การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวของประเทศไทยโดยการใช้ฟังก์ชันเคอร์เนล

นายประมุขพงศ์ อัศวทวีโชค

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2557
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

THAILAND'S LONG TERM PEAK LOAD FORECASTING USING KERNEL FUNCTION

Mr. Pramukpong Atsawathawichok

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2014
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวของประเทศไทยโดยการใช้ฟังก์ชันเคอร์เนล
โดย	นายประมุขพงศ์ อัศวทวีโชค
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร. ประสิทธิ์ ทีฆพุฒิ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	ดร. ทัศนัย พลอยสุวรรณ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร. บัณฑิต เอื้ออาภรณ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. ลัญฉกร วุฒิสิทธิกุลกิจ)

....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร. ประสิทธิ์ ทีฆพุฒิ)

....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(ดร. ทัศนัย พลอยสุวรรณ)

....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ยงยุทธ นาราษฎร์)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประมุขพงศ์ อัศวทวีโชค : การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวของประเทศไทยโดยการใช้ฟังก์ชันเคอร์เนล (THAILAND'S LONG TERM PEAK LOAD FORECASTING USING KERNEL FUNCTION) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รศ. ดร. ประสิทธิ์ ทีฆพุฒิ, อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม: ดร. ทัศนัย พลอยสุวรรณ, 55 หน้า.

ในวิทยานิพนธ์นำเสนอเทคนิคการพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุด (พีคโหลด) รายเดือนของประเทศไทยตั้งแต่เดือนมกราคมปี 2014 ถึงธันวาคม 2023 ซึ่งมีจำนวนทั้งหมด 132 เดือนข้างหน้า โดยที่ข้อมูลฝึกสอนนำมาจากรายงานประจำปีที่รวบรวมโดยการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศตั้งแต่เดือนมกราคมปี 2000 ถึงเดือนธันวาคมปี 2012 ซึ่งมีจำนวนทั้งหมด 156 เดือน

เทคนิคออกแบบเคอร์เนลชนิดใหม่สำหรับการพยากรณ์ถูกนำเสนอในรูปแบบผลรวมของเอ็กซ์โพเนนเชียลเคอร์เนลกำลังสองและผลคูณระหว่างเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองกับเคอร์เนลชนิดคาบเวลา ซึ่งถูกใช้เป็นส่วนประกอบในคำตอบของกระบวนการแบบเกาส์ โดยผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ในการพยากรณ์ของวิธีที่นำเสนอมีค่าเท่ากับ 3.1086% ซึ่งให้ค่าความผิดพลาดต่ำกว่าโครงข่ายประสาทเทียมที่ใช้กันอย่างแพร่หลายโดยมีเปอร์เซ็นต์เฉลี่ยค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์เท่ากับ 19.28%

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาควิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า	ลายมือชื่อนิสิต	....
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก	....
ปีการศึกษา	2557	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาร่วม	....

5670273421 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING
KEYWORDS: GAUSSIAN PROCESS / KERNEL FUNCTION / HYPER-PARAMETERS / PEAK LOAD FORECASTING

PRAMUKPONG ATSAWATHAWICHOK: THAILAND'S LONG TERM PEAK LOAD FORECASTING USING KERNEL FUNCTION. ADVISOR: ASSOC. PROF. PRASIT TEEKAPUT, Ph.D., CO-ADVISOR: TUCHSANAI PLOYSUWAN, Ph.D., 55 pp.

This thesis presents monthly forecasting technique of long term peak electricity demand (peak load) in Thailand from January 2014 to December 2023 with totally 132 months in the future. The known training data is collected from annual report of the Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT) from January 2000 to December 2012 with totally 156 months.

The new designed kernel technique is proposed by the combination of square exponential kernel and multiplied version between square exponential kernel and periodic kernel, which are used as components in the answer of Gaussian Process (GP). Finally, the results show the prediction error mean absolute percentage error (MAPE) of proposed method by 3.1086% which is lower than traditional neural network by MAPE 19.28%.

Chulalongkorn University

Department:	Electrical Engineering	Student's Signature	....
Field of Study:	Electrical Engineering	Advisor's Signature	....
Academic Year:	2014	Co-Advisor's Signature	....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยความช่วยเหลืออย่างดีจากอาจารย์ที่ปรึกษา รศ. ดร.ประสิทธิ์ ทีฆพุฒิ ซึ่งได้ให้ความรู้และคำปรึกษาที่ดีตลอดเวลา พร้อมทั้งยังคอยตรวจสอบวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ด้วยความยินดีเสมอมา ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

นอกจากนี้ขอขอบคุณอาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ดร.ทัศนัย พลอยสุวรรณ จากมหาวิทยาลัยสยามที่ได้ให้ความรู้และข้อเสนอแนะต่างๆอย่างดี อีกทั้งช่วยตรวจทานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

อีกทั้งขอขอบคุณเพื่อนพี่น้องนักวิจัยทุกคน รวมไปถึงบุคคลากรและจ้าหน้าที่ในภาควิชาไฟฟ้า สาขาโทรคมนาคม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้ให้ความช่วยเหลือในเรื่องเอกสารต่างๆ และเป็นกำลังใจที่ดีในการทำวิจัย

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณครอบครัวของผู้จัยที่ได้ให้ความสนับสนุนตลอดมาจนสำเร็จการศึกษา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญรูปภาพ ..... ญ

สารบัญตาราง ..... ฏ

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิทยานิพนธ์ 4

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ 4

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน 5

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 5

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง 6

2.1 เกาส์หลายตัวแปร 6

2.2 ทฤษฎีพื้นฐานกระบวนการแบบเกาส์ 7

2.3 การพยากรณ์โดยใช้ข้อมูลการสังเกต 7

2.4 เคอร์เนลฟังก์ชัน 9

2.4.1 ตัวอย่างเคอร์เนลฟังก์ชันสำหรับการจำลองฟังก์ชันเชิงเส้น 11

2.4.2 คุณสมบัติสเตชันเนรีของเคอร์เนลฟังก์ชัน 13

2.4.3 เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง 14

2.4.4 เคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติก 17

2.4.5 เคอร์เนลเมอร์เทิร์น 20

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

2.4.6 เคอร์เนลชนิดคาบเวลา 22

2.4.7 เคอร์เนลเกาส์ผสมเชิงสเปกตรัม 24

2.5 คำนวณหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ 27

บทที่ 3 เทคนิคการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันภายในกระบวนการแบบเกาส์สำหรับการพยากรณ์ค่าความต้องการใช้ไฟฟ้าสูงสุดแบบระยะยาวรายเดือน 28

3.1 แบบจำลองสำหรับการพยากรณ์ค่าไฟฟ้าสูงสุดรายเดือน 28

3.2 การออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันสำหรับการพยากรณ์พีคโหลด 31

3.2.1 เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง 31

3.2.2 เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง x เคอร์เนลชนิดคาบเวลา 32

3.3 การหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ 33

บทที่ 4 ผลการทดลอง 34

4.1 การเรียนรู้ช่วงฝึกสอน 34

4.1.1 การออกแบบเคอร์เนลฟังกฺชันแบบผสม 34

4.1.2 โครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ 40

4.2 การเปรียบเทียบผลในช่วงการตรวจสอบ 42

4.2.1 ผลการทดสอบของการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันแบบผสม 42

4.2.2 ผลการทดสอบโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ 43

4.2.3 ผลการทดสอบความแม่นยำของไฮเปอร์พารามิเตอร์ 44

4.3 การทดสอบแนวโน้มในช่วงการทำนาย 46

4.3.1 ตรวจสอบแนวโน้มด้วยเทคนิคการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันแบบผสม 46

4.3.2 ตรวจสอบแนวโน้มด้วยโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ 47

บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง 48

5.1 บทสรุป 48

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

5.2 ปัญหาและอุปสรรค......49
5.3 ข้อเสนอแนะ......49
รายการอ้างอิง......52
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์......55

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญรูปภาพ

หน้า

รูปที่ 1.1 โครงข่ายประสาเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ 3 ชั้น 2

รูปที่ 1.2 โครงข่ายประสาทเทียมแบบ RBFN 3

รูปที่ 2.1 ตัวอย่างการคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของ $P\left(X_1 \mid X_2 = x_2\right)$ 6

รูปที่ 2.2 แบบจำลองเชิงรูปภาพของกระบวนการแบบเกาส์ 8

รูปที่ 2.3 ตัวอย่างเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง เมื่อกำหนดให้ $\sigma = 1$ 15

รูปที่ 2.4 ตัวอย่างฟังก์ชันสุ่มที่สร้างจากระบวนการแบบเกาส์โดยใช้ 16

รูปที่ 2.5 ตัวอย่างเคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติก เมื่อกำหนดให้ $l = 1$ 18

รูปที่ 2.6 ตัวอย่างฟังก์ชันสุ่ม $f\left(x_j\right)$ ที่สร้างจากระบวนการแบบเกาส์โดยใช้ 19

รูปที่ 2.7 ตัวอย่างเคอร์เนลเมอร์เทิร์น เมื่อกำหนดให้ $l = 1$ 21

รูปที่ 2.8 ตัวอย่างฟังก์ชันสุ่ม $f\left(x_j\right)$ ที่สร้างจากระบวนการแบบเกาส์โดยใช้ 22

รูปที่ 2.9 ตัวอย่างเคอร์เนลชนิดคาบเวลา $k_{PER}\left(\tau \mid \theta\right)$ เมื่อให้ $p = 1$ (บน) และ 24

รูปที่ 2.10 ตัวอย่างความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S\left(f\right)$ ของเคอร์เนลฟังก์ชัน $k\left(\tau \mid \theta\right)$ 25

รูปที่ 2.11 ตัวอย่างเคอร์เนลฟังก์ชัน $k\left(\tau \mid \theta\right)$ ซึ่งคู่กับความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S\left(f\right)$ 26

รูปที่ 3.1 ค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดรายเดือนจาก EGAT 29

รูปที่ 3.2 แบบจำลองรูปภาพของความสัมพันธ์ของฟังก์ชันพีคโหลด 30

รูปที่ 3.3 ตัวอย่างเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง x เคอร์เนลชนิดคาบเวลา 32

รูปที่ 4.1 เคอร์เนลฟังก์ชันรวม $k\left(\tau \mid \boldsymbol{\theta}\right) = k_{SE}\left(\tau\right) + k_{SE \times PER}\left(\tau\right)$ 36

รูปที่ 4.2 เอ็กซ์โพเนนเชียลกำลังสองเคอร์เนล $k_{SE}\left(\tau\right) = \theta_1^2 \exp\left(-\frac{\left(\tau\right)^2}{\theta_2^2}\right)$ 36

รูปที่ 4.3 ผลการทำนาย $f\left(x_j\right)$, $j = 1, 2, \ldots 156$ เมื่อใช้เคอร์เนล $k_{SE}\left(\tau\right)$ 37

รูปที่ 4.4 เอ็กซ์โพเนนเชียลกำลังสองเคอร์เนลคูณกับเคอร์เนลชนิดคาบเวลา
$k_{SE\times PER}(\tau)=\theta_3^2\exp\left(-\frac{(\tau)^2}{2\theta_4^2}-\frac{2\sin^2\left(\|\tau\|/\theta_5\right)}{\theta_6^2}\right)$ 37

รูปที่ 4.5 ผลการทำนาย $f\left(x_j\right)$, $j=1,2,\ldots 156$ เมื่อใช้เคอร์เนล $k_{SE\times PER}(\tau)$ 38

รูปที่ 4.6 ผลการการทำนาย $f\left(x_j\right)$, $j=1,2,\ldots 156$ เมื่อใช้เคอร์เนล $k_{SE}\left(\tau\right)+k_{SE\times PER}\left(\tau\right)$ 38

รูปที่ 4.7 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์และพบว่า MAPE=0.4275% 39

รูปที่ 4.8 ความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S\left(f\right)$ ระหว่างข้อมูลจาก EGAT กับไฮเปอร์พารามิเตอร์...39

รูปที่ 4.9 โครงข่ายประสาทเทียมที่จำลองจาก MATLAB..40

รูปที่ 4.10 ผลการทำนายพีคโหลดโดยโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ 41

รูปที่ 4.11 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์ของโครงข่ายประสาทเทียม 41

รูปที่ 4.12 ค่าความผิดพลาดแบบฮิสโตแกรมระหว่างข้อมูลจริงกับข้อมูลเอาต์พุต 41

รูปที่ 4.13 ผลการพยากรณ์ในช่วงตรวจสอบโดยเทคนิค...42

รูปที่ 4.14 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์และพบว่ามี MAPE=3.1086% 43

รูปที่ 4.15 ผลในช่วงตรวจสอบโดยโครงข่ายประสาทเทียมเปรียบเทียบกับกระบวนการแบบเกาส์...43

รูปที่ 4.16 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์และพบว่า MAPE=19.2801% 43

รูปที่ 4.17 ผลการตรวจสอบในช่วงมกราคม 2012 ถึงธันวาคม 2013...44

รูปที่ 4.18 ผลการตรวจสอบในช่วงมกราคม 2011 ถึงธันวาคม 2013...45

รูปที่ 4.19 ผลการตรวจสอบในช่วงมกราคม 2010 ถึงธันวาคม 2013...45

รูปที่ 4.20 ผลการตรวจสอบในช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013...45

รูปที่ 4.21 ผลการพยากรณ์ค่าพีคโหลดในช่วงมกราคม 2014 ถึงธันวาคม 2023.............................46

รูปที่ 4.22 ผลการพยากรณ์ค่าพีคโหลดในช่วงมกราคม 2014 ถึงธันวาคม 2023.............................47

รูปที่ 5.1 ผลการเรียนรู้แพทเทิร์นในช่วงมกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2008
และทำการตรวจสอบค่าผิดพลาดในช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013......................................50

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1 สรุปอัลกอริทึมในการทำนายค่าฟังก์ชันพีคโหลด 9

ตารางที่ 2.2 ตัวอย่างของเคอร์เนลฟังก์ชันประเภทต่างๆ 10

ตารางที่ 3.1 ตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่างดัชนี i, ค่าทางเวลา x_i และฟังก์ชัน $f(x_i)$ 29

ตารางที่ 3.2 ขนาดของเคอร์เนลเมทริกซ์ในช่วงการฝึกสอน 30

ตารางที่ 3.3 ขนาดของเคอร์เนลเมทริกซ์ในช่วงตรวจสอบ 30

ตารางที่ 3.4 ขนาดของเคอร์เนลเมทริกซ์ในช่วงพยากรณ์ 30

ตารางที่ 4.1 ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ของเคอร์เนลฟังก์ชันและลอการิทึมของข้อมูลเชิงมาจิแนล 35

ตารางที่ 4.2 เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ในแต่ละช่วงเวลา 46

ตารางที่ 5.1 เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ระหว่าง 49

ตารางที่ 5.2 ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์หลังจากทำการปรับค่า 50

ตารางที่ 5.3 เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์
ในช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013 51

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

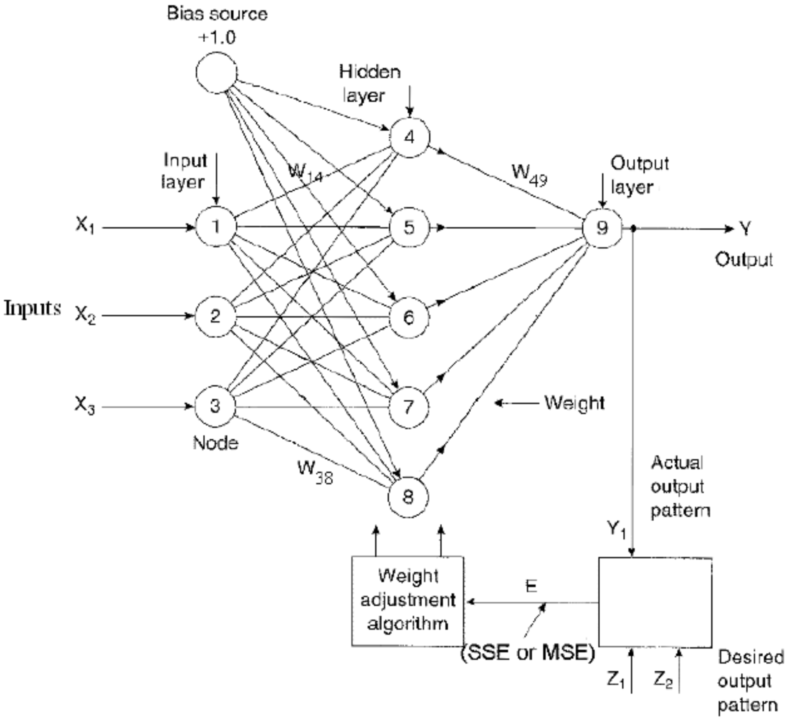
บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาว (Long Term Peak Load Forecasting: LTPLF) คือ การหาค่าประมาณของเอนเนอร์จีโหลด (Energy Load) หรือพีคโหลด (Peak Load) ที่จะต้องจ่ายให้แก่ผู้ใช้ไฟฟ้าในอนาคตระยะยาวล่วงหน้ามากกว่า 1 ปีขึ้นไป ซึ่งสอดคล้องกับในปัจจุบันที่แนวโน้มความต้องการใช้ไฟฟ้าของประเทศเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วสืบเนื่องมาจากการพัฒนาทางเศรษฐกิจและอุตสาหกรรมที่เพิ่มขึ้น อีกทั้งพลังงานไฟฟ้ายังเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญต่อการขับเคลื่อนระบบเศรษฐกิจ ส่งผลให้การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าระยะยาวมีบทบาทสำคัญอย่างมากในการควบคุมระบบการจัดการพลังงานในระยะยาว นอกจากนี้การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวในอนาคตยังใช้สำหรับการวางแผนการผลิตไฟฟ้า เช่น การทำยูนิตคอมมิตเมนต์ (Unit Commitment) การประเมินค่าทางเศรษฐศาสตร์ของการจัดสรรการผลิตไฟฟ้า (Economic Dispatch) และยังใช้ในการวางแผนเกี่ยวกับโครงข่ายไฟฟ้าอัจฉริยะ (Smart Grid) ซึ่งข้อมูลทั้งหมดของพีคโหลดและเอนเนอร์จีโหลดของประเทศถูกบันทึกและรวบรวมโดยการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย (Electricity Generating Authority of Thailand: EGAT) ในรายงานประจำปี [1]

การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าได้รับความสนใจและ ได้มีการศึกษามาเป็นระยะเวลานานพอสมควร โดยมีการพัฒนาวิธีการมาเป็นลำดับวิธีการต่างๆ ที่จะนำเสนอมีข้อดีและข้อด้อยแตกต่างกัน โดยเทคนิคทั่วไปในการพยากรณ์ได้แก่ Autoregressive Moving Average (ARMA) [2], ซัพพอร์ตเวกเตอร์แมชชีนแบบถดถอย (Support Vector Regression: SVR) [3]-[4], โครงข่ายประสาทเทียม (Neural Networks: NN) [5]-[8] ซึ่งตัวแปรอินพุตภายนอกที่ใช้ซึ่งล้วนแต่มีความสัมพันธ์แบบไม่เป็นเชิงเส้น (Non-Linear) ได้แก่ สภาพอากาศ, แนวโน้มการใช้พลังงานในอดีต, จำนวนประชากร (Population), จำนวนครัวเรือน (Number of Households), ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (Gross Domestic Product: GDP), ผลิตภัณฑ์มวลรวมประชาชาติ (Gross National Product: GNP), ราคาน้ำมัน (Oil Price) และราคาค่าไฟฟ้าต่อหน่วย (Electricity Price) ที่จะขึ้นอยู่กับประเภทของการพยากรณ์ แต่ในความเป็นจริงแล้วเป็นการยากที่จะทราบค่าตัวแปรภายนอกที่เป็นอินพุตในอนาคตระยะยาวทำให้การพยากรณ์มีความแม่นยำน้อยลงมากเมื่อไม่ทราบค่าข้อมูลเหล่านี้ที่ถูกต้อง นอกจากนี้วิธีที่กล่าวมาถ้ามีข้อมูลฝึกสอน (Training Data) จำนวนน้อยก็มักจะประสบปัญหาในการคำนวณหาค่าที่เหมาะสม (Optimization) ในการหาคำตอบด้วยเช่นกัน

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่ใช้ตัวแปรอินพุตภายนอกหลายตัวแปรได้แก่ Alireza Keshavarz Choobeh (2013) [5] ได้นำเสนอโมเดลการพยากรณ์โหลดไฟฟ้าระยะสั้นแบบ 24 ชั่วโมงข้างหน้าในเมืองชีราซ (Shiraz) ประเทศอิหร่าน (Iran) เพื่อที่จะหาค่าที่เหมาะสมสำหรับการซื้อขายพลังงานในระบบ โดยใช้โครงข่ายประสาเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ (Back Propagation Neural Network) และตัวแปรภายนอกที่ใช้เป็นอินพุตประกอบด้วย อุณหภูมิต่ำสุด, อุณหภูมิสูงสุด, อุณหภูมิเฉลี่ย, ความชื้นต่ำสุด, ความชื้นสูงสุด, ปริมาณน้ำฝน รวมไปถึงค่าแสงอาทิตย์ เป็นต้น



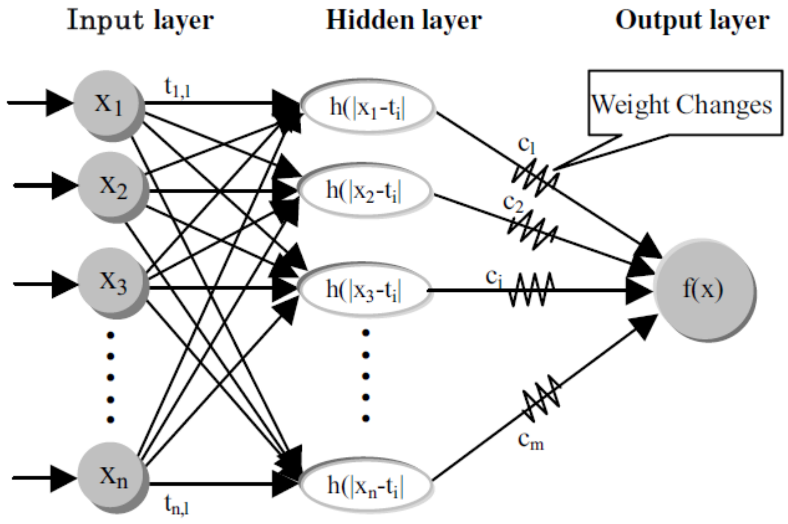
รูปที่ 1.1 โครงข่ายประสาเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ 3 ชั้น

รูปภาพนี้นำมาจาก A. K. Choobeh (2013) [5]

โครงข่ายตามรูปที่ 1.1 ประกอบด้วย 3 อินพุต (X_1, X_2, X_3) และ 1 เอาต์พุต (Y_1) ส่วนวงกลมแทนสัญลักษณ์ของนิวรอนและค่าน้ำหนักถูกแสดงผ่านเส้นที่เชื่อมโยงระหว่าง 2 นิวรอน โครงข่ายจะมีทั้งหมด 3 ชั้นคือ ชั้นอินพุต ชั้นซ่อน และชั้นเอาต์พุต ซึ่งชั้นซ่อนมี 5 นิวรอน (Neuron) โดยแต่ละนิวรอนทำหน้าที่เก็บสะสมค่าสัญญาณอินพุตแบบถ่วงน้ำหนักทั้งหมดไว้ ค่าสัญญาณเอนเอียง (Bias Signal) มีหน้าปรับค่าสัญญาณอินพุตแบบถ่วงน้ำหนัก และจากนั้นส่งค่าไปยังเอาต์พุตตามที่แสดงไว้ ซึ่งโครงข่ายลักษณะนี้จะถูกให้นิยามว่าโครงข่ายประสาทเทียมแบบ 3-5-1

Mostafa Al Mamun and Ken Nagasaka (2004) [6] ได้นำเสนอการพยากรณ์โหลดไฟฟ้าระยะยาวในประเทศญี่ปุ่น (Japan) โดยพิจารณาจากสถานการณ์เศรษฐกิจและความต้องการใช้โหลดไฟฟ้าทั้งในอดีตและปัจจุบันที่มีตัวแปรประกอบไปด้วย ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ, ผลิตภัณฑ์มวลรวมประชาชาติ, จำนวนประชากร, จำนวนครัวเรือน, อุณหภูมิในช่วงหน้าร้อนและหน้าหนาว, ดัชนีการผลิตของอุตสาหกรรม, ค่าน้ำมัน และค่าไฟฟ้า ซึ่งอัลกอริทึมที่ใช้ในบทความนี้คือโครงข่ายประสาทเทียมแบบ Radial Basis Function Network (RBFN)

โครงข่ายประสาทเทียมแบบ RBFN มีลักษณะเป็นโครงข่ายประสาทเทียมแบบไปข้างหน้า (Feed Forward Networks) โดยประกอบด้วยชั้นอินพุตและชั้นเอาต์พุต ซึ่งระหว่างทั้งสองชั้นจะมีชั้นซ่อนอยู่ โดยที่แต่ละโหนดในชั้นซ่อนประกอบด้วยฟังก์ชันเกาส์ (Gaussian Function) ตามรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 โครงข่ายประสาทเทียมแบบ RBFN

รูปภาพนี้นำมาจาก M. A. Mamun and K. Nagasaka (2004) [6]

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงผู้วิจัยจึงขอนำเสนอวิธีการพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวด้วยกระบวนการแบบเกาส์ (Gaussian Process: GP) และยังนำเสนอวิธีการออกแบบเคอร์เนลภายในกระบวนการแบบเกาส์สำหรับค้นหาและเรียนรู้แพทเทิร์นจากคุณลักษณะของพีคโหลดที่เหมาะสมกับโครงสร้างของข้อมูลความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวของประเทศไทยที่ซับซ้อน โดยไม่ต้องใช้ตัวแปรภายนอก อีกทั้งวิธีที่นำเสนอยังสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพและรวดเร็ว นอกจากนี้การใช้งานกระบวนการแบบเกาส์ในปัจจุบันได้ถูกยอมรับแล้วว่าเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาประเภทการวิเคราะห์การถดถอย (Regression), เทคนิคการจำแนก

ประเภทข้อมูล (Classification), และเทคนิคในการตัดสินใจ (Decision) ในแมชชีนเลิร์นนิ่ง (Machine Learning) ที่สามารถทำงานได้ดีถึงแม้ว่ามีข้อมูลฝึกสอนน้อยและมีประสิทธิภาพและการลู่เข้า (Convergence Rate) ดีกว่า ARMA, NN และ SVR ตามลำดับ

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิทยานิพนธ์

1. พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ชนิดใหม่โดยการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชัน (Kernel Function) ซึ่งเป็นส่วนประกอบภายในกระบวนการแบบเกาส์สำหรับใช้ในการพยากรณ์ค่าความต้องการไฟฟ้าสุดสุดระยะยาวของประเทศไทยล่วงหน้าในอนาคตจำนวน 132 เดือน (10ปี) ข้างหน้า โดยใช้ข้อมูลฝึกสอนจากสรุปรายงานประจำปีของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทยจำนวนทั้งสิ้น 156 เดือน (13 ปี) ตั้งแต่มกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2012 โดยแบบจำลองที่นำเสนอ ต้องมีความเป็นไปได้ทั้งในหลักการและเหตุผลตามทฤษฎีทางวิชาการและมีผลงานวิจัยตีพิมพ์เป็นที่ยอมรับในระดับสากล
2. เทคนิคการพยากรณ์ค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดที่นำเสนอต้องมีความทันสมัยและเป็นเทคนิคใหม่ที่ได้รับการยอมรับและน่าสนใจในระดับสากลมีความน่าเชื่อถือแม่นยำมากยิ่งขึ้น มีความสามารถในการแข่งขันกับนักวิจัยทั้งในและต่างประเทศนอกจากนี้ยังต้องสามารถตรวจสอบความถูกต้องได้โดยง่าย

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. งานวิจัยนี้ต้องการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ชนิดใหม่โดยการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชัน ซึ่งเป็นส่วนประกอบภายในกระบวนการแบบเกาส์ เพื่อใช้ในการพยากรณ์ค่าความต้องการไฟฟ้าสุดสุดระยะยาวของประเทศไทยล่วงหน้าในอนาคตจำนวน 132 เดือน (10ปี) ข้างหน้าที่มีค่าอยู่ระหว่างเดือนมกราคม 2014 ถึงธันวาคม 2023
2. ข้อมูลค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดในแต่ละเดือนระหว่างเดือนมกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2013 ซึ่งมีจำนวนข้อมูลทั้งสิ้น 168 เดือนนำมาจากสรุปรายงานประจำปีของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย โดยข้อมูลชุดนี้ถูกแยกออกเป็น 2 ชุด คือ ชุดแรกจำนวน 156 เดือนแรกเรียกว่าข้อมูลฝึกสอน (Training Data) ซึ่งจะตรงกับช่วงเวลาเดือนมกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2012 และชุดที่สองคือข้อมูลค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดจำนวน 12 เดือนถัดไป ซึ่งตรงกับช่วงเวลาเดือนมกราคม 2013 ถึงธันวาคม 2013 โดยเรียกว่าข้อมูลชุดนี้ว่าข้อมูลชุดตรวจสอบ (Validation Data)

3. ค่าประสิทธิภาพในการพยากรณ์ของวิธีที่นำเสนอถูกวัดโดยเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) โดยใช้ข้อมูลชุดตรวจสอบ ซึ่งคือค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดจำนวน 12 เดือน ซึ่งตรงกับช่วงเวลาเดือนมกราคม 2013 ถึงธันวาคม 2013

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาเทคนิควิธีการพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดแบบต่างๆ พร้อมทั้งวิเคราะห์จุดเด่นและจุดด้อยของแต่ละวิธีเพื่อใช้ประกอบการพิจารณาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธีการทำนำเสนอ
2. ศึกษาทฤษฎีกระบวนการแบบเกาส์และฝึกฝนพัฒนาโปรแกรมโดยอ้างอิงจากทฤษฎีกระบวนการแบบเกาส์โดยใช้โปรแกรม MATLAB
3. สร้างแบบจำลองของความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดในแต่ละเดือนและเวลา (รายเดือน) โดยแบบจำลองดังกล่าวต้องสอดคล้องกับทฤษฎีกระบวนการแบบเกาส์
4. ศึกษาคุณสมบัติของเคอร์เนลฟังก์ชันประเภทต่างๆ รวมถึงผลของการเปลี่ยนแปลงของค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ภายในกระบวนการแบบเกาส์ที่มีผลกับรูปแบบและประสิทธิภาพในการพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวของประเทศไทย
5. ออกแบบและพัฒนาเคอร์เนลฟังก์ชันขึ้นมาใหม่ให้สอดคล้องกับทฤษฎีกระบวนการแบบเกาส์และรูปแบบของความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวของประเทศไทย
6. เขียนบทความวิจัยเพื่อตีพิมพ์
7. สรุปผลการทดลองพร้อมจัดทำรูปเล่มและเนื้อหาวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อที่จะประยุกต์ใช้การออกแบบโมเดลทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการแบบเกาส์กับการพยากรณ์ค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุด ซึ่งด้วยการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันภายในกระบวนเกาส์ได้ให้ผลการทดสอบประสิทธิภาพที่แม่นยำและค่าความผิดพลาดต่ำกว่าโครงข่ายประสาทเทียมถึง 63% ในช่วงฝึกและ 83% ในช่วงตรวจสอบตามลำดับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

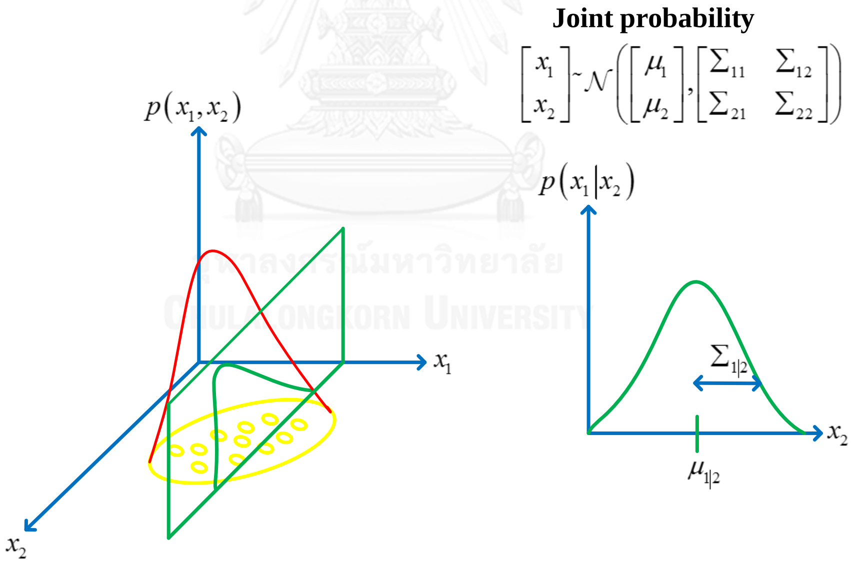
บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 เกาส์หลายตัวแปร

ความหมายของการกระจายแบบเกาส์หลายตัวแปร (Multivariable Gaussian Distribution) ถูกนิยามโดยค่าฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability Density Function: PDF) ตามสมการที่ *(2.1)*

$$\mathcal{N}(\mu,\Sigma)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{d}{2}}\sqrt{|\Sigma|}}\exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)\Sigma^{-1}(x-\mu)^T\right) \quad (2.1)$$

ซึ่ง $x \sim \mathcal{N}(\mu,\Sigma)$ มีค่าเป็นการสุ่มบนเวกเตอร์ $x \in \mathbb{R}^d$ ที่มีค่าเฉลี่ย (Mean : $\mu = \mathrm{E}[x] \in \mathbb{R}^d$) และโคแวเรียนซ์ (Covariance : $\Sigma = \mathbb{E}\left[(x-\mu)(x-\mu)^T\right] \in \mathbb{R}^{d \times d}$) โดยที่ d หมายถึงลำดับของมิติ (Number of Dimensions)



รูปที่ 2.1 ตัวอย่างการคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของ $P(X_1 | X_2 = x_2)$

จากรูปที่ 2.1 รูปทางซ้ายมือคือการกระจายแบบเกาส์สองตัวแปรตามสมการที่ *(2.1)* ระหว่างตัวแปร X_1 และ X_2 โดยกำหนดให้ $x_1 \in X_1$ และ $x_2 \in X_2$ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}$ และโคแวเรียนซ์เท่ากับ $\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$ จากนั้นรูปทางขวาแสดงการหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

(Conditional Probability) ของ $P(X_1 \mid X_2 = x_2)$ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยตามสมการ *(2.2)* และโคแวเรียนซ์ตามสมการ *(2.3)* ตามลำดับ

$$\mu_{1|2} = \mu_1 + \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\left(x_2 - \mu_2\right) \tag{2.2}$$

$$\Sigma_{1|2} = \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{21} \tag{2.3}$$

2.2 ทฤษฎีพื้นฐานกระบวนการแบบเกาส์

กระบวนการแบบเกาส์ [9]-[10] คือกระบวนการสุ่ม (Stochastic Process หรือ Random Process) ซึ่งสามารถนิยามเป็นการกระจายบนฟังก์ชันทางเวลา $f(x)$ ด้วยค่าเฉลี่ย (Mean: $m(x)$) และโคแวเรียนซ์ (Covariance) หรือเรียกว่าเคอร์เนลฟังก์ชัน (Kernel Function) $k(x,x')$ หรือ $k(\tau)$ โดยที่ $\tau = x - x'$ ซึ่งสามารถสร้างได้จากแบบจำลองรูปของฟังก์ชันทางเวลา $f(x)$ โดยใช้ความรู้จากเซตการสังเกต (Observation Set: $\mathbf{y} = [y_1, y_2, y_3, ..., y_N]^{\mathrm{T}}$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่มีขนาด $N \times 1$ โดยทำการประเมินจับคู่กับเซตของเวกตอร์อินพุต (Observation Set Input: $X = [x_1, x_2, x_3, ..., x_N]^{\mathrm{T}}$) ที่มีขนาด $N \times 1$ เหมือนกัน ซึ่งจะนิยามได้เป็นกระบวนการแบบเกาส์

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \tag{2.4}$$

$$f(x_i) \sim \mathcal{GP}\big(m(x_i), k(x_i, x_j)\big) \tag{2.5}$$

โดย i คือดัชนีการชี้วัดและ $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ คือโมเดลค่าผิดพลาดที่มีการกระจายแบบเกาส์โดยมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ (Zero Mean) และแวเรียนซ์ (Variance) เป็น σ_ε^2

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.3 การพยากรณ์โดยใช้ข้อมูลการสังเกต

โมเดลการออกแบบของการสังเกต คือ $y_i = f(x_i) + \varepsilon_i$ ตามสมการที่ *(2.4)* โดยโคแวเรียนซ์มีค่าเป็น $\mathrm{cov}(y_i, y_j) = k(x_i, x_j) + \sigma_\varepsilon^2 \delta_{ij}$ หรือ $\mathrm{cov}(\mathbf{y}) = \mathbf{K}(X, X) + \sigma_\varepsilon^2 I_N$ ซึ่ง δ_{ij} คือเดลตาโครเนกเกอร์ โดย $\delta_{ij} = 1$ เมื่อ $i = j$ และนอกนั้นมีค่าเป็น 0 จากนั้นผู้วิจัยสามารถเขียนความสัมพันธ์ร่วมระหว่างข้อมูลการสังเกตกับเป้าหมายในการทดสอบ (Target: f_j) ได้ตามสมการ *(2.6)*

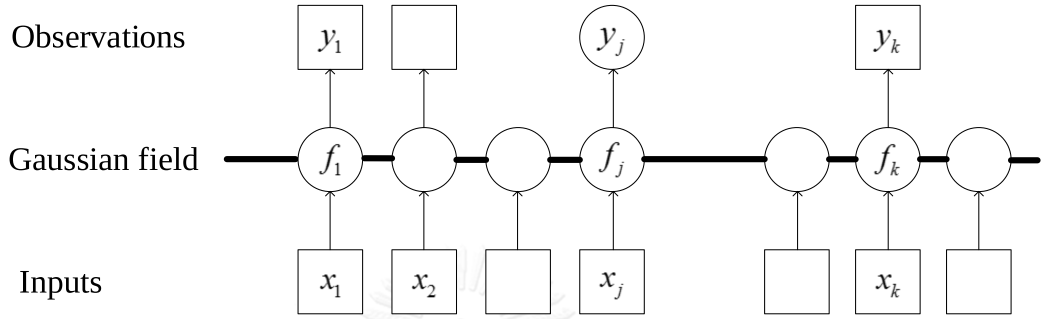
$$\begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ f_j \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} \mathbf{K}(X,X) + \sigma_\varepsilon^2 I_N & \mathbf{k}(X, x_j) \\ \mathbf{k}(X, x_j)^T & \mathbf{k}(x_j, x_j) \end{bmatrix}\right) \tag{2.6}$$

จากสมการ *(2.6)* พบว่าค่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของ $P(f_j \mid x_j, \mathbf{y})$ คือการกระจายบนฟังก์ชัน $f(x_j)$ โดยที่มีค่าเฉลี่ยคือ $m(x_j)$ และโคแวเรียนซ์คือ $\mathrm{cov}(f_j)$

$$m(x_j) = \mathbf{k}(X, x_j)^T \left(\mathbf{K}(X,X) + \sigma_\varepsilon^2 I_N\right)^{-1} \mathbf{y} \tag{2.7}$$

$$\text{cov}\left(f_j\right)=\mathbf{k}\left(x_j,x_j\right)-\mathbf{k}\left(X,x_j\right)^T\left(\mathbf{K}\left(X,X\right)+\sigma_{\varepsilon}^2 I_N\right)^{-1}\mathbf{k}\left(X,x_j\right) \quad (2.8)$$

โดยนิยามของ $\mathbf{K}(X,X)$, $\mathbf{k}\left(X,x_j\right)$ และ $\mathbf{k}\left(x_j,x_j\right)$ แสดงถึงเวกเตอร์ของโคแวเรียนซ์ระหว่าง n ข้อมูลฝึกสอนและค่าทดสอบตามลำดับ นอกจากนี้ยังนำเสนอแบบจำลองเชิงรูปภาพ (Graphical Model) ของระบบที่นำเสนอได้ตามรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แบบจำลองเชิงรูปภาพของกระบวนการแบบเกาส์

ตามแบบจำลองเชิงรูปภาพในรูปที่ 2.2 สัญลักษณ์กรอบสี่เหลี่ยมหมายถึงตัวแปรที่ได้จากข้อมูลการสังเกตที่ประกอบด้วยอินพุต x และข้อมูล y ส่วนวงกลมนั้นแสดงถึงฟังก์ชันที่ไม่ทราบค่าแน่นอน ซึ่งมีเส้นหนาทึบที่บ่งบอกถึงการเชื่อมต่อของโหนดผ่านกระบวนการแบบเกาส์ทั้งหมดโดยเงื่อนไขของค่า y แต่ละตัวเป็นอิสระจากโหนด f อื่นๆ

จากนิยามของกระบวนการแบบเกาส์ใน *(2.7)* ผู้วิจัยสามารถใช้หลักการของค่าเฉลี่ยของค่าผิดพลาดกำลังสองต่ำสุด (Minimum Mean Square Error) เพื่อใช้ในการทำนายค่า $f\left(x_j\right)$ โดย

$$f\left(x_j\right)\sim m\left(x_j\right)=E\left[f\left(x_j\right)|\,\mathrm{x}_j,\mathbf{y}\right] \quad (2.9)$$

ดังนั้นผู้วิจัยสามารถพยากรณ์ค่าทดสอบด้วยค่าเฉลี่ยของกระบวนการแบบเกาส์คือ

$$f\left(x_j\right)\sim m\left(x_j\right)=\mathbf{k}\left(X,x_j\right)^T\left(\mathbf{K}\left(X,X\right)+\sigma^2 I_N\right)^{-1}\mathbf{y} \quad (2.10)$$

คำตอบของพยากรณ์หาได้จาก $f\left(x_j\right)\sim m\left(x_j\right)$ ซึ่งจากคำตอบของสมการใน *(2.10)* พบว่าความแม่นยำของอัลกอริทึมกระบวนการแบบเกาส์จะขึ้นอยู่กับการเลือกฟังก์ชันที่เหมาะสมให้กับเคอร์เนลฟังก์ชันโดยจะอธิบายในหัวข้อถัดไป นอกจากนี้ยังพบว่าความสัมพันธ์ในสมการที่ *(2.10)* ยังสามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบของผลรวมเชิงเส้น (Linear Combination) ของ n เคอร์เนลฟังก์ชันกล่าวคือ

$$f\left(x_j\right)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\,k\left(x_i,x_j\right) \quad (2.11)$$

โดยที่ $\boldsymbol{\alpha}=\left[\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_N\right]^T=\left(\mathbf{K}\left(X,X\right)+\sigma^2 I_N\right)^{-1}\mathbf{y}$ สำหรับวิธีการคำนวณในสมการที่ *(2.11)* สามารถสรุปได้โดยดังนี้

ตารางที่ 2.1 สรุปอัลกอริทึมในการทำนายค่าฟังก์ชันพีคโหลด

สำหรับข้อมูลฝึกสอนกำหนดให้เป็นเซตของค่าที่ได้จากการสังเกต $\mathbf{y}=\{y_i\}_{i=1}^{n}$ เซตของค่าทางเวลา $X=\{x_i\}_{i=1}^{n}$ และกำหนดให้โมเดลค่าผิดพลาดมีการกระจายแบบเกาส์เซียนซึ่งเท่ากับ $\varepsilon_i=\mathcal{N}\left(0,\sigma_\varepsilon^2\right)$	
$L=cholesky\left(\mathbf{K}\left(X,X\right)+\sigma^2 I_N\right)$ $\boldsymbol{\alpha}=L^T\backslash\left(L\backslash\mathbf{y}\right)$ $f\left(x_j\right)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i k\left(x_i,x_j\right)=\mathbf{k}\left(X,x_j\right)^T\boldsymbol{\alpha}$	คำนวณค่า $f\left(x_j\right)$ ในสมการที่ *(2.10)*
$\mathbf{v}=L\backslash\mathbf{k}\left(X,x_j\right)$ $\operatorname{cov}\left(f_j\right)=k\left(x_j,x_j\right)-\mathbf{v}^T\mathbf{v}$	คำนวณค่า $k\left(x_j,x_j\right)$ ในสมการที่ *(2.8)*

โดยที่ $cholesky(.)$ คือคำสั่งผลการแยกเมทริกซ์แบบโชเลสกี้ (Cholesky Decomposition) ในโปรแกรม MATLAB

2.4 เคอร์เนลฟังก์ชัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

เริ่มต้นผู้วิจัยขอนิยามให้ $\tau_{i-j}=x_i-x_j$ เพราะฉะนั้นจะได้ค่าครอสโคแวเรียนซ์ (Cross-Covariance) ของ $\mathbf{k}\left(X,x_j\right),\mathbf{K}\left(X,X\right)$ ดังนี้

$$\mathbf{K}\left(X,X\right)=\mathbf{K}\left(\tau\right)\sim\begin{bmatrix} k(\tau_0) & k(\tau_{-1}) & \ldots & k(\tau_{-(N-1)}) \\ k(\tau_1) & k(\tau_0) & \ldots & k(\tau_{-(N-2)}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k(\tau_{N-1}) & k(\tau_{N-2}) & \ldots & k(\tau_0) \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{k}\left(X,x_j\right)&\sim\left[k(x_1,x_j) \quad \ldots \quad k(x_N,x_j)\right]^T \\ &\sim\left[k(\tau_0) \quad \ldots \quad k(\tau_{N-1})\right]^T\end{aligned} \tag{2.13}$$

หัวใจของกระบวนการแบบเกาส์คือค่าของเคอร์เนลฟังก์ชันหรือบางครั้งเรียกโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันว่าเคอร์เนลฟังก์ชัน ซึ่ง $k\left(\tau_j\right)$ ถูกกำหนดให้เป็นค่าโคแวเรียนซ์ระหว่างคู่ของฟังก์ชัน $f\left(x_i\right)$ และ $f\left(x_j\right)$ ที่ตำแหน่งตรงกับคู่ของอินพุต x_i และ x_j ตามลำดับ กล่าวคือ $k\left(\tau_{i-j}\right)=k\left(x_i,x_j\right)=\operatorname{cov}\left(f\left(x_i\right),f\left(x_j\right)\right)$ โดยการเลือกโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันนั้น ผู้วิจัยจะคัดเลือกให้ตรงกับคุณสมบัติของ

ฟังก์ชัน ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปแบบของปัญหาไม่ว่าฟังก์ชันจะเป็นสัญญาณชนิดคาบเวลา, สัญญาณแบบราบเรียบ, สัญญาณแบบเส้นตรง หรือสัญญาณแบบพหุนาม เป็นต้นหรือพูดอีกอย่างก็คือผู้วิจัยไม่จำเป็นต้องปรับเปลี่ยนรูปแบบของอัลกอริทึมในสมการที่ *(2.10)* เลยเมื่อฟังก์ชันของปัญหาที่สนใจเปลี่ยน ดังนั้นสิ่งที่ต้องทำแค่เพียงปรับเปลี่ยนโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันหรือเคอร์เนลฟังก์ชันให้เหมาะกับปัญหาเท่านั้น นอกจากนี้การหาค่าการกระจายตัวบนไฮเปอร์พารามิเตอร์ของเคอร์เนลนั้นสามารถอธิบายคุณสมบัติต่างๆ ของข้อมูลได้ด้วย ยกตัวอย่างเช่น มีอัตราการเปลี่ยนแปลง (Rate of Variation), มีความเป็นคาบเวลา (Periodicity), มีความเรียบเนียน (Smoothness) เป็นต้น

ตารางที่ 2.2 ตัวอย่างของเคอร์เนลฟังก์ชันประเภทต่างๆ

เคอร์เนลฟังก์ชัน : กำหนดให้ $\tau = x - x'$		ไฮเปอร์พารามิเตอร์
Constant	$k_C(\tau \mid \theta) = C$	-
Linear	$k_L(\tau \mid \theta) = x^T x'$	-
Gaussian Noise	$k_{GN}(\tau \mid \theta) = \sigma^2 \delta_\tau$	$\theta = \{\sigma^2\}$
Squared Exponential	$k_{SE}(\tau \mid \theta) = \sigma^2 \exp\left(-\alpha \lVert\tau\rVert^2\right)$	$\theta_{SE} = \{\sigma^2, \alpha\}$
Ornstein–Uhlenbeck	$k_{OU}(\tau \mid \theta) = \exp\left(-\frac{\lvert\tau\rvert}{l}\right)$	$\theta = \{l\}$
Matérn	$k_M(\tau \mid \theta) = \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)}\left(\frac{\sqrt{2\nu}\lvert\tau\rvert}{l}\right)^\nu K_\nu\left(\frac{\sqrt{2\nu}\lvert\tau\rvert}{l}\right)$	$\theta = \{\nu, l\}$
Periodic	$k_{PER}(\tau \mid \theta) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{2\sin^2\left(\lVert\tau\rVert / p\right)}{l^2}\right)$	$\theta = \{\mathrm{p}, l, \sigma\}$
Rational Quadratic	$k_{RQ}(\tau \mid \theta) = \left(1 + \frac{\tau^2}{2\alpha l^2}\right)^{-\alpha}$	$\theta = \{\alpha, l\}$
Spectral Mixture Gaussian Kernel	$k_{SM}(\tau \mid \theta) = \sum_{q=1}^{Q} w_q \exp\left(-2\pi^2\tau^2 v_q\right)\cos\left(2\pi\tau\mu_q\right)$	$\theta = \left\{ \begin{matrix} w_1, \dots w_q, \\ \{\mu_q, v_q\}_{q=1}^{Q} \end{matrix} \right\}$

โดยทั่วไปแล้วค่าเคอร์เนลฟังก์ชันคือการแมปคู่ของอินพุต $x_i \in X$ และ $x_j \in X$ เข้าไปในโดเมน $\mathbb{R}$ และโคแวเรียนซ์ดังนั้นสำหรับฟังก์ชั้น $f(x_i) \in \mathbb{R}$ และมีค่าเป็นเฉลี่ยนเป็นศูนย์ ดังนั้นนิยามเคอร์เนลฟังก์ชันเป็น

$$k\left(\tau_{i-j}\right)=k\left(x_i,x_j\right)=\operatorname{cov}\left(f\left(x_i\right),f\left(x_j\right)\right)=\mathbb{E}\left[f\left(x_i\right)f^*\left(x_j\right)\right] \tag{2.14}$$

ในสมการ *(2.14)* ได้ถูกนำมาใช้เป็นเคอร์เนลฟังก์ชันของกระบวนการแบบเกาส์ตามสมการที่ *(2.8)* และ *(2.10)* ดังนั้นเมทริกซ์ $\mathbf{K}(X,X)=\mathbf{K}(\tau)$ ใดๆ กับองค์ประกอบใน $K_{ij}=k\left(x_i,\mathrm{x}_j\right)=k\left(\tau_{i-j}\right)$ จะต้องเมทริกซ์กึ่งบวกอย่างแน่นอน (Positive Semi-Definite Matrix) ซึ่งมีเงื่อนไขว่า $z^{\mathrm{T}}Kz\geq 0$ สำหรับทุก $z\in\mathbb{R}^{\mathrm{N}}$

$$\begin{gathered} z^{\mathrm{T}}Kz\geq 0 \\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}k\left(x_i,\mathrm{x}_j\right)z_iz_j\geq 0 \end{gathered} \tag{2.15}$$

นอกจากนี้เมทริกซ์กึ่งบวกอย่างแน่นอนของเคอร์เนลฟังก์ชันยังเทียบเท่ากับโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันที่มีผลคูณภายใน (Inner Product) ระหว่างเบซิส (Basis) ของอินพุตด้วยกันตามสมการที่ *(2.16)*

$$k\left(x_i,x_j\right)=\langle\varphi(x_i),\varphi(x_j)\rangle \tag{2.16}$$

2.4.1 ตัวอย่างเคอร์เนลฟังก์ชันสำหรับการจำลองฟังก์ชันเชิงเส้น

กำหนดให้แบบจำลองเชิงเส้นมีค่าเท่ากับ

$$f\left(x_i\right)=a_0+a_1x_i \tag{2.17}$$

ในสมการที่ (*2.17*) คือตัวอย่างของกระบวนการแบบเกาส์บนค่าฟังก์ชัน $f\left(x_i\right)$ ที่มีอินพุต $x_i\in\mathbb{R}$ ใดๆ โดยที่ $a_0\sim\mathcal{N}(0,1)$, $a_1\sim\mathcal{N}(0,1)$ ดังนั้นคู่ของฟังก์ชัน $f\left(x_b\right)$ และ $f\left(x_c\right)$ จะสามารถคำนวณหาค่าโคแวเรียนซ์ $\operatorname{cov}\left(f\left(x_b\right),f\left(x_c\right)\right)$ โดยมีอินพุตเป็นคู่ระหว่าง x_b และ x_c เป็น

$$\operatorname{cov}\left(f\left(x_b\right),f\left(x_c\right)\right)=\mathbb{E}\left[f\left(x_b\right)f\left(x_c\right)\right]-\mathbb{E}\left[f\left(x_b\right)\right]\mathbb{E}\left[f\left(x_c\right)\right] \tag{2.18}$$

$$=\mathbb{E}\left[a_0^2+a_0a_1\left(x_b+x_c\right)+a_1^2x_bx_c\right]-0 \tag{2.19}$$

$$=\mathbb{E}\left[a_0^2\right]+\mathbb{E}\left[a_1^2x_bx_c\right]+\mathbb{E}\left[a_0a_1\left(x_b+x_c\right)\right] \tag{2.20}$$

$$=1+x_bx_c+0 \tag{2.21}$$

$$=1+x_bx_c \tag{2.22}$$

นอกจากนี้คู่ฟังก์ชัน $f\left(x_b\right)$ และ $f\left(x_c\right)$ ยังมีความสัมพันธ์แบบเกาส์ร่วม เพราะว่าผลรวมของเชิงเส้นเป็นค่าเดียวกันกับ a_0,a_1 จากเหตุผลข้างต้นสามารถกล่าวได้ว่าเซตฟังก์ชัน $\left\{f\left(x_i\right)\right\}_{i=1}^{N}$ อนุมานให้เป็นเกาส์ร่วม ดังนั้นการเก็บสะสมฟังก์ชัน $\left\{f\left(x_i\right)\right\}_{i=1}^{N}$ ในสมการที่ (*2.17*) จึงมีการกระจายแบบเกาส์ร่วมด้วยค่าเฉลี่ยเวกเตอร์ $\mu=0$ และโคแวเรียนซ์เมทริกต์ $\mathbf{K}(X,X)$ ที่มีเวกเตอร์ขนาด

$N \times N$ เพราะฉะนั้นกล่าวได้ว่า $\left[f(x_1),..., f(x_N) \right]$ สามารถหาได้จากการกระบวนการสุ่มบนการกระจายตัวของ $\mathcal{N}\left(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{K}(X,X)\right)$

$$\left[f(x_1),..., f(x_N) \right] \sim \mathcal{N}\left(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{K}(X,X)\right) \tag{2.23}$$

โดย $K_{ij} = 1 + x_i x_j$ และ K_{ij} เป็นสมาชิกของโคแวเรียนซ์เมทริกต์ ดังนั้นในสมการที่ (*2.17*) จึงนิยามฟังก์ชันของกระบวนการแบบเกาส์โดยการใช้รูปแบบจำลองฟังก์ชันพื้นฐานเชิงเส้น (Linear Basis Function) ใดๆ คือ

$$f(x_i) = \mathbf{w}^{\mathrm{T}} \phi(x) \tag{2.24}$$

ที่มีการกระจายแบบเกาส์บนค่าน้ำหนัก $\mathbf{w}$ และมีฟังก์ชันพื้นฐาน $\phi(x) = \left[\phi_1(x),...,\phi_J(x)\right]^{\mathrm{T}}$ เป็นกระบวนการแบบเกาส์

$$f(x_i) \sim \mathrm{GP}\left(m(x_i), k\left(x_i, x_j\right)\right) \tag{2.25}$$

โดยกำหนดค่าเฉลี่ยและโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันมีค่าเท่ากับ

$$m(x_i) = \mathbb{E}\left[f(x_i) \right] \tag{2.26}$$

$$k\left(x_i, x_j\right) = \mathrm{cov}\left[f(x_i), f\left(x_j\right) \right] \tag{2.27}$$

สำหรับอินพุต $x_i \in X$ และ $x_j \in X$ ในอินพุตสเปซ $x \in X$ จะอยู่โดยปราศจากกัน หมายความว่าค่าของฟังก์ชันใดๆ จะถูกดำเนินการโดยค่าของอินพุตนั้น ซึ่งกำหนดให้เป็นการกระจายแบบเกาส์ร่วม

$$\left[f(x_1),..., f(x_N) \right] \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, K) \tag{2.28}$$

และมีค่าเฉลี่ยและโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันมีค่าเท่ากับ

$$\boldsymbol{\mu}_i = \mathbb{E}\left[f(x_i) \right] \tag{2.29}$$

$$K_{ij} = k\left(x_i, x_j\right) \tag{2.30}$$

สัญลักษณ์ของคำอธิบายในสมการที่ (*2.25*) อาจทำให้สับสนได้ เนื่องจาก $x_j \in X$ ปรากฏให้เห็นทางด้านขวามือของสมการแต่จะไม่เห็นทางด้านซ้ายมือ เพราะฉะนั้นในสมการ (*2.25*) สามารถตีความหมายได้ว่าฟังก์ชันจะถูกหาค่าโดยอินพุตที่มีขอบเขตจำกัดที่แสดงอยู่ในสมการ (*2.28*) ต่อมาเคอร์เนล $k\left(x_i, x_j\right)$ จะดำเนินการเกี่ยวกับคู่ของค่าอินพุต $x_i \in X$ และ $x_j \in X$ ดังนั้นเพื่อที่จะไม่ให้มีคำอธิบายมากเกินไปสำหรับอินพุต x เพราะฉะนั้นมักเขียนเคอร์เนลให้อยู่ในรูป $k\left(x_a, x_b\right)$ โดย x_a และ x_b คือค่าอินพุตหรือก็คือค่า k

ตัวอย่างในสมการที่ (*2.17*) $\mathbf{w}=(a_0,a_1)^{\mathrm{T}}$ และ $\phi(x)=(1,x)^{\mathrm{T}}$ โดยทั่วไปแล้วถ้า $\mathbf{w}$ มีการกระจายแบบเกาส์เป็น $\mathcal{N}(0,\Sigma_{\mathrm{w}})$ ดังนั้น

$$m(x_i)=\mathbb{E}\left[f(x_i)\right]=\phi(x_i)^{\mathrm{T}}\,\mathbb{E}[\mathbf{w}]=0 \tag{2.31}$$

$$k(x_i,x_j)=\mathbb{E}\left[f(x_i)f(x_j)\right]=\phi(x_i)^{\mathrm{T}}\,\mathbb{E}\left[\mathbf{w}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\right]\phi(x_j)=\phi(x_i)^{\mathrm{T}}\,\Sigma_{\mathrm{w}}\,\phi(x_j) \tag{2.32}$$

การพิสูจน์ $\mathbf{w}\sim\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu},\Sigma_{\mathrm{w}})$ โดยตรงทำให้ฟังก์ชันมีความซับซ้อน เพราะฉะนั้นถ้าตัดค่าเฉลี่ย $\boldsymbol{\mu}$ ออกแล้ว $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\phi(x)$ ก็จะเป็นกระบวนเกาส์ตามที่กล่าวมาและโคแวเรียนซ์ฟังก์ชัน $k(x,x')$ เป็นที่รู้จักกันในชื่อ โคแวเรียนซ์เคอร์เนลหรือเรียกง่ายๆ ว่าเคอร์เนล ที่มีคุณสมบัติในการควบคุมฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Likelihood Function) ภายใต้ฟังก์ชันของกระบวนการแบบเกาส์หรือกล่าวได้อีกอย่างว่า เป็นฟังก์ชันพื้นฐานของรูปแบบกระบวนเกาส์ ยกตัวอย่างเช่น ฟังก์ชันราบเรียบ (Smooth Function), ฟังก์ชันคาบ (Periodic Function), การเคลื่อนที่แบบบราวน์ (Brownian Motion) และอื่นๆ ล้วนคำนวณมาจากเคอร์เนล

ตามความเป็นจริงแล้ว การแสดงรูปแบบกระบวนการแบบเกาส์ในรูปของฟังก์ชันสเปซ (Function Space) โดยมีค่าฟังก์ชันเฉลี่ยและฟังก์ชันโคแวเรียนซ์ ผู้วิจัยสามารถทำนายด้วยรูปแบบที่มีจำนวนอนันต์ของพารามิเตอร์ (ค่าน้ำหนัก) ในขอบเขตจำกัดของเวลาในการคำนวณ ดังนั้นสามารถอธิบายถึงการอนุมานด้วยกระบวนการแบบเกาส์ ยกตัวอย่างเช่นกำหนดให้ $f(x_i)$ เป็นแบบจำลองฟังก์ชันเชิงเส้นที่มีค่าน้ำหนัก

$$f(x)=\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\phi(x)\mathbf{w}\sim\mathcal{N}(0,\Sigma_{\mathrm{w}}) \tag{2.33}$$

ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแบบเกาส์ที่มีโคแวเรียนซ์เคอร์เนลคือ

$$k(x_i,x_j)=\phi(x_i)^{\mathrm{T}}\,\Sigma_{\mathrm{w}}\,\phi(x_j) \tag{2.34}$$

2.4.2 คุณสมบัติสเตชันเนรีของเคอร์เนลฟังก์ชัน

เคอร์เนลมีคุณสมบัติสเตชันนารี (Stationary) ซึ่งจะมีค่าไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเคอร์เนลเป็นฟังก์ชันของเวลา ซึ่งกำหนดให้ $\tau\in\mathbb{R}=x_i-x_j$ สำหรับคู่ของอินพุต $x_i\in X$ และ $x_j\in X$ ใดๆ หรือพูดคร่าวๆ ได้ว่าทุกตำแหน่งของ $\|x_i-x_j\|$ ในช่วงระยะเวลาที่เปลี่ยนไปนั้นเคอร์เนลมีค่าเท่ากันตามค่าของไอโซโทรปิคเคอร์เนล (Isotropic Kernel) หรือเคอร์เนลระยะ (Distance Kernel) กล่าวคือ $k(x_i,x_j)=k(\tau)=k(-\tau)$ นอกจากนี้อนุกรมเวลาคงที่เคอร์เนลใด ๆ สามารถแสดงให้อยู่ในรูปปริพันธ์ไม่จำกัดขอบเขตโดยใช้ทฤษฎีของ Bochner’s [11]

คำอธิบาย (Bochner's Theorem) กำหนดให้ค่าเคอร์เนลฟังก์ชัน $k(\tau)$ เมื่อ $\tau \in \mathbb{R}^{P}$ สามารถคำนวณความหนาแน่นสเปกตรัมกำลัง $S(f)$ เมื่อกำหนดให้ความถี่ $f \in \mathbb{R}^{P}$ ดังนั้นจะพบว่า

$$k(\tau)=\int_{R^{P}} S(f)\exp\left(j2\pi f^{T}\tau\right)df \tag{2.35}$$

$S(f)$ เรียกว่าความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม (Spectral Density) หรือสเปกตรัมกำลัง (Power Spectrum) ของเคอร์เนลฟังก์ชัน เพราะฉะนั้นฟังก์ชัน $k(\tau)$ และฟังก์ชัน $S(f)$ จึงมีคุณสมบัติคู่การแปลงฟูเรียร์ [12]

$$S(f)=\int_{R^{P}} k(\tau)\exp\left(-j2\pi\tau^{T} f\right)d\tau \tag{2.36}$$

2.4.3 เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง

เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองหรือเรียกว่าเรเดียลเบซิสฟงกชัน (Radial Basis Function: RBF) หรือเอกซ์โพเนนเชียลควอดราติก (Exponential Quadratic Kernel) เนื่องจากเป็นเคอร์เนลที่ถูกใช้อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เพื่อที่จะพิสูจน์เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง ผู้วิจัยสามารถเริ่มจากแบบจำลองที่มีค่าน้ำหนัก

$$f(x)=\sum_{i=1}^{J}\mathbf{w}_i\phi_i(x) \tag{2.37}$$

$$\mathbf{w}_i \sim \mathcal{N}\left(0,\frac{\sigma^2}{J}\right) \tag{2.38}$$

$$\phi_i(x)=\exp\left(-\frac{(x-c_i)^2}{2l^2}\right) \tag{2.39}$$

สมการ *(2.37) - (2.39)* นิยามแบบจำลองการถดถอยแบบ RBF ซึ่งมีจุดกึ่งกลางอยู่ที่ c_i และจากสมการ *(2.34)* เคอร์เนลฟังก์ชันของกระบวนการแบบเกาส์คือ

$$k(x,x')=\frac{\sigma_P^2}{J}\sum_{i=1}^{J}\phi_i(x)\phi(x') \tag{2.40}$$

ถ้าผู้วิจัยกำหนดให้ $c_{i+1}-c_i=\Delta c=\frac{1}{J}$ ผู้วิจัยสามารถจัดรูปสมการ *(2.40)* ให้อยู่ในรูปของผลบวกรีมันต์ (Riemann Sum) ได้ดังนี้

$$k(x,x')=\lim_{J\to\infty}\frac{\sigma_P^2}{J}\sum_{i=1}^{J}\phi_i(x)\phi(x')=\int_{c_0}^{c_\infty}\phi_i(x)\phi(x')dc \tag{2.41}$$

จากนั้นกำหนดให้ $c_0=-\infty$ และ $c_\infty=\infty$ รวมไปถึงกระจายเบซิสฟังก์ชันโดยให้ระยะห่าง $\Delta c\to 0$

$$k(x,x') = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x-c}{2l^2}\right)\exp\left(-\frac{x'-c}{2l^2}\right)dc \tag{2.42}$$

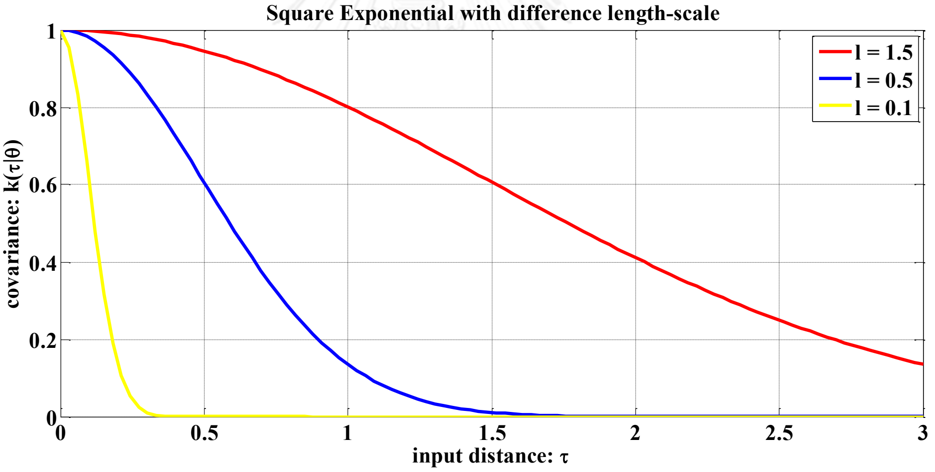
$$= \sqrt{\pi} l \sigma_P^2 \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{2\left(\sqrt{2}l\right)^2}\right) \tag{2.43}$$

เพราะฉะนั้นจัดรูปใหม่จะเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองของกระบวนการแบบเกาส์เป็น

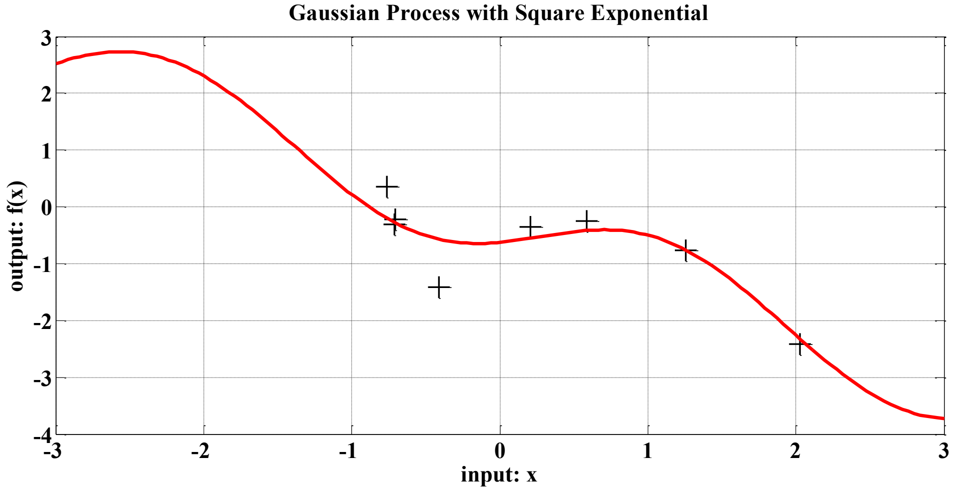
$$\begin{aligned} k_{SE}(x,x') &= \sqrt{\pi} l \sigma_P^2 \exp\left(-0.5\|x-x'\|^2 / l^2\right) \\ k_{SE}(\tau \mid \theta) &= \sigma^2 \exp\left(-0.5\|\tau\|^2 / l^2\right) \end{aligned} \tag{2.44}$$

ซึ่งจะมีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันทางเวลา $f(x)$ ที่มีความราบเรียบและการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ โดยที่ σ และ l มีหน้าที่กำหนดขนาดแอมพลิจูดและความไวของการเปลี่ยนแปลงทางเวลา โดยค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ประกอบด้วย

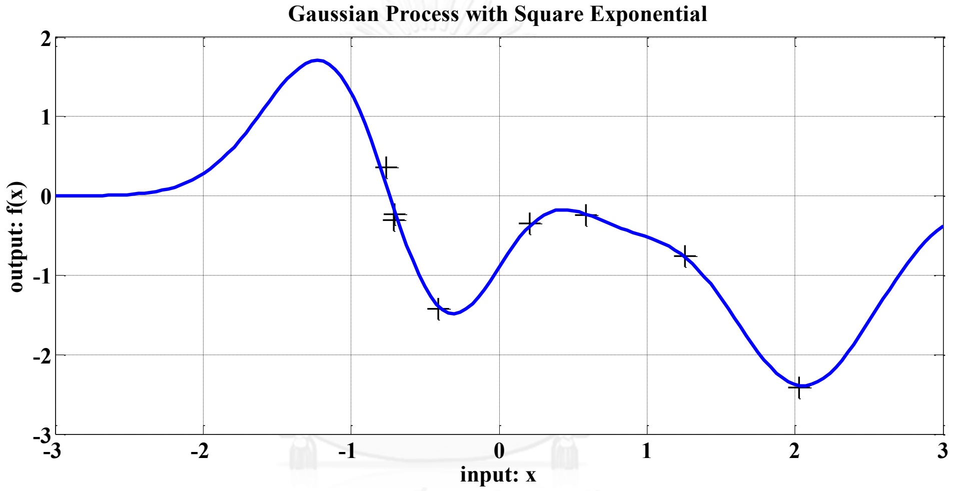
$$\theta = \{\sigma, l\} \tag{2.45}$$



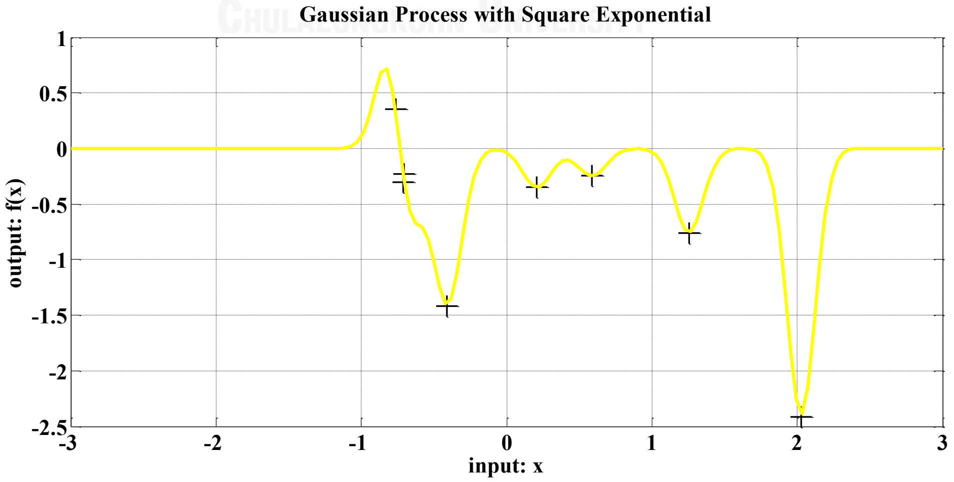
รูปที่ 2.3 ตัวอย่างเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง เมื่อกำหนดให้ $\sigma = 1$



(ก), $l = 1.5$



(ข), $l = 0.5$



(ค), $l = 0.1$

รูปที่ 2.4 ตัวอย่างฟังก์ชันสุ่มที่สร้างจากระบวนการแบบเกาส์โดยใช้

เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง $k_{SE}(\tau \mid \theta) = \sigma^2 \exp\left(-0.5\|\tau\|^2 / l^2\right)$

ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่เลือกใช้คือ $l = 1.5, 0.5, 0.1$ ตามลำดับ โดยค่าแอมพลิจูดกำหนดให้มีค่าเป็น $\sigma = 1$ ทุกกรณี และนำค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ทั้ง 3 ตัวไปพล็อตกราฟทางเวลาจะได้ตามรูปที่ 2.3 อันดับแรกผู้วิจัยจำลองตัวแปรสุ่มที่สร้างโดยกระบวนการแบบเกาส์เพื่อที่จะอธิบายธรรมชาติของเอาต์พุตของเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองตามรูปที่ 2.4 ที่มีการกระจายเป็นเครื่องหมายบวกสีดำ ต่อมาผู้วิจัยสร้างเอาต์พุตโดยใช้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์โดยผู้วิจัยกำหนดให้ค่าสเกลความยาวให้สั้นลงโดยที่ $l = 0.1$ จะสังเกตได้ว่าเอาต์พุตที่ได้จากการสร้างของกระบวนการแบบเกาส์นั้นจะเป็นไปตามรูปที่ 2.4 (เส้นสีเหลือง) โดยจะมีความไวในการเปลี่ยนแปลงค่อนข้างเร็ว ซึ่งทำให้กราฟของฟังก์ชันมีการแกว่งไปแกว่งมาตามข้อมูลอินพุตที่เป็นเครื่องหมายบวก จากนั้นผู้วิจัยทำการปรับค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เพิ่มขึ้นเป็น $l = 0.5$ ตามรูปที่ 2.4 (เส้นสีน้ำเงิน) จะเห็นว่าค่าเอาต์พุตที่ผ่านกระบวนการแบบเกาส์มีความราบเรียบตามแนวข้อมูลอินพุต ดังนั้นในทางตรงกันข้ามถ้าผู้วิจัยกำหนดให้ค่าสเกลความยาวให้ยาวขึ้นโดยที่ $l = 1.5$ ตามรูปที่ 2.4 (เส้นสีแดง) ซึ่งหลังจากผ่านกระบวนการแบบเกาส์อีกครั้ง ฟังก์ชันเอาต์พุตที่ได้มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงช้าตามแนวข้อมูลอินพุตที่กำหนดไว้

2.4.4 เคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติก

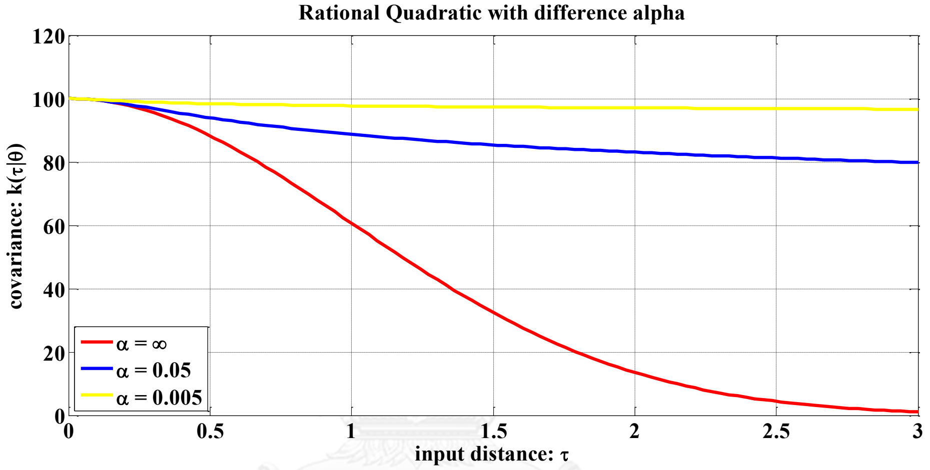
สำหรับเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลตามสมการที่ *(2.44)* นั้นพบว่ามีความไวของการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันทางเวลา $f(x)$ จะขึ้นกับค่าสเกลความยาว α หรือ l อย่างไรก็ตามพบว่าขอบเขตของฟังก์ชันทางเวลา $f(x)$ ที่สร้างโดยเคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติก (Rational Quadratic Kernel) คือผลรวมอนันต์ (Infinite Sum) ของเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองที่มีผลรวมความยาว l ที่แตกต่างกัน เพราะฉะนั้นจากเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองกำหนดให้เป็นฟังก์ชันของ $\tau = \|x - x'\|$ ดังนั้นผู้วิจัยสามารถเขียนรูปแบบผลรวมอนันต์ของเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองได้

$$k(\tau) = \int \exp\left(-\frac{\tau^2}{2l^2}\right) p(l)\, dl \tag{2.46}$$

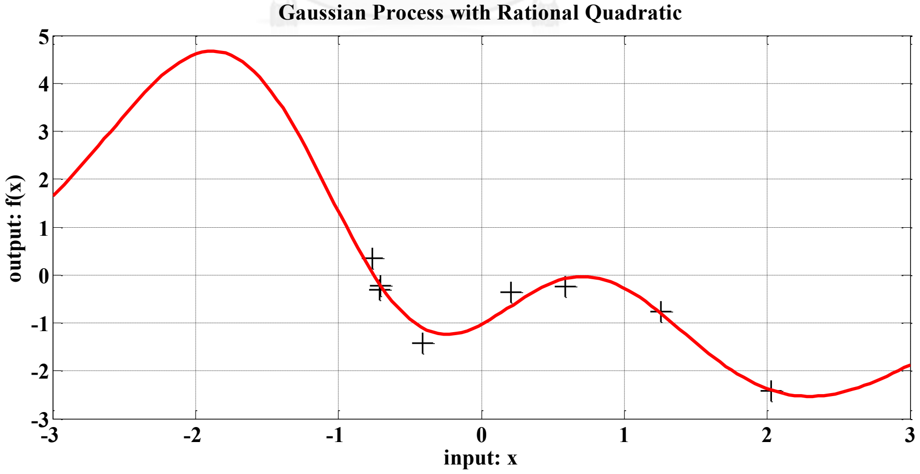
โดยที่ $p(l)$ คือการกระจายของสเกลความยาว l ซึ่งแทนด้วยการกระจายแบบแกรมม่า (Gamma Distribution) บนสเกลความยาว $\gamma = l^{-2}$ กำหนดให้ $g(\gamma|\alpha,\beta) \propto \gamma^{\alpha-1}\exp(-\alpha\gamma/\beta)$ โดยที่ $\beta^{-1} = l'^2$ ดังนั้นสามารถพิสูจน์เคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติกเคอร์เนลได้ดังนี้

$$\begin{aligned} k_{RQ}(\tau) &= \int g(\gamma|\alpha,\beta)k_{SE}(\tau|\gamma)d\gamma \\ &\propto \int \gamma^{\alpha-1}\exp\left(\frac{-\alpha\gamma}{\beta}\right)\exp\left(-\frac{\gamma\tau^2}{2}\right)d\gamma \\ &\propto \left(1+\frac{\tau^2}{2\alpha l^2}\right)^{-\alpha} \end{aligned} \tag{2.47}$$

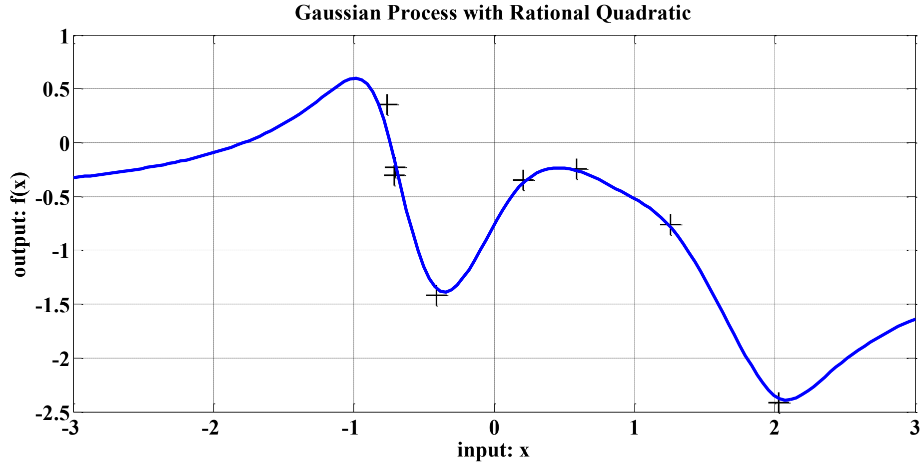
เคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติกนั้นมีไว้เพื่อที่จะออกแบบข้อมูลที่มีความซับซ้อน โดยค่า α ของเคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติก ถ้ากำหนดให้ $\alpha \to \infty$ สามารถแปลงกลับไปเป็นเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองได้



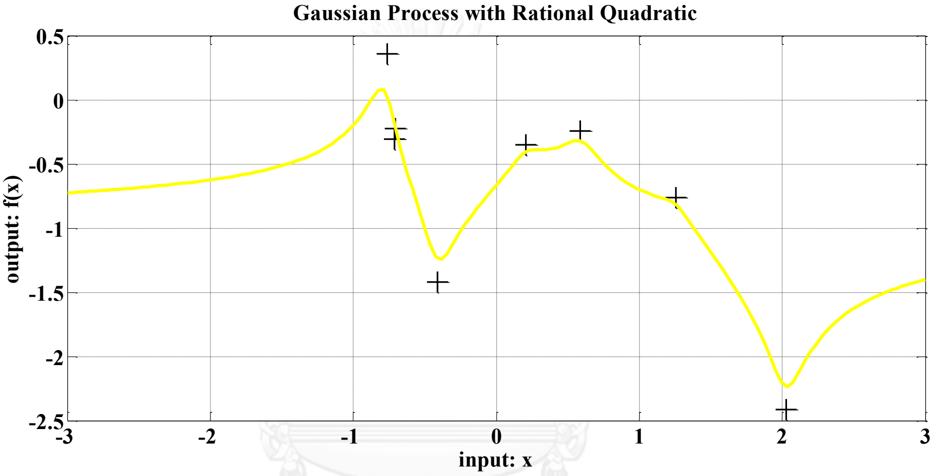
รูปที่ 2.5 ตัวอย่างเคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติก เมื่อกำหนดให้ $l=1$



(ก), $\alpha \to \infty$



(ข), $\alpha = 0.05$



(ค), $\alpha = 0.005$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

รูปที่ 2.6 ตัวอย่างฟังก์ชันสุ่ม $f\left(x_j\right)$ *ที่สร้างจากกระบวนการแบบเกาส์โดยใช้*
เคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติก (RQ) $k_{RQ}\left(\tau \mid \theta\right) = \left(1 + \frac{\tau^2}{2\alpha l^2}\right)^{-\alpha}$

สำหรับเคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติกผู้วิจัยกำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์อัลฟ่ามีค่าเป็น $\alpha = \infty, 0.05, 0.005$ ตามลำดับ และกำหนดให้สเกลความยาว $l = 1$ ทุกกรณี จากนั้นทำการพล็อตค่าโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันจะมีค่าตามรูปที่ 2.5 และตามรูปที่ 2.6 เป็นตัวอย่างฟังก์ชันสุ่มที่สร้างจากกระบวนการแบบเกาส์ ซึ่งจะเริ่มอธิบายค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่ $\alpha = 0.005$ โดยฟังก์ชันที่ได้นั้นมีการเปลี่ยนแปลงที่ไวแต่ขาดความราบเรียบ ตามรูปที่ 2.6 (เส้นสีเหลือง) จากนั้นเมื่อเพิ่มค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เป็น $\alpha = 0.05$ ฟังก์ชันที่ได้นั้นมีความราบเรียบมากขึ้นตามแนวอินพุตที่ถูกสุ่มขึ้นตามรูปที่ 2.6 (เส้นสีน้ำเงิน) และสุดท้ายเมื่อให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์อัลฟ่ามีค่าเป็นอนันต์ $\alpha \to \infty$ จะทำให้ฟังก์ชันที่ได้มีความราบเรียบคล้ายกับฟังก์ชันเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองตามรูปที่ 2.6 (เส้นสีแดง)

2.4.5 เคอร์เนลเมอร์เทิร์น

สำหรับเคอร์เนลเมอร์เทิร์น (Matérn Kernel) เป็นเคอร์เนลที่ได้รับความนิยมรองจากเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง ซึ่ง Stein (1999) [13]ได้ให้เหตุผลไว้ว่าเงื่อนไขความราบเรียบของเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองนั้นไม่ค่อยสมจริงสำหรับการออกแบบเพื่อกระบวนการทางกายภาพ (Physical Process) ดังนั้นจึงได้แนะนำเมอร์เทิร์นเคอร์เนลไว้เป็นทางเลือก ซึ่งสมการของเมอร์เทิร์นเคอร์เนลสามารถกำหนดฟังก์ชันได้โดย

$$k_{\mathrm{M}}(\tau \mid \theta)=\frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)}\Big(\frac{\sqrt{2\nu}\,|\tau|}{l}\Big)^{\nu} K_{\nu}\Big(\frac{\sqrt{2\nu}\,|\tau|}{l}\Big) \tag{2.48}$$

และมีพารามิเตอร์ที่เป็นกำหนดฟังก์ชันคือ ν และ l โดย K_{ν} คือเบสเซลฟังก์ชันแบบปรับปรุง (Modified Bessel Function) ซึ่งเป็นโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันที่มีความหนาแน่นเชิงสเปกตรัมตามสมการที่ *(2.49)*

$$S(s)=\frac{2^{D}\pi^{D/2}\Gamma(\nu+D/2)(2\nu)^{\nu}}{\Gamma(\nu)l^{2\nu}}\left(\frac{2\nu}{l^{2}}+4\pi^{2}s^{2}\right)^{-(\nu+D/2)} \tag{2.49}$$

เมอร์เทิร์นโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันคือการคูณกันของเอกซ์โพเนนเชียลกับโพลิโนเมียล (Polynomial) อันดับที่ p โดยที่ p คือจำนวนเต็มที่ไม่ติดลบ และรูปแบบฟังก์ชันมาตรฐานสามารถพิสูจน์ได้จาก (Abramowitz and Stegun, 1964) [14] โดยกำหนดให้

$$k_{\nu=p+1/2}(\tau)=\exp\left(-\frac{\sqrt{2}\nu|\tau|}{l}\right)\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(2p+1)}\sum_{i=0}^{p}\frac{(p+1)!}{i!(p-1)!}\left(\frac{\sqrt{8}\nu|\tau|}{l}\right)^{p-i} \tag{2.50}$$

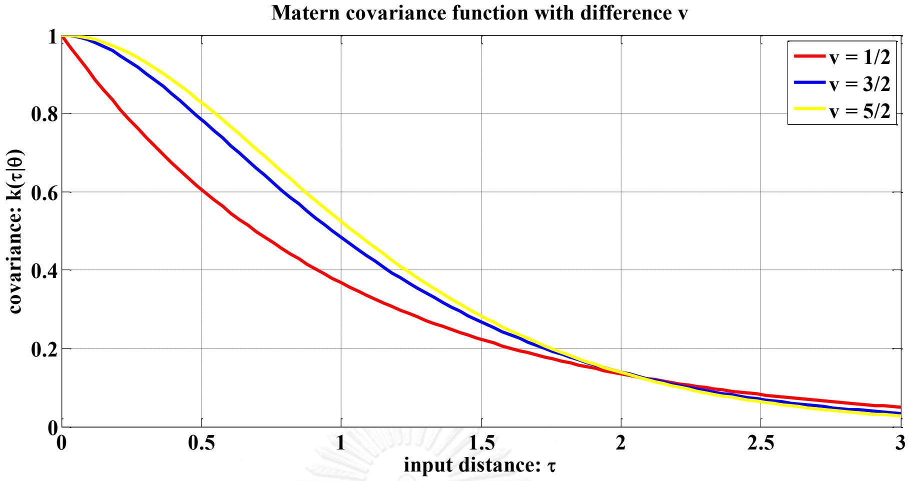
ถ้ากำหนดให้ p มีค่าเป็น 1 และ 2 ตามลำดับ จะได้โคแวเรียนซ์ฟังก์ชันที่มีค่า ν ตามสมการที่ (*2.51*)

$$\begin{aligned} k_{\nu=3/2}(\tau)&=\left(1+\frac{\sqrt{3}|\tau|}{l}\right)\exp\left(-\frac{\sqrt{3}|\tau|}{l}\right)\\ k_{\nu=5/2}(\tau)&=\left(1+\frac{\sqrt{5}|\tau|}{l}+\frac{5|\tau|^{2}}{3l^{2}}\right)\exp\left(-\frac{\sqrt{5}|\tau|}{l}\right)\end{aligned} \tag{2.51}$$

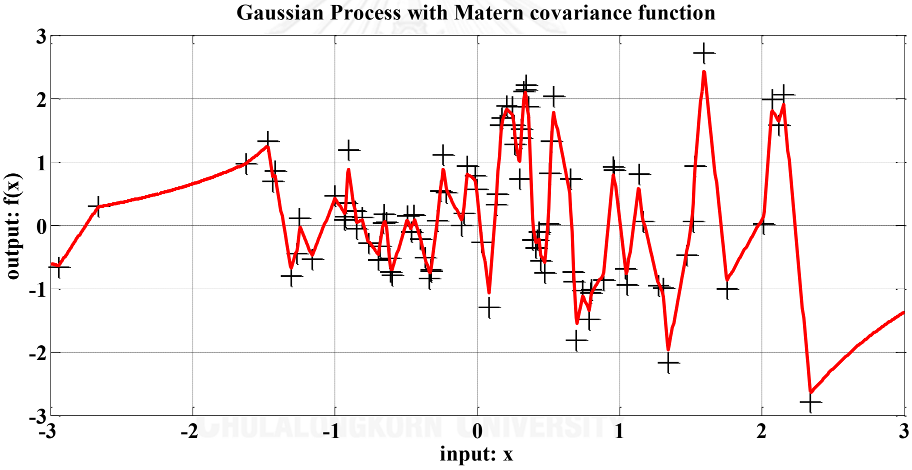
ในกรณีพิเศษถ้ากำหนดให้ $\nu=1/2$ ในเมอร์เทิร์นเคอร์เนลจะส่งผลให้ฟังก์ชันกลายเป็นเอกซ์โพเนนเชียลโคแวเรียนซ์ หรือเรียกว่า Ornstein-Uhlenbeck (OU) kernel

$$k_{OU}(\tau \mid \theta)=\exp\left(\frac{-\tau}{l}\right) \tag{2.52}$$

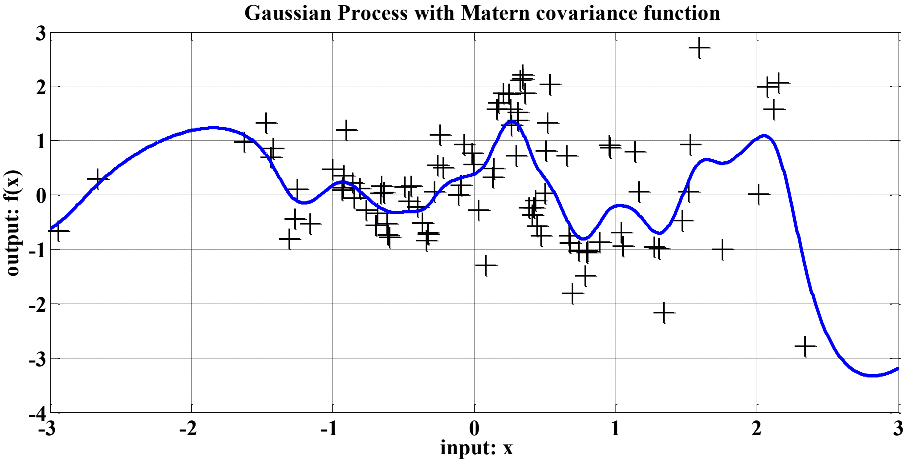
ซึ่งโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันของกระบวนการ Ornstein-Uhlenbeck (OU) นั้นได้มีการแนะนำไว้เบื้องต้นคือใช้สำหรับการออกแบบความเร็วของอนุภาคระหว่างการเคลื่อนที่แบบบราวน์



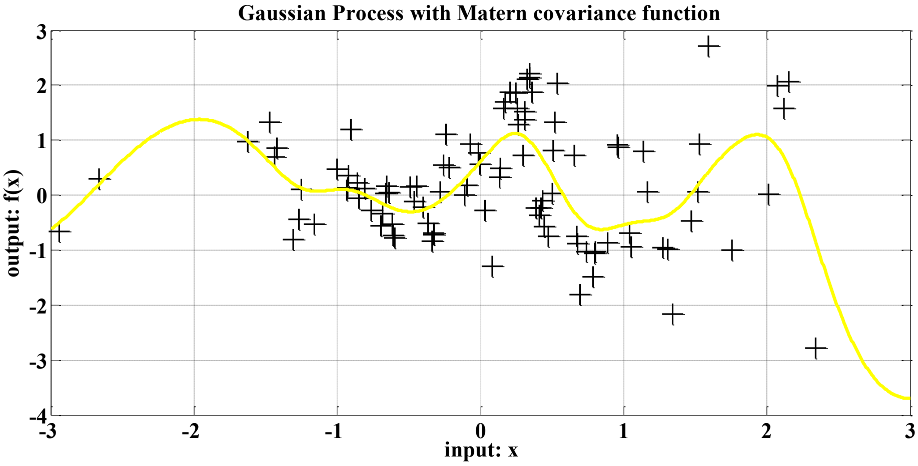
รูปที่ 2.7 ตัวอย่างเคอร์เนลเมอร์เทิร์น เมื่อกำหนดให้ $l=1$



(ก), $v=1/2$



(ข), $v=3/2$



(ค), $\nu = 5/2$

รูปที่ 2.8 ตัวอย่างฟังก์ชันสุ่ม $f\left(x_j\right)$ *ที่สร้างจากกระบวนการแบบเกาส์โดยใช้*

เคอร์เนลเมอร์เทิร์น $k_{\mathrm{M}}(\tau\,|\,\theta) = \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)}\left(\frac{\sqrt{2\nu}\,|\tau|}{l}\right)^{\nu} K_{\nu}\left(\frac{\sqrt{2\nu}\,|\tau|}{l}\right)$

สำหรับเมอร์เทิร์นเคอร์เนลผู้วิจัยกำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ $\nu = 1/2, 3/2, 5/2$ ตามลำดับ และกำหนดให้สเกลความยาว $l = 1$ ทุกกรณี โดยค่าโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันจะมีค่าตามรูปที่ 2.7 ซึ่งฟังก์ชันสำหรับการสุ่มตัวอย่างจะถูกสุ่มออกมาเยอะเพื่อทดสอบความเร็วในการเปลี่ยนแปลงของเคอร์เนลเมอร์เทิร์นเริ่มด้วยค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ $\nu = 1/2$ จะเห็นว่าค่าที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงไวมาก เมื่อเทียบจุดต่อจุดจะเห็นว่าแทบไม่เหลือความราบเรียบเลย ตามรูปที่ 2.8 (เส้นสีแดง) ต่อมาปรับค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เป็น $\nu = 3/2$ ตามรูปที่ 2.8 (เส้นสีน้ำเงิน) รูปแบบความไวในเปลี่ยนแปลงมีความช้าลง โดยกราฟจะวิ่งตามค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันสุ่ม และสุดท้ายเมื่อปรับค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เป็น $\nu = 5/2$ โดยเมื่อ ν มีค่ามากจนเข้าใกล้อนันต์จะส่งผลให้ค่าฟังก์ชันที่ได้เข้าใกล้ฟังก์ชันเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองตามรูปที่ 2.8 (เส้นสีเหลือง)

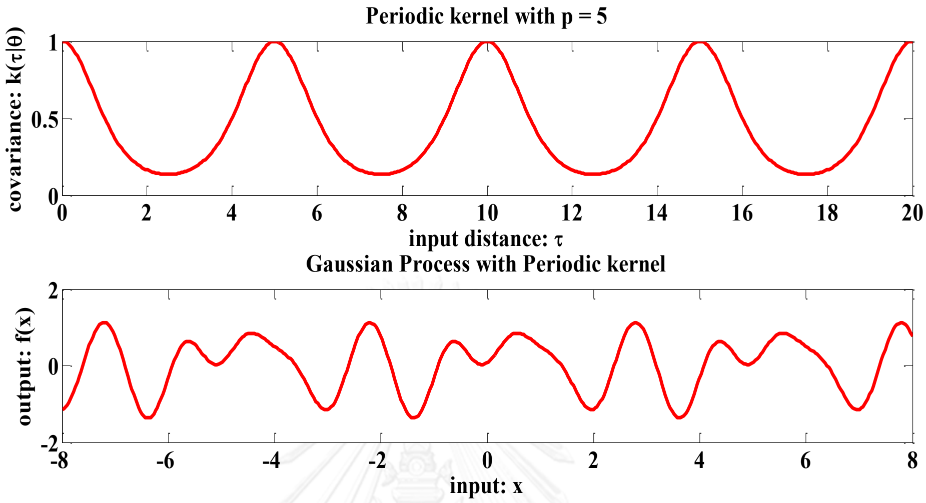
2.4.6 เคอร์เนลชนิดคาบเวลา

สำหรับเคอร์เนลฟังก์ชันที่ถูกออกแบบมาสำหรับใช้กับฟังก์ชันที่สร้างจากกระบวนการแบบเกาส์ที่มีลักษณะเป็นการซ้ำรอบเป็นคาบเวลาถูกนำเสนอโดย MacKay, David J. C. [10] ซึ่งมีค่าเป็น

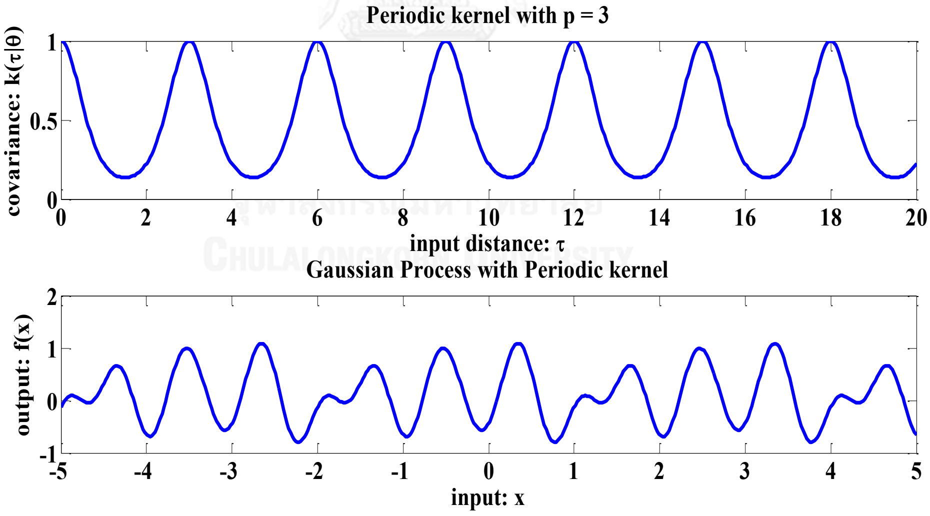
$$k_{PER}(\tau\,|\,\theta) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{2\sin^2\left(\|\tau\|/p\right)}{l^2}\right) \tag{2.53}$$

กำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เป็น $\theta = \{\mathrm{p}, l, \sigma\}$ โดยตัวแปร p คือความยาวคาบของสัญญาณฟังก์ชันทางเวลา ส่วนตัวแปร l กับ σ คือความยาวของส่วนที่ซ้ำคาบและการกำหนดขนาดของสัญญาณตามลำดับ ดังนั้นถ้าสามารถหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ได้ถูกต้อง ผู้วิจัยจะสามารถสร้าง

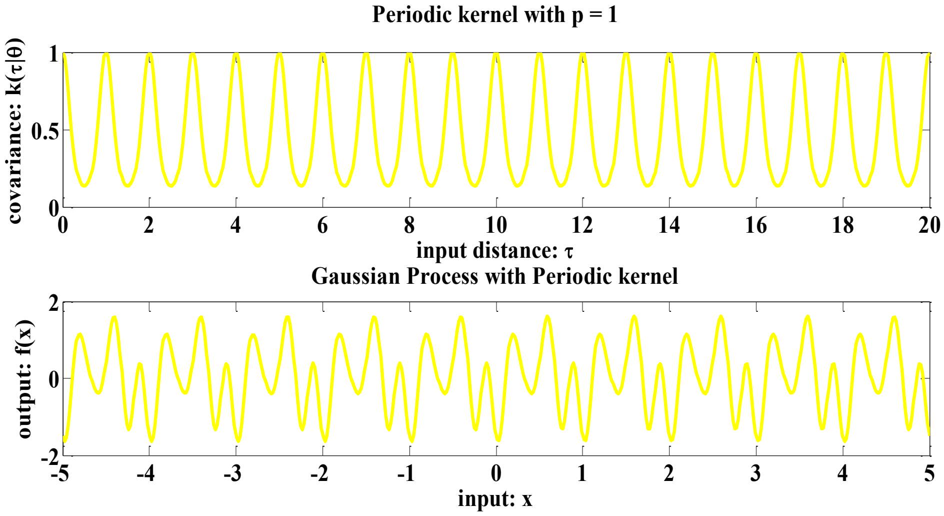
สัญญาณที่มีลักษณะเป็นคาบได้จากฟังก์ชัน $f(x_j)$ ของกระบวนการแบบเกาส์ หรือผู้วิจัยอาจเปรียบเทียบการหาไฮเปอร์พารามิเตอร์ ได้เหมือนกับการหาค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูเรียร์ ซึ่งถ้าหากคำนวณหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ได้ถูกต้องผู้วิจัยก็จะสามารถสร้างสัญญาณคาบชนิดต่างๆได้จากอนุกรมฟูเรียร์ได้แม่นยำ



(ก), $p = 5$



(ข), $p = 3$



(ค), $p = 1$

รูปที่ 2.9 ตัวอย่างเคอร์เนลชนิดคาบเวลา $k_{PER}(\tau|\theta)$ *เมื่อให้* $p = 1$ *(บน) และตัวอย่างฟังก์ชันสุ่มที่สร้างจากกระบวนการแบบเกาส์โดยใช้เคอร์เนลชนิดคาบเวลา (ล่าง)*

กรณีของเคอร์เนลชนิดคาบเวลา ผู้วิจัยกำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ $p = 5,3,1$ ตามลำดับ และกำหนดให้สเกลความยาวและขนาดของสัญญาณ $l = 1$, $\sigma = 1$ ทุกกรณี โดยค่าโคแวเรียนซ์ฟังก์ชันจะมีค่ากว้างและแคบตามรูปที่ 2.9 (บน) ส่วนเอาต์พุตที่เกิดจากการสร้างด้วยกระบวนการแบบเกาส์จะมีลักษณะตามรูปที่ 2.9 (ล่าง) เริ่มจาก (เส้นสีแดง) ลักษณะความแปรแปรวนของการซ้ำคาบจะเปลี่ยนแปลงตามค่า $p = 5$ จากนั้นลักษณะของค่าเอาต์พุตจะมีความเปลี่ยนแปลงตามรูป (เส้นสีน้ำเงิน) – (เส้นสีเหลือง) ตามลำดับ ซึ่งลักษณะของเคอร์เนลชนิดเวลานั้นเหมาะสำหรับทดสอบข้อมูลจำพวกมีการกระทำซ้ำๆ เป็นเวลาทุกวัน เดือน ปี เป็นต้น

2.4.7 เคอร์เนลเกาส์ผสมเชิงสเปกตรัม

เนื่องจากจุดเด่นของกระบวนการแบบเกาส์ขึ้นอยู่กับการคัดเลือกเคอร์เนลฟังก์ชันที่เหมาะสมสำหรับแต่ละปัญหาซึ่งบางครั้งถ้าเจอปัญหาที่ซับซ้อนมากเกินไปเคอร์เนลฟังก์ชันทั่วไป เช่น เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง เคอร์เนลชนิดคาบเวลา เป็นต้น ที่ถูกออกแบบมาใช้กับกระบวนการแบบเกาส์ อาจจะไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทั้งหมดหรือแก้ปัญหาได้ไม่ดีพอ ดังนั้นเพื่อที่จะวิเคราะห์โครงสร้างของข้อมูลที่ซับซ้อน ผู้วิจัยควรสร้างเคอร์เนลชนิดใหม่ [15]-[16] ที่สามารถปรับตัวเองให้เข้ากับโครงสร้างของแต่ละปัญหาเองได้ ดังนั้นวิธีการวิเคราะห์และออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันในรูปความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S(f)$ ให้ละเอียดและรัดกุมพอ เคอร์เนลฟังก์ชันในทางเวลาก็จะมีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้นด้วย ดังนั้นกำหนดให้ความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S(f)$ มีค่าเป็นผลรวมของเกาส์ผสมแบบถ่วงน้ำหนักจำนวน Q ตัวในโดเมนความถี่

$$S(f)=\sum_{q=1}^{Q} w_q \times \psi^{(q)}(f) \tag{2.54}$$

โดยที่ w_q เป็นค่าสัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักซึ่งสมมูลกับ $\sum_{q=1}^{Q} w_q = 1$

$$\begin{aligned} \psi^{(q)}(f) &= \left[\phi^{(q)}(f)+\phi^{(q)}(-f)\right]/2 \\ \phi^{(q)}\left(\mathrm{f};\, \mu_q, \upsilon_q\right) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\upsilon_q}} \exp\left(-\frac{1}{2\upsilon_q}\left(f-\mu_q\right)^2\right) \end{aligned} \tag{2.55}$$

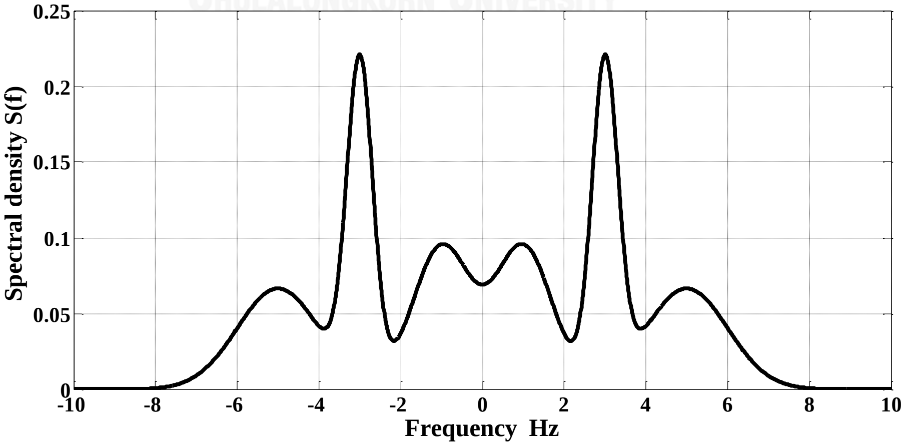
โดยที่ $\phi^{(q)}\left(\mathrm{f};\, \mu_q, \upsilon_q\right)$ เป็นสเปกตรัมแบบเกาส์ลำดับที่ q ที่มีค่าเฉลี่ยและแวเรียนซ์เป็น μ_q กับ v_q และฟังก์ชัน $\psi^{(q)}(f)$ คือค่าเฉลี่ยของสเปกตรัมลำดับที่ q โดยจะมีความสมมาตรที่ความถี่ $f=0$ ดังนั้นผู้วิจัยสามารถคำนวณเคอร์เนลแบบเกาส์ผสมเชิงสเปกตรัม $k_{SM}(\tau \,|\, \theta_{SM})$ โดยนำสมการ *(2.54)* แทนลงสมการใน (*2.35*)

$$\begin{aligned} k_{SM}(\tau \,|\, \theta_{SM}) &= \int S(f) e^{j2\pi f \cdot \tau} df \\ &= \sum_{q=1}^{Q} w_q \int_{-\infty}^{\infty} \psi^{(q)}(f) e^{j2\pi f \tau} df \end{aligned} \tag{2.56}$$

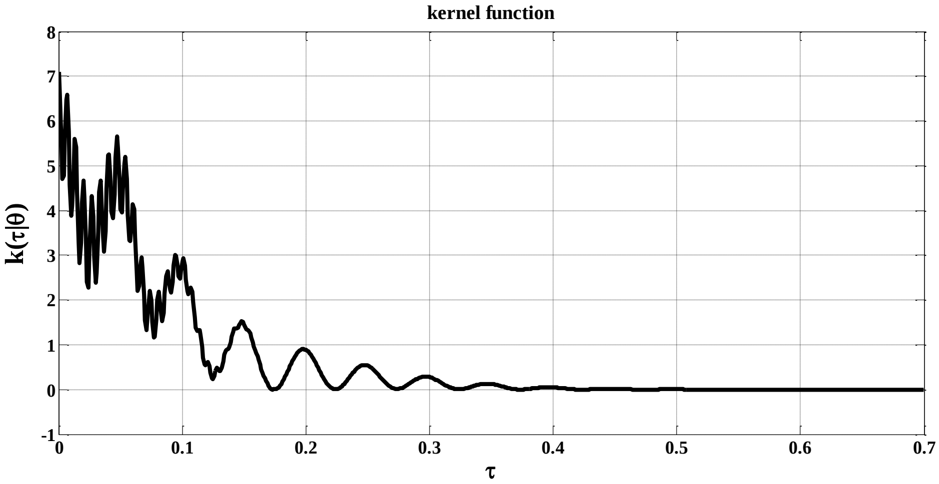
จากนั้นอาศัยตารางการอินทิเกรตผู้วิจัยสามารถหาค่าของ *(2.56)* ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} k_{SM}(\tau \,|\, \theta_{SM}) &= \sum_{q=1}^{Q} w_q \exp\left(-2\pi^2\tau^2 v_q\right)\cos\left(2\pi\tau\, \mu_q\right) \\ \theta_{SM} &= \left\{w_1, \ldots w_q, \left\{\mu_q, v_q\right\}_{q=1}^{Q}\right\} \end{aligned} \tag{2.57}$$

ซึ่งพบว่าเคอร์เนลแบบเกาส์ผสมเชิงสเปกตรัมมีจำนวนของไฮเปอร์พารามิเตอร์เท่ากับ $3Q$



รูปที่ 2.10 ตัวอย่างความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S(f)$ *ของเคอร์เนลฟังก์ชัน* $k(\tau \,|\, \theta)$



รูปที่ 2.11 ตัวอย่างเคอร์เนลฟังก์ชัน $k(\tau|\theta)$ ซึ่งคู่กับความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S(f)$

โดยตัวอย่างความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S(f)$ ของเกาส์ผสมแบบถ่วงน้ำหนักจำนวน $Q=6$ และกำหนดให้ $w_q = 1/6$; $q=1,2,\ldots 6$ มีค่าตามในรูปที่ 2.13 ซึ่งมีโครงสร้างตามในสมการที่ *(2.54)* เท่ากับ

$$\begin{aligned} S(f) &= \sum_{q=1}^{Q} w_q \times \psi^{(q)}(f) \\ &= \frac{1}{6}\mathcal{N}(-5,1) + \frac{1}{6}\mathcal{N}(-3,0.1) + \frac{1}{6}\mathcal{N}(-1,0.5) \\ &+ \frac{1}{6}\mathcal{N}(1,0.5) + \frac{1}{6}\mathcal{N}(3,0.1) + \frac{1}{6}\mathcal{N}(5,1) \end{aligned} \tag{2.58}$$

ดังนั้นจากสมการ *(2.58)* ฟังก์ชันของเคอร์เนลเกาส์ผสมเชิงสเปกตรัม $k_{SM}(\tau|\theta_{SM})$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} k_{SM}(\tau|\theta_{SM}) &= \frac{1}{6}\exp\left(-2\pi^2\tau^2 \times 1\right)\cos\left(2\pi\tau \times [-5]\right) + \frac{1}{6}\exp\left(-2\pi^2\tau^2 \times 0.1\right)\cos\left(2\pi\tau \times [-3]\right) \\ &+ \frac{1}{6}\exp\left(-2\pi^2\tau^2 \times 0.5\right)\cos\left(2\pi\tau \times [-1]\right) \\ &+ \frac{1}{6}\exp\left(-2\pi^2\tau^2 \times 0.5\right)\cos\left(2\pi\tau \times [1]\right) + \frac{1}{6}\exp\left(-2\pi^2\tau^2 \times 0.1\right)\cos\left(2\pi\tau \times [3]\right) \\ &+ \frac{1}{6}\exp\left(-2\pi^2\tau^2 \times 1\right)\cos\left(2\pi\tau \times [5]\right) \end{aligned} \tag{2.59}$$

โดยที่ $k_{SM}(\tau|\theta_{SM})$ ในสมการที่ *(2.59)* ถูกแสดงอยู่ในรูปที่ 2.11 ตามลำดับ

2.5 คำนวณหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์

เนื่องจากคุณสมบัติของฟังก์ชันทางเวลา $f(x)$ ที่จำลองจากเคอร์เนลฟังก์ชันภายในกระบวนการแบบเกาส์ ยกตัวอย่างเช่น ฟังก์ชันราบเรียบที่สร้างจากเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง ฟังก์ชันคาบสร้างจากเคอร์เนลชนิดคาบเวลา ฟังก์ชันอัตราการแปรปรวนสร้างจากเคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติก และฟังก์ชันแบบอื่นๆ ซึ่งจะถูกควบคุมโดยโคแวเรียนซ์หรือเคอร์เนลฟังก์ชัน $k(\tau|\theta)$ ที่ควบคู่กับไฮเปอร์พารามิเตอร์ θ ดังนั้นการคัดเลือกรูปแบบและการเรียนรู้ของกระบวนการแบบเกาส์จะเลือกใช้เคอร์เนลฟังก์ชันและการเรียนรู้ไฮเปอร์พารามิเตอร์ θ จากข้อมูลความเป็นไปได้เชิงมาจิแนล (Marginal Likelihood) หรือความหนาแน่นของความความน่าจะเป็น (Probability Density) ของข้อมูล $\mathbf{y}$ นิยามโดย

$$p(\mathbf{y}|\theta, X) = \int p(\mathbf{y}|\mathbf{f}, X, \theta)\, p(\mathbf{f}|\theta, X)\, d\mathbf{f} \tag{2.60}$$

ภายใต้กระบวนการแบบเกาส์ค่าฟังก์ชัน $p(\mathbf{f}\,|\,X,\theta) \sim \mathcal{N}(0,\mathbf{K})$ มีค่าเท่ากับ

$$\log p(\mathbf{f}\,|\,X,\theta) = -\frac{1}{2}\mathbf{f}^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{f} - \frac{1}{2}\log|\mathbf{K}| - \frac{N}{2}\log 2\pi \tag{2.61}$$

คำนวณหาลอการิทึมของความเป็นไปได้ของข้อมูลเชิงมาจิแนล (Log Marginal Likelihood) โดยที่ข้อมูลความเป็นไปได้ของ $p(\mathbf{y}|\mathbf{f})$ มีการกระจายแบบเกาส์หรือก็คือ $\mathcal{N}(\mathbf{y};\mathbf{f},\sigma^2)$ เมื่อแทนค่าลงไปจะมีฟังก์ชันตามสมการที่ (*2.62*) พบว่า

$$\log p(\mathbf{y}\,|\,\theta, X) = -\frac{1}{2}\mathbf{y}^T\left(\mathbf{K}(X,X) + \sigma_e^2 I_N\right)^{-1}\mathbf{y} - \frac{1}{2}\log\left|\mathbf{K}(X,X) + \sigma_e^2 I_N\right| - \frac{N}{2}\log 2\pi \tag{2.62}$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตามในสมการที่ (*2.62*) ประกอบด้วย $\mathbf{K}(X,X)$ คือ โคแวเรียนซ์เมทริกต์ขนาด $N \times N$ และเซตของข้อมูล $\mathbf{y} = [y_1, y_2, y_3, \ldots, y_N]^{\mathrm{T}}$ ซึ่งวิธีที่ใช้ในการคำนวณหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ (θ) ของเคอร์เนลฟังก์ชัน $k(\tau|\theta)$ คือการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Method) เพื่อคำนวณหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์โดยการหาลอการิทึมของความเป็นไปได้สูงสุด (Maximization Log Likelihood) ใน $\log p(\mathbf{y}\,|\,\theta, X)$

บทที่ 3
เทคนิคการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันภายในกระบวนการแบบเกาส์สำหรับการพยากรณ์ค่าความต้องการใช้ไฟฟ้าสูงสุดแบบระยะยาวรายเดือน

ในบทนี้จะกล่าวถึงเทคนิคและวิธีการนำเสนอ โดยหัวข้อ 3.1 กล่าวถึงแบบจำลองสำหรับการพยากรณ์ค่าไฟฟ้าสูงสุดรายเดือนของกระบวนการแบบเกาส์ โดยแบบจำลองเป็นฟังก์ชันทางเวลาในลักษณะรายเดือน รวมทั้งนำเสนอแบบจำลองเชิงรูปภาพเพื่อความชัดเจนในการจำแนกข้อมูล และหัวข้อ 3.2 กล่าวถึงเทคนิคการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันภายในกระบวนการแบบเกาส์ ที่นำมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบค่าไฟฟ้าสูงสุดรายเดือน โดยจำแนกเคอร์เนลออกเป็น 2 ฟังก์ชัน [17] คือ ฟังก์ชันสำหรับเรียนรู้แนวโน้มในระยะยาว และฟังก์ชันสำหรับการเรียนรู้ข้อมูลที่ซ้ำคาบแต่มีความไม่สม่ำเสมอ ซึ่งพารามิเตอร์ที่ควบคุมเคอร์เนลฟังก์ชันถูกเรียกว่า ไฮเปอร์พารามิเตอร์ โดยในหัวข้อ 3.3 จะกล่าวถึงวิธีการในการหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์จากลอการิทึมของความเป็นไปได้สูงสุดที่จะถูกนำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

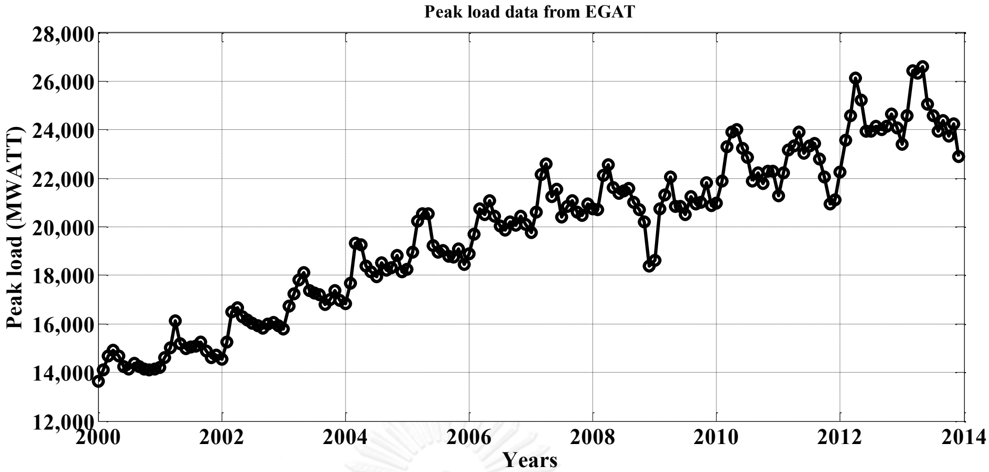
3.1 แบบจำลองสำหรับการพยากรณ์ค่าไฟฟ้าสูงสุดรายเดือน

ผู้วิจัยต้องการสร้างแบบจำลองทางเวลา (Time Series Model) ของค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดรายเดือนหรือพีคโหลดรายเดือน โดยกำหนดให้ฟังก์ชันทางเวลา $f\left(x_i\right)$ เป็นฟังก์ชันที่ไม่ทราบรูปแบบของสมการที่ชัดเจน ซึ่งนิยามค่าทางเวลา x_i มีค่าเป็นการแซมปลิ้งรายเดือน (Sampling) เท่ากับ $1/12$ และกำหนดให้ค่าดัชนีทางเวลา $i = 1,2,3,\ldots$ มีค่าเป็นจำนวนนับโดยและความหมายของ x_i อธิบายได้ตามตัวอย่างคือ $x_1, x_2, x_{156}, x_{168}$ หมายถึงเดือนมกราคม 2000, กุมภาพันธ์ 2000, ธันวาคม 2012, และ ธันวาคม 2013 ตามลำดับ และค่าแซมปลิ้งพีคโหลด y_i ของเดือน x_i ซึ่งนิยามโดย

$$y_i = f\left(x_i\right) + \varepsilon_i \tag{3.1}$$

โดย $\varepsilon_i = \mathcal{N}\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right)$ คือโมเดลความผิดพลาดที่มีการกระจายแบบเกาส์โดยมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และมีแวเรียนซ์เป็น σ_ε^2 ซึ่งตัวอย่างความสัมพันธ์ถูกแสดงในตารางที่ 1. และเนื่องจากข้อมูลที่ใช้ในการทดลองของวิทยานิพนธ์นี้ คือค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดรายเดือนที่นำข้อมูลมาจากรายงานประจำปีของการไฟฟ้าผ่ายผลิตแห่งประเทศไทย โดยมีค่าอยู่ระหว่างเดือนมกราคม 2000 ถึง ธันวาคม 2013 ซึ่งมีจำนวนข้อมูลทั้งสิ้น 168 เดือน ดังแสดงในรูปที่ 3.1 จากนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่มีอยู่ทั้งหมด 168 เดือน แบ่งออกเป็น 2 ชุด คือ ชุดที่ 1) จำนวน 156 เดือนแรกซึ่งเรียกว่า ข้อมูลฝึกสอน ซึ่งจะตรงกับช่วงเวลาเดือนมกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2012 และชุดที่ 2) คือข้อมูลค่าพีคโหลดจำนวน 12 เดือน

ถัดไป ซึ่งตรงกับช่วงเวลาเดือนมกราคม 2013 ถึง ธันวาคม 2013 ตามลำดับ โดยเรียกว่าข้อมูลชุดนี้ว่า ข้อมูลชุดตรวจสอบ



รูปที่ 3.1 ค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดรายเดือนจาก EGAT

ตารางที่ 3.1 ตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่างดัชนี i, ค่าทางเวลา x_i และฟังก์ชัน $f(x_i)$

ดัชนี i	x_i (Sampling = 1/12)	พีคโหลด y_i (MWATT)
1	มกราคม 2000	13,621
2	กุมภาพันธ์ 2000	14,105
⋮	⋮	⋮
156	ธันวาคม 2012	24,074
⋮	⋮	⋮
167	พฤศจิกายน 2013	24,251
168	ธันวาคม 2013	22,905

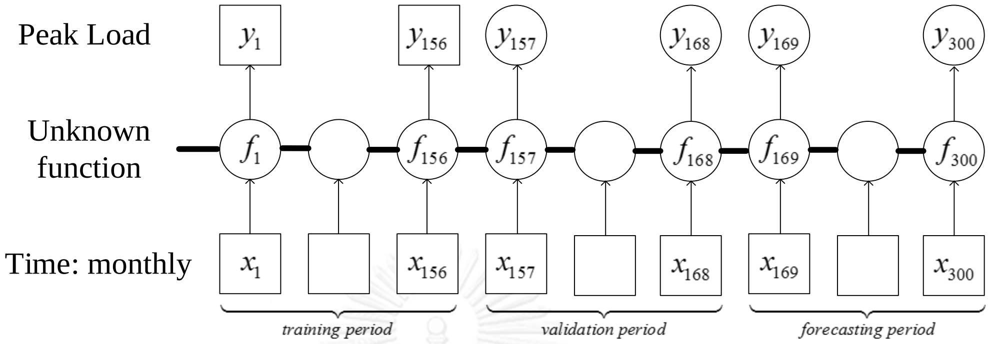
จุดประสงค์ของวิทยานิพนธ์นี้คือการพยากรณ์ค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวในอนาคต $f(x_j)$ โดยที่ $169 \le j \le 300$ ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่างเดือนมกราคม 2014 ถึงธันวาคม 2024 จำนวนทั้งสิ้น 132 เดือนข้างหน้า โดยใช้ความรู้จากข้อมูลฝึกสอนจำนวน 156 เดือนแรก โดยข้อมูลฝึกสอนจะใช้ในการคำนวณหาค่าเฉลี่ยและเคอร์เนลฟังก์ชันของกระบวนการแบบเกาส์เพื่อใช้ในการทำนายค่าฟังก์ชันพีคโหลดในอนาคตตามสมการที่ *(3.2) - (3.3)*

$$f(x_j) \sim \mathcal{GP}\left(m(x_j), k(x_j, x_j)\right) \tag{3.2}$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$$f\left(x_j\right) \simeq m\left(x_j\right) = \mathbf{k}\left(X, x_j\right)^T \left(\mathbf{K}\left(X, X\right) + \sigma^2 I_N\right)^{-1} \mathbf{y} \tag{3.3}$$

นอกจากนี้ยังนำเสนอความสัมพันธ์ของฟังก์ชันพัคโหลดในเชิงแบบจำลองรูปภาพตามการออกแบบข้างต้น โดยการแบ่งช่วงเวลาออกเป็น 3 ช่วง ได้แก่ ช่วงฝึกสอน (Training Period), ช่วงตรวจสอบ (Validation Period) และช่วงการพยากรณ์ (Forecasting Period) ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แบบจำลองรูปภาพของความสัมพันธ์ของฟังก์ชันพีคโหลด

จากรูปแบบการจำลองจึงสรุปค่าเคอร์เนลเมทริกซ์ที่จะทำการทดลองในบทถัดไป ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ช่วงได้ดังนี้

ตารางที่ 3.2 ขนาดของเคอร์เนลเมทริกซ์ในช่วงการฝึกสอน

กำหนดให้ $X = \{x_i\}_{i=1}^{156}$ คือช่วงการฝึกสอนและ $X_* = \{x_j\}_{j=1}^{156}$ คือช่วงการฝึกสอน	
$\mathbf{K}\left(X, X\right) = 156 \times 156$	$\mathbf{k}\left(X, X_*\right) = 156 \times 156$
$\mathbf{k}\left(X_*, X\right) = 156 \times 156$	$\mathbf{k}\left(X_*, X_*\right) = 156 \times 156$

ตารางที่ 3.3 ขนาดของเคอร์เนลเมทริกซ์ในช่วงตรวจสอบ

กำหนดให้ $X = \{x_i\}_{i=1}^{156}$ คือช่วงการฝึกสอนและ $X_* = \{x_j\}_{j=1}^{12}$ คือช่วงตรวจสอบ	
$\mathbf{K}\left(X, X\right) = 156 \times 156$	$\mathbf{k}\left(X, X_*\right) = 156 \times 12$
$\mathbf{k}\left(X_*, X\right) = 12 \times 156$	$\mathbf{k}\left(X_*, X_*\right) = 12 \times 12$

ตารางที่ 3.4 ขนาดของเคอร์เนลเมทริกซ์ในช่วงพยากรณ์

กำหนดให้ $X = \{x_i\}_{i=1}^{156}$ คือช่วงการฝึกสอนและ $X_* = \{x_j\}_{j=1}^{132}$ คือช่วงพยากรณ์	
$\mathbf{K}\left(X, X\right) = 156 \times 156$	$\mathbf{k}\left(X, X_*\right) = 156 \times 132$
$\mathbf{k}\left(X_*, X\right) = 132 \times 156$	$\mathbf{k}\left(X_*, X_*\right) = 132 \times 132$

3.2 การออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันสำหรับการพยากรณ์พีคโหลด

จากคำตอบของการพยากรณ์ที่ได้อธิบายไว้ในบทที่ 2 พบว่าเคอร์เนลฟังก์ชันในแต่ละประเภทที่อยู่ภายใต้กระบวนการแบบเกาส์นั้น มีผลต่อรูปแบบของการจำลองฟังก์ชันทางเวลาที่ต่างกัน เช่น ฟังก์ชันราบเรียบที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ และมีขอบเขตที่จำกัดสามารถสร้างได้จากเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง ส่วนฟังก์ชันที่มีลักษณะซ้ำคาบสามารถสร้างได้จากเคอร์เนลชนิดคาบเวลา และฟังก์ชันที่มีการเปลี่ยนแปลงที่ซับซ้อนขึ้นแต่ยังเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ สามารถจำลองการสร้างได้จากเคอร์เนลเรชันน่อลควอดราติกตามตัวอย่างที่ได้นำเสนอไปในหัวข้อ *(2.3.2 – 2.3.6)*

เนื่องจากข้อมูลที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้คือความต้องการไฟฟ้าสูงสุด ซึ่งได้รับข้อมูลมาจากรายงานประจำปีของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย จำนวนทั้งสิ้น 168 เดือน ตั้งแต่มกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2013 ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ซึ่งจากข้อมูลค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดพบว่าในงานวิจัยนี้สามารถสร้างแบบจำลองโดยการพิจารณาทางเวลา โดยสามารถแบ่งการวิเคราะห์รูปแบบของข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนหลักๆ ได้แก่ 1) รูปแบบในระยะยาว 2) รูปแบบในแต่ละเดือนที่มีลักษณะเป็นคาบแต่ก็ถูกผสมผสานด้วยความไม่สม่ำเสมอเอาไว้ด้วย ดังนั้นรูปแบบทั้งสองจะถูกนำมารวมกันเป็นเคอร์เนลชนิดใหม่ ซึ่งเคอร์เนลฟังก์ชันนั้นมีคุณสมบัติของซุปเปอร์โพซิชัน (Superposition) ที่ทำให้ตัวแปรที่ควบคุมคุณลักษณะของฟังก์ชันแยกกันได้อิสระในแต่ละประเภทตามสมการที่ *(3.4)*

$$k(\tau \mid \boldsymbol{\theta}) = k_{SE}(\tau) + k_{SE\times PER}(\tau) \tag{3.4}$$

3.2.1 เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง

ในส่วนแรกนี้ผู้วิจัยต้องการสร้างเส้นแนวโน้มระยะยาว (Long Term Feature) เพื่อหาจุดกึ่งกลางของแนวโน้มพีคโหลดที่ทำให้การพยากรณ์ลดความซับซ้อนลงและช่วยให้ฟังก์ชันที่ 2 ทำการเรียนรู้ข้อมูลได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยฟังก์ชันเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองเป็นฟังก์ชันทางเวลาที่มีความราบเรียบและมีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ ซึ่งประกอบด้วยไฮเปอร์พารามิเตอร์ 2 ตัว คือ θ_1 มีหน้าที่ความคุมแอมพลิจูดของข้อมูลและ θ_2 มีหน้าที่กำหนดความไวในการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลตามสมการที่ (*3.5*)

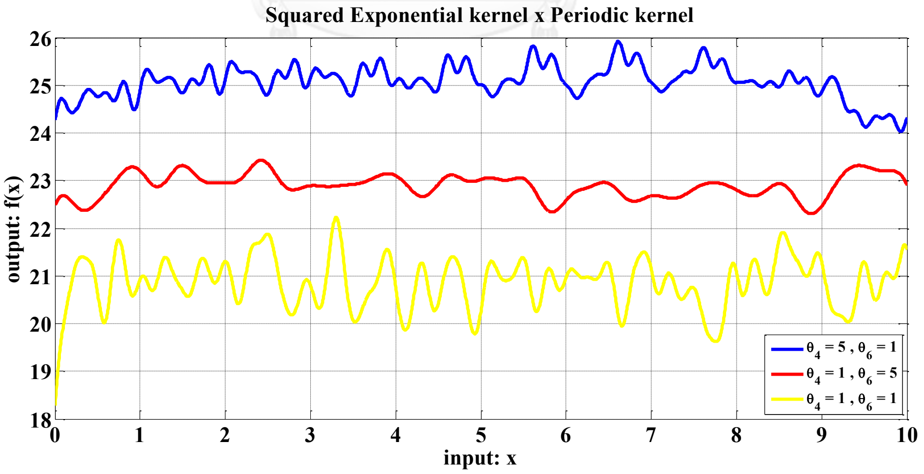
$$k_{SE}(\tau) = \theta_1^2 \exp\left(-\frac{(\tau)^2}{\theta_2^2}\right) \tag{3.5}$$

3.2.2 เคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง x เคอร์เนลชนิดคาบเวลา

การกำหนดรูปแบบหลักของข้อมูลพีคโหลดดังที่กล่าวไปข้างต้นว่าข้อมูลของพีคโหลดนั้นมีรูปแบบที่ซ้ำคาบในแต่ละเดือน และในระหว่างเดือนยังประกอบไปด้วยความไม่สม่ำเสมอของข้อมูลด้วย ซึ่งตัวอย่างรูปแบบของเคอร์เนลชนิดคาบเวลาในหัวข้อ 2.3.5 แสดงให้เห็นว่าผู้วิจัยสามารถจำลองข้อมูลที่เป็นคาบได้ แต่ประสิทธิภาพก็ยังไม่เพียงพอสำหรับข้อมูลพีคโหลดที่มีความซับซ้อนที่เกิดจากตัวแปรภายนอกอื่นๆ ดังนั้นในแง่ของการจำลองทางเวลาผู้วิจัยจึงขอนำเสนอเคอร์เนลที่มีการคูณกันระหว่างฟังก์ชันเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองกับฟังก์ชันเคอร์เนลชนิดคาบเวลา ตามสมการที่ (3.6) โดยที่ θ_3 มีหน้าที่ในการกำหนดขนาดของข้อมูล θ_4 มีหน้าที่ในการกำหนดความไวในการเปลี่ยนแปลงของข้อมูล ซึ่งจะสอดคล้องกับ θ_6 ที่มีหน้าที่ในการปรับความถี่ในส่วนที่ซ้ำคาบ และ θ_5 มีหน้าที่ในการกำหนดคาบให้กับข้อมูล ซึ่งจะทำให้เอาต์พุตมีความซ้ำคาบและแปรปรวนอยู่ด้วย

$$k_{SE\times PER}(\tau)=\theta_3^2\exp\left(-\frac{(\tau)^2}{2\theta_4^2}-\frac{2\sin^2\left(\|\tau\|/\theta_5\right)}{\theta_6^2}\right) \tag{3.6}$$

รูปที่ 3.3 แสดงถึงตัวอย่างการคูณกันระหว่างฟังก์ชันเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองกับฟังก์ชันเคอร์เนลชนิดคาบเวลา ทำให้เกิดความแปรปรวนชนิดคาบเวลา (Locally Periodic) ซึ่งผู้วิจัยกำหนดค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ θ_3 และ θ_5 มีค่าเท่ากับ 1 ส่วน θ_4 กับ θ_6 จะมีค่าเปลี่ยนแปลงตามคุณลักษณะที่ได้อธิบายไว้ข้างต้น



รูปที่ 3.3 ตัวอย่างเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสอง x เคอร์เนลชนิดคาบเวลา

จากรูปที่ 3.3 สัญญาณทั้ง 3 เส้น แสดงให้เห็นว่าความไวในการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ (θ_4) และความราบเรียบในส่วนที่ซ้ำคาบ (θ_6) มีความสอดคล้องต่อการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ จากสัญญาณเส้นสีเหลืองจะเห็นว่า ถ้าไฮเปอร์พารามิเตอร์ทั้งสองมีค่าน้อยทั้งคู่จะแปรผกผันกับความ

ไวและความแปรปรวนในช่วงคาบทำให้เกิดความถี่มากขึ้น ทางด้านเส้นสีน้ำเงินและสีแดง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าถ้าค่า $\theta_6^b < \theta_6^r$ ความแปรปรวนในช่วงคาบของเส้นสีน้ำเงินจะถี่มากกว่าเส้นสีแดง แต่ค่า $\theta_4^b > \theta_4^r$ ทำให้ความไวในการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นช้า จนเหลือลักษณะความเป็นคาบเวลาที่ $\theta_5 = 1$ อยู่ ซึ่งกลับกันกับเส้นสีแดงที่มีความไวในการเปลี่ยนแปลงจนไม่เหลือลักษณะที่เป็นคาบเวลาตามลำดับ

3.3 การหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ $\boldsymbol{\theta}$ โดยที่ $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \ldots \theta_N]^{\mathrm{T}}$ ที่เป็นตัวแปรสำคัญที่อยู่ในเคอร์เนลฟังก์ชัน $k(\tau \mid \boldsymbol{\theta})$ ในการออกแบบโดยเป็นส่วนหนึ่งของคำตอบของการพยากรณ์ค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดรายเดือนหรือเรียกว่าค่าพีคโหลด $f(x_j)$ โดยใช้กระบวนการแบบเกาส์ ดังนั้นประสิทธิภาพในการพยากรณ์จึงขึ้นอยู่กับการหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่ถูกต้องเมื่อมีความยาวข้อมูลฝึกสอนจำกัดโดยการหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์จะใช้ความรู้จากข้อมูลฝึกสอน $X = (x_1, \ldots, x_N)^{\mathrm{T}}$ และ $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_N)^{\mathrm{T}}$ อย่างไรก็ตามเพื่อที่จะหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์นั้นสามารถหาได้จากสมการลอการิทึมของข้อมูลเชิงมาจิแนลตามตัวอย่างในหัวข้อ 2.5

$$\log p(\mathbf{y} \mid X; \boldsymbol{\theta}, \sigma_\varepsilon^2) = -\frac{N}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log\left|\mathbf{K}(X,X) + \sigma_\varepsilon^2 I_N\right| - \frac{1}{2}\mathbf{y}^T\left(\mathbf{K}(X,X) + \sigma_\varepsilon^2 I_N\right)^{-1}\mathbf{y} \quad (3.7)$$

เพื่อคำนวณหาไฮเปอร์พารามิเตอร์โดยการหาลอการิทึมของข้อมูลเชิงมาจิแนลในสมการ *(3.7)* เมื่อข้อมูลฝึกสอน $\mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1}^N$, เคอร์เนลฟังก์ชัน $\mathbf{K}(X,X)$ และ σ_ε^2 คือโมเดลความผิดพลาด ซึ่งผู้วิจัยกำหนดให้มีค่าเป็น $\sigma_\varepsilon^2 = 10^{-5}$ ตามลำดับ คือการหาอนุพันธ์ย่อยของไฮเปอร์พารามิเตอร์แต่ละตัว ตามสมการที่ *(3.8)*

$$\frac{\partial \log p(\mathbf{y} | X, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} = \frac{1}{2}\mathbf{y}^T K_y^{-1} \frac{\partial K_y}{\partial \theta_j} K_y^{-1}\mathbf{y} - \frac{1}{2} trace\left(K_y^{-1} \frac{\partial K_y}{\partial \theta_j}\right) \quad (3.8)$$

โดยที่ $K_y = \mathbf{K}(X,X) + \sigma_\varepsilon^2 I_N$ และวิธีการหาค่าที่เหมาะสมของข้อมูลความเป็นไปได้เชิงมาจิแนล นั้นถูกเรียกว่าวิธีเกรเดียนท์ เดสเซนต์ (Gradient Descent)

$$\theta_i[\mathrm{k}] = \theta_i[\mathrm{k}-1] - \mu \frac{\partial \log p(\mathbf{y} | X, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \quad k = 1, 2, 3, 4, \ldots \quad (3.9)$$

เพราะฉะนั้นแทนค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ $\boldsymbol{\theta}$ ด้วย $\theta_i[\mathrm{k}]$ และนำผลที่ได้ไปแทนในเคอร์เนลฟังก์ชันต่อไป ดังนั้นผลที่ได้จะนำเสนอในหัวข้อผลการทดลองต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการทดลอง

ในบทนี้ขอนำเสนอผลการทดลองของการพยากรณ์ค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุด (พีคโหลด) ระยะยาวล่วงหน้าจำนวนทั้งสิ้น 10 ปี หรือ 132 เดือนล่วงหน้าตั้งแต่ช่วงเวลามกราคม 2014 ถึง ธันวาคม 2023 โดยใช้เทคนิคการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันภายในกระบวนการแบบเกาส์โดยใช้เทคนิคการออกแบบเคอร์เนลผสมโดยพิจาณาทางเวลา

ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้ข้อมูลฝึกสอนมาจากรายงานประจำปีของการไฟฟ้าผ่ายผลิตแห่งประเทศไทย $\{y_i\}_{i=1}^{168}$ จำนวนทั้งสิ้น 168 เดือน จาก มกราคม 2000 ถึง ธันวาคม 2013 โดยแบ่งการทดลองออกเป็น 3 ส่วนได้แก่ **<u>ช่วงที่ 1</u>** คือ ช่วงการฝึกสอนใช้ข้อมูลจำนวน 156 เดือน $\{y_i\}_{i=1}^{156}$ ซึ่งจะตรงกับช่วงเวลาเดือน มกราคม 2000 ถึง ธันวาคม 2012 เพื่อใช้สำหรับคำนวณค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ θ จากข้อมูลในช่วงของการฝึกสอน **<u>ช่วงที่ 2</u>** คือช่วงที่ใช้สำหรับตรวจสอบความแม่นยำของเทคนิคที่นำเสนอ โดยจะใช้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์และใช้ข้อมูลจากการฝึกสอนจากช่วงที่ 1 จากนั้นจึงทำการพยากรณ์ค่าเฉลี่ย $f(x_j)$ ด้วยกระบวนการแบบเกาส์ตามในสมการ *(4.1)* โดยกำหนดให้ $j = 157,158,\ldots 168$

$$f(x_j) \simeq m(x_j) = \mathbf{k}(X, x_j)^T \left(\mathbf{K}(X, X) + \sigma^2 I_N\right)^{-1} \mathbf{y} \tag{4.1}$$

ผลการคำนวณ $f(x_j)$ ถูกใช้เพื่อใช้เปรียบเทียบกับข้อมูลค่าพีคโหลดจำนวน 12 เดือนถัดไป $\{y_i\}_{i=157}^{168}$ ซึ่งตรงกับช่วงเวลาเดือนมกราคม 2013 ถึง ธันวาคม 2013 จากข้อมูลของการไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย และ**<u>ช่วงที่ 3</u>** เรียกว่าช่วงการพยากรณ์ โดยในช่วงนี้จะนำค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่คำนวณได้ในช่วงที่ 1 และใช้ข้อมูลจากการฝึกสอนจากช่วงที่ 1 มาใช้เพื่อใช้พยากรณ์พีคโหลดช่วงเวลา $f(x_j)$ ด้วยกระบวนการแบบเกาส์ตามในสมการ *(4.1)* โดยที่ค่า $j = 169,170,\ldots 300$ หรือหมายถึงเดือนมกราคม 2014 ถึงธันวาคม 2023 จำนวนทั้งสิ้น 132 เดือนข้างหน้า

4.1 การเรียนรู้ช่วงฝึกสอน

4.1.1 การออกแบบเคอร์เนลฟังกฺชันแบบผสม

ผลการทดสอบในส่วนนี้จะอาศัยการเรียนรู้ข้อมูลในช่วงฝึกสอน $\{y_i\}_{i=1}^{156}$ จำนวน 156 เดือน และทำการทดสอบโดยใช้เคอร์เนลฟังก์ชันในหัวข้อ 3.1 ที่มีค่าเป็น

$$k(\tau \mid \boldsymbol{\theta}) = k_{SE}(\tau) + k_{SE\times PER}(\tau) \tag{4.2}$$

ซึ่งจะประกอบด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลกำลังสองเคอร์เนลและผลคูณระหว่างฟังก์ชันเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองกับฟังก์ชันเคอร์เนลชนิดคาบเวลาตามสมการที่ *(4.3)*

$$k_{SE}(\tau)=\theta_1^2\exp\left(-\frac{(\tau)^2}{\theta_2^2}\right)$$
$$k_{SE\times PER}(\tau)=\theta_3^2\exp\left(-\frac{(\tau)^2}{2\theta_4^2}-\frac{2\sin^2\left(\|\tau\|/\theta_5\right)}{\theta_6^2}\right) \quad (4.3)$$

จากสมการที่ *(4.2)* และ *(4.3)* พบว่ามีจำนวนไฮเปอร์พารามิเตอร์ $\theta=[\theta_1,\theta_2\ldots,\theta_6]$ ทั้งหมด 6 ตัว โดยลักษณะเฉพาะของไฮเปอร์พารามิเตอร์แต่ละตัวถูกอธิบายไว้ในบทที่ 3 ซึ่งหลังจากคำนวณหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ตามวิธีในหัวข้อที่ 3.3 พบว่าค่าลอการิทึมของข้อมูลเชิงมาจิแนลและการหาอนุพันธ์ย่อยของไฮเปอร์พารามิเตอร์ตามสมการที่ *(4.4) - (4.5)* ตามลำดับ ซึ่งมีค่าตามตารางที่ 4.1

$$\log p\left(\mathbf{y}\,|\,X,\boldsymbol{\theta},\sigma_\varepsilon^2\right)=-\frac{N}{2}\log 2\pi-\frac{1}{2}\log\left|\mathbf{K}(X,X)+\sigma_\varepsilon^2 I_N\right|-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T\left(\mathbf{K}(X,X)+\sigma_\varepsilon^2 I_N\right)^{-1}\mathbf{y} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial\log p\left(\mathbf{y}|X,\boldsymbol{\theta}\right)}{\partial\theta_j}=\frac{1}{2}\mathbf{y}^T K_{y,y}^{-1}\frac{\partial K_{y,y}}{\partial\theta_j}K_{y,y}^{-1}\mathbf{y}-\frac{1}{2}trace\left(K_{y,y}^{-1}\frac{\partial K_y}{\partial\theta_j}\right) \quad (4.5)$$

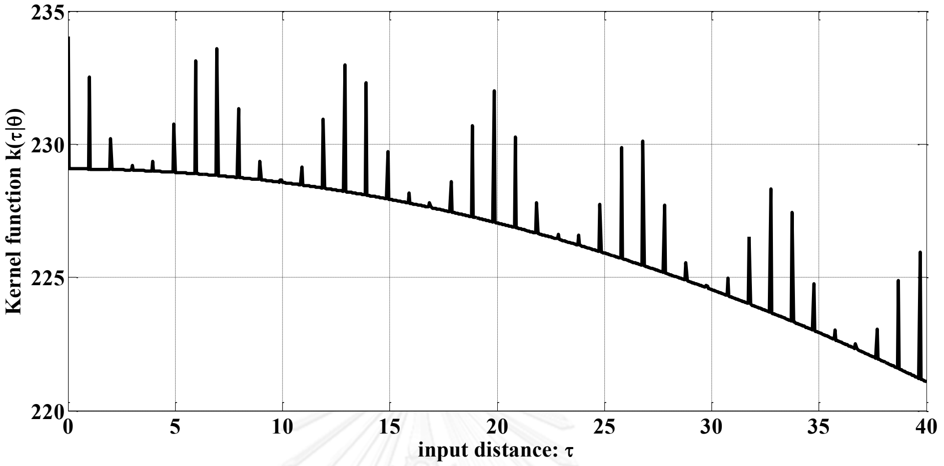
ดังนั้นพบว่าค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ของเคอร์เนลฟังกชันในสมการ (4.3) มีค่าตามแสดงไว้ในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ของเคอร์เนลฟังก์ชันและลอการิทึมของข้อมูลเชิงมาจิแนล

เคอร์เนลฟังก์ชัน	ไฮเปอร์พารามิเตอร์	$\log p\left(\mathbf{y}\,|\,X,\boldsymbol{\theta},\sigma_\varepsilon^2\right)$
$k_{SE}(\tau)=\theta_1^2\exp\left(-\frac{(\tau)^2}{\theta_2^2}\right)$	$\theta_1=15.1351$	-6.8406×10^7
	$\theta_2=150.0855$	6.6743×10^7
$k_{SE\times PER}(\tau)=\theta_3^2\exp\left(-\frac{(\tau)^2}{2\theta_4^2}-\frac{2\sin^2\left(\|\tau\|/\theta_5\right)}{\theta_6^2}\right)$	$\theta_3=2.2311$	-3.4728×10^8
	$\theta_4=130.8687$	2.2577×10^8
	$\theta_5=0.9925$	-5.1359×10^{10}
	$\theta_6=0.0555$	6.6294×10^8

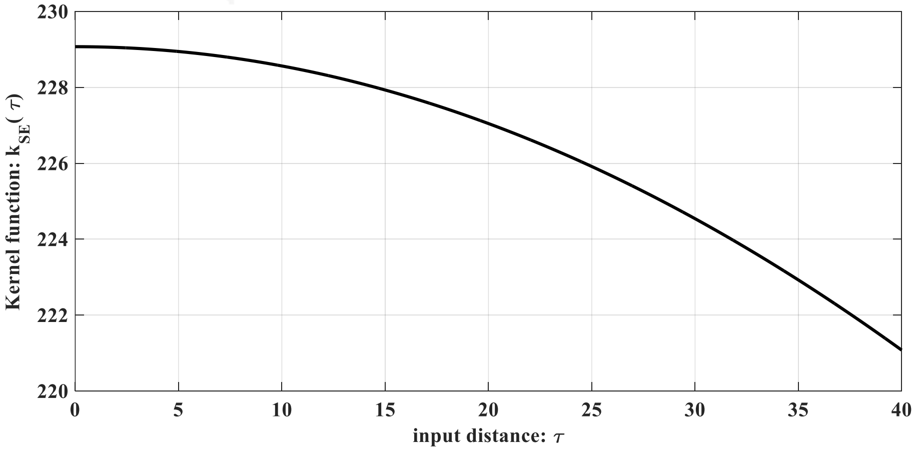
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

อย่างไรก็ตามค่าลอการิทึมของข้อมูลเชิงมาจิแนลตามสมการที่ *(4.4)* ที่สามารถคำนวณได้จากการเรียนรู้ช่วงฝึกสอนของข้อมูลพีคโหลดมีค่าเท่ากับ $\log p\left(\mathbf{y} \mid X, \boldsymbol{\theta}, \sigma_{\varepsilon}^{2}\right)=3.8830 \times 10^{8}$ ซึ่งหลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์จากตารางที่ 4.1 แทนลงไปในสมการที่ *(4.3)* เพื่อจำลองฟังก์ชันพบว่าลักษณะของเคอร์เนลฟังก์ชันรวม $k(\tau \mid \boldsymbol{\theta})$ ในทางเวลามีค่าตามในรูปที่ 4.1

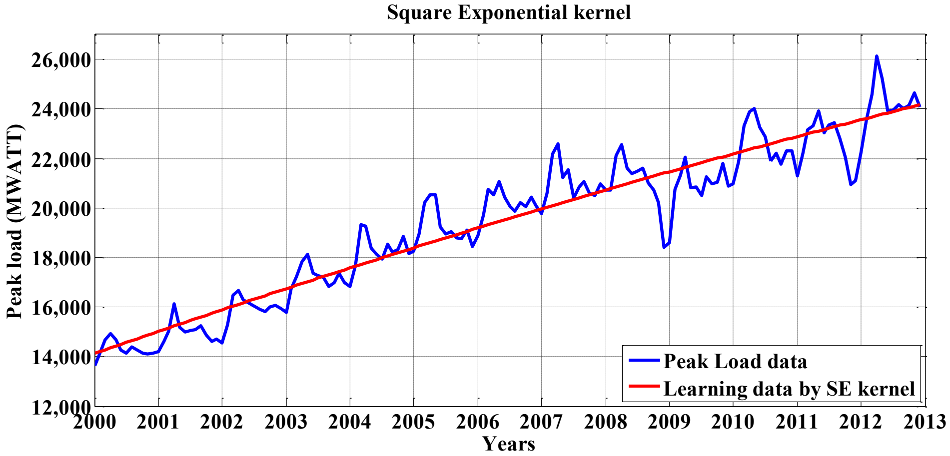


รูปที่ 4.1 เคอร์เนลฟังก์ชันรวม $k(\tau \mid \boldsymbol{\theta})=k_{SE}(\tau)+k_{SE \times PER}(\tau)$

โดยผู้วิจัยเริ่มวิเคราะห์ผลที่ได้จากค่าเคอร์เนล $k_{SE}(\tau)$ ที่มีค่าเคอร์เนลฟังก์ชันตามรูปที่ 4.2 ซึ่งค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่เลือกใช้ได้แก่ $\theta_1 = 15.1351$ และ $\theta_2 = 150.0855$ โดยการเลือกค่า θ_2 ที่มากเข้าไว้นั้นเพื่อต้องการให้สัญญาณเอาต์พุตที่ออกมาจากกระบวนการแบบเกาส์มีการเปลี่ยนแปลงที่ช้าทำให้การสร้างแนวโน้มระยะยาวของความต้องการไฟฟ้าสูงสุดเป็นไปตามรูปที่ 4.3 ตามลำดับ

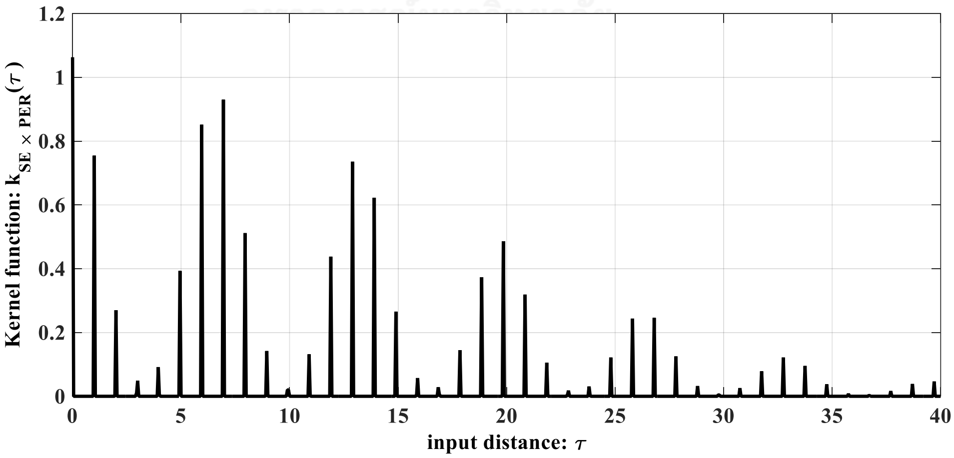


รูปที่ 4.2 เอ็กซ์โพเนนเชียลกำลังสองเคอร์เนล $k_{SE}(\tau)=\theta_1^2 \exp\left(-\frac{(\tau)^2}{\theta_2^2}\right)$



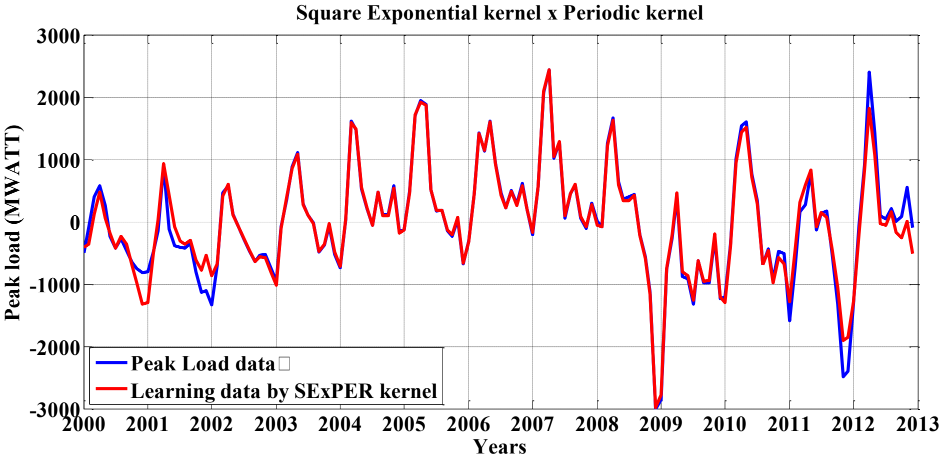
รูปที่ 4.3 ผลการทำนาย $f\left(x_j\right)$, $j=1,2,\ldots 156$ *เมื่อใช้เคอร์เนล* $k_{SE}\left(\tau\right)$

จากนั้นเมื่อได้เส้นแนวโน้มระยะยาวจากฟังก์ชัน $k_{SE}\left(\tau\right)$ (รูปที่ 4.3 เส้นสีแดง) ผู้วิจัยได้ทำการลบกับข้อมูลความต้องการไฟฟ้าสูงสุด (รูปที่ 4.3 เส้นสีน้ำเงิน) ทำให้เหลือสัญญาณค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดอยู่ในระนาบเส้นศูนย์ (รูปที่ 4.5 เส้นสีน้ำเงิน) ซึ่งทำให้ง่ายต่อการวิเคราะห์และใช้กระบวนการแบบเกาส์ในการเรียนรู้ ดังนั้นตามที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อ 3.2.3 จึงเลือกใช้ผลคูณระหว่างฟังก์ชันเคอร์เนลเอกซ์โพเนนเชียลกำลังสองกับฟังก์ชันเคอร์เนลชนิดคาบเวลามาใช้สำหรับการเรียนรู้ในช่วงฝึกสอน โดยมีค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ 4 ตัว คือ $\theta_3=2.2311$ $\theta_4=130.8687$ $\theta_5=0.9925$ และ $\theta_6=0.0555$ ซึ่งมีค่าตามรูปที่ 4.4 จากนั้นนำค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่ได้นำไปผ่านกระบวนการแบบเกาส์ และได้ค่าความต้องการไฟฟ้าสูงสุดตามรูปที่ 4.5 (เส้นสีแดง)



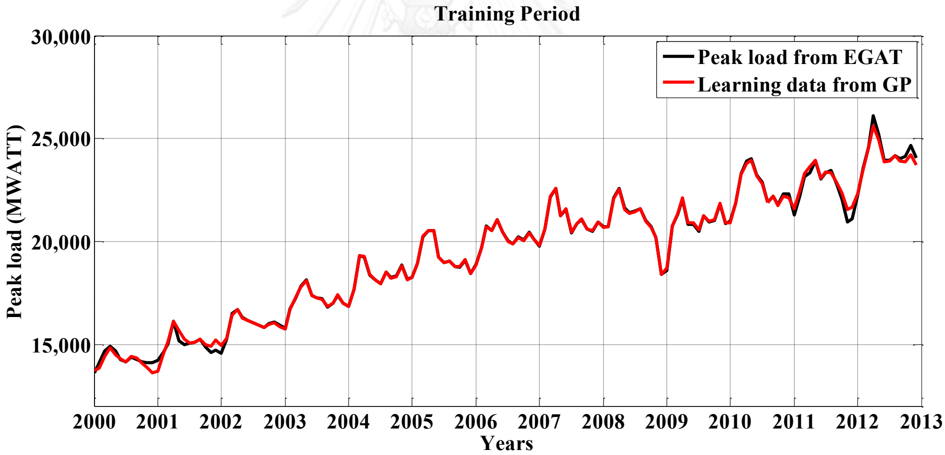
รูปที่ 4.4 เอ็กซ์โพเนนเชียลกำลังสองเคอร์เนลคูณกับเคอร์เนลชนิดคาบเวลา

$$k_{SE\times PER}(\tau)=\theta_3^2\exp\left(-\frac{(\tau)^2}{2\theta_4^2}-\frac{2\sin^2\left(\|\tau\|/\theta_5\right)}{\theta_6^2}\right)$$



รูปที่ 4.5 ผลการทำนาย $f\left(x_j\right)$, $j=1,2,\ldots 156$ *เมื่อใช้เคอร์เนล* $k_{SE\times PER}(\tau)$

ต่อมานำฟังก์ชันทั้งสองมารวมกันด้วยคุณสมบัติของเคอร์เนลตามสมการที่ *(4.2)* และมีจำนวนไฮเปอร์พารามิเตอร์ตามตารางที่ 4.1 ซึ่งสามารถนำไปสร้างฟังก์ชันความต้องการไฟฟ้าสูงสุดโดยใช้สมการที่ *(4.1)* และมีผลตามรูปที่ 4.6 (เส้นสีแดง)



รูปที่ 4.6 ผลการการทำนาย $f\left(x_j\right)$, $j=1,2,\ldots 156$ *เมื่อใช้เคอร์เนล* $k_{SE}\left(\tau\right)+k_{SE\times PER}\left(\tau\right)$

ผู้วิจัยได้กำหนดให้นิยามค่าของเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์ (Absolute Percentage Error) ไว้สำหรับทดสอบประสิทธิภาพของเทคนิคที่นำเสนอในช่วงเวลาการฝึกสอนตามสมการที่ *(4.6)*

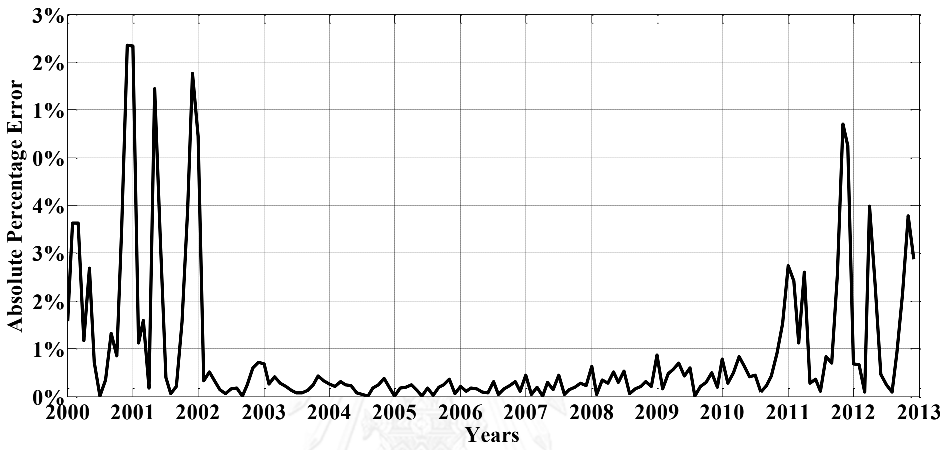
$$APE_j = 100\times\frac{\left|y_j - m\left(x_j\right)\right|}{y_j} \quad ; \; j=1,2,\ldots 156 \qquad (4.6)$$

จากสมการที่ *(4.6)* ผู้วิจัยสามารถนำเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์ไปนำพล็อตเพื่อสังเกตว่าความผิดพลาดในแต่ละจุดมีการคลาดเคลื่อนกี่เปอร์เซนต์ ดังแสดงตามในรูปที่ 4.7 นอกจากนี้นิยามผลรวม

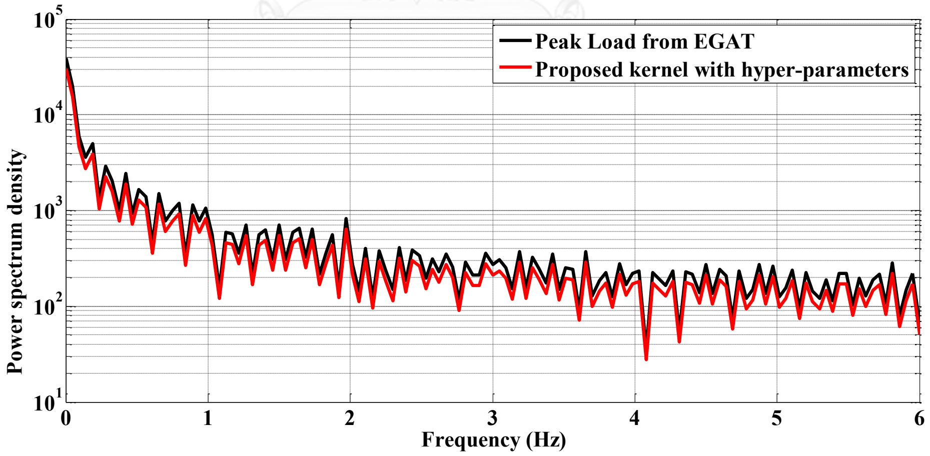
ของเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์ซึ่งเรียกว่าเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) มีค่าเท่ากับ

$$\text{MAPE} = E\left\{APE_j\right\} \approx \frac{1}{156}\sum_{i=j}^{156} APE_j \tag{4.7}$$

ดังนั้นในการช่วงการฝึกสอนข้อมูลโดยใช้เทคนิคของกระบวนการแบบเกาส์ให้เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์เท่ากับ 0.4275%



รูปที่ 4.7 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์และพบว่า MAPE=0.4275%



รูปที่ 4.8 ความหนาแน่นเชิงสเปกตรัม $S(f)$ *ระหว่างข้อมูลจาก EGAT กับไฮเปอร์พารามิเตอร์*

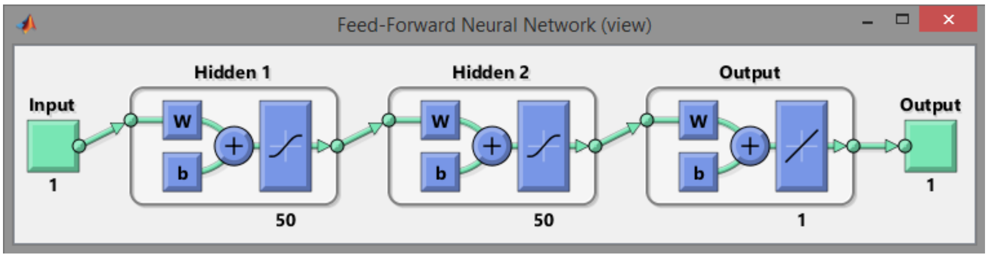
นอกจากนี้ผู้วิจัยยังพิจารณาต่อเนื่องโดยการหาความหนาแน่นเชิงสเปกตรัมของข้อมูลความต้องการไฟฟ้าสูงสุดจาก EGAT กับ ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ทั้ง 6 ตัว โดยการใช้ฟังก์ชันการแปลงฟูเรียร์ (Fast Fourier Transform) ในโปรแกรม MATLAB ซึ่งค่าที่ได้แสดงตามรูปที่ 4.8 ซึ่งจะเห็นว่าความหนาแน่นเชิงกำลังของข้อมูลความต้องการไฟฟ้าสูงสุด (เส้นสีดำ) และความหนาแน่นเชิงกำลัง

ของค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์จากกระบวนการแบบเกาส์ (เส้นสีแดง) มีความหนาแน่นใกล้เคียงกันซึ่งสอดคล้องกับช่วงการฝึกสอนของกระบวนการแบบเกาส์ที่ตรงกับรูปที่ 4.6

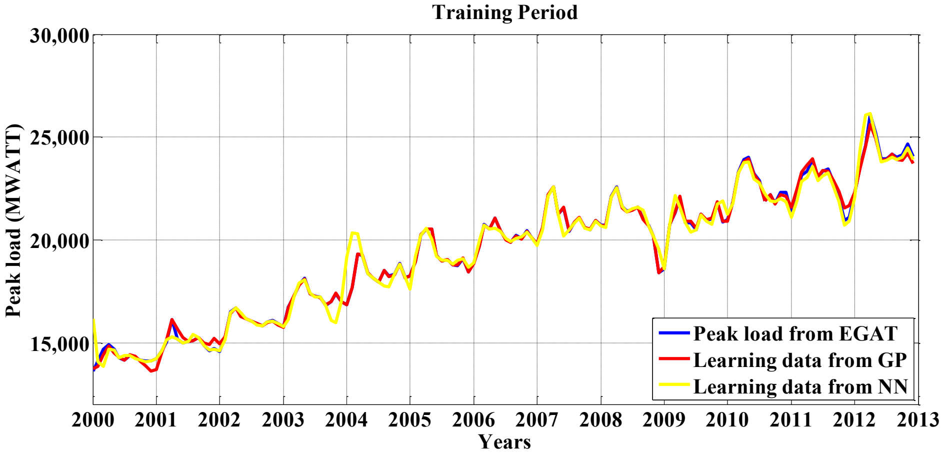
4.1.2 โครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ

ต่อมาผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีการเรียนรู้โดยใช้โครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ (Backpropagation Neural Network) สำหรับการพยากรณ์ค่าความต้องการใช้ไฟฟ้าสูงสุดแบบระยะยาวรายเดือนเพื่อมาสร้างแบบจำลอง โดยการเรียนรู้ของโครงข่ายประสาทเทียม คือการสอนให้โครงข่ายให้ทำการคำนวณข้อมูลเอาตพุตพร้อมปรับปรุงค่าน้ำหนักโดยใช้ข้อมูลอินพุตที่ป้อนให้กับโครงข่ายโดยอาศัยกระบวนการทำซ้ำ (Iterative) ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะทำการเปรียบเทียบกับกระบวนการแบบเกาส์โดยใช้การเรียนรู้แบบมีผู้สอน (Supervised Learning) โดยขั้นตอนการเรียนรู้หรือการแบ่งช่วงการทดลองจะถูกแบ่งเหมือนกระบวนการแบบเกาส์ทุกประการ คือ ช่วงที่ 1 เป็นช่วงการเรียนรู้เริ่มตั้งแต่เดือนมกราคม 2000 – ธันวาคม 2012 และช่วงที่ 2 และ 3 เป็นช่วงการพยากรณ์โดยเริ่มจากเดือนมกราคม 2013 ถึง ธันวาคม 2013 ซึ่งจะมีการตรวจสอบข้อมูลจากทาง EGAT ควบคู่ไปด้วย และพยากรณ์ระยะยาวจากเดือนมกราคม 2014 จนถึงธันวาคม 2023 โดยโครงข่ายจะเรียนรู้ข้อมูลโดยการปรับค่าหน้ำหนักเพื่อลดค่าความแตกต่างระหว่างค่าของตัวแปรเอาต์พุตของโครงข่ายกับค่าของข้อมูลเอาต์พุตจาก EGAT ที่ถูกต้องให้น้อยที่สุด และการปรับค่าหน้ำหนักจะปรับทีละน้อยๆ โดยกระบวนการทำซ้ำกับข้อมูลทีละชุด จนกระทั่งค่าน้ำหนักในโครงข่ายลู่เข้าเพื่อที่จะหาค่าของตัวแปรเอาต์พุตซึ่งก็คือ ค่าของผลการพยากรณ์

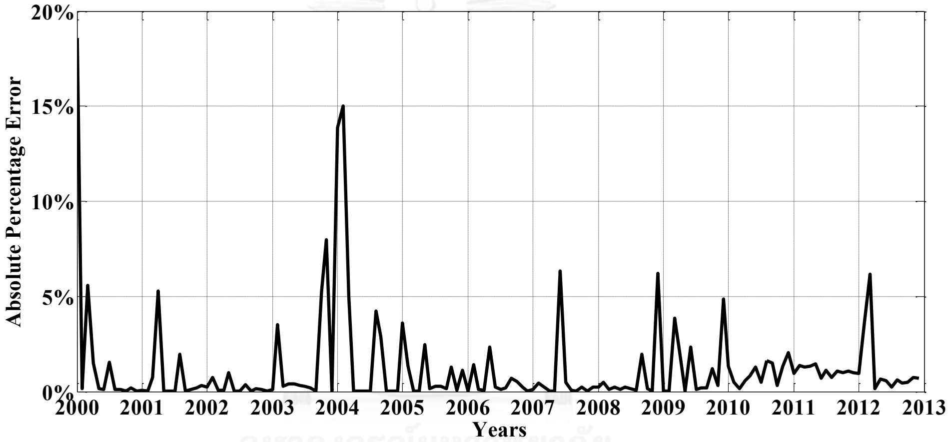
เพื่อความสะดวกในการเปรียบเทียบกับกระบวนการแบบเกาส์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกใช้โครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับที่เป็นเครื่องมือสำเร็จรูป (Toolbox) ที่นำมาจากโปรแกรม MATLAB ซึ่งรูปแบบโครงข่ายที่ใช้จะจำลองตามรูปที่ 4.9 โดยกำหนดให้มีชั้นซ่อน (Hidden Layers) จำนวน 50 ชั้น และผลการทดสอบเอาต์พุตในช่วงฝึกสอนโดยโครงข่ายประสาทเทียมเปรียบเทียบกับผลการทดสอบของกระบวนการแบบเกาส์ในรูปที่ 4.6 จะมีค่าตามในรูปที่ 4.10 ดังนี้



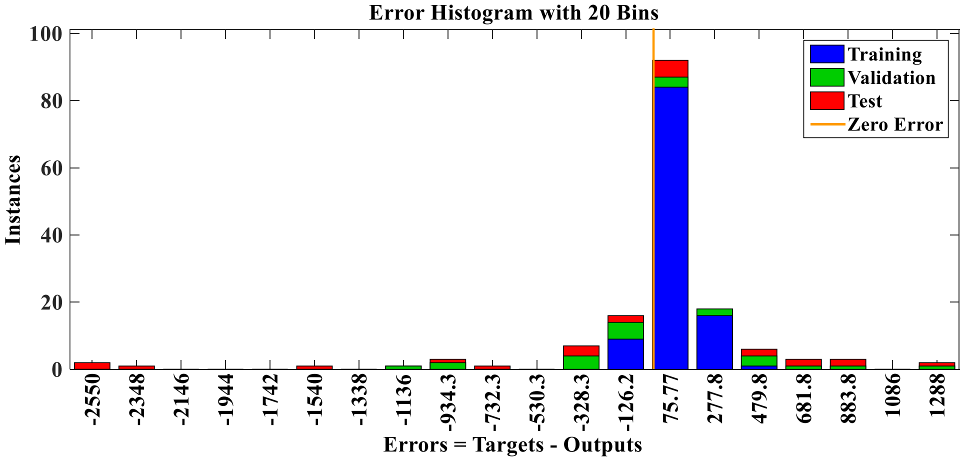
รูปที่ 4.9 โครงข่ายประสาทเทียมที่จำลองจาก MATLAB



รูปที่ 4.10 ผลการทำนายพีคโหลดโดยโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับเปรียบเทียบกับกระบวนการแบบเกาส์



รูปที่ 4.11 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์ของโครงข่ายประสาทเทียม



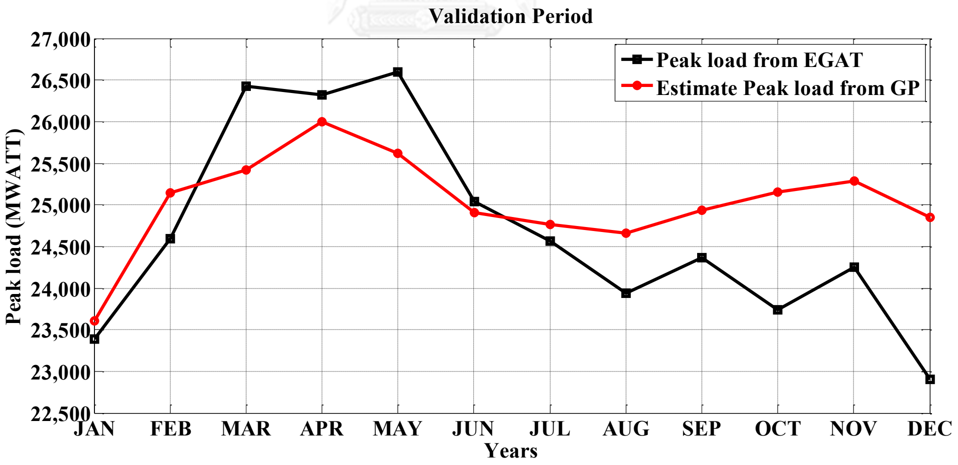
รูปที่ 4.12 ค่าความผิดพลาดแบบฮิสโตแกรมระหว่างข้อมูลจริงกับข้อมูลเอาต์พุต

จากรูปที่ 4.11 โดยการเรียนรู้แบบมีผู้สอนของโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับให้ผลค่าผิดพลาด MAPE=1.2150% จึงสามารถสรุปได้ว่าในการเรียนรู้ข้อมูลพีคโหลดช่วงการฝึกสอนระหว่างกระบวนการแบบเกาส์กับโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับนั้นมีเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์เท่ากับ 0.4275% และ 1.2150% ตามลำดับ ซึ่งทำให้ชี้ชัดได้ว่าการเรียนรู้แบบมีผู้สอนของกระบวนการแบบเกาส์ที่ใช้ผลการออกแบบของเคอร์เนลฟังก์ชันสามารถเรียนรู้ข้อมูลพีคโหลดได้ใกล้เคียงกับของจริงมากกว่าโครงข่ายประสาทเทียมแบบแพร่กลับตามรูปที่แสดงไว้ข้างต้น

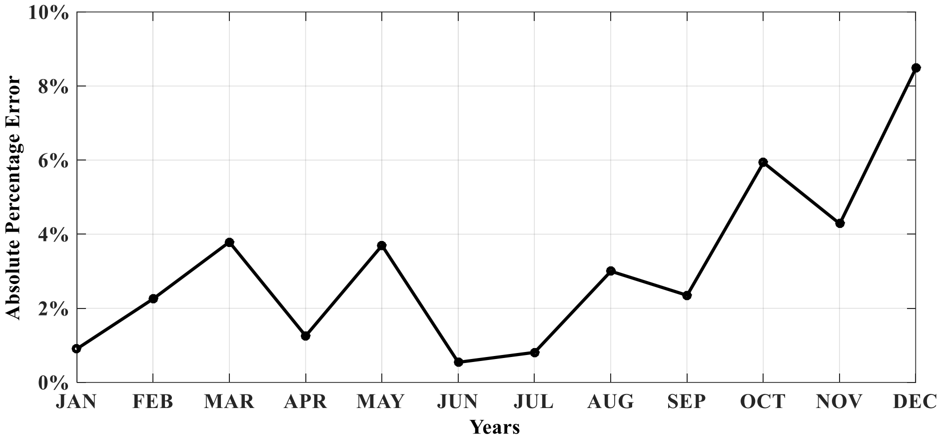
4.2 การเปรียบเทียบผลในช่วงการตรวจสอบ

คือช่วงเวลาที่ใช้สำหรับการตรวจสอบ โดยความแม่นยำและประสิทธิภาพของเทคนิคที่ได้นำเสนอ โดยเทคนิดของกระบวนการแบบเกาส์จะใช้ข้อมูลค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ $\boldsymbol{\theta}$ ของช่วงเวลาที่หาได้จากตารางที่ 4.1 ของช่วงเวลาการฝึกสอน และข้อมูลพีคโหลดในช่วงฝึกสอน $\mathbf{y}=\{y_i\}_{i=1}^{156}$ มาทำการพยากรณ์ค่า $f\left(x_j\right)$ ซึ่ง $j=157,158,...,168$ หรือตรงกับเดือนมกราคม 2013 ถึงธันวาคม 2013 โดยใช้กระบวนการแบบเกาส์ตามในสมการ *(4.1)*

4.2.1 ผลการทดสอบของการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันแบบผสม

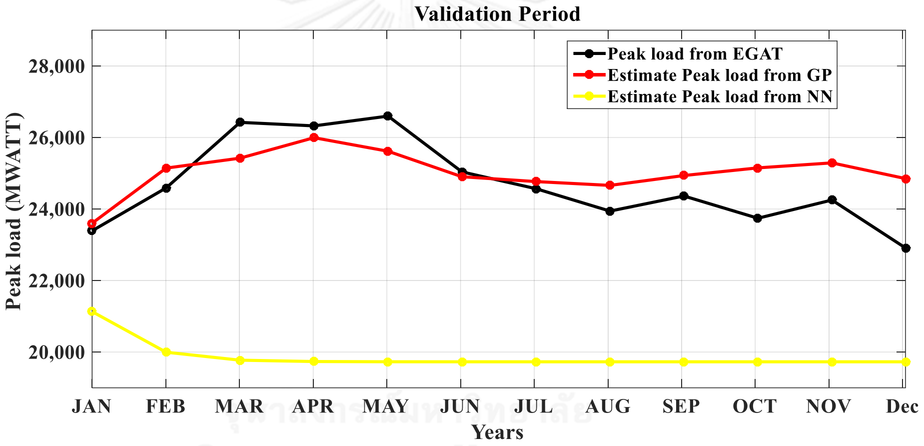


รูปที่ 4.13 ผลการพยากรณ์ในช่วงตรวจสอบโดยเทคนิค
การออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันแบบผสมตามสมการ (4.2)



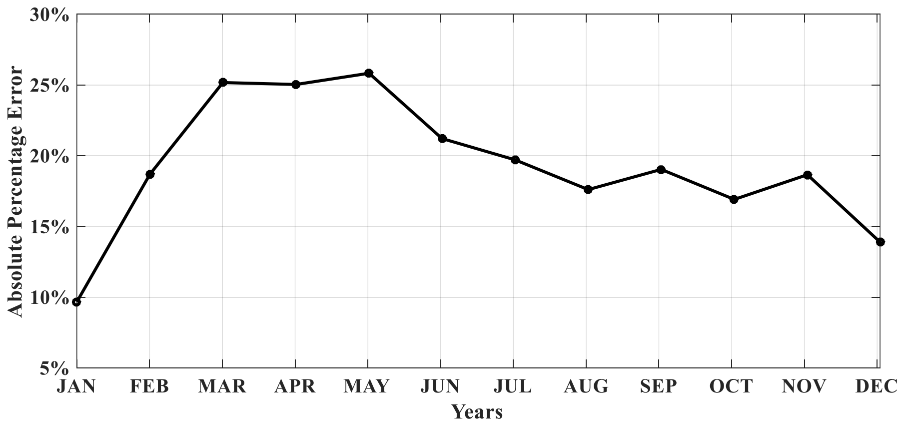
รูปที่ 4.14 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์และพบว่ามี MAPE=3.1086%

4.2.2 ผลการทดสอบโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

รูปที่ 4.15 ผลในช่วงตรวจสอบโดยโครงข่ายประสาทเทียมเปรียบเทียบกับกระบวนการแบบเกาส์

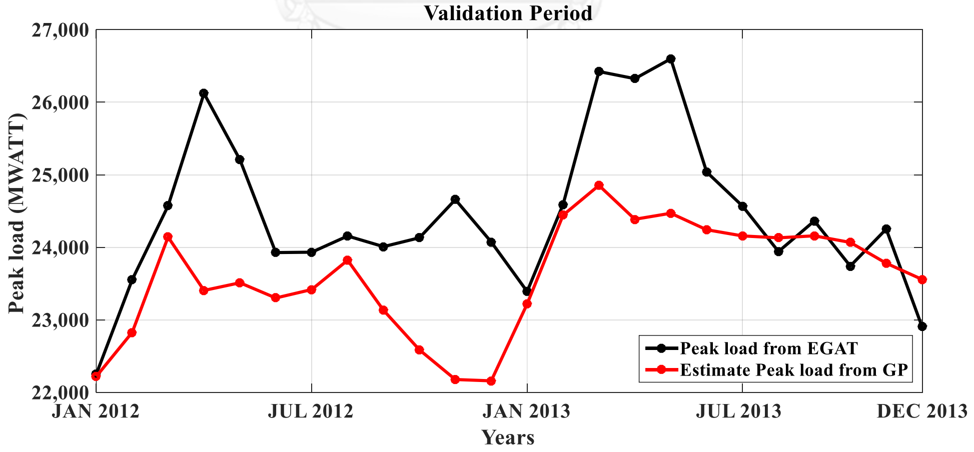


รูปที่ 4.16 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดสัมบูรณ์และพบว่า MAPE=19.2801%

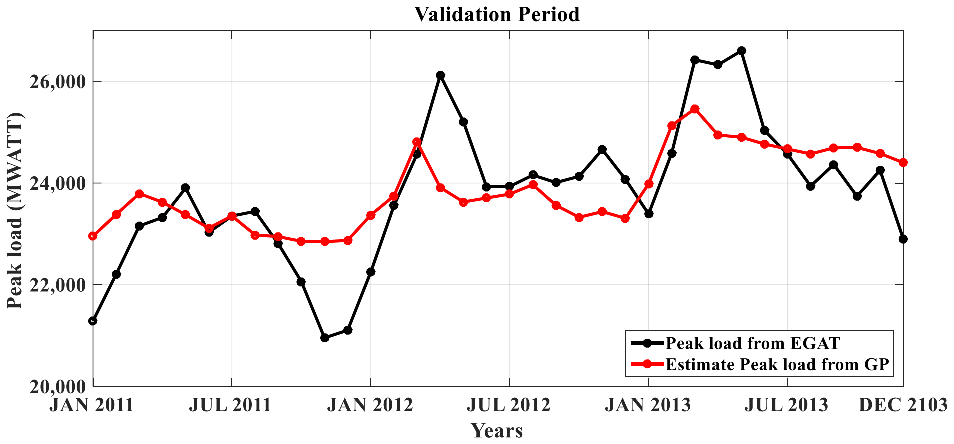
จากการทดสอบโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับในช่วงการฝึกสอนตามหัวข้อ 4.1.2 ผู้วิจัยได้นำโครงข่ายในช่วงการฝึกสอนมาเรียนรู้เพื่อพยากรณ์ในช่วงตรวจสอบพบว่า เมื่อโครงข่ายทำการเรียนรู้แบบไม่มีผู้สอนนั้นจะทำให้ค่าเอาต์พุตที่ได้นั้นไม่มีการเปรียบเทียบกับข้อมูลจริง ซึ่งส่งผลให้การพยากรณ์ในช่วงตรวจสอบโดยโครงข่ายประสาทเทียมด้อยประสิทธิภาพไป ซึ่งต่างจากกระบวนการแบบเกาส์ที่ใช้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่หาได้จากตารางที่ 4.1 มาพยากรณ์ในช่วงตรวจสอบดังแสดงตามรูปที่ 4.13 และรูปที่ 4.15 ตามลำดับ และประสิทธิภาพหรือความแม่นยำในการติดตามข้อมูลวัดโดยเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์พบว่ากระบวนการแบบเกาส์สามารถพยากรณ์ในช่วงการตรวจสอบได้ดีกว่าโครงข่ายประสาทเทียมตามรูปที่ 4.14 และรูปที่ 4.16 ตามลำดับ

4.2.3 ผลการทดสอบความแม่นยำของไฮเปอร์พารามิเตอร์

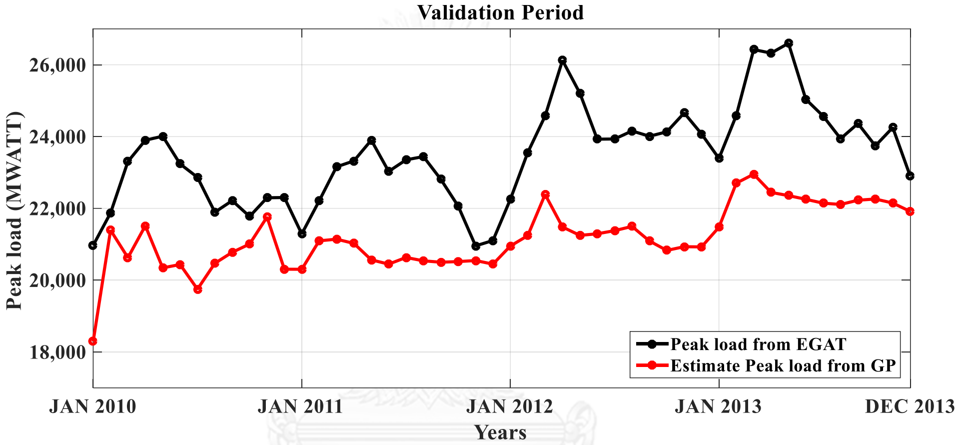
เนื่องจากการทดลองในช่วงฝึกสอนได้กำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เรียนรู้แพทเทิร์นของพีคโหลดในช่วงมกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2012 ซึ่งมีค่าตามตารางที่ 4.1 ดังนั้นในหัวข้อนี้ได้นำค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์มาพยากรณ์โดยการเพิ่มช่วงตรวจสอบออกเป็น 4 ช่วง ได้แก่ 1) ช่วงมกราคม 2012 ถึงธันวาคม 2013 2) ช่วงมกราคม 2011 ถึงธันวาคม 2013 3) ช่วงมกราคม 2010 ถึงธันวาคม 2013 4) ช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013 ซึ่งช่วงเวลาที่เพิ่มเข้ามาถูกแบ่งจากช่วงเวลาในช่วงฝึกสอน



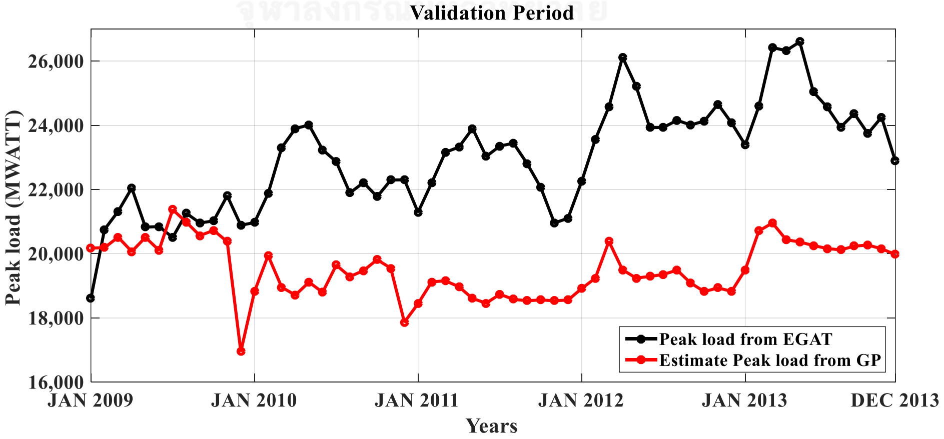
รูปที่ 4.17 ผลการตรวจสอบในช่วงมกราคม 2012 ถึงธันวาคม 2013



รูปที่ 4.18 ผลการตรวจสอบในช่วงมกราคม 2011 ถึงธันวาคม 2013



รูปที่ 4.19 ผลการตรวจสอบในช่วงมกราคม 2010 ถึงธันวาคม 2013



รูปที่ 4.20 ผลการตรวจสอบในช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013

ซึ่งผลการทดสอบความแม่นยำของไฮเปอร์พารามิเตอร์ในช่วงการตรวจสอบโดยการใช้กระบวนการแบบเกาส์ตามรูปที่ 4.17 - รูปที่ 4.20 สามารถวัดได้ด้วยเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ที่แสดงไว้ในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ในแต่ละช่วงเวลา

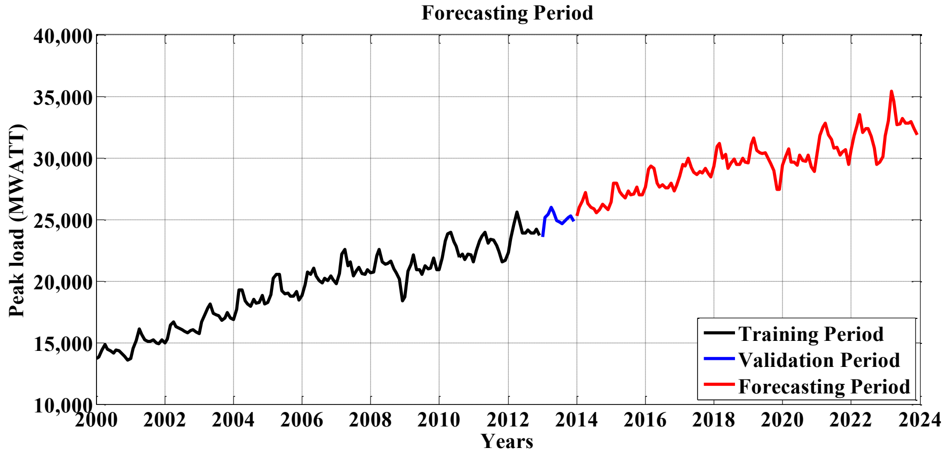
ช่วงเวลา	เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์
ช่วงมกราคม 2012 ถึงธันวาคม 2013	MAPE=3.8166%
ช่วงมกราคม 2011 ถึงธันวาคม 2013	MAPE=3.2748%
ช่วงมกราคม 2010 ถึงธันวาคม 2013	MAPE=9.7074%
ช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013	MAPE=15.0609%

จากผลการทดสอบนั้นแสดงให้เห็นว่าค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ตามตารางที่ 4.1 เมื่อนำมาพยากรณ์ทั้ง 4 ช่วงได้ทำให้เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์เพิ่มสูงขึ้น เนื่องจากแพทเทิร์นที่เคยเรียนรู้เปลี่ยนแปลง เพราะฉะนั้นการแก้ไขจึงต้องปรับค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ใหม่ซึ่งได้นำเสนอในหัวข้อของข้อเสนอแนะ

4.3 การทดสอบแนวโน้มในช่วงการทำนาย

คือช่วงการพยากรณ์ โดยจะใช้ข้อมูลค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่คำนวณได้จากตารางที่ 4.1 และข้อมูลพีคโหลดในหัวข้อที่ 4.1 มาใช้เพื่อใช้ทำนายพีคโหลด $f\left(x_j\right)$ ระยะยาวล่วงหน้าในอนาคต โดยอาศัยทฤษฎีกระบวนการแบบเกาส์ตามในสมการ *(4.1)* โดยที่ค่า $j=169,170,\ldots 300$ หรือหมายถึงเดือนมกราคม 2014 ถึงธันวาคม 2023 จำนวนทั้งสิ้น 132 เดือน นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ทำการเปรียบเทียบโดยใช้โครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับเพื่อตรวจสอบแนวโน้มอีกด้วย

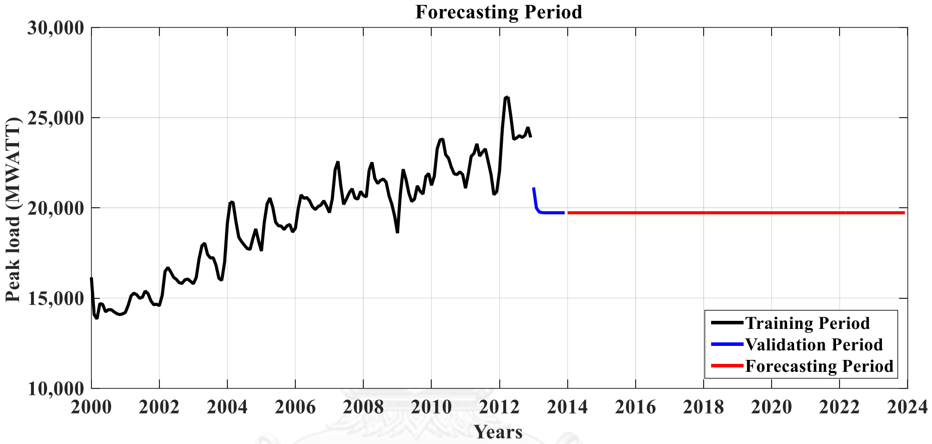
4.3.1 ตรวจสอบแนวโน้มด้วยเทคนิคการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันแบบผสม



รูปที่ 4.21 ผลการพยากรณ์ค่าพีคโหลดในช่วงมกราคม 2014 ถึงธันวาคม 2023 โดยเทคนิคการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันแบบผสม

การพยากรณ์ค่าไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวโดยใช้กระบวนการแบบเกาส์แสดงให้เห็นตามรูปที่ 4.21 ประกอบด้วยการเรียนรู้ในช่วงฝึกสอน (เส้นสีดำ) การเปรียบเทียบในช่วงตรวจสอบ (เส้นสีน้ำเงิน) และการพยากรณ์ระยะยาว (เส้นสีแดง) ซึ่งจากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของข้อมูลจริงกับข้อมูลที่ได้จากอัลกอริทึมโดยการหาเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์พบว่า MAPE ในช่วงฝึกสอนและ MAPE ในช่วงตรวจสอบมีค่าต่ำกว่าโครงข่ายประสาทเทียม ทำให้ค่าการพยากรณ์โดยการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันในกระบวนการแบบเกาส์มีแนวโน้มที่น่าเชื่อถือกว่าโครงข่ายประสาทเทียมซึ่งจะแสดงในหัวข้อถัดไป

4.3.2 ตรวจสอบแนวโน้มด้วยโครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับ



รูปที่ 4.22 ผลการพยากรณ์ค่าพีคโหลดในช่วงมกราคม 2014 ถึงธันวาคม 2023 โดยใช้โครงข่ายประสาทเทียม

การพยากรณ์ค่าไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวโดยใช้โครงข่ายประสาทเทียมแบบอัลกอริทึมแพร่กลับแสดงให้เห็นตามรูปที่ 4.22 ซึ่งประกอบด้วยการเรียนรู้ในช่วงฝึกสอน (เส้นสีดำ) การเปรียบเทียบในช่วงตรวจสอบ (เส้นสีน้ำเงิน) และการพยากรณ์ระยะยาว (เส้นสีแดง) เช่นเดียวกับกระบวนการแบบเกาส์ ซึ่งจากการเปรียบเทียบข้อมูลในช่วงการฝึกสอนของโครงข่ายประสาทเทียมได้เรียนรู้ข้อมูลพีคโหลดจาก EGAT โดยการปรับค่าน้ำหนัก ทำให้ค่าเอาต์พุตที่ได้ใกล้เคียงกับข้อมูจริง โดยวัดจากการหาเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์พบว่า MAPE มีค่าต่างกันไม่มากเมื่อเทียบกับกระบวนการแบบเกาส์ แต่หลังจากนั้นเมื่อผู้วิจัยทำการใช้โครงข่ายประสาทเทียมในการพยากรณ์ข้อมูลพีคโหลดโดยใช้โครงข่ายเดียวกันในช่วงฝึกสอน ซึ่งแสดงให้เห็นว่าขอบเขตการเรียนรู้ของโครงข่ายประสาทเทียมนั้นจะทำการประเมินได้ไม่ดีเมื่อไม่มีข้อมูลจริงเอาไว้เปรียบเทียบหรือไว้หาค่าน้ำหนักเพื่อจำลองเอาต์พุต ดังนั้นตั้งแต่ช่วงการตรวจสอบจนไปถึงช่วงการพยากรณ์โดยใช้โครงข่ายประสาทเทียม ค่าเอาต์พุตที่ได้จะลู่เข้าค่ากึ่งกลางของโครงข่ายในช่วงฝึกสอนที่มีค่าน้ำหนักมากที่สุดตามรูปที่แสดง

บทที่ 5
สรุปผลการทดลอง

5.1 บทสรุป

การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวนั้นเป็นความต้องการที่จะหาค่าประมาณของพลังงานไฟฟ้าซึ่งในปัจจุบันได้รับความสนใจเป็นอย่างมาก เนื่องจากการเจริญเติบโตทางด้านเศรษฐกิจอย่างรวดเร็ว รวมไปถึงจำนวนประชากรที่มีการเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยในอดีตนั้นได้มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการพยากรณ์ค่าพีคโหลด ซึ่งเทคนิคที่ใช้ได้แก่ ARMA , SVR , โครงข่ายประสาทเทียม ในแต่ละเทคนิคก็จะมีข้อดีคือมีความแม่นยำเฉพาะในขอบเขตของช่วงฝึกสอน และข้อเสียคือเมื่อทำการจำลองนอกขอบเขตช่วงฝึกสอนแล้วมักจะประสบปัญหาในการคำนวณค่าที่เหมาะสม

ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงได้นำเสนอทฤษฎีกระบวนการแบบเกาส์ที่จะพยากรณ์ค่าพีคโหลดโดยการออกแบบเคอร์เนลฟังก์ชันที่เป็นการผสมผสานระหว่างเอ็กซ์โพเนนเชียลเคอร์กับเคอร์เนลชนิดคาบเวลา ซึ่งในเทคนิคที่นำเสนอนั้นได้ประยุกต์เคอร์เนลฟังก์ชันให้เหมาะสมกับค่าพีคโหลดโดยแบ่งเป็นการหาแนวโน้มระยะยาวของค่าพีคโหลดโดยใช้เอ็กซ์โพเนนเชียลเคอร์ ซึ่งจะทำให้ง่ายต่อการเรียนรู้รูปแบบรายเดือนของค่าพีคโหลดโดยใช้การคูณกันระหว่างเอ็กซ์โพเนนเชียลเคอร์กับเคอร์เนลชนิดคาบเวลา โดยจะมีค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์รวมของเคอร์เนลฟังก์ชันทั้งหมด 6 ตัว ซึ่งจะเป็นตัวแปรสำคัญที่ได้จากการเรียนรู้ข้อมูลพีคโหลดในช่วงฝึกสอน เนื่องจากงานวิจัยในอดีตพบว่ายังไม่เคยมีการนำเคอร์เนลฟังก์ชันมาผสมผสานกันจึงทำให้เทคนิคที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้เหมาะสมมากยิ่งขึ้น ผลการทดสอบพบว่าค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เพียง 6 ตัวก็สามารถจำลองฟังก์ชันพีคโหลดในช่วงฝึกสอนได้อย่างแม่นยำและมีประสิทธิภาพ และเมื่อทำการเปรียบเทียบกับโครงข่ายประเทียมที่ทำการเรียนรู้ในช่วงฝึกสอนเพื่อสร้างโครงข่ายขึ้นมาพร้อมทั้งจำลองค่าเอาต์พุต ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบทั้ง 2 เทคนิคแล้วถือว่ามีความแม่นยำและมีประสิทธิภาพทั้งคู่

ส่วนในกรณีของช่วงทดสอบนั้นจะเป็นช่วงที่ใช้ตรวจสอบประสิทธิภาพของเทคนิดโดยใช้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ภายในกระบวนการแบบเกาส์ที่หาได้ในช่วงการฝึกสอนหรือใช้โครงข่ายประสาทเทียมที่เรียนรู้ไว้แล้วในช่วงเวลาเดียวกัน ผลการทดสอบพบว่าการประมาณค่าพีคโหลดนอกขอบเขตช่วงการเรียนรู้ของกระบวนการแบบเกาส์นั้นทำให้ประสิทธิภาพความแม่นยำลดน้อยลง แต่ด้วยค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่เรียนรู้ในช่วงฝึกสอนนั้นทำให้นำมากลับจำลองฟังก์ชันในช่วงการตรวจสอบได้ในทางกลับกันของโครงข่ายประสาทเทียมเมื่อทำการประมาณค่าพีคโหลดนอกขอบเขตการช่วง

ฝึกสอนแล้ว โครงข่ายจะไม่มีประสิทธิภาพพอที่จะประมาณค่าพีคโหลดเหมือนในช่วงฝึกสอน แต่จะทำได้เพียงเลือกค่ากึ่งกลางของโครงข่ายในช่วงฝึกสอนเป็นเอาต์พุตในช่วงตรวจสอบ ซึ่งตารางที่ 5.1. จะแสดงเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ระหว่างกระบวนการแบบเกาส์กับโครงข่ายประสาทเทียมในช่วงฝึกสอนและช่วงการตรวจสอบเอาไว้

ตารางที่ 5.1 เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ระหว่าง กระบวนการแบบเกาส์กับโครงข่ายประสาทเทียม

ช่วงเวลา	เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ (MAPE)	
	กระบวนการแบบเกาส์	โครงข่ายประสาทเทียม
ช่วงฝึกสอน	MAPE=0.4275%	MAPE=1.2150%
ช่วงที่ใช้สำหรับตรวจสอบ	MAPE=3.1086%	MAPE=19.2801%

สุดท้ายคือช่วงการพยากรณ์เป็นการประมาณค่าพีคโหลดในอนาคตเป็นระยะเวลา 10 ปีข้างหน้า โดยเทคนิคของกระบวนการแบบเกาส์อาศัยค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์มาจำลองฟังก์ชันเอาต์พุต ซึ่งเมื่อพิจารณาแนวโน้มแล้วมีความน่าเชื่อถือมากกว่าเมื่อเทียบกับโครงข่ายประสาทเทียมที่จำเอาต์พุตออกมาเป็นค่ากึ่งกลางเหมือนช่วงตรวจสอบ ซึ่งการวิเคราะห์ทั้งหมดนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับการประมาณค่าพีคโหลดโดยอาศัยเทคนิคใหม่ๆต่อไปในอนาคต

5.2 ปัญหาและอุปสรรค

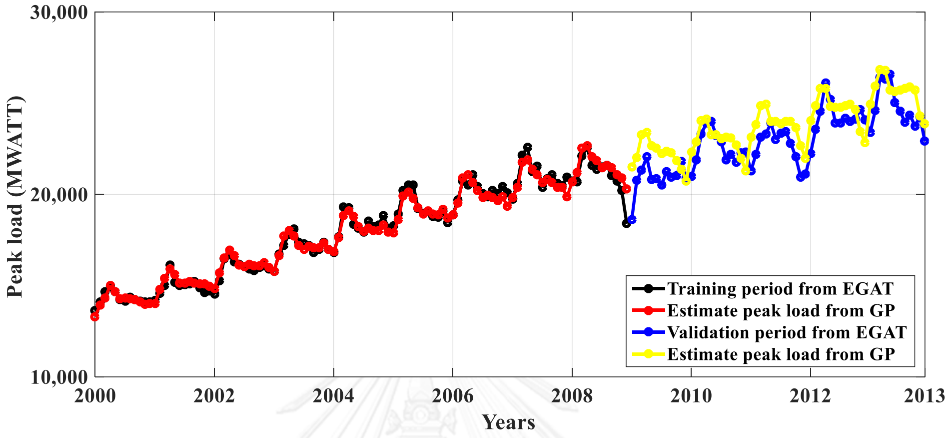
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ปัญหาและอุปสรรคในการศึกษานี้เกิดขึ้นจากโมเดลและอัลกอริทึมที่เลือกใช้เป็นสิ่งใหม่ทำให้ความรู้ที่ต้องการหาเพื่อนำมาอ้างอิงมีน้อย จึงต้องหาอ้างอิงจากสื่ออิเล็กทรอนิกส์เป็นส่วนใหญ่ รวมไปถึงปัญหาในการหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่เหมาะสม ซึ่งต้องใช้ทรัพยากรคอมพิวเตอร์และเวลาในการค้นหา แต่อย่างไรก็ตามปัญหาดังกล่าวไม่ได้ส่งผลอะไรมากต่อวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

5.3 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากผลการทดสอบของการพยากรณ์ในช่วงตรวจสอบได้กำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เรียนรู้แพททเทิร์นในช่วงฝึกสอนคือช่วงมกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2012 เพราะฉะนั้นการที่แบ่งข้อมูลในช่วงตรวจสอบออกมา 4 ช่วงได้แก่ 1) ช่วงมกราคม 2012 ถึงธันวาคม 2013 2) ช่วงมกราคม 2011 ถึงธันวาคม 2013 3) ช่วงมกราคม 2010 ถึงธันวาคม 2013 4) ช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013 ตามที่นำเสนอในหัวข้อที่ 4.2.3 ซึ่งทำให้เปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์เพิ่มสูงขึ้นมาก ดังนั้นถ้าความต้องการที่จะลดค่าความผิดพลาดลงจึงต้องทำการปรับค่าไฮเปอร์

พารามิเตอร์ใหม่ตามช่วงเวลาที่ต้องการ ยกตัวอย่างเช่น กำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เรียนรู้แพทเทิร์นในช่วงมกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2008 และทำการตรวจสอบค่าผิดพลาดในช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013 ตามรูปที่ 5.1 และค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่ปรับแล้วตามตารางที่ 5.2 เพราะฉะนั้นเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ในช่วงฝึกสอนและช่วงตรวจสอบมีค่าตามตารางที่ 5.3



รูปที่ 5.1 ผลการเรียนรู้แพทเทิร์นในช่วงมกราคม 2000 ถึงธันวาคม 2008 และทำการตรวจสอบค่าผิดพลาดในช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013

ตารางที่ 5.2 ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์หลังจากทำการปรับค่า

เคอร์เนลฟังก์ชัน	ไฮเปอร์พารามิเตอร์
$k_{SE}(\tau) = \theta_1^2 \exp\left(-\frac{(\tau)^2}{\theta_2^2}\right)$	$\theta_1 = 15.1351$
	$\theta_2 = 150.0855$
$k_{SE\times PER}(\tau) = \theta_3^2 \exp\left(-\frac{(\tau)^2}{2\theta_4^2} - \frac{2\sin^2\left(\lVert\tau\rVert/\theta_5\right)}{\theta_6^2}\right)$	$\theta_3 = 2.2311$
	$\theta_4 = 130.8687$
	$\theta_5 = 0.9925$
	$\theta_6 = 0.3555$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 5.3 เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์
ในช่วงมกราคม 2009 ถึงธันวาคม 2013

ช่วงเวลา	ก่อนการปรับค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์	หลังการปรับค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์
ช่วงฝึกสอน	MAPE = 1.5461%	MAPE = 1.4139%
ช่วงตรวจสอบ	MAPE=15.0609%	MAPE = 4.7284%

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

[1] "Annual Report," Electricity Generating Authority of Thailand (EGAT), 2000-2013.

[2] J.-j. Wang, D.-X. Niu, and L. Li, "An ARMA Cooperate with Artificial Neural Network Approach in Short-Term Load Forecasting," in *Natural Computation, ICNC '09. Fifth International Conference on*, 2009, pp. 60-64.

[3] L. Ghelardoni, A. Ghio, and D. Anguita, "Energy Load Forecasting Using Empirical Mode Decomposition and Support Vector Regression," *Smart Grid, IEEE Transactions on,* vol. 4, pp. 549-556, 2013.

[4] M. Chanza, P. Ramjith, and G. V. Harmelen, "Forecasting domestic hourly load profiles using vector regressions," in *Domestic Use of Energy Conference (DUE), 2013 Proceedings of the 21st*, 2013, pp. 1-5.

[5] A. K. Choobeh, "Short Term Load Forecasting for Shiraz Region Using Adaptive Back Propagation Neural Network," in *Communication Systems and Network Technologies (CSNT) , International Conference on*, 2013, pp. 583-585.

[6] M. A. Mamun and K. Nagasaka, "Artificial neural networks applied to long-term electricity demand forecasting," in *Hybrid Intelligent Systems, Fourth International Conference on*, 2004, pp. 204-209.

[7] R. M. Neal, "Bayesian learning for neural networks," New York, London: Springer-Verlag, 1996.

[8] Y. Zhang, Q. Zhou, C. Sun, S. Lei, Y. Liu, and Y. Song, "RBF Neural Network and ANFIS-Based Short-Term Load Forecasting Approach in Real-Time Price Environment," *Power Systems, IEEE Transactions on,* vol. 23, pp. 853-858, 2008.

[9] C. E. Rasmussen and C. K. I. Williams, *Gaussian processes for machine learning*. Cambridge, 2006.

[10] D. J. MacKay, *Introduction to Gaussian processes*, Neural Networks and Machine Learning ed., 1998.

[11] S. Bochner, *Lectures on Fourier integrals; with an author's supplement on monotonic functions, Stieltjes integrals, and harmonic analysis*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1959.

Chulalongkorn University

[12] C. Chatfield, *Time Series Analysis: An Introduction*. London: Chapman and Hall, 1989.

[13] M. Stein, *Interpolation of Spatial Data: Some Theory for Kriging.* Springer Verlag, 1999.

[14] M. a. S. Abramowitz, I., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover publications, 1964.

[15] T. Ploysuwan, " Spectral Mixture Kernel for Pattern Discovery and Time Series Forecasting of Electricity Peak Load " in *Proceeding of IEEE Region 10 Conference (TENCON-2014)* 2014, pp. 1-5.

[16] A. G. Wilson and R. P. Adams, "Gaussian process covariance kernels for pattern discovery and extrapolation," in *International Conference on Machine Learning (ICML)*, 2013.

[17] D. D. , J. R. Lloyd ,R. Grosse ,J. B. Tenenbaum, Z. Ghahramani, "Structure Discovery in Nonparametric Regression through Compositional Kernel Search," in *International Conference on Machine Learning*, Atlanta ,Georgia, USA, 2013.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ประมุขพงศ์ อัศวทวีโชค เกิดเมื่อวันที่ 15 มีนาคม พ.ศ. 2533 ที่จังหวัดแพร่ สำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมจากโรงเรียนจันทร์ประดิษฐารามวิทยาคมในปี พ.ศ. 2552 จากนั้นได้เข้าศึกษาต่อที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยสยาม จนสำเร็จหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิตในปี พ.ศ. 2556 และได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ณ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ. 2558

บทความทางวิชาการจากวิทยานิพนธ์

[1] T. Ploysuwan, P. Teekaput, and P. Atsawathawichok, "Time Series Pattern Learning and Forecasting for Long-Term Peak Electricity by Spectral Mixture Gaussian Kernel," Trans Tech Publications, Applied Mechanics and Materials, Switzerland vol. 781, pp. 245-249, 2015.

[2] P. Atsawathawichok, P. Teekaput and T. Ploysuwan, "Long term peak load forecasting in Thailand using multiple kernel Gaussian Process," in Proceeding of IEEE International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON) 2014, pp. 841-844.

[3] T. Ploysuwan and P. Atsawathawichok, "Kernel Modeling on Gaussian Process to Eliminate Power Line Interference for ECG Signal," in 2015 12th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), Hua-Hin, 2015.

[4] T. Ploysuwan, P. Atsawathawichok and P. Teekaput, "Peak load forecasting of Electricity Generating Authority of Thailand by Gaussian Process," in Proceeding of IEEE International Conference on Electrical Engineering Congress (iEECON-2014), 2014, pp. 109-122.

[5] T. Ploysuwan, P. Teekaput, and P. Atsawathawichok, "Time Series Pattern Learning and Forecasting for Long-Term Peak Electricity by Spectral Mixture Gaussian Kernel," in THE 2015 INTERNATIONAL ELECTRICAL ENGINEERING CONGRESS (iEECON-2015), Phuket, 2015.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY