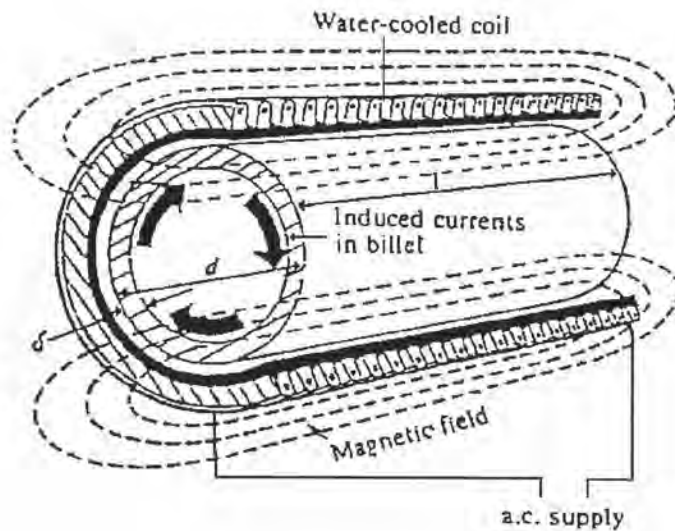


การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ

2.1 บทนำ

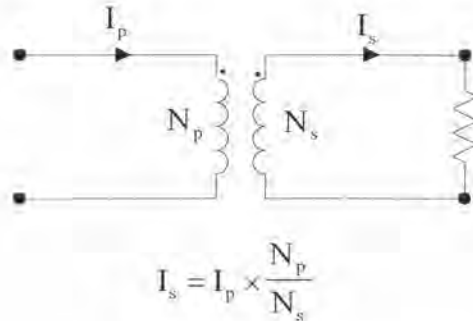
การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ เป็นปรากฏการณ์ทางไฟฟ้าและทางความร้อนร่วมกัน โดยอาศัยการเหนี่ยวนำของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ปรากฏการณ์ผิว และการถ่ายเทความร้อน [P. G. Simpson, 1966] จากปรากฏการณ์ดังกล่าวสามารถอธิบายการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำโดยย่อได้ดังนี้คือ เมื่อให้ไฟฟ้ากระแสสลับไหลผ่านเข้าสู่ขดลวดเหนี่ยวนำที่มีชิ้นงานอยู่ภายใน จะเหนี่ยวนำให้เกิดสนามแม่เหล็กขึ้นในขดลวดคล้องผ่านชิ้นงานนั้น เนื่องจากชิ้นงานเป็นโลหะ ดังนั้น สนามแม่เหล็กคล้องผ่านชิ้นงานจะเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลในชิ้นงานได้ โดยกระแสส่วนมากจะไหลอยู่บริเวณระดับความลึกผิว กระแสที่ไหลวนรอบชิ้นงานนี้ จะทำให้เกิดความร้อนขึ้นที่บริเวณผิวของชิ้นงาน โดยปริมาณความร้อนจะขึ้นอยู่กับค่ากระแสที่ถูกเหนี่ยวนำ และค่าความต้านทานสมมูลของชิ้นงาน และความร้อนที่เกิดขึ้นจะถ่ายเทไปบริเวณอื่น โดยการนำความร้อน การพาความร้อน และการแผ่รังสีที่บริเวณผิว



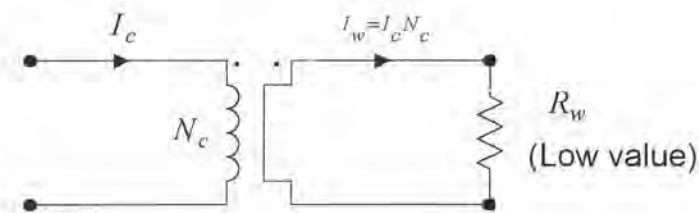
รูปที่ 2.1 การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำแบบง่าย

รูปที่ 2.1 แสดงการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำอย่างง่าย กล่าวคือ ถ้าวางชิ้นงานไว้ในขดลวด จะเห็นว่าระบบมีลักษณะคล้ายหม้อแปลงชุดหนึ่ง ที่มีขดลวดเหนี่ยวนำเป็นขด

ปฐมภูมิ และชั้นงานเป็นขดทุติยภูมิซึ่งมีจำนวนรอบเท่ากับหนึ่งรอบ โดยต่อโหลดเกือบลัดวงจร เนื่องจากความต้านทานสมมูลของโหลดมีค่าต่ำ เมื่อให้ไฟฟ้ากระแสสลับกับขดลวด จะทำให้มีกระแสไฟฟ้าไหลในชั้นงาน ทำให้เกิดความร้อนได้



รูปที่ 2.2 วงจรสมมูลของหม้อแปลงทั่วไป



รูปที่ 2.3 วงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำกับชั้นงาน

จากรูปแสดงวงจรสมมูลของหม้อแปลงทั่วไปในรูปที่ 2.2 สามารถแสดงวงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำและชั้นงานได้ ดังรูปที่ 2.3 และสามารถเขียนความสัมพันธ์ของกระแสที่ขดลวด และกระแสที่ชั้นงานได้คือ

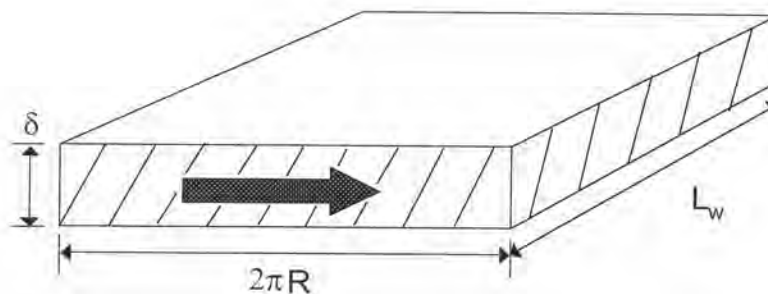
$$I_w = N_c I_c \quad (2.1)$$

โดยที่ I_w เป็นกระแสที่ไหลในชั้นงาน
 N_c เป็นจำนวนรอบของขดลวดเหนี่ยวนำ
 I_c เป็นกระแสที่ไหลในขดลวดเหนี่ยวนำ

และกำลังสูญเสียเป็นความร้อนในชิ้นงานจะมีค่าเท่ากับ

$$P_w = N_c^2 I_c^2 R_w \quad (2.2)$$

โดยที่ R_w คือ ความต้านทานสมมูลของชิ้นงาน



รูปที่ 2.4 แผ่นคี่ของชิ้นงาน

เนื่องจากปริมาณกระแสส่วนมากจะไหลอยู่บริเวณระดับความลึกผิว ดังนั้นถ้าหากทำการคี่ชิ้นงานออก ดังรูปที่ 2.4 โดยประมาณว่ากระแสไหลเป็นแผ่นบางมีความหนาเท่ากับความลึกผิว และระยะการไหลของกระแสเท่ากับเส้นรอบวงของชิ้นงานทรงกระบอก ดังนั้นความต้านทานสมมูลของชิ้นงานคือ

$$R_w = \frac{2\pi R\rho}{\delta l_w} \quad (2.3)$$

โดยที่ ρ คือ สภาพความต้านทานเฉพาะของชิ้นงาน

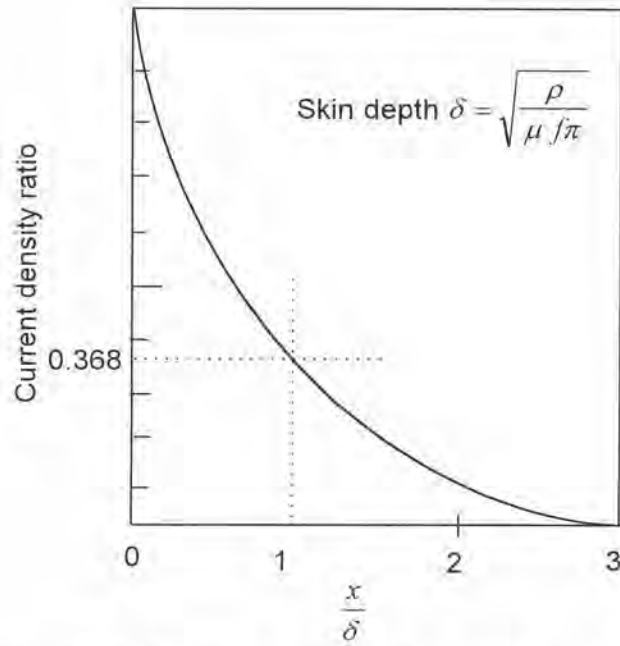
δ คือ ความลึกผิว $= \sqrt{\frac{\rho}{\mu f \pi}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu \omega}}$ และ f, ω คือ ความถี่

μ คือ ค่าความซึมซาบได้ของชิ้นงาน

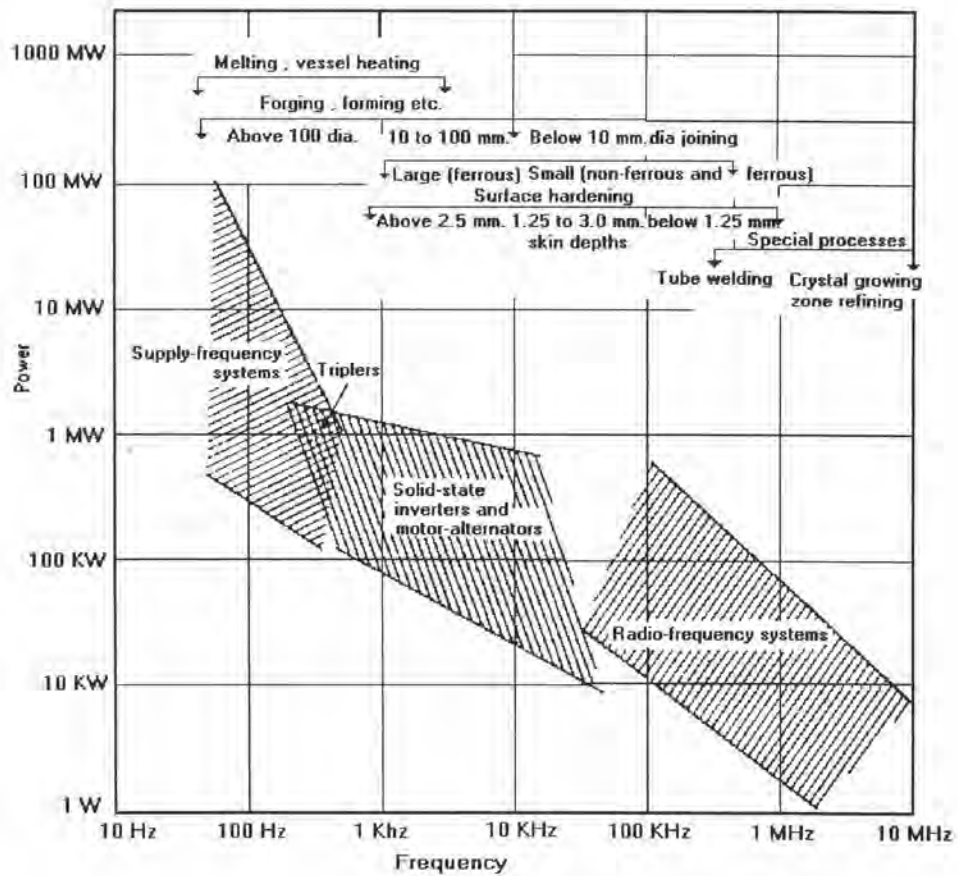
R คือ รัศมีของชิ้นงาน

l_w คือ ความยาวของชิ้นงานที่อยู่ในขดลวดเหนี่ยวนำ

จากสมการที่ (2.3) จะเห็นได้ว่าความต้านทานสมมูล มีความแปรผันตามสภาพความต้านทาน ความลึกผิว และรูปทรงเรขาคณิตของชิ้นงานด้วย



รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นกระแสกับระยะทางจากผิวของชิ้นงาน



รูปที่ 2.6 ประเภท และลักษณะการใช้งานของเครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ ในย่านความถี่ต่าง ๆ

รูปที่ 2.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นกระแสกับระยะทางจากผิวของชิ้นงาน เนื่องจากปรากฏการณ์ผิว จึงทำให้ความหนาแน่นกระแสกับระยะทางจากผิวเป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ที่ระดับความลึกผิว ความหนาแน่นของกระแสจะมีค่าเพียง 0.368 เท่าของความหนาแน่นกระแสที่ผิวชิ้นงาน จึงประมาณว่ากระแสส่วนมากจะไหลอยู่ในระดับความลึกผิวนี้

การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำโดยวิธีนี้ มีข้อดีคือ การให้ความร้อนทำได้ง่าย เนื่องจากชิ้นงานเป็นแหล่งความร้อนของตัวเอง ไม่ต้องสัมผัสกับแหล่งพลังงาน ซึ่งได้แก่ขดลวดเหนี่ยวนำ อีกทั้งสามารถควบคุมเวลาและพื้นที่ที่ต้องการให้ความร้อนได้อย่างสะดวก นอกจากนี้ การไหลของกระแสในระดับความลึกผิวยังเป็นตัวควบคุมความลึกของชิ้นงานที่จะรับความร้อนได้ด้วย ทั้งนี้โดยเลือกความถี่ของแรงดันไฟสลับให้เหมาะสม ดังแสดงในรูปที่ 2.6

ระบบการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่มีใช้ในปัจจุบัน สามารถแบ่งตามชนิดของแหล่งกำเนิดไฟสลับที่จ่ายให้กับเครื่องและอุปกรณ์ได้คือ

2.1.1 เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่ใช้พลังงานไฟฟ้าจากสายกำลังโดยตรง แรงดันไฟฟ้าจากสายกำลังมีความถี่ 50 Hz ซึ่งเป็นค่าค่อนข้างต่ำ จึงทำให้ระดับความลึกผิวในการให้ความร้อนมีค่ามาก ในบางกรณีอาจใช้หม้อแปลงอิมตัวได้เพื่อทวีคูณความถี่ โดยนำฮาร์โมนิกที่ 3 หรือ ฮาร์โมนิกที่ 5 มาใช้ในการเหนี่ยวนำแทน โดยปกติเครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำประเภทนี้ จะใช้ในงานหลอมโลหะ ซึ่งมีกำลังสูงในย่านเมกะวัตต์

2.1.2 เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่ใช้มอเตอร์ และเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำชนิดนี้ จะใช้พลังงานจากสายกำลังมาขับเคลื่อนมอเตอร์ และใช้มอเตอร์ไปขับเคลื่อนเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เพื่อสร้างแรงดันไฟฟ้าให้มีความถี่สูงขึ้น อยู่ในย่าน 500 เฮิร์ตซ์ถึง 10 กิโลเฮิร์ตซ์ เครื่องให้ความร้อนชนิดนี้สามารถให้กำลังได้หลายร้อยกิโลวัตต์ โดยทั่วไปจะใช้สำหรับการเผาเหล็ก การขึ้นรูป การเชื่อมต่อโลหะ และการชุบแข็งที่ผิว

2.1.3 เครื่องให้ความร้อนเหนี่ยวนำแบบสถิต เนื่องจากเครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่ใช้มอเตอร์และเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะเป็นแบบพลวัต ซึ่งมีขีดจำกัดทางกลศาสตร์ทำให้ไม่สามารถเพิ่มความถี่ที่ใช้งานให้สูงมากได้ เครื่องให้ความร้อนแบบสถิตจะใช้สิ่งประดิษฐ์สารกึ่งตัวนำ จำพวกทรานซิสเตอร์กำลัง มอสเฟตกำลัง หรือพาว์ไทรสเตอร์ โดยจะแปลงผันพลังงานไฟฟ้าจากสายกำลังให้เป็นไฟตรงก่อน แล้วแปลงผันให้เป็นไฟสลับอีกครั้งที่มีความถี่สูงขึ้น โดย

ใช้วงจรอินเวอร์เตอร์ เครื่องให้ความร้อนแบบสติกนี้ สามารถสร้างความถี่ที่ใช้ในการชุบแข็งได้ ตั้งแต่ความถี่ค่อนข้างต่ำ จนกระทั่งความถี่สูงๆ ระดับร้อยกิโลเฮิร์ตซ์ การใช้งานเครื่องให้ความร้อนแบบนี้ จะมีที่ใช้ลักษณะเดียวกับเครื่องให้ความร้อนที่ใช้มอเตอร์และเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

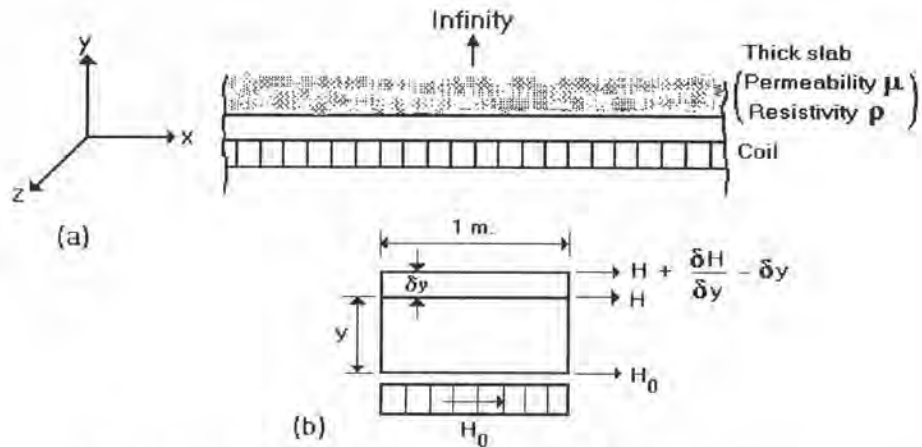
2.1.4 เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำที่ทำงานย่านความถี่วิทยุ โดยจะทำงานตั้งแต่ความถี่หลายร้อยกิโลเฮิร์ตซ์ จนถึงความถี่หลายเมกะเฮิร์ตซ์ ซึ่งปัจจุบันนี้ยังคงใช้หลอดสูญญากาศ เพราะสิ่งประดิษฐ์สารกึ่งตัวนำ ยังมีสมรรถนะในการใช้งานที่ความถี่สูงๆ ไม่ดีพอ เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำลักษณะนี้ จะให้กำลังค่อนข้างต่ำในระดับหลายสิบกิโลวัตต์ เนื่องจากทำงานในย่านความถี่สูง ทำให้เหมาะกับงานชุบแข็งที่ผิว

2.2 ทฤษฎีของการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ

ในส่วนนี้ จะอธิบายโดยอาศัยทฤษฎีของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าต่อชิ้นงานลักษณะอุดมคติ ที่เรียกว่า semi-infinite slab โดยวิเคราะห์ด้วยสมการเบื้องต้นในรูปของฟังก์ชันไซน์ และเอกซ์โพเนนเชียล แล้วจึงใช้สมการที่ซับซ้อนขึ้นในรูปของ Bessel's function และ hyperbolic function เพื่อที่จะทำให้เกิดความเข้าใจเรื่องการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำต่อชิ้นงานทรงกระบอกตัน ทั้งนี้เนื่องจากชิ้นงานแบบ semi-infinite slab คือชิ้นงานทรงกระบอกตันนั่นเอง แต่มีรัศมีเป็นอนันต์ [John Davies and Peter Simpson, 1979]

2.2.1 การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับชิ้นงานอุดมคติ

กำหนดให้ระบบประกอบด้วยขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก และชิ้นงานอุดมคติ ซึ่งวางชิดติดกับขดลวด ดังรูปที่ 2.7 ให้ชิ้นงานมีค่าความซึมสนามแม่เหล็ก H_0 เท่ากับความซึมสนามแม่เหล็กที่ขดลวดสร้างขึ้น เวกเตอร์แกน X เป็นค่าความซึมสนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงต่อเวลา และแกน Y แสดงทิศทางการไหลของชิ้นงาน การเหนี่ยวนำจะทำให้เกิดกระแสไหลในชิ้นงาน ตามทิศทางการแกน Z



รูปที่ 2.7 การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับชิ้นงานลักษณะอุดมคติ

เมื่อคิดที่ผิวชิ้นงาน $y = 0$ สมมติเงื่อนไขขอบเขตสนามแม่เหล็กที่ผิวชิ้นงานดังนี้

$$\begin{aligned} H_{x(y=0)} &= H_{om} \cos \omega t \\ H_y &= 0 \\ H_z &= 0 \end{aligned} \tag{2.4}$$

โดยที่ H_{om} คือ ค่ายอดของ H_x ที่ผิวชิ้นงาน ($y=0$)

ในชิ้นงานโลหะที่ความถี่ไม่เกิน 10^{10} Hz เขียนสมการพื้นฐานทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{H} &= \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla^2 \vec{E} &= \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E}{\partial t} \\ \nabla^2 \vec{J} &= \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial J}{\partial t} \end{aligned} \tag{2.5}$$

โดยที่ H คือ ความเข้มของสนามแม่เหล็ก

E คือ สนามไฟฟ้า

J คือ ความหนาแน่นกระแส

เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็ก H จากสมการ

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial t} (H_x + H_y + H_z)$$

เนื่องจากชิ้นงานมีลักษณะเป็นอุดมคติ ทำให้ $H_y = H_z = 0$ ดังนั้น \vec{H} จะมีองค์ประกอบในทิศทางแกน X เพียงอย่างเดียว แสดงว่า

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (2.6)$$

คำตอบของสมการอนุพันธ์ย่อยจะมีผลเฉลยในรูป $H_x = H_x(y) \cos \omega t$ ซึ่ง $H_x(y)$ คือการเปลี่ยนแปลงของ H_x กับระยะทางในแนวแกน Y (ความลึกจากผิวของชิ้นงาน) แต่ในการวิเคราะห์สามารถแทน H_x ให้อยู่ในรูปของปริมาณเชิงซ้อน $H_x(y) \exp(j\omega t)$ ก่อน แล้วหลังจากที่ได้ผลเฉลย จึงค่อยนำเฉพาะค่าส่วนจริงไปใช้ จากการแทนค่าปริมาณเชิงซ้อนในสมการที่ (2.6) ได้ผลดังนี้

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} - j \frac{\mu}{\rho} \omega H_x = 0$$

กำหนดให้ $\alpha^2 = \frac{\mu \omega}{2\rho} = \frac{1}{\delta^2}$

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} - 2j\alpha^2 H_x = 0$$

เขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} - k^2 H_x = 0$$

โดยที่ $k^2 = 2j\alpha^2$ สมการข้างบนจึงมีผลเฉลยดังนี้

$$H_x(y) = A_1 \exp(ky) + A_2 \exp(-ky) \quad (2.7)$$

จากเงื่อนไขขอบเขต เมื่อ $y = \infty$ และ H_x จะต้องมีค่าจำกัดค่าใดค่าหนึ่ง ดังนั้น
จะได้ $A_1 = 0$ และที่ขอบเขต $y = 0$, $H_x(y) = H_{om} \exp(j\omega t)$ ดังนั้นจะได้ $A_2 = H_{om} \exp(j\omega t)$
แทนค่าในสมการ (2.7) จะได้

$$H_x(y) = H_{om} \exp(-ky) \exp(j\omega t)$$

$$H_x(y) = H_{om} \exp(-\alpha y \sqrt{2j}) \exp(j\omega t)$$

แต่ $\sqrt{2j} = \pm(1+j)$ ดังนั้น

$$H_x(y) = H_{om} \exp(-\alpha y) \exp[j(\omega t - \alpha y)]$$

$$= H_{om} \exp(-\alpha y) [\cos(\omega t - \alpha y) + j \sin(\omega t - \alpha y)]$$

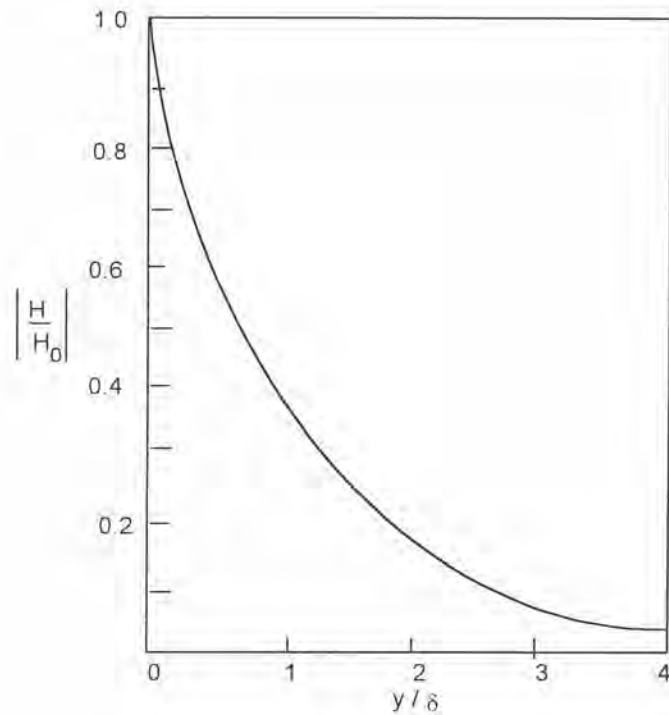
ใช้ค่าตอบเฉพาะส่วนจริง

$$H_x(y) = H_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.8)$$

จากสมการที่ (2.8) พบว่าที่บริเวณผิวของชิ้นงาน ($y = 0$) จะได้ความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิวของชิ้นงาน $H_x = H_{om} \cos \omega t$ ดังที่สมมติไว้ เมื่อวิเคราะห์ค่าของสนามแม่เหล็ก $H_x(y)$ ที่ระดับความลึกจากผิวชิ้นงาน (y) ค่าต่าง ๆ พบว่าค่าของ $H_x(y)$ ลดลง ในรูปแบบของเอกซ์โพเนนเชียลโดยมีเฟสล่าช้าเท่ากับ αy เมื่อ $y = \frac{1}{\alpha}$ ปริมาณของ $H_x(y) = H_{om} e^{-1} \cos(\omega t - 1)$ จะเห็นได้ว่าปริมาณของ $H_x(y)$ ลดลงเป็น e^{-1} เท่าของค่า H ที่ผิว และเฟสจะเปลี่ยนไป 1 เรเดียน (57.3 องศา) ค่า y ที่จุดนี้เป็นปริมาณที่นิยามว่า ความลึกผิว δ

จากตัวแปรที่นิยามไว้แล้ว $\alpha^2 = \frac{\mu \omega}{2\rho}$ ดังนั้น

$$\text{ความลึกผิว} \quad \delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu \omega}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu_r \mu_o}} \quad (2.9)$$



รูปที่ 2.8 ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็กกับระยะทางจากผิวชั้นงาน

รูปที่ 2.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็กกับระยะจากผิวชั้นงาน ซึ่งบอกเป็นอัตราส่วน $\frac{y}{\delta}$ หรือจำนวนเท่าของความลึกผิว ซึ่งเป็นระยะทางจากผิวของชั้นงาน ที่นิยมใช้ในงานของการเหนี่ยวนำความร้อนมาก จากค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก (\vec{H}) ในสมการที่ (2.8) จะสามารถหาค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็ก (\vec{B}) ความหนาแน่นกระแส (\vec{J}) และค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (\vec{E}) ได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนี้

จาก
$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

ดังนั้น
$$B_x(y) = B_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.10)$$

โดยที่ B_{om} คือค่ายอดของ B_x ที่ผิวชั้นงาน ($y = 0$)

และจากสมการของแมกซ์เวลล์
$$\vec{J} = \text{curl}(\vec{H})$$

$$\text{curl} \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

เนื่องจาก $H_y = H_z = 0$ และไม่มีการเปลี่ยนแปลงของ H ในทิศทางตามแกน X และแกน Z ดังนั้น

$$\text{curl } \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{จะได้ } \vec{J}_z = \vec{k} \frac{\partial H_x}{\partial y} = \vec{k} \left\{ -\exp(j\omega t) \left[\frac{\partial}{\partial y} \exp(-\alpha y \sqrt{2j}) \right] \right\} H_{om}$$

$$\vec{J}_z = \vec{k} [\alpha \sqrt{2j} \exp(-\alpha y \sqrt{2j} + j\omega t)] H_{om}$$

$$\text{แต่ } \sqrt{2j} = 1 + j = \sqrt{2} \exp(j \frac{\pi}{4})$$

$$\vec{J}_z = \vec{k} \alpha \sqrt{2} H_{om} \exp(-\alpha y) \exp \left(j \left(\omega t - \alpha y + \frac{\pi}{4} \right) \right) \quad (2.11)$$

ใช้เฉพาะส่วนจริงได้

$$\vec{J}_z = \vec{k} \alpha \sqrt{2} H_{om} \left[\exp(-\alpha y) \cos \left(\omega t - \alpha y + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (2.12)$$

จากสมการ (2.12) แสดงให้เห็นว่าความหนาแน่นกระแสที่เหนี่ยวนำ มีทิศทางตามแกน Z และมีมุมเฟสนำหน้าความเข้มสนามแม่เหล็กอยู่ $\pi/4$ เรเดียน

จากสมการ (2.11) เมื่อ $y = 0$

$$\text{กำหนดให้ } H_{x0} = H_x(0) = H_{om} \exp(j\omega t)$$

$$J_{om} = \sqrt{2} H_{om} \alpha \exp \left(j \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{ดังนั้น } \vec{J}_z = \vec{k} J_{om} \exp(j\omega t - \alpha y \sqrt{2j})$$

ใช้เฉพาะส่วนจริง

$$J_z(y) = J_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.13)$$

เมื่อ J_{om} คือค่ายอดของความหนาแน่นกระแสที่ผิวของชิ้นงาน ($y = 0$)

จากผลเฉลยของความหนาแน่นกระแส สามารถหาค่าความเข้มสนามไฟฟ้าจากความสัมพันธ์ทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดังนี้

$$\text{จาก} \quad \vec{E} = \rho \vec{J}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad E_z = \rho J_z$$

$$E_z(y) = \rho J_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.14)$$

เนื่องจากจาก $\vec{B}, \vec{J}, \vec{E}$, ต่างสามารถเขียนในรูปของฟังก์ชัน H ได้ ดังนั้นปริมาณเหล่านี้จะมีลักษณะเหมือนกันกับ \vec{H} คือ เป็นไปตามปรากฏการณ์ผิว

กำลังสูญเสียในรูปความร้อนต่อพื้นที่ผิวที่เกิดขึ้นในชิ้นงานเนื่องจากมีกระแสไหล สามารถหาได้โดยการอินทิเกรต ρJ^2 ตลอดปริมาตร ต่อ 1 คาบเวลา ดังนี้

$$P_s = \int_0^\infty \rho J_z^2 dy$$

$$P_s = \frac{1}{T} \rho J_{om}^2 \int_0^T \int_0^\infty \exp(-2\alpha y) \cos^2(\omega t - \alpha y) dy dt$$

$$P_s = \frac{\rho}{2} J_{om}^2 \int_0^\infty \exp(-2\alpha y) dy \quad (2.15)$$

$$P_s = \frac{\rho J_{om}^2}{4\alpha} = \frac{\rho J_{om}^2 \delta}{4} \quad (2.16)$$

$$\text{แต่จาก} \quad |J_{om}| = \sqrt{2} |H_{om}| \alpha = \frac{\sqrt{2} |H_{om}|}{\delta}$$

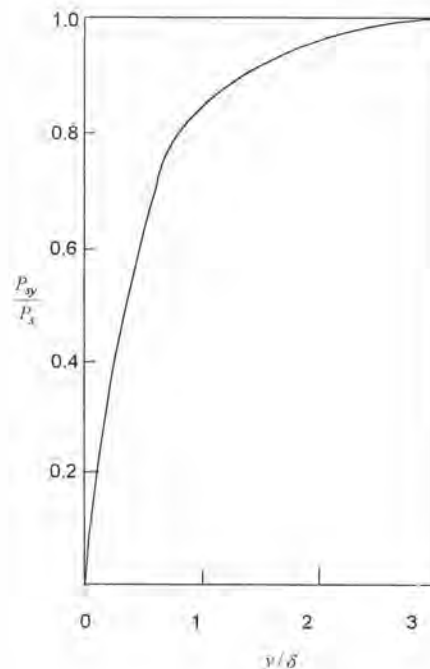
$$P_s = \frac{\rho H_{om}^2}{2\delta} \quad (2.17)$$

$$P_s = \rho \frac{H_o^2}{\delta} \quad (2.18)$$

โดยที่ H_o คือ ค่าอาร์เอ็มเอสของ H ที่ผิว

จากสมการที่ (2.18) เราสามารถหาค่าลึงสูญเสียดต่อ 1 หน่วยพื้นที่ได้อย่างง่าย โดยแสดงเป็นสัดส่วนของกำลังสูญเสียดจากผิวถึงระดับความลึก y และ (P_{sy}) ต่อกำลังสูญเสียดของชั้นงาน (P_s) ด้วยวิธีการอินทิเกรตตามสมการที่ (2.15) แบบเปลี่ยนขอบจำกัดบนของการอินทิเกรต ดังนี้

$$\frac{P_{sy}}{P_s} = \frac{[\exp(-2\alpha y)]_0^y}{[\exp(-2\alpha y)]_0^\infty} = \frac{\exp(-2\alpha y) - 1}{0 - 1} = 1 - \exp(-2\alpha y) \quad (2.19)$$



รูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ระหว่างการสูญเสียดต่อพื้นที่ กับระยะจากผิวชั้นงาน

รูปที่ 2.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนของ P_{sy} และ P_s กับสัดส่วนของระยะทางจากผิวและความลึกผิว โดยจะเห็นได้ว่ากำลังสูญเสียดเกือบ 90 % จะเกิดขึ้นในช่วง

ความถี่สูง ทำให้สามารถใช้ประโยชน์ด้านนี้สำหรับการชดเชยที่ผิว และด้วยวิธีการปรับความถี่ให้สูงขึ้น ก็จะทำให้ความถี่ผิวแคบลง ตามความสัมพันธ์ในสมการที่ (2.9)

จากค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็ก B ในสมการที่ (2.10) สามารถหาค่าฟลักซ์สนามแม่เหล็กผลรวมต่อหน่วยความยาวได้ โดยการอินทิเกรต $B_x(y)$ ตลอดชั้นงาน

$$\text{ดังนั้น } \phi = \text{Real} \left[\mu H_{om} \int_0^\infty \exp\{-\alpha y + j(\omega t + \alpha y)\} dy \right]$$

$$\phi = \frac{\mu H_{om}}{\sqrt{2\alpha}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.20)$$

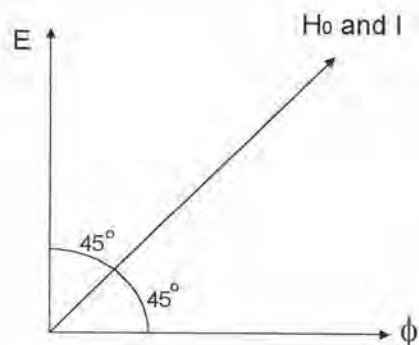
ส่วนสนามไฟฟ้าในชั้นงาน ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์สนามแม่เหล็กต่อหน่วยความยาวกับเวลา มีค่าดังนี้

$$E = N \frac{d\phi}{dt}$$

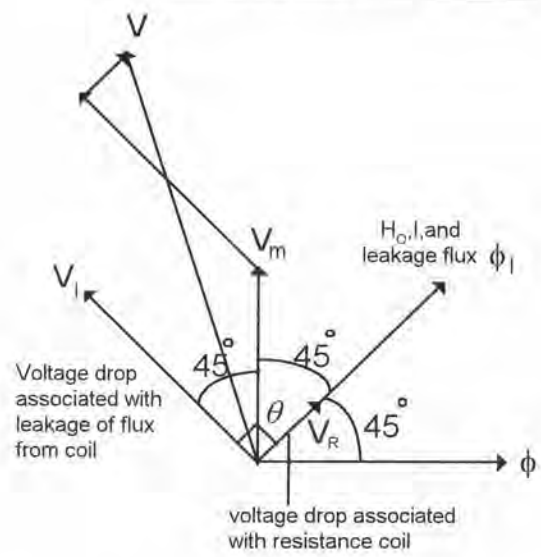
$$E = \frac{-\mu N}{\sqrt{2\alpha}} H_{om} \omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$E = \frac{\mu H_{om}}{\sqrt{2\alpha}} N \omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.21)$$

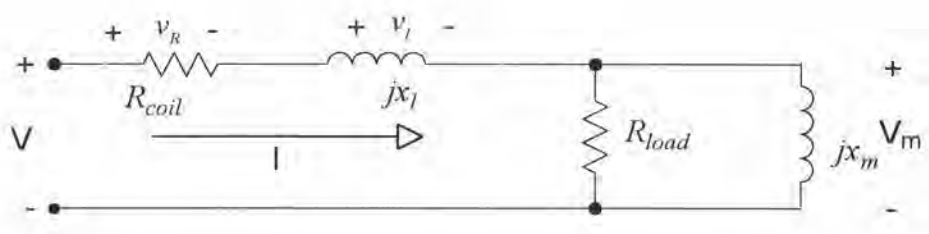
N : จำนวนรอบของขดลวด



รูปที่ 2.10 เฟสเซอร์ไดอะแกรม แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็กกับแรงดันในกรณีที่ขดลวดเหนี่ยวนำเป็นแบบอุดมคติ



รูปที่ 2.11 เฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็กกับแรงดันในกรณีขดลวดไม่เป็นแบบอุดมคติ



รูปที่ 2.12 วงจรสมมูลของขดลวดให้ความร้อนและชิ้นงาน

จากสมการที่ (2.20) และ (2.21) จะเห็นว่าฟลักซ์สนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าจะเป็นสัดส่วนกับค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก H_{om} และมุมเฟสของฟลักซ์สนามแม่เหล็กจะ ล้าหลังมุมเฟสของความเข้มสนามแม่เหล็กอยู่ $\frac{\pi}{4}$ ส่วนสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากการเหนี่ยวนำจะนำหน้าความเข้มสนามแม่เหล็กอยู่ $\frac{\pi}{4}$ โดยในขณะที่ยุทธศาสตร์ที่ไหลในชิ้นงาน มีมุมเฟสเดียวกันกับความเข้มสนามแม่เหล็ก ดังนั้นตัวประกอบกำลังของชิ้นงาน จึงหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่าง E และ I โดยดูจากเฟสเซอร์ไดอะแกรม ในรูปที่ 2.10 ตัวประกอบกำลังจะเป็นแบบ ล้าหลังมีค่าเป็น $\cos \frac{\pi}{4}$ แสดงว่าส่วนประกอบในส่วนจริงและจินตภาพของอิมพีแดนซ์ในวงจรสมมูลมีค่าเท่ากัน แต่ตามความเป็นจริง ขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กจะมีความเหนี่ยวนำรั่วไหลซึ่งจะทำให้ตัวประกอบกำลังของระบบลดลง และตัวขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กก็มีความต้านทานของตัวเองอยู่ ทำให้เฟสเซอร์ไดอะแกรมของระบบเปลี่ยนแปลงไปดังรูปที่ 2.11 และ

สามารถเขียนแบบจำลองวงจรสมมูลทางไฟฟ้าของระบบนี้ได้ดังรูปที่ 2.12 ซึ่งจากแบบจำลองของระบบที่มีชั้นงานเรียกว่า Slab นี้ อาจมองว่าเป็นรีแอกเตอร์ แกนเหล็กที่มีโพลดเป็นลักษณะพิเศษ กล่าวคือมีค่าความต้านทานและค่ารีแอกแตนซ์เท่ากัน ซึ่งฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านรีแอกแตนซ์นี้ก็คือ magnetizing flux นั้นเอง

2.2.2 การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับชั้นงานทรงกระบอกตัน

ในการให้ความร้อนกับชั้นงานทรงกระบอกจริง จะต่างจากชั้นงานอุดมคติ เนื่องจากมีขอบเขตของชั้นงานที่จำกัด การวิเคราะห์จึงเลือกใช้พิกัดทรงกระบอก [John Davies and Peter Simpson, 1979]

สมมติให้ความเข้มสนามแม่เหล็กที่เป็นตัวเหนี่ยวนำ $H = H_m \cos \omega t$
สมการของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในพิกัดทรงกระบอกคือ

$$\frac{d^2 H}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH}{dr} - k^2 H = 0 \quad (2.22)$$

โดยที่ $k = \frac{j\mu\omega}{\rho} = 2\alpha^2 j$

สมการนี้เป็นรูปแบบหนึ่งใน Bessel's equation ดังนั้นผลเฉลยของสมการจึงอยู่ในรูป Bessel's function โดยมีรูปแบบดังนี้

$$H = AI_0(kr) + BK_0(kr) \quad (2.23)$$

โดยที่ I_0 และ K_0 คือ Bessel's function อันดับศูนย์ A และ B คือค่าคงที่ ส่วน k เป็นปริมาณเชิงซ้อน จาก John Davies and Peter Simpson, 1979 ผลเฉลยที่สมบูรณ์จะเป็นดังนี้

$$\frac{H_r}{H_R} = \frac{ber(\sqrt{2}\alpha r) + jbei(\sqrt{2}\alpha r)}{ber(\sqrt{2}\alpha R) + jbei(\sqrt{2}\alpha R)} \quad (2.24)$$

โดยที่ R คือรัศมีของทรงกระบอก

r ก็อรัสมี่ใด ๆ ในพิกัดทรงกระบอก

H_R คือความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิวของชิ้นงาน

H_r คือความเข้มสนามแม่เหล็กที่ระยะ r จากศูนย์กลางชิ้นงาน

จากนั้นสามารถหาค่าความหนาแน่นกระแสได้ดังนี้

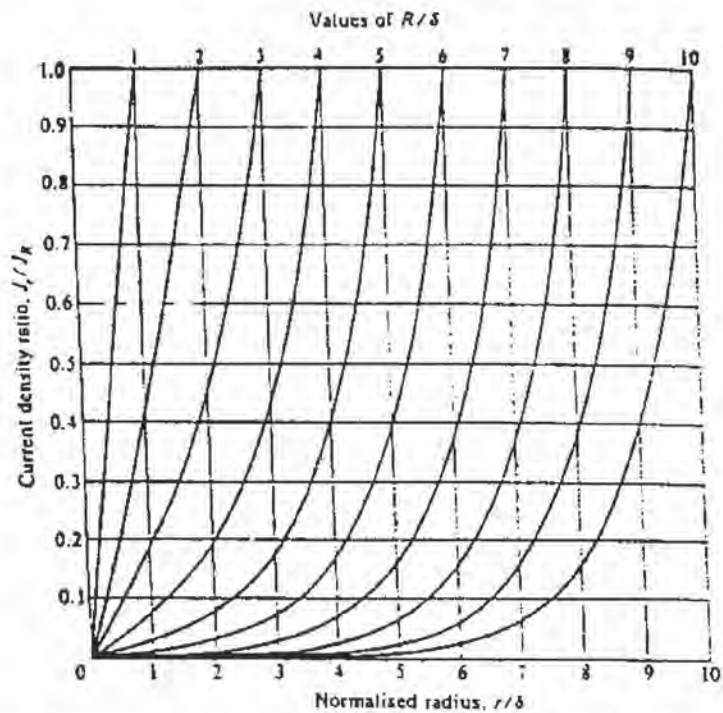
$$J_r = \sqrt{2\alpha} H_R \frac{ber' \sqrt{2\alpha r} + jbei' \sqrt{2\alpha r}}{ber \sqrt{2\alpha R} + jbei \sqrt{2\alpha R}} \quad (2.25)$$

$$\frac{J_r}{J_R} = \frac{ber' \sqrt{2\alpha r} + jbei' \sqrt{2\alpha r}}{ber \sqrt{2\alpha R} + jbei \sqrt{2\alpha R}} \quad (2.26)$$

$$\left| \frac{J_r}{J_R} \right| = \left[\frac{(ber'^2 \sqrt{2\alpha r} + bei'^2 \sqrt{2\alpha r})}{(ber'^2 \sqrt{2\alpha R} + bei'^2 \sqrt{2\alpha R})} \right]^{1/2} \quad (2.27)$$

จากสมการข้างต้นสามารถแสดงความสัมพันธ์ของ $\left| \frac{J_r}{J_R} \right|$ กับ $\frac{r}{\delta}$ โดยมี $\frac{R}{\delta}$

เป็นตัวพารามิเตอร์ได้ดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 การกระจายของความหนาแน่นกระแส ในการเหนี่ยวนำความร้อนของชิ้นงานทรงกระบอกตัน

จากหัวข้อที่แล้ว กรณีชิ้นงานเป็นแบบอุดมคติ ผลของสมการอยู่ในรูปของ เอกซ์โพเนนเชียล แต่ในกรณีที่ชิ้นงานเป็นแบบทรงกระบอกตัน จะเห็นว่าสมการอยู่ในพจน์ของ ber และ bei ซึ่งเป็นสมการที่ซับซ้อน ในการวิเคราะห์ จึงนิยมใช้กราฟดังรูปที่ 2.13 แทนการวิเคราะห์ทางสมการโดยตรง โดยจะเห็นว่าที่ทรงกระบอกตันขนาดใหญ่ ($\frac{R}{\delta}$ มีค่ามาก) เมื่อค่าพารามิเตอร์ $\frac{R-r}{\delta}$ มีค่าสูงขึ้นเรื่อย ๆ จะสังเกตได้ว่าค่าอัตราความหนาแน่นของกระแส $\left(\frac{J_r}{J_R}\right)$ ที่ระดับความลึกผิว δ จะมีค่าเข้าใกล้ 0.368 ซึ่งสอดคล้องกับกรณีโหดอุดมคติ

ส่วนค่าฟลักซ์สนามแม่เหล็ก ผลรวมที่ค่ารัศมีใดๆ ϕ , มีค่าดังสมการที่ (2.28)

$$\phi_r = \frac{2\pi\mu H_{Rm}r}{\sqrt{2\alpha}} \frac{bei'\sqrt{2\alpha r} - jber'\sqrt{2\alpha r}}{ber\sqrt{2\alpha r} + jbei\sqrt{2\alpha r}} \quad (2.28)$$

และที่ $r = R$

$$\phi_R = \frac{\sqrt{2\pi\mu H_{Rm}R}}{\alpha} \frac{bei'\sqrt{2\alpha R} - jber'\sqrt{2\alpha R}}{ber\sqrt{2\alpha R} + jbei\sqrt{2\alpha R}} \quad (2.29)$$

จากสมการที่ (2.29) ϕ_R ก็คือฟลักซ์สนามแม่เหล็กทั้งหมดที่คล้อยผ่านชิ้นงาน และถ้าจัดรูปของสมการนี้ให้ดูง่ายขึ้น โดยแบ่งให้เป็นส่วนจริง และส่วนจินตภาพ จะได้

$$\phi_R = \mu H_{rm} A_w (q - jp) = \phi_q - j\phi_p \quad (2.30)$$

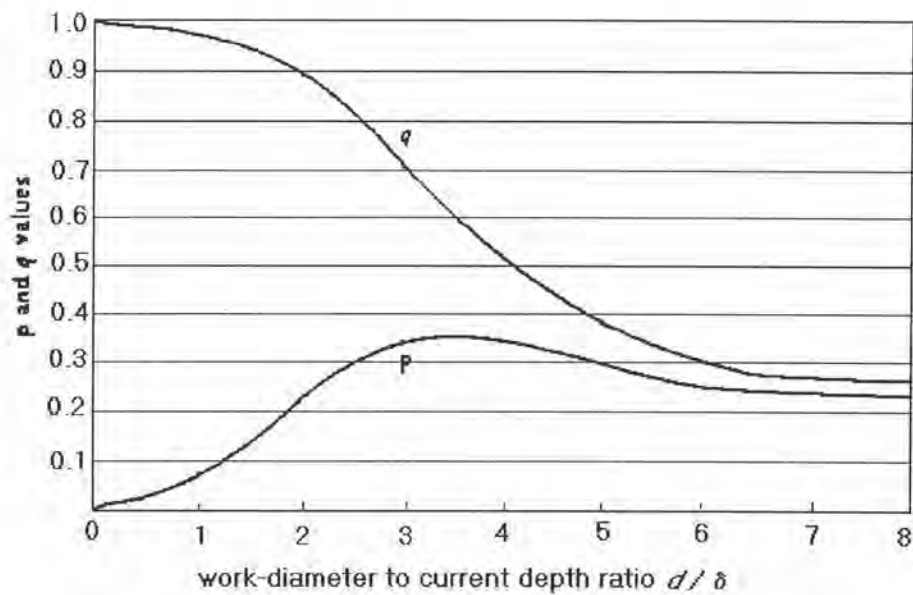
โดยที่

$$q = \frac{\sqrt{2}}{\alpha R} \frac{bei'\sqrt{2\alpha R}ber\sqrt{2\alpha R} - \sqrt{2\alpha R}bei\sqrt{2\alpha R}}{ber^2\sqrt{2\alpha R} + bei^2\sqrt{2\alpha R}} \quad (2.31)$$

$$p = \frac{\sqrt{2}}{\alpha R} \frac{bei'\sqrt{2\alpha R}bei\sqrt{2\alpha R} + ber'\sqrt{2\alpha R}ber\sqrt{2\alpha R}}{ber^2\sqrt{2\alpha R} + bei^2\sqrt{2\alpha R}} \quad (2.32)$$

และ A_w คือ พื้นที่หน้าตัดของชิ้นงาน = πR^2

จากสมการ (2.30) จะเห็นว่า p และ q เป็นตัวแปรที่สำคัญในการกำหนดค่ามุมของฟลักซ์สนามแม่เหล็ก ซึ่งส่งผลต่อกำลังที่ขึ้นงานด้วย จากสมการ (2.31) และ (2.32) สามารถแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง p, q กับ $\frac{d}{\delta}$ ได้ดังรูปที่ 2.14 โดยที่ $d = 2R$ คือเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน สังเกตได้ว่า เมื่อชิ้นงานมีเส้นผ่านศูนย์กลางใหญ่มาก ค่า p และ q จะลู่เข้าหากัน ทำให้มุมของฟลักซ์สนามแม่เหล็ก (ϕ) ที่ตามหลังสนามแม่เหล็กจะลู่เข้าหา $\frac{\pi}{4}$ เรเดียนด้วย ซึ่งก็สอดคล้องกับมุมที่กำหนดได้ในกรณีของชิ้นงานอุดมคติในหัวข้อ 2.2.1



รูปที่ 2.14 ความสัมพันธ์ระหว่าง p และ q กับ $\frac{d}{\delta}$

สำหรับกำลังสูญเสียในชิ้นงานของการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำ สามารถหาได้จากค่าความหนาแน่นกระแสดังนี้

กำลังสูญเสียต่อหน่วยความยาว

$$P_w = \frac{1}{2} \int_0^R \rho |J_{rm}|^2 2\pi r dr \quad (2.33)$$

จากสมการ (2.25) $J_r = \sqrt{2\alpha} H_R \frac{\text{ber}'\sqrt{2\alpha r} + j\text{bei}'\sqrt{2\alpha r}}{\text{ber}\sqrt{2\alpha R} + j\text{bei}\sqrt{2\alpha R}}$

ดังนั้น $|J_{rm}|^2 = 2\alpha^2 H_{Rm}^2 \frac{\text{ber}'^2\sqrt{2\alpha r} + \text{bei}'^2\sqrt{2\alpha r}}{\text{ber}^2\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}^2\sqrt{2\alpha R}}$

แทนค่าในสมการ (2.33)

$$P_w = 2\pi\rho\alpha^2 H_{Rm}^2 \int_0^R \frac{\text{ber}'^2\sqrt{2\alpha r} + \text{bei}'^2\sqrt{2\alpha r}}{\text{ber}^2\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}^2\sqrt{2\alpha R}} r dr$$

$$= \sqrt{2\pi\rho\alpha} H_{Rm}^2 R \left[\frac{\text{ber}\sqrt{2\alpha R}\text{ber}'\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}\sqrt{2\alpha R}\text{bei}'\sqrt{2\alpha R}}{\text{ber}^2\sqrt{2\alpha R} + \text{bei}^2\sqrt{2\alpha R}} \right] \quad (2.34)$$

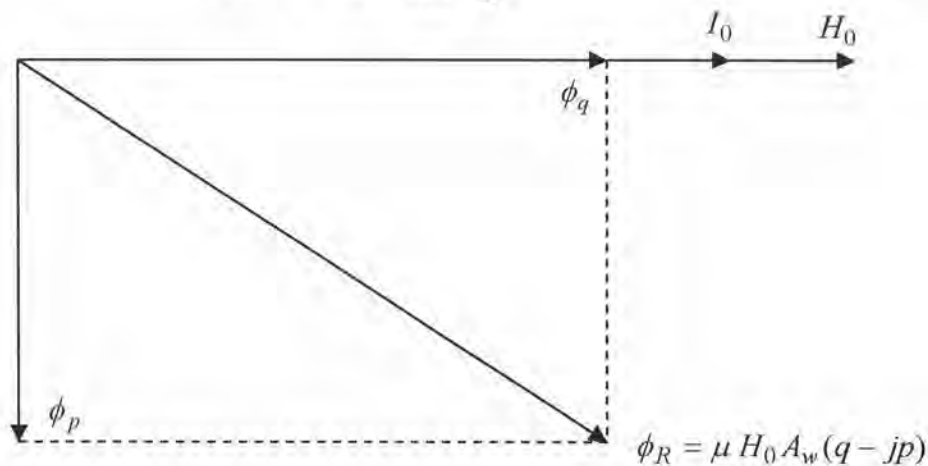
จากสมการ (2.34) พจน์ในวงเล็บก็คือค่าของ p (ตามสมการ 2.32) ดังนั้นจึงเขียน P_w ในเทอมของ p ได้ดังนี้

$$P_w = \mu\pi f H_{Rm}^2 (l_w A_w) p \quad (2.35)$$

โดยที่ l_w คือ ความยาวของชิ้นงาน

หรือ คิดเป็นกำลังสูญเสียต่อหน่วยพื้นที่ผิวของชิ้นงาน ดังนี้

$$P_s = \mu\pi f H_{Rm}^2 \frac{R}{2} p \quad (2.36)$$



รูปที่ 2.15 เฟสเซอร์ไคอะแกรมของปริมาณต่าง ๆ ที่ชิ้นงาน

จากสมการที่ (2.30) ฟลักซ์ผลรวมของสนามแม่เหล็กในชั้นงาน จะถ้าหลังความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิว ด้วยมุมเฟสค่าหนึ่ง ขึ้นอยู่กับค่า ϕ_w และ ϕ_p ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์โคอะแกรมของปริมาณต่างๆ ได้ดังรูปที่ 2.15

จากสมการที่ (2.35) กำลังสูญเสียที่ชั้นงานจะขึ้นอยู่กับตัวแปร p ตามความสัมพันธ์ดังรูปที่ 2.14 และขึ้นอยู่กับความถี่ที่ใช้งาน ค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก ขนาด และรูปร่างของชั้นงาน รวมทั้งค่าสภาพความต้านทาน และค่าความซึมซาบได้ของชั้นงาน และเนื่องจากคุณสมบัติเหล่านี้ของโลหะ ตลอดจนโครงสร้างทางโลหะของชั้นงานมีการเปลี่ยนแปลงกับอุณหภูมิ จึงสมควรที่จะศึกษาความสัมพันธ์ทางด้านนี้ด้วย

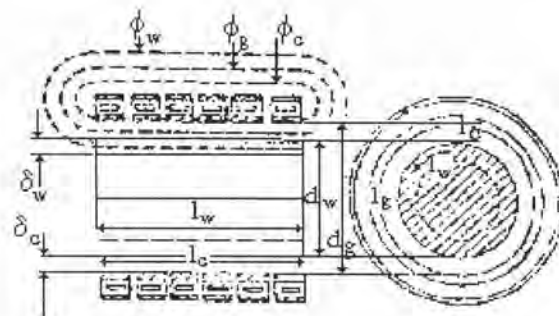
2.3 การวิเคราะห์ห้วงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำ

ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงการวิเคราะห์เชิงอุดมคติ คือกรณีที่ขดลวดเหนี่ยวนำและชั้นงานมีความยาวมากจนกระทั่งทำให้การกระจายของฟลักซ์สนามแม่เหล็ก ที่ค้ำต้องผ่านชั้นงาน เป็นไปอย่างสม่ำเสมอ [John Davies and Peter Simpson, 1979] จากรูป 2.16 ให้ H_{om} เป็นความเข้มของสนามแม่เหล็กที่ผิวของชั้นงาน และมีฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่ค้ำต้องผ่านระบบอีก 3 ส่วน คือ

ϕ_w คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่ค้ำต้องผ่านชั้นงาน

ϕ_g คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่ค้ำต้องผ่านช่องอากาศ

ϕ_c คือ ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่ค้ำต้องผ่านบริเวณผิวของขดลวดเหนี่ยวนำ



รูปที่ 2.16 ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่ค้ำต้องผ่านชั้นงานกับขดลวดเหนี่ยวนำ

จากรูปที่ 2.14 เมื่อ $\frac{d}{\delta} > 8$ แล้ว

$$P = \frac{2}{1.23 + d/\delta}$$

$$q = \frac{2}{d/\delta}$$

จากสมการที่ (2.30) จะได้

$$\phi_{wm} = \mu H_{Rm} A_w (q - jp)$$

โดยที่ ϕ_{wm} คือ ค่าของฟลักซ์สนามแม่เหล็กรวมที่คล้องผ่านชิ้นงาน (Wb)

A_w คือ พื้นที่หน้าตัดของชิ้นงาน (m^2)

โดยปกติ ϕ_g จะมีขนาดค่อนข้างใหญ่ในขณะที่ไม่มีชิ้นงานในขดลวดเหนี่ยวนำ แต่จะมีขนาดเล็กลง เมื่อใส่ชิ้นงานเข้าสู่ขดลวดเหนี่ยวนำ เนื่องจากพื้นที่หน้าตัดฟลักซ์สนามแม่เหล็กคล้องผ่าน มีค่าลดลง ช่องอากาศที่เกิดขึ้นระหว่างชิ้นงานกับขดลวดเหนี่ยวนำ นอกจากนี้ จะช่วยให้สามารถใส่ชิ้นงานได้สะดวกแล้ว ยังทำหน้าที่เป็นฉนวนความร้อนระหว่างชิ้นงานและขดลวดเหนี่ยวนำอีกด้วย อย่างไรก็ตาม ฟลักซ์สนามแม่เหล็กในส่วนนี้ กลับทำให้ตัวประกอบกำลังของขดลวดเหนี่ยวนำมีค่าต่ำลง

$$\phi_{gm} = \mu_o H_{Rm} A_g \quad (2.37)$$

โดยที่ ϕ_{gm} คือค่าของฟลักซ์สนามแม่เหล็กรวมที่คล้องผ่านช่องอากาศ (Wb)

A_g คือพื้นที่หน้าตัดของอากาศที่ฟลักซ์สนามแม่เหล็กคล้องผ่าน (m^2)

จากสมการ (2.20) ซึ่งแสดงค่าฟลักซ์สนามแม่เหล็กรวมต่อหนึ่งหน่วยความยาว สามารถนำมาจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\phi = \frac{\mu_o H_{om}}{\sqrt{2\alpha}} \cdot \frac{1-j}{\sqrt{2}} = \frac{\mu_o H_{om} \delta_c}{2} (1-j)$$

โดยที่ δ_c คือความลึกผิวที่เกิดในขดลวด เนื่องจากขดลวดเหนี่ยวนำเอง ก็เกิดปรากฏการณ์ผิวเช่นเดียวกับชิ้นงาน แต่ขดลวดเป็นทองแดงจึงไม่มีคุณสมบัติเป็นสารแม่เหล็ก ส่วนความยาวที่ฟลักซ์สนามแม่เหล็กต้องผ่านขดลวดคือเส้นรอบวงด้านในของขดลวดเหนี่ยวนำ ดังนั้น

$$\phi_{cm} = k_r \frac{\mu_o \delta_c (\pi d_c)}{2} H_{om} (1-j) \quad (2.38)$$

โดยที่ ϕ_{cm} คือ ค่ายอดของฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่ล่องผ่านขดลวด (Wb)

d_c คือ เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของขดลวดเหนี่ยวนำ (m)

k_r คือ correction factor

โดยทั่วไป k_r จะใช้ค่าประมาณ 1.15 แต่ในกรณีที่ขดลวดเหนี่ยวนำมีรอบเดียว จะใช้ $k_r = 1$

ดังนั้น สมการค่ายอดของฟลักซ์สนามแม่เหล็กรวมของระบบ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\phi_{om} = \phi_{wm} + \phi_{gm} + \phi_{cm}$$

หรือคิดเป็นค่า rms ได้ดังนี้

$$\phi_o = \phi_w + \phi_g + \phi_c$$

จากสมการ (2.30), (2.37), และ (2.38) แทนค่า จะได้

$$\phi_{om} = \mu_o H_{om} \left[\left(A_g + \mu_r q A_w + \frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right) - j \left(\mu_r p A_w + \frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right) \right] \quad (2.39)$$

จากสมการของ m.m.f. จะได้

$$H_{om} = \frac{\sqrt{2} I_c N_c}{I_c} \quad (2.40)$$

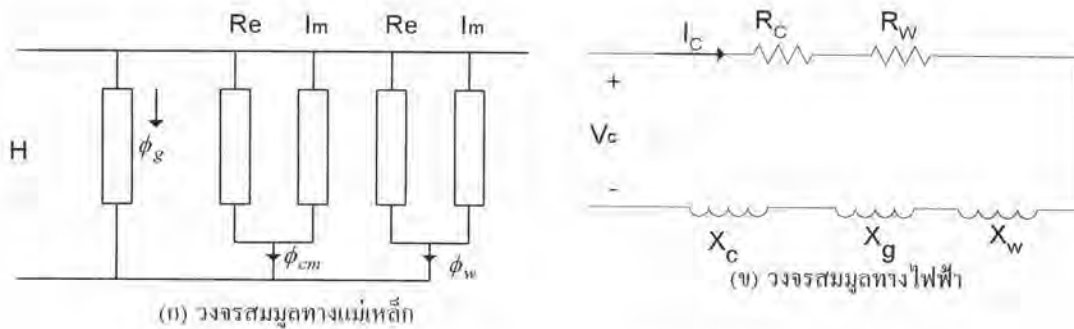
ให้ V_c เป็นค่า rms ของแรงดันคร่อมขดลวด ดังนั้น

$$V_c = j \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_c \phi_{om} \quad (2.41)$$

แทนค่า สมการ (2.39) และ (2.40) ลงในสมการ (2.41) จะได้

$$V_c = \frac{2\pi f \mu_o}{I_c} N_c^2 I_c \left[\left(\mu_r p A_w + \frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right) + j \left(A_{g+} \mu_r q A_w + \frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right) \right] \quad (2.42)$$

จากแนวคิดที่ว่า การกระจายของฟลักซ์สนามแม่เหล็กเป็นไปอย่างสม่ำเสมอ และเป็นผลเนื่องมาจากความเข้มสนามแม่เหล็กเดียวกัน ดังนั้น สามารถนำสมการ (2.42) มาเขียนเป็นวงจรสมมูลทางแม่เหล็กไฟฟ้าได้ดังรูปที่ 2.17(ก) และวงจรสมมูลทางไฟฟ้าดังรูปที่ 2.17(ข) โดยที่ความต้านทานจะมาจากชิ้นงานและขดลวด ส่วนความเหนี่ยวนำจะเกิดจากขดลวด ชิ้นงาน และส่วนช่องว่างอากาศ



รูปที่ 2.17 วงจรสมมูลของขดลวดเหนี่ยวนำกรณีมีชิ้นงาน

จากรูปที่ 2.17(ข) เขียนสมการแสดง อิมพีแดนซ์รวมของระบบได้ดังนี้

$$Z = (R_w + R_c) + j(X_g + X_w + X_c) \quad (2.43)$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ (2.42) และ (2.43) พบว่า

$$\text{ความต้านทานของชิ้นงาน } R_w = K(\mu_r p A_w) \quad \text{โอห์ม} \quad (2.44)$$

ความต้านทานของขดลวด $R_c = K \left(\frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right)$ โอห์ม (2.45)

รีแอกแตนซ์จากช่องอากาศ $X_g = KA_g$ โอห์ม (2.46)

รีแอกแตนซ์จากฉนวน $X_w = K(\mu_r q A_w)$ โอห์ม (2.47)

รีแอกแตนซ์จากขดลวด $X_c = K \left(\frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right)$ โอห์ม (2.48)

โดยที่ $K = 2\pi f \mu_o \left(\frac{N_c^2}{l_c} \right)$ Ω/m^2 (2.49)

นำค่าที่ได้มาคำนวณคุณสมบัติของขดลวดเหนี่ยวนำที่สำคัญได้ดังนี้

ประสิทธิภาพของขดลวดเหนี่ยวนำ $\eta = \frac{R_w}{R_c + R_w}$ (2.50)

ตัวประกอบกำลังของขดลวดเหนี่ยวนำ $\cos \theta = \frac{R_w + R_c}{Z}$ (2.51)

โดยที่ $Z_2 = (R_c + R_w)^2 + (X_g + X_w + X_c)^2$ (2.52)

ดังนั้น กำลังงานที่ขดลวดเหนี่ยวนำ (P_c)

$$P_c = \frac{P_w}{\eta} \quad (2.53)$$

กำลังปรากฏที่ขดลวดเหนี่ยวนำ $coil VA = \frac{P}{\cos \theta} = I_c^2 Z$ (2.54)

แรงดันต่อรอบที่ขดลวด $\frac{V_c}{N_c} = \frac{coil VA}{total ampere - turns}$ (2.55)

โดยที่ $coil ampere - turns = I_c N_c = H_o l_c$ (2.56)

I_c และ V_c เป็นค่า rms

เมื่อพิจารณาสมการ (2.50) - (2.56) พบว่า

$$R_c = \frac{\pi^2 N_c^2}{l_c} \sqrt{\frac{\mu_o \rho_c f}{\pi}} k_r d_c \quad (2.57)$$

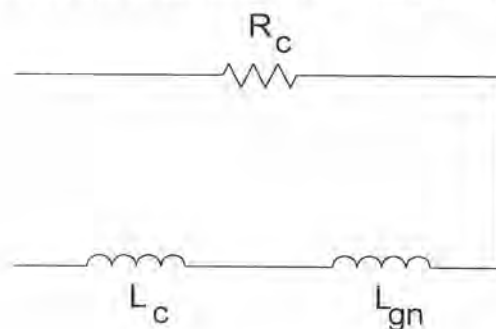
$$R_w = \frac{4\pi N_c^2}{l_c} \sqrt{\frac{\mu_o \mu_r \rho_w f}{\pi}} \frac{A_w}{d_w} \quad (2.58)$$

$$L_c = \frac{N_c^2}{l_c} \sqrt{\frac{\mu_o \rho_c}{\pi f}} \frac{k_r \pi d_c}{2} \quad (2.59)$$

$$L_w = \frac{2N_c^2}{l_c} \sqrt{\frac{\mu_o \mu_r \rho_w}{\pi f}} \frac{A_w}{d_w} \quad (2.60)$$

$$L_g = N_c^2 \frac{\mu_o A_g}{l_c} \quad (2.61)$$

สมการที่ (2.57) - (2.61) แสดงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของขดลวดเหนี่ยวนำและ
ชั้นงาน ของวงจรสมมูลทางไฟฟ้า ดังรูป 2.17(ข) จะเห็นว่า ถ้าให้ชั้นงานและขดลวดเหนี่ยวนำ
คงที่ ความต้านทานของชั้นงานและขดลวดจะแปรตามรากที่สองของความถี่ รากที่สองของสภาพ
ความต้านทาน รากที่สองของความซึมซาบได้ ขณะที่ความเหนี่ยวนำของชั้นงานและขดลวดจะ
แปรตาม รากที่สองของสภาพความต้านทาน รากที่สองของความซึมซาบได้ แต่จะแปรผกผันกับ
รากที่สองของความถี่ ส่วนความเหนี่ยวนำของช่องว่างอากาศ พบว่า จะแปรผกผันตามลักษณะของ
ขดลวดเหนี่ยวนำและพื้นที่หน้าตัดของช่องว่างอากาศ โดยไม่ขึ้นกับความถี่



รูปที่ 2.18 วงจรสมมูลทางไฟฟ้าของขดลวดเหนี่ยวนำกรณีไม่มีโหลด

จากที่กล่าวมาแล้ว เป็นการพิจารณาวงจรสมมูลทางไฟฟ้าของขดลวดให้ความร้อนที่มีชิ้นงานอยู่ด้วย สำหรับกรณีที่ไม่มีชิ้นงาน วงจรสมมูลทางไฟฟ้ายังคงมีลักษณะคล้ายคลึงกัน โดยมีความต้านทานเนื่องจากขดลวด (R_c) และความเหนี่ยวนำเนื่องจากขดลวด (L_c) และช่องว่างอากาศ (L_g) ดังรูปที่ 2.18 โดยมีค่า R_c และ L_c คงเดิม แต่ค่า L_g จะมีค่าสูงขึ้น เนื่องจากพื้นที่หน้าตัดของช่องว่างอากาศเพิ่มมากขึ้น ดังสมการ (2.62)

$$L_{gn} = \frac{N_c^2 \mu_o}{l_c} \left(\frac{\pi d_c^2}{4} \right) \quad (2.62)$$

2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับคุณสมบัติของชิ้นงาน

2.4.1 สภาพความต้านทานของโลหะกับอุณหภูมิ

ค่าสภาพความต้านทานโดยทั่วไปจะขึ้นกับชนิดของสารที่เป็นชิ้นงาน โดยปกติสารที่เป็นโลหะเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ค่าสภาพความต้านทานจะเพิ่มขึ้นในลักษณะเชิงเส้น ความสัมพันธ์ในลักษณะทั่วไป จะเป็นดังสมการข้างล่าง

$$\rho_\theta = \rho_1 [1 + \alpha(\theta - \theta_1)] \quad (2.63)$$

โดยที่ ρ_θ คือค่าสภาพความต้านทานที่อุณหภูมิ θ ใด ๆ

ρ_1 คือค่าสภาพความต้านทานที่อุณหภูมิ θ_1

α คือค่าสัมประสิทธิ์ของสารชนิดต่าง ๆ

ค่าของ α และ ρ ของโลหะชนิดต่าง ๆ แสดงดังตาราง 2.1 โดยในการคำนวณจะใช้ค่าสภาพความต้านทานสมมูลค่าหนึ่งแทน จากสมการ (2.18) กำลังสูญเสียที่ชิ้นงานจะแปรผันตรงกับ $\frac{\rho}{\delta}$ และในขณะที่ δ แปรผันกับ $\sqrt{\rho}$ นั่นคือ กำลังสูญเสียที่ชิ้นงาน จะเป็นสัดส่วนกับ $\sqrt{\rho}$ ด้วย แต่ในความเป็นจริง สภาพความต้านทานของชิ้นงานจะแปรเปลี่ยนไปตามอุณหภูมิอย่างเป็นเชิงเส้น ดังนั้น ถ้าปริมาณค่าอื่น ๆ มีค่าคงที่แล้ว สมการที่ (2.63) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\rho_\theta = \rho_1 + \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} (\rho_2 - \rho_1) \quad (2.64)$$

เนื่องจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิเป็นสัดส่วนกับกำลังสูญเสีย ดังนั้น จึงเป็นสัดส่วนกับ $\sqrt{\rho}$ ด้วย นั่นคือ

$$\frac{d\theta}{dt} = \text{constant} \times \sqrt{\rho} \quad (2.65)$$

กำหนดให้ $k = \text{constant}$

แทนสมการที่ (2.64) ลงในสมการที่ (2.65) แล้วจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{[\rho_1 + \{(\theta - \theta_1)/(\theta_2 - \theta_1)\}(\rho_2 - \rho_1)]^{1/2}} = \int_0^t k dt$$

ดังนั้น เวลาที่ใช้ในการให้ความร้อนจนอุณหภูมิ θ_1 เปลี่ยนเป็น θ_2 เท่ากับ

$$t = 2 \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{(\rho_2 - \rho_1)} \frac{(\sqrt{\rho_2} - \sqrt{\rho_1})}{k} \quad (2.66)$$

ถ้าสมมติให้ค่าสภาพความต้านทานมีค่าคงที่และมีค่าเท่ากับ ρ_m ตลอดช่วง อุณหภูมิการใช้งาน (θ_1 ถึง θ_2) เมื่อแทนในสมการที่ (2.65) จะได้

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta = \int_0^t k \sqrt{\rho_m} dt$$

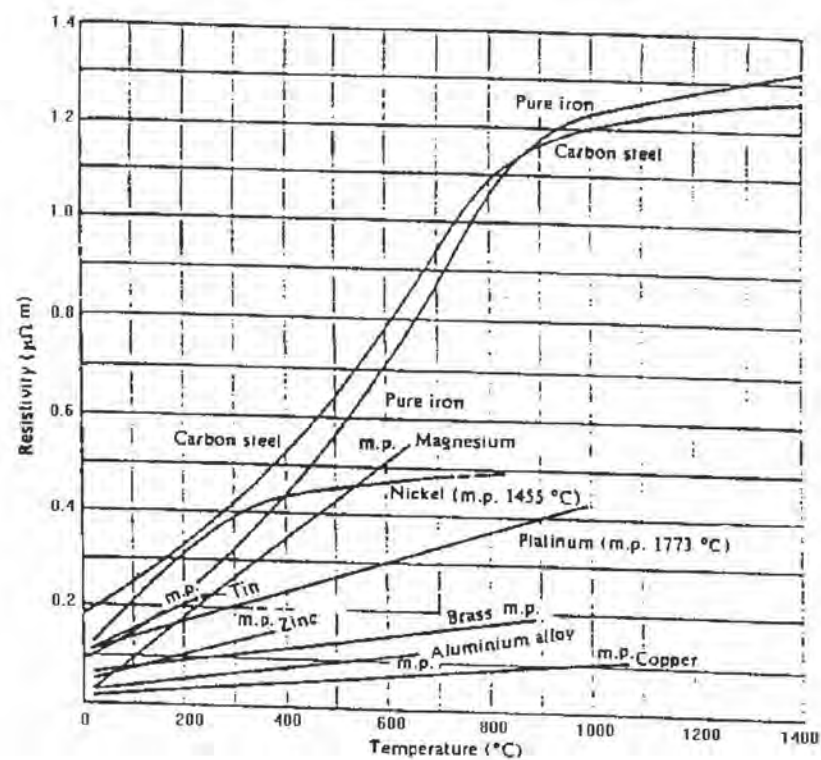
$$t = \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{k \sqrt{\rho_m}} \quad (2.67)$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ (2.66) และสมการ (2.67) จะได้ว่า

$$\rho_m = \frac{(\sqrt{\rho_2} + \sqrt{\rho_1})^2}{4} \quad (2.68)$$

ตารางที่ 2.1 ค่าสภาพความต้านทาน ρ และค่าสัมประสิทธิ์ α ของโลหะชนิดต่าง ๆ ที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส

Material	α	ρ 20° C(Ω m)
Aluminium	4.29×10^{-3}	2.65×10^{-8}
Brass(65% Cu, 35% Zn)	1.6×10^{-3}	6.4×10^{-8}
Bronze(90% Cu, 11% Zn)	1.86×10^{-3}	3.9×10^{-8}
Copper	3.93×10^{-3}	1.72×10^{-8}
Pure Iron	6.5×10^{-3}	9.71×10^{-8}
Lead	3.36×10^{-3}	20.65×10^{-8}
Silver	4.1×10^{-3}	1.59×10^{-8}



รูปที่ 2.19 ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพความต้านทานกับอุณหภูมิของโลหะชนิดต่าง ๆ

จากรูปที่ 2.19 ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพความต้านทาน กับอุณหภูมิของสารเฟอร์โรแมกเนติก จะมีการเปลี่ยนแปลงแบบไม่เป็นเชิงเส้นตลอดช่วงอุณหภูมิ จึงควรแยกวิเคราะห์แบบเชิงเส้นเป็นช่วงอุณหภูมิที่ละช่วงไป

2.4.2 ความซึมซาบได้ของโลหะกับอุณหภูมิ และความเข้มสนามแม่เหล็ก

ความซึมซาบได้ของโลหะนั้นปกติจะมีค่าค่อนข้างคงที่ แต่สำหรับโลหะที่เป็นสารประเภทเฟอร์โรแมกเนติกแล้ว ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสนามแม่เหล็กกับความเข้มสนามแม่เหล็กจะไม่เป็นเชิงเส้น แต่จะเป็นไปตามกราฟกระแสทำแม่เหล็ก จากหนังสืออ้างอิง [John Davies and Peter Simpson, 1979] จะพบว่าความซึมซาบได้ของสารเฟอร์โรแมกเนติก จะขึ้นกับความเข้มสนามแม่เหล็ก และระดับความอิ่มตัวของความหนาแน่นสนามแม่เหล็กด้วย ความสัมพันธ์ระหว่างความซึมซาบได้ของสาร กับความเข้มสนามแม่เหล็ก แสดงได้ดังสมการที่ (2.69)

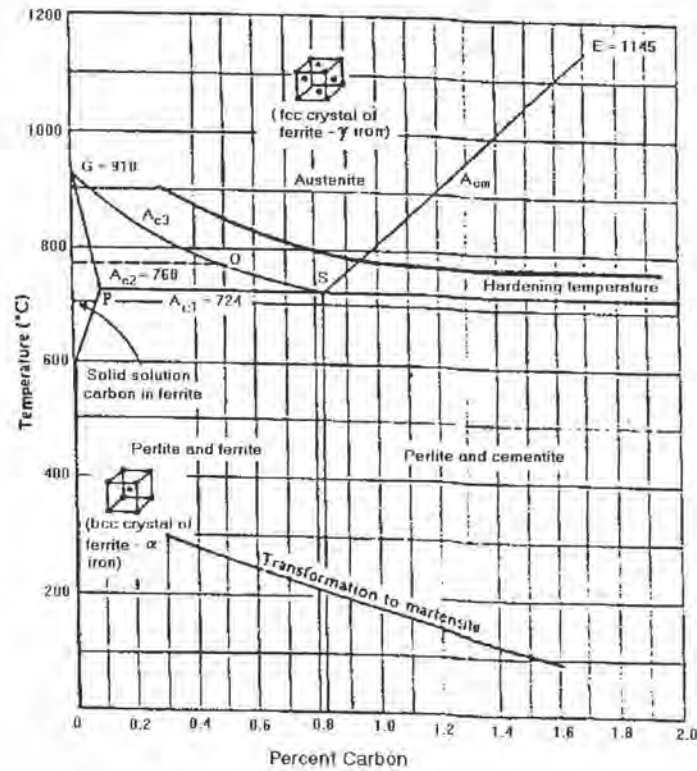
$$\mu = \left(1.43 \times 10^{-6} \frac{B_s}{H_{om}} + 1 \right) \mu_0 \quad (2.69)$$

โดยที่ B_s คือ ความหนาแน่นสนามแม่เหล็กอิ่มตัว เทสลา (T)
 H_{om} คือ ค่ายอดความเข้มสนามแม่เหล็ก แอมแปร์/เมตร (A/m)
 μ_0 คือ ค่าความซึมซาบได้ในอากาศ = $4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)

นอกจากนี้ ค่าความซึมซาบได้ของสารเฟอร์โรแมกเนติก ยังมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิด้วย โดยปกติแล้วค่าความซึมซาบได้ของสารประเภทนี้จะมีค่าค่อนข้างคงที่กับอุณหภูมิ แต่เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นถึงจุดคูรี (Curie point) แล้ว ค่าความซึมซาบได้ของสารนั้นจะลดลงเป็นค่าความซึมซาบได้ในอากาศทันที ($\mu_r = 1$) มีผลให้สารนั้นหมดสภาพความเป็นสารแม่เหล็ก และจากข้อมูลของเหล็กผสมคาร์บอน 0.5% จะมีอุณหภูมิคูรีอยู่ที่ประมาณ 760 องศาเซลเซียส

2.4.3 โครงสร้างทางโลหะของเหล็กผสมคาร์บอนกับอุณหภูมิ

ในการชุบแข็งโลหะ เหล็กที่ใช้จะต้องเป็นเหล็กผสมคาร์บอน เปอร์เซ็นต์ของคาร์บอนในเนื้อเหล็กจะทำให้องค์ประกอบของเหล็กแตกต่างกันไป อีกทั้งโครงสร้างทางโลหะที่อุณหภูมิต่างๆ ก็จะไม่แตกต่างกันไปด้วย ดังนั้นเราจึงต้องศึกษาโครงสร้าง และคุณสมบัติของโลหะโดยใช้แผนภาพสมดุลเหล็กผสมคาร์บอน ซึ่งแสดงในรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 แผนภาพสมดุลเหล็กผสมคาร์บอน

จากแผนภาพในรูปที่ 2.20 จะมีเส้น P S O ที่อุณหภูมิ 768 องศาเซลเซียส แบ่งส่วนโครงสร้างพื้นฐานของเหล็ก โดยได้เส้น P S O โครงสร้างพื้นฐานของเหล็กเป็นแบบ body-centered cubic lattice (BCC) ที่มีคุณสมบัติเป็นแม่เหล็ก ในขณะที่เหนือเส้น G S E โครงสร้างพื้นฐานของเหล็กจะเป็นแบบ face-centered cubic lattice (FCC) ซึ่งมีคุณสมบัติไม่เป็นแม่เหล็ก โดยองค์ประกอบของเหล็กใน phase นี้มีชื่อเรียกว่า austenite สำหรับองค์ประกอบของเหล็กใน phase ที่อยู่ใต้เส้น P S หรือเส้น A_{C1} เหล็กจะมีสององค์ประกอบ คือ ferrite กับ perlite โดยที่ perlite ก็คือ ferrite และ cementite ผสมกัน สำหรับ cementite ก็คือ ferrite ที่มีคาร์บอนเรียงอยู่เป็นชั้นๆ ทั้งนี้เพราะถ้าส่วนผสมของคาร์บอนมากกว่า 0.008 % และที่อุณหภูมิต่ำกว่า 724 องศาเซลเซียส คาร์บอนจะไม่สามารถผสมกลมกลืนเข้ากับเหล็กได้หมด แต่ถ้าส่วนผสมของคาร์บอนมีน้อยกว่า 0.008 % คาร์บอนจะผสมกลมกลืนกลายเป็นสารละลายอยู่ใน ferrite ดังแผนภาพ phase นี้จะอยู่ใต้เส้น G P

ระหว่างเส้น A_{C1} กับเส้น A_{C3} เช่นที่เส้น A_{C2} ferrite และ perlite จะเริ่มเปลี่ยนแปลงเป็น austenite และเมื่ออุณหภูมิของเหล็กสูงขึ้นเหนือเส้น A_{C3} การเปลี่ยนแปลงจะสมบูรณ์ เหล็กที่ได้จะมีคุณสมบัติไม่เป็นแม่เหล็ก และจากแผนภาพ อุณหภูมิที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงเป็นสาร austenite นี้จะขึ้นอยู่กับเปอร์เซ็นต์ของสารคาร์บอนที่มีอยู่ ถ้าสัดส่วนนี้มี

ค่าเท่ากับ 0.83 % การเปลี่ยนแปลงจาก perlite เป็น austenite จะเกิดขึ้นที่ เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น ถึงจุด S โดยไม่มีสถานะระหว่างกลาง (เช่นกรณีที่เกิดแบบเส้น A_{C2}) และถ้าเปอร์เซ็นต์ของ คาร์บอนมากกว่า 0.83 % คาร์บอนที่มีมากขึ้นนี้จะทำให้ ferrite กลายเป็น cementite หหมด กล่าวคือ ไม่มี ferrite ใดๆ อยู่เลย ดังแผนภาพ phase นี้จะอยู่ใต้เส้น S O

ในกรณีที่เหล็กมีส่วนผสมคาร์บอนมากกว่า 0.83 % เมื่อเพิ่มอุณหภูมิขึ้นเหนือ เส้น S O สาร perlite กับ cementite จะกลายเป็นสารผสมระหว่าง austenite กับ cementite แทน และถ้าเพิ่มอุณหภูมิให้สูงขึ้นจนกระทั่งถึงเส้น A_{Cm} โครงสร้างของเหล็กจะกลายเป็น austenite ซึ่งอุณหภูมิที่จะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงนี้ จะขึ้นอยู่กับเปอร์เซ็นต์ของสารผสม คาร์บอนที่เป็นส่วนผสม