บรรณานุกรม

ภาษาไทย

ดิเรก พงศ์ประดิษฐ์. "อิทธิพลของเครื่องคิดเลขที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และทัศนคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนพิษณุโลกศึกษา จังหวัดพิษณุโลก." วิทยานิพนธ์ปริญญาศิลปศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2526.

ประคอง กรรณสูต. สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์เจริญผล, 2525.

ภัทรกุล จริยวิทยานนท์. "บทบาทของเครื่องคิดเลขในโรงเรียน." ข่าวสาร สสวท. 9 (มกราคม - มีนาคม 2525) : 48 - 50.

วิจิตร ภักดีรัตน์. "เทคโนโลยีการศึกษา." ใน เอกสารการสอนชุดวิชาวรรณกรรมมัธยมศึกษา, เล่มที่ 2 หน่วยที่ 12, หน้า 285. กรุงเทพมหานคร : จัดพิมพ์โดยฝ่ายการพิมพ์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2525.

ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมวิชาการ. หนังสืออุเทศวิชาคณิตศาสตร์. พระนคร : โรงพิมพ์การศาสนา, 2507.

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล. "อิทธิพลของเครื่องคิดเลขที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และทัศนคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนสตรีราชินูทิศ อุดรธานี." วิทยานิพนธ์ปริญญาศิลปศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2526.

สงัด อุทรานันท์. "แนวคิดและพัฒนาการใหม่ทางด้านหลักสูตร." วารสารครุศาสตร์. 11 (กรกฎาคม 2525) : 44 - 53.

สมพล เล็กสกุล. "บทบาทของเครื่องคำนวณขนาดเล็กในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน." วารสาร มศว.ประทุมวัน 7 (กุมภาพันธ์ 2525) : 90.

สำเริง เวชสุนทร. "เครื่องคิดเลขไฟฟ้ากับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์." วารสาร-คณิตศาสตร์. 25 (มีนาคม - เมษายน 2525) : 62 - 67.

อนุชิต จารุชุมพล. "เครื่องคำนวณอีเลคโทรนิคส์." ออดิโอวิชั่น. 1 (กรกฎาคม 2525): 61 - 62.

ภาษาต่างประเทศ

Aidala, Gregory and Rosenfeld, Peter. "Calculator in the Classroom." The Mathematics Teacher. 71 (May 1978) : 434 - 435.

Andersen, Lyle Eugene. "The Effect of Using Restricted and Unrestricted of Presentation with Electronic Calculators on the Achievement and Attitude of Seventh Grade Pupils." Dissertation Abstracts International. 37 (April 1977) : 6321-A - 6322-A.

Begg, Donald L. and Lewis, Erest L. Measurement and Evaluation in the School. Boston : Houghton Mifflin Company, 1975.

Bell, Max S. "Calculator in Secondary School Mathematics." The Mathematics Teacher. 71 (May 1978) : 405 - 410.

Bloom, B.S. and others. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New York : Mc Graw-Hill Book, 1971.

Boonruangratana, S., Jariyavidyanont, P., Wattanawaha, N. and Loakhom, R. "Calculator in School in Thailand." In M.N. Suydam (Ed.), Working Paper in Hand-Held Caculators in School. Paper Presented at the International Conference on Cooperative Studies in Mathematics Curricula held at

Haus Ohreck, Osnabruck, Federal Republic of Germany :January 1980) : 7 - 11.

Connor, Philip Joseph. "A Calculator Dependent Trigonometry Program and its Effect on Achievement in Attitude toward Mathematics of Eleventh and Twelfth Grade College Bound Students." Dissertation Abstracts International. 42 (December 1981) : 2545-A - 2546-A.

Daffey, B. "Calculators and Thier Impacts." The Mathematical Association of Vitoria. (December 1979) : 178 - 182.

Elliott, James William. "The Effect of Using Hand-Held Calculators on Verbal Problem Solving Ability of Sixth-Grade Students." Dissertation Abstracts International. 41 (February 1981) : 3464-A.

Fesharaki, Mohammad. "A Study of the Effect of Hand Calculators on Achievement, Estimation and Retentions of Seventh and Eighth Graders on Decimals and Percent." Dissertation Abstracts International. 39 (April 1979) : 6004-A.

Fisher, Bill. "Calculator Games : Combining Skills and Problem Solving." The Mathematics Teacher. 27 (December 1979): 40 - 41.

Glass, Gene V. and Stanley, Julian C. Statistical Methods in Education Psychology. New Jersey : Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1970.

Gooden, Curtis Lee. "Some Effectsof Using Minicalculators in an Arithmetic Course on the Attitude toward Mathematics and Mathematics Achievement of Community College Students." Dissertation Abstracts International. 39 (November 1979): 2800-A.

Goodhue, Joseph F. "Calculator Crossword Puzzle." The Mathematics Teacher. 71 (April 1978) : 279 - 282.

Hopkins, Billy Lynn. "The Effect of A Hand-Held Calculator Curriculum in Selected Fundamentals of Mathematics Classes." Dissertation Abstracts International. 39 (November 1979) : 2801-A.

Keam, R. and Fenby, B. "Thing to do with calculator." Melbourne: Education Department of Victoria (1976) : 13 - 15.

Laursen, Kay William. "Use of Calculators in high School General Mathematics : A Study Comparing Achievement, Attitude,and Attendance of General Mathematics Students Who Used Calculators with Students Who did not." Dissertation Abstracts International. 39 (August 1979) : 733-A.

Lichtenberg, Donovan R. "Minicalculators and Rep ting Decimals." The Mathematics Teacher. 71 (September 1978) : 524.

Mehrens, William A., Lehmann, Irvin J. Measurement and Evaluation and Psychology. 2d ed. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1975.

Mile, Marion Moss. "A Study of the Interretionship of the Hand-Held Calculator, Achievement in Mathematical Computation and Problem-Solving and Attitude toward Mathematics of Eighth Grade Students." Dissertation Abstracts International. 41 (September 1980) : 984-A.

Miller, Donald Peter. "Effectiveness of Using Minicalculators as an Instructional Aid in Developing the Concept and Skill of Long Division at the Fifth Grade level." Dissertation Abstracts International. 37 (April 1977): 6327-A.

Miller, William A. and Hazekamp, Donald W. "Calculator Graphing." The Mathematics Teacher. 71 (December 1978) : 759 - 762.

Moore, Bobbie Henderson. "The Effect of Hand-Held Electronic Calculator on Attitude toward Mathematics and Mathematics Achievement of Third-Grade Learners." Dissertation Abstracts International. 43 (November 1982) : 1457-A.

Morgan, Raymond V. and Warnock Tony T. "Derivatives on the Hand-Held Calculator." The Mathematics Teacher. 71 (September 1978) : 532 - 537.

Murphy, Nancy Kathleen. "The Effect of a Calculator treatment on Achievement and Attitude toward Problem Solving in Seventh Grade Mathematics." Dissertation Abstracts International. 42 (November 1981) : 2008-A - 2009-A.

Ostle, Bernard. Statistic in Research: Basic Concept and Techniques for Research Workers. 2d ed. Calcutta : The Iowa State University Press, 1966.

Phillips, R.F. "Simple gravitating using a programable pocket calculator." Physics Education (1977) : 360 - 363.

Ryder, Donald Goven. "The Effect of Hand-Held Calculator and Assigned Homework on the Achievement, Attitude, and Persistence of Remedial Algebra Students in A Small, Four-Year College." Dissertation Abstracts International. 43 (September 1982) : 711-A.

Shult, Douglas Lee. "The Effect of Hand-Held Calculator on Arithmetic Problem-Solving Abilities of Sixth-Grade Students." Dissertation Abstracts International. 42 (June 1980) : 6179-A - 6180-A.

Shumway, Richard J. "Hand Calculators : Where do you stand?" The Arithmetic Teacher. 23 (November 1976) : 569 - 572.

Stultz, L. "Electric calculators in classroom." The Arithmetic Teacher. 22 (February 1975) : 135 - 138.

Usiskin, Z.P. "The Future of Fractions." The Arithmetic Teacher. 27 (1979) : 18 - 20.

Waits, Bert K. and Schultz, James E. "An Interative Method for Computing Solutions to Equations Using a Calculator." The Mathematics Teacher. 72 (December 1979) : 685 - 689.

