บทที่ 3

ตัวอย่างและผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบ

3.1 ความนำ

ในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 จะตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นมาในงานวิจัยนี้ว่าได้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับผลที่ได้จากสมการเชิงอนุพันธ์และสูตรสำเร็จที่ได้มีนักวิจัยเสนอมาก่อนหน้านี้

ในตัวอย่างที่ 1 จะนำคานหน้าตัดเปิดแบบผนังบางรูปตัว ไอ ซึ่งมีสมมาตรสองแกน และ คานแคบซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยวน้อยมากจนถือว่ามีค่าเป็นศูนย์ มาวิเคราะห์หาค่าแรงโก่งงอวิกฤติ หรือโมเมนต์โก่งงอวิกฤติ ตามสภาพของจุดและน้ำหนักที่กระทำ 4 แบบ

ในตัวอย่างที่ 2 จะศึกษาปัญหาการโก่งงอเนื่องจากผลของแรงในแนวแกนกระทำที่จุดศูนย์ถ่วง โดยใช้หน้าตัดที่สมมาตร แกนเดียวที่ใช้กันทั่วไป 6 แบบ

ในตัวอย่างที่ 3 จะแสดงผลของตำแหน่งที่แรงกระทำตามแนวแกนเทียบกับจุดศูนย์ถ่วงกับค่าการโก่งงอที่เกิด สำหรับคานหน้าตัดตัว ซี

และในตัวอย่างที่ 4 จะแสดงผลการแปรเปลี่ยนขนาดของหน้าตัดคานและความยาวกับผลของน้ำหนักโก่งงอวิกฤติที่เกิด กรณีมีจุดรองรับแบบธรรมดารับแรงแผ่กระจายสม่ำเสมอ สำหรับคานแคบ คานหน้าตัดรูปตัว ไอ คานหน้าตัดตัว ซี และคานตัวซีมีขอบงอ

3.2 ตัวอย่างที่ 1

จะให้คานหน้าตัดรูปตัว ไอ และคานแคบมีขนาดตามตารางที่ 3.2 เป็นคานช่วงเดียวที่มีความยาว 60 เมตร รับน้ำหนักและมีสภาพจุดรองรับต่างๆกัน ตามรูปที่ 3.1 ดังนี้

ก. คานปลายยื่นที่มีน้ำหนักเป็นจุดกระทำที่ปลายคาน

จาก Timoshenko [2] จะได้ว่า

$$P_{cr} = \gamma_2 \sqrt{EI_z GJ} / L^2 \qquad (3.1)$$

โดยที่ให้ $\gamma_2 = 4.013 / (1-\sqrt{EI_w/(L^2GJ)})^2$ (3.2)

จากสมการ (3.2) $\gamma_2 = 7.138$

จากตารางจะได้ $\gamma_2 = 6.733$ ซึ่งจะเป็นค่าที่จะให้คำตอบที่ใกล้คำตอบจริงมากกว่า

กรณี $I_{ww} = 0$; สำหรับคานแคบ

$$P_{cr} = 4.013\sqrt{EI_z GJ}/L^2 \qquad (3.3)$$

ข. คานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดามีน้ำหนักเป็นจุดกระทำที่จุดกึ่งกลางคาน

จาก Timmoshenko [2] สมการที่ 3.1 จะได้ว่า

จากตารางจะได้ $\gamma_2 = 21.8$

จาก Tarhair [18] จะได้ว่า

$$M_{max} = m(\pi \sqrt{(EI_z GJ)}\ \sqrt{(1+K^2)}) / L \qquad (3.4)$$

โดยที่ $K^2 = \pi^2 EI_w / (GJL^2)$

$m = 1.75 + 1.05\beta + 0.3\beta^2 \rangle 2.56$ หรือ

จากตารางที่ 3.1 จะได้ $m = 1.35$

แต่ $M_{max} = PL/4$ ดังนั้นจากค่า M_{max} ที่หาได้จะสามารถหาค่า P_{cr} ที่จุดกึ่งกลางคานได้

กรณี $I_{ww} = 0$; สำหรับคานแคบ จาก Timoshenko [2] จะได้ว่า

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$P_{cr} = \gamma_5 \sqrt{EI_z GJ} / L^2 \qquad (3.5)$$

ค. คานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดามีน้ำหนักเป็นแรงกระจายกระทำตลอดความยาวคาน

จาก Timmoshenko [2] สมการที่ 3.1 จะได้ว่า

จากตารางจะได้ $\gamma_4 = 36.3$

จาก Tarhair[18] จะได้ว่า

โดยที่ $m = 1.75 + 1.05\beta + 0.3\beta^2 \rangle 2.56$ หรือ

จากตารางที่ 3.1 จะได้ $m = 1.13$

แต่ $M_{max} = wL^2/8$

ดังนั้นจากค่า M_{max} ที่หาได้จะสามารถหาค่า w_{cr} ที่จุดกึ่งกลางคานได้

กรณี $I_{ww} = 0$; สำหรับคานแคบ จาก Timoshenko [2] จะได้ว่า

$$w_{cr} = 28.3 \sqrt{EI_z GJ} / L^3 \qquad (3.6)$$

ง. คานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดามีโมเมนต์ดัดกระทำสม่ำเสมอตลอดความยาวคาน

จาก Timoshenko [2] จะได้ว่า

$$M_{cr} = \gamma_1 \sqrt{EI_z GJ} / L \qquad (3.7)$$

โดยที่ให้ $\gamma_1 = \pi \sqrt{1+EI_w \pi^2} / (L^2 GJ)$ (3.8)

จากตารางจะได้ $\gamma 1 = 4.00$ ซึ่งจะเป็นค่าที่จะให้คำตอบที่ใกล้คำตอบจริงมากกว่า

กรณี $I_{ww} = 0$;สำหรับคานแคบ

$$M_{cr} = \pi \sqrt{EI_z GJ} / L \qquad (3.9)$$

สำหรับตัวอย่างที่ 1 จะมีค่าคุณสมบัติของหน้าตัด ตามตารางที่ 3.2 สำหรับคานรูปหน้าตัดไอที่สมมาตรแกนเดียว และคานแคบรูปสี่เหลี่ยมจะได้ผลลัพธ์ของค่าแรงโก่งงอวิกฤติหรือโมเมนต์โก่งงอตามตารางที่ 3.3 เพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์จากโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นกับ ผลลัพธ์ที่ได้จากค่าจริง ของสมการที่ 3.1 - 3.4 ซึ่งจะพบว่าค่าที่ได้มีค่าใกล้เคียงมาก โดยมีความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 8 เปอร์เซนต์

3.3 ตัวอย่างที่ 2

ให้คานหน้าตัดใดๆดังรูปที่ 3.3 มีจุดรองรับแบบธรรมดารับแรงตามแนวแกน P กระทำที่จุดศูนย์ถ่วง โดยหน้าตัดทั้ง 6 ชนิดมีคุณสมบัติตามตารางที่ 3.4 จะได้ผลลัพธ์ค่าแรงโก่งงอวิกฤติดังตารางที่ 3.5 โดยเปรียบเทียบกับค่าแรงโก่งงอวิกฤติที่ได้จากสูตรทั่วไปของ Timmoshenko [2] ซึ่งจะพบว่าอาจเกิดการโก่งงอได้หลายรูปแบบตามลักษณะของหน้าตัด คือ

กรณีที่ 1 เกิดการโก่งงอรอบแกน Y จะได้ว่า

$$P_y = \pi^2 EI_{yy}/L^2 \qquad (3.10)$$

กรณีที่ 2 เกิดการโก่งงอรอบแกน Z จะได้ว่า

$$P_z = \pi^2 EI_{zz}/L^2 \qquad (3.11)$$

กรณีที่ 3 เกิดการโก่งงอเนื่องจากการบิดอย่างเดียว จะได้ว่า

$$P_o = (GJ + \pi^2 EI_{ww}/L^2) / r_s^2 \qquad (3.12)$$

ในกรณีหน้าตัดสมมาตร แกนเดียว จาก Timoshenko [2] จะได้ว่าการโก่งงอจะเกิดจากผลการดัดรอบแกนสมมาตรและการบิดรอบแกน X ร่วมกัน

$$(I_o/A)(P-P_y)(P-P_o) - P^2y_o^2 = 0 \qquad (3.13)$$

หรือจัดให้อยู่ในรูป

$$(I_c/I_o)P^2 - (P_y+P_o)P + P_yP_o = 0 \qquad (3.14)$$

โดยที่ $I_c = I_y + I_z$

$I_o = I_y + I_z + A(y_o^2 + z_o^2)$

จะได้

$$P_{TF} = \frac{(P_y+P_o) - \sqrt{(P_y+P_o)^2 - 4I_cP_yP_o/I_o}}{2I_c/I_o} \qquad (3.15)$$

การโก่งงอที่เกิดขึ้นในหน้าตัดสมมาตรแกนเดียวจะเกิดได้ 2 กรณี

1. เกิดการโก่งงอด้วยการดัดรอบแกนที่ไม่สมมาตร

2. เกิดการโก่งงอด้วยการดัดรอบแกนที่สมมาตร และการบิดรอบแกน X ร่วมกัน

โดยจะพิจารณาทั้งกรณี P_z และ P_{TF} ค่าแรงโก่งงอวิกฤติที่เกิดจริง คือค่าแรงวิกฤติโก่งงอที่น้อยที่สุดจาก สองกรณีนี้

- หน้าตัด 1 เป็นหน้าตัดที่มีค่า $I_{\omega\omega}$ เป็นศูนย์ จากการคำนวณตามสมการ (3.10) - (3.13) จะได้ค่าแรงโก่งงอวิกฤติจากผลของการดัดรอบแกน Y และการบิดรอบแกน X มีค่าเท่ากับ 72.35 จากงานวิจัยนี้จะได้ค่าแรงโก่งงอวิกฤติ เท่ากับ 72.401 แตกต่าง 0.07 %

- หน้าตัด 2 และ 4 จากการคำนวณตามสมการ (3.10) - (3.13) จะได้ค่าแรงโก่งงอวิกฤติจากผลของการดัดรอบแกน Y และการบิดรอบแกน X มีค่าเท่ากับ 70.36 และ 65.63 จากงานวิจัยนี้จะได้ค่าแรงโก่งงอวิกฤติ เท่ากับ 71.038 และ 66.13 แตกต่าง 0.96% และ 0.76 % ตามลำดับ

- หน้าตัด 3 , 4 และ 5 จากการคำนวณตามสมการ (3.10) - (3.13)จะได้ค่าแรงโก่งงอวิกฤติจากผลของการดัดรอบแกน Z มีค่า 143.93 ,51.4 และ 82.25 จากงานวิจัย

นี้จะได้ค่าแรงโก่งงอวิกฤติ เท่ากับ 144.0 , 51.4 และ 82.3 ซึ่งจะแตกต่างเพียง 0.05 % ,0.0 % และ 0.06 % เท่านั้น

3.4 ตัวอย่างที่ 3

หน้าตัดคานรูปตัว ซี สมมาตรรอบแกน Y ดังรูปที่ 3.7 กรณีจุดรองรับแบบธรรมดาโดยรับแรงตามแนวแกน แต่ตำแหน่งการให้แรงเปลี่ยนตามแกน Y ซึ่งระยะเยื้องศูนย์ที่เกิดขึ้นทำให้เกิดโมเมนต์ดัดที่ปลายคานทั้งสองข้าง ทำให้ค่าแรงโก่งงอวิกฤติมีค่าเพิ่มและลดลงตามทิศทางของโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น ดังแสดงในตารางที่ 3.7 และรูปที่ 3.8 สำหรับความยาวที่ต่างกันจะให้รูปแบบที่เหมือนกัน โดยถ้าให้ตำแหน่งที่แรงกระทำ ไปทางด้านตรงข้ามกับจุดศูนย์กลางแรงเฉือนค่าแรงโก่งงอจะลดลงไปเรื่อย แต่ถ้าให้ตำแหน่งของแรงกระทำไปทางจุดศูนย์กลางแรงเฉือน จะได้ค่าแรงโก่งงอวิกฤติเพิ่มขึ้นและจะพบว่าค่าแรงสูงสุดจะเกิดเมื่อให้แรงกระทำผ่านจุดศูนย์กลางแรงเฉือนซึ่งจะได้แรงมีค่าเท่ากับแรง P_y เมื่อผ่านจุดนี้ไปแล้วค่าแรงโก่งงอก็จะลดลงอย่างรวดเร็ว

3.5 ตัวอย่างที่ 4

ในตัวอย่างนี้จะแปรเปลี่ยนขนาดหน้าตัดชนิดต่างๆตามรูปที่ 3.9 เทียบกับ ค่าน้ำหนักโก่งงอวิกฤติ และความยาว เมื่อรับน้ำหนักแผ่กระจายสม่ำเสมอบนคานที่มีจุดรองรับแบบธรรมดาโดย กำหนดให้ ค่าความลึกคาน (a) = 3.0 ม. E = 1000 กก./ม.^{2} G = 400 กก./ม.^{2} คงที่ทั้ง 4 ตัวอย่าง

- ในตัวอย่างที่ 4.1 จะแปรเปลี่ยนขนาดความหนา (t)ของคานแคบ โดยเพิ่มอัตราส่วนความหนาต่อความลึก t/a ในคานแคบ จาก 0.01 ถึง 0.1 ซึ่งจากกราฟความสัมพันธ์ในรูปที่ 3.10 จะพบว่าการเพิ่มอัตราส่วนความหนาต่อความลึก t/a จะเพิ่มกำลังการรับน้ำหนัก มากขึ้น

- ในตัวอย่างที่ 4.2 จะแปรเปลี่ยนขนาดความกว้าง (b) โดยเพิ่มอัตราส่วนความกว้างต่อความลึก b/a ในคานหน้าตัดรูปตัวไอ จาก 0.2 ถึง 1 ซึ่งจากกราฟความสัมพันธ์ในรูปที่

3.11 จะพบว่าการเพิ่มอัตราส่วนความกว้างต่อความลึก b/a จะเพิ่มกำลังการรับน้ำหนัก มากขึ้น

- ในตัวอย่างที่ 4.3 จะแปรเปลี่ยนขนาดความกว้าง (b) โดยเพิ่มอัตราส่วนความกว้างต่อความลึก b/a ในคานหน้าตัดรูปตัวซี จาก 0.2 ถึง 1 ซึ่งจากกราฟความสัมพันธ์ในรูปที่ 3.12 จะพบว่าการเพิ่มอัตราส่วนความกว้างต่อความลึก b/a จะเพิ่มกำลังการรับน้ำหนัก มากขึ้น ส่วนผลของความยาวทั้ง ตัวอย่าง 4.1 - 4.3 เมื่อความยาวเพิ่มขึ้นจะลดความสามารถในการรับน้ำหนักเป็นโดยไม่เป็นสัดส่วน เส้นตรง ยิ่งคานยาวมากขึ้น น้ำหนักโก่งงอยิ่งลดลงมาก

- ในตัวอย่างที่ 4.4 จะแปรเปลี่ยนขนาดขอบงอ (c) โดยเพิ่มอัตราส่วนขนาดขอบงอต่อความลึก c/a ในคานหน้าตัดรูปตัวซี จาก 0.05 ถึง 0.25 ซึ่งจากกราฟความสัมพันธ์ในรูปที่ 3.13 จะพบว่าการเพิ่มอัตราส่วนขนาดขอบงอต่อความลึก c/a จะเพิ่มกำลังการรับน้ำหนัก โดยจะเป็นความสัมพันธ์ลักษณะเส้นตรง และผลของความยาวจะมีผลเป็นอย่างมาก