รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กฤติลักษณ์ ลองโรจน์วงศ์. การสำรวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในเขตภาคใต้ . วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ , 2529.

เกษมา จงสูงเนิน. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความเข้าใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยการใช้และไม่ใช้หนังสือการ์ตูนประกอบการสอนในการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร , 2533.

เกื้อกูล เครือชัยพินิต. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการเรียนแบบรอบรู้กับการเรียนแบบปกติ. ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง , 2530.

ขวัญเรือน อาชวิบูลโยบล. วิเคราะห์การศึกษาระดับมัธยมศึกษาในประเทศไทย. วารสารครุศาสตร์ ปีที่ 13 ฉบับที่ 2 , 2527.

ขวัญใจ บุญฤทธิ์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบ TAI กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร , 2535.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. รายงานการวิจัยเรื่อง ประสิทธิภาพของการมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : พันนีพับลิชชิ่ง, 2530.

จินดา ลิ่มถาวรศิริพงศ์. การสร้างลำดับขั้นเนื้อหาวิชาจากการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2526.

ชัยนิตย์ พรรณาวร. ครูคณิตศาสตร์กับการให้การบ้านนักเรียน. สารพัฒนาหลักสูตร อันดับที่ 80 พฤศจิกายน 2531.

ดารณี คำแหง. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร , 2533.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. ทำอย่างไรครูจึงจะสำรวจข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนได้. วารสารคณิตศาสตร์ , 2525.

ทัศนาพร คลังแก้ว. การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2532.

นพร หิรัญมาพร. เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 016 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในเขตการศึกษา 9 . วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ , 2529.

นพพร พานิชสุข. ความสัมพันธ์ระหว่างสัมฤทธิผลวิชาสังคมศึกษา วิชาวิธีสอนสังคมศึกษากับการฝึกสอนวิชาสังคมศึกษา ของนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2522.

นิตยา เลิศวีรนนทรัตน์. ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ตามการรับรู้ของครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายและวิทยาลัยเทคนิค. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2529.

ประคอง กรรณสูต. สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. ภาควิชาวิจัยการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2524.

ประวัติ เกตษา. เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 013 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 เขตการศึกษา 10 . วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ , 2528.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2533.

มยุรี ศรีชัย. สถิติพื้นฐาน. ห้างหุ้นส่วนจำกัด วี . เจ . พริ้นติ้ง กรุงเทพมหานคร : 2536.

ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. พระนคร : บพิธการพิมพ์ , 2523.

_________. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2530.

วิชาการ , กรม. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) , 2533.

_________. รายงานการสัมมนาระดับนานาชาติเรื่องหลักสูตรมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : ไทยวัฒนาพานิช , 2526.

วุฒิชัย จำนงค์. การเรียนรู้ทฤษฎีเบื้องต้นและการประยุกต์. คณะบริหารธุรกิจ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ , 2523.

ศรไกร รุ่งรอด. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์-มหาวิทยาลัย , 2533.

สกลกิจ นกสกุล. ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2520.

สงวน สุทธิเลิศอรุณ. "จิตวิทยาทั่วไป." กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ทิพยวิสุทธิ์, 2530.

สันต์ชัย เบี้ยบุษคา. การวิเคราะห์เนื้อหาและปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2535.

สุชา จันทน์เอม. "จิตวิทยาทั่วไป." กรุงเทพมหานคร : ไทยวัฒนาพานิช , 2533.

สุชาติ รัตนกุล. " พัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ของไทย " ในเอกสารการสอนชุดการสอนคณิตศาสตร์. เล่มที่ 1 หน่วยที่ 1 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2524.

สุนี เหมยาภรณ์. ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามการรับรู้ของครูคณิตศาสตร์ เขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2530.

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์. " คณิตศาสตร์คืออะไร. " ศรีครินทรสาร. ,2518.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. "สมรรถภาพของครูคณิตศาสตร์." เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1-7 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2525.

โสภี วงศ์ทองเหลือ และคณะ. " การพัฒนาหลักสูตรวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม. " ใน 12 ปีของการพัฒนาทางด้านการศึกษาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชวนพิมพ์ , 2527.

อมรพรรณ พิชัยภาพ. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พัฒนาการของการเรียนรู้และความเชื่อมั่นในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2535.

อุทัย เพชรช่วย. กีฬาคณิตศาสตร์. สารพัฒนาหลักสูตร อันดับที่ 82 มกราคม 2532.

อุษาวดี จันทรสนธิ และนิรมล แจ่มจำรัส. " หลักสูตรและการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ." เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 1 - 7 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช . โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2526.

ภาษาต่างประเทศ

Bernkopt , Michael . Mathematics and Appreciation . Boston : Houghton Mifflin Company , 1975.

Dienes, Z.P. Building Up Mathematics . London : Hutchinson Educational , 1980.

Fehr, Howard F. and J. Mc. Keeby Phillips. Teaching Modern Mathematics in The Secondary School. London : Addison-Wesley Publishing Company , 1981.

Gagne, R.M. The Condition of Learning. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1970.

________. " Curriculum Research and the Promotion of Learning. " in Ralph Tyler, Robert M. Gagne and Michael Scriven (Eds.) Perspective of Curriculum Evaluation. Chicago : Rand McNally Company, 1967.

Good,Carter V. Dictionary of Education. New York : McGraw. Hill Book Co.,Inc., 1956.

Hillgard, Ernest R. Theories of learning. New York : Appleton Century Crofts, 1966.

Morgan , A.T. " A Study of Difficulties Experienced with Mathemstics by Engineering Student in Higher Education " Journal of Mathematics Education Science Technology 21. , 1991.

Movshovitz - Hadar, N., Zaslavsky, O. and Inbar, S. " An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics " Journal for Research in Mathematics Education , 1987.

Packard, R. Psychology of Learning and Instruction. Columbus, Ohio : Charles E. Merrill , 1975.

Phillips, D.C. and Kelly, M.E. " Hierarchy Theories of Development in Education and Psychology. " Havard Educational Review. , 1975.

Shannon. J.R. " A Comparative Study of the Effects of a Student-determined Sequence and a Teacher-determined Sequence on Student Achievement in Introductory Bookkeeping. " Dissertation Abstracts International. , 1972.

Sowell, Evelyn J. ; Casey, Rita J. Assessing Mathematics Understanding : Combining Task-Analytic Conceptual Hierarchies and Modes of Representation. Paper presented at the Annual Meeting of the Southwest Educational Research Association (Austin, TX, February 11, 1982.)

Utairat Suwattana. An Evalution of Procedures for Measuring Basic Mathematics Competence under Condition Where Diagnostic / Presecriptive Information Is Provided as a Basis for Corrective Teaching. : Study II Dissertation for Ph.D. State College : Pennsylvania State University, 1980.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านที่ตรวจสอบลำดับขั้นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "ระบบจำนวนจริง" ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย และตรวจสอบแบบทดสอบ ได้แก่

1. รองศาสตราจารย์ศักดา บุญยไวโรจน์ สังกัดโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย(ฝ่ายมัธยม)

2. ดร.ศิริเดช สุชีวะ สังกัดภาควิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. อาจารย์สุวัฒเพ็ญ สิริทรัพย์ไพบูลย์ สังกัดโรงเรียนอัชสัมชัญ

ภาคผนวก ข

หนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย

ที่ ทม 0309/8846

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท ปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

สิงหาคม 2538

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ

เรียน

เนื่องด้วยนางสาวสุวรรณา สมพงศ์พาณิชย์ นิสิตปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษากำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอเป็นวิทยานิพนธ์เรื่อง " การวิเคราะห์ลำดับขั้นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบจำนวนจริง ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย " โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาตรวจแบบทดสอบที่นิสิตสร้างขึ้นดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สันติ ถุงสุวรรณ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

งานมาตรฐานการศึกษา
โทร. 2183530

ที่ ทม 0309/8850

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

สิงหาคม 2538

เรื่อง ขอความร่วมมือในการวิจัย

เรียน อธิบดีกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

สิ่งที่ส่งมาด้วย โครงร่างวิทยานิพนธ์ 1 ชุด
แบบทดสอบ 1 ชุด

เนื่องด้วย นางสาวสุวรรณา สมพงศ์พาณิชย์ นิสิตขั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อเสนอเป็นวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวิเคราะห์ลำดับขั้นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบจำนวนจริง ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย " โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้อง โดยการนำแบบทดสอบไปเก็บข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนโยธินบูรณะ โรงเรียนสายปัญญา โรงเรียนหอวัง โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี โรงเรียนเทพลีลา โรงเรียนสุวรรณารามวิทยาคม โรงเรียนศึกษานารีวิทยา โรงเรียนทวีธาภิเศก และโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย (นนทบุรี) ในสังกัดของกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาอนุญาตให้ นางสาวสุวรรณา สมพงศ์พาณิชย์ ได้เก็บรวบรวมข้อมูลดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการ และขอขอบคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สันติ ถุงสุวรรณ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

งานมาตรฐานการศึกษา
โทร. 2183530

ที่ ศธ 0806/04362

กองการมัธยมศึกษา กรมสามัญศึกษา
กระทรวงศึกษาธิการ กทม . 10300

ตุลาคม 2538

เรื่อง ขอความร่วมมือในการวิจัย

เรียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย แบบทดสอบจำนวน ชุด

ด้วยนางสาวสุวรรณา สมพงศ์พาณิชย์ นิสิตระดับปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กำลังดำเนินการวิจัยเพื่อทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง " การวิเคราะห์ลำดับขั้นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบจำนวนจริง ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย " ในการนี้ นิสิตมีความประสงค์จะแจกแบบทดสอบแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนนี้ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำวิจัย

กองการมัธยมศึกษาเห็นว่า การทำวิจัยดังกล่าวจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สมควรให้การสนับสนุน

จึงเรียนมาเพื่อโปรดให้ความอนุเคราะห์ และขอขอบคุณยิ่งมา ณ โอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(นายบุญรอด วัฒนชัย)
ศึกษานิเทศก์ 8 ปฏิบัติราชการแทน
ผู้อำนวยการกองการมัธยมศึกษา

กลุ่มส่งเสริมมาตรฐานการศึกษา
โทร. 2828466
โทรสาร 2824096

ภาคผนวก ค

สังเขป ลำดับขั้นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "ระบบจำนวนจริง" ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย

ประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง การแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียว และสมบัติความบริบูรณ์ ในแต่ละตอนแบ่งออกเป็นลำดับขั้นย่อย ๆ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง

1. เซตของจำนวนนับและเซตของจำนวนเต็ม

เซตของจำนวนเต็ม คือ เซตของจำนวนที่ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ จำนวนเต็มศูนย์ ได้แก่ { ...,-3,-2,-1,0,1,2,3,... }