Winer, B.J. Statistical Principle in Experimental Design. Mladinska Knjiga : Mc Graw-Hill, International Student Edition, C. 1970.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ตารางข้อมูล แผนภูมิ และตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูล

ตารางที่ 8 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากการทดลองสอบครั้งที่ 1 จำนวน 60 ข้อ

ข้อที่	R_U	R_L	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
1**	12	12	0.60	0
2	5	8	0.33	- 0.15
3*	18	14	0.80	0.20
4*	12	5	0.43	0.35
5*	17	11	0.70	0.30
6	19	16	0.88	0.15
7*	15	10	0.63	0.25
8	20	18	0.95	0.10
9*	14	6	0.50	0.40
10	14	12	0.65	0.10
11*	18	8	0.65	0.50
12*	9	-	0.23	0.45
13	18	18	0.90	0
14*	17	5	0.55	0.60
15*	19	14	0.83	0.25
16*	17	11	0.70	0.30
17*	16	7	0.58	0.45
18*	10	4	0.35	0.30
19	14	13	0.66	0.05
20*	10	3	0.33	0.35

ตารางที่ 8 (ต่อ)

ข้อที่	R_U	R_L	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
21*	17	12	0.73	0.25
22*	20	13	0.83	0.35
23	10	3	0.33	0.35
24*	6	4	0.25	0.10
25	13	6	0.48	0.35
26*	14	6	0.50	0.40
27	10	12	0.55	- 0.10
28*	19	10	0.73	0.45
29*	15	2	0.43	0.65
30	18	17	0.86	0.05
31*	19	5	0.60	0.70
32*	11	3	0.35	0.40
33*	14	12	0.65	0.10
34*	14	8	0.55	0.30
35*	15	8	0.58	0.35
36*	18	3	0.53	0.75
37*	14	1	0.38	0.65
38	10	3	0.33	0.35
39	17	7	0.60	0.50
40	12	8	0.50	0.20
41*	18	5	0.58	0.65
42*	18	3	0.53	0.75
43*	15	2	0.43	0.65

ตารางที่ 8 (ต่อ)

ข้อที่	R_U	R_L	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
44	18	8	0.65	0.50
45*	10	2	0.30	0.40
46*	18	5	0.58	0.65
47	-	9	0.23	- 0.45
48*	15	3	0.45	0.60
49*	16	3	0.48	0.65
50*	17	9	0.65	0.40
51	20	11	0.78	0.45
52	19	8	0.68	0.55
53	14	3	0.43	0.55
54*	20	9	0.73	0.55
55*	13	2	0.38	0.55
56	13	8	0.53	0.25
57*	18	8	0.65	0.50
58*	18	4	0.55	0.70
59	10	6	0.40	0.20
60*	14	2	0.40	0.60

จากตาราง * หมายถึงข้อที่คัดเลือกเพื่อนำไปทดลองสอบครั้งที่ 2

** หมายถึงข้อที่คัดเลือกและปรับปรุงแก้ไข เพื่อนำไปทดลองสอบครั้งที่ 2

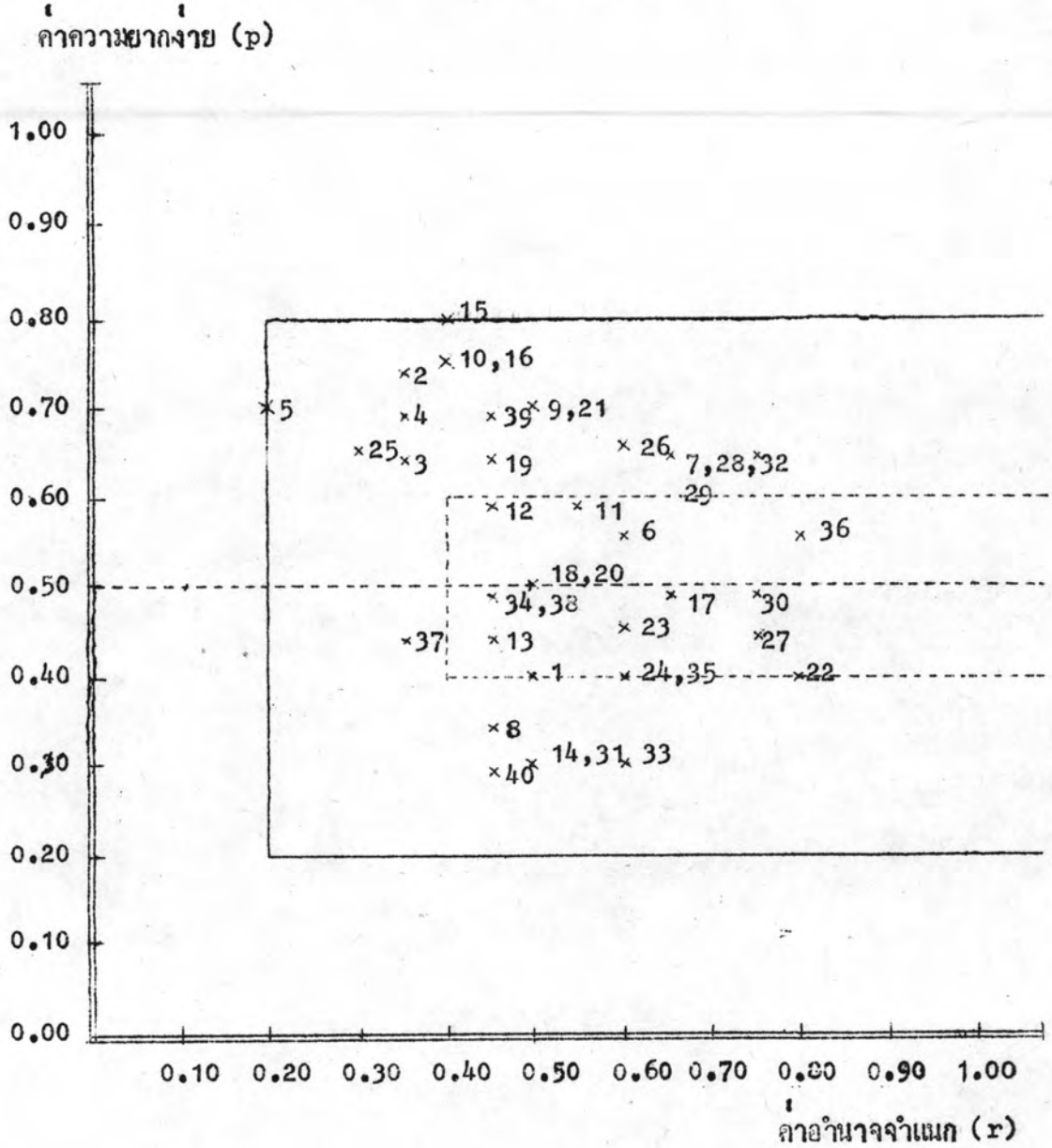
ตารางที่ 9 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากการทดลองสอบครั้งที่ 2 จำนวน 40 ข้อ

ข้อที่	R_U	R_L	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
1	13	3	0.40	0.50
2	18	11	0.73	0.35
3	16	9	0.63	0.35
4	17	10	0.68	0.35
5	16	12	0.70	0.20
6	17	5	0.55	0.60
7	19	6	0.63	0.65
8	11	2	0.33	0.45
9	19	9	0.70	0.50
10	19	11	0.75	0.40
11	17	6	0.58	0.55
12	16	7	0.58	0.45
13	13	4	0.43	0.45
14	11	1	0.30	0.50
15	20	12	0.80	0.40
16	19	11	0.75	0.40
17	16	3	0.48	0.65
18	15	5	0.50	0.50
19	17	8	0.63	0.45
20	15	5	0.50	0.50

ตารางที่ 9 (ต่อ)

ข้อที่	R_U	R_L	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
21	19	9	0.70	0.50
22	16	-	0.40	0.80
23	15	3	0.45	0.60
24	14	2	0.40	0.60
25	16	10	0.65	0.30
26	19	7	0.65	0.60
27	16	1	0.43	0.75
28	19	6	0.63	0.65
29	19	6	0.63	0.65
30	17	2	0.48	0.75
31	11	1	0.30	0.50
32	20	5	0.63	0.75
33	12	-	0.30	0.60
34	14	5	0.48	0.45
35	14	2	0.40	0.60
36	19	3	0.55	0.80
37	12	5	0.43	0.35
38	14	5	0.48	0.45
39	18	9	0.68	0.45
40	10	1	0.28	0.45

