดังนี้ คือ A_1 และ B_1 จะเกิดขึ้น x_{11} ครั้ง A_1 และ B_2 เกิดขึ้น x_{12} ครั้ง … A_i และ B_j เกิดขึ้น x_{ij} ครั้ง ด้วยความน่าจะเป็น $p_{11}, p_{12}, \ldots, p_{ij}$ (i = 1,2,…,I และ j = 1,2,…,J) ตามลำดับ ดังนั้นฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม คือ

$$f(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{IJ}; p_{11}, p_{12}, \ldots, p_{IJ}) = \binom{n}{x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{IJ}} \prod_{ij} p_{ij}^{x_{ij}}$$

โดยที่ x_{ij} แทน จำนวนหน่วยตัวอย่าง (ความถี่) ที่สอดคล้องกับประเภทที่ i ของคุณลักษณะ A และสอดคล้องกับประเภทที่ j ของคุณลักษณะ B (จำนวนความถี่ที่ตกในเซลล์ (i,j))

p_{ij} แทน ความน่าจะเป็น ที่หน่วยตัวอย่างใดๆ จะตกในเซลล์ (i,j) หรืออีกนัยหนึ่ง คือ ความน่าจะเป็นที่หน่วยตัวอย่างใดๆ จะมีคุณลักษณะ A ณ ประเภทที่ i และคุณลักษณะ B ณ ประเภทที่ j

และ $\sum_{ij} x_{ij} = n$

2.4 การทดสอบแบบไคกำลังสอง

การทดสอบแบบไคกำลังสอง เป็นการทดสอบสมมติฐาน โดยข้อมูลที่นำมาทดสอบอยู่ในรูปของข้อมูลจำนวนนับ หรือข้อมูลที่อยู่ในรูปของความถี่ซึ่งได้มาจากตัวแปรเชิงคุณลักษณะหรือแบ่งประเภท โดยสามารถนำไปจัดลงในตารางการณ์จรได้ การทดสอบโดยวิธีนี้ นอกจากจะเป็น

การทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปรแล้ว ยังใช้ในการทดสอบว่าการแจกแจงของประชากรที่สนใจศึกษาเป็นไปตามลักษณะการแจกแจงที่คาดไว้หรือไม่ ซึ่งเรียกว่าการทดสอบความเหมาะสมของตัวแบบหรือการทดสอบภาวะสารูปสนิทดี

การทดสอบความเป็นอิสระระหว่างตัวแปร 2 ตัวจากตารางการณ์จร ก็คือการหาว่าตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระซึ่งกันและกันหรือไม่ โดยการตั้งสมมติฐานว่างเพื่อทดสอบว่า

H_o : ตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน

H_1 : ตัวแปรทั้งสองขึ้นอยู่กับกันและกัน

หรือ $H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

$H_1 : p_{ij} \neq p_{i.}p_{.j}$

โดยที่ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{J} p_{ij}$ และ $p_{.j} = \sum_{i=1}^{I} p_{ij}$

การทดสอบสมมติฐานนี้ทำได้โดยการใช้ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง (Pearson chi-square) คือ

$$X^2 = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{I}\frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

เมื่อ O_{ij} แทน ความถี่ของข้อมูลที่ได้จากการสังเกตหรือทดลองของประเภทที่ i ของตัวแปรตัวที่ 1 และประเภทที่ j ของตัวแปรตัวที่ 2

E_{ij} แทน ความถี่ที่คาดหวังของประเภทที่ i ของตัวแปรตัวที่ 1 และประเภทที่ j ของตัวแปรตัวที่ 2 ภายใต้ $H_o : E_{ij} = \frac{x_{i.}x_{.j}}{n}$

$x_{i.}$ แทน ความถี่รวมของประเภทที่ i ของตัวแปรตัวที่ 1 และทุกประเภทของตัวแปรตัวที่ 2

$x_{.j}$ แทน ความถี่รวมของประเภทที่ j ของตัวแปรตัวที่ 2 และทุกประเภทของตัวแปรตัวที่ 1

n แทน ความถี่รวมทั้งหมด หรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

I แทน จำนวนแถวของตัวแปรตัวที่ 1

J แทน จำนวนสดมภ์ของตัวแปรตัวที่ 2

เราจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 ถ้าค่า X^2 ที่ได้จากการคำนวณมีค่ามากกว่า χ^2 จากตารางการแจกแจงแบบไคกำลังสองที่ระดับขั้นความเสรีเท่ากับ (I-1)(J-1) ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้

ในกรณีที่แต่ละตัวแปรที่นำมาทดสอบแต่ละตัวเป็นตัวแปรที่แบ่งเป็น 2 ลักษณะเท่านั้น (Dichotomous variable) นั่นคือ ข้อมูลอยู่ในรูปตารางการณ์จรขนาด 2x2 และขนาดตัวอย่างน้อยกว่า 50 จะใช้วิธีการคำนวณค่า X^2 ด้วยสูตรการปรับแก้ของเยทส์ (Yates' correction)

$$X^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\frac{(\left|O_{ij} - E_{ij}\right| - 0.5)^2}{E_{ij}}$$

สำหรับกรณีนี้ เราจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อค่า X^2 ที่คำนวณได้มากกว่าค่า χ^2 จากตารางการแจกแจงแบบไคกำลังสอง ที่ระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 1 ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้

2.5 การทดสอบโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (Likelihood-ratio chi-square)

ตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง นอกจากจะใช้ในการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันของข้อมูลแล้ว ยังสามารถใช้ในการทดสอบสมมติฐานว่างคู่กับสมมติฐานรองหนึ่งๆ ที่มีวัตถุประสงค์หนึ่งๆได้ เช่น การทดสอบภาวะสารูปดี การทดสอบพารามิเตอร์ของตัวแบบว่าเป็นศูนย์หรือไม่ การเปรียบเทียบตัวแบบ 2 ตัวแบบ เป็นต้น

สำหรับตารางสองทางที่ประกอบด้วยตัวอย่างแบบพหุนาม ฟังก์ชันความควรจะเป็นจะอยู่ในรูป

$$f(\mathbf{x} \mid \mathbf{p}) \quad = \quad \binom{n}{\mathbf{x}}\prod_{ij} p_{ij}^{\,x_{ij}}$$

โดยที่ $\mathbf{x} = (x_{11}, \ldots, x_{IJ})$, $\mathbf{p} = (p_{11}, \ldots, p_{IJ})$, $p_{ij} > 0$ สำหรับทุกๆ i , j และ $\sum_{ij} p_{ij} = 1$

ถ้าต้องการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน สมมติฐานในการทดสอบ คือ

$$H_0 : p_{ij} \;=\; p_{i.}p_{.j}$$

$$H_1 : p_{ij} \;\neq\; p_{i.}p_{.j}$$

โดยที่ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{J} p_{ij}$ และ $p_{.j} = \sum_{i=1}^{I} p_{ij}$

พิจารณาการทดสอบด้วยอัตราส่วนความควรจะเป็น

ภายใต้ H , ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุดของ p_{ij} คือ $\hat{p}_{ij} = x_{ij} / n$
ดังนั้น

$$f(\mathbf{x} \mid \mathbf{p}, H) = \frac{n!}{\prod_{ij} x_{ij}!} \prod_{ij} \left(\frac{x_{ij}}{n} \right)^{x_{ij}}$$

ภายใต้ H_0 , $p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$ ตัวประมาณความควรจะเป็นสูงสุดของ $p_{i.}p_{.j} = x_{i.}x_{.j} / n^2$
ดังนั้น

$$f(\mathbf{x} \mid \mathbf{p}, H_0) = \frac{n!}{\prod_{ij} x_{ij}!} \prod_{ij} \left(\frac{x_{i.}x_{.j}}{n^2} \right)^{x_{ij}}$$

ตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นจะอยู่ในรูปของ

$$\Lambda = \frac{f(\mathbf{x} \mid \mathbf{p}, H_0)}{f(\mathbf{x} \mid \mathbf{p}, H)}$$

$$= \frac{\dfrac{n!}{\prod_{ij} x_{ij}!} \prod_{ij} \left(\dfrac{x_{i.}x_{.j}}{n^2} \right)^{x_{ij}}}{\dfrac{n!}{\prod_{ij} x_{ij}!} \prod_{ij} \left(\dfrac{x_{ij}}{n} \right)^{x_{ij}}}$$

$$= \frac{\prod_{ij} (x_{i.}x_{.j})^{x_{ij}}}{n^n \prod_{ij} (x_{ij})^{x_{ij}}} \quad ; \; i = 1,\ldots,I \; , \; j = 1,\ldots,J$$

โดยที่ Λ แทนอัตราส่วนของความควรจะเป็นสูงสุด (Maximized likelihoods) ซึ่งจะมีค่าไม่เกิน 1 และ

$$-2\ln\Lambda = -2\left[\sum_{ij} x_{ij} \ln x_{i.}x_{.j} - \sum_{ij} x_{ij} \ln x_{ij} - n\ln n \right]$$

$$= 2\left[-\sum_{ij} x_{ij} \ln x_{i.}x_{.j} + \sum_{ij} x_{ij} \ln x_{ij} + \sum_{ij} x_{ij} \ln n \right]$$

$$= \quad 2\sum_{ij} x_{ij} \ln\left[\frac{x_{ij}}{\frac{x_{i.}x_{.j}}{n}}\right]$$

$$= \quad 2\sum_{ij} x_{ij} \ln\left[\frac{x_{ij}}{\hat{m}_{ij}}\right] \qquad ;\ \hat{m}_{ij} = x_{i.}x_{.j}/n$$

ให้ $G^2 = -2\ln\Lambda$ จะได้ว่า เมื่อข้อมูลเชิงกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน G^2 จะมีการแจกแจงเมื่อใกล้อนันต์เป็นการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยระดับขั้นความเสรี (d.f.) = (I-1)(J-1)

ดังนั้นเราจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อ $G^2 > \chi^2_{(I-1)(J-1)}$ ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้

2.6 **ทฤษฎีของเบส์** (Bayes' Theorem)

สำหรับแนวคิดแบบเบส์ ตัวแบบของค่าสังเกต $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ ที่กำหนดเงื่อนไขบนพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \ldots, \theta_K)$ จะอยู่ในรูปของการแจกแจงความน่าจะเป็น $f(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta})$ ซึ่งเราจะกำหนดให้ $\boldsymbol{\theta}$ เป็นตัวแปรสุ่ม และมีการแจกแจงก่อน (Prior distribution) เป็น $\pi(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\eta})$ โดยที่ $\boldsymbol{\eta}$ คือ เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขั้นที่สอง (Hyperparameter) ในแนวคิดแบบเบส์นี้การอนุมานเกี่ยวกับ $\boldsymbol{\theta}$ จะขึ้นอยู่กับการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ซึ่งมีรูปแบบเป็น

$$p(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\eta})}{p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\eta})} = \frac{f(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\eta})}{p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\eta})} \qquad (2.6.1)$$

เมื่อ $$p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\eta}) = \begin{cases} \sum_{\boldsymbol{\theta}} f(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\eta}) & ,\boldsymbol{\theta} \text{ is discrete} \\ \int f(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\eta})d\boldsymbol{\theta} & ,\boldsymbol{\theta} \text{ is continuous} \end{cases}$$

ซึ่งเราเรียกสมการข้างต้นว่า ทฤษฎีของเบส์ (Bayes' theorem) เราจะสังเกตได้ว่า การแจกแจงภายหลังในสมการ (2.6.1) จะขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง (ซึ่งอยู่ในรูปของความควรจะเป็น f) และความเชื่อก่อน (ซึ่งอยู่ในรูปของความน่าจะเป็นก่อน π) ค่าของผลรวมหรือค่าของอินทิกรัลของตัวส่วนในสมการ (2.6.1) ในบางครั้งจะเรียกว่า การแจกแจงส่วนริม (Marginal distribution) ของ $\mathbf{x}$ เมื่อกำหนดพารามิเตอร์ขั้นที่ 2 เป็น $\boldsymbol{\eta}$ และเขียนได้ในรูปของ $m(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\eta})$

ถ้าเราทราบค่าของ η เราจะสามารถตัดตัวแปรตัวนี้ออกจากสมการได้ เนื่องจากไม่มีความจำเป็นที่จะต้องกำหนดเงื่อนไขบนค่าคงที่ ดังนั้นการแจกแจงภายหลังในสมการ (2.6.1) สามารถเขียนได้ใหม่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้นเป็น

$$p(\theta|x) = \frac{p(x,\theta)}{p(x)} = \frac{f(x|\theta)\pi(\theta)}{p(x)} \tag{2.6.2}$$

เมื่อ $p(x) = \begin{cases} \sum_{\theta} f(x|\theta)\pi(\theta) & ,\theta \text{ is discrete} \\ \int f(x|\theta)\pi(\theta)d\theta & ,\theta \text{ is continuous} \end{cases}$

จากสมการ (2.6.2) ถ้าเราไม่สนใจ $p(x)$ ซึ่งเป็นค่าที่ไม่ขึ้นกับ θ โดยการมองว่า x เป็นค่าคงที่ เราสามารถเขียนสมการ (2.6.2) ได้ในรูปแบบที่สะดวกขึ้น คือ

$$p(\theta|x) \;\alpha\; f(x|\theta)\,\pi(\theta) \tag{2.6.3}$$

ซึ่งกล่าวได้ว่า ความน่าจะเป็นภายหลังจะเป็นสัดส่วนกับความควรจะเป็นคูณด้วยความน่าจะเป็นก่อน

ถ้าเราไม่แน่ใจเกี่ยวกับความเหมาะสมของค่าของ η เราสามารถกำหนดให้ความไม่แน่นอนนี้อยู่ในรูปของการแจกแจงก่อนขั้นที่ 2 (Second-stage prior distribution หรือ Hyperparameter) ซึ่งสามารถเขียนแทนได้ด้วย $h(\eta)$ ดังนั้น การแจกแจงภายหลังของ θ จะมีรูปแบบเป็น

$$p(\theta|x) = \frac{p(x,\theta)}{p(x)} = \frac{\int f(x,\theta,\eta)d\eta}{\int\int f(x,\theta,\eta)d\eta\, d\theta}$$

$$= \frac{\int f(x|\theta)\pi(\theta|\eta)h(\eta)d\eta}{\int\int f(x|\theta)\pi(\theta|\eta)h(\eta)d\eta d\theta} \tag{2.6.4}$$

2.7 **ปัจจัยเบส์** (Bayes factor)

กำหนดข้อมูล x ภายใต้สมมติฐานใดสมมติฐานหนึ่งใน 2 สมมติฐาน H_0 และ H_1 มีการแจกแจงความน่าจะเป็น $p(x|H_0)$ หรือ $p(x|H_1)$ และกำหนดความน่าจะเป็นก่อน $p(H_0)$ และ $p(H_1) = 1 - p(H_0)$ แล้วจะได้ความน่าจะเป็นภายหลัง $p(H_0|x)$ และ $p(H_1|x) = 1 - p(H_0|x)$ เนื่องจากความเชื่อก่อนจะแปลงไปเป็นความเชื่อภายหลังเมื่อนำ

ข้อมูลที่มีอยู่เข้ามาพิจารณา ดังนั้นการแปลงข้อมูลจึงแสดงถึงหลักฐานที่ได้จากข้อมูลที่นำเข้ามาพิจารณา ในความเป็นจริงแล้วเราจะแปลงข้อมูลเพื่อให้ได้ความน่าจะเป็นภายหลังเพื่อที่จะได้ไม่ต้องสนใจความน่าจะเป็นก่อน เราอาจเขียนการแปลงข้อมูลได้ในรูปของอัตราส่วนออดส์(Odds = probability / (1 – probability)) เพื่อให้การแปลงข้อมูลอยู่ในรูปแบบที่ง่าย

จากทฤษฎีของเบส์จะได้ว่า

$$p(H_k \mid \mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x} \mid H_k)\, p(H_k)}{p(\mathbf{x} \mid H_0)\, p(H_0) + p(\mathbf{x} \mid H_1)\, p(H_1)} \qquad ; k = 0, 1$$

ดังนั้น

$$\frac{p(H_1 \mid \mathbf{x})}{p(H_0 \mid \mathbf{x})} = \frac{p(\mathbf{x} \mid H_1)}{p(\mathbf{x} \mid H_0)} \frac{p(H_1)}{p(H_0)}$$

และสามารถแปลงให้อยู่ในรูปผลคูณอย่างง่าย โดยให้

$$B_{10} = \frac{p(\mathbf{x} \mid H_1)}{p(\mathbf{x} \mid H_0)} \qquad (2.7.1)$$

ซึ่งเราเรียกว่า ปัจจัยเบส์ (Bayes factor) และกล่าวได้ว่า

Posterior odds = Bayes factor x Prior odds

นั่นคือ ปัจจัยเบส์เป็นอัตราส่วนของ Posterior odds ของ H_1 ต่อ Prior odds

เมื่อความน่าจะเป็นก่อนของสมมติฐาน H_0 และ H_1 เท่ากัน นั่นคือ $p(H_0) = p(H_1) = 0.5$ ปัจจัยเบส์จะมีค่าเท่ากับ Posterior odds ที่สนับสนุน H_1 อย่างไรก็ตามสองสมมติฐานนี้อาจมีความน่าจะเป็นก่อนไม่เท่ากันก็ได้

จากสมการ (2.7.1) $p(\mathbf{x} \mid H_k)$ k = 0,1 สามารถเขียนได้ในรูปของการอินทิเกรตภายใต้ปริภูมิพารามิเตอร์ ซึ่งมีรูปแบบเป็น

$$p(\mathbf{x} \mid H_k) = \int p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta}_k, H_k)\, \pi(\boldsymbol{\theta}_k \mid H_k)\, d\boldsymbol{\theta}_k \qquad (2.7.2)$$

โดยที่ $\boldsymbol{\theta}_k$ คือ เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ภายใต้ H_k

$\pi(\boldsymbol{\theta}_k \mid H_k)$ คือ การแจกแจงก่อนของ $\boldsymbol{\theta}_k$

$p(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\theta}_k, H_k)$ คือ ความน่าจะเป็นของ x เมื่อกำหนด $\boldsymbol{\theta}_k$ หรือความควรจะเป็นของ $\boldsymbol{\theta}$

2.8 การแจกแจงก่อนที่อยู่ในวงศ์คู่สังยุค (Conjugate prior)

ในการเลือกการแจกแจงก่อน $\pi(\theta)$ อาจมีบางการแจกแจงที่ทำให้การคำนวณค่ามีความสะดวกมากกว่าการแจกแจงแบบอื่นๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ถ้าเราเลือกการแจกแจงก่อนที่อยู่ในวงค์การแจกแจงที่เป็นวงศ์คู่สังยุค (Conjugate family) ของความควรจะเป็น $f(\mathbf{x} \mid \theta)$ ซึ่งการแจกแจงก่อนที่อยู่ในวงศ์นี้จะทำให้การแจกแจงภายหลัง $p(\theta \mid \mathbf{x})$ มีการแจกแจงที่อยู่ในวงศ์เดียวกับการแจกแจงก่อน

2.9 การแจกแจงไดริเชต (Dirichlet distribution)

เมื่อกำหนดให้ฟังก์ชันความควรจะเป็นมีการแจกแจงพหุนามโดยมีเวกเตอร์ความน่าจะเป็น คือ $\mathbf{p} = (p_1,\ldots,p_N)$ เป็นพารามิเตอร์ของการแจกแจง จะได้ว่าการแจกแจงก่อนที่อยู่ในวงศ์คู่สังยุค (Conjugate prior) ของ $\mathbf{p}$ จะอยู่ในรูปแบบทั่วไปของการแจกแจงเบต้า ซึ่งเรียกว่าการแจกแจงไดริเชต (Dirichlet distribution) โดยมีเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขั้นที่ 2 (Hyperparameter) คือ $\mathbf{a} = (a_1,\ldots,a_N)$

ดังนั้นการแจกแจงของ $\mathbf{p}$ จะมีรูปแบบเป็น

$$\pi_d(\mathbf{p};N,\mathbf{a}) = D_N^{-1}(\mathbf{a})\prod_i p_i^{a_i-1}$$

โดยที่ $D_N(\mathbf{a}) = \int \prod p_i^{a_i-1} d\mathbf{p} = \dfrac{\prod \Gamma(a_i)}{\Gamma(\sum a_i)}$

$$\Gamma(a_i) = \int_0^\infty x^{a_i-1}e^{-x}dx$$

2.10 การทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลโดยใช้แนวคิดแบบเบส์

2.10.1 ฟังก์ชันความควรจะเป็น

สำหรับตารางสองทางที่ประกอบด้วยตัวอย่างแบบพหุนาม ฟังก์ชันความควรจะเป็นจะอยู่ในรูป

$$f(\mathbf{x} \mid \mathbf{p}) = \binom{n}{\mathbf{x}}\prod_{ij} p_{ij}^{x_{ij}}$$

โดยที่ $\mathbf{x} = (x_{11},\ldots,x_{IJ})$, $\mathbf{p} = (p_{11},\ldots,p_{IJ})$, $p_{ij} > 0$ สำหรับทุกๆ i , j และ $\sum_{ij} p_{ij} = 1$

2.10.2 สมมติฐาน

ถ้าต้องการทดสอบความเป็นอิสระต่อกัน สมมติฐานในการทดสอบ คือ

$$H_0 : p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$$

$$H_1 : p_{ij} \neq p_{i.}p_{.j}$$

โดยที่ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{J} p_{ij}$ และ $p_{.j} = \sum_{i=1}^{I} p_{ij}$

2.10.3 ตัวสถิติทดสอบ

ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบเบส์จะเรียกว่า ปัจจัยเบส์ (Bayes factor) โดยทั่วไป ปัจจัยเบส์ จะมีรูปแบบเป็น

$$F = \frac{p(\mathbf{x}|H_1)}{p(\mathbf{x}|H_0)}$$

การใช้แนวคิดแบบเบส์ จะต้องมีการกำหนดการแจกแจงก่อน (Prior distribution) ซึ่งในกรณีนี้ กำหนดให้ ภายใต้ปริภูมิ H_1 พารามิเตอร์ $\mathbf{p}$ มีการแจกแจงก่อนเป็น π_1 และภายใต้ปริภูมิ H_0 ซึ่งเป็นข้อสมมติของความเป็นอิสระ เวกเตอร์ส่วนริม (Marginal vectors) ของความน่าจะเป็น $\mathbf{p}_a = (p_{1.},\ldots,p_{I.})$ และ $\mathbf{p}_b = (p_{.1},\ldots,p_{.J})$ มีการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมเป็น π_2

ดังนั้น ปัจจัยเบส์ จะอยู่ในรูป

$$F = \frac{\int f(\mathbf{x}|\mathbf{p})\pi_1(\mathbf{p})d\mathbf{p}}{\int f(\mathbf{x}|\mathbf{p})\pi_2(\mathbf{p}_a,\mathbf{p}_b)d\mathbf{p}_a d\mathbf{p}_b}$$

ซึ่งจะกล่าวถึงรูปแบบของการแจกแจงความน่าจะเป็นก่อนในหัวข้อถัดไป

2.10.4 การแจกแจงความน่าจะเป็นก่อน (Prior distribution)

เพื่อความสะดวกในการคำนวณค่า เราจะใช้การแจกแจงก่อนที่อยู่ในวงศ์คู่สังยุค (Conjugate prior) เนื่องจากฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีการแจกแจงพหุนาม จะได้ว่า การแจกแจงก่อนที่อยู่ในวงศ์คู่สังยุค จะมีการแจกแจงที่อยู่ในรูปแบบทั่วไปของการแจกแจงเบต้า ซึ่งเรียกว่า การแจกแจงไดริเชต (Dirichlet distribution) หรืออาจเป็นการผสมของการแจกแจงไดริเชต

ในการสร้างความน่าจะเป็นก่อนเพื่อใช้ในการทดสอบสมมติฐานความเป็นอิสระจะแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> เวกเตอร์ **p** เมื่อกำหนดเงื่อนไขบน Hyperparameter K , $\mathbf{q}_a = (q_{a1},\ldots,q_{ai})$ และ $\mathbf{q}_b = (q_{b1},\ldots,q_{bj})$ จะมีการแจกแจงเป็น $\text{Dirichlet}_{IJ}(K\mathbf{q})$ โดยที่เวกเตอร์ของความน่าจะเป็นก่อน $\mathbf{q} = (q_{11},\ldots,q_{IJ})$ มีรูปแบบที่เป็นอิสระต่อกัน (Independence configuration) นั่นคือ $q_{ij} = q_{ai}q_{bj}$ สำหรับทุก i และ j ซึ่งจะเขียนได้ในรูปของ

$$\pi(\mathbf{p}|K,\mathbf{q}_a,\mathbf{q}_b) = \pi_d(\mathbf{p}\ ;\ IJ\ ,\ (Kq_{ai}q_{bj}))$$

$$= D_{IJ}^{-1}(Kq_{ai}q_{bj})\prod_{ij} p_{ij}^{Kq_{ai}q_{bj}-1} \qquad (2.10.1)$$

โดยที่ $D_{IJ}(K\mathbf{q}_{ai}q_{bj}) = \int\prod_{ij} p_{ij}^{Kq_{ai}q_{bj}-1}d\mathbf{p} = \dfrac{\prod_{ij}\Gamma(Kq_{ai}q_{bj})}{\Gamma(\sum_{ij}Kq_{ai}q_{bj})}$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขั้นที่สอง $\mathbf{q}_a$ และ $\mathbf{q}_b$ ถูกกำหนดให้เป็นอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงไดริเชตแบบสมมาตร (Symmetric Dirichlet)

$$\pi_d(\mathbf{q}_a;I,w\mathbf{1}) = D_I^{-1}(w\mathbf{1})\prod_i q_{ai}^{w-1} \quad , \quad \pi_d(\mathbf{q}_b;J,w\mathbf{1}) = D_J^{-1}(w\mathbf{1})\prod_j q_{bj}^{w-1}$$

(2.10.2)

โดยที่ **1** เป็นเวกเตอร์ของ 1

และ $D_I(w\mathbf{1}) = \dfrac{\prod_i\Gamma(w)}{\Gamma(\sum_i w)}$, $D_J(w\mathbf{1}) = \dfrac{\prod_j\Gamma(w)}{\Gamma(\sum_j w)}$

ผลที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 และ 2 คือการแจกแจงความน่าจะเป็นก่อนของ **p** เมื่อกำหนดเงื่อนไขบนเวกเตอร์ขั้นที่สอง K จะมีรูปแบบเป็น

$$\pi_A(\mathbf{p}|K) = \int\pi_d(\mathbf{p};IJ,(Kq_{ai}q_{bj}))\pi_d(\mathbf{q}_a;I,w\mathbf{1})\pi_d(\mathbf{q}_b;J,w\mathbf{1})d\mathbf{q}_a d\mathbf{q}_b \qquad (2.10.3)$$

หมายเหตุ

1. ในการวิจัยครั้งนี้จะกำหนดให้ $\mathbf{q}_a$ และ $\mathbf{q}_b$ มีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniform distribution) นั่นคือ w = 1 เนื่องจากการเลือก w = 1 จะทำให้ $p(\mathbf{x}|K)=\int f(\mathbf{x}|\mathbf{p})\pi_A(\mathbf{p}|K)d\mathbf{p}$ หาค่าได้สำหรับทุกค่าของ $\mathbf{x}$ (Albert (1990))
2. ค่า K เป็นพารามิเตอร์ขั้นที่สอง (Hyperparameter) ที่แสดงถึงความเชื่อของผู้ทดลองเกี่ยวกับความเป็นอิสระของตัวแปรก่อนทำการทดลอง โดยที่ K มีค่ามากกว่า 0 และในการวิจัยครั้งนี้จะกำหนดค่า K จาก log K = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 ซึ่งจะได้ว่า K = 1, 3.16, 10, 31.62, 100, 316.23, 1000, 3162.28, 10000 ตามลำดับ

2.10.5 การคำนวณค่าปัจจัยเบส์

จากสูตรทั่วไปของปัจจัยเบส์ คือ

$$F = \frac{p(\mathbf{x}|H_1)}{p(\mathbf{x}|H_0)}$$

จะได้ว่าปัจจัยเบส์ที่ใช้การแจกแจงความน่าจะเป็นก่อนในสมการที่ (2.10.3) จะมีรูปแบบเป็น

$$F_K = \frac{p(\mathbf{x}|K)}{p(\mathbf{x}|\infty)} \qquad (2.10.4)$$

โดยที่ $$p(\mathbf{x}|K)=\int p(\mathbf{x}|K,\mathbf{q}_a,\mathbf{q}_b)\pi_d(\mathbf{q}_a;I,w\mathbf{1})\pi_d(\mathbf{q}_b;J,w\mathbf{1})d\mathbf{q}_a d\mathbf{q}_b \qquad (2.10.5)$$

และ $p(\mathbf{x}|K,\mathbf{q}_a,\mathbf{q}_b)$ มีการแจกแจงแบบ Dirichlet-multinomial นั่นคือ

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}|K,\mathbf{q}_a,\mathbf{q}_b) &= \int f(\mathbf{x}|\mathbf{p})\pi(\mathbf{p}|K,\mathbf{q}_a,\mathbf{q}_b)d\mathbf{p} \\ &= \binom{n}{\mathbf{x}}\frac{D_{IJ}[(Kq_{ai}q_{bj}+x_{ij})]}{D_{IJ}[(Kq_{ai}q_{bj})]} \end{aligned} \qquad (2.10.6)$$

ถ้าเรา take limit ของสมการ (2.10.5) เมื่อ $K\to\infty$ จะได้ตัวส่วนของสมการ (2.10.4) คือ

$$p(\mathbf{x}\,|\,\infty) = \int \binom{n}{\mathbf{x}} \prod_{ij} (q_{ai}q_{bj})^{x_{ij}} \, \pi_d(\mathbf{q}_a; I, w\mathbf{1}) \pi_d(\mathbf{q}_b; J, w\mathbf{1}) d\mathbf{q}_a d\mathbf{q}_b$$

$$= \binom{n}{\mathbf{x}} \frac{D_I(\mathbf{x}_a + w\mathbf{1}) D_J(\mathbf{x}_b + w\mathbf{1})}{D_I(w\mathbf{1}) D_J(w\mathbf{1})} \qquad (2.10.7)$$

2.10.6 การประมาณค่าปัจจัยเบส์

เนื่องจากการคำนวณค่า p(**x**|K) คำนวณได้ยาก ดังนั้นจึงต้องมีการประมาณค่า จาก Albert (1990) ค่าประมาณของสมการ (2.10.5) คือ

$$p(\mathbf{x}\,|\,K) = p(\mathbf{x}\,|\,K, \hat{\mathbf{q}}_a, \hat{\mathbf{q}}_b)(2\pi)^{(I+J)/2-1}(n\tau + Iw)^{-(I-1)/2}$$

$$\times (n\tau + Jw)^{-(J-1)/2} \prod_i \hat{q}_{ai}^{\,w-\frac{1}{2}} \prod_j \hat{q}_{bj}^{\,w-\frac{1}{2}} D_I^{-1}(w\mathbf{1}) D_J^{-1}(w\mathbf{1}) \qquad (2.10.8)$$

โดยที่ $p(\mathbf{x}\,|\,K, \hat{\mathbf{q}}_a, \hat{\mathbf{q}}_b) = \binom{n}{\mathbf{x}} \dfrac{D_{IJ}[(K\hat{q}_{ai}\hat{q}_{bj} + x_{ij})]}{D_{IJ}[(K\hat{q}_{ai}\hat{q}_{bj})]}$

$\hat{q}_{ai} = (\tau x_{i.} + w)/(n\tau + Iw)$

$\hat{q}_{bj} = (\tau x_{.j} + w)/(n\tau + Jw)$

$\hat{\mathbf{q}}_a = (\hat{q}_{a1}, \ldots, \hat{q}_{aI})$

$\hat{\mathbf{q}}_b = (\hat{q}_{b1}, \ldots, \hat{q}_{bJ})$

$\tau = \dfrac{K+1}{n+K}$

I = จำนวนประเภทของตัวแปรตัวที่ 1

J = จำนวนประเภทของตัวแปรตัวที่ 2

เนื่องจากในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ w = 1 ดังนั้น สมการ (2.10.7) และสมการ (2.10.8) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$p(\mathbf{x}\,|\,\infty) = \binom{n}{\mathbf{x}} \frac{\prod_i \Gamma(x_{i.}+1)}{\Gamma(n+I)} \frac{\prod_j \Gamma(x_{.j}+1)}{\Gamma(n+J)} (I-1)!(J-1)! \qquad (2.10.9)$$

$$p(\mathbf{x}|K) = \binom{n}{\mathbf{x}} \frac{\prod_{ij}\Gamma(K\hat{q}_{ai}\hat{q}_{bj} + x_{ij})}{\Gamma(K+n)} \frac{\Gamma(K)}{\prod_{ij}\Gamma(K\hat{q}_{ai}\hat{q}_{bj})} (2\pi)^{(I+J)/2-1}$$

$$\times (n\tau + I)^{-(I-1)/2} (n\tau + J)^{-(J-1)/2} \prod_i \hat{q}_{ai}^{1/2} \prod_j \hat{q}_{bj}^{1/2} (I-1)!(J-1)! \quad (2.10.10)$$

โดยที่ $\hat{q}_{ai} = (\tau x_{i.} + 1)/(n\tau + I)$

$\hat{q}_{bj} = (\tau x_{.j} + 1)/(n\tau + J)$

$$\tau = \frac{K+1}{n+K}$$

2.10.7 เกณฑ์การตัดสินใจในการทดสอบสมมติฐานแบบเบส์

โดยทั่วไป เกณฑ์ที่ใช้การตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานในการทดสอบแบบเบส์จะพิจารณาจากค่าของปัจจัยเบส์ เกณฑ์หนึ่งที่มีผู้นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายถูกเสนอโดย Jeffreys (1961) ดังนี้

Bayes factor (B_{10})	การแปลผล
0 - 3	หลักฐานไม่เพียงพอในการปฏิเสธ H_0
3 - 12	เริ่มมีหลักฐานเพียงพอในการปฏิเสธ H_0
12 - 150	มีหลักฐานมากขึ้นในการปฏิเสธ H_0
> 150	ปฏิเสธ H_0 อย่างแน่นอน

จากเกณฑ์ของ Jeffreys การตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธ H_0 จะไม่มีค่า α เข้ามาเกี่ยวข้อง แต่ในการวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 รวมทั้งคำนวณค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ ซึ่งต้องนำค่า α เข้ามาพิจารณาด้วย ดังนั้นจึงต้องหาเงื่อนไขเพิ่มเติมในการตัดสินใจ ซึ่ง Arsham (1988) ได้เสนอเกณฑ์การตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานจากค่า p-value ไว้ดังนี้

p-value (p)	การแปลผล
$0.1 \le p$	หลักฐานไม่เพียงพอในการปฏิเสธ H_0
$0.05 \le p < 0.1$	เริ่มมีหลักฐานเพียงพอในการปฏิเสธ H_0
$0.01 \le p < 0.05$	มีหลักฐานมากขึ้นในการปฏิเสธ H_0
$p < 0.01$	ปฏิเสธ H_0 อย่างแน่นอน

จะเห็นได้ว่า การแปลผลของ Jeffrey ที่ใช้ค่าของปัจจัยเบส์ มีความสอดคล้องกับการแปลผลของ Arsham ที่ใช้ค่าของ p-value ดังนั้นเมื่อนำค่าของปัจจัยเบส์กับค่าของ p-value มาเปรียบเทียบกันจะได้ผลดังนี้

Bayes factor (B_{10})	p-value (p)
$0 < B_{10} \le 3$	$p \ge 0.1$
$3 < B_{10} \le 12$	$0.1 > p \ge 0.05$
$12 < B_{10} \le 150$	$0.05 > p \ge 0.01$
$B_{10} > 150$	$p < 0.01$

จากตารางข้างต้น ทำให้สามารถตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานเมื่อกำหนด α ระดับต่างๆ ได้โดยพิจารณาจากค่าของปัจจัยเบส์ ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ถ้า $\alpha = 0.01$

จะยอมรับสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อ $B_{10} \le 150$

และจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อ $B_{10} > 150$

<u>กรณีที่ 2</u> ถ้า $\alpha = 0.05$

จะยอมรับสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อ $B_{10} \le 12$

และจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อ $B_{10} > 12$

<u>กรณีที่ 3</u> ถ้า $\alpha = 0.1$

จะยอมรับสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อ $B_{10} \le 3$

และจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อ $B_{10} > 3$

หมายเหตุ เราจะทำการทดลองในกรณีที่ $\alpha = 0.01$ และ 0.05 เท่านั้น

2.11 การทดสอบค่าสัดส่วน

ในการวิจัยครั้งนี้ จะพิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยใช้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์เป็นตัวกำหนดการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยทำการทดสอบสมมติฐานภายใต้การทดสอบค่าสัดส่วน ซึ่งสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$H_0 : \hat{\alpha} \leq \alpha_0$$
$$H_1 : \hat{\alpha} > \alpha_0$$

โดยมีตัวสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{\hat{\alpha} - \alpha_0}{\sqrt{\alpha_0(1-\alpha_0)/n}}$$

โดยที่ $\hat{\alpha}$ = สัดส่วนของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติ

$= \frac{n_r}{n}$

n_r = จำนวนครั้งทั้งหมดที่ปฏิเสธ H_0 เมื่อกำหนดให้ H_0 เป็นจริง

n = จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง

α_0 = ระดับ α ที่ต้องการควบคุม

ถ้า $Z \leq Z_{\alpha_0}$ จะยอมรับ H_0 ซึ่งหมายความว่า ตัวสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้

ดังนั้น ที่ระดับ $\alpha = 0.01$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้ เมื่อ $Z \leq Z_{0.01} = 2.326$

ที่ระดับ $\alpha = 0.05$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้ เมื่อ $Z \leq Z_{0.05} = 1.645$

บทที่ 3
วิธีดำเนินงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อศึกษาการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรโดยใช้แนวคิดแบบเบส์ และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร 3 แบบ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง ตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ โดยใช้วิธีการจำลอง (Simulation) ด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo Method) และใช้โปรแกรม Mathematica 4.0 ซึ่งรายละเอียดเกี่ยวกับ แผนการทดลอง ขั้นตอนในการทดลอง และโปรแกรมที่ใช้ในการทดลอง จะนำเสนอตามลำดับดังนี้

3.1 แผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรสองตัวที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จรและมีการแจกแจงพหุนามโดยใช้แนวคิดแบบเบส์ และทำการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเป็นอิสระ โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 แบบ

สถานการณ์ต่างๆ สำหรับการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 แบบมีดังนี้

1. ตัวแปรที่ต้องการศึกษาเป็นตัวแปรเชิงคุณลักษณะที่อยู่ในตารางการณ์จร และมีการแจกแจงแบบพหุนาม
2. กรณีต่างๆที่สนใจศึกษา จำแนกได้ดังนี้
   - 2.1 จำนวนประเภทของตัวแปรที่สนใจศึกษา คือ $2 \le I \le 5$ และ $2 \le J \le 5$ โดยที่ I และ J เป็นจำนวนเต็ม (Integer)
   - 2.2 ความสมมาตรของตาราง แบ่งเป็น ตารางที่มีลักษณะสมมาตร (Symmetry) และตารางที่มีลักษณะไม่สมมาตร (Asymmetry)
   - 2.3 ขนาดตัวอย่าง แบ่งเป็น น้อย , ปานกลาง และ มาก

ซึ่งจะจำแนกได้เป็น

- ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50 , 100 และ 150 สำหรับแต่ละกรณี

- ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 , 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 , 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี

3. ค่า K ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อก่อนของการทดลองสำหรับตัวสถิติแบบเบส์ จะถูกกำหนดจาก log K = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 ซึ่งจะได้ว่า K = 1, 3.16, 10, 31.62, 100, 316.23, 1000, 3162.28, 10000
4. ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) ที่ศึกษาคือ 0.01 และ 0.05

3.2 ขั้นตอนในการทดลอง

ขั้นตอนในการทดลองมีดังนี้

1. สร้างการแจกแจงของประชากรตามลักษณะที่กำหนดไว้ในแผนการทดลอง ภายใต้ข้อสมมติของความเป็นอิสระต่อกัน
2. คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแต่ละตัว
3. คำนวณค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยอาศัยเกณฑ์การทดสอบค่าสัดส่วน กล่าวคือ ค่าประมาณของระดับนัยสำคัญที่ได้จากการทดลอง ($\hat{\alpha}$) ควรมีค่าไม่มากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด (α) อย่างมีนัยสำคัญ
4. เปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ สำหรับกรณีที่สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้

โดยรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

3.2.1 การสร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากร

การสร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากรตามที่กำหนดไว้ในแผนการทดลองนั้น จะใช้โปรแกรม Mathematica 4.0 ซึ่งการสร้างลักษณะการแจกแจงจะต้องใช้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ซึ่งมีคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มที่ดีดังนี้

1. ตัวเลขที่ได้มีการกระจายของความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอและเป็นอิสระซึ่งกันและกัน
2. อนุกรมของตัวเลขที่ได้สามารถสร้างซ้ำเดิมได้ (Reproducible)

3. อนุกรมของตัวเลขไม่ซ้ำเดิมในช่วงที่ต้องการใช้ตัวเลขสุ่ม หมายความว่า ขนาดของความยาวของอนุกรมตัวเลขต้องยาวพอสำหรับการใช้งาน
4. ใช้เวลาสั้นๆ ในการสร้างเลขสุ่ม
5. ใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์น้อย

สำหรับการสร้างเลขสุ่มที่มีคุณสมบัติดังกล่าว จะใช้คำสั่ง Random[Real , {0 , 1}] ซึ่งเป็นคำสั่งที่ใช้ในการสุ่มเลขจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 ส่วนการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปร จะแบ่งการศึกษาออกเป็นสองกรณี คือ กรณีที่ตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน และกรณีที่ตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน โดยมีรายละเอียดของแต่ละกรณีเป็นดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรเมื่อตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน

ขั้นตอนในการสร้างเลขสุ่มเป็นดังนี้

1. กำหนดรูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็นของตารางการณ์จรขนาด IxJ มีลักษณะดังตาราง 3.2.1

ตารางที่ 3.2.1 การแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลล์ในตารางการณ์จรขนาด IxJ

หมวดหมู่ของตัวแปรตัวที่ 1	หมวดหมู่ของตัวแปรตัวที่ 2				รวม
	1	2	…	J	
1	p_{11}	p_{12}	…	p_{1J}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	…	p_{2J}	$p_{2.}$
3	p_{31}	p_{32}	…	p_{3J}	$p_{3.}$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
I	p_{I1}	p_{I2}	…	p_{IJ}	$p_{I.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	…	$p_{.J}$	$p_{..}$

โดยที่ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{J} p_{ij}$, $p_{.j} = \sum_{i=1}^{I} p_{ij}$

และ $p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

2. กำหนดความน่าจะเป็นส่วนริม (Marginal probability) ของแถวและหลัก โดยใช้ฟังก์ชัน randommarginalprob[ ] จะได้ $p_{1.}, p_{2.}, \ldots, p_{I.}$ และ $p_{.1}, p_{.2}, \ldots, p_{.J}$
   โดยที่ $p_{i.}$ คือ ความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวที่ i เมื่อ i = 1,…,I
   $p_{.j}$ คือ ความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวที่ j เมื่อ j = 1,…,J
3. คำนวณค่าความน่าจะเป็นร่วม (p_{ij}) ของแต่ละเซลล์ในตารางการณ์จร จากความสัมพันธ์ $p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$ โดยใช้ฟังก์ชัน sampledataprob[ ]
4. สุ่มข้อมูลตามเงื่อนไข โดยใช้ฟังก์ชัน sampledatafunction[ ] ซึ่งจะผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1) และพิจารณาค่าของตัวเลขที่สุ่มได้ สมมติเป็น x_k
   ถ้า $0 \leq x_k < p_{11}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (1,1)
   ถ้า $p_{11} \leq x_k < p_{11} + p_{12}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (1,2)
   ถ้า $p_{11} + p_{12} \leq x_k < p_{11} + p_{12} + p_{13}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (1,3)
   $\vdots$
   ถ้า $p_{11} + \ldots + p_{I,J-2} \leq x_k < p_{11} + \ldots + p_{I,J-1}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (I,J-1)
   ถ้า $p_{11} + \ldots + p_{I,J-1} \leq x_k < p_{11} + \ldots + p_{I,J}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (I,J)
   และจะสุ่มข้อมูลซ้ำจนมีข้อมูลในตารางการณ์จรครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> *การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรเมื่อตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2*

1. การแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลล์ในตารางการณ์จรขนาด 2x2 จะอยู่ในรูป

ตัวแปรตัวที่ 1	ตัวแปรตัวที่ 2		รวม
	1	2	
1	p_{11}	p_{12}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	$p_{2.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	1

โดยที่ $p_{1.} = p_{11} + p_{12}$

$p_{2.} = p_{21} + p_{22}$

$p_{.1} = p_{11} + p_{21}$

$p_{.2} = p_{12} + p_{22}$

$p_{11} + p_{12} + p_{21} + p_{22} = 1$

$p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$ เมื่อ i = 1,2 , j = 1,2

2. กำหนดค่าความน่าจะเป็นส่วนริม (Marginal probability) ของแถวและหลัก

สมมติให้ $p_{1.} = 0.3$

$p_{2.} = 0.7$

$p_{.1} = 0.4$

$p_{.2} = 0.6$

3. นำค่าความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวและหลักจากข้อ 2. มาคำนวณค่าความน่าจะเป็นร่วม (p_{ij}) ภายใต้สมมติฐานว่าง H_0 : $p_{ij} = p_{i.}p_{.j}$

ดังนั้นจะได้ $p_{11} = 0.3 \times 0.4 = 0.12$

$p_{12} = 0.3 \times 0.6 = 0.18$

$p_{21} = 0.7 \times 0.4 = 0.28$

$p_{22} = 0.7 \times 0.6 = 0.42$

ซึ่งค่าความน่าจะเป็นของตารางการณ์จรจะอยู่ในรูป

0.12	0.18	0.3
0.28	0.42	0.7
0.4	0.6	

4. สุ่มข้อมูล x_k ขึ้นมา โดยที่ x_k เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

ถ้า $0 \leq x_k < 0.12$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซลล์ (1,1)

ถ้า $0.12 \leq x_k < 0.12 + 0.18 = 0.3$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซลล์ (1,2)

ถ้า $0.3 \leq x_k < 0.3 + 0.28 = 0.58$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซลล์ (2,1)

ถ้า $0.58 \leq x_k < 0.58 + 0.42 = 1$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซลล์ (2,2)

ถ้า x_k ตกอยู่ในเซลล์ใดจะนับความถี่ของข้อมูลในเซลล์นั้นเพิ่มขึ้นทีละ 1 จากนั้นกลับไปสุ่ม x_k ตัวใหม่ และจะสุ่มข้อมูลซ้ำๆ กันจนข้อมูลในตารางการณ์จรครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้

<u>กรณีที่ 2</u> การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรเมื่อตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน

ขั้นตอนในการสร้างเลขสุ่มเป็นดังนี้

1. กำหนดความน่าจะเป็นของตารางการณ์จรขนาด IxJ ดังตาราง 3.2.2

ตารางที่ 3.2.2 การแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลล์ในตารางการณ์จรขนาด IxJ

หมวดหมู่ของตัวแปรตัวที่ 1	หมวดหมู่ของตัวแปรตัวที่ 2				รวม
	1	2	…	J	
1	p_{11}	p_{12}	…	p_{1J}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	…	p_{2J}	$p_{2.}$
3	p_{31}	p_{32}	…	p_{3J}	$p_{3.}$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
I	p_{I1}	p_{I2}	…	p_{IJ}	$p_{I.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	…	$p_{.J}$	p..

โดยที่ $p_{i.} = \sum_{j=1}^{J} p_{ij}$

$p_{.j} = \sum_{i=1}^{I} p_{ij}$

2. กำหนดระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งแต่ละขนาดของตารางการณ์จรจะแบ่งความสัมพันธ์ของข้อมูลออกเป็น 3 ระดับ คือ น้อย ปานกลาง มาก โดยพิจารณาจากค่า Goodman and Kruskal 's tau (τ) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$\tau = \frac{\sum_i \sum_j p_{ij}^2 / p_{i.} - \sum_j p_{.j}^2}{1 - \sum_j p_{.j}^2} \qquad (3.2.1)$$

โดยค่า τ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ถ้า $\tau = 0$ หมายความว่าข้อมูลเป็นอิสระต่อกัน และข้อมูลจะมีความสัมพันธ์กันมากขึ้นถ้า τ มีค่ามากขึ้น

3. คำนวณค่าความน่าจะเป็น (p_{ij}) ในแต่ละเซลล์ของตารางการณ์จรให้สอดคล้องกับค่า τ ที่กำหนดในสมการ (3.2.1) ตัวอย่างเช่น ตารางขนาด 2x2 จะแบ่งความสัมพันธ์ของข้อมูลในตารางได้เป็น 3 กรณี คือ

<u>กรณีที่ 1</u> ข้อมูลมีความสัมพันธ์กันน้อย

ถ้ากำหนด τ = 0.25 จะได้ตารางที่มีค่าความน่าจะเป็นในแต่ละเซลล์เป็น

0.23225	0.06775	0.3
0.16775	0.53225	0.7
0.4	0.6	

<u>กรณีที่ 2</u> ข้อมูลมีความสัมพันธ์กันปานกลาง

ถ้ากำหนด τ = 0.5 จะได้ตารางที่มีค่าความน่าจะเป็นในแต่ละเซลล์เป็น

0.2787	0.0213	0.3
0.1213	0.5787	0.7
0.4	0.6	

<u>กรณีที่ 3</u> ข้อมูลมีความสัมพันธ์กันมาก

ถ้ากำหนด τ = 0.75 จะได้ตารางที่มีค่าความน่าจะเป็นในแต่ละเซลล์เป็น

0.39	0.058	0.448
0.01	0.542	0.552
0.4	0.6	

4. สุ่มข้อมูลตามเงื่อนไข โดยใช้ฟังก์ชัน sampledatafunction[ ] ซึ่งจะผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1) และพิจารณาค่าของตัวเลขที่สุ่มได้ สมมติเป็น x_k

ถ้า $0 \leq x_k < p_{11}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (1,1)

ถ้า $p_{11} \leq x_k < p_{11} + p_{12}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (1,2)

ถ้า $p_{11} + p_{12} \leq x_k < p_{11} + p_{12} + p_{13}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (1,3)

$\vdots$

ถ้า $p_{11} + \ldots + p_{I,J-2} \leq x_k < p_{11} + \ldots + p_{I,J-1}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (I,J-1)

ถ้า $p_{11} + \ldots + p_{I,J-1} \leq x_k < p_{11} + \ldots + p_{I,J}$ ค่าของข้อมูลจะตกอยู่ในเซลล์ (I,J)

และจะสุ่มข้อมูลซ้ำจนมีข้อมูลในตารางการณ์จรครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรเมื่อตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2

1. การแจกแจงความน่าจะเป็นของแต่ละเซลล์ในตารางการณ์จรขนาด 2x2 จะอยู่ในรูป

ตัวแปรตัวที่ 1	ตัวแปรตัวที่ 2		รวม
	1	2	
1	p_{11}	p_{12}	$p_{1.}$
2	p_{21}	p_{22}	$p_{2.}$
รวม	$p_{.1}$	$p_{.2}$	1

โดยที่

$$p_{1.} = p_{11} + p_{12}$$
$$p_{2.} = p_{21} + p_{22}$$
$$p_{.1} = p_{11} + p_{21}$$
$$p_{.2} = p_{12} + p_{22}$$
$$p_{11} + p_{12} + p_{21} + p_{22} = 1$$

2. ถ้าสมมติให้ $\tau = 0.25$ คำนวณค่าความน่าจะเป็น (p_{ij}) ในแต่ละเซลล์ของตารางการณ์จรให้สอดคล้องกับค่า τ จะได้ค่า p_{ij} เป็น

0.23225	0.06775	0.3
0.16775	0.53225	0.7
0.4	0.6	

3. สุ่มข้อมูล x_k ขึ้นมา โดยที่ x_k เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

ถ้า $0 \le x_k < 0.23225$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซลล์ (1,1)

ถ้า $0.23225 \le x_k < 0.23225 + 0.06775 = 0.3$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซลล์ (1,2)

ถ้า $0.3 \le x_k < 0.3 + 0.16775 = 0.46775$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซลล์ (2,1)

ถ้า $0.46775 \le x_k < 0.46775 + 0.53225 = 1$ ค่าของ x_k จะตกอยู่ในเซลล์ (2,2)

ถ้า x_k ตกอยู่ในเซลล์ใดจะนับความถี่ของข้อมูลในเซลนั้นเพิ่มขึ้นทีละ 1 จากนั้นกลับไปสุ่ม x_k ตัวใหม่ และจะสุ่มข้อมูลซ้ำๆ กันจนข้อมูลในตารางการณ์จรครบตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้

สำหรับรายละเอียดของโปรแกรมแสดงไว้ในภาคผนวก

3.2.2 การคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบ

เมื่อได้ตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจง จำนวนระดับของตัวแปร และขนาดตัวอย่างตามที่กำหนดไว้ในแผนการทดลองแล้ว จะนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณค่าสถิติทดสอบต่างๆ ทั้ง 3 ตัว คือ

1. ตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสอง

$$X^2 = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{I}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อ $X^2 > \chi^2_{(I-1)(J-1)}(\alpha)$ จากตารางการแจกแจงไคกำลังสอง

2. ตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง

$$G^2 = 2\sum_{ij} x_{ij}\ln\left[\frac{x_{ij}}{m_{ij}}\right] \qquad ;\ m_{ij} = x_{i.}x_{.j}/n$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อ $G^2 > \chi^2_{(I-1)(J-1)}(\alpha)$ จากตารางการแจกแจงไคกำลังสอง

3. ตัวสถิติแบบเบส์

$$F_K = \frac{p(\mathbf{x}\,|\,K)}{p(\mathbf{x}\,|\,\infty)}$$

โดยที่

$$p(\mathbf{x}\,|\,K) = \binom{n}{\mathbf{x}}\frac{\prod_{ij}\Gamma(Kq_{ai}q_{bj}+x_{ij})}{\Gamma(K+n)}\frac{\Gamma(K)}{\prod_{ij}\Gamma(Kq_{ai}q_{bj})}(2\pi)^{(I+J)/2-1}$$

$$\times(n\tau+I)^{-(I-1)/2}(n\tau+J)^{-(J-1)/2}\prod_{i}q_{ai}^{1/2}\prod_{j}q_{bj}^{1/2}(I-1)!(J-1)!$$

$$p(\mathbf{x}\,|\,\infty) = \binom{n}{\mathbf{x}}\frac{\prod_{i}\Gamma(x_{i.}+1)}{\Gamma(n+I)}\frac{\prod_{j}\Gamma(x_{.j}+1)}{\Gamma(n+J)}(I-1)!(J-1)!$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อ $F_K > 150$ ณ ระดับนัยสำคัญ $(\alpha) = 0.01$

และจะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อ $F_K > 12$ ณ ระดับนัยสำคัญ $(\alpha) = 0.05$

หมายเหตุ

สำหรับการคำนวณค่าตัวสถิติแบบเบส์ จะมี K เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งที่ต้องการศึกษา ซึ่ง K เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อของผู้ทดลองเกี่ยวกับความเป็นอิสระของตัวแปรก่อนทำการทดลอง และมีค่ามากกว่า 0 ในการวิจัยครั้งนี้จะกำหนดค่า K จาก $\log K = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0$ ซึ่งจะได้ว่า $K = 1, 3.16, 10, 31.62, 100, 316.23, 1000, 3162.28, 10000$ ตามลำดับ

ดังนั้นในแต่ละสถานการณ์ ต้องคำนวณ F_K ทั้งหมด 9 ตัว คือ $F_{(1)}, F_{(2)}, \ldots, F_{(9)}$

โดยที่ $F_{(1)}$ คือ F_K เมื่อกำหนดให้ $K = 1$

$F_{(2)}$ คือ F_K เมื่อกำหนดให้ $K = 3.16$

$\vdots$

$F_{(9)}$ คือ F_K เมื่อกำหนดให้ $K = 10000$

รายละเอียดต่างๆ เกี่ยวกับการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวและการเปรียบเทียบค่าของตัวสถิติทดสอบกับค่าวิกฤตเพื่อตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานว่างได้เสนอไว้ในบทที่ 2

3.2.3 การหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

ขั้นตอนในการหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 มีดังนี้

1. สุ่มตัวอย่างตามสถานการณ์ที่กำหนด โดยให้ตัวอย่างสุ่มมีการแจกแจงภายใต้สมมติฐานว่าง H_0
2. คำนวณค่าสถิติ แล้วเปรียบเทียบค่าสถิติที่ได้จากการคำนวณกับค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางสำหรับตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสองและตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง หรือเปรียบเทียบค่าของตัวสถิติกับค่าวิกฤตที่กำหนดไว้สำหรับตัวสถิติแบบเบส์ ทำซ้ำๆ กันเป็นจำนวน 1,000 ครั้ง และนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง
3. ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติ คำนวณจากจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วย 1,000

4. นำค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ที่ได้จากข้อ 3 ไปทำการทดสอบค่าสัดส่วน เพื่อที่จะได้ทราบว่าสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิตินั้นได้หรือไม่ สำหรับรายละเอียดเกี่ยวกับการทดสอบค่าสัดส่วนได้เสนอไว้ในบทที่ 2
5. หาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ ซึ่งจะกล่าวถึงขั้นตอนนี้ในหัวข้อถัดไป

3.2.4 การหาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ

สำหรับตัวสถิติที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้นั้น จะนำมาหาอำนาจการทดสอบ เพื่อเปรียบเทียบว่าตัวสถิติใดจะให้อำนาจการทดสอบสูงที่สุดในแต่ละสถานการณ์ ขั้นตอนในการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบมีดังนี้

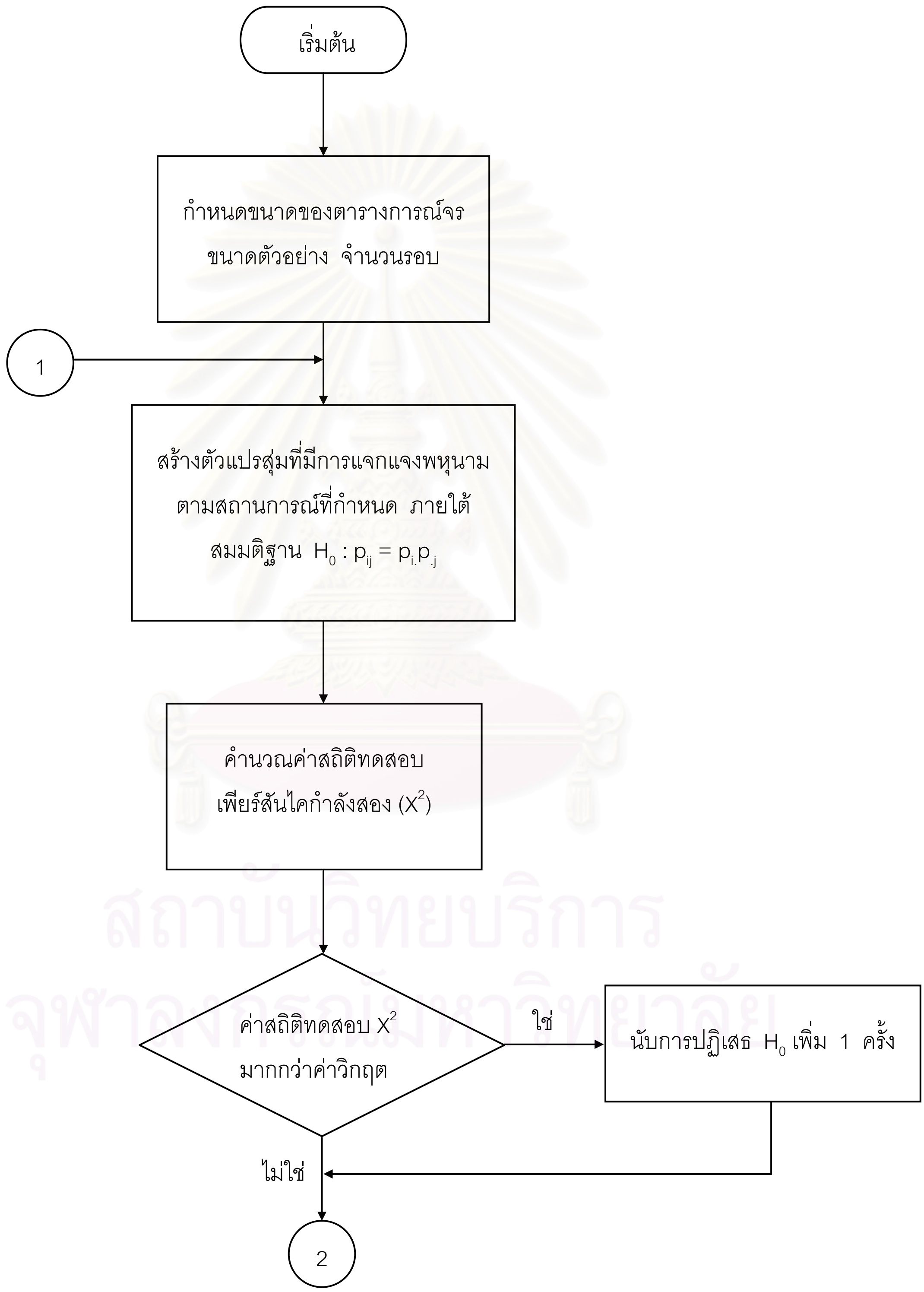
1. สุ่มตัวอย่างตามสถานการณ์ที่กำหนด โดยให้ตัวอย่างสุ่มมีการแจกแจงภายใต้สมมติฐานแย้ง H_1
2. คำนวณค่าสถิติ แล้วเปรียบเทียบค่าสถิติที่ได้จากการคำนวณกับค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางสำหรับตัวสถิติเพียร์สันไคกำลังสองและตัวสถิติอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง หรือเปรียบเทียบค่าของตัวสถิติกับค่าวิกฤตที่กำหนดไว้สำหรับตัวสถิติแบบเบส์ ทำซ้ำๆ กันเป็นจำนวน 1,000 ครั้ง และนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง
3. อำนาจการทดสอบของตัวสถิติ คำนวณจากจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วย 1,000
4. เปรียบเทียบว่าตัวสถิติตัวใดให้อำนาจการทดสอบสูงสุดในแต่ละสถานการณ์

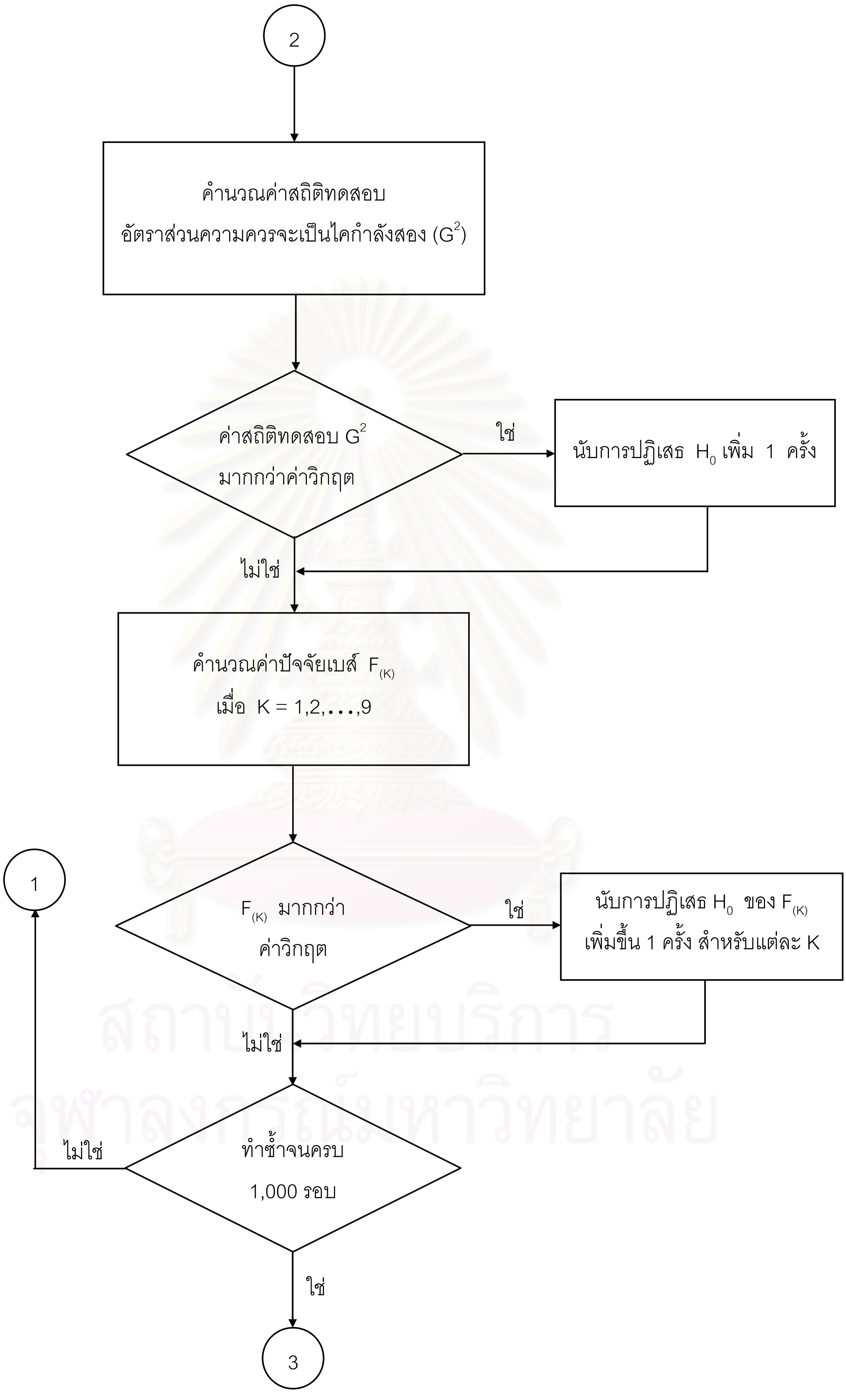
3.3 ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม

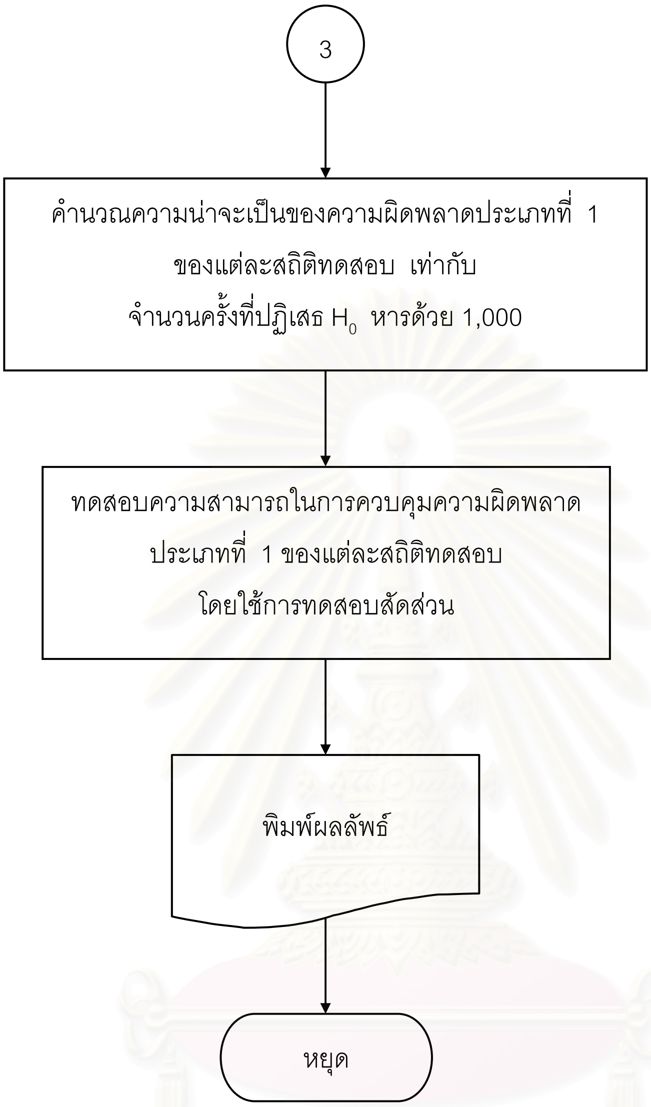
ในการวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรม Mathematica 4.0 ในการสุ่มตัวอย่าง และคำนวณค่าสถิติทดสอบ ตลอดจนค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรมแบ่งออกเป็น 2 ส่วนแสดงได้ดังแผนผังนี้

รูปที่ 3.3.1 แผนผังโปรแกรมในการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

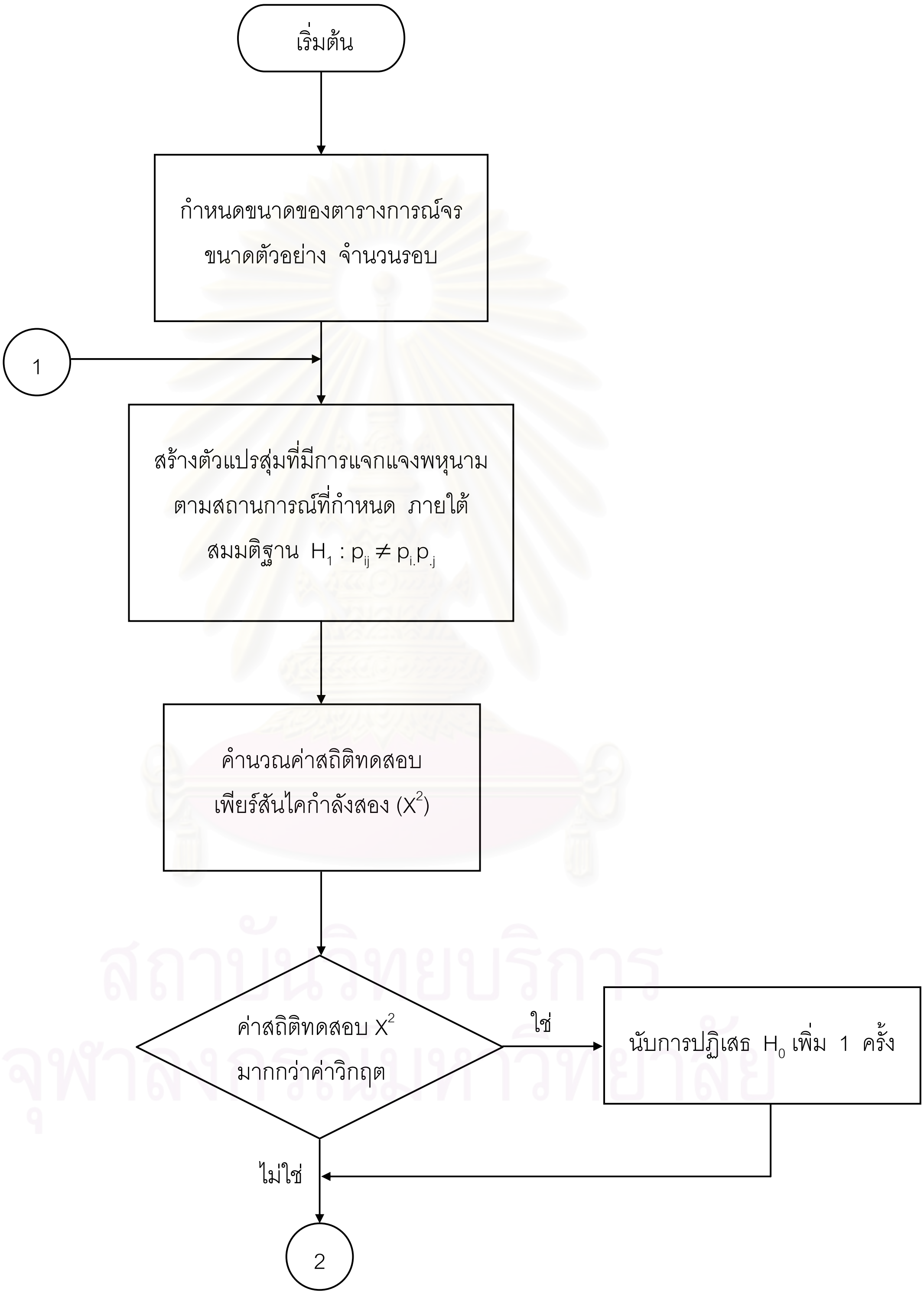
<u>ส่วนที่ 1</u> คำนวณค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

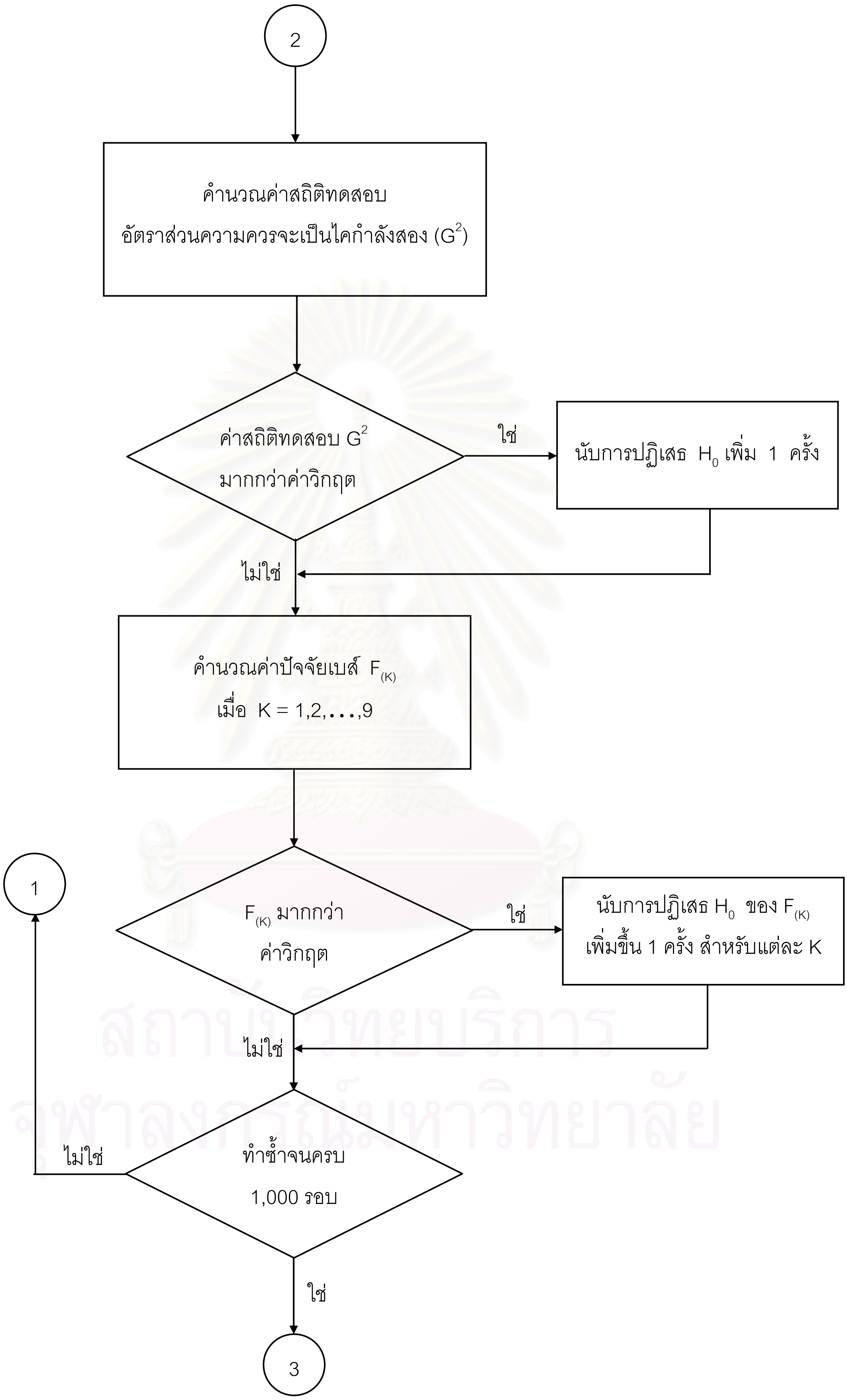


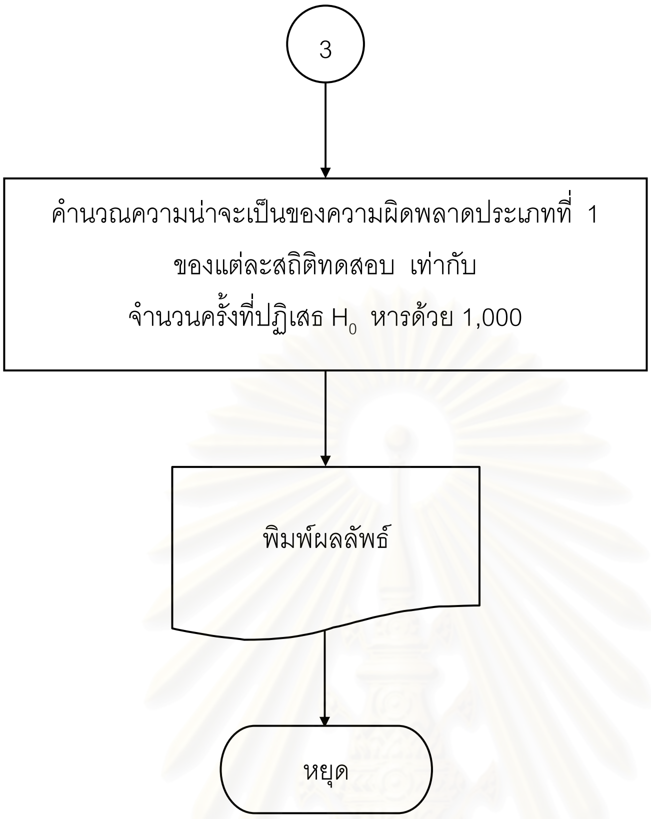

2
คำนวณค่าสถิติทดสอบ
อัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2)
ค่าสถิติทดสอบ G^2
มากกว่าค่าวิกฤต
ใช่
นับการปฏิเสธ H_0 เพิ่ม 1 ครั้ง
ไม่ใช่
คำนวณค่าปัจจัยเบส์ $F_{(K)}$
เมื่อ K = 1,2,...,9
1
$F_{(K)}$ มากกว่า
ค่าวิกฤต
ใช่
นับการปฏิเสธ H_0 ของ $F_{(K)}$
เพิ่มขึ้น 1 ครั้ง สำหรับแต่ละ K
ไม่ใช่
ไม่ใช่
ทำซ้ำจนครบ
1,000 รอบ
ใช่
3


3
คำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1
ของแต่ละสถิติทดสอบ เท่ากับ
จำนวนครั้งที่ปฏิเสธ H_0 หารด้วย 1,000
ทดสอบความสามารถในการควบคุมความผิดพลาด
ประเภทที่ 1 ของแต่ละสถิติทดสอบ
โดยใช้การทดสอบสัดส่วน
พิมพ์ผลลัพธ์
หยุด

ส่วนที่ 2 คำนวณค่าอำนาจการทดสอบ




2
คำนวณค่าสถิติทดสอบ
อัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2)
ค่าสถิติทดสอบ G^2
มากกว่าค่าวิกฤต
ใช่
นับการปฏิเสธ H_0 เพิ่ม 1 ครั้ง
ไม่ใช่
คำนวณค่าปัจจัยเบส์ $F_{(K)}$
เมื่อ K = 1,2,...,9
1
$F_{(K)}$ มากกว่า
ค่าวิกฤต
ใช่
นับการปฏิเสธ H_0 ของ $F_{(K)}$
เพิ่มขึ้น 1 ครั้ง สำหรับแต่ละ K
ไม่ใช่
ไม่ใช่
ทำซ้ำจนครบ
1,000 รอบ
ใช่
3


3
คำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1
ของแต่ละสถิติทดสอบ เท่ากับ
จำนวนครั้งที่ปฏิเสธ H_0 หารด้วย 1,000
พิมพ์ผลลัพธ์
หยุด

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร 2 ตัวที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรโดยใช้แนวคิดแบบเบส์ และเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง ตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจของการทดสอบของตัวสถิติทดสอบดังกล่าว เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบพหุนาม โดยกำหนดขนาดของตารางและขนาดตัวอย่างที่สนใจศึกษาเป็นดังนี้

- ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50 , 100 และ 150 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 , 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 , 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี

ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ อาจจะเกิดความผิดพลาดในการสรุปผล โดยที่ความผิดพลาดดังกล่าวแบ่งได้ 2 ประเภท คือ ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error) และความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error) ซึ่งแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 ความผิดพลาดในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

สมมติฐานว่าง H_0	ผลการทดสอบ	
	ปฏิเสธ	ยอมรับ
จริง	ความน่าจะเป็นของ ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (α)	ความน่าจะเป็นของ การตัดสินใจที่ถูกต้อง ($1-\alpha$)
เท็จ	ความน่าจะเป็นของ การตัดสินใจที่ถูกต้อง ($1-\beta$)	ความน่าจะเป็นของ ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (β)

ในการทดสอบที่ดีที่สุดนั้นจะต้องเปรียบเทียบการทดสอบที่มีขนาดเท่ากันหรือมี α เท่ากันเท่านั้น โดยการทดสอบที่มีความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ หรืออำนาจการทดสอบ (1-β) มากที่สุด จะเป็นการทดสอบที่ดีที่สุด ซึ่งจะเห็นได้ว่าอำนาจการทดสอบที่นำมาเปรียบเทียบกันนั้นขึ้นอยู่กับค่า β ซึ่งค่า β มีความสัมพันธ์กับค่า α โดยที่แปรผกผันกัน ดังนั้น ก่อนการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบจะต้องควบคุมให้มีค่า α เท่ากันก่อน โดยการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 แล้วจึงเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของการทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ เท่านั้น

การนำเสนอผลการวิจัยจะแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

ส่วนที่ 1 นำเสนอค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

ส่วนที่ 2 นำเสนอค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ

4.1 ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

ในการวิจัยครั้งนี้ จะพิจารณาว่าตัวสถิติสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้หรือไม่จากการทดสอบค่าสัดส่วนเนื่องจากมีความสะดวกต่อการใช้งาน สำหรับรายละเอียดของการทดสอบค่าสัดส่วนมีดังนี้

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$H_0 : \hat{\alpha} \leq \alpha_0$$

$$H_1 : \hat{\alpha} > \alpha_0$$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$Z = \frac{\hat{\alpha} - \alpha_0}{\sqrt{\alpha_0(1-\alpha_0)/n}}$$

โดยที่ $\hat{\alpha}$ = สัดส่วนของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติ

$= \dfrac{n_r}{n}$

n_r = จำนวนครั้งทั้งหมดที่ปฏิเสธ H_0 เมื่อกำหนดให้ H_0 เป็นจริง

n = จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง

α_0 = ระดับ α ที่ต้องการควบคุม

ถ้า $Z \le Z_{\alpha_0}$ จะยอมรับ H_0 ซึ่งหมายความว่า ตัวสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้

นั่นคือ ที่ระดับ $\alpha = 0.01$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้

เมื่อ $Z \le Z_{0.01} = 2.326$

ที่ระดับ $\alpha = 0.05$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้

เมื่อ $Z \le Z_{0.05} = 1.645$

ในการวิจัยครั้งนี้ทำการทดลองทั้งหมด 1000 ครั้งสำหรับแต่ละสถานการณ์ (n =1000)

ดังนั้น ที่ระดับ $\alpha = 0.01$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้

เมื่อ $p \le 0.0173$

ที่ระดับ $\alpha = 0.05$ จะสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติได้

เมื่อ $p \le 0.0613$

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิจัยมีดังนี้

n	หมายถึง	ขนาดตัวอย่าง
χ^2	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง
G^2	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง
$F_{(1)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 1
$F_{(2)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 3.16
$F_{(3)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 10
$F_{(4)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 31.62
$F_{(5)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 100
$F_{(6)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 316.23
$F_{(7)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 1000
$F_{(8)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 3162.28
$F_{(9)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 10000

โดยที่ K เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อของผู้ทดลองเกี่ยวกับความเป็นอิสระต่อกันของตัวแปรก่อนทำการทดลอง และมีค่ามากกว่า 0 ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้กำหนดค่า K จาก log K = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 ดังนั้นจะได้ว่า K = 1, 3.16, 10, 31.62, 100, 316.23, 1000, 3162.28, 10000 ตามลำดับ

ผู้วิจัยจะนำเสนอค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลอง ดังนี้

ตารางที่ 4.1.1 – 4.1.20 แสดงค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 ประเภท คือ ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classic Statistics) และตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์หรือเรียกว่า ปัจจัยเบส์ (Bayes factors) ซึ่งตัวสถิติที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมี 2 ตัว คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์หรือปัจจัยเบส์มี 9 ตัว คือ $F_{(1)}$, $F_{(2)}$,…, $F_{(9)}$ ซึ่งค่าของตัวสถิติที่ใช้แนวคิดแบบเบส์แต่ละตัวจะขึ้นกับค่าของ K ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อก่อนทำการทดลองของผู้ทดลอง

จากการทดลองสามารถสรุปผลได้ว่า ตัวสถิติทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในทุกตารางและขนาดตัวอย่างที่ต้องการศึกษา เมื่อกำหนดให้ระดับนัยสำคัญที่ต้องการศึกษา (α) มีค่า 0.01 และ 0.05 เนื่องจาก

1. ณ ระดับ α = 0.01 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบทุกตัวมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.0173 ในทุกขนาดตารางและขนาดตัวอย่างที่ต้องการศึกษา
2. ณ ระดับ α = 0.05 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบทุกตัวมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.0613 ในทุกขนาดตารางและขนาดตัวอย่างที่ต้องการศึกษา

ตารางที่ 4.1.1 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.002	0.002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0.008	0.006	0	0	0	0	0	0	0	0	0
150	0.012	0.013	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.2 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.023	0.023	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0.048	0.049	0.001	0.002	0.005	0.005	0.001	0	0	0	0
150	0.051	0.054	0	0	0.005	0.005	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.3 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.007	0.005	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0.003	0.005	0	0	0	0	0	0	0	0	0
150	0.014	0.017	0	0	0.001	0.001	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.4 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.037	0.035	0	0	0.002	0.001	0	0	0	0	0
100	0.034	0.037	0	0	0	0	0	0	0	0	0
150	0.052	0.056	0	0.001	0.006	0.007	0.006	0.001	0	0	0

ตารางที่ 4.1.5 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.001	0.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0.005	0.005	0	0	0	0.001	0	0	0	0	0
150	0.006	0.006	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.6 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.019	0.016	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0.026	0.032	0	0	0.001	0.003	0.001	0	0	0	0
150	0.033	0.033	0	0	0.001	0.004	0.004	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.7 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.001	0.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0.004	0.006	0	0	0	0	0	0	0	0	0
150	0.010	0.010	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.8 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.010	0.009	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0.032	0.038	0	0	0	0.002	0	0	0	0	0
150	0.042	0.045	0	0	0	0.005	0.005	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.9 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.002	0.003	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	0.005	0.005	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0.010	0.011	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.10 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.018	0.020	0	0	0	0.001	0.001	0	0	0	0
200	0.035	0.034	0	0	0	0.001	0.003	0	0	0	0
300	0.039	0.040	0	0	0	0.002	0.007	0.003	0	0	0

ตารางที่ 4.1.11 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.004	0.003	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	0.005	0.003	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0.016	0.013	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.12 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.026	0.024	0	0	0	0.001	0.001	0	0	0	0
200	0.035	0.024	0	0	0	0.001	0.002	0	0	0	0
300	0.057	0.041	0	0	0	0	0.006	0.002	0	0	0

ตารางที่ 4.1.13 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.001	0.002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	0.002	0.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0.003	0.003	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.14 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.010	0.012	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	0.021	0.017	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0.029	0.031	0	0	0	0	0.002	0.002	0	0	0

ตารางที่ 4.1.15 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.002	0.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0.006	0.006	0	0	0	0	0.001	0	0	0	0
450	0.010	0.011	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.1.16 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.024	0.026	0	0	0	0	0.001	0	0	0	0
300	0.036	0.040	0	0	0	0.001	0.003	0.004	0	0	0
450	0.039	0.044	0	0	0	0	0.002	0.009	0.001	0	0

ตารางที่ 4.1.17 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.002	0.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0.004	0.004	0	0	0	0	0	0	0	0	0
450	0.012	0.011	0	0	0	0	0.001	0.001	0	0	0

ตารางที่ 4.1.18 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.011	0.008	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0.034	0.036	0	0	0	0	0.001	0.003	0	0	0
450	0.046	0.048	0	0	0	0	0.002	0.009	0.003	0	0

ตารางที่ 4.1.19 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 5x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.001	0.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	0.007	0.006	0	0	0	0	0.001	0.001	0	0	0
450	0.007	0.007	0	0	0	0	0	0.001	0	0	0

ตารางที่ 4.1.20 ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 5x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

ตัวสถิติ / n	classic		Bayes factors								
	χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.010	0.008	0	0	0	0	0.001	0.001	0	0	0
300	0.026	0.028	0	0	0	0	0.001	0.005	0.001	0	0
450	0.035	0.037	0	0	0	0	0.001	0.005	0.003	0	0

4.2 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร

ในส่วนนี้จะพิจารณาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบความเป็นอิสระต่อกันของตัวแปร 2 ตัวที่อยู่ในรูปของตารางการณ์จร เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบพหุนาม ซึ่งมีตัวสถิติ 2 ประเภท คือ

1. ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classic statistics) ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2)
2. ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์หรือเรียกว่า ปัจจัยเบส์ (Bayes factor) ได้แก่ $F_{(1)}$, $F_{(2)}$,…, $F_{(9)}$ ซึ่งค่าของตัวสถิติที่ใช้แนวคิดแบบเบส์แต่ละตัวจะขึ้นกับค่าของ K ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อก่อนทำการทดลองของผู้ทดลอง โดยกำหนดค่า K จาก log K = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 ดังนั้นจะได้ว่า K = 1, 3.16, 10, 31.62, 100, 316.23, 1000, 3162.28, 10000 ตามลำดับ

สำหรับขนาดตารางและขนาดตัวอย่างที่สนใจศึกษา คือ

- ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50 , 100 และ 150 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 , 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 , 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี

นอกจากอิทธิพลของขนาดตารางและขนาดตัวอย่าง ที่น่าจะมีผลต่ออำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแล้ว ผู้วิจัยยังต้องการศึกษาว่า ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลจะมีผลต่ออำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบด้วยหรือไม่ ดังนั้น ภายใต้สมมติฐานว่าข้อมูลไม่เป็นอิสระต่อกัน จะสุ่มข้อมูลโดยกำหนดระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็น 3 ระดับ คือ น้อย ปานกลาง มาก ซึ่งพิจารณาจากค่า Goodman and Kruskal 's tau (τ) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$\tau = \frac{\sum_i \sum_j p_{ij}^2 / p_{i.} - \sum_j p_{.j}^2}{1 - \sum_j p_{.j}^2}$$

โดยที่ ค่า τ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ถ้า $\tau = 0$ หมายความว่าข้อมูลเป็นอิสระต่อกัน และข้อมูลจะมีความสัมพันธ์กันมากขึ้นถ้า τ มีค่ามากขึ้น

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิจัยมีดังนี้

τ	หมายถึง	ค่า Goodman and Kruskal 's tau
n	หมายถึง	ขนาดตัวอย่าง
χ^2	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง
G^2	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง
$F_{(1)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 1
$F_{(2)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 3.16
$F_{(3)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 10
$F_{(4)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 31.62
$F_{(5)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 100
$F_{(6)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 316.23
$F_{(7)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 1000
$F_{(8)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 3162.28
$F_{(9)}$	หมายถึง	ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เมื่อกำหนดให้ K = 10000

ผู้วิจัยจะนำเสนออำนาจการทดสอบของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบความเป็นอิสระต่อกันของข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรทั้ง 11 ตัว ภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ดังนี้

ตารางที่ 4.2.1 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ G^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots, F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 68.82 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 14.17 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(3)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 16.92 %

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(4)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$) 0.90 %

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ ในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อยๆ หรือขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยๆ

ตารางที่ 4.2.1 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.25	0.757	0.752	0.118	0.235	0.236	0.093	0	0	0	0	0
	0.50	0.995	0.995	0.721	0.853	0.854	0.642	0.034	0	0	0	0
	0.75	1	1	0.998	1	1	0.997	0.530	0	0	0	0
100	0.25	0.993	0.993	0.649	0.777	0.825	0.781	0.494	0.011	0	0	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	0.998	0.558	0	0	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
150	0.25	1	1	0.938	0.980	0.991	0.991	0.950	0.545	0	0	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	0.207	0	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	0.996	0	0

ตารางที่ 4.2.2 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ G^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots, F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 30.70 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 1.80 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$) 2.50 %

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อยๆ หรือขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยๆ

ตารางที่ 4.2.2 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x2 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.25	0.902	0.900	0.334	0.549	0.625	0.530	0.134	0	0	0	0
	0.50	1	1	0.924	0.971	0.982	0.966	0.738	0.002	0	0	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	0.124	0	0	0
100	0.25	1	1	0.854	0.952	0.975	0.975	0.930	0.468	0.001	0	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	0.998	0.12	0	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	0.923	0	0
150	0.25	1	1	0.992	0.997	1	1	0.999	0.969	0.292	0	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	0.998	0	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.302	0

ตารางที่ 4.2.3 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x3 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.40$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.60$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.40$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.60$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.40$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.60$) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 42.92 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.40$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 0.70 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 0.40 %

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$) 0.10 %

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ ในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อยๆ หรือขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยๆ

ตารางที่ 4.2.3 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.20	0.955	0.967	0.154	0.422	0.552	0.317	0	0	0	0	0
	0.40	1	1	0.896	0.986	0.993	0.980	0.258	0	0	0	0
	0.60	1	1	0.964	0.995	0.996	0.980	0.308	0	0	0	0
100	0.20	1	1	0.945	0.996	0.999	0.999	0.981	0.164	0	0	0
	0.40	1	1	1	1	1	1	1	0.997	0	0	0
	0.60	1	1	1	1	1	1	1	0.998	0	0	0
150	0.20	1	1	1	1	1	1	1	0.993	0.014	0	0
	0.40	1	1	1	1	1	1	1	1	0.986	0	0
	0.60	1	1	1	1	1	1	1	1	0.999	0	0

ตารางที่ 4.2.4 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x3 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.40$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.60$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.40$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.60$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.40$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.60$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots, F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 8.32 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(4)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.40) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.60) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ ในกรณีที่ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อยและขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย

ตารางที่ 4.2.4 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.20	0.997	0.997	0.386	0.783	0.914	0.889	0.409	0	0	0	0
	0.40	1	1	0.982	0.998	1	1	0.990	0.013	0	0	0
	0.60	1	1	0.995	1	1	1	0.991	0.003	0	0	0
100	0.20	1	1	0.993	1	1	1	1	0.973	0.005	0	0
	0.40	1	1	1	1	1	1	1	1	0.849	0	0
	0.60	1	1	1	1	1	1	1	1	0.944	0	0
150	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	0.961	0	0
	0.40	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.114	0
	0.60	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.444	0

หมายเหตุ จากตารางที่ 4.2.1 – 4.2.4 จะเห็นว่าผู้วิจัยกำหนดค่า K จาก log K = 0.0, 0.5,...,4.0 ซึ่งจะได้ว่า K = 1, 3.16,…, 10000 โดยไม่ได้สนใจค่า K ที่อยู่ในช่วง 0-1 เนื่องจากอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์จะมีค่าเพิ่มขึ้นถึงจุดๆ หนึ่งและลดลงอย่างต่อเนื่อง ทำให้กราฟที่ได้มีจุดสูงสุดเพียงจุดเดียว สำหรับตารางอื่นๆ ที่เหลือสามารถสรุปได้ในทำนองเดียวกัน

ตารางที่ 4.2.5 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x4 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots, F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 88.46 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 31.35 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 2.50 %

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 21.60 %

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 1.30 %

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย หรือระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย

ตารางที่ 4.2.5 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.10	0.459	0.520	0	0.019	0.060	0.027	0	0	0	0	0
	0.20	0.961	0.973	0.076	0.434	0.668	0.526	0.008	0	0	0	0
	0.30	0.999	1	0.532	0.907	0.975	0.940	0.097	0	0	0	0
100	0.10	0.982	0.986	0.160	0.520	0.737	0.773	0.509	0.005	0	0	0
	0.20	1	1	0.986	1	1	1	1	0.669	0	0	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	0.998	0	0	0
150	0.10	1	1	0.679	0.927	0.977	0.987	0.975	0.648	0	0	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	0.388	0	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	0.996	0	0

ตารางที่ 4.2.6 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x4 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots, F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 56.84 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 6.53 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$) 0.10 %

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 2.80 %

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย หรือระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย

ตารางที่ 4.2.6 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.10	0.764	0.797	0.005	0.095	0.316	0.344	0.050	0	0	0	0
	0.20	0.994	0.996	0.250	0.733	0.925	0.931	0.650	0	0	0	0
	0.30	1	1	0.790	0.986	0.999	0.999	0.972	0	0	0	0
100	0.10	0.999	1	0.324	0.732	0.932	0.972	0.938	0.487	0	0	0
	0.20	1	1	0.996	1	1	1	1	1	0.122	0	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	0.882	0	0
150	0.10	1	1	0.843	0.974	0.996	1	0.999	0.985	0.351	0	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.197	0

ตารางที่ 4.2.7 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x5 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 94.21 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 76.42 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$) 20.42 %

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 38.09 %

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 0.30 %

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 5.71 %

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยและปานกลาง หรือระดับความสัมพันธ์มีค่าน้อยๆ

ตารางที่ 4.2.7 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.07	0.197	0.259	0	0.001	0.015	0.005	0	0	0	0	0
	0.14	0.776	0.827	0	0.042	0.195	0.122	0	0	0	0	0
	0.21	0.991	0.994	0.001	0.334	0.791	0.674	0	0	0	0	0
100	0.07	0.910	0.932	0.013	0.164	0.467	0.577	0.307	0.001	0	0	0
	0.14	1	1	0.518	0.929	0.995	0.997	0.982	0.179	0	0	0
	0.21	1	1	1	1	1	1	1	0.972	0	0	0
150	0.07	0.997	0.998	0.183	0.621	0.879	0.941	0.905	0.383	0	0	0
	0.14	1	1	0.986	1	1	1	1	0.997	0.029	0	0
	0.21	1	1	1	1	1	1	1	1	0.908	0	0

ตารางที่ 4.2.8 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x5 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.07$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.14$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 50$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.21$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.07$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.14$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.21$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.07$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.14$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.21$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 85.60 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 30.85 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 50) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 1.60 %

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 11.34 %

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.07) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 1.00 %

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.14) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.21) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย หรือระดับความสัมพันธ์มีค่าน้อยๆ

ตารางที่ 4.2.8 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 2x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
50	0.07	0.517	0.561	0	0.009	0.109	0.144	0.021	0	0	0	0
	0.14	0.956	0.966	0.002	0.171	0.595	0.668	0.239	0	0	0	0
	0.21	0.999	0.999	0.026	0.760	0.972	0.983	0	0	0	0	0
100	0.07	0.983	0.988	0.031	0.359	0.739	0.876	0.822	0.297	0	0	0
	0.14	1	1	0.733	0.985	1	1	1	0.980	0.005	0	0
	0.21	1	1	1	1	1	1	1	1	0.345	0	0
150	0.07	1	1	0.312	0.801	0.964	0.990	0.943	0.943	0.150	0	0
	0.14	1	1	0.997	1	1	1	1	1	0.983	0	0
	0.21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.001	0

ตารางที่ 4.2.9 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x3 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots, F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 1.80 %

ตารางที่ 4.2.9 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.25	1	1	0.524	0.886	0.973	0.982	0.940	0.235	0	0	0
	0.50	1	1	0.998	1	1	1	1	0.992	0.002	0	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	0.597	0	0
200	0.25	1	1	0.999	1	1	1	1	1	0.926	0	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.527	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
300	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.732	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.002
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.995

ตารางที่ 4.2.10 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x3 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots, F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี

ตารางที่ 4.2.10 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.25	1	1	0.705	0.964	0.997	1	0.999	0.942	0.035	0	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	0.941	0	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
200	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.430	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.671
300	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.023
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ตารางที่ 4.2.11 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x4 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 45.07 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 1.10 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(5)}$) 0.60 %

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยๆ หรือระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อยๆ

ตารางที่ 4.2.11 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.10	0.879	0.883	0.002	0.065	0.309	0.485	0.299	0.002	0	0	0
	0.20	1	1	0.215	0.783	0.974	0.989	0.975	0.301	0	0	0
	0.30	1	1	0.974	1	1	1	1	0.984	0	0	0
200	0.10	1	1	0.294	0.786	0.965	0.993	0.994	0.950	0.118	0	0
	0.20	1	1	0.999	1	1	1	1	1	0.987	0	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.06	0
300	0.10	1	1	0.883	0.996	1	1	1	1	0.980	0.007	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.937	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

ตารางที่ 4.2.12 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x4 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 200$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 200$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 200$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 15.19 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$) 0.10 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยๆ

ตารางที่ 4.2.12 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.10	0.967	0.968	0.004	0.161	0.575	0.821	0.808	0.314	0.002	0	0
	0.20	1	1	0.353	0.902	0.994	0.999	0.999	0.976	0.053	0	0
	0.30	1	1	0.989	1	1	1	1	1	0.719	0	0
200	0.10	1	1	0.426	0.890	0.989	0.999	1	0.999	0.912	0.003	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.703	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
300	0.10	1	1	0.939	1	1	1	1	1	1	0.855	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.095
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.999

ตารางที่ 4.2.13 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x5 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด สามารถสรุปได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 42.56 %

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$) 0.10 %

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) และตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$) จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับมีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยๆ

ตารางที่ 4.2.13 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.10	0.899	0.907	0	0.028	0.289	0.521	0.396	0.008	0	0	0
	0.20	1	1	0.098	0.790	0.991	0.999	0.997	0.553	0	0	0
	0.30	1	1	0.886	1	1	1	1	0.997	0	0	0
200	0.10	1	1	0.199	0.786	0.985	1	1	0.992	0.276	0	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.550	0
300	0.10	1	1	0.863	0.996	1	1	1	1	0.999	0.036	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.999	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

ตารางที่ 4.2.14 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x5 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 100$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 200$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 200$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 200$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.10$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.20$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.30$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 200) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.20) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 100) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.10) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(5)}$) 12.38 %

ตารางที่ 4.2.14 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 3x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
100	0.10	0.974	0.977	0	0.073	0.492	0.826	0.856	0.435	0	0	0
	0.20	1	1	0.200	0.907	0.999	1	1	0.997	0.112	0	0
	0.30	1	1	0.964	1	1	1	1	1	0.906	0	0
200	0.10	1	1	0.294	0.901	0.998	1	1	1	0.985	0.016	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.978	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
300	0.10	1	1	0.922	0.999	1	1	1	1	1	0.981	0
	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.665
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ตารางที่ 4.2.15 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x4 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี

ตารางที่ 4.2.15 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.25	1	1	0.599	0.986	1	1	1	1	0.328	0	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.790	0
300	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.995	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.670
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
450	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.868
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ตารางที่ 4.2.16 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x4 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 150$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง ($n = 300$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 450$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย ($\tau = 0.25$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 450$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง ($\tau = 0.50$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ($n = 450$) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก ($\tau = 0.75$) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี

ตารางที่ 4.2.16 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.25	1	1	0.728	0.994	1	1	1	1	0.995	0.008	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.987	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
300	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.435
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
450	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ตารางที่ 4.2.17 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x5 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(5)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(3)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี ยกเว้นในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (χ^2 และ G^2) จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ($F_{(5)}$) 0.80 %

ตารางที่ 4.2.17 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.15	1	1	0.002	0.256	0.864	0.983	0.992	0.922	0.018	0	0
	0.30	1	1	0.887	1	1	1	1	1	0.966	0	0
	0.45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
300	0.15	1	1	0.926	0.999	1	1	1	1	1	0.627	0
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
	0.45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.999
450	0.15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.061
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ตารางที่ 4.2.18 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x5 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(5)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.15) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.30) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.45) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี

ตารางที่ 4.2.18 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 4x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.15	1	1	0.008	0.390	0.940	0.998	1	1	0.811	0	0
	0.30	1	1	0.938	1	1	1	1	1	1	0.306	0
	0.45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
300	0.15	1	1	0.962	1	1	1	1	1	1	1	0.014
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
450	0.15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ตารางที่ 4.2.19 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 5x5 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.2 5) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ ถึง $F_{(6)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี

ตารางที่ 4.2.19 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 5x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่างและระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.25	1	1	0.004	0.555	0.994	1	1	1	0.485	0	0
	0.50	1	1	0.977	1	1	1	1	1	1	0.003	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.952	0
300	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.978
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
450	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ตารางที่ 4.2.20 แสดงค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 5x5 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปผลได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ คือ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.2 5) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ χ^2 และ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงเท่ากัน

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ คือ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ สามารถสรุปเป็นกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(4)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 2 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 3 ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย (n = 150) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 4 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 5 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 6 ขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง (n = 300) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 7 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย (τ = 0.25) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 8 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าปานกลาง (τ = 0.50) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

กรณีที่ 9 ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก (n = 450) และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก (τ = 0.75) ตัวสถิติทดสอบ $F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$ จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด

เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดกับตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด พบว่าตัวสถิติทดสอบทั้งสองประเภทมีอำนาจการทดสอบสูงเท่ากันในทุกกรณี

ตารางที่ 4.2.20 ค่าอำนาจการทดสอบจากการทดลองของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว สำหรับตารางการณ์จรขนาด 5x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล (τ) โดยที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05

n	ตัวสถิติ / τ	classic		Bayes factors								
		χ^2	G^2	$F_{(1)}$ (K = 1)	$F_{(2)}$ (K = 3.16)	$F_{(3)}$ (K = 10)	$F_{(4)}$ (K = 31.62)	$F_{(5)}$ (K = 100)	$F_{(6)}$ (K = 316.23)	$F_{(7)}$ (K = 1000)	$F_{(8)}$ (K = 3162.28)	$F_{(9)}$ (K = 10000)
150	0.25	1	1	0.008	0.699	0.999	1	1	1	1	0.018	0
	0.50	1	1	0.993	1	1	1	1	1	1	0.998	0
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
300	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.901
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
450	0.25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

จากตารางที่ 4.2.1 – 4.2.20 ทำให้ทราบว่าตัวสถิติทดสอบตัวใดมีอำนาจการทดสอบสูงสุดในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งสามารถเขียนใหม่ให้เข้าใจง่ายขึ้นได้ดังตารางที่ 4.2.21 - 4.2.40 โดยที่ตารางที่ 4.2.21 – 4.2.30 จะเสนอตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ (Classical statistic) ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดในแต่ละสถานการณ์ และตารางที่ 4.2.31 - 4.2.40 จะเสนอตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ (Bayes factor) ที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดในแต่ละสถานการณ์ เพื่อให้เกิดความสะดวกในการนำไปพิจารณาว่าตัวสถิติทดสอบใดจะเหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละสถานการณ์ต่อไป

ตารางที่ 4.2.21 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 2x2 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลและระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
2x2	50	0.25	χ^2	χ^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	100	0.25	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	150	0.25	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.22 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จร ที่มีขนาด 2x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
2x3	50	0.20	G^2	G^2
		0.40	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.60	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	100	0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.40	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.60	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	150	0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.40	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.60	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.23 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จร ที่มีขนาด 2x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
2x4	50	0.10	G^2	G^2
		0.20	G^2	G^2
		0.30	G^2	χ^2 , G^2
	100	0.10	G^2	G^2
		0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	150	0.10	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.24 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จร ที่มีขนาด 2x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
2x5	50	0.07	G^2	G^2
		0.14	G^2	G^2
		0.21	G^2	χ^2 , G^2
	100	0.07	G^2	G^2
		0.14	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.21	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	150	0.07	G^2	χ^2 , G^2
		0.14	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.21	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.25 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จร ที่มีขนาด 3x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
3x3	100	0.25	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	200	0.25	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	0.25	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.26 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 3x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลและระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
3x4	100	0.10	G^2	G^2
		0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	200	0.10	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	0.10	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.27 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 3x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลและระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
3x5	100	0.10	G^2	G^2
		0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	200	0.10	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	0.10	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.20	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.28 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จร ที่มีขนาด 4x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$
4x4	150	0.25	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	0.25	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	450	0.25	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.50	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.75	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.29 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จร ที่มีขนาด 4x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$
4x5	150	0.15	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.45	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	0.15	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.45	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	450	0.15	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.30	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
		0.45	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 4.2.30 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับตารางการณ์จร ที่มีขนาด 5x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบฉบับที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
5x5	150	0.25	χ^2, G^2	χ^2, G^2
		0.50	χ^2, G^2	χ^2, G^2
		0.75	χ^2, G^2	χ^2, G^2
	300	0.25	χ^2, G^2	χ^2, G^2
		0.50	χ^2, G^2	χ^2, G^2
		0.75	χ^2, G^2	χ^2, G^2
	450	0.25	χ^2, G^2	χ^2, G^2
		0.50	χ^2, G^2	χ^2, G^2
		0.75	χ^2, G^2	χ^2, G^2

ตารางที่ 4.2.31 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 2x2 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
2x2	50	0.25	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$
		0.50	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$
		0.75	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(3)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$
	100	0.25	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(4)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
	150	0.25	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$

ตารางที่ 4.2.32 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 2x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
2x3	50	0.20	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$
		0.40	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$
		0.60	$F_{(3)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(4)}$
	100	0.20	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(58)}$
		0.40	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.60	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
	150	0.20	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.40	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.60	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$

ตารางที่ 4.2.33 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 2x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
		0.10	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$
	50	0.20	$F_{(3)}$	$F_{(4)}$
		0.30	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$
		0.10	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
2x4	100	0.20	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.30	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.10	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
	150	0.20	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.30	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$

ตารางที่ 4.2.34 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 2x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
		0.07	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$
	50	0.14	$F_{(3)}$	$F_{(4)}$
		0.21	$F_{(3)}$	$F_{(4)}$
		0.07	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
2x5	100	0.14	$F_{(4)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(5)}$
		0.21	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.07	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
	150	0.14	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.21	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$

ตารางที่ 4.2.35 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 3x3 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
3x3	100	0.25	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
		0.50	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$
	200	0.25	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
	300	0.25	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$

ตารางที่ 4.2.36 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 3x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
3x4	100	0.10	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
		0.20	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$
		0.30	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$
	200	0.10	$F_{(5)}$	$F_{(5)}$
		0.20	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.30	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
	300	0.10	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.20	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
		0.30	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$

ตารางที่ 4.2.37 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 3x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลและระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
3x4	100	0.10	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
		0.20	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$
		0.30	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$
	200	0.10	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.20	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.30	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
	300	0.10	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.20	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
		0.30	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$

ตารางที่ 4.2.38 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 4x4 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลและระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
4x4	150	0.25	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
	300	0.25	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
	450	0.25	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$

ตารางที่ 4.2.39 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 4x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
4x5	150	0.15	$F_{(5)}$	$F_{(5)}$ ถึง $F_{(6)}$
		0.30	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.45	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
	300	0.15	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(8)}$
		0.30	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.45	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
	450	0.15	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.30	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.45	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$

ตารางที่ 4.2.40 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด สำหรับตารางการณ์จรที่มีขนาด 5x5 จำแนกตามขนาดตัวอย่าง ระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล และระดับนัยสำคัญ

ขนาดตาราง	n	τ	ตัวสถิติแบบเบส์ที่มีอำนาจสูงสุด	
			α = 0.01	α = 0.05
5x5	150	0.25	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.50	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
	300	0.25	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
	450	0.25	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.50	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
		0.75	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร 2 ตัวที่อยู่ในรูปตารางการณ์จรโดยใช้แนวคิดแบบเบส์ และเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร 2 ประเภท คือ ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classic statistic) ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) กับตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ (Bayes factor) ได้แก่ $F_{(1)}$, $F_{(2)}$,..., $F_{(9)}$ ซึ่งค่าของตัวสถิติที่ใช้แนวคิดแบบเบส์แต่ละตัวจะขึ้นกับค่าของ K ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อก่อนทำการทดลองของผู้ทดลอง เพื่อหาข้อสรุปว่าตัวสถิติทดสอบตัวใดมีความเหมาะสมที่จะใช้ทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรที่อยู่ในรูปตารางการณ์จร และมีการแจกแจงพหุนาม ในแต่ละสถานการณ์ ดังต่อไปนี้

- ตารางขนาด 2x2 2x3 2x4 และ 2x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 50 , 100 และ 150 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 3x3 3x4 และ 3x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 100 , 200 และ 300 สำหรับแต่ละกรณี
- ตารางขนาด 4x4 4x5 และ 5x5 ใช้ขนาดตัวอย่าง 150 , 300 และ 450 สำหรับแต่ละกรณี
- ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) ที่สนใจศึกษา คือ 0.01 และ 0.05
- สำหรับการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ จะต้องมีการกำหนดค่า K ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อก่อนของการทดลอง ในการวิจัยครั้งนี้ จะกำหนดค่า K จาก $\log K$ = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 ดังนั้นจะมีค่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าของ K ทั้งหมด 9 ตัว คือ $F_{(1)}$, $F_{(2)}$,..., $F_{(9)}$ ตามลำดับ

โดยทำการจำลองข้อมูลซ้ำจำนวน 1,000 ครั้งสำหรับแต่ละสถานการณ์ และศึกษาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัว ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้

5.1 ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

เมื่อพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทั้ง 11 ตัว พบว่า ตัวสถิติทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในทุกตารางและขนาดตัวอย่างที่ต้องการศึกษา เมื่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α) มีค่า 0.01 และ 0.05

5.2 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร

การพิจารณาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ จะดำเนินการกับตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้เท่านั้น แต่เนื่องจากตัวสถิติทดสอบทั้ง 11 ตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในทุกกรณีศึกษา ทำให้ไม่ต้องตัดตัวสถิติตัวใดออกจากการพิจารณา ซึ่งได้ผลสรุปดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้น และเมื่อระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเพิ่มขึ้น อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทุกตัวจะสูงขึ้นเช่นกัน

ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classic statistic) มีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ (Bayes factor) ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย และระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่าน้อย เนื่องจากการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์มีการนำความเชื่อเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลเข้าไปร่วมคำนวณด้วย โดยที่ความเชื่อนี้จะอยู่ในรูปของค่าพารามิเตอร์ขั้นที่ 2 (Hyperparameter) ซึ่งเขียนอยู่ในรูปของค่า K ทำให้การปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์มีค่าต่ำกว่าการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับซึ่งไม่ได้ใส่ความเชื่อก่อนในการคำนวณค่าของตัวสถิติ แต่ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่ามากหรือระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลมีค่ามาก อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบฉบับและอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์จะมีค่าไม่แตกต่างกัน

5.3 การเลือกตัวสถิติทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละสถานการณ์

เนื่องจากตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classic statistic) มีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ (Bayes factor) ดังนั้น การเลือกตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละสถานการณ์ จะแบ่งเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 ผู้ใช้งานไม่มีความรู้เดิมเกี่ยวกับข้อมูลเลย ในกรณีนี้ควรใช้ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับในการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูล

กรณีที่ 2 ผู้ใช้งานมีความรู้เดิมเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลอยู่บ้าง แต่ต้องการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลชุดใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับข้อมูลชุดเดิม ในกรณีนี้ควรใช้ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่ใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกันในการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลชุดใหม่

ตัวสถิติทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปรที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละกรณี เป็นดังนี้

5.3.1 ผู้ใช้งานไม่มีความรู้เดิมเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูล

ตัวสถิติที่นำมาพิจารณาในกรณีนี้ คือ ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ ซึ่งมี 2 ตัว ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) โดยจะพิจารณาจากตารางที่ 4.2.21 – 4.2.30 และเลือกตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดในทุกระดับความสัมพันธ์ของข้อมูลซึ่งได้ผลสรุปดังตารางที่ 5.3.1

ตารางที่ 5.3.1 ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละสถานการณ์ จำแนกตามขนาดตาราง ขนาดตัวอย่าง และระดับนัยสำคัญที่ทำการทดสอบ

ขนาดตาราง	ขนาดตัวอย่าง	ตัวสถิติแบบฉบับที่เหมาะสมที่สุด	
		α = 0.01	α = 0.05
2x2	50	χ^2	χ^2
	100	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	150	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
2x3	50	G^2	G^2
	100	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	150	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

ตารางที่ 5.3.1 (ต่อ)

ขนาดตาราง	ขนาดตัวอย่าง	ตัวสถิติแบบฉบับที่เหมาะสมที่สุด	
		α = 0.01	α = 0.05
2x4	50	G^2	G^2
	100	G^2	G^2
	150	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
2x5	50	G^2	G^2
	100	G^2	G^2
	150	G^2	χ^2 , G^2
3x3	100	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	200	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
3x4	100	G^2	G^2
	200	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
3x5	100	G^2	G^2
	200	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
4x4	150	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	450	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
4x5	150	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	450	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
5x5	150	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	300	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2
	450	χ^2 , G^2	χ^2 , G^2

5.3.2 ผู้ใช้งานมีความรู้เดิมเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลอยู่บ้าง

ตัวสถิติที่นำมาพิจารณาในกรณีนี้ คือ ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่ใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกัน ซึ่งในที่นี้มี 9 ตัว ได้แก่ $F_{(1)},\ldots,F_{(9)}$ โดยจะพิจารณาจากตารางที่ 4.2.31 – 4.2.40 และเลือกตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดในทุกระดับความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งได้ผลสรุปดังตารางที่ 5.3.2

ตารางที่ 5.3.2 ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละสถานการณ์ จำแนกตามขนาดตาราง ขนาดตัวอย่าง และระดับนัยสำคัญที่ทำการทดสอบ

ขนาดตาราง	ขนาดตัวอย่าง	ตัวสถิติแบบเบส์ที่เหมาะสมที่สุด	
		α = 0.01	α = 0.05
2x2	50	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$
	100	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$
	150	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$
2x3	50	$F_{(3)}$	$F_{(3)}$
	100	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(4)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(5)}$
	150	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(6)}$
2x4	50	$F_{(3)}$	$F_{(4)}$
	100	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
	150	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
2x5	50	$F_{(3)}$	$F_{(4)}$
	100	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
	150	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$

ตารางที่ 5.3.2 (ต่อ)

ขนาดตาราง	ขนาดตัวอย่าง	ตัวสถิติแบบเบส์ที่เหมาะสมที่สุด	
		α = 0.01	α = 0.05
3x3	100	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
	200	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$
	300	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
3x4	100	$F_{(4)}$	$F_{(4)}$
	200	$F_{(5)}$	$F_{(5)}$
	300	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(7)}$
3x5	100	$F_{(4)}$	$F_{(5)}$
	200	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(5)}$	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(6)}$
	300	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(7)}$
4x4	150	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(6)}$
	300	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
	450	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
4x5	150	$F_{(5)}$	$F_{(5)}$ ถึง $F_{(6)}$
	300	$F_{(3)}$ ถึง $F_{(7)}$	$F_{(2)}$ ถึง $F_{(8)}$
	450	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$
5x5	150	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(6)}$	$F_{(4)}$ ถึง $F_{(7)}$
	300	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(8)}$
	450	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$	$F_{(1)}$ ถึง $F_{(9)}$

5.4 ข้อเสนอแนะ

1. จากผลการศึกษาพบว่า ตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classic statistic) มีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบเบส์ (Bayes factor) ที่ใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกัน เนื่องจากการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์มีการนำความเชื่อเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลเข้าไปร่วมคำนวณด้วย การตัดสินใจว่าจะใช้ตัวสถิติทดสอบแบบใดในการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางการณ์จร ควรขึ้นอยู่กับความรู้เดิมเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลของผู้ใช้งาน ถ้าผู้ใช้งานไม่มีความรู้เดิมเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลเลยควรใช้ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับ แต่ถ้าผู้ใช้งานมีความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลอยู่บ้างควรใช้ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ที่ใช้การแจกแจงก่อนที่เป็นอิสระต่อกัน
2. นอกจากจะพิจารณาความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลแล้ว ยังอาจพิจารณาการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบจากเวลาและประสิทธิภาพของการคำนวณ ถ้ามีเวลาไม่มากและ/หรือประสิทธิภาพของเครื่องคำนวณต่ำ อาจใช้ตัวสถิติทดสอบแบบฉบับแทนตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ เนื่องจากการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์มีความซับซ้อนกว่าการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแบบฉบับมาก
3. ในการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์ ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ที่แสดงความเชื่อก่อนการทดลองเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย โดยที่ค่าพารามิเตอร์ตัวนี้แสดงอยู่ในรูปของ K และมีค่ามากกว่า 0 แต่ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยยังไม่ทราบว่าช่วงของค่า K ที่เหมาะสมกับแต่ละสถานการณ์ควรเป็นเท่าใด จึงกำหนดค่า K ไว้ในช่วงกว้างๆ โดยคำนวณจาก $\log K$ = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 ซึ่งจะได้ว่า K จะอยู่ในช่วง 1-10,000 แต่หลังการทดลองทำให้ทราบค่า K ที่เหมาะสมกับแต่ละสถานการณ์โดยคร่าวๆ ดังนั้นผู้ที่สนใจนำไปศึกษาต่ออาจทำการทดลองโดยกำหนดช่วงของค่า K ให้แคบขึ้นเพื่อให้ทราบค่า K ที่ทำให้ตัวสถิติทดสอบแบบเบส์มีอำนาจสูงสุดโดยแท้จริงในแต่ละสถานการณ์
4. ค่าของตัวสถิติที่ได้จากการใช้แนวคิดแบบเบส์ จะขึ้นอยู่กับการแจกแจงก่อน (Prior distribution)ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ใช้การแจกแจงก่อนที่อยู่ในรูปของการแจกแจงไดริเชตที่เป็นอิสระต่อกัน แต่อาจจะมีการแจกแจงก่อนที่อยู่ในรูปอื่นๆ อีก ซึ่งค่าของตัวสถิติที่ได้จากการใช้การแจกแจงก่อนที่แตกต่างกันก็จะแตกต่างกัน โดยที่การเลือกการแจกแจงก่อนที่เหมาะสมมักจะขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของผู้ทำการทดลอง ทำให้เรื่องนี้เป็นข้อจำกัดของวิธีการทดสอบสมมติฐานแบบเบส์เมื่อเทียบกับวิธีการทดสอบสมมติฐานแบบฉบับ

5. เมื่อทำการเปรียบเทียบเฉพาะตัวสถิติทดสอบที่ใช้แนวคิดแบบฉบับ (Classic Statistic) คือ ตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง (G^2) ซึ่งเป็นตัวสถิติที่ได้จากทฤษฎี กับตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง (χ^2) ซึ่งเป็นตัวสถิติที่นิยมใช้ในทางปฏิบัติ พบว่าตัวสถิติทดสอบ G^2 จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2 ในกรณีที่ตารางมีลักษณะไม่สมมาตร เช่น ตารางขนาด 2x3 , 2x4 , 2x5 นอกจากนั้นตัวสถิติทดสอบ G^2 มีแนวโน้มที่จะให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2 มากขึ้น เมื่อความไม่สมมาตรของตารางมีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นในกรณีที่ตารางมีลักษณะไม่สมมาตร ควรใช้ตัวสถิติทดสอบ G^2 ในการทดสอบความเป็นอิสระของข้อมูลมากกว่าตัวสถิติทดสอบ χ^2

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กัลยา วานิชย์บัญชา. การวิเคราะห์สถิติเพื่อธุรกิจ : สถิติเพื่อการตัดสินใจทางธุรกิจ. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ธีระพร วีระถาวร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ประวิทย์ วชิระจงกล. การเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้วัดความสัมพันธ์ของตัวแปรแบบแบ่งกลุ่ม. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529.

มัลลิกา บุนนาค. สถิติเพื่อการตัดสินใจ. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

วีณา เตชะพนาดร. การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กับค่าทดสอบไคสแควร์โดยใช้การจำลองแบบ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528.

วีรานันท์ พงศาภักดี. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่ม : ทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. นครปฐม: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร, 2541.

สุชาดา กีระนันทน์. การอนุมานเชิงสถิติ : ทฤษฎีขั้นต้น. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2525.

สุวิมล มั่นมงคล. การศึกษาเปรียบเทียบการทดสอบความเป็นอิสระ โดยใช้ตัวแบบลอกการิทึมเชิงเส้นตรงและการทดสอบแบบไคสแควร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.

อรไท พลแสน. การเปรียบเทียบสถิติทดสอบความเท่ากันของสัมประสิทธิ์การแปรผัน. วิทยา-นิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.

รายการอ้างอิง

ภาษาอังกฤษ

Agresti, A. Categorical Data Analysis. New York: John Wiley and Sons, 1990.

Albert, J. H. A Bayesian test for a two-way contingency table using independence priors. The Canadian Journal of Statistics Vol. 18. No. 4 (1990): 347-363.

Albert, J. H. , Gupta, A. K. Mixtures of Dirichlet distributions and estimation in contingency tables. The Annals of Statistics Vol. 10. No. 4 (1982): 1261-1268.

Arsham, H. Business Statistics : Revealing Facts From Figures. Available from : http://ubmail.ubalt.edu/~harsham/Business-stat/opre504.htm

Bradley, P. C., and Thomas, A. L. Bayes and Empirical Bayes Methods for Data Analysis. Washington, D. C. : Chapman & Hall/CRC, 1996.

Gelman, A. , Carlin, J. B., Stern, H. S., and Rubin, D. B. Bayesian Data Analysis. London: Chapman & Hall, 1995.

Good, I. J. A Bayesian significance test for multinomial distribution. Journal of the royal statistical society Series B. vol. 29. No. 3 (1967): 399-431.

Good, I. J. On the application of symmetric Dirichlet distributions and their mixtures to contingency tables. The Annals of Statistics Vol. 4. No. 6 (1976): 1159-1189.

Good, I. J., and Crook, J. F. On the application of symmetric Dirichlet distributions and their mixtures to contingency tables, Part II. The Annals of Statistics Vol. 8. No. 6 (1980): 1198-1218.

Kass, R. E. , and Raftery , A. E. Bayes Factors. Technical report No. 254. Department of Statistics, University of Washington, 1994.

Lavine, M., and Schervish, M. J. Bayes Factors : What they are and what they are not. Technical report. Department of Statistics, Carnegie Mellon University, 1997.

Lindley, D. V. The Bayesian analysis of contingency tables. The Annuals of Mathematical Statistics Vol. 35. No.4 (December 1964): 1622-1643.

ภาคผนวก

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

ส่วนที่ 1 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรและการคำนวณค่าสถิติทดสอบเมื่อตัวแปรทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการสุ่มค่าความน่าจะเป็นส่วนริมของแถวและหลัก*/

```
randommarginalprob[] :=
    (
      sumprob = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        If[i == rownumber, probdatamat[i, colnumber + 1] = (1 - sumprob),
          probdatamat[i, colnumber + 1] =
            Random[Real, {0.09,(1 - (((rownumber - i)0.1) + sumprob))}]];
        temp = sumprob;
        sumprob = (probdatamat[i, colnumber + 1] + temp)];
      sumprob = 0;
      For[i = 1, i <= colnumber, i++,
        If[i == colnumber, probdatamat[rownumber + 1, i] = (1 - sumprob),
          probdatamat[rownumber + 1, i] =
            Random[Real, {0.09,(1 - (((colnumber - i)0.1) + sumprob))}]];
        temp = sumprob;
        sumprob = (probdatamat[rownumber + 1, i] + temp)];
    );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณความน่าจะเป็นร่วมของแต่ละเซลล์ในตารางเมื่อข้อมูลเป็นอิสระต่อกัน*/

```
sampledataprob[] :=
    (
      sumprob = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
          probdatamat[i, j] =
            probdatamat[i, colnumber + 1]probdatamat[rownumber + 1, j];
          temp = sumprob;
          sumprob = (probdatamat[i, j] + temp)];
        probdatamat[rownumber + 1, colnumber + 1] = sumprob];
    );
```

/*ฟังก์ชันเงื่อนไขก่อนการสุ่มข้อมูล*/

```
cluefunction[] :=
    (
      sumprob = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
            temp = sumprob;
```

```
            sumprob = probdatamat[i, j] + temp;
            cluedatamat[i, j] = sumprob];];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการสุ่มข้อมูล*/

```
sampledatafunction[] :=
    (
      probsum = probdatamat[rownumber + 1, colnumber + 1];
      For[m = 1, m <= rownumber, m++,
        For[n = 1, n <= colnumber, n++,
            sampledatamat[m, n] = 1];];
      For[k = 1, k <= (sampledatasize - (rownumber*colnumber)), k++,
        prevvalue = 0;
        presvalue = 0;
        sampledata = Random[Real, {0.01, probsum}];
        For[i = 1, i <= (rownumber*colnumber), i++,
          rownum = Quotient[i, colnumber] + 1;
          colnum = Mod[i, colnumber];

          If[colnum == 0, temp = rownum; rownum = temp - 1;
            colnum = colnumber]; presvalue = cluedatamat[rownum, colnum];
          If[((sampledata > prevvalue) && (sampledata <= presvalue)),
            temp = sampledatamat[rownum, colnum];
            sampledatamat[rownum, colnum] = (temp + 1);
            Break[]];
          prevvalue = presvalue];];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณค่าผลรวมมาร์จินัลของแถวและหลัก*/

```
marginalvalue[] :=
    (
      sampledatamat[rownumber + 1, colnumber + 1] = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        sampledatamat[i, colnumber + 1] = 0;
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
          If[i == 1, sampledatamat[rownumber + 1, j] = 0];
          temp = sampledatamat[i, colnumber + 1];
          sampledatamat[i, colnumber + 1] = (sampledatamat[i, j] + temp);
          temp = sampledatamat[rownumber + 1, j];
          sampledatamat[rownumber + 1, j] = (sampledatamat[i, j]+ temp)];
        temp = sampledatamat[rownumber + 1, colnumber + 1];
        sampledatamat[rownumber + 1, colnumber + 1] =
          sampledatamat[i, colnumber + 1] + temp];
      );
```

/*ฟังก์ชันคำนวณค่าคาดหวังของข้อมูลในกรณีที่ข้อมูลเป็นอิสระต่อกัน*/

```
expectvalue[] :=
    (
      expectvaluemat[rownumber + 1, colnumber + 1] = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        expectvaluemat[i, colnumber + 1] = 0;
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
          If[i == 1, expectvaluemat[rownumber + 1, j] = 0];

          expectvaluemat[i,j] = (sampledatamat[i, colnumber + 1]*
            sampledatamat[rownumber + 1, j])/
              sampledatamat[rownumber + 1, colnumber + 1];
          temp = expectvaluemat[i, colnumber + 1];
          expectvaluemat[i, colnumber + 1] = expectvaluemat[i, j] + temp;
          temp = expectvaluemat[rownumber + 1, j];
          expectvaluemat[rownumber + 1, j] = expectvaluemat[i, j]+temp;];
        temp = expectvaluemat[rownumber + 1, colnumber + 1];
        expectvaluemat[rownumber + 1, colnumber + 1] =
          expectvaluemat[i, colnumber + 1] + temp;];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง*/

```
chisquare[] :=
    (
      chisquarevalue = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
            temp = chisquarevalue;

            chisquarevalue = (((sampledatamat[i, j] -
              expectvaluemat[i, j])^2)/expectvaluemat[i, j])+
                  temp];];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานของตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง*/

```
testchisquare[] :=
    (
      df = (rownumber - 1)*(colnumber - 1);
      rownum = 0;
      colnum = 0;
      rowresult = bigloop;
      For[i = 1, i <= 9, i++,
        If[df == chisquaretable[i, 5], rownum = i; Break[]]];

      alpha = 0.01;
      For[i = 1, i <= 4, i++,
        If[alpha == chisquaretable[10, i], colnum = i; Break[]]];
      If[chisquarevalue <= chisquaretable[rownum, colnum],
```

```
    temp = result[rowresult, 4]; result[rowresult, 4] = temp + 1,
    temp = result[rowresult, 5]; result[rowresult, 5] = temp + 1];

  alpha = 0.05;
  For[i = 1, i <= 4, i++,
    If[alpha == chisquaretable[10, i], colnum = i; Break[]]];
  If[chisquarevalue <= chisquaretable[rownum, colnum],
    temp = result[rowresult, 6]; result[rowresult, 6] = temp + 1,
    temp = result[rowresult, 7]; result[rowresult, 7] = temp + 1];
  );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง*/

```
gsquare[] :=
    (
      gsquarevalue = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
            temp = sampledatamat[i, j]/expectvaluemat[i, j];

            gsquarevalue = (Log[temp]*sampledatamat[i, j]) +
                gsquarevalue;];];
      temp = gsquarevalue;
      gsquarevalue = temp*2;
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานของตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง*/

```
testgsquare[] :=
    (
      df = (rownumber - 1)*(colnumber - 1);
      rownum = 0;
      colnum = 0;
      rowresult = bigloop;
      For[i = 1, i <= 9, i++,
        If[df == chisquaretable[i, 5], rownum = i; Break[]]];
      alpha = 0.01;
      For[i = 1, i <= 4, i++,
        If[alpha == chisquaretable[10, i], colnum = i; Break[]]];
      If[gsquarevalue <= chisquaretable[rownum, colnum],
        temp = result[rowresult, 8]; result[rowresult, 8] = temp + 1,
        temp = result[rowresult, 9]; result[rowresult, 9] = temp + 1];
      alpha = 0.05;
      For[i = 1, i <= 4, i++,
        If[alpha == chisquaretable[10, i], colnum = i; Break[]]];
      If[gsquarevalue <= chisquaretable[rownum, colnum],
        temp = result[rowresult, 10]; result[rowresult, 10] = temp + 1,
        temp = result[rowresult, 11]; result[rowresult, 11] = temp + 1];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์*/

```
fk[] :=
    (
      tow = (k + 1)/(sampledatasize + k);
      ntow = tow*sampledatasize;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        rowtow = tow*sampledatamat[i, colnumber + 1];
        A[i, colnumber + 1] = ((rowtow + 1)/(ntow + rownumber));
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
          coltow = tow*sampledatamat[rownumber + 1, j];
          A[rownumber + 1, j] = ((coltow + 1)/(ntow + colnumber));
          A[i, j]=((rowtow + 1)/(ntow + rownumber))*((coltow + 1)/(ntow +
            colnumber));];];
      progammaB = 1;
      progammaC = 1;
      sumprob = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
            proB[i, j] = Gamma[(k*A[i, j])];
            proC[i, j] = Gamma[((k*A[i, j]) + sampledatamat[i, j])];
            temp = progammaB;
            progammaB = proB[i, j]*temp;
            temp = progammaC;
            progammaC = proC[i, j]*temp;
            temp = sumprob;
            sumprob = A[i, j] + temp;];];
      ksumprob = sumprob*k;
      gammaksumprob = Gamma[ksumprob];
      knsumprob = ksumprob + sampledatasize;
      gammaknsumprob = Gamma[knsumprob];
      u = 1;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        temp = u;
        u = Sqrt[A[i, colnumber + 1]]*temp];
      v = 1;
      For[i = 1, i <= colnumber, i++,
        temp = v;
        v = Sqrt[A[rownumber + 1, i]]*temp];
      w = ((2*Pi)^(((rownumber + colnumber)/2) - 1))*((ntow +
            rownumber)^((1 - rownumber)/2))*((ntow +
            colnumber)^((1 - colnumber)/2))*u*v;
      numerator = (progammaC*gammaksumprob*w)/(progammaB*gammaknsumprob);
      productrowgamma = 1;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        temp = productrowgamma;
        productrowgamma = Gamma[sampledatamat[i, colnumber+1]+ 1]*temp;];
      productcolgamma = 1;
      For[i = 1, i <= colnumber, i++,
        temp = productcolgamma;
        productcolgamma = Gamma[sampledatamat[rownumber+1,i] + 1]*temp;];
      rowgamma = Gamma[sampledatasize + rownumber];
      colgamma = Gamma[sampledatasize + colnumber];
      denominator =
(productrowgamma*productcolgamma)/(rowgamma*colgamma);
      fkvalue = numerator/denominator;
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์*/

```
testfkvalue[] :=
    (
      rowresult = bigloop;
      For[i = 1, i <= 9, i++,
        (*alpha = 0.01;*)
        If[fktable[1, i] <= 150,
          temp = result[rowresult, 12 + (4*(i - 1))];
          result[rowresult, 12 + (4*(i - 1))] = temp + 1,
          temp = result[rowresult, 13 + (4*(i - 1))];
          result[rowresult, 13 + (4*(i - 1))] = temp + 1];
        (*alpha = 0.05;*)
        If[fktable[1, i] <= 12,
          temp = result[rowresult, 14 + (4*(i - 1))];
          result[rowresult, 14 + (4*(i - 1))] = temp + 1,
          temp = result[rowresult, 15 + (4*(i - 1))];
          result[rowresult, 15 + (4*(i - 1))] = temp + 1];
        ];
      );
```

/*ฟังก์ชันการทดสอบค่าสัดส่วน*/

```
testzvalue[] :=
    (
      rowresult = bigloop;
      alpha = 0.01;
      For[i = 1, i <= 5, i++,
        If[ztable[i, 1] == alpha, zalpha = ztable[i, 2];];
        ];
      For[i = 1, i <= 11, i++,
        zvalue = ((result[rowresult, 5 + (4*(i - 1))]/loopnumber) -
                alpha)/(Sqrt[(alpha*(1 - alpha))/loopnumber]);
        zresult[rowresult, 1 + (4*(i - 1))] = zvalue;
        If[zvalue <= zalpha, zresult[rowresult, 2 + (4*(i - 1))] = 1,
          zresult[rowresult, 2 + (4*(i - 1))] = 0];
        ];
      alpha = 0.05;
      For[i = 1, i <= 5, i++,
        If[ztable[i, 1] == alpha, zalpha = ztable[i, 2];];
        ];
      For[i = 1, i <= 11, i++,
        zvalue = ((result[rowresult, 7 + (4*(i - 1))]/loopnumber) -
                alpha)/(Sqrt[(alpha*(1 - alpha))/loopnumber]);
        zresult[rowresult, 3 + (4*(i - 1))] = zvalue;
        If[zvalue <= zalpha, zresult[rowresult, 4 + (4*(i - 1))] = 1,
          zresult[rowresult, 4 + (4*(i - 1))] = 0];
        ];
      );
```

/*การรับค่าแถว, หลัก, ขนาดตัวอย่างของตารางการณ์จร และจำนวนรอบในการทำซ้ำ*/

```
rownumber = 2;
colnumber = 2;
initialdatasize = 50;
loopnumber = 1000;
```

/*การกำหนดค่าที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน*/

```
Array[chisquaretable, {10, 5}];
chisquaretable[1, 1] = 7.879;
chisquaretable[2, 1] = 10.500;
chisquaretable[3, 1] = 12.840;
chisquaretable[4, 1] = 14.860;
chisquaretable[5, 1] = 18.550;
chisquaretable[6, 1] = 21.960;
chisquaretable[7, 1] = 23.590;
chisquaretable[8, 1] = 28.300;
chisquaretable[9, 1] = 34.270;
chisquaretable[10, 1] = 0.005;
chisquaretable[1, 2] = 6.635;
chisquaretable[2, 2] = 9.210;
chisquaretable[3, 2] = 11.340;
chisquaretable[4, 2] = 13.280;
chisquaretable[5, 2] = 16.810;
chisquaretable[6, 2] = 20.090;
chisquaretable[7, 2] = 21.670;
chisquaretable[8, 2] = 26.220;
chisquaretable[9, 2] = 32.000;
chisquaretable[10, 2] = 0.01;
chisquaretable[1, 3] = 3.841;
chisquaretable[2, 3] = 5.991;
chisquaretable[3, 3] = 7.815;
chisquaretable[4, 3] = 9.488;
chisquaretable[5, 3] = 12.590;
chisquaretable[6, 3] = 15.510;
chisquaretable[7, 3] = 16.920;
chisquaretable[8, 3] = 21.030;
chisquaretable[9, 3] = 26.300;
chisquaretable[10, 3] = 0.05;
chisquaretable[1, 4] = 2.706;
chisquaretable[2, 4] = 4.605;
chisquaretable[3, 4] = 6.251;
chisquaretable[4, 4] = 7.779;
chisquaretable[5, 4] = 10.640;
chisquaretable[6, 4] = 13.360;
chisquaretable[7, 4] = 14.680;
chisquaretable[8, 4] = 18.550;
chisquaretable[9, 4] = 23.540;
chisquaretable[10, 4] = 0.1;
chisquaretable[1, 5] = 1;
chisquaretable[2, 5] = 2;
chisquaretable[3, 5] = 3;
chisquaretable[4, 5] = 4;
chisquaretable[5, 5] = 6;
```

```
chisquaretable[6, 5] = 8;
chisquaretable[7, 5] = 9;
chisquaretable[8, 5] = 12;
chisquaretable[9, 5] = 16;


Array[ztable, {5, 2}];
ztable[1, 1] = 0.005;
ztable[1, 2] = 2.575;
ztable[2, 1] = 0.010;
ztable[2, 2] = 2.326;
ztable[3, 1] = 0.025;
ztable[3, 2] = 1.960;
ztable[4, 1] = 0.050;
ztable[4, 2] = 1.645;
ztable[5, 1] = 0.100;
ztable[5, 2] = 1.282;
```

/*การกำหนดตัวแปรต่างๆ*/

```
Array[result, {3, 47}];
result[1, 1] = rownumber; result[2, 1] = rownumber; result[3, 1] =
rownumber;
result[1, 2] = colnumber; result[2, 2] = colnumber; result[3, 2] =
colnumber;
For[i = 4, i <= 47, i++, result[1, i] = 0];
For[i = 4, i <= 47, i++, result[2, i] = 0];
For[i = 4, i <= 47, i++, result[3, i] = 0];

Array[zresult, {3, 44}];
Array[probdatamat, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[sampledatamat, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[expectdatamat, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[expectvaluemat, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[cluedatamat, {rownumber, colnumber}];
Array[A, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[proB, {rownumber, colnumber}];
Array[proC, {rownumber, colnumber}];
Array[fktable, {1, 9}];
Array[fklooptable, {1, 9}];
```

/*main loop*/

```
For[bigloop = 1, bigloop <= 3, bigloop++,
    sampledatasize = initialdatasize*bigloop;
    result[bigloop, 3] = sampledatasize;
    For[loop = 1, loop <= loopnumber, loop++,
      If[bigloop == 1, randommarginalprob[]; sampledataprob[];
        cluefunction[];];
      sampledatafunction[];

      marginalvalue[];
      expectvalue[];
```

```
  chisquare[];
  gsquare[];

  testchisquare[];
  testgsquare[];

  For[logk = 0; kth = 1, logk <= 4, logk = logk + 0.5; kth++,
    k = 10^logk;
    fk[];
    fktable[1, kth] = fkvalue];

  testfkvalue[];

  (*Print["Sample Data Size : ", sampledatasize, "  Loop Number : ",
      loop];
    Print["Chi-Square = ", N[chisquarevalue, 7]];
    Print["G-Square = ", N[gsquarevalue, 7]];
    Print["F1 (k=1)       = ", N[fktable[1, 1], 7]];
    Print["F2 (k=3.16)    = ", N[fktable[1, 2], 7]];
    Print["F3 (k=10)      = ", N[fktable[1, 3], 7]];
    Print["F4 (k=31.62)   = ", N[fktable[1, 4], 7]];
    Print["F5 (k=100)     = ", N[fktable[1, 5], 7]];
    Print["F6 (k=316.23)  = ", N[fktable[1, 6], 7]];
    Print["F7 (k=1000)    = ", N[fktable[1, 7], 7]];
    Print["F8 (k=3162.28) = ", N[fktable[1, 8], 7]];
    Print["F9 (k=10000)   = ", N[fktable[1, 9], 7]];
    Print[""];*)

  ];  (*END LOOP FOR*)

testzvalue[];

rowresult = bigloop;
Print["ROW = ", result[rowresult, 1], ", COLUMN = ",
  result[rowresult, 2]];
Print["SAMPLE DATA SIZE = ", result[rowresult, 3]];
Print[""];

Print["Probability Table :"];
Print[
  N[TableForm[Array[probdatamat,{rownumber + 1, olnumber + 1}]], 5]];

Print["Chi-Square (ALPHA = 0.01): ACCEPT = ", result[rowresult, 4],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 5]];
If[zresult[rowresult, 2] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 1], 7], " CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 1], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["Chi-Square (ALPHA = 0.05): ACCEPT = ", result[rowresult, 6],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 7]];
If[zresult[rowresult, 4] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 3], 7], " CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 3], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["G-Square (ALPHA = 0.01): ACCEPT = ", result[rowresult, 8],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 9]];
```

```
If[zresult[rowresult, 6] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 5], 7], " CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 5], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["G-Square (ALPHA = 0.05): ACCEPT = ", result[rowresult, 10],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 11]];
If[zresult[rowresult, 8] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 7], 7], " CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 7], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["F1 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 12],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 13]];
If[zresult[rowresult, 10] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 9], 7], " CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 9], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F1 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 14],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 15]];
If[zresult[rowresult, 12] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 11], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 11], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["F2 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 16],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 17]];
If[zresult[rowresult, 14] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 13], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 13], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F2 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 18],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 19]];
If[zresult[rowresult, 16] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 15], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 15], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["F3 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 20],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 21]];
If[zresult[rowresult, 18] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 17], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 17], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F3 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 22],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 23]];
If[zresult[rowresult, 20] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 19], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 19], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];
```

```
Print["F4 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 24],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 25]];
If[zresult[rowresult, 22] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 21], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 21], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F4 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 26],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 27]];
If[zresult[rowresult, 24] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 23], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 23], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["F5 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 28],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 29]];
If[zresult[rowresult, 26] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 25], 7]," CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 25], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F5 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 30],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 31]];
If[zresult[rowresult, 28] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 27], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 27], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["F6 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 32],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 33]];
If[zresult[rowresult, 30] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 29], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 29], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F6 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 34],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 35]];
If[zresult[rowresult, 32] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 31], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 31], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["F7 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 36],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 37]];
If[zresult[rowresult, 34] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 33], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 33], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F7 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 38],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 39]];
If[zresult[rowresult, 36] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 35], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 35], 7],
```

```
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["F8 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 40],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 41]];
If[zresult[rowresult, 38] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 37], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 37], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F8 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 42],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 43]];
If[zresult[rowresult, 40] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 39], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 39], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print[""];

Print["F9 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 44],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 45]];
If[zresult[rowresult, 42] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 41], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 41], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];
Print["F9 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 46],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 47]];
If[zresult[rowresult, 44] == 1
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 43], 7], "CAN CONTROL."]
  , Print["Z-Value = ", N[zresult[rowresult, 43], 7],
    "  CAN NOT CONTROL."]
  ];Print["-------------------------------------------------------"];
];
```

ส่วนที่ 2 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงพหุนามสองตัวแปรและการคำนวณค่าสถิติทดสอบเมื่อตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการรับค่าความน่าจะเป็นของแต่ละเซลล์ในตารางการณ์จร*/

```
getprob[] :=
    (
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
          s = "Enter Prob[" <> ToString[i] <> "," <> ToString[j] <> "]";
          probdatamat[i, j] = Input[s];
          ];
        probdatamat[i, colnumber + 1] =
          Sum[probdatamat[i, j], {j, 1, colnumber}];
        ];
      For[j = 1, j <= (colnumber + 1), j++,
        probdatamat[rownumber + 1, j] =
            Sum[probdatamat[i, j], {i, 1, rownumber}];
        ];
      );
```

/*ฟังก์ชันเงื่อนไขก่อนการสุ่มข้อมูล*/

```
cluefunction[] :=
    (
      sumprob = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
            temp = sumprob;
            sumprob = probdatamat[i, j] + temp;
            cluedatamat[i, j] = sumprob];];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการสุ่มข้อมูล*/

```
sampledatafunction[] :=
    (
      probsum = probdatamat[rownumber + 1, colnumber + 1];
      For[m = 1, m <= rownumber, m++,
        For[n = 1, n <= colnumber, n++,
            sampledatamat[m, n] = 1];];
      For[k = 1, k <= (sampledatasize - (rownumber*colnumber)), k++,
        prevvalue = 0;
        presvalue = 0;
        sampledata = Random[Real, {0.01, probsum}];
        For[i = 1, i <= (rownumber*colnumber), i++,
          rownum = Quotient[i, colnumber] + 1;
          colnum = Mod[i, colnumber];
```

```
        If[colnum == 0, temp = rownum; rownum = temp - 1;
          colnum = colnumber]; presvalue = cluedatamat[rownum, colnum];
        If[((sampledata > prevvalue) && (sampledata <= presvalue)),
          temp = sampledatamat[rownum, colnum];
          sampledatamat[rownum, colnum] = (temp + 1);
          Break[]];
        prevvalue = presvalue];];
    );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณค่าผลรวมมาร์จินัลของแถวและหลัก*/

```
marginalvalue[] :=
    (
      sampledatamat[rownumber + 1, colnumber + 1] = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        sampledatamat[i, colnumber + 1] = 0;
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
          If[i == 1, sampledatamat[rownumber + 1, j] = 0];
          temp = sampledatamat[i, colnumber + 1];
          sampledatamat[i, colnumber + 1] = (sampledatamat[i, j] + temp);
          temp = sampledatamat[rownumber + 1, j];
          sampledatamat[rownumber + 1, j] = (sampledatamat[i, j]+ temp)];
        temp = sampledatamat[rownumber + 1, colnumber + 1];
        sampledatamat[rownumber + 1, colnumber + 1] =
          sampledatamat[i, colnumber + 1] + temp];
      );
```

/*ฟังก์ชันคำนวณค่าคาดหวังของข้อมูลในกรณีที่ข้อมูลเป็นอิสระต่อกัน*/

```
expectvalue[] :=
    (
      expectvaluemat[rownumber + 1, colnumber + 1] = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        expectvaluemat[i, colnumber + 1] = 0;
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
          If[i == 1, expectvaluemat[rownumber + 1, j] = 0];

          expectvaluemat[i,
              j] = (sampledatamat[i, colnumber + 1]*
                  sampledatamat[rownumber + 1, j])/
              sampledatamat[rownumber + 1, colnumber + 1];
          temp = expectvaluemat[i, colnumber + 1];
          expectvaluemat[i, colnumber + 1] = expectvaluemat[i, j] + temp;
          temp = expectvaluemat[rownumber + 1, j];
          expectvaluemat[rownumber + 1, j] = expectvaluemat[i, j]+temp;];
        temp = expectvaluemat[rownumber + 1, colnumber + 1];
        expectvaluemat[rownumber + 1, colnumber + 1] =
          expectvaluemat[i, colnumber + 1] + temp;];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง*/

```
chisquare[] :=
    (
      chisquarevalue = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
            temp = chisquarevalue;

            chisquarevalue = (((sampledatamat[i, j] -
              expectvaluemat[i, j])^2)/expectvaluemat[i, j])+temp];];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานของตัวสถิติทดสอบเพียร์สันไคกำลังสอง*/

```
testchisquare[] :=
    (
      df = (rownumber - 1)*(colnumber - 1);
      rownum = 0;
      colnum = 0;
      rowresult = bigloop;
      For[i = 1, i <= 9, i++,
        If[df == chisquaretable[i, 5], rownum = i; Break[]]];
      alpha = 0.01;
      For[i = 1, i <= 4, i++,
        If[alpha == chisquaretable[10, i], colnum = i; Break[]]];
      If[chisquarevalue <= chisquaretable[rownum, colnum],
        temp = result[rowresult, 4]; result[rowresult, 4] = temp + 1,
        temp = result[rowresult, 5]; result[rowresult, 5] = temp + 1];
      alpha = 0.05;
      For[i = 1, i <= 4, i++,
        If[alpha == chisquaretable[10, i], colnum = i; Break[]]];
      If[chisquarevalue <= chisquaretable[rownum, colnum],
        temp = result[rowresult, 6]; result[rowresult, 6] = temp + 1,
        temp = result[rowresult, 7]; result[rowresult, 7] = temp + 1];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง*/

```
gsquare[] :=
    (
      gsquarevalue = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
            temp = sampledatamat[i, j]/expectvaluemat[i, j];

            gsquarevalue=(Log[temp]*sampledatamat[i, j])+
               gsquarevalue;];];
      temp = gsquarevalue;
      gsquarevalue = temp*2;
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานของตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนความควรจะเป็นไคกำลังสอง*/

```
testgsquare[] :=
    (
      df = (rownumber - 1)*(colnumber - 1);
      rownum = 0;
      colnum = 0;
      rowresult = bigloop;
      For[i = 1, i <= 9, i++,
        If[df == chisquaretable[i, 5], rownum = i; Break[]]];
      alpha = 0.01;
      For[i = 1, i <= 4, i++,
        If[alpha == chisquaretable[10, i], colnum = i; Break[]]];
      If[gsquarevalue <= chisquaretable[rownum, colnum],
        temp = result[rowresult, 8]; result[rowresult, 8] = temp + 1,
        temp = result[rowresult, 9]; result[rowresult, 9] = temp + 1];
      alpha = 0.05;
      For[i = 1, i <= 4, i++,
        If[alpha == chisquaretable[10, i], colnum = i; Break[]]];
      If[gsquarevalue <= chisquaretable[rownum, colnum],
        temp = result[rowresult, 10]; result[rowresult, 10] = temp + 1,
        temp = result[rowresult, 11]; result[rowresult, 11] = temp + 1];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแบบเบส์*/

```
fk[] :=
    (
      tow = (k + 1)/(sampledatasize + k);
      ntow = tow*sampledatasize;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        rowtow = tow*sampledatamat[i, colnumber + 1];
        A[i, colnumber + 1] = ((rowtow + 1)/(ntow + rownumber));
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
          coltow = tow*sampledatamat[rownumber + 1, j];
          A[rownumber + 1, j] = ((coltow + 1)/(ntow + colnumber));

          A[i, j]= (rowtow + 1)/(ntow + rownumber))*((coltow + 1)/(ntow +
               colnumber));];];
      progammaB = 1;
      progammaC = 1;
      sumprob = 0;
      For[i = 1, i <= rownumber, i++,
        For[j = 1, j <= colnumber, j++,
            proB[i, j] = Gamma[(k*A[i, j])];
            proC[i, j] = Gamma[((k*A[i, j]) + sampledatamat[i, j])];
            temp = progammaB;
            progammaB = proB[i, j]*temp;
            temp = progammaC;
            progammaC = proC[i, j]*temp;
            temp = sumprob;
            sumprob = A[i, j] + temp;];];
      ksumprob = sumprob*k;
      gammaksumprob = Gamma[ksumprob];
      knsumprob = ksumprob + sampledatasize;
```

```
        gammaknsumprob = Gamma[knsumprob];
        u = 1;
        For[i = 1, i <= rownumber, i++,
          temp = u;
          u = Sqrt[A[i, colnumber + 1]]*temp];
        v = 1;
        For[i = 1, i <= colnumber, i++,
          temp = v;
          v = Sqrt[A[rownumber + 1, i]]*temp];
        w = ((2*Pi)^(((rownumber + colnumber)/2) - 1))*((ntow +
                    rownumber)^((1 - rownumber)/2))*((ntow +
                    colnumber)^((1 - colnumber)/2))*u*v;
        numerator = (progammaC*gammaksumprob*w)/(progammaB*gammaknsumprob);
        productrowgamma = 1;
        For[i = 1, i <= rownumber, i++,
          temp = productrowgamma;
          productrowgamma=Gamma[sampledatamat[i, colnumber + 1]+1]*temp;];
        productcolgamma = 1;
        For[i = 1, i <= colnumber, i++,
          temp = productcolgamma;
          productcolgamma = Gamma[sampledatamat[rownumber+1,i] + 1]*temp;];
        rowgamma = Gamma[sampledatasize + rownumber];
        colgamma = Gamma[sampledatasize + colnumber];
        denominator=(productrowgamma*productcolgamma)/(rowgamma*colgamma);
        fkvalue = numerator/denominator;
        );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานของตัวสถิติทดสอบแบบเบส์*/

```
testfkvalue[] :=
    (
      rowresult = bigloop;
      For[i = 1, i <= 9, i++,

        (*alpha = 0.01;*)
        If[fktable[1, i] <= 150,
          temp = result[rowresult, 12 + (4*(i - 1))];
          result[rowresult, 12 + (4*(i - 1))] = temp + 1,
          temp = result[rowresult, 13 + (4*(i - 1))];
          result[rowresult, 13 + (4*(i - 1))] = temp + 1];

        (*alpha = 0.05;*)
        If[fktable[1, i] <= 12,
          temp = result[rowresult, 14 + (4*(i - 1))];
          result[rowresult, 14 + (4*(i - 1))] = temp + 1,
          temp = result[rowresult, 15 + (4*(i - 1))];
          result[rowresult, 15 + (4*(i - 1))] = temp + 1];
        ];
      );
```

/*ฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ*/

```
testpower[] :=
    (
      rowresult = bigloop;
      For[i = 1, i <= 11, i++,
        alpha = 0.01;
        powera = (result[rowresult, 5 + (4*(i - 1))]/loopnumber);
        powerresult[rowresult, 1 + (2*(i - 1))] = powera;
        alpha = 0.05;
        powerb = (result[rowresult, 7 + (4*(i - 1))]/loopnumber);
        powerresult[rowresult, 2 + (2*(i - 1))] = powerb;
        ];
      );
```

/*การรับค่าแถว, หลัก, ขนาดตัวอย่างของตารางการณ์จร และจำนวนรอบในการทำซ้ำ*/

```
rownumber = 2;
colnumber = 2;
initialdatasize = 50;
loopnumber = 1000;
```

/*การกำหนดค่าที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน*/

```
Array[chisquaretable, {10, 5}];
chisquaretable[1, 1] = 7.879;
chisquaretable[2, 1] = 10.500;
chisquaretable[3, 1] = 12.840;
chisquaretable[4, 1] = 14.860;
chisquaretable[5, 1] = 18.550;
chisquaretable[6, 1] = 21.960;
chisquaretable[7, 1] = 23.590;
chisquaretable[8, 1] = 28.300;
chisquaretable[9, 1] = 34.270;
chisquaretable[10, 1] = 0.005;
chisquaretable[1, 2] = 6.635;
chisquaretable[2, 2] = 9.210;
chisquaretable[3, 2] = 11.340;
chisquaretable[4, 2] = 13.280;
chisquaretable[5, 2] = 16.810;
chisquaretable[6, 2] = 20.090;
chisquaretable[7, 2] = 21.670;
chisquaretable[8, 2] = 26.220;
chisquaretable[9, 2] = 32.000;
chisquaretable[10, 2] = 0.01;
chisquaretable[1, 3] = 3.841;
chisquaretable[2, 3] = 5.991;
chisquaretable[3, 3] = 7.815;
chisquaretable[4, 3] = 9.488;
chisquaretable[5, 3] = 12.590;
chisquaretable[6, 3] = 15.510;
```

```
chisquaretable[7, 3] = 16.920;
chisquaretable[8, 3] = 21.030;
chisquaretable[9, 3] = 26.300;
chisquaretable[10, 3] = 0.05;
chisquaretable[1, 4] = 2.706;
chisquaretable[2, 4] = 4.605;
chisquaretable[3, 4] = 6.251;
chisquaretable[4, 4] = 7.779;
chisquaretable[5, 4] = 10.640;
chisquaretable[6, 4] = 13.360;
chisquaretable[7, 4] = 14.680;
chisquaretable[8, 4] = 18.550;
chisquaretable[9, 4] = 23.540;
chisquaretable[10, 4] = 0.1;
chisquaretable[1, 5] = 1;
chisquaretable[2, 5] = 2;
chisquaretable[3, 5] = 3;
chisquaretable[4, 5] = 4;
chisquaretable[5, 5] = 6;
chisquaretable[6, 5] = 8;
chisquaretable[7, 5] = 9;
chisquaretable[8, 5] = 12;
chisquaretable[9, 5] = 16;
```

/*การกำหนดค่าตัวแปรต่างๆ*/

```
Array[result, {3, 47}];
result[1, 1] = rownumber; result[2, 1] = rownumber; result[3, 1] =
rownumber;
result[1, 2] = colnumber; result[2, 2] = colnumber; result[3, 2] =
colnumber;
For[i = 4, i <= 47, i++, result[1, i] = 0];
For[i = 4, i <= 47, i++, result[2, i] = 0];
For[i = 4, i <= 47, i++, result[3, i] = 0];

Array[powerresult, {3, 22}];
Array[probdatamat, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[sampledatamat, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[expectdatamat, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[expectvaluemat, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[cluedatamat, {rownumber, colnumber}];
Array[A, {rownumber + 1, colnumber + 1}];
Array[proB, {rownumber, colnumber}];
Array[proC, {rownumber, colnumber}];
Array[fktable, {1, 9}];
Array[fklooptable, {1, 9}];
```

/*main loop*/

```
For[bigloop = 1, bigloop <= 3, bigloop++,
    sampledatasize = initialdatasize*bigloop;
    result[bigloop, 3] = sampledatasize;
    For[loop = 1, loop <= loopnumber, loop++,
```

```
      If[(bigloop == 1) && (loop == 1), getprob[]; cluefunction[];];
      sampledatafunction[];

      marginalvalue[];
      expectvalue[];

      chisquare[];
      gsquare[];

      testchisquare[];
      testgsquare[];

      For[logk = 0; kth = 1, logk <= 4, logk = logk + 0.5; kth++,
        k = 10^logk;
        fk[];
        fktable[1, kth] = fkvalue];

      testfkvalue[];

      (*Print["Sample Data Size : ", sampledatasize, "  Loop Number : ",
          loop];
        Print["Chi-Square = ", N[chisquarevalue, 7]];
        Print["G-Square = ", N[gsquarevalue, 7]];
        Print["F1 (k=1)       = ", N[fktable[1, 1], 7]];
        Print["F2 (k=3.16)    = ", N[fktable[1, 2], 7]];
        Print["F3 (k=10)      = ", N[fktable[1, 3], 7]];
        Print["F4 (k=31.62)   = ", N[fktable[1, 4], 7]];
        Print["F5 (k=100)     = ", N[fktable[1, 5], 7]];
        Print["F6 (k=316.23)  = ", N[fktable[1, 6], 7]];
        Print["F7 (k=1000)    = ", N[fktable[1, 7], 7]];
        Print["F8 (k=3162.28) = ", N[fktable[1, 8], 7]];
        Print["F9 (k=10000)   = ", N[fktable[1, 9], 7]];
        Print[""];*)

      ];  (*END LOOP FOR*)

    testpower[];

    rowresult = bigloop;
    Print["ROW = ", result[rowresult, 1], ", COLUMN = ",
      result[rowresult, 2]];
    Print["SAMPLE DATA SIZE = ", result[rowresult, 3]];
    Print[""];

    Print["Probability Table :"];
    Print[
      N[TableForm[Array[probdatamat, {rownumber + 1, colnumber + 1}]],
5]];

    Print["Chi-Square (ALPHA = 0.01): ACCEPT = ", result[rowresult, 4],
      " , REJECT = ", result[rowresult, 5]];
    Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 1], 7]];
    Print["Chi-Square (ALPHA = 0.05): ACCEPT = ", result[rowresult, 6],
      " , REJECT = ", result[rowresult, 7]];
    Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 2], 7]];
    Print[""];

    Print["G-Square (ALPHA = 0.01): ACCEPT = ", result[rowresult, 8],
      " , REJECT = ", result[rowresult, 9]];
    Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 3], 7]];
    Print["G-Square (ALPHA = 0.05): ACCEPT = ", result[rowresult, 10],
```

```
  " , REJECT = ", result[rowresult, 11]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 4], 7]];
Print[""];

Print["F1 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 12],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 13]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 5], 7]];
Print["F1 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 14],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 15]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 6], 7]];
Print[""];

Print["F2 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 16],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 17]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 7], 7]];
Print["F2 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 18],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 19]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 8], 7]];
Print[""];

Print["F3 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 20],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 21]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 9], 7]];
Print["F3 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 22],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 23]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 10], 7]];
Print[""];

Print["F4 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 24],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 25]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 11], 7]];
Print["F4 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 26],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 27]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 12], 7]];
Print[""];

Print["F5 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 28],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 29]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 13], 7]];
Print["F5 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 30],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 31]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 14], 7]];
Print[""];

Print["F6 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 32],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 33]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 15], 7]];
Print["F6 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 34],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 35]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 16], 7]];
Print[""];

Print["F7 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 36],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 37]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 17], 7]];
Print["F7 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 38],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 39]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 18], 7]];
Print[""];

Print["F8 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 40],
```

```
  " , REJECT = ", result[rowresult, 41]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 19], 7]];
Print["F8 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 42],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 43]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 20], 7]];
Print[""];

Print["F9 (ALPHA=0.01)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 44],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 45]];
Print["Power 0.01 = ", N[powerresult[rowresult, 21], 7]];
Print["F9 (ALPHA=0.05)   : ACCEPT = ", result[rowresult, 46],
  " , REJECT = ", result[rowresult, 47]];
Print["Power 0.05 = ", N[powerresult[rowresult, 22], 7]];
Print["-----------------------------------------------------------"];
];
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวนริศรา วิเชียรเจริญ เกิดวันที่ 28 ตุลาคม พ.ศ. 2519 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล ในปีการศึกษา 2540 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2541