เซตของจำนวนนับ คือ เซตของจำนวนเต็มบวก ได้แก่ { 1,2,3,4,... }

2. เซตของจำนวนตรรกยะและเซตของจำนวนอตรรกยะ

เซตของจำนวนตรรกยะ คือ เซตของจำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปของเศษส่วนของจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็นศูนย์ได้ หรือจำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำศูนย์ หรือจำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ

เซตของจำนวนอตรรกยะ คือ เซตของจำนวนที่ไม่สามารถเขียนอยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ได้ หรือ จำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ

3. เซตของจำนวนจริง

เซตของจำนวนจริง คือ เซตของจำนวนที่ประกอบด้วยจำนวนนับ จำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

4. สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง

สมบัติการเท่ากันในระบบจำนวนจริง

(1) สมบัติการสะท้อน $a = a$

จำนวนจริงใด ๆ ย่อมเท่ากับจำนวนจริงนั้น ๆ เสมอ

(2) สมบัติการสมมาตร ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

ถ้าทราบว่า $a = b$ มีสิทธิที่จะเขียน $b = a$ ได้

(3) สมบัติการถ่ายทอด ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

ถ้าทราบว่า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว สามารถสรุปได้ว่า $a = c$ ด้วย

(4) สมบัติของการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $a+c = b+c$

จำนวนจริงสามจำนวน a, b และ c ถ้าจำนวนแรกเท่ากับจำนวนที่สอง เมื่อนำจำนวนที่สามมาบวกกับสองจำนวนแรก ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน

(5) สมบัติของการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

จำนวนจริงสามจำนวน a, b และ c ถ้าจำนวนแรกเท่ากับจำนวนที่สอง เมื่อนำจำนวนที่สามมาคูณกับสองจำนวนแรก ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน

5. สมบัติการบวกในระบบจำนวนจริง

สมบัติการบวกในระบบจำนวนจริง

(1) สมบัติปิดของการบวก ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a+b$ เป็นจำนวนจริงด้วย

นั่นคือ เมื่อ R เป็นเซตของจำนวนจริง ถ้า $a \in R$ และ $b \in R$ แล้ว $a+b \in R$

(2) สมบัติการสลับที่ของการบวก ในการบวกจำนวนจริงสองจำนวนเมื่อสลับที่จำนวนทั้งสองนั้นแล้วผลบวกจะเท่าเดิม

นั่นคือ $a+b = b+a$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

(3) สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก ในการบวกจำนวนจริงสามจำนวน จะบวกสองจำนวนหลังก่อนหรือสองจำนวนแรกก่อน ผลบวกจะเท่าเดิม

นั่นคือ $a+(b+c) = (a+b)+c$ โดยที่ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

(4) เอกลักษณ์การบวก ในระบบจำนวนจริงมี 0 เป็นเอกลักษณ์การบวกสำหรับจำนวนจริง a ใด ๆ

นั่นคือ $0 + a = a = a + 0$

(5) อินเวอร์สการบวก ในระบบจำนวนจริง ถ้า a เป็นจำนวนจริงจะมีจำนวนจริง -a ซึ่งบวกกันแล้วผลลัพธ์เท่ากับ 0

นั่นคือ $a + (-a) = 0 = (-a) + a$

6. สมบัติการคูณในระบบจำนวนจริง

สมบัติการคูณในระบบจำนวนจริง

(1) สมบัติปิดของการคูณ ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว ab เป็นจำนวนจริงด้วย

นั่นคือ เมื่อ R เป็นเซตของจำนวนจริง ถ้า $a \in R$ และ $b \in R$ แล้ว $ab \in R$

(2) สมบัติการสลับที่ของการคูณ ในการคูณจำนวนจริงสองจำนวนเมื่อสลับที่จำนวนทั้งสองนั้นแล้วผลคูณจะเท่าเดิม

นั่นคือ $ab = ba$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

(3) สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ ในการคูณจำนวนจริงสามจำนวน จะคูณสองจำนวนหลังก่อนหรือสองจำนวนแรกก่อน ผลคูณจะเท่าเดิม

นั่นคือ $a(bc) = (ab)c$ โดยที่ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

(4) เอกลักษณ์การคูณ ในระบบจำนวนจริงมี 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณสำหรับจำนวนจริง a ใด ๆ

นั่นคือ $(1)(a) = a = (a)(1)$

(5) อินเวอร์สการคูณ ในระบบจำนวนจริง ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 จะมีจำนวนจริง a^{-1} ซึ่งคูณกันแล้วผลลัพธ์เท่ากับ 1

นั่นคือ $a(a^{-1}) = 1 = (a^{-1})a$ เมื่อ $a \neq 0$

(6) สมบัติการแจกแจง ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว

$a(b+c) = ab + ac$ และ $(b+c)a = ba + ca$

7. <u>สมบัติของระบบจำนวนจริง</u>

สมบัติของระบบจำนวนจริงเพิ่มเติมจากสมบัติการบวกและการคูณในระบบจำนวนจริงมีดังนี้

(1) $0 \notin R^+$ และถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ $a \neq 0$ แล้วต้องเป็นไปประการใดประการหนึ่งเท่านั้นคือ

ก. $a \in R^+$ หรือ

ข. $-a \in R^+$

(2) ถ้า $a, b \in R^+$ แล้ว $a+b \in R^+$

(3) ถ้า $a, b \in R^+$ แล้ว $ab \in R^+$

ทฤษฎีบทของการบวกและการคูณในระบบจำนวนจริง

ทฤษฎีบท 1 (กฎการตัดออกสำหรับการบวก) เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ถ้า $a+c = b+c$ แล้ว $a = b$

ถ้า $a+b = a+c$ แล้ว $b = c$

ทฤษฎีบท 2 (กฎการตัดออกสำหรับการคูณ) เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ถ้า $ac = bc$ และ $c \neq 0$ แล้ว $a = b$

ถ้า $ab = ac$ และ $a \neq 0$ แล้ว $b = c$

ทฤษฎีบท 3 เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a0 = 0$

$0a = 0$

ทฤษฎีบท 4 ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ $(-1)a = -a$

ทฤษฎีบท 5 เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$

ทฤษฎีบท 6 เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. $a(-b) = -ab$
2. $(-a)b = -ab$
3. $(-a)(-b) = ab$

8. การลบจำนวนจริงโดยใช้การบวกและอินเวอร์สการบวก

นิยาม เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a-b = a+(-b)$

กล่าวคือ a-b คือ ผลบวกของ a กับอินเวอร์สการบวกของ b

ทฤษฎีบท ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริง

1. $a(b-c) = ab - ac$
2. $(a-b)c = ac - bc$
3. $(-a)(b-c) = -ab + ac$

9. การหารจำนวนจริงโดยใช้การคูณและอินเวอร์สการคูณ

นิยาม เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $b \neq 0$, $\frac{a}{b} = a(b^{-1})$

กล่าวคือ $\frac{a}{b}$ คือ ผลคูณของ a กับอินเวอร์สการคูณของ b

ทฤษฎีบท 1 ถ้า $a \neq 0$ จะได้ $a^{-1} \neq 0$

ทฤษฎีบท 2

1. $\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \dfrac{a}{bc}$ เมื่อ $b, c \neq 0$
2. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{ac}{bc}$ เมื่อ $b, c \neq 0$
3. $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad + bc}{bd}$ เมื่อ $b, d \neq 0$

4. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ เมื่อ b, d $\neq 0$

5. $\left(\frac{b}{c}\right)^{-1} = \frac{c}{b}$ เมื่อ b, c $\neq 0$

6. $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}$ เมื่อ b, c $\neq 0$

7. $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$ เมื่อ b, c, d $\neq 0$

การแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียว

10. การใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือหาเศษจากการหารพหุนามด้วยพหุนาม

ทฤษฎีบทเศษเหลือ (Remainder theorem)

เมื่อ p(x) คือ พหุนาม $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$ โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มบวก $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a_n \neq 0$ ถ้าหารพหุนาม p(x) ด้วยพพหุนาม x-c เมื่อ c เป็นจำนวนจริงแล้วเศษจะเท่ากับ p(c)

เช่น ถ้าหาร $p(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 8$ ด้วย x-2

เศษจะมีค่าเท่ากับ p(2)

$p(2) = 2(2^3) + 3(2^2) - 5(2) + 8$

$= 16 + 12 - 10 + 8$

$= 26$

ดังนั้น ถ้าหาร $p(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 8$ ด้วย x-2 จะเหลือเศษเท่ากับ 26

11. การใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือและทฤษฎีบทตัวประกอบแยกตัวประกอบพหุนาม (เมื่อ $a_n = 1$)

ทฤษฎีบทตัวประกอบ (Factor theorem)

เมื่อ p(x) คือ พหุนาม $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + ... + a_1 x + a_0$ โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มบวก $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a_n \neq 0$ p(x) นี้จะมี x-c เป็นตัวประกอบก็ต่อเมื่อ p(c) = 0

เช่น พหุนาม $p(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 8$ จะมี x-2 เป็นตัวประกอบ เพราะ p(2) = 0

การแยกตัวประกอบของพหุนาม p(x) โดยใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือ มีขั้นตอนดังนี้

1. หาตัวประกอบ c ของ a_0 ที่ทำให้ $p(c) = 0$

2. นำ x-c ที่หาได้ไปหาร p(x) ผลหารจะเป็นพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่าดีกรีของ p(x) อยู่ 1

3. ถ้าผลหารในข้อ 2 ยังดีกรีสูงกว่าสองและสามารถแยกตัวประกอบต่อไปอีกก็แยกตัวประกอบของผลหารตามขั้นตอนในข้อ 1 และข้อ 2

เช่น จงหาตัวประกอบทั้งหมดของ $p(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

วิธีทำ ตัวประกอบของ 8 คือ $\pm1, \pm2, \pm4, \pm8$

พิจารณา p(-1) จะได้ $p(-1) = (-1)^3 - 5(-1)^2 + 2(-1) + 8$

$= -1-5-2+8$

$= 0$

ดังนั้น x+1 เป็นตัวประกอบของ $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

นำ x+1 ไปหาร $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ ได้ผลหารเป็น $x^2 - 6x + 8$

ดังนั้น $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = (x+1)(x^2 - 6x + 8)$

$= (x+1)(x-2)(x-4)$

12. <u>การแก้สมการตัวแปรเดียว (เมื่อ $a_n = 1$)</u>

เป็นการหาคำตอบของสมการตัวแปรเดียวโดยใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือและทฤษฎีบทตัวประกอบ

เช่น จงหาคำตอบของสมการ $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$

วิธีทำ ให้ $p(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

$= (x+1)(x-2)(x-4)$

ดังนั้น $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$

$(x+1)(x-2)(x-4) = 0$

$x = -1,2,4$

13. <u>การใช้ทฤษฎีบทตัวประกอบและทฤษฎีบทตัวประกอบจำนวนตรรกยะแยกตัวประกอบของพหุนาม(เมื่อ $a_n \neq 1$)</u>

