บทที่ 2

วิธีวิเคราะห์

2.1 ความนำ

ในการศึกษาเรื่องการโก่งงอของคานหรือโครงสร้างในระนาบ โดยใช้วิธีวิเคราะห์โครงสร้างซึ่งการประยุกต์เทคนิคของเมตริกซ์จะสามารถทำได้ง่าย และเหมาะกับโครงสร้างที่ยุ่งยากได้ดีวิธีที่นิยมใช้คือวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง(Direct Stiffness Method) ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 รูปแบบ โดยขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการรับน้ำหนักและการเปลี่ยนรูปของโครงสร้าง

ก. วิธีหาค่าเจาะจง (Eigen value) มีหลักการที่ว่าตัวกำหนด (Determinant) ของสติฟเนสโครงสร้างจะเป็นศูนย์ เมื่อน้ำหนักที่ได้รับถึงจุดวิกฤติ(เกิดการโก่งงอ) ซึ่งวิธีการนี้จะใช้กับการโก่งงอแบบไบเฟอร์เคชั่น (Bifurcation) โดยจะหาค่าแรงโก่งงอวิกฤติโดยตรงจากค่าเจาะจงที่น้อยที่สุดถือว่าเป็นปัญหาเชิงเส้น ดังนั้นจึงใช้ได้กับโครงสร้างที่มีความสมบูรณ์ (Perfect Member)และมีคุณสมบัติวัสดุเป็นเชิงเส้น ค่าแรงโก่งงอวิกฤติที่ได้จากวิธีนี้จะเป็นค่าขอบเขตบน

ข. วิธีหาจากพฤติกรรมการรับน้ำหนัก(Deteriorate) เป็นเทคนิคที่ใช้การวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นสำหรับการโก่งงอเป็นแบบ นอน - ไบเฟอร์เคชั่น (Non - Bifurcation) ซึ่งในวิธีการนี้ค่าสติฟเนสจะมีการเปลี่ยนแปลงตลอดตามการเพิ่มของน้ำหนักที่กระทำ ค่าแรงวิกฤติหาได้จากความสัมพันธ์ของ น้ำหนัก-การเคลื่อนที่ ที่เกิดขึ้นในแต่ละช่วง แต่เนื่องจากวิธีการนี้มีข้อยุ่งยากและใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าในวิธีแรกมาก

และจากรูปที่ 2.1 จะพบว่าการโก่งงอแบบ ดัด-บิด ของโครงสร้างระนาบที่รับแรงกระทำในระนาบจะมีพฤติกรรมเป็นแบบ ไบเฟอร์เคชั่น ซึ่งจะกำหนดให้การเคลื่อนที่นอกระนาบ (Out-Of Plane Deformation) จะไม่เกิดจนกระทั่งถึงจุดที่แรงกระทำมากจนเกิดการโก่งงอ (Critical Loading Condition) ในงานวิจัยนี้จะศึกษาผลการโก่งงอเนื่องจากน้ำหนักในระนาบแล้วเกิดการโก่งงอ ออกนอกระนาบ วิธีแรกจึงเหมาะสมกว่าในการคำนวณหาค่าแรงโก่งงอวิกฤติที่เกิดขึ้นโดยใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่า

2.2 ข้อสมมุติฐาน

- หน้าตัดคานไม่เกิดการเปลี่ยนรูปในขณะเกิดการโก่งงอออกนอกระนาบเดิม
- ไม่คิดผลของการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงเฉือน(Shear Deformation)ที่กึ่งกลางผิวของหน้าตัด
- วัสดุเป็นสารเนื้อเดียวกันตลอดและมีคุณสมบัติยืดหยุ่นเชิงเส้น
- ถือว่าการโก่งงอเฉพาะที่ (Local Buckling) ไม่เกิด
- แรงและน้ำหนักที่กระทำคงที่ทั้งขนาดและทิศทางเมื่อเกิดการโก่งงอ
- ไม่คิดผลของตำแหน่งของแรงกระทำบนหน้าตัด

2.3 ลักษณะและพฤติกรรมของคานหน้าตัดเปิดแบบผนังบาง

การวิเคราะห์หาค่าการโก่งงอของคานหน้าตัดเปิดแบบผิวบาง ได้รับการศึกษาจากนักวิจัยหลายคนโดยวิธีการที่แตกต่างกันไป แต่ในงานวิจัยนี้จะใช้หลักการของงานเสมือน(Virtual Work) ในการหาค่า สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างตามที่เสนอโดย Hasegawa et al [13] เป็นพื้นฐาน จากรูปที่ 1.1 ซึ่งแสดงคานหน้าตัดเปิดแบบผนังบางใดๆ จะกำหนดทิศทางโดยให้แกน x เป็นแกนหลักตามความยาวของคาน ส่วนแกน y และ z กำหนดโดยใช้กฎมือขวา โดยมีจุดเริ่มต้นที่จุดศูนย์ถ่วงของหน้าตัดคาน และใช้ระบบพิกัด (x,s,n) เพื่อกำหนดตำแหน่งบนผิวคานโดยให้ s เป็นแนวเส้นสัมผัสที่ตำแหน่งกึ่งกลางความหนาที่จุดใดๆบนหน้าตัด และ n เป็นแกนที่ตั้งฉากกับแกน s จากรูปที่ 2.4 แสดง ตำแหน่งต่างๆบนหน้าตัดของคาน ผนังบาง ซึ่งจุด C

แทนจุดศูนย์กลางมวลจุด S แทนจุดศูนย์กลางแรงเฉือน ของหน้าตัดโดยมีระยะห่างจากจุด C เท่ากับ y_s , z_s ให้จุด N เป็นจุดใดๆบนผิวของหน้าตัดคาน และ D เป็นจุดเริ่มต้น รูปที่ 2.4 แสดงการเคลื่อนที่ของจุดบนหน้าตัดเมื่อเกิดการบิดไปเป็นมุม ϕ จากสมมุติฐานที่ให้หน้าตัดมีความแข็งไม่เกิดการเสียรูป จะได้ความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ในระนาบ u,v,w และการมุมบิด ϕ

$$v = v_s - (y-y_s)(1-\cos\phi) - (z-z_s)\sin\phi \qquad (1)$$

$$w = w_s + (y-y_s)\sin\phi - (z-z_s)(1-\cos\phi) \qquad (2)$$

ดังนั้นการเคลื่อนที่ตามแนวแกน

$$u = u_c - v_s'(y\cos\phi - z\sin\phi) - w_s'(z\cos\phi + y\sin\phi) - \omega\phi' \qquad (3)$$

เมื่อ u,v,w เป็น ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x,y,z ตามลำดับ

$'$ คือค่าอนุพันธ์เมื่อเทียบกับ x

u_c,v_c,w_c เป็น ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x,y,z เทียบกับจุดศูนย์ถ่วง

u_s,v_s,w_s เป็น ค่าการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x,y,z เทียบกับจุดศูนย์กลางแรงเฉือน

y_s,z_s เป็นตำแหน่งของจุดศูนย์กลางแรงเฉือน

y , z เป็นตำแหน่งของจุดที่พิจารณา

จากการที่ลดปัญหาลงเป็นปัญหาในมิติเดียวทำให้มีเพียงค่าความเค้นในแนว x เป็นตัวแปรเท่านั้นแทนค่าการเคลื่อนที่ในสมการที่ (1) ถึง (3) ลงในสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น กับการเคลื่อนที่ (Green's Strain Displacement Relation)

$$e_{xx} = u_c' + \tfrac{1}{2}(v')^2 + \tfrac{1}{2}(w')^2 \qquad (4)$$

จะได้ว่า

$$e_{xx} = u_c' + v_s''(y\cos\phi - z\sin\phi) - w_s''(z\cos\phi + y\sin\phi)$$
$$- \omega_s'\phi' + 1/2\,[(v_s')^2+(w_s')^2]$$
$$+ v_s'\phi'(z_s\cos\phi + y_s\sin\phi)$$
$$+ w_s'\phi'(-y_s\cos\phi + z_s\sin\phi)$$
$$+ 1/2[(y-y_s)^2+(z-z_s)^2](\phi')^2 \qquad (5)$$

$$e_{ss} = e_{nn} = e_{xn} = 0 \qquad (6)$$

$$e_{sx} = \Theta\phi' \qquad (7)$$

$\Theta = 2n$ สำหรับคานหน้าตัดเปิด (8)

ให้การเปลี่ยนตำแหน่งในแนวแกน x มีค่าน้อยๆเมื่อเทียบกับความยาว จะได้ว่าค่า ϕ (ค่ามุมหมุนของจุดศูนย์กลางแรงเฉือน) มีค่าน้อยๆ ดังนั้นจะได้ว่า $\text{Sin}\phi = \phi$ และ $\text{Cos}\phi = 1$ ค่าการเคลื่อนที่ ตามแกน x,y,z จากสมการที่ 1,2,3 จะเปลี่ยนเป็นดังนี้

$$u = u_c - v_s'(y - z\phi) - w_s'(z + y\phi) - \omega\phi' \qquad (9)$$

$$v = v_s - (z - z_s)\phi \qquad (10)$$

$$w = w_s + (y - y_s)\phi \qquad (11)$$

$$\phi = \phi \qquad (12)$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$e_{xx} = u_c' + v_s''(y - z\phi) - w_s''(z + y\phi) - \omega'\phi' + 1/2[(v_s')^2 + (w_s')^2] + (z_s v_s' - y_s w_s')\phi' + 1/2[(y-y_s)^2 + (z-z_s)^2](\phi')^2 \qquad (13)$$

เมื่อ e_{xx} เป็นค่า ความเค้นในทิศทาง x (Green's Strain Tensor) ค่าความเครียดที่เกิดจากแรงกระทำเริ่มแรก σ_{xx}^o (Normal Stress Due to Initial Force) เกิดจาก แรงในแนวแกนเริ่มแรก N^o , โมเมนต์ดัดเริ่มแรก M_y^o , M_z^o รอบแกนจุดศูนย์ถ่วงตามแกน y,z ซึ่งแสดงใน รูปที่ 2 และค่าโมเมนต์การบิดเริ่มแรก M_ω^o เทียบกับศูนย์กลางแรงเฉือนจะได้

$$\sigma_{xx}^o = (N^o/A) + (M_y^o/I_{yy})y + (M_z^o/I_{zz})z + (M_\omega^o/I_{\omega\omega})\omega \qquad (14)$$

โดยที่

$$I_{yy} = \int_A y^2 da$$

$$I_{zz} = \int_A z^2 da$$

$$I_{\omega\omega} = \int_A \omega^2 da$$

2.4 การสร้างสมการเมตริกซ์ของคานหน้าตัดเปิดแบบผนังบาง

จาก หลักการของงานเสมือน (Principle of Virtual Work) จะได้สมการ

$$\delta U = \delta W \qquad (15)$$

ซึ่งเมื่อแทนค่าลงในสมการที่ (15) แล้วจะได้ สมการของงานเสมือน ดังนี้

$$\int_V (\sigma^o_{ij} + \sigma_{ij})\delta e_{ij} dV - \int_s (T^o_i + T_i)\delta U_i ds = 0 \qquad (16)$$

โดยที่

$$\sigma_{ij} = \sigma^1_{ij} + \sigma^2_{ij}$$

$$e_{ij} = e^1_{ij} + e^2_{ij}$$

แทนค่า σ_{ij} และ e_{ij} ลงในสมการที่ (16) เมื่อไม่คิดผลของส่วนกำลังสูงๆจะได้ว่า

$$\int_v(\sigma^o_{ij}\delta e^2_{ij} + \sigma^1_{ij}\delta e^1_{ij})dv - \int_s T_i\delta u_i ds = 0 \qquad (17)$$

เมื่อแทนค่าของความเครียดและความเค้นจากสมการที่(13),(14)ลงในสมการที่(17)

$$\int_v[\{(N^o/A)+(M_y{}^o/I_{yy})y+(M_z{}^o/I_{zz})z+(M_w{}^o/I_{ww})\omega\}\delta[zv_s''\phi-yw_s''\phi+$$

$$-1/2\{(v_s')^2+(w_s')^2\} + (z_sv_s'-y_sw_s')\phi'+1/2\{(y-y_s)^2+(z-z_s)^2\}(\phi')^2]$$

$$+E(u_c'-yv_s''-zw_s''-\omega\phi'')\delta(u_c'-yv_s''-zw_s''-\omega\phi'')$$

$$+ G\Theta\phi'\delta(\Theta\phi')]dv - F^T\delta d = 0 \qquad (18)$$

โดยใช้ การประมาณค่าในช่วง(Interpolation Functions) เพื่อจะทำให้การเคลื่อนที่ของหน้าตัดใดๆที่ (0<x<L) สามารถประมาณอยู่ในรูปของการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดปลายชิ้นส่วน จะได้ สมการสมดุลย์ทั่วไปสำหรับคานที่มีหน้าตัดแบบผนังบาง ในรูปของเมตริกซ์

$$[F] = [K]\{d\} \qquad (19)$$

เมื่อให้ [F] เป็นแรงภายนอกที่กระทำดังแสดงในรูปที่ 2.5 ประกอบด้วย $\langle F_x,F_y,F_z,T\rangle$

{d} เป็นค่าการเคลื่อนที่ในทิศทางของแรง F ประกอบด้วย <U,V,W,Φ>

[K] เป็นค่า สติฟเนส เมตริกซ์

โดยที่ เมตริกซ์ของแรงภายนอกที่กระทำ

$$F_x = \langle F_{xi} , F_{xj} \rangle \tag{20}$$

$$F_y = \langle F_{zi} , M_{yi} , F_{zj} , M_{yj} \rangle \tag{21}$$

$$F_z = \langle F_{yi} , M_{zi} , F_{yj} , M_{zj} \rangle \tag{22}$$

$$T = \langle M_{xi} , M_{wi} , M_{xj} , M_{wj} \rangle \tag{23}$$

และ เมตริกซ์ค่าการเคลื่อนที่ในทิศทางของแรง [F]

$$U = \langle u_{ci} , u_{cj} \rangle \tag{24}$$

$$V = \langle w_{si} , v'_{si} , w_{sj} , v'_{sj} \rangle \tag{25}$$

$$W = \langle v_{si} , w'_{si} , v_{sj} , w'_{sj} \rangle \tag{26}$$

$$\phi = \langle \phi_i , \phi'_i , \phi_j , \phi'_j \rangle \tag{27}$$

เมื่อ i , j จะแทนหน้าตัดคานที่ จุด X = 0 และ X = L ตามลำดับ และฟังก์ชั่นการประมาณค่าในช่วง N_1 ,N_2 ,N_3 ,N_4 ,N_5 ,N_6 . โดยที่กำหนดให้

$$N_1 = 1 - (x/L) \tag{28}$$

$$N_2 = (x/L) \tag{29}$$

$$N_3 = 1 - 3(x^2/L^2) + 2(x^3/L^3) \tag{30}$$

$$N_4 = -x + 2(x^2/L) - (x^3/L^2) \tag{31}$$

$$N_5 = 3(x^2/L^2) - 2(x^3/L^3) \tag{32}$$

$$N_6 = (x^2/L) - (x^3/L^2) \tag{33}$$

จากการใช้ฟังก์ชั่นหาค่าในช่วงระหว่างขั้วทำให้สามารถหาการเคลื่อนที่ในช่วงระหว่าง $0 < x < L$ ซึ่งจะสามารถเขียนการเคลื่อนที่ที่จุดปลายได้ในรูปของเมตริกซ์ดังนี้

$$u_c = A^T U \tag{34}$$

$$v_s = B^T V \tag{35}$$

$$w_s = B^T W \tag{36}$$

$$\phi = B^T \Phi \tag{37}$$

เมื่อ

$$A = \langle N_1 , N_2 \rangle \tag{38}$$

$$B = \langle N_3 , N_4 , N_5 , N_6 \rangle \tag{39}$$

โดยที่

$$\int_A y\,da = 0 \quad , \qquad \int_A z\,da = 0 \quad , \qquad \int_A yz\,da = 0$$

$$\int_A \omega\,da = 0 \quad , \qquad \int_A \omega y\,da = 0 \quad , \qquad \int_A \omega z\,da = 0$$

เมื่อ แทนค่าสมการที่ (38)และ(39) ลงในสมการ(18) จะได้สมการทั่วไปของคานแบบผนังบาง

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & & & (\text{symm}) \\ 0 & K_{22} & & \\ 0 & 0 & K_{33} & \\ 0 & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \\ \phi \end{bmatrix} \tag{40}$$

โดยที่

$$K_{11} = \int_L EA(A')(A')^T\,dx \tag{41}$$

$$K_{22} = \int_L [EI_{yy}(B'')(B'')^T + N_o(B')(B')^T]dx \tag{42}$$

$$K_{33} = \int_L [EI_{zz}(B'')(B'')^T + N_o(B')(B')^T]dx \tag{43}$$

$$K_{44} = \int_L [EI_{ww}(B'')(B'')^T + GJ(B')(B')^T + (N_o r_s^2 + M_y^o\beta_y + M_z^o\beta_z + M_w^o\beta_w)(B')(B')^T]dx \tag{44}$$

$$K_{42} = \int_L [M_z^o(B)(B'')^T + N_o z_s(B')(B')^T]dx \tag{45}$$

$$K_{43} = \int_L [-M_y^o(B)(B'')^T - N^o y_s(B')(B')^T]dx \tag{46}$$

เมื่อกำหนดให้

$$J = \int_A \Theta^2 \, da \tag{47}$$

$$r_s^2 = [I_{yy} + I_{zz} + A(y_s^2 + z_s^2)] / A \tag{48}$$

$$\beta_y = -2y_s + (1/I_{yy})\int_A (y^2+z^2) y da \tag{49}$$

$$\beta_z = -2z_s + (1/I_{zz})\int_A (y^2+z^2) z da \tag{50}$$

$$\beta_w = (1/I_{ww})\int_A (y^2+z^2) \omega da \tag{51}$$

จากผลของอินทิกรัลของสมการ (41) ถึง (46) จะได้ว่า

$$K_{11} = (EA/L)\, K_o \tag{52}$$

$$K_{22} = (EI_{yy}/L^3)K_1 + (N^o/L)K_2 \tag{53}$$

$$K_{33} = (EI_{zz}/L^3)K_1 + (N^o/L)K_2 \tag{54}$$

$$K_{44} = (EI_{ww}/L^3)K_1 + (GJ/L)K_2 + [(N^o/L)r_s^2 +$$

$$(M^o{}_y/L)\beta_y + (M^o{}_z/L)\beta_z + (M^o{}_w/L)\beta_w]K_2 \tag{55}$$

$$K_{42} = (N^o z_s/L)K_2 + (M^o{}_z/L)K_3 \tag{56}$$

$$K_{43} = (N^o y_s/L)K_2 - (M^o{}_y/L)K_3 \tag{57}$$

เมื่อทำให้อยู่ในรูปเมตริกซ์จะได้ว่า

$$K_o = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{58}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 12 & & & \\ -6L & 4L^2 & (\text{symm}) & \\ -12 & 6L & 12 & \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{59}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 6/5 & & & \\ -L/10 & 2L^2/15 & (\text{symm}) & \\ -6/5 & L/10 & 6/5 & \\ -L/10 & -L^2/30 & L/10 & 2L^2/15 \end{bmatrix} \tag{60}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -6/5 & 11L/10 & 6/5 & L/10 \\ L/10 & -2L^2/15 & -L/10 & L^2/30 \\ 6/5 & -L/10 & -6/5 & -11L/10 \\ L/10 & L^2/30 & -L/10 & -2L^2/15 \end{bmatrix} \tag{61}$$

2.5 การหาค่าวิกฤติโก่งงอโดยวิธีหาค่าเจาะจง

สมการ(62) จะสามารถแบ่งค่าสติฟเนสเมตริกซ์ ในสมการที่ (40)ออกเป็น 2ส่วนคือ

$$[F] = [K_E + K_G]\,\{d\} \tag{62}$$

โดยที่ K_E = สติฟเนสของชิ้นส่วน (Element Stiffness) ซึ่งจะอยู่ในส่วนที่

ถูกคูณด้วยค่า $A, I_{yy}, I_{zz}, I_{ww}$ หรือ J

K_G = สติฟเนสทางเรขาคณิต (Geometric Stiffness) ซึ่งอยู่ในส่วนที่ถูกคูณด้วยค่าของแรงภายในจากแรงกระทำเริ่มแรก $N^o, M_y^{\,o}, M_z^{\,o}$ หรือ $M_w^{\,o}$ ที่ได้จากสมการที่ (40)

จากสมการที่ (40) อาจจะเขียนในรูป สมการเชิงอนุพันธ์ต่อไปนี้ เพื่อใช้วิเคราะห์โครงสร้างหน้าตัดเปิดแบบผนังบางโดยตรง ดังสมการที่ (63) - (66) แต่การแก้สมการจะยุ่งยากเพราะมีตัวแปร 14 ตัวซึ่งต้องหาจากสภาพจุดรองรับที่มีอยู่

$$E\,A\,u_c'' = 0 \tag{63}$$

$$E\,I_{yy} v_s^{(4)} - N^o v_s'' + (-z_s N^o + M_z^{\,o})\,\phi'' = 0 \tag{64}$$

$$E\,I_{zz} w_s^{(4)} - N^o w_s'' + (y_s N^o + M_y^{\,o})\,\phi'' = 0 \tag{65}$$

$$E\,I_{ww}\phi^{(4)} - GJ\phi'' + (-z_s N^o + M_z^{\,o}) v_s'' + (ys_N^{\,o} - M_y^{\,o})\, w_s'' - (r_s^{\,2} N^o + \beta_y M_y^{\,o} + \beta_z M_z^{\,o} + \beta_w M_w^{\,o})\,\phi'' = 0 \tag{66}$$

ในการวิเคราะห์ปัญหาทางเสถียรภาพ ของระบบอิลาสติก (Elastic System) ถือว่าแรงกระทำภายนอกที่กระทำอยู่จะเป็นสัดส่วนกับค่าแรงวิกฤติโก่งงอเมื่อระบบอยู่ในสภาพสมดุลย์ ดังนั้นในการวิเคราะห์ จึงต้องหาค่าแรงวิกฤติที่มีค่าน้อยที่สุด ที่จะทำให้เกิดการโก่งงอขึ้นเพราะสภาพสมดุลย์อาจเกิดขึ้นได้ที่ค่าแรงวิกฤติต่างๆกัน จากสมการ(40) เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำจะได้ว่า

$$[K_E]\{d\} + \lambda[K_G]\{d\} = \{0\} \tag{67}$$

หรือ อาจจัดให้อยู่ในรูป

$$[K_E]\{d\} = -\lambda[K_G]\{d\} \qquad (68)$$

ซึ่งจากลักษณะของสมการจะเป็นปัญหาค่าเจาะจง (Eigenvalue Problem) รูปแบบ

$$[A]\{X\} = \lambda_c[B]\{X\} \qquad (69)$$

โดย λ_c เป็น ค่าเจาะจงที่น้อยที่สุด(Smallest Eigenvalue)

X เป็น ค่าเวกเตอร์เจาะจง(Eigent Vector)ที่สอดคล้องกับค่า λ_c

ซึ่งในสมการที่ (69) อยู่ในรูปที่จะใช้วิธีการเชิงเลข (Numerical Method) ในการแก้ปัญหาเพื่อหาค่า λ ต่ำสุดซึ่งจะเป็นตัวคูณประกอบกับค่าแรงที่ให้ในตอนเริ่มต้นเพื่อหาค่าแรงโก่งงอวิกฤติได้ และจะได้ค่า {d} เป็นรูปลักษณะการเปลี่ยนแปลงขณะเกิดการโก่งงอ (Buckling Shape) ด้วย

จากค่าแรงหรือน้ำหนักการโก่งงอวิกฤติที่ได้รับทำให้สามารถหาความสามารถในการรับน้ำหนักของหน้าตัดชนิดต่างๆที่มีสภาพจุดรองรับและลักษณะของแรงกระทำแบบต่างๆได้ เมื่อแปรเปลี่ยน ขนาดของหน้าตัด เช่น ความหนา(t) ,ความกว้างคาน(b),ความลึกของคาน(a) และขนาดของขอบงอ(c) หรือการแปรเปลี่ยนขนาดความยาวคาน(L) จะได้ความสัมพันธ์ ที่จะนำไปเป็นแนวทางที่เหมาะสมในการเลือกใช้ขนาดหน้าตัดคาน หรือความยาวที่เหมาะสมสำหรับน้ำหนักที่ต้องการ