แผนภูมิที่ 1 กราฟแสดงคุณภาพของข้อทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากการทดลองสอบครั้งที่ 2 จำนวน 40 ข้อ



หมายเหตุ เป็นข้อสอบที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างประชากรจริง

การหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ตารางที่ 10 สัดส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) สัดส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากการทดลองสอบครั้งที่ 2 จำนวน 40 ข้อ

ข้อที่	p	q (1-p)	pq	ข้อที่	p	q (1-p)	pq
1	0.425	0.575	0.244	21	0.613	0.387	0.237
2	0.738	0.262	0.193	22	0.388	0.622	0.224
3	0.650	0.350	0.288	23	0.525	0.475	0.249
4	0.378	0.622	0.235	24	0.338	0.662	0.224
5	0.775	0.225	0.174	25	0.613	0.387	0.238
6	0.563	0.437	0.246	26	0.563	0.437	0.246
7	0.500	0.500	0.250	27	0.413	0.587	0.242
8	0.313	0.687	0.215	28	0.538	0.462	0.249
9	0.625	0.375	0.234	29	0.550	0.450	0.248
10	0.813	0.187	0.152	30	0.488	0.512	0.250
11	0.638	0.362	0.231	31	0.300	0.700	0.210
12	0.650	0.350	0.228	32	0.613	0.387	0.237
13	0.438	0.562	0.246	33	0.325	0.675	0.219
14	0.313	0.687	0.215	34	0.413	0.587	0.242
15	0.688	0.312	0.215	35	0.375	0.625	0.234
16	0.738	0.262	0.193	36	0.513	0.487	0.250
17	0.450	0.550	0.248	37	0.300	0.700	0.210
18	0.413	0.587	0.242	38	0.338	0.662	0.224
19	0.625	0.375	0.234	39	0.500	0.500	0.250
20	0.350	0.650	0.228	40	0.288	0.712	0.205
							Σpq = 9.139

ตารางที่ 11 คะแนนดิบจากการทดลองสอบครั้งที่ 2 ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่คัดเลือกแล้วของนักเรียนจำนวน 80 คน

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
1	8	64	21	14	196	41	19	361	61	27	729
2	9	81	22	14	196	42	19	361	62	27	729
3	9	81	23	14	196	43	20	400	63	27	729
4	8	64	24	14	196	44	20	400	64	28	784
5	10	100	25	14	196	45	20	400	65	27	729
6	9	81	26	14	196	46	20	400	66	30	900
7	10	100	27	14	196	47	21	441	67	30	900
8	10	100	28	15	225	48	22	484	68	31	961
9	11	121	29	15	225	49	22	484	69	32	1024
10	12	144	30	16	256	50	22	484	70	32	1024
11	12	144	31	18	324	51	21	441	71	33	1089
12	12	144	32	18	324	52	22	484	72	33	1089
13	12	144	33	16	256	53	23	529	73	35	1225
14	12	144	34	17	289	54	23	529	74	35	1225
15	12	144	35	18	324	55	23	529	75	34	1156
16	12	144	36	19	361	56	23	529	76	34	1156
17	13	169	37	18	324	57	24	576	77	34	1156
18	13	169	38	20	400	58	24	576	78	36	1296
19	13	169	39	20	400	59	26	676	79	38	1444
20	14	196	40	20	400	60	25	625	80	36	1296
									$n =$ 80	$\Sigma X =$ 1627	$\Sigma X^2 =$ 38333

1. <u>หาค่ามัชฌิมเลขคณิต</u> $(\bar{X})$ ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

<u>สูตร</u> $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{n}$

$= \frac{1627}{80}$

$= 20.34$

2. <u>หาค่าความแปรปรวน</u> (S_X^2) ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

<u>สูตร</u> $S_X^2 = \frac{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{n(n-1)}$

$= \frac{80(38333) - (1627)^2}{80(80-1)}$

$= \frac{3066640 - 2647129}{80(79)}$

$= \frac{419511}{6320}$

$= 66.378$

3. <u>หาความเที่ยง</u> (r_{XX}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้ว

<u>สูตร</u> $r_{XX} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\Sigma pq}{S_X^2}\right]$

$= \frac{40}{40-1}\left[1 - \frac{9.139}{66.378}\right]$

$= \frac{40}{39}\left[\frac{66.378 - 9.139}{66.378}\right]$

$= \frac{40}{39}\left[\frac{57.239}{66.378}\right]$

$= 1.026(0.862)$

$= 0.884$

<u>นั่นคือ</u> แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.884

การทดสอบความแตกต่างของมัชฌิมเลขคณิต ของห้องเรียนที่ 1 และห้องเรียนที่ 2 ก่อนการทดลอง

ตารางที่ 12 คะแนนจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ของนักเรียนห้องเรียนที่ 1 และห้องเรียนที่ 2 ในภาคเรียนที่ 1

ห้องเรียนที่ 1						ห้องเรียนที่ 2					
คนที่	X_1	X_1^2	คนที่	X_1	X_1^2	คนที่	X_2	X_2^2	คนที่	X_2	X_2^2
1	57	3249	21	59	3481	1	55	3025	21	54	2961
2	89	7921	22	72	5184	2	56	3136	22	59	3481
3	69	4761	23	84	7056	3	58	3364	23	78	6084
4	89	7921	24	62	3844	4	74	5476	24	71	5041
5	73	5329	25	50	2500	5	83	6889	25	87	7569
6	59	3481	26	71	5041	6	66	4356	26	84	7056
7	64	4096	27	57	3249	7	77	5929	27	59	3481
8	66	4356	28	85	7225	8	59	3481	28	87	7569
9	72	5184	29	67	4489	9	59	3481	29	69	4761
10	86	7396	30	74	5476	10	65	4225	30	63	3969
11	73	5329	31	58	3364	11	86	7396	31	58	3364
12	70	4900	32	60	3600	12	69	4761	32	73	5329
13	68	4624	33	85	7225	13	57	3249	33	65	4225
14	82	6724	34	59	3481	14	75	5625	34	86	7396
15	74	5476	35	67	4489	15	54	2916	35	68	4624
16	73	5329	36	84	7056	16	79	6241	36	77	5929
17	59	3481	37	64	4096	17	57	3249	37	61	3721
18	58	3364	38	71	5041	18	73	5329	38	50	2500
19	59	3481	39	56	3136	19	71	5041	39	61	3721
20	63	3969	40	76	5776	20	52	2704	40	86	7396
			$n_1=$ 40	$\Sigma X_1=$ 2764	$\Sigma X_1^2=$ 195180				$n_2=$ 40	$\Sigma X_2=$ 2721	$\Sigma X_2^2=$ 190005

ห้องเรียนที่ 1	ห้องเรียนที่ 2
1. หาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$)	
สูตร $\bar{X}_1 = \frac{\Sigma X_1}{n_1}$	สูตร $\bar{X}_2 = \frac{\Sigma X_2}{n_2}$
$= \frac{2764}{40}$	$= \frac{2721}{40}$
$= 69.1$	$= 68.025$
2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_X)	
สูตร $S_{X_1} = \sqrt{\frac{n_1\Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2}{n_1(n_1-1)}}$	สูตร $S_{X_2} = \sqrt{\frac{n_2\Sigma X_2^2 - (\Sigma X_2)^2}{n_2(n_2-1)}}$
$= \sqrt{\frac{40(195180)-(7264)^2}{40(40-1)}}$	$= \sqrt{\frac{40(190005)-(2721)^2}{40(40-1)}}$
$= \sqrt{107.37435}$	$= \sqrt{125.87115}$
$= 10.362$	$= 11.219$

3. การทดสอบภาวะแห่งความแปรปรวน (Variance-s^2) ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้การทดสอบค่าเอฟ (F - test)

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$F = s_{X_2}^2 / s_{X_1}^2 , (s_{X_1}^2 < s_{X_2}^2)$

$= \frac{125.871}{107.374} , \quad df = (39,39)$

$= 1.172$

ค่า $0.05 F_{(39,39)}$ จากตารางเท่ากับ 1.69

$F = 1.172 < 1.69$ ดังนั้นจึงยอมรับสมมุติฐาน H_0

4. การทดสอบค่าที (t - test) ของ ห้องเรียนที่ 1 และห้องเรียนที่ 2

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

สูตร $$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s^2_{X_1} + (n_2-1)s^2_{X_2}}{n_1 + n_2 - 2}\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right]}}$$

$$= \frac{69.100 - 68.025}{\sqrt{\frac{(40-1)(107.374) - (40-1)(125.871)}{40 + 40 - 2}\left[\frac{1}{40} + \frac{1}{40}\right]}}$$

$$= \frac{1.075}{\sqrt{5.831}}$$

$$= \frac{1.075}{2.415}$$

$$= 0.445$$

ชั้นแห่งความเป็นอิสระ (df) = 40 + 40 - 2 = 78

ค่า $0.05 t_{78}$ จากตารางเท่ากับ 1.99 (ประมาณ)

$t = 0.445 < 1.99$ ดังนั้นจึงยอมรับสมมุติฐาน H_0

การทดสอบความแตกต่างของมัชฌิมเลขคณิต ของกลุ่มทดลอง 3 กลุ่มและกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม หลังการทดลอง

ตารางที่ 13 คะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลอง 3 กลุ่มและกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม

กลุ่มทดลองที่ 1			กลุ่มทดลองที่ 2			กลุ่มทดลองที่ 3			กลุ่มควบคุม		
คนที่	X_1	X_1^2	คนที่	X_2	X_2^2	คนที่	X_3	X_3^2	คนที่	X_4	X_4^2
1	35	1225	1	24	576	1	37	1369	1	15	225
2	30	900	2	25	625	2	35	1225	2	9	81
3	33	1089	3	14	196	3	35	1225	3	14	196
4	21	441	4	24	576	4	25	625	4	15	225
5	16	256	5	27	729	5	10	100	5	11	121
6	27	729	6	14	196	6	23	529	6	5	25
7	16	256	7	27	729	7	18	324	7	18	324
8	24	576	8	21	441	8	7	49	8	14	196
9	20	400	9	23	529	9	16	256	9	18	324
10	21	441	10	24	576	10	14	196	10	29	841
11	18	324	11	15	225	11	13	169	11	19	361
12	14	196	12	30	900	12	9	81	12	9	81
13	25	625	13	23	529	13	18	324	13	20	400
14	19	361	14	20	400	14	9	81	14	24	576
15	24	576	15	18	324	15	14	196	15	7	49
16	30	900	16	12	144	16	35	1225	16	23	529
17	17	289	17	28	784	17	37	1369	17	16	256
18	33	1089	18	25	625	18	9	81	18	21	441
19	27	729	19	28	784	19	36	1296	19	24	576
20	32	1024	20	32	1024	20	13	169	20	18	324
$n_1=$	$\Sigma X_1=$	$\Sigma X_1^2=$	$n_2=$	$\Sigma X_2=$	$\Sigma X_2^2=$	$n_3=$	$\Sigma X_3=$	$\Sigma X_3^2=$	$n_4=$	$\Sigma X_4=$	$\Sigma X_4^2=$
20	482	12426	20	454	10912	20	413	10889	20	329	6151

กลุ่มทดลองที่ 1

1. หาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$)

สูตร $\bar{X}_1 = \frac{\Sigma X_1}{n_1}$

$= \frac{482}{20}$

$= 24.1$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_X)

สูตร $S_{X_1} = \sqrt{\frac{n_1 \Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2}{n_1(n_1 - 1)}}$

$= \frac{20(12426)-(482)^2}{20(20-1)}$

$= 42.621052$

$\doteq 6.52$

กลุ่มทดลองที่ 2

1. หาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$)

สูตร $\bar{X}_2 = \frac{\Sigma X_2}{n_2}$

$= \frac{454}{20}$

$= 22.7$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_X)

สูตร $S_{X_2} = \sqrt{\frac{n_2 \Sigma X_2^2 - (\Sigma X_2)^2}{n_2(n_2 - 1)}}$

$= \frac{20(10912)-(454)^2}{20(20-1)}$

$= 31.905263$

$= 5.64$

กลุ่มทดลองที่ 3

1. หาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$)

สูตร $\bar{X}_3 = \frac{\Sigma X_3}{n_3}$

$= \frac{413}{20}$

$= 20.65$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_X)

สูตร $S_{X_3} = \sqrt{\frac{n_3 \Sigma X_3^2 - (\Sigma X_3)^2}{n_3(n_3 - 1)}}$

$= \frac{20(10889)-(413)^2}{20(20-1)}$

$= 124.23947$

$= 11.14$

กลุ่มควบคุม

1. หาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{X}$)

สูตร $\bar{X}_4 = \frac{\Sigma X_4}{n_4}$

$= \frac{329}{20}$

$= 16.45$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_X)

สูตร $S_{X_4} = \sqrt{\frac{n_4 \Sigma X_4^2 - (\Sigma X_4)^2}{n_4(n_4 - 1)}}$

$= \frac{20(6151)-(329)^2}{20(20-1)}$

$= 38.892105$

$= 6.23$

ตารางที่ 14 คะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มย่อยตามลักษณะการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและการใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน

การเรียนการสอน (B)	การทำการบ้าน (A)		รวม
	ใช้เครื่องคิดเลข (a_1)	ไม่ใช้เครื่องคิดเลข (a_2)	
ใช้เครื่องคิดเลข (b_1)	35 30 33 21 16 27 16 24 20 21 18 14 25 19 24 30 17 33 27 32	24 25 14 24 27 14 27 21 23 24 15 30 23 20 18 12 28 25 28 32	
รวม	$X_{a_1b_1} = 482$	$X_{a_2b_1} = 454$	$R_{b_1} = 936$
ค่าเฉลี่ย	$\frac{\Sigma X_{a_1b_1}}{n_{a_1b_1}} = 24.1$	$\frac{\Sigma X_{a_2b_1}}{n_{a_2b_1}} = 22.7$	$\frac{R_{b_1}}{n_{b_1}} = 23.4$
ไม่ใช้เครื่องคิดเลข (b_2)	37 35 35 25 10 23 18 7 16 14 13 9 18 9 14 35 37 9 36 13	15 9 14 15 11 5 18 14 18 29 19 9 20 24 7 23 16 21 24 18	
รวม	$X_{a_1b_2} = 413$	$X_{a_2b_2} = 329$	$R_{b_2} = 742$
ค่าเฉลี่ย	$\frac{\Sigma X_{a_1b_2}}{n_{a_1b_2}} = 20.65$	$\frac{\Sigma X_{a_2b_2}}{n_{a_2b_2}} = 16.45$	$\frac{R_{b_2}}{n_{b_2}} = 18.55$
คะแนนทั้งหมด	$T_{a_1} = 895$	$T_{a_2} = 783$	$T = 1678$
ค่าเฉลี่ยทั้งหมด	$\frac{T_{a_1}}{n_{a_1}} = 22.375$	$\frac{T_{a_2}}{n_{a_2}} = 19.575$	

จากตารางที่ 14

$n_{a_1b_1}$ คือ จำนวนนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนและทำการบ้าน = 20 คน

$n_{a_2b_1}$ คือ จำนวนนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนแต่ไม่ใช้ในการทำการบ้าน = 20 คน

$n_{a_1b_2}$ คือ จำนวนนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนแต่ใช้ในการทำการบ้าน = 20 คน

$n_{a_2b_2}$ คือ จำนวนนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนและไม่ใช้ในการทำการบ้าน = 20 คน

n_{b_1} คือ จำนวนนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียน = 40 คน

n_{b_2} คือ จำนวนนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียน = 40 คน

n_{a_1} คือ จำนวนนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน = 40 คน

n_{a_2} คือ จำนวนนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน = 40 คน

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้ในการทดลอง = 80 คน

$\Sigma X_{a_1b_1}$ คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนและในการทำการบ้าน = 482

$\Sigma X_{a_2b_1}$ คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนแต่ไม่ใช้ในการทำการบ้าน = 454

$\Sigma X_{a_1b_2}$ คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนแต่ใช้ในการทำการบ้าน = 413

$\Sigma X_{a_2b_2}$ คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนและไม่ใช้ในการทำการบ้าน = 329

R_{b_1} คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียน = 936

R_{b_2} คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียน = 742

T_{a_1} คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน = 895

T_{a_2} คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน = 783

1. การวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง (Two way Analysis of Variance)

จากคะแนนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้ง 4 กลุ่มย่อย

1.1 ตั้งสมมุติฐาน

1.1.1 $H_0 : \mu_{r_{b_1}} = \mu_{r_{b_2}}$

$H_1 : \mu_{r_{b_1}} \neq \mu_{r_{b_2}}$

1.1.2 $H_0 : \mu_{c_{a_1}} = \mu_{c_{a_2}}$

$H_1 : \mu_{c_{a_1}} \neq \mu_{c_{a_2}}$

1.1.3 H_0 : ไม่มีปฏิกริยาร่วมระหว่างการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและการใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน

H_1 : มีปฏิกริยาร่วมระหว่างการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและการใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน

1.2 การคำนวณค่าสถิติต่าง ๆ

$$SS_t = \Sigma X^2 - \frac{T^2}{N}$$

$$= (35)^2 + (30)^2 + (33)^2 + \cdots + (21)^2 + (24)^2 + (18)^2 - \frac{(1678)^2}{80}$$

$$= 40378 - 35196.05$$

$$= 5181.95$$

$$SS_a = \frac{(\Sigma X_{a_1b_1})^2}{n_{a_1b_1}} + \frac{(\Sigma X_{a_2b_1})^2}{n_{a_2b_1}} + \frac{(\Sigma X_{a_1b_2})^2}{n_{a_1b_2}} + \frac{(\Sigma X_{a_2b_2})^2}{n_{a_2b_2}} - \frac{T^2}{N}$$

$$= \frac{(482)^2}{20} + \frac{(454)^2}{20} + \frac{(413)^2}{20} + \frac{(329)^2}{20} - \frac{(1678)^2}{80}$$

$$= 35862.5 - 35196.05$$

$$= 666.45$$

$$SS_W = SS_t - SS_a$$

$$= 5181.95 - 666.45$$

$$= 4515.5$$

$$SS_r = \frac{R_{b1}^2}{n_{b_1}} + \frac{R_{b2}^2}{n_{b_2}} - \frac{T^2}{N}$$

$$= \frac{(936)^2}{40} + \frac{(742)^2}{40} - \frac{(1678)^2}{80}$$

$$= 35666.5 - 35196.05$$

$$= 470.45$$

$$SS_c = \frac{T_{a1}^2}{n_{a_1}} + \frac{T_{a2}^2}{n_{a_2}} - \frac{T^2}{N}$$

$$= \frac{(895)^2}{40} + \frac{(783)^2}{40} - \frac{(1678)^2}{80}$$

$$= 35352.85 - 35196.05$$

$$= 156.8$$

$$SS_{int} = SS_a - SS_r - SS_c$$

$$= 666.45 - 470.45 - 156.8$$

$$= 39.2$$

ตารางที่ 15 สรุปผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง

แหล่ง	df	SS	$MS = \frac{SS}{df}$	F
ระหว่างกลุ่ม	$df_a = (rc-1)$ $= (2\times2-1)$ $= 3$	$SS_a = 666.45$	* * *	* * *
ระหว่างแถว (การเรียนการสอน)	$df_r = (r-1)$ $= (2-1)$ $= 1$	$SS_r = 470.45$	$MS_r = \frac{SS_r}{df_r}$ $= 470.45$	$\frac{MS_r}{MS_w} = 7.91^*$
ระหว่างสดมภ์ (การทำการบ้าน)	$df_c = (c-1)$ $= (2-1)$ $= 1$	$SS_c = 156.8$	$MS_c = \frac{SS_c}{df_c}$ $= 156.8$	$\frac{MS_c}{MS_w} = 2.63$
ปฏิกริยารวม	$df_{int} = (r-1)(c-1)$ $= 1\times1$ $= 1$	$SS_{int} = 39.2$	$MS_{int} = \frac{SS_{int}}{df_{int}}$ $= 39.2$	$\frac{MS_{int}}{MS_w} = 0.65$
ที่เหลือ	$df_w = (N-rc)$ $= (80-4)$ $= 76$	$SS_w = 4515.5$	$MS_w = \frac{SS_w}{df_w}$ $= 59.41$	* * *
ทั้งหมด	$df_t = (N-1)$ $= (80-1)$ $= 79$	$SS_t = 5181.95$	* * *	* * *

* $P < 0.05$ $(0.05 F_{1,76} = 3.97)$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 ค่า F จากตาราง = 3.97

ดังนั้น $7.91 > 3.97$

$2.63 < 3.97$

$0.65 < 3.97$

2. <u>การเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนจากการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เป็นคู่ ๆ</u>

2.1 เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนจากการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน โดยไม่คำนึงถึงการทำการบ้าน

สูตร ความแตกต่างวิกฤตของตูกี (เอ) $q_{(1-\alpha)}(K,f)\sqrt{nMS_w}$

ในกรณีนี้ $n = 40$, $K = 2$, $MS_w = 59.41$, $f = 76$

$$q_{.95}(2,76)\sqrt{40\times 59.41} = 2.83\sqrt{2376.4}$$

$$= 2.83\times 48.74$$

$$= 137.93$$

$$R_{b_1} = 936$$

$$R_{b_2} = 742$$

$R_{b_1} - R_{b_2} = 194$ ดังนั้น $194 > 137.93$

2.2 เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนจากการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เมื่อทำการบ้านที่แตกต่างกัน

สูตร ความแตกต่างวิกฤตของตูกี (เอ) $q_{(1-\alpha)}(K,f)\sqrt{nMS_w}$

ในกรณีนี้ $n = 20$, $K = 2$, $MS_w = 59.41$, $f = 76$

$$q_{.95}(2,76)\sqrt{20\times 59.41} = 2.83\sqrt{1188.2}$$

$$= 2.83\times 34.47$$

$$= 97.55$$

2.2.1 เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนจากการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนสำหรับนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน

$$\Sigma X_{a_1b_1} = 482$$

$$\Sigma X_{a_1b_2} = 413$$

$$\Sigma X_{a_1b_1} - \Sigma X_{a_1b_2} = 69$$

ดังนั้น $69 < 97.55$

2.2.2 เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนจากการใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนและไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน สำหรับนักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลขในการทำการบ้าน

$$\Sigma X_{a_2b_1} = 454$$

$$\Sigma X_{a_2b_2} = 329$$

$$\Sigma X_{a_2b_1} - \Sigma X_{a_2b_2} = 125$$

ดังนั้น $125 > 97.55$

ภาคผนวก ข

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง

"ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น"

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 015)

เรื่อง "ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น"

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

จำนวน 20 คาบ

<u>จุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนนี้</u>

มุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ เมื่อการทดลองเหล่านั้นระบุผลลัพธ์ที่สนใจ
2. หาสับเซตของแซมเปิลสเปซซึ่งแทนเหตุการณ์ที่เป็นผลลัพธ์ที่สนใจ รวมทั้งสามารถหายูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์
3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆที่กำหนดให้
4. นำกฎและคุณสมบัติบางประการของความน่าจะเป็นไปใช้ในการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ

<u>จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของบทเรียนนี้</u>

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของบทเรียนนี้ มุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. บอกกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับทั้ง 7 กฎได้ถูกต้อง
2. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับทั้ง 7 กฎได้ถูกต้อง
3. บอกได้ว่าการกระทำใดเป็นการทดลองสุ่ม เมื่อกำหนดการกระทำมาให้
4. บอกการกระทำที่เป็นการทดลองสุ่มได้ถูกต้อง
5. หาจำนวนสมาชิกและเขียนแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
6. บอกนิยามของแซมเปิลสเปซได้ถูกต้อง
7. หาจำนวนสมาชิกและเขียนแจกแจงสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจซึ่งเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

8. บอกนิยามของเหตุการณ์ที่สนใจได้ถูกต้อง
9. บอกความสัมพันธ์ระหว่างแซมเปิลสเปซกับเหตุการณ์ที่สนใจได้ถูกต้อง
10. หายูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ ของเหตุการณ์ที่กำหนดให้โดยการบอกจำนวนสมาชิกและเขียนแจกแจงสมาชิกได้ถูกต้อง
11. บอกความหมายของ ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ ของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
12. บอกได้ว่าเหตุการณ์ที่กำหนดให้สองเหตุการณ์ใด ๆ เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันหรือไม่
13. บอกความหมายของเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันและไม่เกิดร่วมกันได้ถูกต้อง
14. บอกความหมายและนิยามของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
15. แสดงวิธีการหาความน่าจะเป็นจากการทดลองพร้อมทั้งอภิปรายผลการทดลองได้ถูกต้อง
16. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับทั้ง 7 กฎ คำนวณหาจำนวนสมาชิกและแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจได้ถูกต้อง
17. เปรียบเทียบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สองเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
18. สรุปคุณสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็นได้ถูกต้อง
19. บอกกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นได้ถูกต้องครบทั้ง 3 กฎ
20. หา ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนดให้โดยใช้กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นทั้ง 3 กฎได้ถูกต้อง

ข้อตกลงเบื้องต้นในการเรียนการสอน

ครูทำความตกลงเกี่ยวกับวิธีการเรียนการสอนตลอดระยะเวลา 20 คาบ ดังนี้

ห้องเรียนที่ 1	ห้องเรียนที่ 2
การเรียน ครูจะให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนให้มากที่สุด โดยครูจะให้นักเรียนยืมใช้เครื่องคิดเลขในขณะเรียน	**การเรียน** ครูจะให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากที่สุด และในตอนท้ายคาบเรียนแต่ละคาบจะมีโจทย์พิเศษ

คนละ 1 เครื่อง และในตอนท้ายคาบเรียน แต่ละคาบจะมีโจทย์พิเศษให้นักเรียนทำ เพื่อวัดความเข้าใจในการเรียน

การให้การบ้าน ในการเรียนแต่ละคาบครูจะให้การบ้านด้วย โดยครูจะแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

กลุ่มที่ 1 สำหรับนักเรียนที่มีเลขที่เป็นเลขคู่ ให้ทำการบ้านโดยใช้เครื่องคิดเลขช่วย ครูจะให้นักเรียนยืมเครื่องคิดเลขกลับบ้านคนละ 1 เครื่อง แล้วให้ส่งคืนในตอนเช้าของวันรุ่งขึ้น

กลุ่มที่ 2 สำหรับนักเรียนที่มีเลขที่เป็นเลขคี่ ให้ทำการบ้านโดยไม่ต้องใช้เครื่องคิดเลข

เหตุผลที่ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเช่นนี้เพราะครูต้องการทราบว่านักเรียนที่ทำการบ้านโดยไม่ใช้เครื่องคิดเลขช่วยจะสามารถทำได้ถูกต้องมากน้อยเพียงใด โดยครูจะเก็บคะแนนสะสมไว้จนครบทั้ง 20 คาบ แล้วจะมีรางวัลให้สำหรับผู้ที่ทำคะแนนได้สูงสุดจากอันดับ 1 ถึงอันดับ 10 ส่วนผู้ที่ใช้เครื่องคิดเลขจะมีรางวัลให้สำหรับผู้ที่ทำคะแนนได้สูงสุดจากอันดับ 1 ถึงอันดับ 3

หมายเหตุ

ก่อนเริ่มเรียนในคาบเรียนแรกครูแจกเครื่องคิดเลขให้นักเรียนคนละ 1 เครื่อง ให้นักเรียนทำ เพื่อวัดความเข้าใจในการเรียน

การให้การบ้าน ในการเรียนแต่ละคาบครูจะให้การบ้านด้วย โดยครูจะแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

กลุ่มที่ 1 สำหรับนักเรียนที่มีเลขที่เป็นเลขคี่ ให้ทำการบ้านโดยใช้เครื่องคิดเลขช่วย ครูจะให้นักเรียนยืมเครื่องคิดเลขกลับบ้านคนละ 1 เครื่อง แล้วให้ส่งคืนในตอนเช้าของของวันรุ่งขึ้น

กลุ่มที่ 2 สำหรับนักเรียนที่มีเลขที่เป็นเลขคู่ ให้ทำการบ้านโดยไม่ต้องใช้เครื่องคิดเลข

เหตุผลที่ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเช่นนี้ เหมือนกับห้องเรียนที่ 1

หลังเลิกเรียนในคาบเรียนแรกครูนัดนักเรียนกลุ่มที่ 1 เพื่อแนะนำวิธีการใช้

แนะนำวิธีการใช้จนสามารถคิดคำนวณได้	เครื่องคิดเลข โดยครูแจกเครื่องคิดเลขให้นักเรียนคนละ 1 เครื่อง แล้วแนะนำวิธีการใช้จนสามารถคิดคำนวณได้

หนังสือที่ใช้ประกอบการเรียนการสอน

รร หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (ม.6) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

คาบที่ 1 ทบทวนเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎข้อที่ 1 – 4 ได้ถูกต้อง
2. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎทั้ง 4 ได้ถูกต้อง
3. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
4. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

1. กฎข้อที่ 1 ถ้าต้องการทำงานสองอย่าง โดยที่งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธีและในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกนี้มีวิธีที่จะทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี จำนวนวิธีที่จะเลือกทำงานทั้งสองอย่างนี้เท่ากับ $n_1 n_2$ วิธี

   กฎข้อที่ 2 ถ้าทำงานอย่างแรกมีวิธีทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกมีวิธีที่จะทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี และในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกและอย่างที่สอง มีวิธีที่จะทำงานอย่างที่สามได้ n_3 วิธี ฯลฯ จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำงาน k อย่าง เท่ากับ $n_1 n_2 n_3 \ldots n_k$ วิธี

   กฎข้อที่ 3 จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดจะเท่ากับ $n!$

กฎข้อที่ 4 จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!}$; $(r \leq n)$

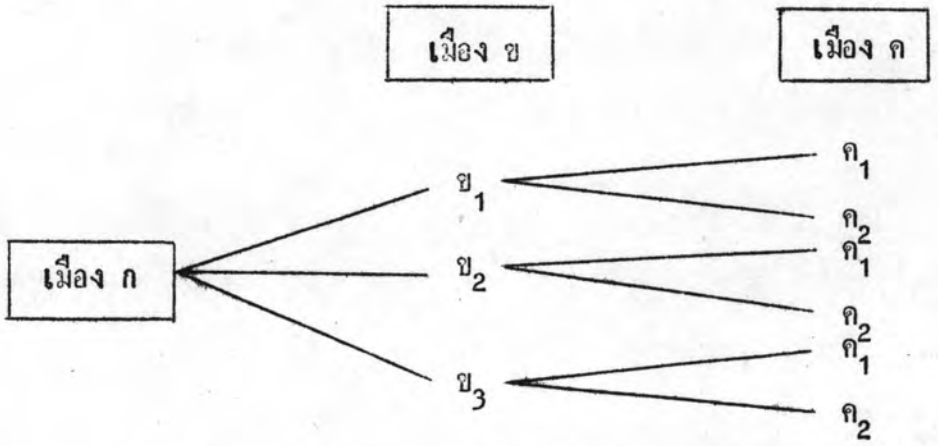
จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดทีละ r สิ่ง เขียนแทนด้วย $P_{n,r}$

2. ตัวอย่างที่ 1 มีถนน 3 สายจากเมือง ก ไปยังเมือง ข และมี 2 สาย จากเมือง ข ไปยังเมือง ค นายแดงต้องการเดินทางจากเมือง ข ไปยังเมือง ค โดยทางถนน เขาจะเลือกเดินทางได้กี่วิธี

วิธีทำ จากเมือง ก ไปเมือง ข เลือกเดินทางได้ 3 วิธี ในแต่ละวิธีที่เดินทางจากเมือง ก ไปเมือง ข เลือกเดินทางจากเมือง ข ไปเมือง ค ได้ 2 วิธี

ดังนั้น โดยกฎข้อที่ 1 นายแดงจะเลือกเดินทางจากเมือง ก ไปเมือง ค ได้เท่ากับ $3 \times 2 = 6$ วิธี

หรืออาจแสดงวิธีการเดินทางโดยใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



จะเห็นว่ามีวิธีเลือกเดินทางจากเมือง ก ไปเมือง ค โดยผ่านเมือง ข ได้ทั้งหมด 6 วิธี คือ $(ข_1,ค_1),(ข_1,ค_2),(ข_2,ค_1),(ข_2,ค_2),(ข_3,ค_1),(ข_3,ค_2)$

ตอบ

. ตัวอย่างที่ 2 มีตัวเลข 4 ตัว คือ 2,3,4,5 จะจัดเป็นเลข 3 หลักต่าง ๆ กันได้กี่จำนวน โดยแต่ละจำนวนที่จัดได้ จะไม่มีเลขใน 2 หลักใด ๆ เหมือนกัน

วิธีทำ เลข 3 หลัก ประกอบด้วย หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย ซึ่งเขียนตำแหน่งของแต่ละหลักได้ ดังนี้

หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย
4	3	2

หลักร้อยจัดได้ 4 วิธี ในแต่ละวิธีที่จะจัดหลักร้อยจัดหลักสิบได้ 3 วิธี และในแต่ละวิธีที่จัดหลักร้อยและหลักสิบ จัดหลักหน่วยได้ 2 วิธี

ดังนั้น โดยกฎข้อที่ 2 จะสามารถจัดตัวเลข 3 หลักได้ $4 \times 3 \times 2 = 24$ จำนวน

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จะจัดนักเรียน 4 คน ยืนเรียงแถวเพื่อถ่ายรูปได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จากกฎข้อที่ 3 จะสามารถจัดนักเรียน 4 คน ยืนเรียงแถวเพื่อถ่ายรูปได้ทั้งหมด $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ วิธี

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 นักเรียน 3 คนเข้ามาในห้องเรียนซึ่งมีเก้าอี้ว่างอยู่ 10 ตัว จะมีวิธีที่นักเรียนทั้ง 3 คนเลือกนั่งเก้าอี้ที่ว่างนั้นได้กี่วิธี

วิธีทำ **วิธีที่ 1** โดยใช้กฎข้อที่ 2 คือ

นักเรียนคนแรกเลือกนั่งเก้าอี้ได้ 10 วิธี ในแต่ละวิธีที่คนแรกเลือกนั่ง คนที่สองเลือกนั่งได้ 9 วิธี และในแต่ละวิธีที่คนแรกและคนที่สองเลือกนั่ง คนที่สามเลือกนั่งได้ 8 วิธี

ดังนั้น วิธีที่นักเรียนทั้งสามคนจะเลือกนั่ง เท่ากับ $10 \times 9 \times 8 = 720$ วิธี

วิธีที่ 2 โดยใช้กฎข้อที่ 4 ซึ่งคิดเหมือนกับมีของอยู่ 10 สิ่ง นำมาจัดคราวละ 3 สิ่ง

ดังนั้น วิธีจัดทำได้ $P_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!}$

$= \frac{10!}{7!} = 720$ วิธี

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5 ในการวิ่งทนครั้งหนึ่ง มีผู้สมัคร 5 คน แต่วิ่งถึงเส้นชัยเพียง 3 คน อยากทราบว่าจะมีผู้ชนะที่ 1 ที่ 2 และที่ 3 ได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ โดยใช้กฎข้อที่ 4 ซึ่งคิดเหมือนกับมีของอยู่ 5 สิ่ง นำมาจัดคราวละ 3 สิ่ง

ดังนั้น วิธีจัดทำได้ $P_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!}$

$= \frac{5!}{2!}$

$= 60$ วิธี ตอบ

3. โจทย์พิเศษ

1. ข้อสอบประเภทให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จชุดหนึ่งมี 10 ข้อ นักเรียนที่ทำข้อสอบนี้จะมีวิธีตอบข้อสอบชุดนี้ต่าง ๆกันได้กี่วิธี สมมุติว่าต้องตอบคำถามทุกข้อโดยไม่มีเว้น

2. มีผู้สมัครเป็นกรรมการนักเรียนอยู่ 5 คน จะมีวิธีเลือก ประธาน รองประธาน และเลขานุการได้กี่วิธี ถ้ามีผู้สมัครคนหนึ่งไม่สมัครใจเป็นประธาน

3. ถ้าต้องการจัดชาย 5 คน และหญิง 4 คนนั่งเป็นแถวบนม้านั่งซึ่งนั่งได้ 9 คนพอดี จะมีวิธีจัดได้กี่วิธี โดยให้ผู้ชายทั้งหมดนั่งในตำแหน่งคี่

4. โจทย์การบ้าน

1. มีเด็กอยู่ 10 คน

ก. ถ้าจะเลือกมา 4 คน มายืนเข้าแถว จะมีวิธีจัดแถวได้กี่วิธี

ข. ถ้าในจำนวนเด็ก 10 คนนี้เป็นชาย 5 คน เป็นหญิง 5 คน หากจะยืนเข้าแถวโดยสลับ ชาย – หญิง จะจัดได้กี่วิธี

2. ในการจัดเด็กผู้ชาย 5 คน ซึ่งมีเด็กชาย ก รวมอยู่ด้วย และเด็กผู้หญิง 5 คน ไปยืนเรียงแถวหน้ากระดาน จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดเด็กดังกล่าวถ้า

ก. เด็กชาย ก จะต้องยืนหัวแถวเสมอ

ข. เด็กชาย ก ยืนหัวแถวเสมอและเด็กผู้ชายกับเด็กผู้หญิงจะต้องยืนสลับที่กัน

สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภูมิแผนภาพต้นไม้
2. ชอลค์สี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2	ห้องเรียนที่ 1
ขั้นนำ ครูอธิบายให้นักเรียนทราบถึงการเรียนเรื่อง "ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น" ว่าจะต้องมีพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ซึ่งเรียนมาแล้วในบทที่ 1 ดังนั้นในคาบนี้จะเป็นการทบทวนกฎข้อที่ 1 ถึงกฎข้อที่ 4	ขั้นนำ เหมือน ห้องเรียนที่ 2
ขั้นสอน 1. ครูทบทวนกฎข้อที่ 1 โดยการถาม-ตอบ เขียนลงบนกระดานดำพร้อมทั้งแสดงแผนภาพต้นไม้ประกอบ แล้วครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนช่วยกันคิดหาคำตอบและช่วยกันแสดงวิธีคิดโดยใช้แผนภาพต้นไม้ 2. ครูทบทวนกฎข้อที่ 2,3 และ 4 ตามลำดับโดยการถาม-ตอบ ให้นักเรียนออกมาเขียนบนกระดานดำ แล้วยกตัวอย่างที่ 2,3 และ 4 ให้นักเรียนช่วยกันคิดหาคำตอบโดยการถาม-ตอบ 3. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 5 โดยการถาม-ตอบสลับกับให้ออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ 4. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม	ขั้นสอน 1 - 2 ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการคิดหาคำตอบจากตัวอย่างที่ 1 - 4 3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดหาคำตอบโดยใช้เครื่องคิดเลข แล้วส่งตัวแทนมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ กลุ่มไหนทำเสร็จก่อนและถูกต้องเป็นผู้ชนะ ให้กลุ่มที่แพ้ปรบมือให้ 4. เหมือนห้องเรียนที่ 2

ขั้นสรุป	ขั้นสรุป
1. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎข้อที่ 1–4 2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1–3	1. เหมือนห้องเรียนที่ 2 2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการทำโจทย์พิเศษ โดยครูเดินดอยให้คำแนะนำการใช้เครื่องคิดเลขสำหรับนักเรียนบางคนที่ยังมีปัญหา
3. ครูให้การบ้าน ข้อ 1–3	3. เหมือนห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 2 ทบทวนเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎข้อที่ 5 – 7 ได้ถูกต้อง
2. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎทั้ง 3 ได้ถูกต้อง
3. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
4. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (ต่อ)

1. กฎข้อที่ 5 จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

กฎข้อที่ 6 ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ในจำนวนนี้มี n_1 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง มี n_2 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง...และมี n_k สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่ง เท่ากับ

$$\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}$$ วิธี

กฎข้อที่ 7 จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งให้มีหมู่ละ r สิ่ง เมื่อ $r \leq n$ เท่ากับ $\frac{n!}{r!(n-r)!}$

เขียนแทนด้วย $C_{n,r}$ หรือ $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

2. ตัวอย่างที่ 6 จะจัดให้นักเรียนชาย 5 คน และนักเรียนหญิง 5 คนนั่งรอบโต๊ะกลม โดยให้ชายและหญิงนั่งสลับที่กันได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ถ้าให้นักเรียนหญิงนั่งก่อน จะมีวิธีจัดให้นั่งได้ $(4-1)! = 3!$ วิธี ในแต่ละวิธีที่จัดผู้หญิงนั่ง โดยเว้นที่ว่างระหว่าง 2 คน จะมีที่เหลืออีก 4 ที่ซึ่งชายทั้ง 4 คนสามารถนั่งสลับกันได้ $4!$ วิธี

ดังนั้น วิธีที่จะจัดทั้งหมด เท่ากับ $4! \times 3! = 144$ วิธี

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7 หากจะนำตัวอักษรในคำ MANUFACTURER มาจัดเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรง จะทำได้กี่วิธี

วิธีทำ ในคำที่กำหนดให้มีอักษรอยู่ 12 ตัว หรือ $n = 12$

มี M 1 ตัว
A 2 ตัว
N 1 ตัว
U 2 ตัว
F 1 ตัว
C 1 ตัว
T 1 ตัว
E 1 ตัว
และ R 2 ตัว

ดังนั้น โดยกฎข้อที่ 6 จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้เท่ากับ

$$\frac{12!}{1!\,2!\,1!\,2!\,1!\,1!\,1!\,1!\,2!} = 54,529,200 \text{ วิธี}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 8 ไพ่สำรับหนึ่งมี 52 ใบ แบ่งเป็น 4 ชุด ๆละ 13 ใบคือ ชุดโพแดง ชุดโพดำ ชุดดอกจิก และชุดข้าวหลามตัด จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะหยิบไพ่ตามเงื่อนไขต่อไปนี้

(ก) 2 ใบ

(ข) 13 ใบ เป็นสีแดงทั้งหมด

(ค) 5 ใบ โดยเป็นดอกจิกทั้งหมด

(ง) 13 ใบ โดยมีโพแดง 5 ใบ โพดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ

วิธีทำ (ก) ต้องการไพ่ 2 ใบจากสำรับโดยไม่จำเพาะเจาะจงว่าเป็นไพ่อะไร

ดังนั้นวิธีหยิบจะทำได้ $\binom{52}{2} = \frac{52!}{2!(52-2)!}$

$= \frac{52!}{2!50!}$

$= 1,326$ วิธี

(ข) ต้องการไพ่ 13 ใบจากสำรับโดยเป็นสีแดงทั้งหมด ซึ่งไพ่สีแดงคือ ชุดโพแดงรวมกับชุดข้าวหลามตัด มีทั้งหมด $13 + 13 = 26$ ใบ

ดังนั้นวิธีหยิบจะทำได้ $\binom{26}{13} = \frac{26!}{13!(26-13)!}$

$= \frac{26!}{13!13!}$

$= 10,400,6000$ วิธี

(ค) ต้องการไพ่ 5 ใบ โดยเป็นดอกจิกทั้งหมด ซึ่งไพ่ดอกจิกมีทั้งหมด 13 ใบ

ดังนั้นวิธีหยิบจะทำได้ $\binom{13}{5} = \frac{13!}{5!(13-5)!}$

$= \frac{13!}{5!8!}$

$1,287$ วิธี

(ง) ต้องการไพ่ 13 ใบ โดยมีโพแดง 5 ใบ โพดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ จะมีวิธีหยิบไพ่โพแดง $\binom{13}{5}$ วิธี

จะมีวิธีหยิบไพ่โพดำ $\binom{13}{5}$ วิธี

และ จะมีวิธีหยิบไพ่ข้าวหลามตัด $\binom{13}{3}$ วิธี

ดังนั้นจะมีวิธีหยิบไพ่ทั้ง 13 ใบ เท่ากับ $\binom{13}{5}\binom{13}{5}\binom{13}{3}$

$= \frac{13!}{5!(13-5)!} \times \frac{13!}{5!(13-5)!} \times \frac{13!}{3!(13-3)!}$

$$= \frac{13!}{5!\ 8!} \times \frac{13!}{5!\ 8!} \times \frac{13!}{3!\ 10!}$$

$$= 473,721,534 \text{ วิธี}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9 จะมีวิธีเลือกชาย 3 คน จาก 15 คนได้กี่วิธี โดยกำหนดให้

(ก) ชายคนหนึ่งที่กำหนดให้รวมอยู่ด้วยเสมอ

(ข) ชาย 2 คนที่กำหนดให้มิได้รวมอยู่ด้วยเสมอ

วิธีทำ (ก) เพราะว่าชายคนหนึ่งที่กำหนดให้ต้องรวมอยู่ด้วยเสมอ แสดงว่าเราต้องการชายอีก 2 คน จากชายที่เหลือ 14 คน

ดังนั้นวิธีเลือกจะทำได้ $\binom{14}{2} = \frac{14!}{2!\ (14-2)!}$

$$= \frac{14!}{2!\ 12!}$$

$$= 91 \text{ วิธี}$$

(ข) เพราะว่าชาย 2 คนที่กำหนดให้มิได้รวมอยู่ด้วยเสมอ แสดงว่าเราต้องการชาย 3 คนจากที่เหลือ 13 คน

ดังนั้นวิธีเลือกจะทำได้ $\binom{13}{3} = \frac{13!}{3!\ (13-3)!}$

$$= \frac{13!}{3!\ 10!}$$

$$= 286 \text{ วิธี}$$

ตอบ

3. โจทย์พิเศษ

1. บริษัทก่อสร้างเครือเดียวกัน 3 แห่งต้องการรับสมัครวิศวกรเข้าทำงานจำนวน 3 คน 2 คน และ 5 คนตามลำดับ ถ้ามีวิศวกรสมัครเข้าทำงาน 10 คน จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะบรรจุวิศวกร 10 คนนี้เข้าทำงานในบริษัททั้ง 3

2. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะจัดนักเรียน 6 คนให้นั่งล้อมโต๊ะกลม โดยที่เด็กชาย ก และเด็กชาย ข ซึ่งเป็นนักเรียนในจำนวน 6 คนนั้นจะนั่งติดกันเสมอ

4. โจทย์การบ้าน

1. จะมีวิธีจัดคน 8 คนนั่งโต๊ะกลม โดยที่ 4 คนที่กำหนดให้จะต้องนั่งติดกันเสมอได้กี่วิธี

2. ดึงไพ่จากสำรับซึ่งมีไพ่ 52 ใบ จงหาจำนวนวิธีที่จะได้ไพ่ดังนี้

(ก) ได้ไพ่โพแดง 3 ใบ โพดำ 2 ใบ

(ข) ได้ไพ่ K 3 ใบ และ Q 2 ใบ

3. ตะกร้าใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 5 ลูก และลูกบอลสีขาว 4 ลูก ถ้าหยิบลูกบอล 3 ลูก โดยการหยิบทีละลูกออกจากตะกร้า โดยไม่เจาะจง จงหาว่าจะมีวิธีทั้งหมดกี่วิธีที่ลูกบอลทั้ง 3 ลูกที่หยิบขึ้นมานั้นจะประกอบด้วยลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูก

สื่อการเรียนการสอน

1. ไพ่ป๊อก

2. ชอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

ครูทบทวนกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎข้อที่ 1,2,3 และ 4 โดยการถาม–ตอบ แล้วครูเฉลยการบ้านข้อ 2–3

ขั้นสอน

1. ครูทบทวนกฎข้อที่ 5,6 และ 7 โดยการถาม–ตอบ เขียนลงบนกระดานดำ แล้วครูยกตัวอย่างที่ 6,7,8 และ 9 ประกอบตามลำดับ (ในตัวอย่างที่ 9 ครูอธิบายถึงลักษณะต่าง ๆ ของไพ่ป๊อก โดยใช้ไพ่ป๊อกประกอบ)

2. ครูให้นักเรียนพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างกฎทั้ง 7 ว่ามีกฎใดบ้างที่สัมพันธ์กันและสามารถใช้แทนกันได้ (โดยทั่วไปเราใช้กฎข้อที่ 4

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

เหมือนห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1. เหมือนห้องที่ 2 แต่ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการคิดหาคำตอบ

2. เหมือนห้องเรียนที่ 2

แทนกