

การปรับปรุงวิธีการคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพการจับ
โดยใช้แรงกระทำภายนอกบนวัตถุน้อยที่สุดในการทำลายน้ำจับ



นายมานะ บวรผดุงกิตติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2557

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Improving Method for Computation of Grasp Quality Metric
Using Minimal Breaking Force on Objects

Mr. Mana Borwornpadungkitti



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Computer Engineering
Department of Computer Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2014
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การปรับปรุงวิธีการคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพการจับโดยใช้
	แรงกระทำภายนอกบนวัตถุน้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ
โดย	นายมานะ บวรผดุงกิตติ
สาขาวิชา	วิศวกรรมคอมพิวเตอร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นัทธี นิภานันท์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

.....คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.บัณฑิต เอื้ออาภรณ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถวิทย์ สุดแสง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นัทธี นิภานันท์)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ณัฐพงศ์ ชินธเนศ)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กัณฑ์ ศรีจันทร์ทองศิริ)

มานะ บวรผดุงกิตติ : การปรับปรุงวิธีการคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพการจับโดยใช้แรงกระทำภายนอกบนวัตถุน้อยที่สุดในการทำลายน่าจับ (Improving Method for Computation of Grasp Quality Metric Using Minimal Breaking Force on Objects) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ. ดร.นัทที นิภาพันธ์, 81 หน้า.

ท่าจับที่ดีควรจะสามารถต้านทานแรงรบกวนภายนอกและรักษาวัตถุไว้ไม่ให้ลื่นหลุดจากมือความสามารถในการต้านทานแรงกระทำรบกวนภายนอกจึงสามารถนำมาใช้เป็นตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับได้ ขั้นตอนวิธีคำนวณขนาดของแรงรบกวนภายนอกบนวัตถุที่น้อยที่สุดในการทำลายน่าจับได้ถูกนำเสนอในงานวิจัยก่อนหน้านี้แล้ว แต่ยังใช้เวลาในการคำนวณมาก และจำเป็นต้องอาศัยการการแบ่งเลือกทิศทางของแรงกระทำภายนอก ทำให้มีบางทิศทางที่ถูกละเลยไปในการคำนวณ วิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอขั้นตอนวิธีคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับนี้โดยใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง และได้ที่ใกล้เคียงกับค่าผลเฉลยจริงตามนิยามมากขึ้น ประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ได้ถูกนำไปเปรียบเทียบกับขั้นตอนวิธีที่ถูกนำเสนอในงานวิจัยก่อนหน้านี้ทั้งในเชิงของเวลาที่ใช้ในการคำนวณ และความถูกต้องแม่นยำของผลลัพธ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาควิชา วิศวกรรมคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา วิศวกรรมคอมพิวเตอร์

ปีการศึกษา 2557

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

5670343721 : MAJOR COMPUTER ENGINEERING

KEYWORDS: GRASPING / GRASP QUALITY MEASURE / FORCE-CLOSURE / OBJECT WRENCH SPACE

MANA BORWORNPADUNGKITTI: Improving Method for Computation of Grasp Quality Metric Using Minimal Breaking Force on Objects. ADVISOR: ASST. PROF. NATTEE NIPARNAN, Ph.D., 81 pp.

Good grasp should be able to withstand external disturbance force in order to hold the object not to slip out of hand. Therefore, the ability to resist external disturbance force can be used as an indicator of grasp quality. Algorithms to calculate magnitude of minimal breaking force acting on object have been proposed in the literature. The drawbacks are that they take a lot of calculation time and they require discretization of external disturbance force direction, causing inaccurate results. This thesis presents an improved algorithm for calculating the aforementioned grasp quality measure that reduces the running time of the method and provides more accurate results. Our proposed algorithm has been numerically compared with other algorithms proposed previously in terms of both efficiency and accuracy of the results.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

Department: Computer Engineering Student's Signature

Field of Study: Computer Engineering Advisor's Signature

Academic Year: 2014

กิตติกรรมประกาศ

คงแทบจะเป็นไปไม่ได้เลยที่วิทยานิพนธ์เล่มนี้จะสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีภายในเวลาที่เหมาะสม หากผู้เขียนต้องทำการค้นคว้าวิจัยหัวข้อในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ด้วยลำพังตัวคนเดียว ผู้เขียนจึงใคร่ขอใช้พื้นที่ส่วนนี้กล่าวขอบคุณผู้ที่มีส่วนช่วยในงานวิจัยนี้

ขอขอบคุณบิดาและมารดาผู้ให้กำเนิดและเลี้ยงดูด้วยดีทำให้มีชีวิตอยู่มาจนถึงปัจจุบัน

ขอขอบคุณอาจารย์ที่ปรึกษา ผศ. ดร.นัทธี นิภาพันธ์ ที่ให้แรงบันดาลใจจนเกิดเป็นหัวข้องานวิจัยในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ และช่วยให้คำแนะนำทั้งเรื่องตัวงานวิจัยและเรื่องการเขียนบทความวิจัยสำหรับตีพิมพ์

ขอขอบคุณสมาชิกห้องปฏิบัติการทุกคน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ผศ. ดร.อรรถวิทย์ สุดแสง และ ผศ. ดร.นัทธี นิภาพันธ์ ที่ช่วยให้ความรู้และแนวคิดทั้งที่เกี่ยวกับหัวข้องานวิจัยโดยตรง ความรู้รอบตัว และความรู้ด้านเทคโนโลยีใหม่ๆ ที่ผู้เขียนไม่เคยทราบมาก่อน

ขอขอบคุณ นายวัชรพล วัชรวิเศษกุล ที่ช่วยจัดเตรียมข้อมูลนำเข้าของขั้นตอนวิธี และช่วยพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิด ทำให้ผู้เขียนได้แนวคิดวิธีการแก้ปัญหาของงานวิจัยนี้ได้ และยังช่วยเขียนบทความวิจัยสำหรับตีพิมพ์ในบางส่วน

ขอขอบคุณคณะกรรมการสอบ อ. ดร.ณัฐพงศ์ ชินธเนศ และ ผศ. ดร.กันต์ ศรีจันทร์ ทองศิริ ที่กรุณาสละเวลามาประเมิน ให้คำชี้แนะ และปรับปรุงงานวิจัยนี้ให้ดีและสมบูรณ์มากขึ้น

ขอขอบคุณทุนอุดหนุนการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อเฉลิมฉลองวโรกาสที่พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดชทรงเจริญพระชนมายุครบ 72 พรรษา ทำให้ผู้เขียนสามารถรับผิดชอบค่าใช้จ่ายในการเรียนได้ด้วยตนเอง

สุดท้ายนี้ขอขอบคุณผู้ที่มีส่วนช่วยทุกๆ คนที่ไม่ได้กล่าวถึงมา ณ ที่นี้ด้วย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	12
สารบัญรูปภาพ.....	13
บทที่ 1 บทนำ	14
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	14
1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	15
1.2.1 ทดสอบว่าทำจับนี้มีคุณสมบัติ force-closure หรือไม่.....	16
1.2.2 คำนวณหาทำจับที่มีคุณสมบัติ force-closure	16
(1) การจับวัตถุให้ได้โดยทั่วไป หรือการจับที่ไม่คำนึงถึงเป้าหมาย	17
(2) การจับวัตถุโดยคำนึงถึงเป้าหมายของการจับ (Task-oriented).....	17
1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	19
1.4 การนำเสนอและลำดับเนื้อหาวิทยานิพนธ์.....	19
1.4.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	19
1.4.2 แนวคิดของการวิจัยและขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหา	19
1.4.3 การทดสอบเปรียบเทียบและสรุปผล.....	20
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	21
2.1 แรงและแรงบิด (force and torque).....	21
2.2 แบบจำลองของนิ้วจับ (finger model)	21
2.2.1 นิ้วแข็ง (hard finger).....	21

(1) ผิวสัมผัสที่ไม่มีแรงเสียดทาน	22
(2) ผิวสัมผัสที่มีแรงเสียดทาน	22
2.2.2 นิ้วอ่อน (soft finger)	22
2.3 คุณสมบัติปิดของแรง (force-closure).....	23
2.4 ปริภูมิเวรณซ์ของการจับ (Grasp Wrench Space (GWS)) [48], [49].....	23
2.4.1 กำหนดขนาดของแรงที่ทุกๆ นิ้วออกได้รวมกันไม่เกิน	24
2.4.2 กำหนดขนาดของแรงที่แต่ละนิ้วออกได้แยกกันไม่เกิน.....	24
2.5 ปริภูมิเวรณซ์ของภารกิจ (Task Wrench Space (TWS)) [31], [48], [50]	25
2.6 ปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุ (Object Wrench Space (OWS)) [48], [50].....	26
2.7 ตัวชี้วัดคุณภาพการจับในงานวิจัยก่อนหน้า	26
2.7.1 วัดคุณภาพการจับจากตำแหน่งของจุดสัมผัสในการคำนวณ.....	27
(1) วัดคุณภาพการจับจากคุณสมบัติทางพีชคณิตของเมทริกซ์การจับ	27
1.a) ขนาดของ singular value ที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์การจับ [31].....	27
1.b) ปริมาตรของทรงรีในปริภูมิเวรณซ์ [31].....	27
(2) วัดคุณภาพการจับจากความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตของจุดสัมผัส	27
2.a) รูปทรงของรูปหลายเหลี่ยมท่าจับ [55]	28
2.b) ขนาดของรูปหลายเหลี่ยมท่าจับ [33]	28
2.c) ระยะห่างระหว่างศูนย์กลางรูปหลายเหลี่ยมท่าจับและ ศูนย์กลางวัตถุ [3], [34], [35]	28
2.d) บริเวณสัมผัสอิสระ (Independent Contact Region)	28
(3) วัดคุณภาพการจับจากขีดจำกัดของแรงที่นิ้วออกได้	28
3.a) epsilon-metric.....	29
3.b) ปริมาตรของ GWS [29]	29

3.c) Q - distance.....	29
2.7.2 วัดคุณภาพการจับจากการวางตัวของมือ.....	29
2.7.3 ตัวชี้วัดคุณภาพการจับแบบอื่นๆ.....	29
(1) รวมเอาตัวชี้วัดคุณภาพการจับหลายๆ แบบ.....	29
(2) ตัวชี้วัดคุณภาพการจับที่เกี่ยวข้องกับมนุษย์.....	29
2.8 การคำนวณหาแรงกระทำภายนอกบนวัตถุน้อยที่สุดในการทำลายน่าจับ.....	29
2.8.1 Borst et al., 2004 [50].....	30
2.8.2 Strandberg and Wahlberg, 2006 [41].....	30
2.8.3 Wen and Wu, 2012 [43].....	31
2.8.4 Jeong and Cheong, 2012 [44].....	31
บทที่ 3 การลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพท่าจับ.....	33
3.1 แนวคิดของการวิจัย.....	33
3.2 การปรับปรุง.....	34
3.3 การวิเคราะห์ความซับซ้อนเชิงเวลาของตัวกรอง.....	37
3.3.1 ตัวกรองเวรนซ์.....	37
(1) กรองเวรนซ์ที่เกิดขึ้นจากแรงทุกทิศทางทั้งหมดในการกรองครั้งเดียว.....	37
(2) กรองหนึ่งครั้งต่อเวรนซ์ที่เกิดจากแรงในแต่ละทิศทาง.....	38
3.3.2 ตัวกรองจุดยอด.....	39
บทที่ 4 การเพิ่มความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณคุณภาพท่าจับ.....	40
4.1 แนวคิดของการวิจัย.....	40
4.2 การปรับปรุง.....	41
4.3 การวิเคราะห์ความซับซ้อนเชิงเวลา.....	48
บทที่ 5 การทดลองและผลการทดลอง.....	49

5.1 ระบบที่ใช้ในการทดลอง.....	49
5.1.1 มือกล BarrettHand	50
(1) 3 นิ้ว.....	50
(2) นิ้วละ 2 ข้อต่อ.....	50
(3) นิ้วละ 1 มอเตอร์ (underactuated) โดยจะส่งแรงบิดต่อไปที่นิ้วข้อปลาย เมื่อนิ้วข้อต้นชนกับวัตถุ	50
(4) มี 1 มอเตอร์ที่ใช้ควบคุมการอ้านิ้วที่สองและนิ้วที่สาม	50
5.1.2 รูปแบบของข้อมูลนำเข้า	51
(1) วัตถุ.....	51
(2) ท่าจับ.....	51
5.1.3 ค่าคงที่ของระบบ	51
5.1.4 งานวิจัยที่ถูกนำมาเปรียบเทียบ.....	52
(1) Strandberg and Wahlberg, 2006 [41] (SW)	52
(2) Wen and Wu, 2012 [43] (WW).....	52
(3) Jeong and Cheong, 2012 [44] (JC)	52
5.2 ผลการทดลอง.....	53
5.2.1 ขนาดของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ (f^*).....	53
5.2.2 เวลาที่ใช้ในการประมวลผล.....	59
5.2.3 ทิศทางของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ	65
5.2.4 ตำแหน่งกระทำของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ	70
บทที่ 6 สรุปการวิจัยและแนวทางการวิจัยในขั้นถัดไป.....	71
6.1 สรุปการวิจัย.....	71
6.2 แนวทางการวิจัยในขั้นถัดไป.....	71

รายการอ้างอิง 73

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 81



สารบัญตาราง

ขั้นตอนวิธีที่ 3.1	37
ขั้นตอนวิธีที่ 4.1	47
ตารางที่ 5.1 f^* * ที่ได้จากขั้นตอนวิธีต่างๆ ในหน่วยของแรง	53
ตารางที่ 5.2 เวลาที่ใช้ในการประมวลผล ในหน่วยวินาที	59



สารบัญรูปภาพ

รูปที่ 2.1 ตัวอย่างของตัวชี้วัดคุณภาพการจับด้วยขนาดของค่าอัตราส่วนที่มากที่สุดที่ใช้ย่อ/ขยาย ปริภูมิเวรณซ์ของภารกิจโดยที่ยังอยู่ภายในปริภูมิเวรณซ์ของการจับ สำหรับปริภูมิเวรณซ์ในสองมิติ โดยที่ $Quality = e'e$	25
รูปที่ 5.1 วัตถุที่ใช้ในการทดลอง.....	49
รูปที่ 5.2 มือกล BarrettHand [http://www.barrett.com/products-hand.htm].....	50
รูปที่ 5.3 ความแตกต่างเป็นเปอร์เซ็นต์ของ f * ระหว่าง BW และ SW ที่ $freq$ ต่างๆ.....	58
รูปและตารางที่ 5.4 ความเร็วที่เพิ่มขึ้นจากการใช้ตัวกรองเวรณซ์.....	64
รูปที่ 5.5 ความเร็วที่เพิ่มขึ้นของ BW จาก SW ที่ $freq$ ต่างๆ.....	65
รูปที่ 5.6 ขนาด ทิศทาง และตำแหน่งของแรงที่มีขนาดน้อยที่สุดในการทำลายท่าจับที่ได้จาก WW_w	67
รูปที่ 5.7 ทิศทาง และตำแหน่งของแรงที่มีขนาดน้อยที่สุดในการทำลายท่าจับที่ได้จาก BW (สี ดำ), SW9 (สีเขียว), SW3 (สีน้ำเงิน).....	69

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การนำหุ่นยนต์เข้ามาช่วยทำงานแทนมนุษย์นั้น มีมาตั้งแต่สมัยโบราณกาลแล้ว และเริ่มมีการใช้งานอย่างแพร่หลายในช่วงไม่กี่ทศวรรษที่ผ่านมา ส่งผลให้หุ่นยนต์เริ่มมีบทบาทและความสำคัญต่อมนุษย์มากในปัจจุบัน และมีแนวโน้มที่จะมากขึ้นต่อไปในอนาคต หุ่นมีประโยชน์ในหลายๆ ด้าน เช่น เป็นผู้ช่วยทำงานแทนมนุษย์ สามารถทำงานอันตรายแทนมนุษย์ได้ สามารถทำงานได้อย่างไม่เหน็ดเหนื่อย ทำตามคำสั่งที่สั่งไว้ได้อย่างแม่นยำ หรือแม้กระทั่งเป็นเพื่อนกับมนุษย์ ประโยชน์เหล่านี้จะมีไม่ได้เลยหากขาดความสามารถพื้นฐานเหล่านี้ เช่น การเคลื่อนไหว การเคลื่อนที่ การรับรู้สภาพแวดล้อม การรู้จำสิ่งของ การหยิบจับวัตถุสิ่งของ เป็นต้น

การหยิบจับสิ่งของนี้เอง ก็ยังคงเป็นปัญหาที่ทำทนาย และเป็นหนึ่งในศาสตร์ที่มันักวิจัยให้ความสนใจแก้ปัญหากันเป็นจำนวนมาก โดยมีความพยายามในการแก้ปัญหาการจับในหลากหลายแง่มุม ตั้งแต่การออกแบบแขนกลให้เหมาะสมและยืดหยุ่นต่อการจับวัตถุ ให้สามารถหยิบจับวัตถุได้หลากหลายรูปร่าง/พื้นผิว วิธีคำนวณการเคลื่อนที่ของแขนกลให้สามารถเข้าไปจับวัตถุได้ โดยไม่ชนกับสิ่งแวดล้อมภายนอก วิธีการจับวัตถุที่แข็งแรง วัตถุไม่สามารถหลุดออกจากมือไปได้โดยง่าย วิธีการจับที่ขึ้นอยู่กับว่าเราต้องการทำอะไรกับวัตถุ หรือแม้กระทั่งการศึกษาวิธีการจับของมนุษย์ และพยายามนำท่าทางการจับของมนุษย์มาใช้กับหุ่นยนต์ แต่ก็ยังไม่มีหุ่นยนต์ที่สามารถหยิบจับวัตถุสิ่งของได้ดี และฉลาดเทียบเท่ามนุษย์

การที่หุ่นยนต์ไม่สามารถหยิบจับวัตถุได้เหมือนดังเช่นมนุษย์นั้น มีสาเหตุหลากหลายประการ เช่น ความแตกต่างของมือหุ่นยนต์และมือมนุษย์ นิ้วมือมนุษย์สามารถรับรู้ถึงแรงกระทำได้ และมีลักษณะอ่อนนุ่ม ทำให้พื้นผิวสัมผัสระหว่างนิ้วและวัตถุมีมาก ความสามารถในการรับรู้สภาพแวดล้อม ความสามารถในการรู้จำวัตถุ ถึงแม้คนจะมองไม่เห็นวัตถุทั้งหมด ก็สามารถรู้ได้ว่าส่วนที่มองไม่เห็นมีลักษณะประมาณไหนจากประสบการณ์ที่อาจเคยเห็นวัตถุนั้นในมุมมองอื่นมาแล้ว หรือจากการคาดการณ์จากวัตถุที่รู้จักที่มีลักษณะใกล้เคียง คล้ายคลึงกับวัตถุที่เห็น การเลือกจับวัตถุตามความเหมาะสม สอดคล้องกับเป้าหมายที่ก่อให้เกิดความต้องการหยิบจับวัตถุ เป็นต้น

การเลือกวิธีการจับวัตถุที่ถูกต้องเหมาะสม และมีคุณภาพนั้น ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลากหลายประการ เช่น จุดที่มือสัมผัสกับวัตถุ ท่าทางและการวางตัวของมือ เป้าหมายของการจับวัตถุ ซึ่งคำว่าเหมาะสมนั้น ก็เป็นตัวชี้วัดเชิงคุณภาพ ซึ่งนำมาใช้ในการคำนวณและเปรียบเทียบได้ยาก เราจึง

ต้องการตัวชี้วัดเชิงปริมาณ ที่สามารถคำนวณได้จากปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการจับ และสามารถนำมาเปรียบเทียบกันระหว่างท่าจับหลายๆ ท่าได้ง่าย ซึ่งปัญหาการวัดคุณภาพของท่าจับนั้น มีผู้ให้ความสนใจ และให้นิยามของคำว่า “คุณภาพ” กันหลากหลายออกไป และรู้จักกันในชื่อ “ตัวชี้วัดคุณภาพการจับ” (Grasp Quality Metric) ถึงแม้ว่าจะมีผู้ให้นิยามของคำว่า “คุณภาพ” กันมากมาย แต่ก็ไม่มีตัวชี้วัดใดที่ได้รับการยอมรับว่าดีที่สุดและถูกใช้งานจริงอย่างกว้างขวาง หรือบางตัวชี้วัดมีความต้องการทรัพยากรในการคำนวณมาก ทำให้คำนวณได้ช้า ไม่สามารถนำไปใช้ได้แบบตามเวลาจริง (real-time) แม้จะมีบางตัวชี้วัดที่ไม่ต้องการใช้ทรัพยากรในการคำนวณมาก แต่ความหมายของตัวชี้วัดนั้นก็ดูจะไม่ให้ความหมายที่ถูกต้องในเชิงฟิสิกส์นัก

งานวิจัยนี้จึงพยายามมุ่งเน้นไปที่การนิยามคุณภาพของท่าจับที่มีความหมายถูกต้องในเชิงฟิสิกส์ รวมถึงวิธีการคำนวณคุณภาพนั้นอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้แบบตามเวลาจริงมากขึ้น เพื่อที่จะเป็นแนวทางในการจับวัตถุให้ได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป และมีวัตถุประสงค์เพื่อคิดค้น สร้าง และพัฒนาขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพของท่าจับ ซึ่งคำนึงถึงความสามารถในการต้านทานต่อแรงกระทำภายนอก ที่กระทำลงบนวัตถุที่มีข้อมูลอยู่ก่อนล่วงหน้า โดยเน้นไปที่ประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธี ซึ่งส่งผลต่อเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพของท่าจับ และความแม่นยำของขั้นตอนวิธี ซึ่งส่งผลต่อความถูกต้อง ใกล้เคียงกับค่าจริงตามนิยามของคุณภาพท่าจับมากขึ้น

1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจับของแขนกล มีคุณสมบัติหนึ่งที่มีความจำเป็นคือ การจับวัตถุให้อยู่ในสภาพสมดุล (equilibrium) หมายความว่า ไม่มีแรงและแรงบิดลัพธ์ใดๆ จากมือกระทำต่อวัตถุ หรือ ผลรวมของแรงและแรงบิดจากมือที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ ส่งผลให้วัตถุไม่เคลื่อนที่ระหว่างการจับหากไม่มีแรงกระทำจากภายนอก แต่ถ้าหากมีแรงภายนอกมากกระทำกับวัตถุแล้ว คุณสมบัติ equilibrium ก็ไม่เพียงพออีกต่อไป แต่ต้องอาศัยคุณสมบัติที่จำกัดมากกว่านั้น คือ คุณสมบัติของการจับที่สามารถต้านทานแรงกระทำจากภายนอกได้ เรียกว่าการจับแบบปิดของแรง (force-closure) [1], [2] หมายความว่านิ้วสามารถออกแรงและแรงบิดเพื่อต้านทานแรงและแรงบิดจากภายนอกใดๆ ก็ได้ เมื่อกำหนดให้นิ้วสามารถออกแรงได้อย่างไม่จำกัด ทำให้วัตถุอยู่ในสภาพสมดุลได้ตลอดเวลา ไม่ขึ้นกับแรงกระทำภายนอก ได้มีการพิสูจน์ไว้ใน [1], [3] ว่าท่าจับที่มีคุณสมบัติสมดุล และแรงที่ออกเพื่อให้สมดุลอยู่ด้านในของกรวยเสียดทาน จะมีคุณสมบัติ force-closure หรืออีกนัยหนึ่งคือ ท่าจับที่

มีคุณสมบัติสมมูลสำหรับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานใดๆ จะมีคุณสมบัติ force-closure สำหรับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่มากกว่าเสมอ

คุณสมบัติที่ใกล้เคียงกับ force-closure คือ คุณสมบัติ form-closure โดย form-closure คำนึงถึงความสามารถในการต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุในเชิงเรขาคณิต กล่าวคือ การวางตัวของนิ้วไม่สามารถทำให้วัตถุเคลื่อนที่ได้ เมื่อกำหนดให้นิ้วของมืออยู่นิ่ง ซึ่งทำจับใดๆ จะมีคุณสมบัติ form-closure ก็ต่อเมื่อทำจับนั้นมีคุณสมบัติ force-closure ในกรณีที่ไม่สนใจแรงเสียดทาน [1], [4], [5] โดยมีผู้เขียนบทความรวบรวมงานวิจัยเกี่ยวกับคุณสมบัติ force-closure และ force-closure ไว้ที่ [6]

ปัญหาที่เกี่ยวกับคุณสมบัติ force-closure คือ

1.2.1 ทดสอบว่าทำจับนี้มีคุณสมบัติ force-closure หรือไม่

การทดสอบคุณสมบัติ force-closure นั้น มีวิธีการทดสอบที่หลากหลาย ทั้งวิธีที่คำนึงถึงการจับวัตถุในสองมิติเท่านั้น [7] วิธีที่คำนึงถึงทำจับที่มีจำนวนนิ้วคงที่ [8], [9] และวิธีที่ใช้กับทำจับในสามมิติและมีกึ่งนิ้วก็ได้ [10]–[12]

1.2.2 คำนวณหาทำจับที่มีคุณสมบัติ force-closure

การคำนวณหาทำจับที่มีคุณสมบัติ force-closure นั้น วิธีที่ตรงไปตรงมาที่สุดก็คือการหาทำจับที่เป็นไปได้ทั้งหมด แล้วนำทำจับนั้นมาทดสอบด้วยวิธีทดสอบคุณสมบัติ force-closure ซึ่งวิธีนี้เป็นวิธีที่ไม่มีประสิทธิภาพ และใช้เวลาในการประมวลผลนาน มีนักวิจัยหลากหลายท่านที่นำเสนอวิธีการหาทำจับที่มีคุณสมบัติ force-closure ออกมาให้ได้จำนวนมาก โดยอาจได้ครบทุกทำจับที่เป็นไปได้หรือไม่ครบก็ได้ ซึ่งมีทั้งในกรณีสองมิติ สามมิติ มีแรงเสียดทาน ไม่มีแรงเสียดทาน วัตถุเป็นรูปทรงหลายด้าน หรือวัตถุเป็นจุดจำนวนมาก [3], [13]–[25]

จากงานวิจัยที่คำนวณหาทำจับที่มีคุณสมบัติ force-closure นั้นจะได้ทำจับออกมาเป็นจำนวนมาก แต่ทำจับที่คืนนั้น นอกจากจะต้องมีคุณสมบัติ force-closure ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่จำเป็นของทำจับแล้ว ยังต้องคำนึงถึงเป้าหมายของการจับอีกด้วย เป้าหมายของการจับนี้เองที่จะเป็นตัวช่วยตัดสินใจเลือกหนึ่งในทำจับที่มีคุณสมบัติ force-closure จำนวนมากมาใช้จับวัตถุจริงๆ หนึ่งในวิธีการเลือกทำจับที่เหมาะสมมาใช้จับวัตถุนั้น ก็คือวิธีการให้คะแนนคุณภาพของทำจับ หรือการวัดคุณภาพทำจับเชิงปริมาณ ที่สามารถแทนค่าคุณภาพได้ด้วยตัวเลข ที่เรียกว่า “ตัวชี้วัดคุณภาพการจับ” ซึ่งก็เกิดจากคำถามที่ว่า ควรจะจับวัตถุตรงไหน และจับอย่างไรเพื่อให้สามารถทำงานที่ต้องการให้ลุล่วงไปได้ด้วยดี งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณหาและเลือกทำจับวัตถุที่ผ่านมา ได้ถูกสรุปรวบรวมไว้ใน [26] ซึ่งโดยรวมสามารถแบ่งออกได้เป็นสองส่วนใหญ่ๆ ตามเป้าหมายของงานที่ต้องการ ได้แก่

(1) การจับวัตถุให้ได้โดยทั่วไป หรือการจับที่ไม่คำนึงถึงเป้าหมาย

การจับวัตถุโดยไม่คำนึงถึงเป้าหมายนั้น มีตัวชี้วัดคุณภาพหนึ่งที่น่าสนใจอย่างแพร่หลาย นั่นก็คือความสามารถในการต้านทานแรงและแรงบิดภายนอกในทิศทางใดๆ ก็ได้ โดยไม่คำนึงถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและแรงบิด [27], [28]

ตัวชี้วัดคุณภาพนี้มักถูกเรียกว่า epsilon-metric ซึ่งนิยามโดย

$$\varepsilon = \min_{w \in \partial(GWS)} \|w\|$$

โดยที่

∂ คือ boundary function

GWS คือ แรงและแรงบิดที่ท่าจับนี้สามารถออกได้ หรือปริภูมิเวรณซ์ของการจับ (Grasp Wrench Space)

ตัวชี้วัดนี้มีคุณสมบัติที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของกรอบอ้างอิงที่ใช้ในการคำนวณแรงบิด ซึ่งกรอบอ้างอิงนั้นเป็นเพียงแค่สิ่งสมมติที่ใช้ช่วยในการคำนวณเท่านั้น วิธีคำนวณหาคุณภาพนี้โดยหาระยะห่างที่น้อยที่สุดจากจุดกำเนิดถึงขอบของรูปทรงของแรงและแรงบิดที่มือสามารถออกได้ ถูกนำเสนอโดย [29] โดยอาศัยการกำหนดขอบเขตสูงสุดของแรงในแต่ละนิ้วออกได้ หลังจากนั้น วิธีการคำนวณตัวชี้วัดนี้ยังมีประสิทธิภาพโดยใช้การวนซ้ำจนเข้าใกล้คำตอบ ได้ถูกเสนอโดย [30]

มีนักวิจัยจำนวนมากเสนอตัวชี้วัดคุณภาพที่ไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของกรอบอ้างอิง เช่น การใช้ปริมาตรของแรงและแรงบิดของปริภูมิเวรณซ์ของการจับ [29], [31] หรือการใช้ตำแหน่งของจุดจับบนวัตถุมาคำนวณคุณภาพ [1], [3], [32]–[39] ซึ่งก็มีหลากหลายวิธี หนึ่งในตัวชี้วัดที่ใช้ตำแหน่งของจุดจับบนวัตถุมาคำนวณที่ได้รับความนิยมกันอย่างแพร่หลายก็คือ บริเวณสัมผัสอิสระ (Independent Contact Region) คือบริเวณของจุดสัมผัสบนวัตถุที่แต่ละนิ้วสามารถวางบนวัตถุได้โดยไม่ขึ้นอยู่กับนิ้วอื่นๆ แต่ยังคงคุณสมบัติ force-closure ไว้ได้ วิธีการคำนวณหาบริเวณสัมผัสอิสระได้ถูกนำเสนอในกรณีสองมิติโดย [1], [38]–[40] และสำหรับกรณีวัตถุสามมิติโดย [37] ซึ่งเสนอวิธีการคำนวณบริเวณสัมผัสอิสระบนวัตถุที่แทนด้วยกลุ่มของจุด การนำบริเวณสัมผัสอิสระมาใช้เป็นตัวชี้วัดคุณภาพการจับ มีทั้งการใช้ขนาดของผิวสัมผัสอิสระที่น้อยที่สุด [38] และการใช้ขนาดรวมของผิวสัมผัสอิสระ [40]

(2) การจับวัตถุโดยคำนึงถึงเป้าหมายของการจับ (Task-oriented)

การจับวัตถุโดยคำนึงถึงเป้าหมายของการจับนั้น แนนอนว่าจะต้องมีการนิยามเป้าหมายของการจับด้วย ซึ่งวิธีการนิยามเป้าหมายที่ได้รับความนิยมนั้นก็คือ การนิยามด้วยแรงและแรงบิดที่

ต้องการเพื่อให้สามารถทำงานนั้นได้ ซึ่งเป้าหมายนี้สามารถแทนได้ด้วยรูปทรงปิดในปริภูมิของเวรนซ์ [31] การนิยามเป้าหมายการจับเช่นนี้มีปัญหาหลักที่สำคัญคือ วิธีการหารูปทรงปิดทหมิติที่ใช้จะแทนงานที่จะทำ การนิยามเป้าหมายการจับแบบนี้ สามารถไปคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพการจับได้ โดยใช้ค่าตัวชี้วัดเป็นขนาดของอัตราส่วนมากที่สุดที่ใช้ย่อ/ขยายแรงและแรงบิดที่อยู่ในเป้าหมายของการจับทั้งหมดแล้วทำจับนั้นยังสามารถออกแรงและแรงบิดที่ถูกย่อ/ขยายนั้นได้อยู่

ในวิทยานิพนธ์นี้จะขอใช้สัญลักษณ์ Q แทนตัวชี้วัดคุณภาพทำจับนี้ ซึ่งถูกนิยามดังนี้

$$Q = \max \lambda ; \lambda \cdot TWS \subseteq GWS, \lambda \geq 0$$

โดยที่

TWS คือ แรงและแรงบิดที่ต้องการเพื่อให้สามารถทำภารกิจของงานให้สำเร็จ หรือปริภูมิเวรนซ์ของภารกิจ (Task Wrench Space)

GWS คือ แรงและแรงบิดที่ทำจับนี้สามารถออกได้ หรือปริภูมิเวรนซ์ของการจับ (Grasp Wrench Space)

งานวิจัยที่เป็นแรงบันดาลใจ และเกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์นี้มากที่สุดคือ งานวิจัยของ Strandberg และ Wahlberg [41] ที่ทำการเสนอตัวชี้วัดคุณภาพของทำจับที่ไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของกรอบอ้างอิงที่ใช้คำนวณแรงบิด โดยอาศัยข้อมูลของวัตถุที่ถูกจับมาใช้ในการคำนวณเพื่อหาความสามารถในการต้านทานต่อแรงกระทำภายนอก ที่กระทำลงบนวัตถุ นอกจากนี้ตัวชี้วัดนี้ยังสามารถนำข้อมูลเกี่ยวกับเป้าหมายของงานจับมาคิดรวมกันได้อย่างง่ายดาย มีนักวิจัยที่หาตัวชี้วัดคุณภาพที่มีความหมายใกล้เคียงกับงานวิจัยนี้ออกมา หรือนำตัวชี้วัดนี้ไปต่อยอดเพื่อให้ได้วิธีการคำนวณที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น และใกล้เคียงผลเฉลยที่แท้จริงมากยิ่งขึ้น วิธีคำนวณตัวชี้วัดนี้โดยใช้วิธียิงลำเส้นตรง (ray-shooting) [42] ทำให้ไม่จำเป็นต้องประมาณกรวยแรงเสียดทานด้วยทรงพีระมิต ได้ถูกเสนอโดย [43] ซึ่งนอกจากจะส่งผลให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้นแล้ว ยังช่วยลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพทำจับอีกด้วย

คำตอบของขั้นตอนวิธีที่ได้จากงานวิจัยที่แล้วมานั้นยังต้องอาศัยการเลือกทิศทางของแรงกระทำภายนอกจำนวนจำกัดจากทิศทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดจำนวนไม่จำกัดทิศทาง จึงมีผู้เสนอนิยามทางเลือกของคุณภาพทำจับนี้ที่ลดความซับซ้อนของปัญหาลง โดยคำนึงถึงเฉพาะผิวสัมผัสระหว่างวัตถุและตัวให้กำเนิดแรงกระทำภายนอกที่เป็นแบบไร้แรงเสียดทานเท่านั้น [44] หรือพูดในอีกนัยหนึ่งคือ คำนึงถึงเฉพาะแรงที่กระทำลงบนพื้นผิววัตถุในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิววัตถุเท่านั้น

งานวิจัยข้างต้นนั้น มีความหมายในเชิงฟิสิกส์ ไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของกรอบอ้างอิงที่ใช้คำนวณแรงบิด ไม่ขึ้นอยู่กับการขยายขนาดของวัตถุ และสามารถควรวรวมเป้าหมายของงานจับเข้าไป

ช่วยในการประเมินคุณภาพท่าจับได้ แต่ใช้เวลาในการคำนวณมาก จึงไม่เหมาะในการนำมาใช้เปรียบเทียบและเลือกท่าจับที่มีจำนวนมากๆ ได้ ซึ่งปัญหาของเวลาที่ใช้นี้เองก็เป็นปัญหาน่าสนใจ วิทยานิพนธ์นี้จึงต้องการนำเสนอวิธีการคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพข้างต้น โดยเน้นไปที่การเพิ่มประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการคำนวณตัวชี้วัดข้างต้น ซึ่งจะช่วยลดเวลาที่ต้องใช้ในการประเมินคุณภาพของท่าจับด้วยตัวชี้วัดนี้ลงได้

นอกจากนี้ ขั้นตอนวิธีที่ได้จากงานวิจัยที่แล้วมานั้นยังต้องอาศัยการเลือกทิศทางของแรงกระทำภายนอก ทำให้คำตอบที่ได้มานั้นไม่แม่นยำนัก วิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอขั้นตอนวิธีอีกอันหนึ่งที่สามารถคำนึงถึงทิศทางภายนอกที่เหมาะสมที่สุด โดยไม่อาศัยการเลือกเซตย่อยทิศทางของแรงกระทำภายนอก ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับนิยามของตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับนี้มากขึ้น

1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

เพื่อคิดค้น สร้าง และพัฒนาขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพของท่าจับ ซึ่งคำนึงถึงความสามารถในการต้านทานต่อแรงกระทำภายนอก ที่กระทำลงบนวัตถุที่มีข้อมูลอยู่ก่อนล่วงหน้า โดยเน้นไปที่ประสิทธิภาพและเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพของท่าจับเป็นหลัก

1.4 การนำเสนอและลำดับเนื้อหาวิทยานิพนธ์

การนำเสนอเนื้อหาส่วนที่เหลือของวิทยานิพนธ์เล่มนี้ได้ถูกแบ่งออกเป็นส่วนใหญ่ๆ สามส่วน ได้แก่

1.4.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

บทที่ 2 นำเสนอหลักการและทฤษฎีที่ได้ถูกนำเสนอมาแล้วในงานวิจัยก่อนหน้านี้ และเป็นความรู้พื้นฐานที่วิทยานิพนธ์นี้นำไปต่อยอดเพื่อแก้ปัญหาที่กล่าวไว้ข้างต้น โดยให้ประสิทธิภาพและความแม่นยำที่ดีกว่างานวิจัยก่อนหน้านี้

1.4.2 แนวคิดของการวิจัยและขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหา

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีแก้ปัญหาในการคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับนี้ในสองด้าน ได้แก่ การลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งถูกนำเสนอใน บทที่ 3 และการเพิ่มความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ ซึ่งถูกนำเสนอใน บทที่ 4

1.4.3 การทดสอบเปรียบเทียบและสรุปผล

เพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพและความแม่นยำของขั้นตอนวิธีที่นำเสนอ บทที่ 5 จึงแสดงการเปรียบเทียบระหว่างขั้นตอนวิธีที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้กับขั้นตอนวิธีที่นำเสนอในงานวิจัยก่อนหน้า โดยเปรียบเทียบในเชิงของเวลาที่ใช้ในการคำนวณ และผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ หลังจากนั้นเราจะสรุปปิดท้ายวิทยานิพนธ์นี้และกล่าวถึงความเป็นไปได้ของงานวิจัยถัดไปที่จะต่อยอดจากวิทยานิพนธ์นี้ใน บทที่ 6



บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 แรงและแรงบิด (force and torque)

เมื่อนิ้วออกแรงกระทำต่อวัตถุแข็งเกร็ง นอกจากจะทำให้วัตถุนั้นเคลื่อนที่ (translation) แล้ว แรงนั้นยังส่งผลให้วัตถุนั้นหมุนอีกด้วย แรงบิดที่ส่งผลให้วัตถุหมุนนั้นมักจะถูกแยกออกมาจากแรงที่ส่งผลให้วัตถุเคลื่อนที่ เพื่อให้สะดวกต่อการพิจารณา ทำให้แรงที่นิ้วหุ่นยนต์สามารถกระทำต่อกับวัตถุนั้น แบ่งออกเป็นสองประเภทใหญ่ๆ คือ

(1) แรง (force)

(2) แรงบิด (torque)

สำหรับแบบจำลองของนิ้วที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้นั้น เป็นแบบนิ้วแข็ง ซึ่งกระทำได้เพียงแรงบริสุทธิ์อย่างเดียวเท่านั้น ไม่สามารถออกแรงบิดได้โดยตรง แต่แรงบิดสามารถเกิดจากได้จากแรงรอบจุดกำเนิด ซึ่งเขียนได้เป็น $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ เมื่อ $\vec{\tau}$ คือแรงบิด, \vec{r} คือตำแหน่งของนิ้วเทียบกับจุดกำเนิด และ \vec{F} คือแรงที่นิ้วกระทำต่อวัตถุ เนื่องจากทั้งแรงและแรงบิดถูกใช้พร้อมๆ กันบ่อยครั้ง ในการแก้ปัญหา จึงนิยมนำ vector แรงและ vector แรงบิดมาต่อกันเป็น vector อันเดียว โดยเรียก vector นี้ว่า เวนช์ (wrench) สำหรับปัญหาในสองมิติ wrench จะมีขนาดสามมิติ ประกอบด้วยแรงสองมิติและแรงบิดหนึ่งมิติ ส่วนปัญหาในสามมิติ wrench จะมีขนาดหกมิติ ประกอบด้วยแรงสามมิติและแรงบิดสามมิติ

2.2 แบบจำลองของนิ้วจับ (finger model)

การใช้นิ้วหุ่นยนต์มาสัมผัสกับวัตถุถือเป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นในการจับและจัดการวัตถุด้วยมือของหุ่นยนต์ นิ้วหุ่นยนต์ถูกแบ่งออกเป็นสองประเภทหลักๆ คือ

2.2.1 นิ้วแข็ง (hard finger)

นิ้วแข็งสัมผัสกับวัตถุเป็นจุดเพียงจุดเดียว ทำให้นิ้วแข็งออกได้เพียงแรงบริสุทธิ์ที่จุดสัมผัสเท่านั้น ไม่สามารถออกแรงบิดได้โดยตรง โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะถือว่านิ้วหุ่นยนต์ทุกนิ้วเป็นนิ้วแข็งทั้งหมด

นอกจากนี้ แบบจำลองของนิ้วแข็ง ยังถูกแบ่งออกตามลักษณะของผิวสัมผัสระหว่างนิ้วและวัตถุได้เป็นสองประเภท คือ

(1) ผิวสัมผัสที่ไม่มีแรงเสียดทาน

นิ้วออกแรงได้ในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสเท่านั้น

(2) ผิวสัมผัสที่มีแรงเสียดทาน

นิ้วออกแรงได้ทั้งในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส และในแนวขนานกับผิวสัมผัส โดยแรงกระทำในแนวขนานกับผิวสัมผัสจะถูกกำหนดด้วยธรรมชาติของแรงเสียดทาน แบบจำลองของแรงเสียดทานที่นิยมใช้และได้รับการยอมรับว่าแม่นยำเพียงพอในการอธิบายแรงเสียดทานในกรณีที่ไม่มีการเคลื่อนที่ก็คือ กฎของคูลอมบ์ (Coulomb's law) [45] ซึ่งกล่าวว่า ขนาดของแรงเสียดทานสถิต หรือแรงเสียดทานเมื่อไม่มีการลื่นไถลระหว่างผิวสัมผัสจะมีค่าไม่เกิน $\mu \|F_N\|$ โดยที่ μ คือค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน และ F_N คือแรงที่ออกในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส

2.2.2 นิ้วอ่อน (soft finger)

นิ้วอ่อนสัมผัสกับวัตถุเป็นพื้นที่ ทำให้นิ้วอ่อนสามารถออกได้ทั้งแรงบริสุทธิ์และแรงบิดบริสุทธิ์รอบจุดสัมผัส

ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้แบบจำลองของนิ้วจับแบบนิ้วแข็งซึ่งมีผิวสัมผัสที่มีแรงเสียดทาน จากกฎของคูลอมบ์ จะเห็นได้ว่า ทิศทางของแรงลัพธ์ที่นิ้วสามารถกระทำต่อวัตถุได้จะมีลักษณะเป็นกรวยซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่จุดสัมผัส และมีแกนกลางชี้จากจุดสัมผัสเข้าไปในเนื้อวัตถุในทิศทางตั้งฉากกับผิวสัมผัส โดยมีครึ่งมุมที่จุดยอด (half cone's angle) $\theta = \tan^{-1}(\mu)$ และเรียกรูปร่างนี้ว่า กรวยแรงเสียดทาน (friction cone)

สำหรับในกรณีวัตถุสองมิตินั้น กรวยแรงเสียดทานจะมีลักษณะเป็นพัด (fan) และสามารถเขียนแทนได้ด้วย convex combination ของ vector ที่ขอบของพัดลมสองอัน แต่ในกรณีของวัตถุสามมิตินั้น กรวยแรงเสียดทานจะมีลักษณะเป็นทรงกรวยในสามมิติ ซึ่งไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วย convex combination ของ vector จำนวนจำกัดได้ ส่งผลให้การนำกรวยแรงเสียดทานไปคิดคำนวณในสามมิตินั้น เป็นไปได้ยาก เพราะไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการเชิงเส้นได้อีกต่อไป วิธีการประมาณทรงกรวยด้วยรูปทรงพีระมิดฐานหลายเหลี่ยมแทน [46] ได้รับความนิยมน้อยกว่าหลาย ซึ่งก็เป็นการแลกเปลี่ยนระหว่างความแม่นยำกับความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ โดยหากต้องการความแม่นยำที่เพิ่มมากขึ้น ก็สามารถใช่วิธีเพิ่มด้านของรูปทรงพีระมิด ซึ่งจะทำให้รูปทรง

พีระมิดมีลักษณะใกล้เคียงกับทรงกรวยมากยิ่งขึ้น แต่ก็อาศัย vector ที่ใช้ประมาณทรงกรวยจำนวนมากขึ้น ส่งผลให้ใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้นตามไปด้วย

2.3 คุณสมบัติปิดของแรง (force-closure)

วัตถุจะอยู่ในสภาพสมดุล (equilibrium) ได้ก็ต่อเมื่อแรงและแรงบิดรวมที่กระทำต่อวัตถุทั้งหมดเป็นศูนย์ ทำจับที่ออกแรงและแรงบิดรวมต่อวัตถุเป็นศูนย์นั้น จะสามารถรักษาวัดูให้ไม่ลื่นหลุดออกจากมือได้เมื่อไม่มีแรงกระทำจากภายนอก นอกจากนี้ ทำจับที่มีคุณสมบัติที่เข้มงวดรัดกุมมากยิ่งขึ้นก็คือ ทำจับที่สามารถรักษาวัดูให้อยู่ในสภาพสมดุลได้ตลอดเวลา ไม่ว่าจะมีความกระทำภายนอกต่อวัตถุในทิศทางใด และขนาดเท่าใดก็ตาม เมื่อกำหนดให้แรงที่นิ้วกระทำต่อวัตถุได้ มีขนาดไม่จำกัด ซึ่งทำจับที่สามารถทำได้ตามเงื่อนไขด้านบนนั้นจะมีคุณสมบัติที่เรียกว่า “คุณสมบัติปิดของแรง” (force-closure)

มีผู้พิสูจน์เงื่อนไขเท่าเทียมที่ทั้งจำเป็นและเพียงพอในการทำให้ทำจับมีคุณสมบัติปิดของแรง เงื่อนไขที่มักถูกใช้ในการทดสอบทำจับเงื่อนไขหนึ่งนั้นคือการที่เวรณซ์ที่แต่ละนิ้วออกได้นั้นจะต้องทั่วถึงทั้งปริภูมิเวรณซ์ และการที่จุดกำเนิดของปริภูมิเวรณซ์อยู่ใน convex hull ของเวรณซ์ที่แต่ละนิ้วที่สัมผัสวัตถุออกได้ที่จุดสัมผัส [47] จะเห็นได้ว่า ทำจับที่มีคุณสมบัติปิดของแรงนั้น เพียงพอที่จะทำให้วัตถุอยู่ในสภาพสมดุลได้ แต่ทำจับที่สามารถทำให้วัตถุอยู่ในสภาพสมดุลได้นั้นไม่จำเป็นจะต้องมีคุณสมบัติปิดของแรง มีข้อสังเกตที่น่าสนใจคือ ทำจับที่สามารถทำให้วัตถุอยู่ในสภาพสมดุลได้ จะมีคุณสมบัติปิดของแรงสำหรับกรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมากกว่าเสมอ [1], [3]

2.4 ปริภูมิเวรณซ์ของการจับ (Grasp Wrench Space (GWS)) [48], [49]

ทำจับใดๆ ก็ตามนั้น จะมีเวรณซ์ที่เกิดขึ้นจากการที่นิ้วสัมผัสกับวัตถุ เมื่อกำหนดขนาดมากที่สุดของแรงในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสที่นิ้วออกได้แล้ว เราจะได้ปริภูมิของเวรณซ์ที่ทำจับนั้นสามารถสร้างต่อวัตถุได้ โดยเรียกปริภูมินี้ว่า “ปริภูมิเวรณซ์ของการจับ”

ทำจับที่มีคุณสมบัติปิดของแรงจะมีจุดกำเนิดอยู่ในปริภูมินี้อย่างเคร่งครัดเสมอ ซึ่งวิธีนี้เองก็เป็นหนึ่งในวิธีทดสอบว่าทำจับนี้มีคุณสมบัติปิดของแรงหรือไม่

การกำหนดขนาดมากที่สุดของแรงในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสที่แต่ละนิ้วออกได้นั้น มีวิธีการกำหนดที่นิยมใช้กันหลายๆ อยู่สองวิธี [27] ได้แก่

2.4.1 กำหนดขนาดของแรงที่ทุกๆ นิ้วออกได้รวมกันไม่เกิน

ด้วยวิธีนี้ ปริภูมิเวรณซ์ของการจับจะเกิดจาก convex hull ของเวรณซ์ที่แต่ละนิ้วออกได้

$$GWS = \text{conv} \left(\omega \mid \omega = \bigcup_{i=1}^{N_F} \omega_i \right)$$

โดยที่

ω_i คือ เวรณซ์ที่นิ้วที่ i สามารถสร้างได้ เมื่อกำหนดให้นิ้วที่ i สามารถออกแรงในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสได้ไม่เกินหนึ่งหน่วย

N_F คือ จำนวนนิ้ว

conv คือ convex hull function

2.4.2 กำหนดขนาดของแรงที่แต่ละนิ้วออกได้แยกกันไม่เกิน

ด้วยวิธีนี้ ปริภูมิเวรณซ์ของการจับจะเกิดจาก convex hull ของผลรวมทุกรูปแบบ (Minkowski sum) ของเวรณซ์ที่แต่ละนิ้วออกได้

$$GWS = \text{conv} \left(\omega \mid \omega = \bigoplus_{i=0}^{N_F} \omega_i \right)$$

โดยที่

\bigoplus คือ Minkowski sum operator

การนิยามปริภูมิเวรณซ์ของการจับแบบนี้ จะทำให้ได้แบบจำลองการจับที่ใกล้เคียงกับลักษณะของมือหุ่นยนต์จริงมากกว่าการนิยามแบบแรก เพราะโดยธรรมชาติแล้ว การออกแรงของมือหุ่นยนต์นั้น แต่ละนิ้วมีแรงจำกัดที่ออกได้แยกกันเนื่องจากมีตัวส่งกำลังให้แต่ละนิ้วแยกกัน ไม่ได้ใช้ตัวส่งกำลังรวมกันหลายๆ นิ้ว

มีตัวชี้วัดคุณภาพการจับบางตัว ที่สนใจเพียงแค่ปริภูมิเวรณซ์ของการจับเท่านั้น เช่น ระยะห่างจากจุดกำเนิดถึงขอบของปริภูมิการจับที่น้อยที่สุด [27] สำหรับตัวชี้วัดประเภทนี้ จะไม่สนใจเป้าหมายของภารกิจในการจับวัตถุเลย ส่งผลให้ตัวชี้วัดนี้เป็นการประเมินท่าจับในภาพรวม แต่ไม่สามารถใช้แทนคุณภาพของการจับที่มีเป้าหมายของภารกิจได้

2.5 ปริภูมิเวรณซ์ของการกิจ (Task Wrench Space (TWS)) [31], [48], [50]

เนื่องจากปริภูมิเวรณซ์ของการจับเพียงอย่างเดียวนั้น ไม่สามารถใช้ประเมินคุณภาพของท่าจับที่มีเป้าหมายได้ ดังเช่นตัวชี้วัดที่ใช้ระยะห่างจากจุดกำเนิดถึงขอบของปริภูมิเวรณซ์ของการจับที่น้อยที่สุด จึงมีการเสนอวิธีประเมินคุณภาพของท่าจับที่มีเป้าหมายโดยอาศัยการนิยาม “การกิจ” ด้วยรูปทรงปิดของเวรณซ์ที่คาดหวังว่าจะเกิดขึ้นในระหว่างที่ทำภารกิจ และมีมือหุ่นยนต์ควรจะสามารถทานได้ [31] ทั้งที่ถูแทนด้วยรูปทรงรี [31] หรือแทนด้วยรูปทรงปิดนูนหลายหน้า (convex polytope) [5], [51] ปริภูมินี้ได้ถูกเรียกว่า “ปริภูมิเวรณซ์ของการกิจ” [48], [50]

ปริภูมิเวรณซ์ของการกิจถูกนำไปใช้ในการคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพการจับ ด้วยขนาดของค่าอัตราส่วนที่มากที่สุดที่ใช้อยู่/ขยายปริภูมิเวรณซ์ของการกิจโดยที่ยังอยู่ภายในปริภูมิเวรณซ์ของการจับ

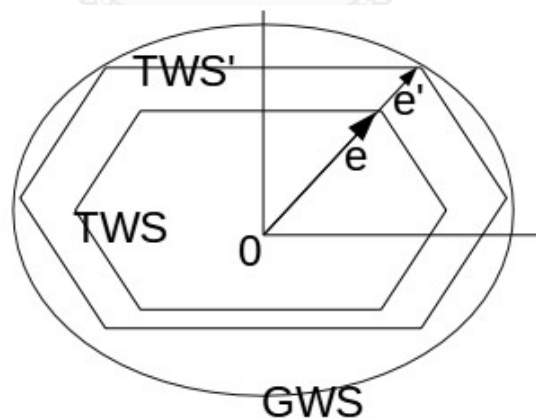
$$Q = \max \lambda ; \lambda \cdot TWS \subseteq GWS, \lambda \geq 0$$

โดยที่

TWS คือ ปริภูมิเวรณซ์ของการกิจ

GWS คือ ปริภูมิเวรณซ์ของการจับ

รูปที่ 1. แสดงตัวอย่างของตัวชี้วัดคุณภาพการจับด้วยวิธีข้างต้นในปริภูมิเวรณซ์ขนาดสองมิติ



รูปที่ 2.1 ตัวอย่างของตัวชี้วัดคุณภาพการจับด้วยขนาดของค่าอัตราส่วนที่มากที่สุดที่ใช้อยู่/ขยายปริภูมิเวรณซ์ของการกิจโดยที่ยังอยู่ภายในปริภูมิเวรณซ์ของการจับ สำหรับปริภูมิเวรณซ์ในสองมิติ โดยที่

$$Quality = \frac{e'}{e}$$

ท่าจับที่มีค่าอัตราส่วนนี้มากกว่า ก็หมายความว่าท่าจับนี้ด้านทานเวรณซ์ที่เกิดระหว่างการทำงานได้มากกว่า [50], [52] ส่งผลให้เป็นท่าจับที่มีคุณภาพมากกว่า สำหรับตัวชี้วัดที่ใช้ระยะห่างจากจุดกำเนิดถึงขอบของปริภูมิเวรณซ์ของการจับที่น้อยที่สุด ก็สามารถมองเป็นตัวชี้วัดข้างต้นที่ถือว่าเวรณซ์ที่ควรต้านระหว่างทำภารกิจในทุกๆ ทิศทางมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน อย่างไรก็ตามปริภูมิเวรณซ์ของภารกิจนี้ มีข้อเสียข้อหนึ่งคือ การสร้างปริภูมินี้ที่เหมาะสมสำหรับภารกิจที่ต้องการเป็นไปได้ยาก เนื่องจากต้องอาศัยการประมาณ และปรับแต่งค่าคงที่ที่ใช้แทนความสำคัญของแรงและแรงบิดในแต่ละทิศทาง [31]

2.6 ปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุ (Object Wrench Space (OWS)) [48], [50]

ปริภูมิของเวรณซ์ที่สามารถสร้างได้จากแรงกระทำตรงไหนก็ได้ในทิศทางที่อยู่ภายในกรวยเสียดทาน บนวัตถุที่มีขนาดรวมกันเท่ากับหนึ่งหน่วย ถูกเรียกว่า “ปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุ” [48] โดยสามารถมองปริภูมินี้เป็นปริภูมิเวรณซ์ของการจับที่ดีที่สุดที่เป็นไปได้สำหรับมือหุ่นยนต์ที่มีนิ้วไม่จำกัดจำนวนได้ เมื่อกำหนดให้แรงรวมที่แต่ละนิ้วออกได้รวมกันมีค่าเท่ากับหนึ่งหน่วย

เนื่องจากความยากในการสร้างปริภูมิเวรณซ์ของภารกิจขึ้นมา การนำปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุมาใช้เป็นปริภูมิเวรณซ์ของภารกิจ ได้ถูกเสนอโดย [50] ซึ่งอาศัยการประมาณปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุด้วยรูปทรงรี ค่าตัวชี้วัดข้างต้นที่ได้จากการนำปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุมาใช้เป็นปริภูมิเวรณซ์ของภารกิจ เมื่อพิจารณาในเชิงฟิสิกส์แล้ว จะมีความหมายคือ ขนาดของแรงกระทำบนวัตถุที่มากที่สุดที่ท่าจับสามารถต้านทานได้ไม่ว่าจะกระทำลง ณ จุดใดบนวัตถุก็ตาม งานวิจัยของ [41] เสนอตัวชี้วัดที่คล้ายกับ [50] แต่ใช้วิธีแบ่งทิศทางของแรงให้มีจำนวนจำกัด แล้ววัดผลออกมาเป็นรูปทรงปิดแทน เนื่องจากการประมาณปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุให้ตรงตามนิยามนั้นเป็นไปได้ยาก การใช้ปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุที่สนใจเฉพาะแรงกระทำในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวของวัตถุแทน [44] ก็เป็นอีกหนึ่งตัวเลือกต่อมาภายหลัง มีผู้เสนอวิธีการคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพเดียวกันนี้แบบปรับปรุง [43] ทั้งในเชิงของความแม่นยำของผลเฉลยโดยใช้วิธียิงลำเส้นตรง [42] ทำให้ไม่ต้องประมาณกรวยเสียดทานด้วยพีระมิดฐานหลายเหลี่ยม และในเชิงของประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธี ที่สามารถทำงานได้อย่างรวดเร็วกว่าวิธีของ [41]

2.7 ตัวชี้วัดคุณภาพการจับในงานวิจัยก่อนหน้า

การจับในงานวิจัยนี้จะสนใจเฉพาะกรณีที่มีมือสัมผัสกับวัตถุแล้วเท่านั้น (grasping) ซึ่งจะเน้นไปที่การจับวัตถุให้อยู่นิ่งและไม่สามารถเคลื่อนที่เทียบกับมือได้ แต่การจัดการวัตถุนั้น มีการควบคุม

วัตถุอีกแบบหนึ่งที่มีไม่จำเป็นต้องสัมผัสกับวัตถุ และสนใจเพียงการกักขังวัตถุให้อยู่ภายในบริเวณจำกัดใดๆ ไม่ให้สามารถหลุดออกจากมืออย่างไม่จำกัดเท่านั้น (caging) [53] ตัวชี้วัดคุณภาพการกักขังวัตถุได้รับความสนใจน้อยกว่าตัวชี้วัดคุณภาพการจับ ตัวอย่างของตัวชี้วัดคุณภาพการกักขังวัตถุ เช่น [54]

งานวิจัยเกี่ยวกับคุณภาพการจับนั้นมีหลากหลายแนวทางในการคำนวณ และสามารถแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ๆ ได้แก่

2.7.1 วัดคุณภาพการจับจากตำแหน่งของจุดสัมผัสในการคำนวณ

ตัวชี้วัดคุณภาพการจับในหมวดนี้ ยังสามารถแบ่งประเภทออกได้อีก ดังนี้

(1) วัดคุณภาพการจับจากคุณสมบัติทางพีชคณิตของเมทริกซ์การจับ

เมทริกซ์การจับ คือเมทริกซ์ที่ใช้ในการแปลงแรงที่ออกในกรอบอ้างอิงท้องถิ่นของแต่ละนิ้วให้กลายเป็นเวกเตอร์ที่กระทำต่อวัตถุในกรอบอ้างอิงโลก ซึ่งสามารถคำนวณมาได้โดยอาศัยเพียงตำแหน่งของจุดสัมผัสและทิศทางตั้งฉากผิวสัมผัสของแต่ละจุดสัมผัสเท่านั้น

ตัวอย่างของตัวชี้วัดคุณภาพการจับในหมวดนี้ เช่น

1.a) ขนาดของ singular value ที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์การจับ [31]

ตัวชี้วัดคุณภาพการจับนี้ใช้แทนความห่างจากการอยู่ในสภาวะ singularity ของท่าจับ ซึ่งเป็นสภาวะที่ทำให้ความสามารถในการเคลื่อนที่ของมือลดลง ข้อเสียคือกรอบอ้างอิงจินตภาพที่ใช้คำนวณแรงบิดมีผลต่อคุณภาพท่าจับนี้

1.b) ปริมาตรของทรงรีในปริภูมิเวกเตอร์ [31]

ตัวชี้วัดคุณภาพการจับนี้ใช้แทนความสามารถในการแปลงแรงที่มีกระทำได้เป็นเวกเตอร์ ซึ่งขนาดของปริมาตรนี้ยิ่งเยอะจะยิ่งดี ตัวชี้วัดนี้ไม่ขึ้นอยู่กับกรอบอ้างอิงจินตภาพที่ใช้คำนวณแรงบิดมีผลต่อคุณภาพท่าจับนี้ แต่ไม่สามารถบอกความสามารถของแต่ละนิ้วได้ จะบอกได้เป็นคุณภาพโดยรวมของมือเท่านั้น

(2) วัดคุณภาพการจับจากความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตของจุดสัมผัส

กำหนดให้ รูปหลายเหลี่ยมท่าจับ หมายถึงรูปหลายเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็นจุดสัมผัส ซึ่งสามารถคำนวณมาได้จากตำแหน่งของจุดสัมผัสเท่านั้น

ตัวอย่างของตัวชี้วัดคุณภาพการจับในหมวดนี้ เช่น

2.a) รูปทรงของรูปหลายเหลี่ยมทำจับ [55]

สำหรับทำจับที่มีจุดจับอยู่ในระนาบเดียวกันนั้น ทำจับที่มีจุดจับกระจายตัวอย่างเท่าเทียมกัน จะสามารถควบคุมวัตถุให้มีความเสถียรได้มากกว่าทำจับที่มีจุดจับกระจุกอยู่ด้านใดด้านหนึ่ง ตัวชี้วัดนี้จะวัดความต่างของมุมของรูปหลายเหลี่ยมทำจับกับมุมของรูปทรงด้านเท่า โดยยิ่งต่างน้อยจะยิ่งดี แต่ตัวชี้วัดนี้อาจไม่เหมาะสมสำหรับบางวัตถุ เช่นการจับวัตถุยาว หรือดินสอ

2.b) ขนาดของรูปหลายเหลี่ยมทำจับ [33]

สำหรับทำจับที่มีจุดจับอยู่ในระนาบเดียวกันนั้น พื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมทำจับที่มากขึ้น มักจะให้ทำจับที่สามารถออกแรงบิดได้มากขึ้นสำหรับแรงคงที่ แต่สำหรับทำจับที่ไม่ได้มีจุดจับอยู่ในระนาบเดียวกันนั้น การใช้ปริมาตรของ convex hull แทนนั้นถูกแสดงใน [56] ว่าไม่ใช่ตัวเลือกที่ดี โดยมีผู้เสนอให้ทำการ project จุดจับทั้งหมดลงบนระนาบที่เกิดจากจุดจับสามจุดแทน [57]

2.c) ระยะห่างระหว่างศูนย์กลางรูปหลายเหลี่ยมทำจับและศูนย์กลางวัตถุ [3], [34], [35]

ผลของความเฉื่อยและแรงกระทำภายนอกจะถูกต้านทานได้ง่ายขึ้นเมื่อศูนย์กลางรูปหลายเหลี่ยมทำจับอยู่ใกล้กับศูนย์กลางวัตถุ แต่ศูนย์กลางวัตถุอาจหาได้ยากในสภาวะการทำงานจริง

2.d) บริเวณสัมผัสอิสระ (Independent Contact Region)

ตัวชี้วัดคุณภาพนี้ได้ถูกกล่าวถึงในหัวข้อ 1.2.1 ทดสอบว่าทำจับนี้มีคุณสมบัติ force-closure หรือไม่

(3) วัดคุณภาพการจับจากขีดจำกัดของแรงที่นิ้วออกได้

ขีดจำกัดของแรงที่นิ้วออกได้ที่นิยมใช้กันนั้นมีอยู่สองแบบ คือ 1) จำกัดขนาดของแรงรวมที่ทุกนิ้วออกได้ และ 2) จำกัดขนาดของแรงที่แต่ละนิ้วออกได้

สำหรับงานวิจัยในหัวข้อนี้หลายงานจะมีข้อเสียคล้ายกันคือการใช้หน่วยของแรงและแรงบิดปนกัน การกำหนดหน่วยให้ตรงกันสามารถทำได้โดยการหารค่าแรงบิดด้วยค่าคงที่ ρ ซึ่งมีผู้เสนอวิธีคำนวณได้ทั้งจากระยะห่างที่มากที่สุดจากจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุไปยังพื้นผิวของวัตถุ หรืออาจหาได้จากรัศมีไจเรชัน (radius of gyration) ของวัตถุก็ได้ [37]

ตัวชี้วัดคุณภาพการจับที่น่าเสนอในวิทยานิพนธ์นี้สามารถจัดอยู่ในประเภทนี้ได้ โดยจะกล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดยละเอียดในหัวข้อ 2.8 การคำนวณหาแรงกระทำภายนอกบนวัตถุที่น้อยที่สุดในการทำหลายทำจับ

ตัวอย่างของตัวชี้วัดคุณภาพการจับในหมวดนี้ เช่น

3.a) epsilon-metric

ตัวชี้วัดคุณภาพนี้ได้ถูกกล่าวถึงในหัวข้อ 1.2.2(1) การจับวัตถุให้ได้โดยทั่วไป หรือการจับที่ไม่คำนึงถึงเป้าหมาย

3.b) ปริมาตรของ *GWS* [29]

ตัวชี้วัดคุณภาพนี้ไม่ขึ้นอยู่กับกรอบอ้างอิงที่ใช้คำนวณแรงบิด แต่สำหรับท่าจับที่มีตัวชี้วัดนี้มากกว่านั้น อาจสามารถต้านทานเวรชันในบางทิศทางได้น้อยกว่าท่าจับที่มีตัวชี้วัดนี้ต่ำกว่าได้

3.c) Q - distance

ตัวชี้วัดคุณภาพนี้ได้ถูกกล่าวถึงในหัวข้อ 1.2.2(2) การจับวัตถุโดยคำนึงถึงเป้าหมายของการจับ (Task-oriented)

2.7.2 วัดคุณภาพการจับจากการวางตัวของมือ

เมทริกซ์จาโคเบียน คือเมทริกซ์ที่ใช้ในการแปลงแรงที่ออกในกรอบอ้างอิงท้องถิ่นของแต่ละนิ้วให้กลายเป็นแรงบิดของแต่ละข้อต่อที่ตัวกำเนิดแรงสามารถออกได้ ซึ่งสามารถคำนวณมาได้จาก การวางตัวของมือ เช่นมุมที่แต่ละข้อต่อ ระยะห่างระหว่างแต่ละข้อต่อ ซึ่งคุณภาพท่าจับในประเภทนี้ มักอาศัยเมทริกซ์จาโคเบียนในการคำนวณ

2.7.3 ตัวชี้วัดคุณภาพการจับแบบอื่นๆ

ตัวชี้วัดคุณภาพการจับในประเภทนี้ เช่น

- (1) รวมเอาตัวชี้วัดคุณภาพการจับหลายๆ แบบ
- (2) ตัวชี้วัดคุณภาพการจับที่เกี่ยวข้องกับมนุษย์

เป็นตัวชี้วัดคุณภาพการจับที่ใช้ในการวิเคราะห์คุณภาพการจับของมนุษย์ สามารถนำมาใช้ในด้านของงานออกแบบวัตถุที่เหมาะสมต่อการถือ หรือการออกแบบมือเทียม ตัวอย่างของตัวชี้วัดคุณภาพการจับประเภทนี้เช่น ความล้าของกล้ามเนื้อ ได้ถูกนำเสนอใน [58]

ข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับตัวชี้วัดคุณภาพการจับแบบต่างๆ สามารถดูได้ที่ [26]

2.8 การคำนวณหาแรงกระทำภายนอกบนวัตถุน้อยที่สุดในการทำลายน่าจับ

ปัญหาการหาแรงกระทำภายนอกบนวัตถุน้อยที่สุดในการทำลายน่าจับนั้น แท้จริงแล้วสามารถแปลงให้เป็นปัญหาเดียวกันกับปัญหาการหาค่า Q เมื่อใช้ *OVS* เป็น *TWS* ได้ โดยเวรชัน

บนผิวของที่ $Q \cdot OWS$ ตัดกับ GWS ก็คือเวรณซ์ที่เกิดจากการขยายแรงกระทำภายนอกบนวัตถุน้อยที่สุดในการทำละลายที่จับนั่นเอง

จากการค้นคว้าทบทวนวรรณกรรมของผู้เขียน ขั้นตอนวิธีที่ใช้คำนวณหาแรงกระทำภายนอกบนวัตถุน้อยที่สุดในการทำละลายที่จับที่ถูกลำเสนอในงานวิจัยก่อนหน้านั้น ได้ถูกลำเสนอโดยกลุ่มของนักวิจัยจำนวน 4 กลุ่ม ได้แก่

2.8.1 Borst et al., 2004 [50]

งานวิจัยนี้ใช้วิธีเลือกตัวอย่างเวรณซ์ที่เกิดจากแรงกระทำภายนอกขนาดหนึ่งหน่วยในทิศทางของกรวยแรงเสียดทานที่เป็นไปได้บนทุกจุดยอดของวัตถุเพื่อประมาณ OWS แล้วนำ OWS มาประมาณด้วยรูปทรงรีที่สามารถรอบ OWS ได้ทั้งหมดอีกที เพื่อให้สามารถแปลงรูปทรงรีเป็นรูปทรงกลมด้วย linear map ได้ แล้วจึงนำรูปทรงกลมที่ได้ไปหาค่าขยายมากที่สุดที่ยังอยู่ใน GWS ด้วยวิธีที่นำเสนอใน [49]

ข้อเสียของงานวิจัยนี้คือการประมาณ OWS ด้วยรูปทรงรี ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้ผิดพลาดจากค่าจริงตามนิยาม และการสุ่มตัวอย่างของ OWS ด้วยทิศทางตามกรวยเสียดทานของแต่ละจุดยอดของวัตถุ ทำให้ทิศทางของแรงกระทำภายนอกขึ้นอยู่กับรูปร่างของวัตถุ ส่งผลให้ทิศทางของแรงกระทำภายนอกอาจถูกเลือกมาอย่างไม่เท่าเทียมกันบนปริภูมิของทิศทางในสามมิติ

2.8.2 Strandberg and Wahlberg, 2006 [41]

งานวิจัยนี้เลือกตัวอย่างของแรงกระทำภายนอกแบบเท่าเทียมโดยเลือกทิศทางของแรงกระทำภายนอกจากการแบ่งมุมสองมุมบนพิกัดทรงกลม (spherical coordinate) อย่างเท่าๆ กัน อย่างไรก็ตาม การเลือกทิศทางแบบนี้จะทำให้ทิศทางที่ใกล้จุดบนสุดของทรงกลมถูกเลือกมากกว่าทิศทางที่อยู่ด้านข้าง ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีแก้ไขปัญหานี้โดยเปลี่ยนไปใช้จุดยอดของ geodesic dome แทน ซึ่งจะได้ทิศทางที่มีความหลากหลายเท่าเทียมกันมากกว่า

OWS ได้ถูกประมาณจากทิศทางของแรงที่ถูกเลือกมาในขั้นตอนที่แล้ว นำไปกระทำบนจุดยอดของวัตถุที่แรงในทิศทางนั้นสามารถกระทำได้ (แรงในทิศทางนั้นอยู่ในกรวยแรงเสียดทาน) เมื่อได้สมาชิกตัวแทนของ OWS แล้วจึงนำด้านตรงข้าม (กลับทิศ) ของสมาชิกของ OWS ที่ได้นั้นไปคำนวณหาค่า scale บวกที่ทำให้สมาชิกของ OWS ตัวนั้นชนกับขอบของ GWS พอดีโดยการวนทุกๆ hyperplane ของ GWS แล้วคำนวณหา scale บวกที่น้อยที่สุดที่ทำให้ด้านตรงข้ามของเวรณซ์รบกวนภายนอกชนกับขอบของ GWS

งานวิจัยนี้ใช้วิธีคำนวณหา GWS โดยการประมาณกรวยแรงเสียดทานด้วยทรงพีระมิด เพื่อให้สามารถเขียนแทน GWS ด้วยการตัดกันของ halfspace จำนวนจำกัดหลายๆ อันได้ โดยที่ halfspace แต่ละอันจะถูกจำกัดด้วย hyperplane ที่สามารถเขียนแทนได้ด้วย normal \mathbf{n} และ offset d โดย halfspace H ที่โดนจำกัดด้วย hyperplane นี้สามารถเขียนแทนได้ด้วยสมการ

$$H = \{\mathbf{x} | \mathbf{n}^T \mathbf{x} + d \leq 0\}$$

เวรณซ์รบกวนภายนอก \mathbf{w} จะตัดกับ hyperplane p ของ GWS ด้วย scale

$$f = \frac{d_p}{\mathbf{n}_p^T (-\mathbf{w})}$$

2.8.3 Wen and Wu, 2012 [43]

งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการคำนวณ f^* ที่ต่อยอดมาจากงานวิจัยที่แล้ว [41] และการเปลี่ยนท่าจับ (regrasp) ที่รับรองได้ว่าท่าจับที่เปลี่ยนไปนั้นจะมีคุณภาพท่าจับ f^* มากขึ้น โดยจะกล่าวถึงเฉพาะวิธีที่เกี่ยวข้องกับวิธานิพนธ์นี้ซึ่งก็คือ วิธีคำนวณ f^* เท่านั้น และไม่กล่าวถึงวิธีการเปลี่ยนท่าจับ

งานวิจัยนี้คล้ายกับงานวิจัยที่แล้ว [41] แต่ไม่ใช้การประมาณกรวยแรงเสียดทานด้วยทรงพีระมิด ทำให้ได้ผลเฉลยที่ถูกต้องมากขึ้น แต่การไม่ประมาณกรวยแรงเสียดทานด้วยทรงพีระมิดทำให้ไม่สามารถเขียนแทน GWS ด้วยการตัดกันของ halfspace ได้ งานวิจัยนี้จึงอาศัยวิธีการยิงลำเส้นตรงซึ่งอ้างอิงจากงานวิจัยของ [42] ในการคำนวณจุดตัดระหว่างเวรณซ์รบกวนภายนอกกับ GWS แทนการคำนวณ scale ตามสมการของ hyperplane นอกจากจะได้ผลเฉลยที่ถูกต้องมากขึ้นแล้ว การใช้วิธียิงลำเส้นตรงยังมีประสิทธิภาพมากกว่า ทำให้ใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง โดยจะยังเห็นความแตกต่างระหว่างเวลาชัดเจนขึ้นเมื่อประมาณกรวยแรงเสียดทานด้วยทรงพีระมิดด้านเท่าที่มีจำนวนด้านหลายด้านมากขึ้น

2.8.4 Jeong and Cheong, 2012 [44]

เนื่องจากความยากในการคำนวณหา OWS จากงานวิจัยก่อนหน้า ซึ่งอาศัยการขอยทิศทางของแรงรบกวนเป็นทิศทางย่อยๆ หรือใช้ด้านของทรงพีระมิดด้านเท่าที่ตำแหน่งจุดยอดของวัตถุในการประมาณ ซึ่งทั้งสองวิธีนั้นก็จำเป็นต้องอาศัยการประมาณ OWS ด้วยกันทั้งสิ้น ทำให้ผลลัพธ์ของแรงน้อยที่สุดที่ใช้ทำลายท่าจับที่ได้จากขั้นตอนวิธีนั้น เกิดความผิดพลาดจากการประมาณ ไม่แม่นยำถูกต้องตามนิยามของปัญหา งานวิจัยนี้จึงเสนอรูปแบบของปัญหาแบบหนึ่งที่สามารถคำนวณหา OWS ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ โดยนิยามให้ไม่มีแรงเสียดทานระหว่างตัวกำเนิดแรงรบกวนภายนอกกับวัตถุ ซึ่งก็เหมือนกับการคำนึงถึงเฉพาะแรงรบกวนภายนอกที่มีทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวเท่านั้น ทำ

ให้เกิดแรงกระทำภายนอกเพียงจำนวนจำกัดต่อหนึ่งจุดยอด แทนที่จะมีทิศทางจำนวนอนันต์ทิศทางที่อยู่ในกรวยแรงเสียดทาน ส่งผลให้สามารถคำนวณ OWS ได้อย่างแม่นยำ

งานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดเชิงเส้นในการคำนวณหา f^* ถึงแม้จะสามารถคำนวณ OWS ได้อย่างแม่นยำ แต่การทำปัญหาให้เป็นเชิงเส้นนั้น ก็ต้องอาศัยการประมาณกรวยแรงเสียดทานระหว่างมือกลและวัตถุด้วยทรงพีระมิดด้านเท่า ทำให้ผลลัพธ์ของ f^* ที่ได้นั้น ก็ยังไม่แม่นยำอยู่ดี

นอกจากนี้ งานวิจัยนี้ยังนำเสนอวิธีการคำนวณแรงมากที่สุดในแนวตั้งฉากที่แต่ละนิ้วของมือกลสามารถออกได้ด้วยวิธีเชิงกลศาสตร์ ซึ่งมีความแม่นยำใกล้เคียงโลกจริงมากกว่าการกำหนดให้ทุกนิ้วของมือสามารถออกแรงในแนวตั้งฉากได้เท่ากันซึ่งเท่ากับหนึ่งหน่วยเหมือนในงานวิจัยก่อนหน้า



บทที่ 3

การลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพท่าจับ

3.1 แนวคิดของการวิจัย

สืบเนื่องจากตัวชี้วัดคุณภาพของท่าจับข้างต้น ที่ถูกนำเสนอโดย [41], [43], [44], [50] นั้นมีความหมายที่สมเหตุสมผลในเชิงของฟิสิกส์ คือ ขนาดของแรงกระทำบนวัตถุที่มากที่สุดที่ท่าจับสามารถต้านทานได้ไม่ว่าจะกระทำลง ณ จุดใดบนวัตถุก็ตาม แต่ข้อเสียของตัวชี้วัดคุณภาพนี้คือ ยังต้องอาศัยเวลาในการคำนวณมาก เนื่องจากต้องทำการพิจารณาทั้งวัตถุ ทำให้ไม่สามารถประเมินผลท่าจับที่มีคุณสมบัติปิดของแรงจำนวนมากที่ได้มาจากขั้นตอนวิธีอื่นๆ ได้ วิทยานิพนธ์นี้จึงต้องการนำเสนอวิธีการคำนวณตัวชี้วัดนี้แบบปรับปรุงในเชิงของเวลาประมวลผลที่ใช้ให้น้อยลง โดยจะขอใช้นิยามของ *OWS* เป็นนิยามเดิม ไม่แก่นิยามของปัญหาให้ง่ายขึ้นตาม [44]

จากวิธีการที่ผ่านมา นั้น จะเห็นว่า วิธีของ [50] นั้นอาศัยการประมาณปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุด้วยรูปทรงรี สำหรับวิธีของ [44] นั้นใช้การแปลงปัญหาให้ง่ายขึ้นโดยสนใจเฉพาะแรงกระทำภายนอกในทิศทางที่ตั้งฉากกับผิววัตถุเท่านั้น และใช้วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดเชิงเส้น (linear optimization) ซึ่งใช้เวลานาน กว่าวิธีของ [41], [43] ซึ่งอาศัยการแก้ปัญหาที่เฉพาะเจาะจงมากขึ้น โดยการหาจุดตัดระหว่างลำเส้นตรงของเวรณซ์ที่เกิดขึ้นจากแรงบนวัตถุ กับปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุ ซึ่งต้องอาศัยการวนตรวจสอบทุกๆ จุดบนพื้นผิววัตถุ ทำให้ต้องใช้เวลานาน

จากข้อสังเกตนี้เอง ทำให้ได้แนวคิดว่า อาจมีบางจุดบนวัตถุที่ไม่จำเป็นต้องนำมาคิดหาจุดตัด เกิดเป็นแนวคิดหลักของวิทยานิพนธ์นี้ คือการลดปริมาณของข้อมูลนำเข้าที่ใช้ในการหาตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับ เนื่องจากตัวชี้วัดนี้ยามให้แรงกระทำภายนอกสามารถกระทำบนพื้นผิวของวัตถุทั้งหมด แต่อันที่จริงแล้ว มีเพียงจุดบนวัตถุที่ขอบบางต่อแรงกระทำภายนอกมากที่สุดเพียงจุดเดียวเท่านั้นที่จะส่งผลต่อค่าตัวชี้วัดนี้ แสดงว่าพื้นผิวบนวัตถุส่วนใหญ่ไม่น่าจำเป็นต้องนำมาคิด ในทำนองเดียวกัน เวรณซ์บนพื้นผิวของปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุที่จะต้องนำไปคิดแทนปริภูมิเวรณซ์ของภารกิจนั้นก็ มีเพียงเวรณซ์เดียวเท่านั้นที่มีอัตราส่วนย่อ/ขยายน้อยที่สุด ซึ่งส่งผลต่อผลลัพธ์คุณภาพของท่าจับ

วิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการลดจำนวนจุดบนพื้นผิวของวัตถุ รวมทั้งการลดปริมาณพื้นผิวของปริภูมิเวรณซ์ของวัตถุที่จะต้องนำไปทดสอบ โดยจุดที่ลดนั้นจะต้องไม่ส่งผลต่อค่าผลเฉลยของตัวชี้วัด

3.2 การปรับปรุง

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอเงื่อนไขจำนวนสองเงื่อนไขที่สามารถใช้ลดทั้งจำนวนจุดบนพื้นผิวของวัตถุและจำนวนจุดบนพื้นผิวของปริภูมิเวอเรนซ์ของวัตถุที่จะต้องนำมาทดสอบในการคำนวณหาค่าคุณภาพท่าจับ การทดสอบเงื่อนไขทั้งสองนั้นใช้เวลาในการทดสอบน้อยมาก เมื่อเทียบกับเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพ

นิยามให้ “จุดสุดขีด” ของเซตใดๆ คือสมาชิกของเซตนั้นที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเปิดที่เชื่อมระหว่างสมาชิกสองตัวใดๆ ของเซตนั้น ทฤษฎีบทที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้เป็นพื้นฐานของวิธีการปรับปรุงประสิทธิภาพการทำงานที่จะนำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้

ทฤษฎีบทที่ 3.2.1

กำหนดให้มี compact set A และ compact convex set B โดยที่ทั้งคู่มีจุดกำเนิดเป็นสมาชิก กำหนดให้ $A' = \{ka \mid a \in A\}$, $k \in \mathbb{R}$ เป็น compact set ที่เกิดจากการย่อ/ขยาย A ด้วย scale k โดยที่ k มีค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้โดยที่ไม่มีสมาชิกของ A' ตัวใดที่ไม่เป็นสมาชิกของ B จะได้ว่าเซตสมาชิกของ A' ที่อยู่บนขอบของ B นั้นจะต้องมีจุดสุดขีดของ A' เป็นสมาชิกเสมอ ซึ่งสมาชิกตัวนั้นก็เกิดจากจุดสุดขีดของ A ที่ถูกย่อ/ขยายแล้วนั่นเอง

พิสูจน์

สมมติให้เซตของจุดตัดระหว่าง A' และขอบของ B ไม่มีจุดสุดขีดของ A' เป็นสมาชิกเลย แสดงว่าจุดสุดขีดทุกจุดของ A' จะอยู่ภายใน B อย่างเคร่งครัด นั่นทำให้ทุกจุดที่สามารถเขียนแทนได้ด้วย convex combination ของจุดสุดขีดทุกจุดของ A' จะอยู่ภายใน B อย่างเคร่งครัดด้วย นั่นก็หมายความว่า A' ก็อยู่ภายใน B อย่างเคร่งครัดด้วย แสดงว่ายังสามารถขยาย A' ให้ใหญ่กว่านี้ได้อีก ทำให้เกิดข้อขัดแย้งขึ้นกับนิยามของ A' ที่กำหนดให้ k เป็นค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ ■

เนื่องจากปัญหาการคำนวณค่า f^* นั่นก็คือปัญหาเดียวกับการหาขนาดของ scale มากที่สุดที่สามารถใช้ย่อ/ขยาย OWS ภายใน $UGWS$ และเนื่องจาก $UGWS$ เองก็เป็น compact convex set ผลที่ตามมาจาก ทฤษฎีบทที่ 3.2.1 ทำให้เราสามารถพิจารณาเพียงเวอเรนซ์ที่เป็นจุดสุดขีดของ OWS ซึ่งสามารถคำนวณได้จากจุดสุดขีดของ convex hull ของ OWS นั่นเอง และนี่คือเงื่อนไขแรกที่สามารถนำไปใช้เป็นตัวกรองในการลดจำนวนจุดที่ต้องนำไปคำนวณได้ โดยจะขอเรียกตัวกรองนี้ว่า “ตัวกรองเวอเรนซ์”

นอกจากนี้ เรายังสามารถกรองจุดยอดของวัตถุที่จะนำไปใช้ในการคำนวณเวอเรนซ์ของ OWS ได้อีกด้วย โดยจะขอเรียกตัวกรองนี้ว่า “ตัวกรองจุดยอด” โดยมีทฤษฎีบทที่รองรับดังนี้

ทฤษฎีบทที่ 3.2.2

พิจารณาเซตของจุดยอด V ของวัตถุหลายเหลี่ยมในสามมิติ จุดยอด v ที่ใช้แรงน้อยที่สุดมากระทำเพื่อทำลายท่าจับต่อนิ่งแรงรบกวนภายนอกในทิศทางที่ถูกระบุ จะต้องเป็นหนึ่งในจุดสุดขีดของ convex hull ของจุดยอดทุกจุดที่แรงกระทำรบกวนภายนอกในทิศทางนั้นสามารถกระทำได้เสมอ

พิสูจน์

สำหรับทิศทางของแรงกระทำภายนอกที่ถูกระบุไว้ทิศทางใดทิศทางหนึ่ง \hat{e} สมาชิกทุกตัวของเซตของจุดยอดทุกจุดของวัตถุที่แรงในทิศทางนั้นสามารถกระทำได้ (V_f) จะสามารถถูกเขียนแทนด้วย convex combination ของจุดสุดขีดของ V_f (V^*) ได้ กล่าวคือ

$$\forall v_f \in V_f : v_f = \sum_{k=1}^{\|V^*\|} \beta_k v_k^*, \sum_{k=1}^{\|V^*\|} \beta_k = 1, \beta_k > 0$$

กำหนดให้ w_k^* แทนเวรนต์ซ์ที่เกิดจากแรงกระทำภายนอก \hat{e} กระทำบน v_k^*

$$w_k^* = \begin{bmatrix} \hat{e} \\ v_k^* \times \hat{e} \end{bmatrix}$$

$$W^* = \{w_k^* \mid \forall v_k^* \in V^*\}$$

$$W = \{w_k \mid \forall v_k \in V_f\}$$

เวรนต์ซ์ w ใดๆ ที่เกิดจาก \hat{e} กระทำบนสมาชิกใดๆ ใน V_f จะสามารถถูกเขียนแทนด้วย convex combination ของเซต W^* ได้

$$\forall w = \begin{bmatrix} \hat{e} \\ v \times \hat{e} \end{bmatrix}, \forall v \in V_f : w = \sum_{k=1}^{\|V^*\|} \beta_k w_k^*, \sum_{k=1}^{\|V^*\|} \beta_k = 1, \beta_k > 0$$

นั่นแสดงว่า W^* เป็นจุดสุดขีดของเวรนต์ซ์ที่เกิดจาก W จาก ทฤษฎีบทที่ 3.2.1 แสดงว่าเราสามารถพิจารณาเฉพาะ W^* แทน W ได้ เนื่องจาก W^* เกิดจากแรงกระทำลงบน V^* ทำให้เราสามารถพิจารณาเฉพาะสมาชิกของ V^* ซึ่งมีจำนวนสมาชิกไม่มากกว่า V_f ได้ ■

ในการนำตัวกรองทั้งสองตัวไปใช้งานจริงนั้น ไม่ควรเลือกใช้เงื่อนไขทั้งสองพร้อมกัน เนื่องจากเวรนต์ซ์ที่ถูกกรองโดยเงื่อนไขทั้งสองนั้นทับซ้อนกันอยู่ กล่าวคือเวรนต์ซ์ที่ถูกกรองโดยตัวกรองจุดยอดนั้นจะถูกกรองด้วยตัวกรองเวรนต์ซ์เสมอ เนื่องจากเวรนต์ซ์ที่ถูกตัดไปโดยตัวกรองจุดยอดนั้นสามารถเขียนแทนได้ด้วย convex combination ของเวรนต์ซ์ที่เกิดจากทิศทางของแรงกระทำภายนอกต่อจุดยอดที่เป็นไปได้ของทิศทางนั้นได้ ทำให้เวรนต์ซ์นั้นจะถูกตัดด้วยตัวกรองเวรนต์ซ์อยู่ดี แต่

เวรณซ์ที่ถูกกรองโดยตัวกรองเวรณซ์นั้นอาจไม่ถูกกรองโดยตัวกรองจุดยอดก็ได้ เนื่องจากตัวกรองเวรณซ์นั้นมีลักษณะเดียวกันกับตัวกรองจุดยอด แต่ตัวกรองเวรณซ์หาจุดสุดขีดของจุดยอดของวัตถุที่ถูก project ลงบน plane ที่ตั้งฉากกับแรงกระทำภายนอกในแต่ละทิศทางแทน ทำให้ตัวกรองเวรณซ์ทำงานบนปริภูมิสองมิติ ไม่เหมือนตัวกรองจุดยอดที่ทำงานบนปริภูมิสามมิติ ยกตัวอย่างเช่นวัตถุที่มีรูปร่างคล้าย tetrahedron คำว่าซึ่งมีจุดยอดทั้งหมดสี่จุดอยู่ที่พิกัดคาร์ทีเซียนดังนี้

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

และพิจารณาทิศทางของแรงกระทำภายนอกที่เป็น $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ซึ่งกำหนดให้สามารถกระทำกับจุดยอดได้ทั้งสี่จุด (ทิศทางอยู่ภายในกรวยแรงเสียดทานของจุดยอดทั้งสี่จุด) จะเห็นได้ว่าตัวกรองจุดยอดไม่สามารถกรองจุดยอดของวัตถุจุดใดทิ้งได้เลย เนื่องจากจุดยอดทั้งสี่จุดไม่ได้อยู่บน plane เดียวกัน แต่เมื่อพิจารณาเวรณซ์ที่เกิดขึ้นจากแรงกระทำภายนอกในทิศทางนั้นกระทำต่อจุดยอดแล้ว จะได้เวรณซ์ทั้งหมดสี่อัน ได้แก่

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

จะเห็นว่าตัวกรองเวรณซ์ยังสามารถกรองเวรณซ์ลำดับแรก $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ที่เกิดจากจุดยอด $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

ทิ้งไปได้

ตัวอย่างด้านบนแสดงให้เห็นว่าการใช้ตัวกรองเวรณซ์เพียงตัวเดียวก็สามารถให้ผลการทำงานครอบคลุมการทำงานของตัวกรองจุดยอดได้ ทำให้ตัวกรองเวรณซ์น่าจะมีประสิทธิภาพในการทำงานมากกว่าตัวกรองจุดยอด ซึ่งประสิทธิภาพการทำงานเชิงเวลาของทั้งสองตัวกรองนั้นจะถูกแสดงให้เห็นในบทที่ 5 การทดลองและผลการทดลอง

ขั้นตอนวิธีที่ถูกปรับปรุงโดยการใช้ตัวกรองเวรณซ์หนึ่งครั้งต่อเวรณซ์ที่เกิดจากแรงในแต่ละทิศทางได้ถูกแสดงใน ขั้นตอนวิธีที่ 3.1

 ขั้นตอนวิธีที่ 3.1

ข้อมูลนำเข้า:

GWS : ปริภูมิเวรณซ์ของการจับที่มีคุณสมบัติปิดของแรง

V : จุดยอดของวัตถุ

E : เซตของทิศทางของแรงกระทำภายนอก

ข้อมูลส่งออก:

f^* : แรงกระทำภายนอกน้อยที่สุดที่ใช้ทำลาย G

```

1  for  $\hat{e}_i \in E$  do
2     $V' =$  เซตของจุดยอดที่แรงในทิศทาง  $\hat{e}_i$  กระทำได้
3    for  $v_j \in V'$  do
4       $w_{i,j} = \begin{bmatrix} \hat{e}_i \\ v_j \times \hat{e}_i \end{bmatrix}$ 
5       $W' = \text{extreme points of conv}(w_{i,0}, w_{i,1}, \dots)$ 
6       $f_i = \min(\max(f_{i,j} \mid f_{i,j}W' \subseteq GWS \wedge f_{i,j} \geq 0))$ 
7       $f^* = \min(f^*, f_i)$ 
  
```

ซึ่งตัวกรองที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้คือบรรทัดที่ 5 นั่นเอง

3.3 การวิเคราะห์ความซับซ้อนเชิงเวลาของตัวกรอง

3.3.1 ตัวกรองเวรณซ์

การนำตัวกรองเวรณซ์ไปใช้งานนั้นสามารถเลือกนำไปใช้กรองได้สองที่หลักๆ กล่าวคือ

(1) กรองเวรณซ์ที่เกิดขึ้นจากแรงทุกทิศทางทั้งหมดในการกรองครั้งเดียว

ถึงแม้จำนวนมิติที่แท้จริงของเวรณซ์จะเป็นห้ามิติเนื่องจากแรงบิดต้องตั้งฉากกับแรงเสมอ แต่เมื่อนำเวรณซ์จากทุกทิศทางมารวมกันนั้น จะไม่สามารถใช้ระบบพิกัดที่สามารถแทนเวรณซ์ด้วยห้ามิติในระบบพิกัดเดียวกันได้อย่างง่าย อาจต้องหาระบบพิกัดระบบอื่นที่มีความซับซ้อนแทน ทำให้ความซับซ้อนของการกรองแบบนี้เหมือนกับการใช้ขั้นตอนวิธี Quickhull [59] บนจุดที่อยู่ในพิกัดหกมิติ ทำ

ให้มีความซับซ้อนเป็น $O(N_{aw}m^2/6)$ สำหรับกรณีที่ใช้เวอร์ชันทหมิติ และมีความซับซ้อนเป็น $O(N_{aw}m/4)$ สำหรับกรณีที่ใช้เวอร์ชันทหมิติ[60] โดยไม่นับรวมเวลาที่ใช้ในการแปลงเวอร์ชันทหมิติเป็นทหมิติ โดยที่

N_{aw} : จำนวนของเวอร์ชันรบกวนทั้งหมดที่ถูกสร้างขึ้นก่อนนำไปคำนวณ

m : จำนวนของจุดสุดขีด

(2) กรองหนึ่งครั้งต่อเวอร์ชันที่เกิดจากแรงในแต่ละทิศทาง

แรงบิดที่เกิดจากแรงในทิศทางใดทิศทางหนึ่งนั้นจะต้องตั้งฉากกับแรงในทิศทางนั้น และเนื่องจากเวอร์ชันที่เกิดขึ้นในทิศทางใดทิศทางหนึ่งนั้นจะมีแรงในทิศทางเดียวกันอยู่แล้ว ส่งผลให้เวอร์ชันทหมิติที่เกิดจากทิศทางใดทิศทางหนึ่งนั้น เหลือความเป็นอิสระแค่สองมิติเท่านั้นซึ่งขึ้นอยู่กับตำแหน่งของจุดที่แรงนั้นกระทำ เราสามารถใช้เพียงจุดที่เกิดจากการ project แรงบิดที่เกิดขึ้น ลงไปในระนาบที่ผ่านจุดกำเนิดและตั้งฉากกับแรงในทิศทางนั้นเพื่อลดจำนวนมิติของจุดที่ Quickhull ต้องทำงานด้วยลง ทำให้มีความซับซ้อนเท่ากับการทำงานของ Quickhull บนสองมิติ ซึ่งเท่ากับ $O(N_w \log m)$ โดยที่

N_w : จำนวนของเวอร์ชันรบกวนที่ถูกสร้างขึ้นในหนึ่งทิศทางก่อนนำไปคำนวณ

เวลาในการแปลงเวอร์ชันทหมิติเป็นสองมิตินั้นคงที่ต่อหนึ่งเวอร์ชัน เพราะใช้แค่การ projection ของแรงบิดสามมิติลงบนระนาบสองมิติเท่านั้น ทำให้มีความซับซ้อนรวมต่อหนึ่งทิศทางเป็น $O(N_w \log m + N_w)$ นอกจากนี้เราสามารถใส่ตำแหน่งที่แรงจะกระทำมาใช้คำนวณ convex hull ได้เลย เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้จากการนำผลคูณไขว้ $\vec{a} \times \vec{b}$ มาฉายลงระนาบที่ตั้งฉากกับ \vec{b} นั้นก็เท่ากับผลลัพธ์ที่ได้จากการฉาย \vec{a} ลงบนระนาบที่ตั้งฉากกับ \vec{b} ก่อนแล้วนำมาคูณไขว้กับ \vec{b} ที่หลัง ซึ่งก็เหมือนกันกับการหมุน \vec{a} ที่ถูกฉายลงบนระนาบที่ตั้งฉากกับ \vec{b} รอบแกน \vec{b} ด้วยมุมฉากนั่นเอง ซึ่งก็จะสามารถลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณลงได้ เมื่อนำสิ่งที่กล่าวข้างต้นมารวมกันแล้ว จะได้ความซับซ้อนของตัวกรองเวอร์ชันที่ตำแหน่งนี้รวมเป็น $O(N_d N_w \log m)$ โดยที่

N_d : จำนวนของทิศทางที่ถูกขอย่อย

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบวิธีการนำตัวกรองไปใช้ทั้งสองแบบนี้ จะเห็นได้ว่าวิธีที่สองนั้นให้ประสิทธิภาพที่ดีกว่าวิธีแรก เนื่องจากผลรวมของ N_w จากทุกทิศทางนั้นมีค่าเท่ากับ N_{aw} ทำให้ $O(N_d N_w \log m) \leq O(N_{aw} \log N_{aw}) < O(N_{aw}m/4) < O(N_{aw}m^2/6)$ เรื่องความแตกต่างของประสิทธิภาพนั้นถูกยืนยันด้วยผลจากการทดลองว่าการทำงานของตัวกรองในวิธี

แรกนั้น ช้ากว่าการทำงานจริงของขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการคำนวณ f^* ด้วยซ้ำ เราจึงตัดสินใจใช้ตัวกรองนี้ในแบบวิธีที่สองเท่านั้น

3.3.2 ตัวกรองจุดยอด

ตัวกรองนี้สามารถลดจำนวนจุดยอดที่จะถูกนำไปคำนวณเวรณซ์รบกวนซึ่งส่งผลให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณ convex hull ของแรงบิดลดลงไปด้วย

ตัวกรองจุดยอดจะทำงานสำหรับทุกๆ ทิศทางของแรงกระทำภายนอก โดยแต่ละทิศทางจะคำนวณจุดสุดขีดของจุดยอดที่แรงรบกวนในทิศทางนั้นสามารถกระทำได้ สำหรับการคำนวณจุดสุดขีดในวิทยานิพนธ์นี้นั้นจะได้มาจากจุดยอดของ convex hull ซึ่งใช้ขั้นตอนวิธี Quickhull [59] ซึ่งเป็นขั้นตอนวิธีสำหรับคำนวณ convex hull ที่เร็วและได้รับการใช้งานอย่างแพร่หลาย ขั้นตอนวิธี Quickhull นั้นเป็นขั้นตอนวิธีที่มีความซับซ้อนขึ้นอยู่กับขนาดของผลลัพธ์ เมื่อรวมการทำงานทั้งหมดจะได้ว่า ต่อหนึ่งท่าจับและวัตถุ ตัวกรองจุดยอดจะมีความซับซ้อนเป็น $O(N_d n \log m)$ โดยที่

n : จำนวนของจุดยอดของวัตถุที่แรงรบกวนภายนอกสามารถกระทำได้

m : จำนวนของจุดสุดขีด

บทที่ 4

การเพิ่มความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณคุณภาพท่าจับ

4.1 แนวคิดของการวิจัย

จากงานวิจัยก่อนหน้าและวิธีการคำนวณที่นำเสนอไปในบทที่ 3 การลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพท่าจับ นั้น จะเห็นได้ว่าทุกวิธีนั้นต้องอาศัยการประมาณไม่ว่าจะเป็น การประมาณปริภูมิเวกอร์ของวัตถุด้วยรูปทรงรี การประมาณกรวยแรงเสียดทานด้วยพีระมิด หรือการเลือกตัวอย่างทิศทางของแรงจากพื้นผิวของทรงกลมในสามมิติ ทำให้ได้เพียงผลเฉลยที่เป็นค่าประมาณ ไม่ถูกต้องนัก โดยไม่มีการพิสูจน์ขอบเขตของค่าผิดพลาด

เมื่อก้าวถึงการประมาณ *OWS* นั้น จะเห็นได้ว่าวิธีการทั้งหมดที่ถูกนำเสนอไปยังต้องอาศัยการประมาณ *OWS* ด้วยการแบ่งซอยทิศทางของแรงกระทำรอบกายนอก ทำให้ความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้นั้นลดลงจากการประมาณ *OWS* วิชยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอขั้นตอนวิธีที่ให้ผลเฉลยที่ใกล้เคียงกับค่าผลเฉลยจริงตามนิยามมากขึ้น โดยลดการประมาณในบางขั้นตอนที่ไม่จำเป็นให้เหลือน้อยลง ซึ่งขั้นตอนที่ไม่จำเป็นขั้นตอนหนึ่งนั้นก็คือการประมาณ *OWS* ด้วยเซตของเวกอร์จำนวนจำกัดที่เกิดจากการซอยย่อยของทิศทางของแรงรอบกายนอก

แนวคิดของการปรับปรุงนี้ได้ต่อยอดมาจากขั้นตอนวิธีที่ถูกนำเสนอใน [41] ซึ่งสามารถหาจุดตัดระหว่างแนวเส้นของเวกอร์รอบกวนกับ hyperplane ที่จำกัดขอบเขตของ *GWS* ได้ โดยสามารถเขียนแทนคำตอบของ scale ของเวกอร์รอบกวนนั้นด้วยสมการได้โดยตรง ซึ่งต่างจากวิธีของ [43] ที่ไม่สามารถคำนวณ hyperplane ที่จำกัดขอบเขตของ *GWS* ได้เนื่องจากใช้กรวยแรงเสียดทานแบบแม่นยำ ทำให้ต้องใช้วิธีการยิงลำเส้นตรงซึ่งใช้วิธีการวนซ้ำจนเข้าใกล้คำตอบแทน จากความสามารถในการเขียนแทนคำตอบด้วยสมการที่ขึ้นอยู่กับ hyperplane และ เวกอร์รอบกวนได้โดยตรง ทำให้เราสามารถคำนวณทิศทางของแรงรอบกวนที่เหมาะสมที่สุดที่กระทำลงบนจุดยอดที่เลือกไว้อันหนึ่งที่จะก่อให้เกิดเวกอร์รอบกวนที่ใช้แรงน้อยสุดในการชนกับ hyperplane ของ *GWS* ที่เลือกไว้อันใดอันหนึ่งได้ เมื่อกำหนดทิศทางที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการชนคู่ของ hyperplane และจุดยอดที่เลือกไว้ได้แล้ว เราจะสามารถวนรอบสำหรับทุกคู่ของ hyperplane และจุดยอดแล้วคำนวณค่า f^* ที่น้อยที่สุดออกมาได้นั่นเอง

นอกจากการทำให้ค่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องแม่นยำมากขึ้นแล้ว ขั้นตอนวิธีที่จะนำเสนอต่อไปนี้ ยังไม่ขึ้นอยู่กับวิธีการแบ่งซอยย่อยของทิศทางของแรงรอบกวน ทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นมีค่าคงที่ ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามวิธีการแบ่งซอยย่อยของทิศทางของแรงรอบกวน ซึ่งต่างจากการคำนวณ

ด้วยขั้นตอนวิธีก่อนหน้าที่จะใช้เวลาเพิ่มขึ้นตามจำนวนทิศทางของแรงรบกวนที่ถูกนำมาใช้ในการคำนวณเวรซ์รบกวนของ OWS ทำให้ขั้นตอนวิธีนี้มีความซับซ้อนเชิงเวลาที่ต่ำกว่าขั้นตอนวิธีก่อนหน้าเมื่อเทียบกับในเชิงของจำนวนแรงรบกวน

4.2 การปรับปรุง

กำหนดให้ halfspace H ที่ถูกจำกัดด้วย hyperplane p_k สามารถเขียนแทนได้ด้วย normal \vec{n}_k และ offset d_k ดังสมการ

$$H = \{x | \vec{n}_k^T x + d_k \leq 0\}$$

พิจารณาขนาดของแรง $f'_{i,j,k}$ ที่ทำให้เวรซ์ที่เกิดจากแรงในทิศทาง \hat{e}_i กระทบลงบนจุดยอดที่กำหนด \vec{v}_j ชนกับ hyperplane ที่กำหนด p_k จะได้ว่า

$$f'_{i,j,k} = \frac{d_k}{\vec{n}_k^T (-\vec{w}_{i,j})}$$

กำหนดให้

$$f_{i,j,k} = \begin{cases} f'_{i,j,k}, & f'_{i,j,k} > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

เมื่อพิจารณาเฉพาะท่าจับที่มีคุณสมบัติปิดของแรง สำหรับจุดยอดที่กำหนด \vec{v}_j และ hyperplane ที่กำหนด p_k จะได้ว่า $f_{i,j,k}$ จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $\vec{n}_k^T \vec{w}_{i,j}$ มีค่ามากที่สุด

กำหนดให้

$$\vec{n}_k = \begin{bmatrix} \vec{n}_{kf} \\ \vec{n}_{kt} \end{bmatrix}$$

และ

$$\begin{aligned} g_{i,j,k} &= \vec{n}_k^T \vec{w}_{i,j} \\ &= \vec{n}_k^T \begin{bmatrix} \hat{e}_i \\ \vec{v}_j \times \hat{e}_i \end{bmatrix} \\ &= \vec{n}_{kf}^T \hat{e}_i + \vec{n}_{kt}^T (\vec{v}_j \times \hat{e}_i) \\ &= \vec{n}_{kf}^T \hat{e}_i + (\vec{n}_{kt} \times \vec{v}_j)^T \hat{e}_i \\ &= \{ \vec{n}_{kf}^T + (\vec{n}_{kt} \times \vec{v}_j)^T \} \hat{e}_i \\ &= \vec{c}^T \hat{e}_i \end{aligned}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}\vec{c} &= \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \\ &= \vec{n}_{kf} + (\vec{n}_{kt} \times \vec{v}_j)\end{aligned}$$

ตอนนี้เราสามารถใส่สมการด้านบนในการแทนค่า $g_{i,j,k}$ ด้วยค่าสัมประสิทธิ์คงที่คู่กับทิศทางของแรงรบกวนภายนอกขนาดหนึ่งหน่วย \hat{e}_i

สำหรับคู่ของจุดยอดและ hyperplane ที่กำหนดใดๆ เราสามารถคำนวณค่าของ \hat{e}_i ที่ทำให้มีการเปลี่ยนแปลงค่า $g_{i,j,k}$ ณ ขณะนั้นเป็นศูนย์โดยการหาค่าอนุพันธ์ย่อยเทียบกับส่วนประกอบของ \hat{e}_i แต่ละส่วน โดยจะหาค่าที่เหมาะสมที่สุดบนระบบพิกัดคาร์ทีเซียน

กำหนดให้

$$\hat{e}_i = \begin{bmatrix} e_{ix} \\ e_{iy} \\ e_{iz} \end{bmatrix}$$

โดยมีเงื่อนไขบังคับคือ

$$\begin{aligned}e_{ix}^2 + e_{iy}^2 + e_{iz}^2 &= 1 \\ \hat{e}_i^T \vec{o}_j &\geq \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}\end{aligned}$$

โดยที่

\vec{o}_j : Normal vector ณ จุดยอดของวัตถุ \vec{v}_j ในทิศทางชี้เข้าวัตถุ

θ : ครึ่งมุมของกรวยแรงเสียดทานระหว่างวัตถุกับต้นกำเนิดแรงรบกวน

μ : สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างวัตถุกับต้นกำเนิดแรงรบกวน

เงื่อนไขบังคับแรกมาจากการกำหนดให้แรงรบกวนมีขนาดหนึ่งหน่วย ส่วนเงื่อนไขบังคับที่สองมาจากข้อกำหนดที่บังคับให้แรงกระทำรบกวนต้องอยู่ในกรวยเสียดทานที่ตำแหน่ง \vec{v}_j

เพื่อหาจุดที่มีโอกาสเป็นค่าสูงสุดของ $g_{i,j,k}$ โดยคำนวณอนุพันธ์ของ $g_{i,j,k}$ เทียบกับ \hat{e}_i ผ่านการคำนวณอนุพันธ์ย่อยของ $g_{i,j,k}$ เทียบกับ e_{ix} และ e_{iy} แล้ว จะได้

$$\begin{aligned}g_{i,j,k} &= c_1 e_{ix} + c_2 e_{iy} + c_3 e_{iz} \\ &= c_1 e_{ix} + c_2 e_{iy} \pm c_3 \sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}\end{aligned}$$

ในที่นี้จะขอแยกคิดกรณีที่เครื่องหมาย \pm ของ e_{iz} มีค่าเป็น $+$ ก่อน

$$g_{i,j,k} = c_1 e_{ix} + c_2 e_{iy} + c_3 \sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}$$

$$\frac{\partial g_{i,j,k}}{\partial e_{ix}} = c_1 - \frac{c_3 e_{ix}}{\sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}}$$

$$\frac{\partial g_{i,j,k}}{\partial e_{iy}} = c_2 - \frac{c_3 e_{iy}}{\sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}}$$

เมื่อกำหนดให้อนุพันธ์ย่อยทั้งสองมีค่าเท่ากับศูนย์จะได้

$$0 = c_1 - \frac{c_3 e_{ix}}{\sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}}$$

$$0 = c_2 - \frac{c_3 e_{iy}}{\sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}}$$

$$\frac{c_3}{\sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}} = \frac{c_1}{e_{ix}} = \frac{c_2}{e_{iy}}$$

$$e_{iy} = \frac{c_2 e_{ix}}{c_1}$$

$$0 = c_1 - \frac{c_3 e_{ix}}{\sqrt{1 - e_{ix}^2 - \left(\frac{c_2 e_{ix}}{c_1}\right)^2}}$$

$$c_3 e_{ix} = c_1 \sqrt{1 - e_{ix}^2 - \left(\frac{c_2 e_{ix}}{c_1}\right)^2}$$

$$c_3 e_{ix} = \text{sgn}(c_1) \sqrt{c_1^2 - c_1^2 e_{ix}^2 - c_2^2 e_{ix}^2}$$

$$c_3^2 e_{ix}^2 = c_1^2 - c_1^2 e_{ix}^2 - c_2^2 e_{ix}^2$$

$$c_1^2 = c_1^2 e_{ix}^2 + c_2^2 e_{ix}^2 + c_3^2 e_{ix}^2$$

$$c_1^2 = (c_1^2 + c_2^2 + c_3^2) e_{ix}^2$$

$$e_{ix} = \frac{\text{sgn}(c_3) c_1}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}}$$

เนื่องจากเครื่องหมายของ e_{iz} นั้นสามารถกำหนดได้อย่างอิสระ เพราะมีลักษณะอยู่บนทรงกลมในสามมิติ ในกรณีที่ต้องการค่าสูงที่สุดของ $g_{i,j,k}$ นั้น เราสามารถกำหนดเครื่องหมายของ e_{iz} ให้มีทิศทางเดียวกันกับเครื่องหมายของ c_3 ได้ เนื่องจากว่าการสลับเครื่องหมายของ e_{iz} ให้มีทิศทางตรงกันข้ามกับ c_3 นั้นจะทำให้ค่าของ $g_{i,j,k}$ ต่ำกว่าการกำหนดเครื่องหมายของ e_{iz} ให้มีทิศทางเดียวกันกับเครื่องหมายของ c_3 ในกรณีที่ทุกอย่างคงที่แต่เปลี่ยนเฉพาะเครื่องหมายเสมอ เมื่อ

กำหนดให้เครื่องหมายของ e_{iz} มีทิศทางเดียวกันกับเครื่องหมายของ c_3 แล้ว จะได้ว่า สำหรับกรณีที่ $c_3 \geq 0$ จะใช้กับกรณีที่เครื่องหมายของ e_{iz} เป็นบวก

$$g_{i,j,k} = c_1 e_{ix} + c_2 e_{iy} + c_3 \sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}$$

นั่นทำให้เมื่อต้องการ e_{ix} ที่ทำให้ $g_{i,j,k}$ มีค่าสูงสุด จะได้

$$e_{ix} = \frac{c_1}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}}$$

สำหรับกรณีที่ $c_3 < 0$ เมื่อกำหนดให้เครื่องหมาย \pm ของ e_{iz} มีค่าเป็น $-$ ก็จะได้ผลในทำนองเดียวกัน

ทฤษฎีบทที่ 4.2.1

ในกรณีที่เครื่องหมายของ e_{iz} มีทิศทางเดียวกันกับเครื่องหมายของ c_3 จะได้ว่า $g_{i,j,k}$ มีคุณสมบัติ concave สำหรับกรณีที่ $e_{ix} \in \mathbb{R}, e_{iy} \in \mathbb{R}, e_{ix}^2 + e_{iy}^2 \leq 1$ บน $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$

พิสูจน์

ในที่นี้จะขอแยกพิจารณากรณีที่ $c_3 \geq 0$ และเครื่องหมาย \pm ของ e_{iz} มีค่าเป็น $+$ ก่อน จะได้

$$g_{i,j,k} = c_1 e_{ix} + c_2 e_{iy} + c_3 \sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}$$

จะเห็นว่า $g_{i,j,k}$ เป็นการบวกกันของ function ย่อยจำนวนสาม function ได้แก่ affine function $c_1 e_{ix} + c_2 e_{iy}$ และ $c_3 \sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2} = f(g(e_{ix}, e_{iy}))$ ซึ่งเป็น concave function ที่เกิดจากการประกอบกันของ $f(x) = \sqrt{x}$ ซึ่งเป็น concave function เพิ่ม และ $g(x, y) = 1 - x^2 - y^2$ ซึ่งเป็น concave function นั่นทำให้ $c_3 \sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}$ และ $g_{i,j,k}$ เป็น concave function และในทางเดียวกันเมื่อ $c_3 < 0$ และในทางตรงกันข้ามเมื่อกำหนดให้เครื่องหมายของ e_{iz} มีทิศทางตรงกันข้ามกับ c_3 สรุปได้ว่า $g_{i,j,k}$ จะเป็น concave function เมื่อเครื่องหมายของ e_{iz} มีทิศทางเดียวกันกับเครื่องหมายของ c_3 และเป็น convex function เมื่อเครื่องหมายของ e_{iz} มีทิศทางตรงกันข้ามกับ c_3 ■

ผลที่ตามมาจาก ทฤษฎีบทที่ 4.2.1 นั้นทำให้เราทราบว่าค่าสูงสุดที่ได้มาจากการคำนวณตามสมการด้านบนนั้นจะเป็นค่าสูงสุดสากล (global maximum) เสมอ นั่นคือค่าที่ได้นั้นจะไม่ติดปัญหา ค่าสูงสุดแบบท้องถิ่น (local maximum)

ถึงแม้ว่า $g_{i,j,k}$ จะเป็น concave function สำหรับทุกๆ hyperplane แต่นั่นไม่ได้แปลว่า $f_{i,j,k}$ จะเป็น convex function แต่นั่นก็เพียงพอที่จะทำให้เราสามารถหาค่าของ $f_{i,j,k}$ ที่น้อยที่สุดจากค่าของ $g_{i,j,k}$ ที่มากที่สุดได้ เนื่องจากว่าสำหรับกรณีของท่าจับที่มีคุณสมบัติปิดของแรงนั้น จะมี offset d_k ของทุกๆ hyperplane p_k เป็นค่าน้อยกว่าศูนย์เสมอ

สิ่งที่เราได้มาจากการคำนวณคือทิศทางของแรงกระทำรอบแกนนอกที่กระทำลงบนจุดใดจุดหนึ่งบนวัตถุที่ใช้แรงน้อยที่สุดในการชนกับ hyperplane ของ GWS ที่กำหนดไว้อันหนึ่ง แต่เรายังไม่ได้คำนึงถึงกรณีที่ทิศทางที่เหมาะสมที่สุดนั้นอยู่ภายนอกกรวยแรงเสียดทาน ณ จุดบนวัตถุจุดนั้น

เพื่อให้สามารถคิดรวมถึงกรณีที่ทิศทางที่เหมาะสมที่สุดนั้นอยู่ภายนอกกรวยแรงเสียดทาน ณ จุดบนวัตถุจุดนั้นได้อย่างสะดวก เราจะแปลงปัญหาปัจจุบันที่คำนวณอยู่บนพิกัดสากลไปเป็นพิกัดท้องถิ่น โดยกำหนดให้พิกัดท้องถิ่นนั้นนิยามสำหรับแต่ละจุดบนวัตถุ โดยแกน x ซี่ไปในทางเดียวกับ normal ณ จุดนั้น และแกน y, z นั้นนิยามเป็นแกนใดๆ ก็ได้สองแกนที่ตั้งฉากกันและอยู่บนระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x เมื่อกำหนดแกนที่ใช้นิยามบนพิกัดท้องถิ่นได้แล้ว เราจะสามารถคำนวณหาเมทริกซ์การหมุน G_j ที่ใช้หมุนแปลงพิกัดสากลไปเป็นพิกัดท้องถิ่นของแต่ละจุดบนวัตถุได้ จะได้ว่า

$$\hat{e}_i = G_j \hat{e}'_i$$

เราสามารถนำสมการเดิมมาใช้คำนวณ \hat{e}'_i ได้เช่นเดียวกับการคำนวณ \hat{e}_i สิ่งที่เปลี่ยนไปมีเพียงค่าคงที่ \vec{c} เท่านั้น หลังจากนั้นจึงค่อยนำ G_j มาคูณเพื่อหมุนกลับไปให้อยู่ในระบบพิกัดโลก เมื่อ

หมุนพิกัดมาอยู่บนพิกัดท้องถิ่นแล้วจะได้ว่า \vec{o}'_j มีค่าเป็น $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ และทำให้เงื่อนไขบังคับ

$$\hat{e}'_i{}^T \vec{o}'_j \geq \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

กลายเป็น

$$e'_{ix} \geq \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

เนื่องจากความเป็น concave ของ $g_{i,j,k}$ ทำให้เส้นตรงใดๆ ก็ตามที่ลากผ่านกราฟจะต้องอยู่ใต้กราฟนั้นเสมอ และทำให้เราทราบว่าค่าที่เหมาะสมที่สุดของ e_{ix} ก็คือ $e_{ix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$ นั่นเอง

เมื่อได้ค่าของ e_{ix} แล้ว การหาค่าของ e_{iy} ก็สามารถทำได้ในทำนองเดียวกันกับการหาค่าเหมาะสมที่สุดของ e_{ix} ที่ได้แสดงไว้ข้างต้น นั่นก็คือการกำหนดให้อนุพันธ์ย่อยมีค่าเท่ากับศูนย์ โดยจะพิจารณาเฉพาะกรณีที่เครื่องหมายของ e_{iz} มีทิศทางเดียวกันกับเครื่องหมายของ c_3 และจะขอคิดในกรณีที่ $c_3 \geq 0$ และเครื่องหมายของ e_{iz} มีค่าเป็น + โดยไม่สูญเสียคุณลักษณะทั่วไป

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_{i,j,k}}{\partial e_{iy}} = 0 &= c_2 - \frac{c_3 e_{iy}}{\sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}} \\ c_2 &= \frac{c_3 e_{iy}}{\sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2}} \\ c_3 e_{iy} &= c_2 \sqrt{1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2} \\ c_3^2 e_{iy}^2 &= c_2^2 (1 - e_{ix}^2 - e_{iy}^2) \\ (c_2^2 + c_3^2) e_{iy}^2 &= c_2^2 (1 - e_{ix}^2) \\ e_{iy}^2 &= \frac{c_2^2 (1 - e_{ix}^2)}{c_2^2 + c_3^2} \\ e_{iy} &= c_2 \sqrt{\frac{1 - e_{ix}^2}{c_2^2 + c_3^2}}\end{aligned}$$

เมื่อนำค่าของ e_{ix}, e_{iy}, e_{iz} ที่ได้ในกรณีที่ทิศทางที่เหมาะสมที่สุดอยู่ภายนอกกรวยแรงเสียดทาน ณ จุดบนวัตถุจุดนั้น จะได้ว่า

$$\hat{e}'_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \\ c_2 \sqrt{\frac{1 - e'_{ix}{}^2}{c_2^2 + c_3^2}} \\ \text{sgn}(c_3) \sqrt{1 - e'_{ix}{}^2 - e'_{iy}{}^2} \end{bmatrix}$$

สมการ 4-1

และทิศทางที่เหมาะสมที่สุดถ้าไม่ติดข้อจำกัดด้านแรงเสียดทานคือ

$$\hat{e}_i = \begin{bmatrix} \frac{c_1}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}} \\ \frac{c_2}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}} \\ \frac{c_3}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}} \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนวิธีที่ถูกปรับปรุงโดยการใช้ตัวกรองเวอร์นซ์หนึ่งครั้งต่อเวอร์นซ์ที่เกิดจากแรงในแต่ละทิศทางได้ถูกแสดงใน ขั้นตอนวิธีที่ 4.1

ขั้นตอนวิธีที่ 4.1

ข้อมูลนำเข้า:

GWS: ปริภูมิเวอร์นซ์ของการจับที่มีคุณสมบัติปิดของแรง

V: จุดยอดของวัตถุ

ข้อมูลส่งออก:

f^* : แรงกระทำภายนอกน้อยที่สุดที่ใช้ทำลาย *G*

- 1 $V' =$ เรียง *V* ตามระยะห่างระหว่างจุดยอดแต่ละจุดถึงจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ
 - 2 for $v_j \in V'$ do
 - 3 for hyperplane p_k in *GWS* do
 - 4 $\vec{n}_k, d_k =$ normal และ offset ของ p_k
 - 5 $\hat{e}_{j,k} =$ สมการ 4-2
 - 6 $w_{j,k} = \begin{bmatrix} \hat{e}_{j,k} \\ v_j \times \hat{e}_{j,k} \end{bmatrix}$
 - 7 $f_{j,k} = \frac{d_k}{\vec{n}_k^T(-\vec{w}_{j,k})}$
 - 8 $f^* = \min(f^*, f_{j,k})$
-

4.3 การวิเคราะห์ความซับซ้อนเชิงเวลา

จาก ขั้นตอนวิธีที่ 4.1 นั้นจะสามารถวิเคราะห์ความซับซ้อนเชิงเวลาของขั้นตอนวิธีนี้ได้ว่าจะทำงานไม่เกิน $O(|V||H|)$

โดยที่

V : เซตของจุดยอดของวัตถุ

H : เซตของ hyperplane ของ GWS



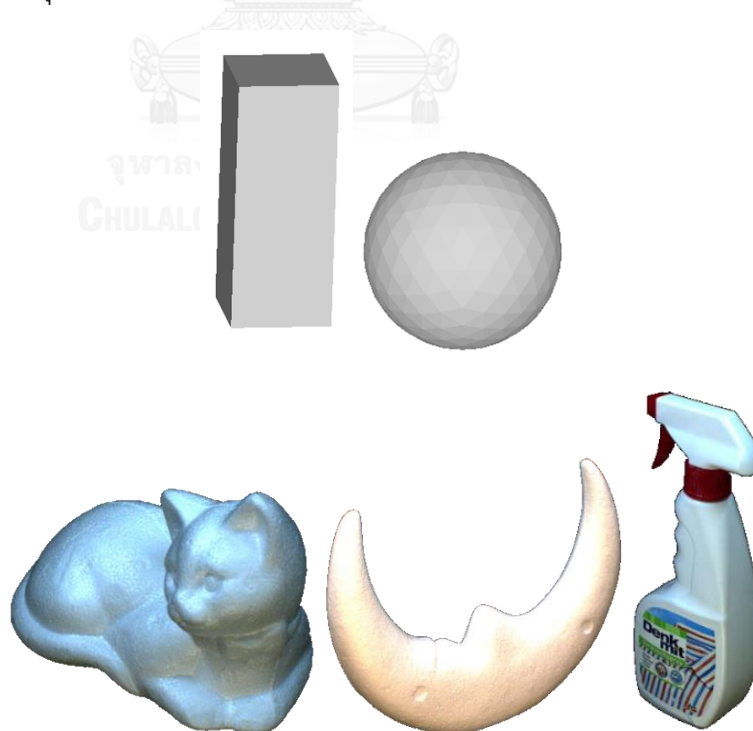
บทที่ 5

การทดลองและผลการทดลอง

ในบทนี้จะเสนอประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีที่ได้นำเสนอใน บทที่ 3 การลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพท่าจับ และ บทที่ 4 การเพิ่มความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณคุณภาพท่าจับ ทั้งในด้านของเวลาที่ใช้ในการคำนวณ และแรงลัพท์น้อยที่สุดที่คำนวณได้ (f^*) โดยจะทดสอบด้วยวิธีการเปรียบเทียบระหว่างขั้นตอนวิธีที่ได้นำเสนอไป เทียบกับขั้นตอนวิธีที่เคยถูกนำเสนอในงานวิจัยก่อนหน้า

5.1 ระบบที่ใช้ในการทดลอง

แบบจำลองของนิ้วจับที่ใช้ในการทดลองกำหนดเป็นนิ้วแข็งที่มีผิวสัมผัสระหว่างวัตถุที่มีแรงเสียดทาน นิ้วกลแต่ละนิ้วสามารถออกแรงได้มากที่สุดไม่เกินหนึ่งหน่วยในทิศทางตั้งฉากกับผิวสัมผัส เราเลือกวัตถุรูปทรงพื้นฐานเป็นกล่องที่มี 6 หน้า และทรงกลมที่มี 720 หน้า และ เลือกวัตถุจำนวนสามวัตถุจาก The KIT object models database [61] ได้แก่ CatLying, Moon และ Sprayflask ดังรูปที่ 5.1 โดยแต่ละวัตถุที่เลือกมานั้นก็มีความละเอียดของวัตถุที่แตกต่างกันไปสามระดับ โดยวัดเป็นจำนวนหน้าของวัตถุ ได้แก่ 800 5,000 (5k) และ 25,000 (25k) หน้า



รูปที่ 5.1 วัตถุที่ใช้ในการทดลอง

5.1.1 มือกล BarrettHand



รูปที่ 5.2 มือกล BarrettHand [<http://www.barrett.com/products-hand.htm>]

วิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้มือกล BarrettHand BH8 [62] ซึ่งเป็นมือกลที่ได้รับความนิยมสูง ได้รับการยอมรับและถูกใช้ในงานวิจัยหลากหลายงานวิจัย โดยมีรายละเอียดของมือคร่าวๆ ดังนี้

- (1) 3 นิ้ว
- (2) นิ้วละ 2 ข้อต่อ
- (3) นิ้วละ 1 มอเตอร์ (underactuated) โดยจะส่งแรงบิดต่อไปที่นิ้วข้อปลายเมื่อนิ้วข้อต้นชนกับวัตถุ
- (4) มี 1 มอเตอร์ที่ใช้ควบคุมการอ้านิ้วที่สองและนิ้วที่สาม

ข้อมูลของมือกล BarrettHand เพิ่มเติมสามารถดูได้ที่ [62]

สำหรับวัตถุรูปทรงพื้นฐาน เราได้เลือกท่าจับที่มีคุณสมบัติปิดของแรงจำนวนสามท่าจับต่อหนึ่งวัตถุ ดังแสดงในรูปที่ 5.6 โดยพยายามเลือกท่าจับที่มีจำนวนจุดสัมผัสต่างกัน

สำหรับวัตถุจาก The KIT object models database นั้นจะเลือกท่าจับที่อยู่ตรงส่วนต้นกลาง และปลายของวัตถุ ดังแสดงในรูปที่ 5.6 จุดสัมผัสระหว่างมือและวัตถุถูกคำนวณจากระบบจำลอง OpenRAVE [63] เนื่องจากในระบบจำลองนั้น เมื่อมือสัมผัสกับวัตถุจะมีจุดสัมผัสระหว่างมือกับวัตถุจำนวนมาก เราจึงเลือกใช้จุดสัมผัสเพียงจุดเดียวต่อหนึ่งข้อของนิ้ว โดยใช้ตำแหน่งเป็นค่าเฉลี่ยของจุดสัมผัสทุกจุดในข้อนั้น ถึงแม้มือกลที่ใช้จะมีแบบจำลองเดียวกัน แต่ละท่าจับก็มีจุดสัมผัสจำนวนแตกต่างกันไป ซึ่งส่งผลต่อเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพท่าจับ

โดยสรุปแล้วเราจะได้รูปแบบการทดลองทั้งหมดจำนวน 27 รูปแบบที่เกิดจากการผสมกันของ 3 ท่าจับบน 3 วัตถุที่มี 3 ความละเอียด ทุกขั้นตอนวิธีที่ถูกนำมาทดลองเปรียบเทียบกับนั้นถูก

พัฒนาและทำงานบนภาษา Octave 3.8.1 ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับภาษา MATLAB และเป็นโปรแกรมเปิดหรือที่เรียกกันว่า โอเพนซอร์ส (open source) อีกด้วย โดยโปรแกรมทั้งหมดจะทำงานบนคอมพิวเตอร์ตั้งโต๊ะที่ใช้หน่วยประมวลผลกลาง (CPU) Core i7 ความเร็ว 3.40 GHz และมีหน่วยความจำเข้าถึงโดยสุ่ม (RAM) ขนาด 8 GB ผู้สนใจสามารถขอรหัสต้นฉบับ (source code) ได้ทางอีเมลของผู้เขียน

5.1.2 รูปแบบของข้อมูลนำเข้า

(1) วัตถุ

อยู่ในปริภูมิสามมิติ ถูกอธิบายด้วยจุดยอดของวัตถุและด้านของวัตถุ โดยด้านของวัตถุจะถูกอธิบายด้วยเซตของจุดยอดของวัตถุที่เป็นจุดยอดของด้านนั้น อาจมองวิธีการอธิบายวัตถุแบบนี้เป็นเซตย่อยของรูปแบบไฟล์ .stl และ .obj ได้

(2) ทำจับ

ถูกอธิบายด้วยจุดที่นิวส์สัมผัสกับวัตถุและ normal ณ ตำแหน่งสัมผัสในทิศทางชี้เข้าวัตถุ

เนื่องจากรูปแบบในการอธิบายวัตถุที่จุดยอดหนึ่งจุดมี normal ได้หลายทิศทางตามจำนวนด้านที่ประกอบขึ้นจากจุดยอดนั้น เราจะกำหนดให้แรงกระทำภายนอกสามารถกระทำลงบนจุดยอดของวัตถุได้ก็ต่อเมื่อแรงภายนอกนั้นอยู่ในกรวยแรงเสียดทานที่มีแกนเป็น (1) normal ของด้านใดด้านหนึ่งที่มีจุดนั้นเป็นจุดยอด หรือ (2) normal เฉลี่ยของด้านทุกด้านที่มีจุดนั้นเป็นจุดยอด ซึ่งวิธีนิยามแบบนี้เป็นวิธีเดียวกับที่นิยามไว้ใน [41], [43]

5.1.3 ค่าคงที่ของระบบ

สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างวัตถุและนิ้วกล : 0.3

สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างวัตถุและตัวกำเนิดแรงรบกวนภายนอก : 1.5

จำนวนด้านของพีระมิดด้านเท่าที่ใช้ประมาณกรวยแรงเสียดทาน : 8

จำนวนถังที่ใช้แบ่ง hyperplane ของ GWS : 30

ค่าคงที่ของระบบที่กำหนดข้างต้นถูกเลือกให้มีค่าเท่ากับค่าที่เคยถูกกำหนดไว้ใน [41], [43]

5.1.4 งานวิจัยที่ถูกนำมาเปรียบเทียบ

งานวิจัยที่ถูกนำมาเปรียบเทียบกับขั้นตอนวิธีที่ถูกนำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้มีทั้งหมดจำนวนสามงานวิจัย สำหรับขั้นตอนวิธีที่มีการใช้ตัวกรองจุดยอดจะมีการห้อยท้ายตัวอักษร v และขั้นตอนวิธีที่มีการใช้ตัวกรองเวรนซ์จะมีการห้อยท้ายตัวอักษร w ถ้ามีการใช้ตัวกรองทั้งคู่จะห้อยท้ายด้วย vw ส่วนในวงเล็บคือชื่อย่อที่จะใช้เรียกเวลานำมาเปรียบเทียบ และขั้นตอนวิธีที่เสนอในบทที่ 4 จะแทนด้วยอักษร BW ได้แก่

(1) Strandberg and Wahlberg, 2006 [41] (SW)

งานวิจัยนี้ถูกปรับแก้เพื่อให้สามารถนำมาเปรียบเทียบกับขั้นตอนวิธีในวิทยานิพนธ์นี้ โดยแก้ไขหาแรงรบกวนภายนอกที่มีขนาดน้อยที่สุดเพียงแรงเดียวเท่านั้นแทนที่จะหาแรงรบกวนภายนอกในทุกๆ ทิศทางเป็นพื้นผิว และแก่นิยามของ GWS ให้เป็นนิยามที่แยกจำกัดแรงมากที่สุดของแต่ละนิวแทนที่จะเป็นแรงรวมของทุกนิว

วิธีแบ่งทิศทางของแรงกระทำภายนอกถูกเปลี่ยนเป็นการใช้จุดยอดของ geodesic dome แทนการแบ่งแบบกระจายตัวอย่างเท่าเทียมของมุมในพิกัดทรงกลม ซึ่งได้ถูกแนะนำไว้ใน [41] ว่าการใช้ geodesic dome จะสามารถให้ผลลัพธ์ของทิศทางแรงที่กระจายตัวอย่างเท่าเทียมกันมากกว่าการแบ่งมุมบนพิกัดทรงกลม โดยที่ geodesic dome ถูกสร้างขึ้นจากการแบ่งขอบของรูปทรง 20 หน้าด้านเท่า (icosahedron) เป็นขอบย่อยๆ จำนวนต่างๆ กันไป โดยใช้ [64] จำนวนขอบลัพท์ที่ถูกแบ่ง ($freq$) จะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 9 ซึ่งส่งผลให้ได้ทิศทางของแรงรบกวนภายนอกจำนวน 12, 42, 92, 162, 252, 362, 492, 642 และ 812 ทิศทาง ตามลำดับ โดยจะใช้สัญลักษณ์ด้วยยกเพื่อบอกว่าการทดลองนั้นใช้ค่า $freq$ เท่าใด โดยกำหนดให้ SW ที่ไม่มีตัวยกกำกับแทนการใช้ $freq = 7$ ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานที่ให้แรงรบกวนภายนอกจำนวน 492 ทิศทาง จะเห็นได้ว่าการเพิ่มขึ้นของทิศทางนั้นเติบโตเป็นแบบ polynomial กับค่า $freq$

(2) Wen and Wu, 2012 [43] (WW)

วิธีแบ่งทิศทางของแรงกระทำภายนอกถูกเปลี่ยนเป็นการใช้จุดยอดของ geodesic dome ในแบบเดียวกับ SW

(3) Jeong and Cheong, 2012 [44] (JC)

แก้วิธีการหาค่าตอบโดยประมาณกรวยแรงเสียดทานด้วยพีระมิตเป็นการใช้วิธีอิงลำแสงของวิธี JC แทน ซึ่งทำให้ได้ผลที่เร็วขึ้นและแม่นยำมากขึ้น

5.2 ผลการทดลอง

ผลการทดลองในวิทยานิพนธ์นี้ แม้จะเก็บผลมาจากการทดลองในครั้งเดียวกัน แต่จะแบ่งเป็น 4 ส่วนเพื่อความง่ายแก่การวิเคราะห์ผลการทดลอง ได้แก่

5.2.1 ขนาดของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ (f^*)

เพื่อแสดงถึงความถูกต้องของวิธีการที่นำเสนอ โดยจะเปรียบเทียบค่าของตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับที่ได้ ระหว่างขั้นตอนวิธีที่ไม่ใช้ตัวกรองก่อน กับการใช้ตัวกรองก่อนเรียกใช้ขั้นตอนวิธี จากผลลัพธ์จะเห็นได้ว่า ค่าของตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับที่ได้จากแต่ละวิธีนั้น มีค่าเท่ากัน นั่นคือ ตัวกรองไม่มีผลต่อตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับดังกล่าว และในขั้นตอนวิธีที่เสนอใน บทที่ 4 การเพิ่มความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณคุณภาพท่าจับ นั้นได้ค่าผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงค่าผลเฉลยจริงมากกว่าขั้นตอนวิธีที่เคยถูกนำเสนอในงานวิจัยก่อนหน้า ดังแสดงในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 f^* ที่ได้จากขั้นตอนวิธีต่างๆ ในหน่วยของแรง

object	contact	SW	WW	SW _w	WW _w	SW _v	WW _v	SW _{vw}	WW _{vw}
Box	four	0.223	0.223	0.223	0.223	0.223	0.223	0.223	0.223
	five	0.263	0.267	0.263	0.267	0.263	0.267	0.263	0.267
	six	0.628	0.654	0.628	0.654	0.628	0.654	0.628	0.654
Sphere	four	0.538	0.538	0.538	0.538	0.538	0.538	0.538	0.538
	five	0.538	0.538	0.538	0.538	0.538	0.538	0.538	0.538
	six	1.056	1.090	1.056	1.090	1.056	1.090	1.056	1.090

object	contact	#Facet	SW	WW	SW _w	WW _w	SW _v	WW _v	SW _{vw}	WW _{vw}
CatLying	bottom1	800	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069
		5k	0.068	0.069	0.068	0.069	0.068	0.069	0.068	0.069
		25k	0.068	0.069	0.068	0.069	0.068	0.069	0.068	0.069
	head1	800	0.169	0.176	0.169	0.176	0.169	0.176	0.169	0.176
		5k	0.169	0.176	0.169	0.176	0.169	0.176	0.169	0.176
		25k	0.169	0.177	0.169	0.177	0.169	0.177	0.169	0.177
	middle0	800	0.144	0.175	0.144	0.175	0.144	0.175	0.144	0.175

		5k	0.145	0.176	0.145	0.176	0.145	0.176	0.145	0.176
		25k	0.145	0.176	0.145	0.176	0.145	0.176	0.145	0.176
Moon	bottom0	800	0.041	0.044	0.041	0.044	0.041	0.044	0.041	0.044
		5k	0.041	0.045	0.041	0.045	0.041	0.045	0.041	0.045
		25k	0.041	0.045	0.041	0.045	0.041	0.045	0.041	0.045
	middle0	800	0.206	0.208	0.206	0.208	0.206	0.208	0.206	0.208
		5k	0.207	0.209	0.207	0.209	0.207	0.209	0.207	0.209
		25k	0.207	0.209	0.207	0.209	0.207	0.209	0.207	0.209
	top0	800	0.044	0.047	0.044	0.047	0.044	0.047	0.044	0.047
		5k	0.044	0.047	0.044	0.047	0.044	0.047	0.044	0.047
		25k	0.044	0.047	0.044	0.047	0.044	0.047	0.044	0.047
Sprayflask	bottom0	800	0.079	0.081	0.079	0.081	0.079	0.081	0.079	0.081
		5k	0.079	0.081	0.079	0.081	0.079	0.081	0.079	0.081
		25k	0.079	0.081	0.079	0.081	0.079	0.081	0.079	0.081
	handle2	800	0.026	0.027	0.026	0.027	0.026	0.027	0.026	0.027
		5k	0.026	0.027	0.026	0.027	0.026	0.027	0.026	0.027
		25k	0.026	0.027	0.026	0.027	0.026	0.027	0.026	0.027
	head0	800	0.024	0.027	0.024	0.027	0.024	0.027	0.024	0.027
		5k	0.024	0.027	0.024	0.027	0.024	0.027	0.024	0.027
		25k	0.024	0.027	0.024	0.027	0.024	0.027	0.024	0.027

object	contact	SW ¹	SW ²	SW ³	SW ⁴	SW ⁵	SW ⁶	SW ⁷	SW ⁸	SW ⁹
Box	four	0.224	0.224	0.224	0.224	0.223	0.223	0.223	0.223	0.223
	five	0.269	0.265	0.264	0.265	0.264	0.264	0.263	0.263	0.263
	six	0.652	0.631	0.629	0.630	0.628	0.628	0.628	0.629	0.628
Sphere	four	0.539	0.539	0.539	0.539	0.539	0.539	0.538	0.536	0.536

five	0.539	0.539	0.539	0.539	0.539	0.539	0.539	0.538	0.536	0.536
six	1.079	1.064	1.066	1.064	1.059	1.061	1.056	1.057	1.055	

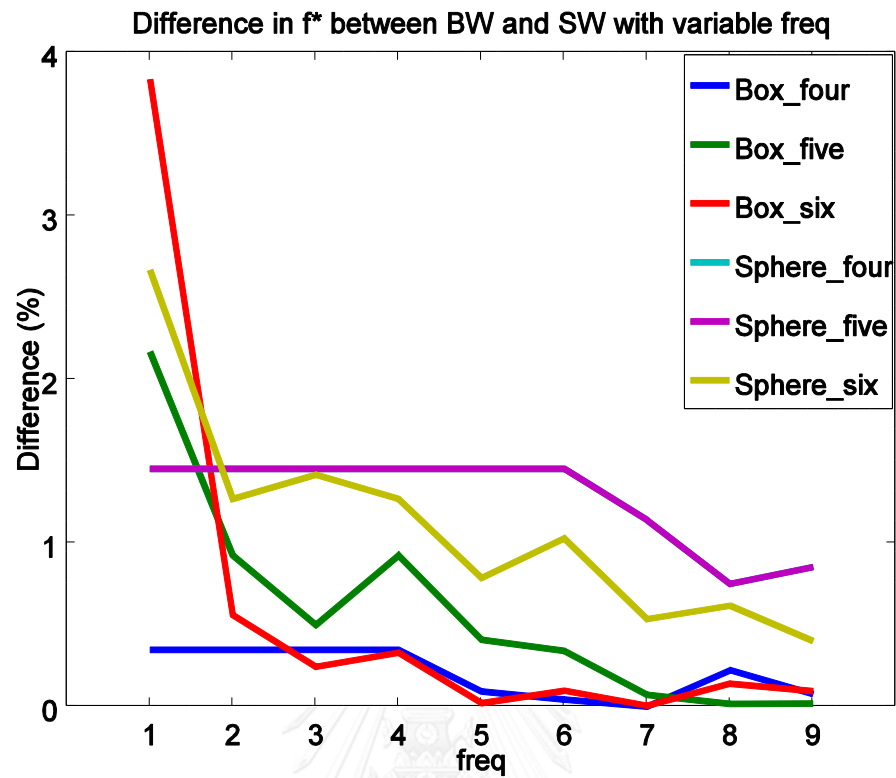
object	contact	#Facet	SW ¹	SW ²	SW ³	SW ⁴	SW ⁵	SW ⁶	SW ⁷	SW ⁸	SW ⁹
CatLying	bottom1	800	0.076	0.072	0.070	0.069	0.069	0.069	0.069	0.069	0.068
		5k	0.076	0.072	0.071	0.068	0.068	0.069	0.068	0.068	0.068
		25k	0.077	0.072	0.071	0.068	0.069	0.069	0.068	0.068	0.068
	head1	800	0.176	0.173	0.170	0.171	0.169	0.169	0.169	0.169	0.169
		5k	0.177	0.173	0.170	0.170	0.169	0.169	0.169	0.169	0.168
		25k	0.178	0.174	0.171	0.171	0.169	0.169	0.169	0.169	0.169
	middle0	800	0.154	0.150	0.145	0.145	0.146	0.145	0.145	0.144	0.145
		5k	0.152	0.150	0.147	0.146	0.145	0.145	0.145	0.145	0.145
		25k	0.152	0.151	0.146	0.146	0.145	0.145	0.145	0.144	0.144
Moon	bottom0	800	0.045	0.042	0.042	0.042	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
		5k	0.044	0.042	0.042	0.042	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
		25k	0.044	0.042	0.042	0.042	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
	middle0	800	0.219	0.211	0.206	0.207	0.207	0.206	0.206	0.206	0.206
		5k	0.219	0.211	0.207	0.207	0.208	0.207	0.207	0.207	0.207
		25k	0.220	0.211	0.207	0.208	0.208	0.207	0.207	0.208	0.207
	top0	800	0.050	0.046	0.045	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044
		5k	0.050	0.046	0.045	0.044	0.045	0.044	0.044	0.044	0.044
		25k	0.050	0.046	0.045	0.044	0.045	0.044	0.044	0.044	0.044
Sprayflask	bottom0	800	0.084	0.080	0.079	0.080	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079
		5k	0.084	0.080	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079
		25k	0.084	0.080	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079	0.079
	handle2	800	0.028	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026
		5k	0.028	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026
		25k	0.028	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026
	head0	800	0.025	0.025	0.025	0.025	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024

		5k	0.025	0.025	0.025	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024
		25k	0.025	0.025	0.025	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024

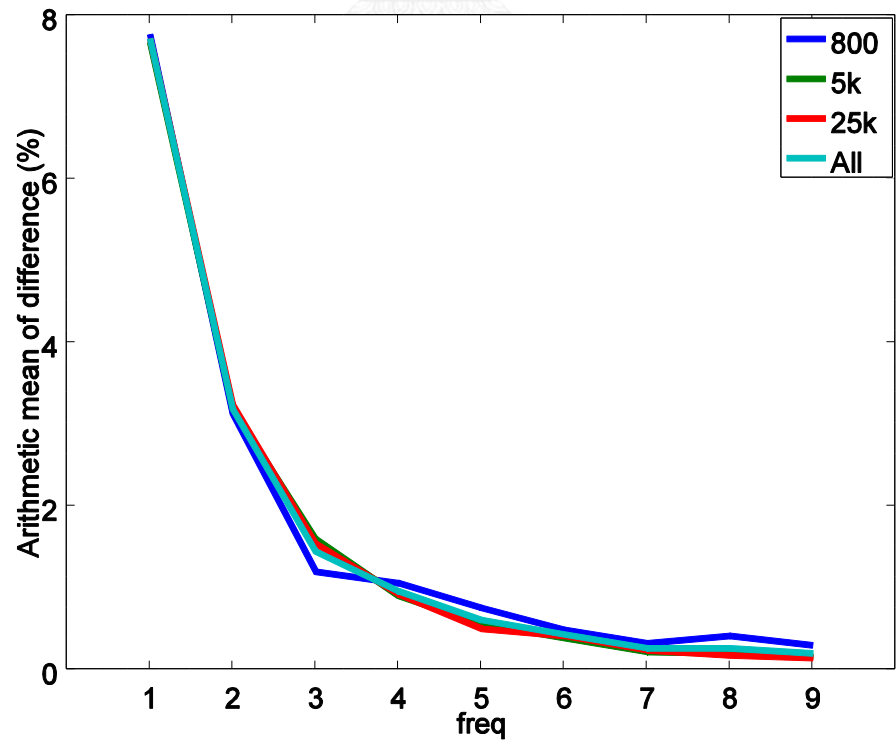
object	contact	#Facet	BW	JC
CatLying	bottom1	800	0.068	0.096
		5k	0.068	0.093
		25k	0.068	0.079
	head1	800	0.169	0.204
		5k	0.168	0.178
		25k	0.169	0.187
	middle0	800	0.144	0.153
		5k	0.145	0.154
		25k	0.144	0.149
Moon	bottom0	800	0.041	0.046
		5k	0.041	0.045
		25k	0.041	0.045
	middle0	800	0.206	0.232
		5k	0.207	0.230
		25k	0.207	0.226
	top0	800	0.044	0.047
		5k	0.044	0.047
		25k	0.044	0.047
Sprayflask	bottom0	800	0.079	0.088
		5k	0.078	0.089
		25k	0.079	0.086
	handle2	800	0.026	0.027

		5k	0.026	0.026
		25k	0.026	0.026
	head0	800	0.024	0.030
		5k	0.024	0.028
		25k	0.024	0.027





Arithmetic mean of difference in f^* between BW and SW with variable freq



รูปที่ 5.3 ความแตกต่างเป็นเปอร์เซ็นต์ของ f^* ระหว่าง BW และ SW ที่ $freq$ ต่างๆ

จะเห็นว่าการใช้ตัวกรองนั้นไม่มีผลต่อผลลัพธ์ที่ได้ ไม่ทำให้ค่าผลลัพธ์เปลี่ยนไป และค่าผลเฉลยที่ได้จาก WW จะมีค่ามากกว่า SW เสมอ เนื่องจากการที่กรวยแรงเสียดทานไม่ถูกประมาณด้วยทรงพีระมิด ทำให้นิวออกแรงในส่วนที่อยู่ระหว่างด้านของพีระมิดกับกรวยได้ด้วย ส่งผลให้ GWS มีขนาดใหญ่กว่า

จากตารางจะเห็นว่า ค่าผลลัพธ์ที่ได้จาก BW จะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ SW เสมอ เนื่องจากค่าที่ได้เป็นค่าที่น้อยที่สุดในทุกๆ ทิศทาง และค่าผลเฉลยที่ได้ของ SW จะมีความแม่นยำมากขึ้นเมื่อเพิ่ม $freq$

5.2.2 เวลาที่ใช้ในการประมวลผล

จะนำเวลาที่ใช้ในการคำนวณตัวชี้วัดมาเปรียบเทียบระหว่างขั้นตอนวิธีที่ถูกเปรียบเทียบต่างๆ ทั้งแบบที่ใช้ตัวกรองและไม่ใช้ตัวกรอง

ตารางที่ 5.2 เวลาที่ใช้ในการประมวลผล ในหน่วยวินาที

object	contact	SW	WW	SW _w	WW _w	SW _v	WW _v	SW _{vw}	WW _{vw}
Box	four	4.1	2.4	5.6	3.9	4.5	2.8	6.0	4.3
	five	64.2	3.0	65.6	4.4	64.7	3.3	66.0	4.8
	six	1112.2	4.3	1110.8	5.9	1109.8	4.7	1110.4	6.3
Sphere	four	6.5	10.6	7.4	8.6	7.8	11.9	8.7	9.9
	five	107.1	17.4	90.1	11.2	108.8	18.6	90.4	12.3
	six	1024.8	29.6	1025.0	19.9	1025.2	30.7	1027.0	21.2

object	contact	SW ¹	SW ²	SW ³	SW ⁴	SW ⁵	SW ⁶	SW ⁷	SW ⁸	SW ⁹
Box	four	3.7	3.8	3.9	3.9	4.0	4.1	4.1	4.5	4.3
	five	41.2	42.6	45.1	48.8	53.4	58.7	64.5	72.0	79.6
	six	980.5	988.8	1004.6	1029.3	1055.5	1093.1	1132.5	1183.5	1234.2
Sphere	four	5.8	6.4	7.9	6.0	7.1	7.4	6.6	7.3	8.4
	five	23.6	28.7	38.6	47.6	63.1	85.2	107.3	120.1	156.0
	six	831.6	837.2	854.7	867.0	876.2	922.3	911.0	951.1	935.4

object	contact	#Facet	SW	WW	SW _w	WW _w	SW _v	WW _v	SW _{vw}	WW _{vw}
CatLying	bottom1	800	6.4	6.2	6.8	4.8	6.5	5.7	7.9	6.0
		5k	13.5	10.9	7.8	6.1	10.1	9.6	10.4	8.7
		25k	44.0	21.9	14.1	12.7	22.8	20.7	20.6	19.2
	head1	800	369.5	11.8	339.2	7.6	363.6	9.6	340.2	8.7
		5k	662.4	21.3	359.9	9.4	532.3	16.1	361.7	11.9
		25k	1996.7	36.4	387.3	16.5	933.5	29.0	393.2	22.8
	middle0	800	54.8	12.6	41.0	7.8	52.7	10.4	42.2	8.9
		5k	192.5	23.0	53.3	10.3	133.6	17.0	55.4	12.5
		25k	813.3	39.9	70.9	16.7	331.4	30.5	77.3	23.2
Moon	bottom0	800	22.3	12.1	22.8	7.8	23.2	11.7	24.4	9.3
		5k	32.1	24.0	24.2	10.1	29.4	20.5	27.0	13.0
		25k	74.4	43.9	30.4	16.8	46.8	35.9	38.2	24.6
	middle0	800	385.4	6.0	191.3	5.7	310.8	6.6	192.6	7.2
		5k	1478.8	10.0	260.2	7.3	831.1	10.7	263.0	10.1
		25k	6070.7	20.8	352.5	13.4	1905.5	22.9	356.4	21.0
	top0	800	77.8	10.0	78.6	6.9	78.8	10.0	80.1	8.4
		5k	85.2	18.0	80.0	9.1	83.5	17.0	82.9	12.0
		25k	115.7	32.8	86.2	16.0	98.6	30.8	94.0	23.8
Sprayflask	bottom0	800	7.0	6.0	7.7	5.0	7.6	6.4	9.1	6.5
		5k	13.5	10.6	9.0	6.8	10.8	10.3	11.4	9.2
		25k	41.8	22.0	15.0	13.1	23.4	22.1	21.6	19.6
	handle2	800	6.8	12.6	7.7	7.5	7.5	10.5	9.2	9.1
		5k	14.6	22.3	8.7	9.5	11.1	16.6	11.2	11.9
		25k	48.0	39.5	15.0	16.3	25.0	29.3	21.7	22.9

		800	92.6	24.7	92.9	9.9	93.0	17.0	94.4	11.6
	head0	5k	102.2	48.4	93.5	12.9	97.1	27.7	95.9	15.3
		25k	147.8	84.0	99.7	20.2	114.6	45.2	106.2	26.8

object	contact	#Facet	SW ¹	SW ²	SW ³	SW ⁴	SW ⁵	SW ⁶	SW ⁷	SW ⁸	SW ⁹
CatLying	bottom 1	800	4.6	4.8	4.9	5.1	5.5	5.9	6.4	7.0	7.7
		5k	5.3	6.1	6.7	7.8	9.3	11.3	13.4	16.3	19.6
		25k	9.1	12.1	14.6	18.8	25.5	34.3	43.4	56.1	71.4
	head1	800 9	324.	329.3	335.2	345.9	357.4	369.4	386.0	406.9	430.8
		5k 1	336.	363.7	399.3	460.2	511.5	579.0	673.2	778.2	902.1
		25k 7	384.	508.4	669.6	941.1	1187.6	1550.3	1993.5	2505.1	3013.4
	middle0	800	28.1	30.4	38.7	45.1	44.3	50.9	58.7	68.8	78.1
		5k	33.0	45.5	62.3	87.9	118.5	155.7	194.9	245.1	304.0
		25k	54.9	111.5	194.3	310.5	436.4	585.9	798.9	1022.2	1265.6
Moon	bottom 0	800	19.3	19.4	19.6	19.9	20.3	20.9	21.4	22.1	23.0
		5k	20.2	20.7	22.0	23.5	25.4	28.0	30.8	34.8	39.2
		25k	24.4	27.0	32.7	39.3	47.7	59.2	72.2	88.9	106.7
	middle0	800	90.4	112.4	139.6	175.3	230.4	298.7	375.2	461.9	556.5
		5k 4	129.	230.5	360.2	520.9	766.6	1095.9	1453.1	1830.7	2274.7
		25k 3	299.	723.5	1264.8	1955.0	3004.0	4329.4	5837.2	7589.1	9439.3
	top0	800	69.3	69.4	69.5	69.7	70.0	70.3	70.8	71.3	71.8
		5k	70.6	70.5	71.3	72.3	73.7	75.3	77.9	80.5	83.5
		25k	75.0	76.3	79.5	83.8	90.5	98.4	108.5	120.6	135.2

Sprayflask	bottom0	800	4.4	4.5	4.6	4.9	5.1	5.5	5.9	6.4	7.1
		5k	5.2	5.5	6.2	7.2	8.6	10.2	12.4	15.0	18.1
		25k	8.9	10.6	13.6	18.1	23.9	31.3	40.7	51.9	65.2
	handle2	800	4.8	4.9	5.1	5.3	5.7	6.0	6.6	7.2	7.9
		5k	5.6	6.0	6.8	8.1	9.7	11.6	14.1	17.1	20.5
		25k	9.5	11.5	15.0	20.5	26.9	36.1	46.4	59.5	74.9
	head0	800	85.1	85.2	85.6	86.0	86.7	87.4	88.3	89.1	89.7
		5k	85.9	86.8	87.8	89.5	91.7	94.3	97.8	101.7	106.5
		25k	90.2	94.0	98.5	106.3	116.0	127.7	142.6	160.5	182.0

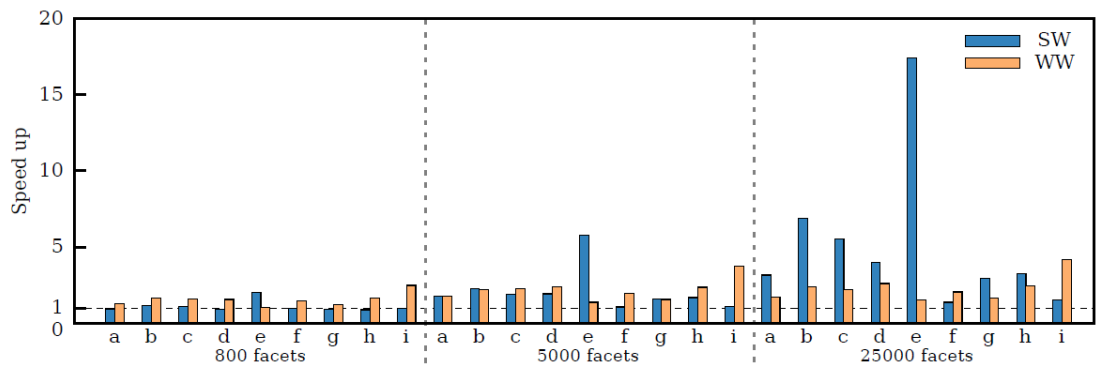
object	contact	#Facet	BW	JC
CatLying	bottom1	800	4.31	1.00
		5k	4.50	6.32
		25k	5.73	31.80
	head1	800	295.63	1.15
		5k	355.96	7.23
		25k	651.20	35.95
	middle0	800	28.23	1.05
		5k	56.71	6.59
		25k	194.29	33.35
Moon	bottom0	800	19.41	1.03
		5k	20.43	6.51
		25k	25.73	33.04
	middle0	800	120.71	1.09
		5k	308.41	6.91
		25k	1171.56	34.95
	top0	800	68.80	1.06

		5k	69.23	6.70
		25k	71.27	33.99
Sprayflask	bottom0	800	4.25	1.02
		5k	4.40	6.34
		25k	5.38	32.39
	handle2	800	4.71	1.00
		5k	5.14	6.22
		25k	7.57	31.71
	head0	800	84.23	1.10
		5k	85.20	6.84
		25k	90.48	34.72

จากที่ได้วิเคราะห์ไปในบทที่ 3 การลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณคุณภาพท่าจับ จะเห็นว่าการใช้ตัวกรองเวรนซ์เพียงอย่างเดียวนั้นทำงานได้มีประสิทธิภาพมากที่สุดซึ่งเร็วกว่าการใช้ตัวกรองทั้งคู่ เนื่องจากเวรนซ์ที่กรองทิ้งไปได้นั้นซ้ำซ้อนกัน

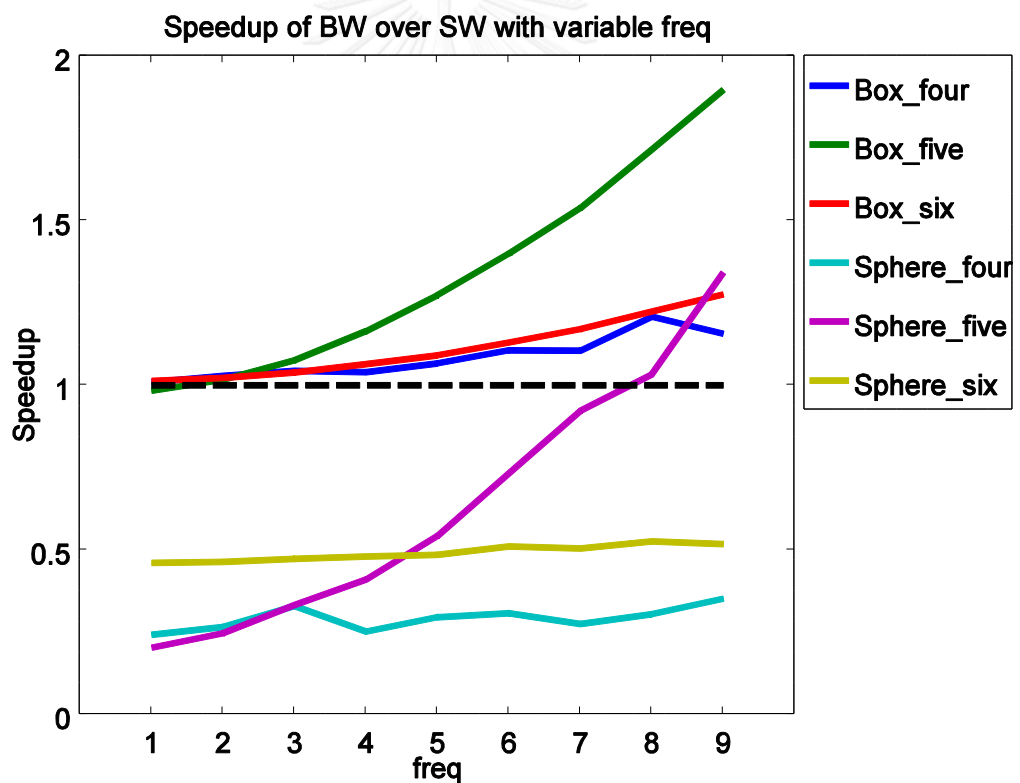
เพื่อให้เห็นภาพและง่ายต่อการวิเคราะห์ รูปและตารางที่ 5.4 จะแสดงผลเป็นความเร็วที่เพิ่มขึ้นโดยใช้เป็นเวลาของขั้นตอนวิธีแบบที่ไม่ใช้ตัวกรองหารด้วยเวลาของขั้นตอนวิธีเดียวกันที่ใช้ตัวกรองเวรนซ์

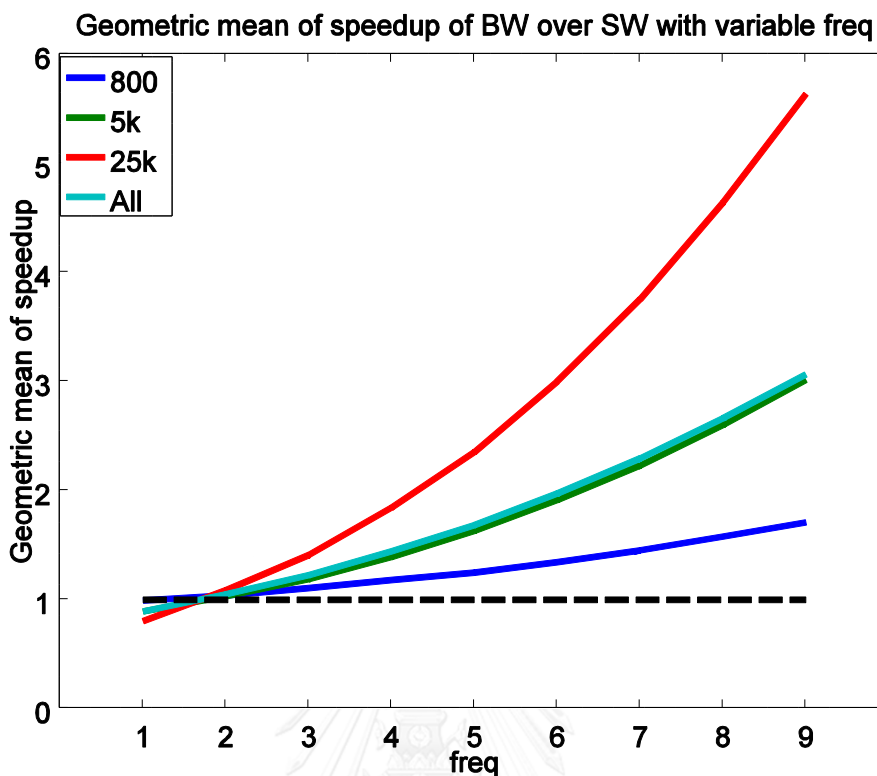
object	contact	SW	WW
Box	four	0.73	0.62
	five	0.98	0.67
	six	1.00	0.74
Sphere	four	0.88	1.23
	five	1.19	1.55
	six	1.00	1.49



รูปและตารางที่ 5.4 ความเร็วที่เพิ่มขึ้นจากการใช้ตัวกรองเวอร์นซ์

จะเห็นได้ว่ารูปแบบการจับ e นั้นมีค่า speedup ที่สูงมากของ SW อย่างเห็นได้ชัด เนื่องจากความเป็น concave ของวัตถุ Moon และเป็นท่าจับที่จับตรงกลางซึ่งส่งผลให้ heuristic ของ SW นั้นไม่สามารถทำงานได้ดี





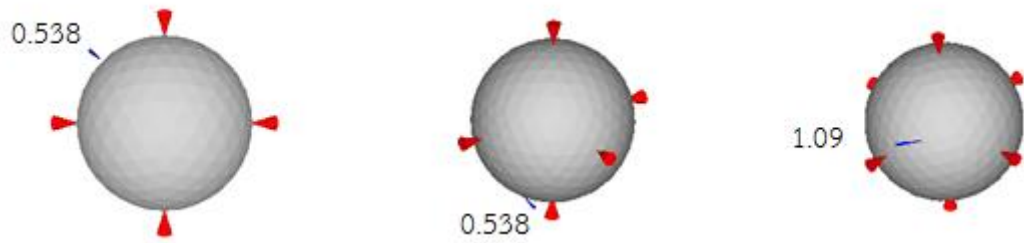
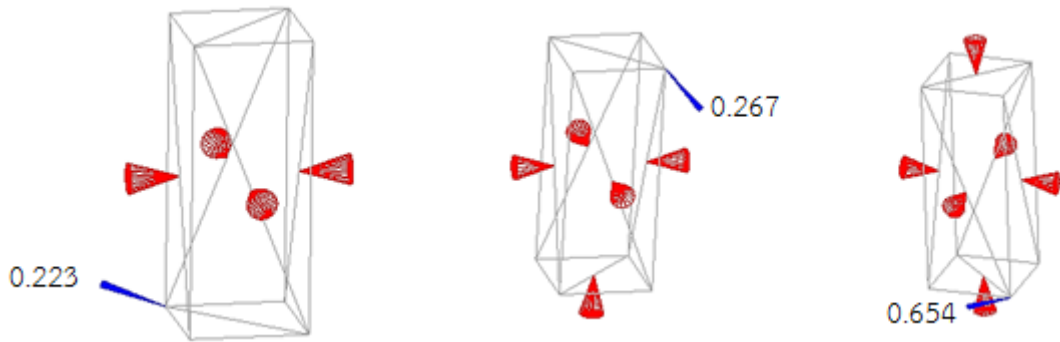
รูปที่ 5.5 ความเร็วที่เพิ่มขึ้นของ BW จาก SW ที่ $freq$ ต่างๆ

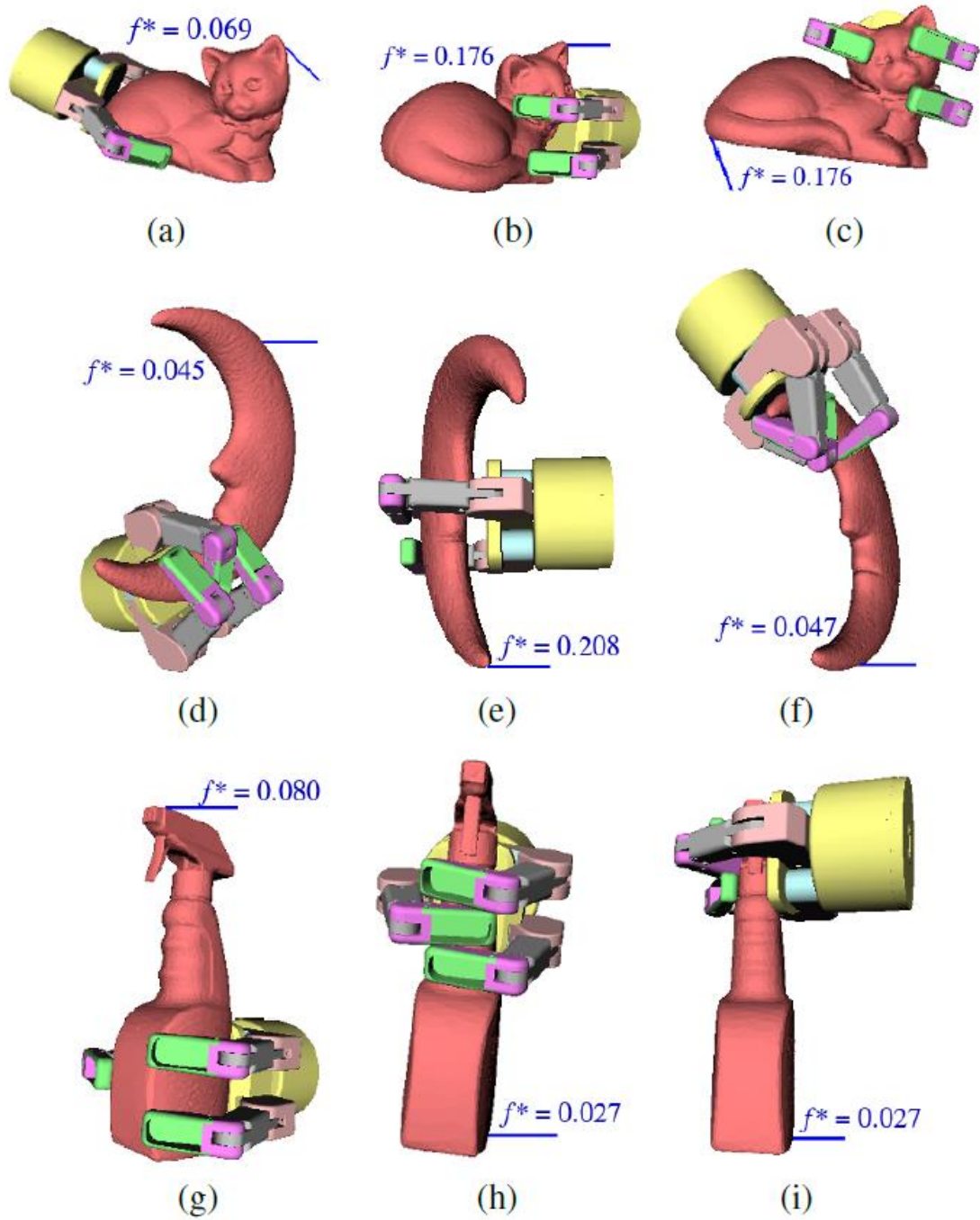
จะเห็นได้ว่ายิ่งเพิ่มจำนวน $freq$ จะยิ่งทำให้ speedup มากขึ้น เนื่องจากเวลาในการทำงานของ SW นั้นเพิ่มขึ้นตามจำนวนทิศทางของแรงรบกวณภายนอก ซึ่งเพิ่มขึ้นเป็นกำลังสองตาม $freq$

สำหรับวัตถุที่เป็นทรงกลมนั้นจะเห็นได้ว่า speedup มีค่าน้อย เนื่องจากลักษณะที่สมมาตรของวัตถุและท่าจับที่มีจำนวน 4 นิ้ว และ 6 นิ้ว ซึ่งสมมาตรกัน ซึ่งส่งผลให้ heuristic ของ SW ทำงานได้ดี และทำให้การเพิ่มขึ้นของ $freq$ แทบไม่มีผลต่อเวลาในการทำงาน ส่วนท่าจับที่มี 5 นิ้ว นั้นยังพอเห็นความแตกต่างเมื่อเพิ่ม $freq$ ขึ้นมาและเริ่มเร็วกว่าเมื่อ $freq = 8$

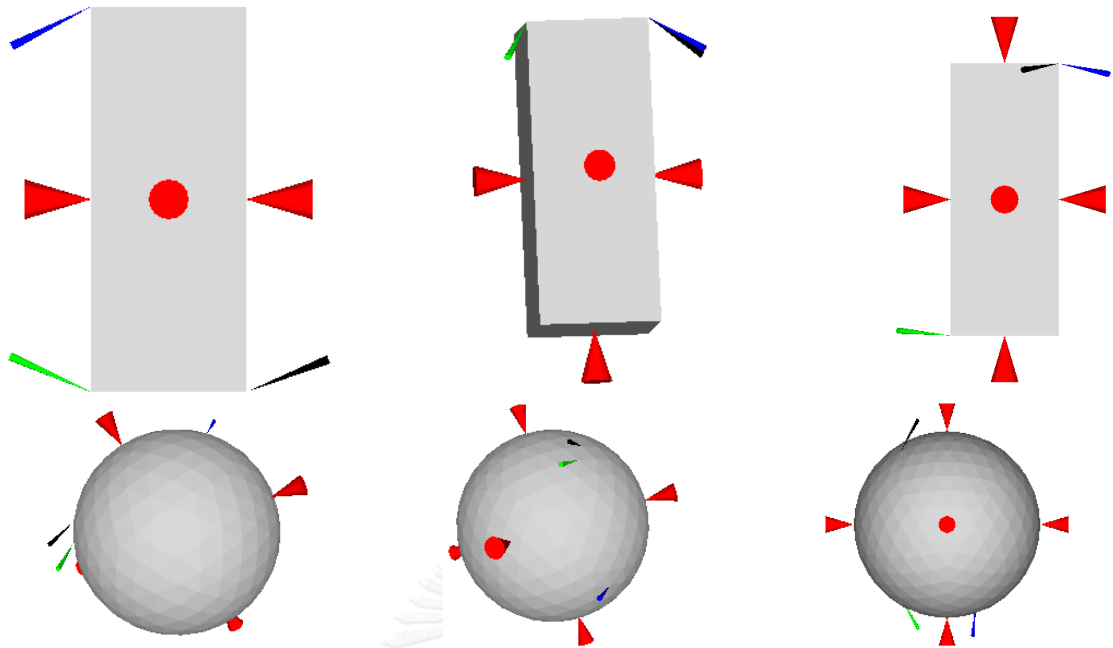
5.2.3 ทิศทางของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ

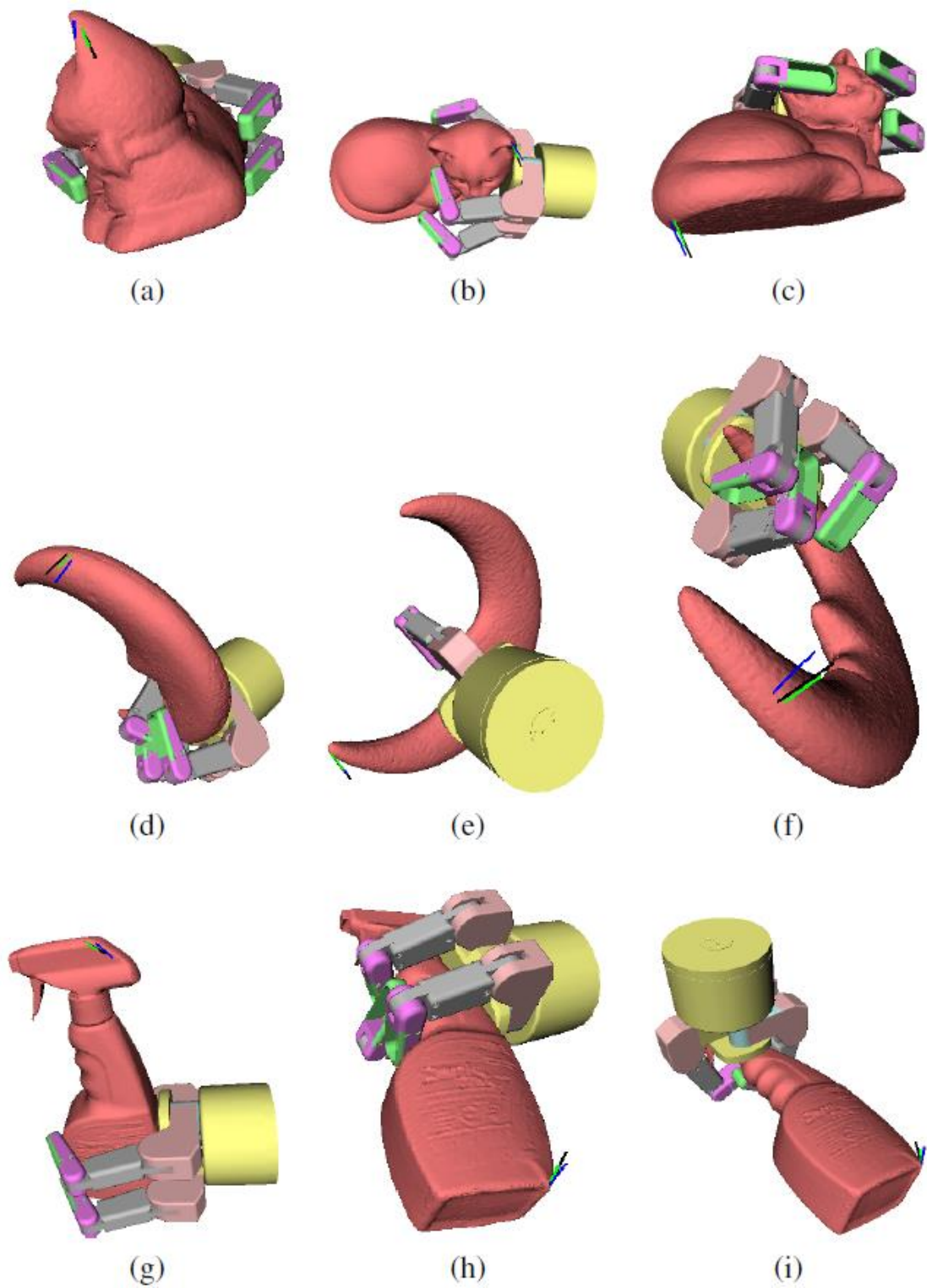
เพื่อเปรียบเทียบในทำนองเดียวกันกับการเปรียบเทียบขนาดของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ โดย รูปที่ 5.6 และรูปที่ 5.7 จะแสดงเป็นรูปภาพของเส้นแรงแทนตัวเลขพิกัด เพื่อให้สามารถมองเห็นและตีความเพื่อวิเคราะห์ได้ชัดเจนขึ้น โดยจะแสดงเฉพาะผลลัพธ์ที่ได้จากวัตถุที่มีความละเอียด 25,000 ด้าน เท่านั้น





รูปที่ 5.6 ขนาด ทิศทาง และตำแหน่งของแรงที่มีขนาดน้อยที่สุดในการทำลายท่าจับที่ได้จาก WW_w





รูปที่ 5.7 ทิศทาง และตำแหน่งของแรงที่มีขนาดน้อยที่สุดในการทำลายท่าจับที่ได้จาก BW (สีดำ), SW9 (สีเขียว), SW3 (สีน้ำเงิน)

5.2.4 ตำแหน่งกระทำของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ

เพื่อเปรียบเทียบในทำนองเดียวกันกับการเปรียบเทียบขนาด และทิศทางของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ โดยผลลัพธ์ที่ได้นั้นแสดงไว้ที่รูปที่ 5.6 และ รูปที่ 5.7 เช่นเดียวกับหัวข้อ 5.2.3 ทิศทางของแรงที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับ



บทที่ 6

สรุปการวิจัยและแนวทางการวิจัยในขั้นถัดไป

6.1 สรุปการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอขั้นตอนวิธีในการคำนวณตัวชี้วัดคุณภาพของท่าจับตัวหนึ่ง คือแรงที่มีขนาดน้อยที่สุดที่ใช้ในการทำลายท่าจับ ซึ่งมีคุณสมบัติที่ถูกต้องตามหลักฟิสิกส์ ไม่มีการนำหน่วยของแรงและแรงบิดมาใช้ปนกัน ไม่ขึ้นอยู่กับทางเลือกกรอบอ้างอิงจินตภาพที่ใช้คำนวณแรงบิด และไม่ขึ้นอยู่กับการย่อ/ขยายขนาดของวัตถุ ขั้นตอนวิธีที่สามารถใช้คำนวณตัวชี้วัดคุณภาพท่าจับที่ว่านั้น ได้ถูกนำเสนอมาในงานวิจัยก่อนหน้าแล้ว แต่ยังไม่ข้อจำกัดในเรื่องประสิทธิภาพและความแม่นยำ ซึ่งเป็นแรงผลักดันให้วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอขั้นตอนวิธีที่ต่อยอดและปรับปรุงมาจากขั้นตอนวิธีที่เคยถูกเสนอไปแล้ว โดยปรับปรุงทั้งในสองแง่มุม คือประสิทธิภาพ และความแม่นยำของผลเฉลยที่ได้จากขั้นตอนวิธี

ขั้นตอนวิธีที่ถูกปรับปรุงนั้นแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพและความแม่นยำในการทดลอง ในส่วนของประสิทธิภาพนั้น ขั้นตอนวิธีที่เสนอไปสามารถใช้เวลาที่ตีที่สุดเพียง 17.40 ส่วนของขั้นตอนวิธีเดิม โดยที่ประสิทธิภาพที่ได้มานั้นมาจากแนวคิดที่ว่าเราเสียเวลาไปในการคำนวณที่ไม่จำเป็น นั่นคือเวรณซ์รบกวนใน *OWS* บางส่วนนั้นสามารถตัดออกได้โดยไม่ต้องนำมาคำนวณ

สำหรับในด้านของความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้นั้น การทดลองก็ได้แสดงให้เห็นถึงความแม่นยำที่มากขึ้น โดยใกล้เคียงกับค่าผลเฉลยจริงมากขึ้น ความแม่นยำที่ได้มานั้นมาจากการที่เราสามารถอธิบาย *GWS* ด้วยเซตของ hyperplane ที่แทนการตัดกันของครึ่งปริภูมิ แล้วนำมาคำนวณจุดตัดระหว่างเส้นที่วิ่งผ่านจุดกำเนิดและ hyperplane ในปริภูมิเวรณซ์ได้ ตรงนั้นเองทำให้เราสามารถคำนวณทิศทางของแรงที่เหมาะสมหรือใช้ขนาดน้อยที่สุดในการทะลุผ่านแต่ละ hyperplane จากภายในของ *GWS* ไปสู่ภายนอกซึ่งเทียบเคียงได้กับการทำลายท่าจับนั่นเอง

6.2 แนวทางการวิจัยในขั้นถัดไป

วิธีการเพิ่มประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีที่ได้นำเสนอไปนั้นตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่าวัตถุที่ใช้นั้นมีลักษณะที่สามารถแทนได้ด้วยจุดยอดจำนวนจำกัดได้ การต่อยอดงานวิจัยนี้ให้สามารถใช้ได้บนวัตถุที่มีลักษณะโค้งหรือวัตถุที่ถูกแทนด้วยสมการที่ไม่ใช่เชิงเส้นได้ก็เป็นงานที่น่าสนใจงานหนึ่ง

งานวิจัยนี้ทำการทดลองเฉพาะในระบบที่มีสภาพแวดล้อมจำลองเท่านั้น การนำงานวิจัยนี้ไปใช้กับแขนกลจริงโดยผนวกกรรมวิธีการสังเคราะห์ท่าจับ การวางแผนการเคลื่อนที่ของแขนกลไปยังวัตถุ โดยไม่ชนเข้ากับสิ่งกีดขวาง และการเคลื่อนนี้ไปสัมผัสวัตถุยังตำแหน่งที่กำหนดนั้นจะช่วยยืนยันประโยชน์ของงานวิจัยนี้ได้ว่ามีประโยชน์ในโลกจริงมากน้อยเพียงใด ซึ่งจะช่วยยืนยันว่าสัดส่วนของประโยชน์ที่ได้รับเมื่อมองในภาพรวมของทั้งระบบแล้วจะยังมีผลที่น่าสนใจอีกหรือไม่

งานวิจัยในการเพิ่มความแม่นยำของคุณภาพท่าจับที่นำเสนอขึ้นตั้งอยู่บนพื้นฐานที่ว่าเราสามารถคำนวณหาจุดตัดระหว่างเวกนซ์รบกวนภายนอกและ hyperplane ของ *GWS* ได้แบบในเชิงวิเคราะห์ ซึ่งความสามารถนี้ขึ้นอยู่กับความสามารถเขียนอธิบาย *GWS* ในรูปแบบที่เป็นการตัดกันของครึ่งปริภูมิได้ ซึ่งความสามารถนี้ไม่มีอยู่ในขั้นตอนวิธีของ [43] ที่ถูกปรับปรุงให้ใช้วิธีการยิงลำเส้นตรง ซึ่งใช้ขั้นตอนวิธีการวนซ้ำจนเข้าใกล้คำตอบ และไม่สามารถแทน *GWS* ด้วยการตัดกันของครึ่งปริภูมิได้ นั่นทำให้เราไม่สามารถนำแนวคิดการเพิ่มความแม่นยำของขั้นตอนวิธีที่ถูกนำเสนอไปในบทที่ 4 การเพิ่มความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณคุณภาพท่าจับ มาปรับใช้กับขั้นตอนวิธีนี้ได้ การต่อยอดแนวคิดนี้ไปให้สามารถใช้ได้กับขั้นตอนวิธีก็เป็นงานต่อไปที่น่าสนใจในงานหนึ่งเช่นกัน แต่ความยากของปัญหานี้ที่แท้จริงนั้นอยู่ที่การมีคำตอบที่ดีที่สุดแบบท้องถิ่น ที่อาจไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุดทั้งหมด ในทำนองเดียวกัน ปัญหาที่คล้ายคลึงกันและโด่งดังในการหาของขนาดเวกนซ์รบกวนภายนอกที่น้อยที่สุดในการทำลายท่าจับหรือ epsilon-metric ที่มีคำตอบที่ดีที่สุดแบบท้องถิ่นหลายคำตอบเช่นเดียวกัน [30] ทำให้ในท้ายที่สุดแล้วแนวคิดนี้อาจไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ และต้องเปลี่ยนไปใช้วิธีอื่นก็เป็นได้

การเพิ่มจำนวนและความหลากหลายของวัตถุที่ใช้ในการทดลองก็มีส่วนสำคัญในการเพิ่มความน่าเชื่อถือของตัวงานและขั้นตอนวิธีที่นำเสนอว่าจะสามารถนำไปใช้กับวัตถุในโลกจริงที่มีความหลากหลายได้หรือไม่

รายการอ้างอิง

- [1] V.-D. Nguyen, “Constructing Force- Closure Grasps,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 7, no. 3, pp. 3–16, Jun. 1988.
- [2] V.-D. Nguyen, “Constructing force-closure grasps in 3D,” in *1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings*, 1987, vol. 4, pp. 240–245.
- [3] J. Ponce, S. Sullivan, A. Sudsang, J. Boissonnat, and J.-P. Merlet, “On Computing Four-Finger Equilibrium and Force-Closure Grasps of Polyhedral Objects,” *International Journal of Robotics Research*, vol. 16, pp. 11–35, 1996.
- [4] E. Rimon and J. Burdick, “On force and form closure for multiple finger grasps,” in *1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1996. Proceedings*, 1996, vol. 2, pp. 1795–1800 vol.2.
- [5] X. Zhu and J. Wang, “Synthesis of force-closure grasps on 3-D objects based on the Q distance,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 4, pp. 669–679, Aug. 2003.
- [6] A. Bicchi, “On the Closure Properties of Robotic Grasping,” *International Journal of Robotics Research*, vol. 14, pp. 319–334, 1995.
- [7] R. C. Brost and M. T. Mason, “Graphical Analysis of Planar Rigid-body Dynamics with Multiple Frictional Contacts,” in *The Fifth International Symposium on Robotics Research*, Cambridge, MA, USA, 1990, pp. 293–300.
- [8] N. Niparnan, A. Sudsang, and P. Chongstitvatana, “Positive Span of Force and Torque Components in Three-Dimensional Four-Finger Force-Closure Grasps,” *Advanced Robotics*, vol. 22, no. 13–14, pp. 1497–1520, 2008.
- [9] N. Niparnan, T. Phoka, Y. Suttasupa, and A. Sudsang, “New computational method for three-fingered force-closure test,” *Robotica*, vol. FirstView, pp. 1–21, 2013.
- [10] Y.-H. Liu, “Qualitative test and force optimization of 3-D frictional form-closure grasps using linear programming,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 15, no. 1, pp. 163–173, Feb. 1999.

- [11] N. Niparnan, T. Phoka, and A. Sudsang, "Heuristic approach for multiple queries of 3D n-finger frictional force closure grasp," in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009*, 2009, pp. 1817–1822.
- [12] Y. Zheng and C.-M. Chew, "Distance Between a Point and a Convex Cone in - Dimensional Space: Computation and Applications," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25, no. 6, pp. 1397–1412, Dec. 2009.
- [13] V.-D. Nguyen, "Constructing stable grasps in 3D," in *1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings*, 1987, vol. 4, pp. 234–239.
- [14] J. Ponce, S. Sullivan, J.-D. Boissonnat, and J.-P. Merlet, "On characterizing and computing three- and four-finger force-closure grasps of polyhedral objects," in *1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1993. Proceedings*, 1993, pp. 821–827 vol.2.
- [15] D. Ding, Y.-H. Liu, and S. Wang, "Computing 3-D optimal form-closure grasps," in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA '00*, 2000, vol. 4, pp. 3573–3578 vol.4.
- [16] D. Ding, Y.-H. Liu, and M. Y. Wang, "On computing immobilizing grasps of 3-D curved objects," in *Proceedings 2001 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, 2001*, 2001, pp. 11–16.
- [17] C. Borst, M. Fischer, and G. Hirzinger, "Grasping the dice by dicing the grasp," in *2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003. (IROS 2003). Proceedings*, 2003, vol. 4, pp. 3692–3697 vol.3.
- [18] J.-W. Li, H. Liu, and H. Cai, "On computing three-finger force-closure grasps of 2-D and 3-D objects," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 1, pp. 155–161, Feb. 2003.
- [19] Y.-H. Liu, M. Lam, and D. Ding, "A complete and efficient algorithm for searching 3-D form-closure grasps in the discrete domain," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 20, no. 5, pp. 805–816, Oct. 2004.
- [20] N. Niparnan and A. Sudsang, "Fast computation of 4-fingered force-closure grasps from surface points," in *2004 IEEE/RSJ International Conference on*

- Intelligent Robots and Systems, 2004. (IROS 2004). Proceedings, 2004*, vol. 4, pp. 3692–3697 vol.4.
- [21] N. Niparnan, T. Phoka, and A. Sudsang, “Computing Frictionless Force-Closure Grasps of 2D Objects from Contact Point Set,” in *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2006. ROBIO '06, 2006*, pp. 872–877.
- [22] N. Niparnan and A. Sudsang, “A Heuristic Approach for Computing Frictionless Force-Closure Grasps of 2D Objects from Contact Point Set,” in *2006 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, 2006*, pp. 1–6.
- [23] N. Niparnan and A. Sudsang, “Computing All Force-Closure Grasps of 2D Objects from Contact Point Set,” in *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006*, pp. 1599–1604.
- [24] C. Sangkhavijit, N. Niparnan, and P. Chongstitvatana, “Computing 4-Fingered Force-Closure Grasps from surface Points Using Genetic Algorithm,” in *2006 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, 2006*, pp. 1–5.
- [25] S. El-Khoury and A. Sahbani, “On computing robust n-finger force-closure grasps of 3D objects,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009. ICRA '09, 2009*, pp. 2480–2486.
- [26] M. A. Roa and R. Suárez, “Grasp quality measures: review and performance,” *Auton Robot*, pp. 1–24, Jul. 2014.
- [27] C. Ferrari and J. Canny, “Planning optimal grasps,” in *1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1992. Proceedings, 1992*, pp. 2290–2295 vol.3.
- [28] D. Kirkpatrick, B. Mishra, and C.-K. Yap, “Quantitative Steinitz’s theorems with applications to multifingered grasping,” *Discrete Comput Geom*, vol. 7, no. 1, pp. 295–318, Dec. 1992.
- [29] A. Miller and P. K. Allen, “Examples of 3D grasp quality computations,” in *1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999. Proceedings, 1999*, vol. 2, pp. 1240–1246 vol.2.
- [30] Y. Zheng, “An Efficient Algorithm for a Grasp Quality Measure,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 29, no. 2, pp. 579–585, Apr. 2013.

- [31] Z. Li and S. S. Sastry, "Task-oriented optimal grasping by multifingered robot hands," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 4, no. 1, pp. 32–44, Feb. 1988.
- [32] Y. C. Park and G. P. Starr, "Grasp Synthesis of Polygonal Objects Using a Three-fingered Robot Hand," *Int. J. Rob. Res.*, vol. 11, no. 3, pp. 163–184, Jun. 1992.
- [33] B. Mirtich and J. Canny, "Easily computable optimum grasps in 2-D and 3-D," in *1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1994. Proceedings, 1994*, pp. 739–747 vol.1.
- [34] D. Ding, Y.-H. Lee, and S. Wang, "Computation of 3-D form-closure grasps," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 4, pp. 515–522, Aug. 2001.
- [35] E. Chinellato, A. Morales, R. B. Fisher, and A. P. del Pobil, "Visual quality measures for Characterizing Planar robot grasps," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, vol. 35, no. 1, pp. 30–41, Feb. 2005.
- [36] R. Balasubramanian, L. Xu, P. D. Brook, J. R. Smith, and Y. Matsuoka, "Human-guided grasp measures improve grasp robustness on physical robot," in *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2010, pp. 2294–2301.
- [37] M. A. Roa and R. Suarez, "Computation of Independent Contact Regions for Grasping 3-D Objects," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 25, no. 4, pp. 839–850, Aug. 2009.
- [38] J. Ponce and B. Faverjon, "On computing three-finger force-closure grasps of polygonal objects," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, no. 6, pp. 868–881, Dec. 1995.
- [39] T. Phoka, P. Vongmasa, C. Nilwatchararang, P. Pipattanasomporn, and A. Sudsang, "Optimal Independent Contact Regions for Two-fingered Grasping of Polygon," *Robotica*, vol. 30, no. 6, pp. 879–889, Oct. 2012.
- [40] J. P. D. Stam, "A System For Planning And Executing Two-finger Force-Closure Grasps Of Curved 2D Objects," vol. 1, pp. 210 – 217, 1992.

- [41] M. Strandberg and B. Wahlberg, "A method for grasp evaluation based on disturbance force rejection," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 22, no. 3, pp. 461–469, Jun. 2006.
- [42] Y. Zheng, M. C. Lin, and D. Manocha, "A fast n-dimensional ray-shooting algorithm for grasping force optimization," in *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2010, pp. 1300–1305.
- [43] S. Wen and T. Wu, "Grasp evaluation and contact points planning for polyhedral objects using a ray-shooting algorithm," *J. Zhejiang Univ. - Sci. C*, vol. 13, no. 3, pp. 218–231, Mar. 2012.
- [44] H. Jeong and J. Cheong, "Evaluation of 3D grasps with physical interpretations using object wrench space," *Robotica*, vol. 30, no. 03, pp. 405–417, 2012.
- [45] M. E. Merchant, "The Friction and Lubrication of Solids. F. P. Bowden and D. Tabor. New York: Oxford Univ. Press, 1950. 337 pp. \$7.00," *Science*, vol. 113, no. 2938, pp. 443–444, Apr. 1951.
- [46] Y.-H. Liu and M. Wang, "Qualitative test and force optimization of 3D frictional force-closure grasps using linear programming," in *1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1998. Proceedings*, 1998, vol. 4, pp. 3335–3340 vol.4.
- [47] J. K. Salisbury and B. Roth, "Kinematic and Force Analysis of Articulated Mechanical Hands," *J. Mech. Des.*, vol. 105, no. 1, pp. 35–41, Mar. 1983.
- [48] N. Pollard, "Synthesizing Grasps from Generalized Prototypes," in *In Proc. IEEE Intl. Conference on Robotics and Automation*, 1996, pp. 2124–2130.
- [49] C. Borst, M. Fischer, and G. Hirzinger, "A fast and robust grasp planner for arbitrary 3D objects," in *1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999. Proceedings*, 1999, vol. 3, pp. 1890–1896 vol.3.
- [50] C. Borst, M. Fischer, and G. Hirzinger, "Grasp planning: how to choose a suitable task wrench space," in *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04*, 2004, vol. 1, pp. 319–325 Vol.1.
- [51] X. Zhu, H. Ding, and H. Li, "A quantitative measure for multi-fingered grasps," in *2001 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2001. Proceedings*, 2001, vol. 1, pp. 213–219 vol.1.

- [52] R. Haschke, J. J. Steil, I. Steuwer, and H. Ritter, "Task-oriented quality measures for dextrous grasping," in *2005 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, 2005. CIRA 2005. Proceedings*, 2005, pp. 689–694.
- [53] W. Kuperberg, "Problems on polytopes and convex sets," in *DIMACS Workshop on polytopes*, 1990, pp. 584–589.
- [54] T. Makapunyo, T. Phoka, P. Pipattanasomporn, N. Niparnan, and A. Sudsang, "Measurement framework of partial cage quality based on probabilistic motion planning," in *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2013, pp. 1574–1579.
- [55] B.-H. Kim, S.-R. Oh, B.-J. Yi, and I. H. Suh, "Optimal grasping based on non-dimensionalized performance indices," in *2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2001. Proceedings*, 2001, vol. 2, pp. 949–956 vol.2.
- [56] M. A. Roa, R. Koiva, and C. Castellini, "Experimental evaluation of human grasps using a sensorized object," in *2012 4th IEEE RAS EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob)*, 2012, pp. 1662–1668.
- [57] T. Supuk, T. Kodek, and T. Bajd, "Estimation of hand preshaping during human grasping," *Medical Engineering & Physics*, vol. 27, no. 9, pp. 790–797, Nov. 2005.
- [58] B. Leon, J. L., N. J., A. Morales, and M. A., "Evaluation of Human Prehension Using Grasp Quality Measures," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, p. 1, 2012.
- [59] C. B. Barber, D. P. Dobkin, and H. Huhdanpaa, "The Quickhull Algorithm for Convex Hulls," *ACM Trans. Math. Softw.*, vol. 22, no. 4, pp. 469–483, Dec. 1996.
- [60] "Performance of Qhull." [Online]. Available: <http://www.qhull.org/html/qh-code.htm#performance>. [Accessed: 02-Apr-2015].
- [61] A. Kasper, Z. Xue, and R. Dillmann, "The KIT object models database: An object model database for object recognition, localization and manipulation in service robotics," *The International Journal of Robotics Research*, p. 0278364912445831, May 2012.

- [62] “Barrett Technology, Inc. - Products - BarrettHand.” [Online]. Available: <http://www.barrett.com/robot/products-hand.htm>. [Accessed: 10-Apr-2015].
- [63] R. Diankov, “Automated Construction of Robotic Manipulation Programs,” Carnegie Mellon University, Robotics Institute, 2010.
- [64] P. D. Kovesi, *MATLAB and Octave Functions for Computer Vision and Image Processing*. .





ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายมานะ บวรผดุงกิตติ เกิดเมื่อวันที่ 10 มกราคม พ.ศ. 2535 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยม อันดับหนึ่ง) สาขาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ จากคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2555 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ ณ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2556

ได้รับทุนอุดหนุนการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อเฉลิมฉลองวโรกาสที่พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดชทรงเจริญพระชนมายุครบ 72 พรรษา ในปีการศึกษา 2556 ถึง 2557