ทฤษฎีบทตัวประกอบจำนวนตรรกยะ

เมื่อ p(x) คือ พหุนาม $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$ โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มบวก $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a_n \neq 0$

ถ้า $x - \frac{k}{m}$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม p(x) โดยที่ m และ k เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $m \neq 0$ และ ห.ร.ม. ของ m และ k เท่ากับ 1 แล้ว

m จะเป็นตัวประกอบของ a_n

k จะเป็นตัวประกอบของ a_0

เช่น จงแยกตัวประกอบของ $6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$

วิธีทำ ให้ $p(x) = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$

จำนวนเต็มที่หาร -1 ลงตัว คือ ± 1

จำนวนเต็มที่หาร 6 ลงตัว คือ $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

ดังนั้น จำนวนตรรกยะ $\frac{k}{m}$ ที่ทำให้ $p\left(\frac{k}{m}\right) = 0$ จะเป็นจำนวนที่อยู่ใน

กลุ่มของจำนวนต่อไปนี้คือ $\pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{1}{6}$

พิจารณา $p\left(\frac{1}{2}\right)$ จะได้ $p\left(\frac{1}{2}\right) = 6\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 11\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{2}\right) - 1$

$$= \frac{6}{8} - \frac{11}{4} + \frac{6}{2} - 1$$

$$= 0$$

นั่นคือ $x - \frac{1}{2}$ เป็นตัวประกอบของ $p(x)$

นำ $x - \frac{1}{2}$ ไปหาร $p(x)$ จะได้ผลหารเป็น $6x^2 - 8x + 2$

นั่นคือ $6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 = (x - \frac{1}{2})(6x^2 - 8x + 2)$

$$= (x - \tfrac{1}{2})(6x - 2)(x - 1)$$

14. <u>การแก้สมการตัวแปรเดียว (เมื่อ $a_n \neq 1$)</u>

เป็นการหาคำตอบของสมการโดยใช้ทฤษฎีบทตัวประกอบและทฤษฎีบทตัวประกอบจำนวนตรรกยะ

เช่น จงหาคำตอบของสมการ $6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 = 0$

วิธีทำ ให้ $p(x) = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$

$$= (x - \frac{1}{2})(6x - 2)(x - 1)$$

ดังนั้น $6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 = 0$

$$(x - \frac{1}{2})(6x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1$$

15. <u>สมบัติการไม่เท่ากัน</u>

สมาชิกของ R^+ เรียกว่าจำนวนบวก และถ้า $-a \in R^+$ เราเรียก a ว่า จำนวนลบ

$a < b$ หมายความว่า $b-a \in R^+$

$a > b$ หมายความว่า $a-b \in R^+$

สมบัติไตรวิภาค (Trichotomy property)

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a = b$, $a < b$ และ $a > b$ จะเป็นจริงเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการไม่เท่ากัน

ทฤษฎีบท 1 สมบัติการถ่ายทอด

ถ้า $a > b$ และ $b > c$ แล้ว $a > c$

ทฤษฎีบท 2 สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน

ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$ เมื่อ c เป็นจำนวนใด ๆ

ทฤษฎีบท 3 จำนวนบวกและจำนวนลบเปรียบเทียบกับ 0

a เป็นจำนวนบวก ก็ต่อเมื่อ $a > 0$

a เป็นจำนวนลบ ก็ต่อเมื่อ $a < 0$

ทฤษฎีบท 4 สมบัติของการคูณด้วยจำนวนเท่ากันที่ไม่เป็นศูนย์

กรณี 1 ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$

กรณี 2 ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$

ทฤษฎีบท 5 สมบัติการตัดออกสำหรับการบวก

ถ้า $a+c > b+c$ แล้ว $a > b$

ทฤษฎีบท 6 สมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ

กรณี 1 ถ้า $ac > bc$ และ $c > 0$ แล้ว $a > b$

กรณี 2 ถ้า $ac > bc$ และ $c < 0$ แล้ว $a < b$

ทฤษฎีบท 7 ถ้า r และ s เป็นจำนวนจริง และ $r < s$ จะมีจำนวนตรรกยะ c ซึ่ง $r< c <s$

16. <u>ช่วง</u>

เมื่อเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริงและ $a < b$

ช่วงเปิด (a,b) หมายถึง $\{ x \mid a < x < b \}$ แทนด้วยเส้นจำนวน

ช่วงปิด $[a,b]$ หมายถึง $\{ x \mid a \leq x \leq b \}$ แทนด้วยเส้นจำนวน

ช่วงครึ่งเปิด $(a,b]$ หมายถึง $\{ x \mid a < x \leq b \}$ แทนด้วยเส้นจำนวน

ช่วงครึ่งเปิด $[a,b)$ หมายถึง $\{ x \mid a \leq x < b \}$ แทนด้วยเส้นจำนวน

ช่วง (a, ∞) หมายถึง $\{ x \mid x > a \}$ แทนด้วยเส้นจำนวน

ช่วง $[a, \infty)$ หมายถึง $\{ x \mid x \geq a \}$ แทนด้วยเส้นจำนวน

ช่วง $(-\infty, a)$ หมายถึง $\{ x \mid x < a \}$ แทนด้วยเส้นจำนวน

ช่วง $(-\infty, a]$ หมายถึง $\{ x \mid x \leq a \}$ แทนด้วยเส้นจำนวน

ช่วง $(-\infty, \infty)$ หมายถึง เซตของจำนวนจริง แทนด้วยเส้นจำนวน

17. <u>การแก้อสมการตัวแปรเดียว</u>

การแก้อสมการ คือ การหาเซตคำตอบของอสมการ

การแก้อสมการจะใช้สมบัติ 2 ข้อ คือ

1. การบวกจำนวนจริงเข้าทั้งสองข้างของอสมการ
2. การคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนจริงบวก

เช่น จงแก้อสมการ $3x + 5 < x - 7$

วิธีทำ กำหนดให้ว่า $3x + 5 < x - 7$

บวกด้วย -5 ทั้งสองข้างจะได้ $3x < x - 12$

บวกด้วย -x ทั้งสองข้างจะได้ $2x < -12$

คูณด้วย $\frac{1}{2}$ ทั้งสองข้าง จะได้ $x < -6$

ดังนั้น ค่าของ x ที่สอดคล้องอสมการที่กำหนดเป็นจำนวนจริงที่น้อยกว่า -6

เซตคำตอบของอสมการคือ $\{ x \mid x < -6 \}$

18. สมบัติของค่าสัมบูรณ์

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $|a|$ หมายถึง ระยะห่างระหว่างจุดแทน 0 กับจุดแทน a บนเส้นจำนวน

ให้ a เป็นจำนวนจริง

$$|a| = \begin{cases} a & \text{ถ้า } a > 0 \\ 0 & \text{ถ้า } a = 0 \\ -a & \text{ถ้า } a < 0 \end{cases}$$

สมบัติบางประการของค่าสัมบูรณ์

ทฤษฎีบท เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริง

1. $|x| = |-x|$
2. $|xy| = |x||y|$
3. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$
4. $|x - y| = |y - x|$
5. $|x|^2 = x^2$
6. $|x + y| \leq |x| + |y|$

19. การแก้สมการตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์

เป็นการหาคำตอบของสมการ โดยอาศัยสมบัติของค่าสัมบูรณ์

เช่น จงหาค่าของ x ในสมการ $|x + 5| = 7$

วิธีทำ กำหนดให้ $|x + 5| = 7$

จากสมบัติของค่าสัมบูรณ์ จะได้ว่า $x + 5 = 7$ ถ้า $(x + 5) > 0$

และ $x + 5 = -7$ ถ้า $(x + 5) < 0$

ดังนั้น ถ้า $x + 5 = 7$ จะได้ $x = 2$

ถ้า $x + 5 = -7$ จะได้ $x = -12$

คำตอบของสมการที่กำหนดคือ 2 กับ -12

เซตคำตอบของสมการคือ $\{2, -12\}$

20. การแก้อสมการตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์

เป็นการหาคำตอบของอสมการ โดยอาศัยสมบัติต่อไปนี้

ทฤษฎีบท เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก

1. $|x| < a$ ความหมายตรงกับ $-a < x < a$
2. $|x| \leq a$ ความหมายตรงกับ $-a \leq x \leq a$
3. $|x| > a$ ความหมายตรงกับ $x < -a$ หรือ $x > a$

4. $|x| \geq a$ ความหมายตรงกับ $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$

เช่น จงหาค่าของ x เมื่อกำหนด $|2x + 3| < 5$

วิธีทำ $2x + 3 < 5$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-5 < 2x + 3 < 5$

นั่นคือ $-5 - 3 < 2x + 3 - 3 < 5 - 3$

$$-8 < 2x < 2$$

ดังนั้น $-4 < x < 1$

เซตคำตอบของอสมการคือ $\{ x \mid -4 < x < 1 \}$

<u>สมบัติความบริบูรณ์</u>

21. <u>การมีขอบเขตบนและค่าขอบเขตบนของสับเซตของจำนวนจริงและค่าขอบเขตบนที่น้อยที่สุดของสับเซตของจำนวนจริง</u>

นิยาม ให้ $S \subset R$ กล่าวว่า จำนวนจริง u จะเป็นค่าขอบเขตบนของ S ก็ต่อเมื่อ u ไม่น้อยกว่าสมาชิกใด ๆ ของ S ในกรณีนี้เรากล่าวว่า S มีขอบเขตบน

สัจพจน์การมีค่าขอบเขตบนน้อยสุด

สับเซตใด ๆ ที่ไม่ใช่เซตว่างของ R ถ้ามีขอบเขตบนแล้วสับเซตนั้นมีค่าขอบเขตบนน้อยสุดใน R

เช่น จงหาค่าขอบเขตบนและค่าขอบเขตบนน้อยสุดของ S เมื่อกำหนดเซต S เป็นดังนี้

1. $S = \{ 1,2,3,4 \}$

ค่าขอบเขตบนของ S คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 4 และค่าขอบเขตบนน้อยสุดของ S คือ 4

2. $S = (-3,9)$

ค่าขอบเขตบนของ S คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 9 และค่าขอบเขตบนน้อยสุดของ S คือ 9

3. $S = [-6, \infty)$

ไม่มีค่าขอบเขตบนและไม่มีค่าขอบเขตบนน้อยสุด

4. $S = \phi$

ค่าขอบเขตบนของ S คือ จำนวนจริงทุกจำนวน แต่ไม่มีค่าขอบเขตบนน้อยสุด

22. <u>สัญลักษณ์การหารลงตัวและสมบัติการหารลงตัว</u>

นิยาม ให้ m และ $n \neq 0$ เป็นจำนวนเต็ม n หาร m ลงตัวก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม c ซึ่ง $m = nc$ เรียก n ว่า ตัวหาร (divisor) ตัวหนึ่งของ m

ใช้ $n \mid m$ แทน "n หาร m ลงตัว" และ $n \nmid m$ แทน "n หาร m ไม่ลงตัว"

สมบัติการหารลงตัว

ทฤษฎีบท 1 ถ้า $a \mid b$ และ $b \mid c$ จะได้ $a \mid c$

ทฤษฎีบท 2 ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a \mid b$ จะได้ $a < b$

ทฤษฎีบท 3 ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $a \mid b$ และ $a \mid c$ จะได้ $a \mid (bx + cy)$ โดย x และ y เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

23. <u>จำนวนเฉพาะ</u>

นิยาม จำนวนเต็ม $p \neq 0$ จะเป็นจำนวนเฉพาะก็ต่อเมื่อ $p \neq 1$, $p \neq -1$ และถ้าจำนวนเต็ม x หาร p ลงตัวจะได้ $x \in \{ 1, -1, p, -p \}$

เรียกจำนวนเฉพาะที่เป็นจำนวนเต็มบวกว่า "จำนวนเฉพาะบวก" เช่น 2,3,5,7,11, 13,17,... จำนวนอื่น ๆ นอกจาก 0, 1, -1 และจำนวนเฉพาะเรียกว่า "จำนวนประกอบ" จำนวนประกอบที่เป็นบวกสามารถแยกตัวประกอบได้

ทฤษฎีบท 4 (หลักการมีตัวประกอบชุดเดียว)

ทุกจำนวนเต็ม ที่มากกว่า 1 จะสามารถแยกตัวประกอบเฉพาะดังต่อไปนี้ได้รูปเดียว $n = p_1^{\alpha} \cdot p_2^{\alpha} \cdot p_3^{\alpha} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha}$ ซึ่ง $p_1 < p_2 < p_3 < \ldots < p_k$ และทุกตัวเป็นจำนวนเฉพาะ เช่น จงหาตัวประกอบของ 252

$$252 = 2.2.3.3.7$$
$$= 2^2.3^2.7$$

24. <u>ทฤษฎีบทและขั้นตอนวิธีการหาร</u>

ทฤษฎีบท ให้ m และ n เป็นจำนวนเต็ม $n \neq 0$ จะมีจำนวนเต็ม q และ r ชุดเดียว ซึ่ง $m = nq + r$ โดย $0 \leq r < n$ เรียก q ว่า ผลหาร และ r ว่า เศษ

นิยาม จำนวนเต็ม a จะเป็นจำนวนคู่ก็ต่อเมื่อ สามารถเขียน $a = 2m$ เมื่อ m เป็นจำนวนเต็ม

จำนวนเต็ม a จะเป็นจำนวนคี่ก็ต่อเมื่อ สามารถเขียน $a = 2n+1$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม

25. <u>สัญลักษณ์ของ ค.ร.น. และ ห.ร.ม.</u>

นิยาม กำหนดจำนวนเต็ม a, b ซึ่ง $a^2 + b^2 \neq 0$

จำนวนเต็มบวก d จะเป็นตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของ a, b ก็ต่อเมื่อ

1. $d \mid a$ และ $d \mid b$
2. ถ้า c เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $c \mid a$ และ $c \mid b$ จะได้ว่า $c \mid d$

แทน ห.ร.ม. ที่เป็นบวกของ a, b ด้วย (a,b)

การเขียน ห.ร.ม. ในรูปผลรวมเชิงเส้นของ m, n ได้ เมื่อ m,n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

ถ้า $1 = (m,n)$ จะได้ $1 = mx + ny$, $x,y \in I$ และ

ถ้า $1 = mx + ny$, $x,y \in I$ ให้ $d = (m,n)$ จะได้ $d \mid 1$ ดังนั้น $d = 1$

สรุปได้ว่า $1 = (m,n)$ ก็ต่อเมื่อ $1 = mx + ny$ สำหรับจำนวนเต็ม x,y บางตัว

กรณีที่ $(m,n) = 1$ เรียก m,n ว่าเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ (relatively primes)

ทฤษฎีบท กำหนดจำนวนเต็ม m, n และจำนวนเฉพาะ p ถ้า $p \mid mn$ จะได้ $p \mid m$ หรือ $p \mid n$

ทฤษฎีบท ถ้า $d = (m,n)$ และ $m = Md$, $n = Nd$ จะได้ $1 = (M,N)$

นิยาม ให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ c จะเป็นตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ของ m และ n ก็ต่อเมื่อ

1. $m \mid c$ และ $n \mid c$
2. ถ้า a เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $m \mid a$ และ $n \mid a$ จะได้ $c \mid a$

แทน ค.ร.น. ที่เป็นบวกของ m,n ด้วย [m,n]

ทฤษฎีบท ถ้า d และ c เป็น ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ที่เป็นบวกของจำนวนเต็ม m, n ตามลำดับจะได้ว่า $dc = mn$

เช่น จงหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ 72 กับ 120

1	72	120	1
	48	72	
	24	48	2
		48	

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 72 กับ 120 คือ 24

หรือ $(72,120) = 24$

จาก $(72,120).[72,120] = 72 \cdot 120$

$24 \cdot [72,120] = 8640$

$[72,120] = 8640$

ดังนั้น $[72,120] = 360$

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "ระบบจำนวนจริง"
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "ระบบจำนวนจริง" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับนี้เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเพื่อศึกษาผลการเรียนคณิตศาสตร์ แบบทดสอบฉบับนี้ได้แบ่งออกเป็น 3 ตอน ได้แก่

1. ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง
2. การแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียว
3. สมบัติความบริบูรณ์

แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ฉบับนี้จะไม่มีผลต่อคะแนนการเรียนหรือชื่อเสียงของนักเรียนและโรงเรียน จึงใคร่ขอความร่วมมือจากนักเรียนให้ทำข้อสอบฉบับนี้อย่างเต็มความสามารถและทำทุกข้อ โดยไม่ต้องเขียนชื่อนักเรียนและชื่อโรงเรียนลงในกระดาษคำตอบ

2. แบบทดสอบมีทั้งหมด 75 ข้อ ใช้เวลา 2 ชั่วโมง

3. เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว และทำเครื่องหมาย × ลงในช่องที่ตรงกับข้อที่ท่านเลือกในกระดาษคำตอบ

4. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ให้ทำเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิมและทำเครื่องหมาย × ลงในช่องที่เลือกใหม่

ตัวอย่างกระดาษคำตอบ

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1	$\not\times$	×		

ข้อ ก เป็นข้อที่นักเรียนไม่ต้องการเลือก จึงเปลี่ยนคำตอบเป็นข้อ ข

ขอขอบคุณในความร่วมมือ

แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง "ระบบจำนวนจริง"
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

****

1. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
   ก. {0,1,2,3,...} เป็นเซตของจำนวนนับ
   ข. {...,0,1,2,...}เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
   ค. {0,-1,-2,-3,...}เป็นเซตของจำนวนเต็มลบ
   ง. {0,-1,1,-2,2,-3,3,...}เป็นเซตของจำนวนเต็ม
2. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง
   ก. จำนวนนับที่น้อยที่สุดคือ 1
   ข. จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดคือ 0
   ค. จำนวนเต็มลบที่มากที่สุดคือ -1
   ง. ถ้า a เป็นจำนวนเต็ม แล้วสามารถหาจำนวนเต็มที่มากกว่า a ได้เสมอ
3. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
   ก. เซตของจำนวนเต็มลบเป็นเซตจำกัด
   ข. เซตของจำนวนนับเป็นสับเซตแท้ของจำนวนเต็มบวก
   ค. เซตของจำนวนเต็มบวกเท่ากับเซตของจำนวนนับ
   ง. ศูนย์เป็นสมาชิกของเซตของจำนวนเต็มบวก และเซตของจำนวนเต็มลบ
4. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะทุกจำนวน
   ก. $\frac{22}{7}$, $\sqrt{25}+\sqrt{16}$, $\frac{4.9}{2}$
   ข. 3.03003... , $\sqrt{256}$, $-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}$
   ค. $\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{(-5)^2}$, 2.020202...
   ง. $\sqrt{61}+\sqrt{16}$, $\sqrt{(-12)^2}$, $\frac{5.83}{4}$
5. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
   ก. ถ้า a เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว $\sqrt{a}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
   ข. ถ้า $\sqrt{a}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ แล้ว a เป็นจำนวนตรรกยะ
   ค. ถ้า a เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว a^2 เป็นจำนวนตรรกยะ
   ง. ถ้า a เป็นจำนวนอตรรกยะ แล้ว a^2 เป็นจำนวนอตรรกยะ

6. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
   - ก. สามารถหาจำนวนตรรกยะที่มากที่สุดแต่น้อยกว่า 2 ได้
   - ข. สามารถหาจำนวนอตรรกยะที่มากที่สุดแต่น้อยกว่า 3 ได้
   - ค. ไม่สามารถหาจำนวนอตรรกยะ 2 จำนวนใด ๆ ที่คูณกันแล้วได้จำนวนตรรกยะ
   - ง. ไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะที่นำมาบวกกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ
7. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนจริงทุกจำนวน
   - ก. $\sqrt{(-3)^2}$, $\sqrt[3]{-27}$, -1.01001...
   - ข. $\sqrt{\sqrt{4}-\sqrt{16}}$, $\sqrt{8}-\sqrt{25}$, $\sqrt{2}-\sqrt{2}$
   - ค. -3.16 , $-\sqrt{12}+\sqrt{9}$, $\sqrt{-121}$
   - ง. $\sqrt{2}-\sqrt{3}$, $\sqrt{\sqrt{3}-2}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$
8. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้<u>ไม่ถูกต้อง</u>
   - ก. เซตของจำนวนเต็มเป็นสับเซตแท้ของเซตของจำนวนจริง
   - ข. เซตของจำนวนจริงอินเตอร์เซกชันกับเซตจำนวนนับได้เซตอนันต์
   - ค. เซตของจำนวนเต็มกับเซตของจำนวนตรรกยะมีสมาชิกร่วมกัน
   - ง. ผลต่างระหว่างเซตของจำนวนตรรกยะกับเซตของจำนวนจริงเป็นเซตอนันต์
9. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง แล้วข้อใดต่อไปนี้<u>ไม่ถูกต้อง</u>
   - ก. a+b เป็นจำนวนจริง
   - ข. a-b เป็นจำนวนจริง
   - ค. ab เป็นจำนวนจริง
   - ง. $\frac{a}{b}$ เป็นจำนวนจริง
10. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง เมื่อกำหนดให้ a, b และ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ
    - ก. ถ้า $ax < b$ และ $a \neq 0$ แล้ว $x < \frac{b}{a}$
    - ข. ถ้า $ax = ab$ แล้ว $x = b$
    - ค. ถ้า $ax > ab$ และ $a < 0$ แล้ว $x < b$
    - ง. ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^2 > a$
11. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้<u>ไม่ถูกต้อง</u>
    - ก. ถ้า $ab = cd$ และ $a = c$ แล้ว $b = d$
    - ข. ถ้า $ab = cd$ แล้ว $cd = ba$
    - ค. ถ้า $a+b = c+d$ และ $a=d$ แล้ว $b = c$
    - ง. ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$
12. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้<u>ไม่ถูกต้อง</u>
    - ก. ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
    - ข. ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$
    - ค. ถ้า $ab = ac$ และ $a \neq 0$ แล้ว $b = c$
    - ง. ถ้า $ab = a$ แล้ว $b = 1$
13. เซตในข้อใดต่อไปนี้มีสมบัติปิดการบวก
    - ก. เซตของจำนวนคี่
    - ข. เซตของจำนวนคู่
    - ค. เซตของจำนวนอตรรกยะ
    - ง. { -2 , -1 , 0 , 1 ,2 }

14. กำหนดให้ $A = \{ -1,0,1 \}$ แล้วข้อความในข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. A มีสมบัติปิดการบวก ข. A มีสมบัติสลับที่การบวก

ค. A มีสมบัติเปลี่ยนกลุ่มการบวก ง. A มีอินเวอร์สการบวก

15. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\{ -1,0,1,2,3,4,...\}$ มีสมบัติปิดการบวก ข. $\{-2,-1,0,1,2\}$ มีอินเวอร์สการบวก

ค. $\{-1,-2,-3,...\}$ มีเอกลักษณ์การบวก ง. $\{...,-2,-1,1,2,...\}$ มีอินเวอร์สการบวก

16. เซตในข้อใดต่อไปนี้มีสมบัติปิดการคูณ

ก. เซตของจำนวนคู่ ข. เซตของจำนวนเต็มลบ

ค. เซตของจำนวนเฉพาะบวก ง. เซตของจำนวนอตรรกยะ

17. เซตในข้อใดต่อไปนี้มีอินเวอร์สการคูณ

ก. เซตของจำนวนคี่ ข. เซตของจำนวนเต็ม ยกเว้น ศูนย์

ค. เซตของจำนวนคู่ ยกเว้น ศูนย์ ง. เซตของจำนวนตรรกยะ ยกเว้น ศูนย์

18. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. เซตของจำนวนเต็มมีเอกลักษณ์การคูณ

ข. เซตของจำนวนเต็มมีอินเวอร์สการคูณ

ค. เซตของจำนวนตรรกยะมีสมบัติปิดการคูณ

ง. เซตของจำนวนอตรรกยะมีสมบัติสลับที่การคูณ

19. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $a \in R$ แล้ว $a \in R^+$ หรือ $-a \in R^+$ ข. $0 \in R^+$ และ $0 \in R^-$

ค. ถ้า $a, b \in R$ แล้ว $a+b \in R^+$ ง. ถ้า $-a, -b \in R^+$ แล้ว $ab \in R^+$

20. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า $ac = bc$ แล้ว $a = b$ ข. ถ้า $a+c = b+c$ แล้ว $a = b$

ค. ถ้า $ab \neq 0$ แล้ว $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ ง. ถ้า $a,b \in R$ แล้ว $(-a)b = (-b)a$

21. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $a+b \in R^+$ แล้ว $a,b \in R^+$ ข. ถ้า $ab \in R^+$ แล้ว $a,b \in R^+$

ค. ถ้า $b = c$ แล้ว $a+b = a+c$ ง. ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

22. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง เมื่อกำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ก. $ab - ac = a(b-c)$ ข. $a-b = a+(-b)$

ค. $ac-bc = c(a-b)$ ง. $ac-ab = (-a)(b-c)$

23. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว a(b-c) เป็นจำนวนจริงบวก

ข. ถ้า $a < 0$ และ $b < 0$ แล้ว $a-b < 0$

ค. ถ้า $a > 0$ และ $b > 0$ แล้ว $a-b > 0$

ง. ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $a-c > b-c$

24. เซตในข้อใดต่อไปนี้มีสมบัติปิดการลบ

ก. เซตของจำนวนเต็มลบ ข. เซตของจำนวนเต็มบวก

ค. เซตของจำนวนตรรกยะ ง. เซตของจำนวนอตรรกยะ

25. เซตในข้อใดต่อไปนี้มีสมบัติปิดการหาร

ก. เซตของจำนวนตรรกยะ ยกเว้น ศูนย์ ข. เซตของจำนวนอตรรกยะ

ค. เซตของจำนวนเต็ม ยกเว้น ศูนย์ ง. เซตของจำนวนนับ

26. เซตของจำนวนจริงมีสมบัติข้อใดต่อไปนี้

ก. สมบัติปิดการหาร ข. สมบัติสลับที่การหาร

ค. เอกลักษณ์การหาร ง. อินเวอร์สการหาร

27. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $b,d \neq 0$

ก. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ ข. $\frac{ab}{cd} = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d}$

ค. $\frac{a}{\frac{c}{b}} = \frac{ab}{c}$ ง. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

28. เศษที่ได้จากการหาร $p(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1$ ด้วย $x - 2$ คือข้อใด

ก. -93 ข. 93

ค. -3 ง. 3

29. จงหาค่า k ที่ทำให้การหาร $p(x) = 2x^3 + x^2 - kx + 3$ ด้วย $x + 3$ ลงตัว

ก. -14 ข. 14

ค. -42 ง. 42

30. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้าหาร $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ ด้วย $x + 1$ เหลือเศษ 6

ข. ถ้าหาร $p(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x + 5$ ด้วย $x - 2$ เหลือเศษ -35

ค. ถ้าหาร $p(x) = x^4 - 3x^2 - 2x + 3$ ด้วย $x-3$ เหลือเศษ -51

ง. ถ้าหาร $p(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 5$ ด้วย $x + 2$ เหลือเศษ 7

31. ข้อใดต่อไปนี้เป็นตัวประกอบของ $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

ก. $x + 3$　　ข. $x + 2$

ค. $x - 3$　　ง. $x - 1$

32. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ใช่ตัวประกอบของ $p(x) = x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 24x - 36$

ก. $x + 2$　　ข. $x - 2$

ค. $x + 3$　　ง. $x - 3$

33. ตัวประกอบทั้งหมดของ $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ คือข้อใด

ก. $(x-1)(x-3)(x+2)$　　ข. $(x+1)(x+2)(x-3)$

ค. $(x+1)(x+3)(x-2)$　　ง. $(x-1)(x-2)(x+3)$

34. ข้อใดคือเซตคำตอบของสมการ $x^3 - x^2 - 10x - 8 = 0$

ก. $\{-1,-2,-4\}$　　ข. $\{-4,-2,1\}$

ค. $\{-4,1,2\}$　　ง. $\{-2,-1,4\}$

35. ข้อใดไม่ใช่คำตอบของสมการ $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

ก. 3　　ข. 4

ค. -2　　ง. -3

36. ผลบวกของคำตอบของสมการ $x^3 - 2x^2 - 23x + 60 = 0$ คือข้อใด

ก. 2　　ข. 3

ค. 4　　ง. 5

37. ข้อใดเป็นตัวประกอบของพหุนาม $p(x) = 6x^3 + 13x^2 + 4x - 3$

ก. $(x - 1)$　　ข. $(x + 1)$

ค. $(2x - 3)$　　ง. $(3x + 1)$

38. ข้อใดไม่ใช่ตัวประกอบของพหุนาม $p(x) = 4x^3 + 8x^2 - 9x - 18$

ก. $(2x + 3)$　　ข. $(2x - 3)$

ค. $(x + 2)$　　ง. $(x - 2)$

39. พหุนาม $3x + 1$ เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของพหุนามในข้อใด

ก. $p(x) = 3x^3 + 7x^2 - 7x - 3$　　ข. $p(x) = 3x^3 + 5x^2 + x - 1$

ค. $p(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$　　ง. $p(x) = 3x^3 - 4x^2 - 13x - 6$

40. ข้อใดคือเซตคำตอบของสมการ $6x^3 - 23x^2 - 5x + 4 = 0$

ก. $\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 4\}$　　ข. $\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 4\}$

ค. $\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 4 \}$ ง. $\{ -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 4 \}$

41. ข้อใด <u>ไม่ใช่</u> คำตอบของสมการ $3x^4 + x^3 - 21x^2 + 11x + 6 = 0$

ก. 2 ข. -3

ค $\frac{1}{3}$ ง. $\frac{-1}{3}$

42. ผลบวกของคำตอบของสมการ $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = 0$ คือข้อใด

ก. 1 ข. 2

ค. $\frac{1}{2}$ ง. $\frac{3}{2}$

43. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $0<a<b$ แล้ว $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ข. ถ้า $a<b<0$ แล้ว $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

ค. ถ้า $a<b$ แล้ว $\frac{a-b}{2} < 0$ ง. ถ้า $a<b$ แล้ว $1-a < 1-b$

44. กำหนดให้ $-3 < x < -1$ และ $-5 < y < -4$ ต่อไปนี้ข้อใด<u>ไม่ถูกต้อง</u>

ก. $-8 < x+y < -5$ ข. $2 < x-y < 3$

ค. $4 < xy < 15$ ง. $\frac{1}{5} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$

45. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้<u>ไม่ถูกต้อง</u>

ก. ถ้า $1 < x < 2$ และ $2 < y < 3$ แล้ว $3 < x+y < 5$

ข. ถ้า $1 < x < 5$ และ $5 < y < 6$ แล้ว $5 < xy < 30$

ค. ถ้า $6 < x < 9$ และ $3 < y < 4$ แล้ว $\frac{3}{2} < \frac{x}{y} < 3$

ง. ถ้า $-5 < x < 10$ แล้ว $0 < x < 10$

46. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $(-3, \infty) = \{ x \mid x \geq -3 \}$ ข. $(-\infty, 4] = \{ x \mid x < 4 \}$

ค. $(-4,6] = \{ x \mid -4 \leq x < 6 \}$ ง. $[2,10) = \{ x \mid 2 \leq x < 10 \}$

47. กำหนดให้ $A = [3,5)$ และ $B = (-1,4]$ แล้ว $A \cap B$ คือข้อใด

ก. $(-1,5)$ ข. $[3,4)$

ค. $[3,4]$ ง. $(3,4]$

48. กำหนดให้ $M = (-5,3]$ และ $N = [-1,1)$ แล้ว M-N คือข้อใด

ก. $(-5,-1) \cup [1,3]$ ข. $(-5,-1] \cup [1,3]$

ค. $(-5,-1) \cup (1,3]$ ง. $(-5,-1] \cup (1,3]$

49. ข้อใดคือคำตอบของอสมการ $3x - 7 \leq -4$

ก. $(-\infty, -1]$ ข. $(-\infty, -1)$

ค. $(-\infty, 1]$ ง. $(-\infty, 1)$

50. คำตอบของอสมการ $7x - 5 \geq 3x + 7$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใด

ก. $(3, \infty)$ ข. $[3, \infty)$

ค. $(-\infty, 3)$ ง. $(-\infty, 3]$

51. คำตอบของอสมการ $3x + 1 > 16$ ทำให้อสมการในข้อใดเป็นจริง

ก. $2x - 3 > 5$ ข. $x - 3 > 4$

ค. $7 - 2x < 5$ ง. $3 - x < -10$

52. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $|15-24| = -|9|$ ข. $|7-20| = |7| - |20|$

ค. $|-8+6| = |-8| + |6|$ ง. $|25+13| = |25| + |13|$

53. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $|a-b| = |a| - |b|$ ข. $|a+b| = |a| - |b|$

ค. $|ab| = |a||b|$ ง. $|a+b| \geq |a-b|$

54. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $xy < 0$ แล้ว $|x+y| = |x| + |y|$ ข. ถ้า $xy > 0$ แล้ว $|x+y| = |x| + |y|$

ค. $|x| + |y| < |x+y| \leq ||x| - |y||$ ง. $|x+y|^2 = |x|^2 + |y|^2$

55. คำตอบของสมการ $|5x - 7| = 13$ คือข้อใด

ก. 4 ข. -4

ค. $\frac{5}{6}$ ง. $\frac{-5}{6}$

56. คำตอบของสมการ $|3x + 5| = 4x - 1$ คือข้อใด

ก. $-\frac{5}{7}$ ข. $\frac{5}{7}$

ค. -6 ง. 6

57. คำตอบของสมการ $|2x^2 + 7x + 4| = 8$ คือข้อใด

ก. -4 ข. 4

ข. $-\frac{1}{2}$ ง. 2

58. คำตอบของอสมการ $|3x + 4| \leq 5$ คือข้อใด

ก. $(-\infty, -3) \cup (\frac{1}{3}, \infty)$ ข. $(-\infty, -3] \cup [\frac{1}{3}, \infty)$

ค. $(-3, \frac{1}{3})$ ง. $[-3, \frac{1}{3}]$

59. คำตอบของอสมการ $|5x - 9| > 6$ คือข้อใด

ก. $(3, \infty) \cup (-\infty, \frac{3}{5})$ ข. $(\frac{3}{5}, 3)$

ค. $[3, \infty) \cup (-\infty, \frac{3}{5}]$ ง. $[\frac{3}{5}, 3]$

60. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า $|x-2| < 1$ แล้ว $1 < x < 3$ ข. ถ้า $|x+2| > 5$ แล้ว $x < -7$ หรือ $x > 3$

ค. ถ้า $|x+3| < 1$ แล้ว $2 \leq |x| \leq 3$ ง ถ้า $|x+2| < 5$ แล้ว $0 \leq |x| \leq 7$

61. ข้อใดมีขอบเขตบนและค่าขอบเขตบนน้อยที่สุด

ก. $(-\infty, \infty)$ ข. $(4, \infty)$

ค. $(-8, 9)$ ง. ϕ

62. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $(-4,-1)$ ค่าขอบเขตบนน้อยที่สุดคือ -1

ข. $(-\infty,5]$ ขอบเขตบนคือจำนวนเต็มทุกจำนวนที่มากกว่า 5

ค. $(3,\infty)$ สามารถหาขอบเขตบนได้

ง. ϕ สามารถหาค่าขอบเขตบนน้อยที่สุดได้

63. เซตในข้อใดมีขอบเขตบน

ก. เซตของจำนวนนับ　　ข. เซตของจำนวนคู่บวก

ค. เซตของจำนวนเต็มลบ　　ง. เซตของจำนวนตรรกยะ

64. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $-3 \mid 12$　　ข. $4 \mid 96$

ค. $-6 \mid 126$　　ง. $7 \mid -153$

65. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า $2 \mid x$ แล้ว $2 \mid 3x$ เมื่อ $x \in I$

ข. ถ้า $3 \mid x$ และ $3 \mid y$ แล้ว $9 \mid xy$ เมื่อ $x,y \in I$

ค. ถ้า $5 \mid x$ และ $11 \mid x$ แล้ว $55 \mid x$

5

ง. ถ้า $3 \mid x$ แล้ว $3 \mid (x+1)$

66. กำหนดให้ a,b,c เป็นจำนวนเต็ม แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. ถ้า $a \mid (b+c)$ แล้ว $a \mid b$ หรือ $a \mid c$

ข. ถ้า $a \mid bc$ แล้ว $a \mid b$ หรือ $a \mid c$

ค. ถ้า $a \mid (2a-3b)$ และ $a \mid (4a-5b)$ แล้ว $a \mid b$

ง. ถ้า $a \mid c$ และ $b \mid c$ แล้ว $ab \mid c$

67. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนเฉพาะ

ก. 231　　ข. 247

ค. 577　　ง. 697

68. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ

ก. 227　　ข. 221

ค. 157　　ง. 149

69. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

ก. 56 , 91　　ข. 119 , 85

ค. 138 , 253　　ง. 272 , -135

70. ข้อใดแสดงขั้นตอนวิธีการหารถูกต้อง

ก. $93 = 18 \times 6 + (-15)$

ข. $237 = 24 \times 9 + 21$

ค. $299 = 17 \times 16 + 27$

ง. $1239 = 136 \times 9 + 5$

71. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. สามารถนำขั้นตอนวิธีการหารไปหา ค.ร.น.ของเลข 2 จำนวนได้

ข. ขั้นตอนวิธีการหารจะประกอบด้วย ตัวตั้ง ตัวหาร ผลหาร และเศษ

ค. ขั้นตอนวิธีการหารเป็นการเขียนเลข 2 จำนวน ให้อยู่ในรูป $a = bq + r$

ง. เศษจากการหารในขั้นตอนวิธีการหารจะต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์แต่น้อยกว่าค่าสัมบูรณ์ของตัวหาร

72. ขั้นตอนวิธีการหารสามารถนำไปใช้ในเรื่องต่าง ๆ ยกเว้น

ก. นิยามจำนวนคู่

ข. นิยามจำนวนคี่

ค. การหาคำตอบของสมการ

ง. การหาตัวหารร่วมมาก

73. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $(30 , 42) = 3$

ข. $(93 , 45) = 1$

ค. $(72 ,148) = 4$

ง. $(120,150) = 15$

74. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $(32 , 48) = 16$ แล้ว $[32 , 48] = 96$

ข. ถ้า $(105,245) = 35$ แล้ว $[105,245] = 147$

ค. ถ้า $[48 , 26] =156$ แล้ว $(48 , 26) = 8$

ง. ถ้า $[64 ,108] = 3456$ แล้ว $(64 ,108) = 2$

75. ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $(x , 38) = 19$ และ $[x , 38] =144$ แล้ว $x = 72$

ข. ถ้า $(45 , x) = 9$ และ $[x , 45] =625$ แล้ว $x = 125$

ค. ถ้า $(148, x) = 36$ และ $[148, x] =111$ แล้ว $x = 27$

ง. ถ้า $(x ,245) = 49$ และ $[245, x] =490$ แล้ว $x = 98$

****

ขอบคุณที่ให้ความร่วมมือ

ภาคผนวก จ

เฉลยแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบจำนวนจริง

1. ตอบข้อ ง
   - ข้อ ก ผิด เพราะ เซตของจำนวนนับไม่มี 0
   - ข้อ ข ผิด เพราะ เซตของจำนวนเต็มบวก ไม่มี -1 และ 0
   - ข้อ ค ผิด เพราะ เซตของจำนวนเต็มลบ ไม่มี 0
2. ตอบข้อ ข
   - ข้อ ข ผิด เพราะ จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดคือ 1
3. ตอบข้อ ค
   - ข้อ ก ผิด เพราะ เซตของจำนวนเต็มลบเป็นเซตอนันต์
   - ข้อ ข ผิด เพราะ เซตของจำนวนนับมีจำนวนสมาชิกเท่ากับเซตของจำนวนเต็มบวก จึงไม่เป็นสับเซตแท้
   - ข้อ ง ผิด เพราะ ศูนย์ไม่เป็นสมาชิกของเซตของจำนวนเต็มบวกและของเซตของจำนวนเต็มลบ
4. ตอบข้อ ก
   - ข้อ ข ผิด เพราะ 3.03003... เป็นจำนวนอตรรกยะ
   - ข้อ ค ผิด เพราะ $\frac{\pi}{2}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
   - ข้อ ง ผิด เพราะ $\sqrt{61} + \sqrt{16}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
5. ตอบข้อ ค
   - ข้อ ก ผิด เพราะ ถ้า $a = 4$ a และ $\sqrt{a}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
   - ข้อ ข ผิด เพราะ ถ้า $\sqrt{a} = \sqrt{\sqrt{2}}$ $\sqrt{a}$ และ a เป็นจำนวนอตรรกยะ
   - ข้อ ง ผิด เพราะ ถ้า $a = \sqrt{3}$ จะได้ $a^2 = 3$ เป็นจำนวนตรรกยะ
6. ตอบข้อ ง
   - ข้อ ก ผิด เพราะ ไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะที่มากที่สุดแต่น้อยกว่า 2 ได้
   - ข้อ ข ผิด เพราะ ไม่สามารถหาจำนวนอตรรกยะที่มากที่สุดแต่น้อยกว่า 3 ได้
   - ข้อ ค ผิด เพราะ สามารถหาจำนวนอตรรกยะ 2 จำนวนที่คูณกันแล้วได้จำนวนตรรกยะ
     เช่น $\sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6$
7. ตอบข้อ ก
   - ข้อ ข ผิด เพราะ $\sqrt{\sqrt{4} - \sqrt{16}}$ ไม่ใช่จำนวนจริง
   - ข้อ ง ผิด เพราะ $\sqrt{-144}$ ไม่ใช่จำนวนจริง

ข้อ ง ผิด เพราะ $\sqrt{\sqrt{3}-2}$ ไม่ใช่จำนวนจริง

8. ตอบข้อ ง ข้อ ง ผิด เพราะ ผลต่างของเซตของจำนวนตรรกยะกับเซตของจำนวนจริงได้เซตว่างเป็นเซตจำกัด

9. ตอบข้อ ง ข้อ ง ผิด เพราะ ถ้า $b = 0$ แล้ว $\frac{a}{b}$ จะหาค่าไม่ได้

10. ตอบข้อ ค ข้อ ก ผิด เพราะ ถ้า $a < 0$ แล้ว $x > \frac{b}{a}$

ข้อ ข ผิด เพราะ ถ้า $a = 0$ แล้ว $x = b$

ข้อ ง ผิด เพราะ ถ้า $a = \frac{1}{2}$ แล้ว $a^2 < a$

11. ตอบข้อ ก ข้อ ก ผิด เพราะ ถ้า $a = c = 0$ แล้ว $b \neq d$

12. ตอบข้อ ง ข้อ ง ผิด เพราะ ถ้า $a = 0$ แล้ว b ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ 1

13. ตอบข้อ ข ข้อ ก ผิด เพราะ จำนวนคี่บวกจำนวนคี่ผลลัพธ์เป็นจำนวนคู่

ข้อ ค ผิด เพราะ จำนวนอตรรกยะบวกจำนวนอตรรกยะผลลัพธ์อาจเป็นจำนวนตรรกยะ เช่น $(-\sqrt{5})+(\sqrt{5}) = 0$

ข้อ ง ผิด เพราะ $2 + 2 = 4$ แต่ $4 \notin \{-2,-1,0,1,2\}$

14. ตอบข้อ ก เพราะ $\{-1,0,1\}$ ไม่มีสมบัติปิดการบวก

15. ตอบข้อ ข ข้อ ก ผิด เพราะ $(-1) + (-1) = -2$ แต่ $-2 \notin \{-1,0,1,2,...\}$

ข้อ ค ผิด เพราะ $\{-1,-2,-3, ...\}$ ไม่มีเอกลักษณ์การบวก

ข้อ ง ผิด เพราะ $\{...,-2,-1,0,1,2,...\}$ ไม่มีเอกลักษณ์การบวก จึงไม่มีอินเวอร์สการบวกด้วย

16. ตอบข้อ ก ข้อ ข ผิด เพราะ จำนวนเต็มลบคูณจำนวนเต็มลบผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

ข้อ ค ผิด เพราะ $2 \times 3 = 6$ แต่ 6 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ข้อ ง ผิด เพราะ จำนวนอตรรกยะคูณจำนวนอตรรกยะผลลัพธ์อาจเป็นจำนวนตรรกยะ เช่น $(\sqrt{3})(\sqrt{3}) = 3$

17. ตอบข้อ ง ข้อ ก ข และ ค ผิด เพราะ เซตของจำนวนเต็มไม่มีอินเวอร์สการคูณ

18. ตอบข้อ ข เพราะเซตของจำนวนเต็มไม่มีอินเวอร์สการคูณ

19. ตอบข้อ ง
ข้อ ก ผิด เพราะ ถ้า $a = 0$ แล้ว $a \notin R^+$ และ $-a \notin R^-$
ข้อ ข ผิด เพราะ $0 \notin R^+$ และ $0 \notin R^-$
ข้อ ค ผิด เพราะ ถ้า $a = -6$ และ $b = 2$ แล้ว $a+b = -4$ แต่ $-4 \notin R^+$

20. ตอบข้อ ก
เพราะ ถ้า $c = 0$ แล้ว a ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ b

21. ตอบข้อ ค
ข้อ ก ผิด เพราะ $(-1)+(5) \in R^+$ แต่ $(-1) \notin R^+$
ข้อ ข ผิด เพราะ $(-2)(-3) \in R^+$ แต่ $(-2),(-3) \notin R^+$
ข้อ ง ผิด เพราะ ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$ เมื่อ $c \neq 0$

22. ตอบข้อ ข
เพราะ $a - b = a + (-b)$ ตามนิยามการลบ

23. ตอบข้อ ง
ข้อ ก ผิด เพราะ ถ้า $a = -2$,$b = 4$, $c = 2$ แล้ว $a(b-c)=-4$
ข้อ ข ผิด เพราะ ถ้า $a = -3$ และ $b = -6$ แล้ว $a-b=3$ ซึ่ง $3 > 0$
ข้อ ค ผิด เพราะ ถ้า $a = 5$ และ $b = 12$ แล้ว $a-b=-7$ ซึ่ง $-7 < 0$

24. ตอบข้อ ค
ข้อ ก ผิด เพราะ จำนวนเต็มลบ ลบ จำนวนเต็มลบ ผลลัพธ์อาจเป็นจำนวนเต็มบวก เช่น $(-1)-(-5)= 4$
ข้อ ข ผิด เพราะ จำนวนเต็มบวก ลบ จำนวนเต็มบวก ผลลัพธ์อาจเป็นจำนวนเต็มลบ เช่น $7-15 = -8$
ข้อ ง ผิด เช่นเดียวกับข้อ ข

25. ตอบข้อ ก
ข้อ ข ผิด เพราะจำนวนอตรรกยะ หารจำนวนอตรรกยะ ผลลัพธ์อาจเป็นจำนวนตรรกยะ เช่น $(\sqrt{8})\div(\sqrt{2}) = 2$
ข้อ ค ผิด เพราะจำนวนเต็ม หาร จำนวนเต็ม ผลลัพธ์อาจไม่เป็นจำนวนเต็ม เช่น $5 \div 2 = 2.5$
ข้อ ง ผิด เพราะจำนวนนับ หาร จำนวนนับ ผลลัพธ์อาจไม่เป็นจำนวนนับ เช่น $15 \div 2 = 7.5$

26. ตอบข้อ ค
ข้อ ก ผิด เพราะ 0 เป็นตัวหารไม่ได้
ข้อ ข ผิด เพราะ ตัวตั้งกับตัวหารสลับที่กันไม่ได้
ข้อ ง ผิด เพราะ 0 ไม่มีอินเวอร์สการหาร

27. ตอบข้อ ง
ข้อ ก ข และ ค ผิด เพราะ ถ้า $c = 0$ จะหาคำตอบไม่ได้

28. ตอบข้อ ค หาเศษโดยการหา p(2) จะได้ $p(2) = 2(2)^4 - 5(2)^3 + 3(2)^2 - 4(2) + 1$

$= 32 - 40 + 12 - 8 + 1$

$= -3$

29. ตอบข้อ ข การหารลงตัวหมายความว่าเศษเท่ากับ 0 ดังนั้น $p(-3) = 0$

$p(-3) = 2(-3)^3 - (-3)^2 - k(-3) + 3$

$0 = -54 + 9 + 3k + 3$

$k = 14$

30. ตอบข้อ ง ข้อ ก $p(-1) = -2-3-3-2 = -10$

ข้อ ข $p(2) = 24+16-10+5 = 35$

ข้อ ค $p(3) = 81+27-6+3 = 105$

ข้อ ง $p(-2) = -8+12+8-5 = 7$

31. ตอบข้อ ก $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$= (x + 3)(x^2 - x - 2)$

$= (x + 3)(x - 2)(x + 1)$

32. ตอบข้อ ค $p(x) = x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 24x - 36$

$= (x - 2)(x^3 - 4x^2 - 3x + 18)$

$= (x - 2)(x + 2)(x^2 - 6x + 9)$

$= (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$

33. ตอบข้อ ก $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

$= (x - 1)(x^2 - x - 6)$

$= (x - 1)(x + 2)(x - 3)$

34. ตอบข้อ ง ให้ $p(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$

$= (x + 1)(x^2 - 2x - 8)$

$= (x + 1)(x + 2)(x - 4)$

$p(x) = 0$

$(x + 1)(x + 2)(x - 4) = 0$

$x = -1, -2, 4$

35. ตอบข้อ ข ให้ $p(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

$= (x - 3)(x^3 + 3x^2 - 4x - 12)$

$= (x - 3)(x + 3)(x^2 - 4)$

$= (x - 3)(x + 3)(x + 2)(x - 2)$

$$p(x) = 0$$
$$(x - 3)(x + 3)(x + 2)(x - 2) = 0$$
$$x = 3\ ,\ -3\ ,\ 2\ ,\ -2$$

36. ตอบข้อ ก ให้ $p(x) = x^3 - 2x^2 - 23x + 60$
$$= (x - 3)(x^2 + x - 20)$$
$$= (x - 3)(x + 5)(x - 4)$$
$$p(x) = 0$$
$$(x - 3)(x + 5)(x - 4) = 0$$
$$x = 3\ ,\ 4\ ,-5$$

ดังนั้นผลรวมของคำตอบของสมการนี้ คือ $3+4+(-5) = 2$

37. ตอบข้อ ข $p(x) = 6x^3 + 13x^2 + 4x - 3$
$$= (x + 1)(6x^2 + 7x - 3)$$
$$= (x + 1)(3x - 1)(2x + 3)$$

38. ตอบข้อ ง $p(x) = 4x^3 + 8x^2 - 9x - 18$
$$= (x + 2)(4x^2 - 9)$$
$$= (x + 2)(2x - 3)(2x + 3)$$

39. ตอบข้อ ก ข้อ ก $p(x) = 3x^3 + 7x^2 - 7x - 3$
$$= (x - 1)(3x^2 + 10x + 3)$$
$$= (x - 1)(3x + 1)(x + 3)$$

ข้อ ข $p(x) = 3x^3 + 5x^2 + x - 1$
$$= (x + 1)(3x^2 + 2x + 1)$$
$$= (x + 1)(3x - 1)(x + 1)$$

ข้อ ค $p(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$
$$= (x + 1)(3x^2 - 7x + 2)$$
$$= (x + 1)(3x - 1)(x - 2)$$

ข้อ ง $p(x) = 3x^3 - 4x^2 - 13x - 6$
$$= (x + 1)(3x^2 - 7x - 6)$$
$$= (x + 1)(3x + 2)(x - 3)$$

40. ตอบข้อ ข ให้ $p(x) = 6x^3 - 23x^2 - 5x + 4$
$$= (x - 4)(6x^2 + x - 1)$$
$$= (x - 4)(3x - 1)(2x + 1)$$

$$p(x) = 0$$

$$(x - 4)(3x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$x = 4, \frac{1}{3}, \frac{-1}{2}$$

41. ตอบข้อ ค ให้ $p(x) = 3x^4 + x^3 - 21x^2 + 11x + 6$

$$= (x - 2)(3x^3 + 7x^2 - 7x - 3$$

$$= (x - 2)(x + 3)(3x^2 - 2x - 1)$$

$$= (x - 2)(x + 3)(3x + 1)(x - 1)$$

$$p(x) = 0$$

$$(x - 2)(x + 3)(3x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 2, -3, 1, \frac{-1}{3}$$

42. ตอบข้อ ค ให้ $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$

$$= (x + 2)(2x^2 - 7x + 3)$$

$$= (x + 2)(x - 3)(2x - 1)$$

$$p(x) = 0$$

$$(x + 2)(x - 3)(2x - 1) = 0$$

$$x = -2, 3, -\frac{1}{2}$$

43. ตอบข้อ ค ข้อ ก ผิด เพราะ ถ้า $0<a<b$ แล้ว $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

ข้อ ข ผิด เพราะ ถ้า $a,b<0$ แล้ว $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

ข้อ ง ผิด เพราะ ถ้า $a < b$ แล้ว $1-a > 1-b$

44. ตอบข้อ ข เพราะ $1 < x-y < 4$

45. ตอบข้อ ง เพราะ $0 < x < 10$ ไม่รวม 10

46. ตอบข้อ ง ข้อ ก ผิด เพราะ ช่วง $(-3, \infty)$ ไม่รวม -3

ข้อ ข ผิด เพราะ ช่วง $(-\infty, 4]$ รวม 4 ด้วย

ข้อ ค ผิด เพราะ ช่วงครึ่งเปิด $(-4, 6]$ ไม่รวม -4 แต่รวม 6

47. ตอบข้อ ค $A = [3 , 5)$ และ $B = (-1 , 4]$ $A \cap B$ จะเท่ากับ $[3,4]$

48. ตอบข้อ ก $M = (-5 , 3]$ และ $N = [-1 , 1)$ $M - N$ จะเท่ากับ $(-5,-1) \cup [1,3]$

49. ตอบข้อ ค

$$3x - 7 \leq -4$$

นำ 7 บวกทั้งสองข้าง จะได้ $3x \leq 3$

นำ $\frac{1}{3}$ คูณทั้งสองข้าง จะได้ $x \leq 1$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $(-\infty , 1]$

50. ตอบข้อ ข

$$7x - 5 \geq 3x + 7$$

นำ (-3x) บวกทั้งสองข้าง จะได้ $4x - 5 \geq 7$

นำ 5 บวกทั้งสองข้าง จะได้ $4x \geq 12$

นำ $\frac{1}{4}$ คูณทั้งสองข้าง จะได้ $x \geq 3$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $[3 , \infty)$

51. ตอบข้อ ก

โจทย์ $3x + 1 > 16$

นำ -1 บวกทั้งสองข้าง จะได้ $3x > 15$

นำ $\frac{1}{3}$ คูณทั้งสองข้าง จะได้ $x > 5$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $(5 , \infty)$

ข้อ ก $2x - 3 > 5$

นำ 3 บวกทั้งสองข้าง จะได้ $2x > 8$

นำ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้าง จะได้ $x > 4$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $(4 , \infty)$

ข้อ ข $x - 3 > 4$

นำ 3 บวกทั้งสองข้าง จะได้ $x > 7$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $(7 , \infty)$

ข้อ ค $7 - 2x < 16$

นำ -7 บวกทั้งสองข้าง จะได้ $-2x < -12$

นำ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้าง จะได้ $x > 6$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $(6, \infty)$

ข้อ ง $3 - x > -10$

นำ -3 บวกทั้งสองข้าง จะได้ $x > -13$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $(13, \infty)$

52. ตอบข้อ ง

ข้อ ก ผิด เพราะ $|15 - 24| = |-9| = 9$ แต่ $-|9| = -9$

ข้อ ข ผิด เพราะ $|7-20| = |-14| = 14$ แต่ $|7|-|20| = 7-20 = -14$

ข้อ ค ผิด เพราะ $|-8+6| = |-2| = 2$ แต่ $|-8|+|6| = 8+6 = 14$

53. ตอบข้อ ค

ข้อ ก ผิด เพราะ ถ้า a=-5 และ b=3 แล้ว $|a-b| = 8$ แต่ $|a|-|b|=2$

ข้อ ข ผิด เพราะ ถ้า a= 2 และ b= 3 แล้ว $|a+b| = 5$ แต่ $|a|-|b| = -1$

ข้อ ง ผิด เพราะ ถ้า a=-4 และ b=2 แล้ว $|a+b| = 2$ แต่ $|a-b| = 6$

54. ตอบข้อ ข

ข้อ ก ผิด เพราะ ถ้า x=-2 และ y=3 แล้ว $|x+y| = 1$ แต่ $|x|+|y| = 5$

ข้อ ค ผิด เพราะ ถ้า x=4 และ y=-6 แล้ว $|x|+|y| = 10$ แต่ $|x+y|=2$ และ $||x|-|y|| = 2$

ข้อ ง ผิด เพราะ ถ้า x=-3 และ y=5 แล้ว $|x+y|^2 = 4$ แต่ $|x|^2+|y|^2 = 34$

55. ตอบข้อ ก

$|5x + 7| = 13$ หมายความว่า $5x + 7 = 13$ หรือ $5x + 7 = -13$

ถ้า $5x + 7 = 13$ แล้ว $x = \frac{6}{5}$

ถ้า $5x + 7 = -13$ แล้ว $x = -4$

ดังนั้นคำตอบของสมการนี้คือ -4 , $\frac{6}{5}$

56. ตอบข้อ ง

$|3x + 5| = 4x - 1$ หมายความว่า $3x + 5 = 4x - 1$ หรือ
$3x + 5 = -4x + 1$

ถ้า $3x + 5 = 4x - 1$ แล้ว $x = 6$

ถ้า $3x + 5 = -4x + 1$ แล้ว $x = \frac{-4}{7}$ เป็นคำตอบที่ใช้ไม่ได้

ดังนั้นคำตอบของสมการนี้คือ 6

57. ตอบข้อ ก $|2x^2 + 7x + 4| = 8$ หมายความว่า $2x^2 + 7x + 4 = 8$ หรือ $2x^2 + 7x + 4 = -8$

ถ้า $2x^2 + 7x + 4 = 8$ จะได้ $x = \frac{1}{2}, -4$

ถ้า $2x^2 + 7x + 4 = -8$ จะได้ $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 96}}{4}$

(x ไม่ใช้จำนวนจริง)

ดังนั้นคำตอบของสมการนี้คือ $\frac{1}{2}, -4$

58. ตอบข้อ ง $|3x + 4| \leq 5$ หมายความว่า $-5 \leq 3x + 4 \leq 5$

$-5 \leq 3x + 4 \leq 5$

$-9 \leq 3x \leq 1$

$-3 \leq x \leq \frac{1}{3}$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $[-3, \frac{1}{3}]$

59. ตอบข้อ ก $|5x - 9| > 6$ หมายความว่า $5x - 9 > 6$ หรือ $5x - 9 < -6$

ถ้า $5x - 9 > 6$ แล้ว $x > 3$

ถ้า $5x - 9 < -6$ แล้ว $x < \frac{3}{5}$

ดังนั้นช่วงคำตอบคือ $(3, \infty) \cup (-\infty, \frac{3}{5})$

60. ตอบข้อ ค เพราะ $|x+3| \leq 1$ หมายความว่า $-1 \leq x+3 \leq 1$

$-1 \leq x+3 \leq 1$

$-4 \leq x \leq -2$

$0 \leq |x| \leq 4$

61. ตอบข้อ ค ข้อ ก และ ข ผิด เพราะ ไม่มีขอบเขตบนและค่าขอบเขตบนน้อยที่สุด

ข้อ ง ผิด เพราะ ϕ มีขอบเขตบนแต่ไม่มีค่าขอบเขตบนน้อยที่สุด

62. ตอบข้อ ก ข้อ ข ขอบเขตบนของ $(-\infty, 5]$ คือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 5

ข้อ ค $(3, \infty)$ หาขอบเขตบนไม่ได้

ข้อ ง ϕ ไม่มีค่าขอบเขตบนน้อยที่สุด

63. ตอบข้อ ค ข้อ ก ข และ ง ไม่มีขอบเขตบน

ข้อ ค มีขอบเขตบนคือจำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ-1

64. ตอบข้อ ข ข้อ ก ผิด เพราะ $-3 \mid 12$

ข้อ ค ผิด เพราะ $-6 \mid 126$

ข้อ ง ผิด เพราะ $7 \mid -153$

65. ตอบข้อ ง เพราะถ้า $x = 4$ แล้ว $3 \mid 4$ และ $3 \mid (x + 1)$

66. ตอบข้อ ค เพราะ ถ้า $a \mid (2a-3b)$ และ $a \mid (4a-5b)$ แล้ว

$a \mid ((-2)(2a - 3b)+(4a - 5b))$ ดังนั้น $a \mid b$

67. ตอบข้อ ค ข้อ ก ตัวประกอบของ 231 คือ 1 , 3 , 7 , 11 , 231

ข้อ ข ตัวประกอบของ 247 คือ 1 , 13 , 19 , 247

ข้อ ก ตัวประกอบของ 577 คือ 1 , 577

ข้อ ก ตัวประกอบของ 697 คือ 1 , 14 , 41 , 697

68. ตอบข้อ ข เพราะ 221 มีจำนวนเฉพาะอื่นคือ 13 , 17 หารลงตัวนอกจาก 1 และ 221

69. ตอบข้อ ง ข้อ ก $(56, 91) = 7$

ข้อ ข $(119, 85) = 17$

ข้อ ค $(138, 253) = 23$

ข้อ ง $(272, -135) = 1$

70. ตอบข้อ ง ข้อ ก ผิด เพราะ เศษจะต้องไม่เป็นจำนวนเต็มลบ

ข้อ ข และ ค ผิด เพราะ เศษจะต้องน้อยกว่าตัวหาร

71. ตอบข้อ ก เพราะ ขั้นตอนวิธีการหารนำไปหา ค.ร.น.ไม่ได้แต่หา ห.ร.ม.ได้

72. ตอบข้อ ค ข้อ ก ถูก เพราะ นิยามจำนวนคู่ คือ $a = 2n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

ข้อ ข ถูก เพราะ นิยามจำนวนคู่ คือ $a = 2m + 1$ เมื่อ m เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

ข้อ ง ถูก เพราะ วิธีการหา ห.ร.ม. วิธีหนึ่งคือวิธยูคลิด ซึ่งใช้ขั้นตอนวิธีการหาร

73. ตอบข้อ ค ข้อ ก ผิด เพราะ $(30, 42) = 6$

ข้อ ข ผิด เพราะ $(93, 45) = 3$

ข้อ ง ผิด เพราะ $(120, 150) = 30$

74. ตอบข้อ ก ข้อ ข ผิด เพราะ $(105, 245) = 35$ และ $[105, 245] = 735$

ข้อ ค ผิด เพราะ $[48, 26] = 624$ และ $(48, 26) = 2$

ข้อ ง ผิด เพราะ $[64, 108] = 1728$ และ $(64, 108) = 4$

75. ตอบข้อ ง ข้อ ก ผิด เพราะ $(x, 38) = 19$ และ $[x, 38] = 144$

แสดงว่า $(x, 38) . [x, 38] = (x)(38)$

$$(19)(144) = 38x$$

$$x = 72$$

แต่ $(72, 38) = 2$

ข้อ ข ผิด เพราะ $(45, x) = 9$ และ $[45, x] = 625$

แสดงว่า $(45, x) . [45, x] = (x)(45)$

$$(9)(625) = 45x$$

$$x = 125$$

แต่ $(45, 125) = 5$

ข้อ ค ผิด เพราะ $(148, x) = 36$ และ $[148, x] = 111$

แสดงว่า $(148, x) . [45, x] = (x)(148)$

$$(36)(111) = 148x$$

$$x = 18$$

แต่ $(148, 18) = 6$

ข้อ ง ถูก เพราะ $(x, 245) = 49$ และ $[x, 38] = 490$

แสดงว่า $(x, 245) . [x, 38] = (x)(245)$

$$(49)(490) = 245x$$

$$x = 98$$

และ $(98, 245) = 49$

ประวัติผู้วิจัย

นางสาวสุวรรณา สมพงศ์พาณิชย์ เกิดเมื่อวันที่ 2 พฤษภาคม 2510 ที่จังหวัดปทุมธานี จบปริญญาครุศาสตรบัณฑิต เกียรตินิยมอันดับ 2 จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2533 เข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2536 ปัจจุบันเป็นอาจารย์โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย(ฝ่ายมัธยม)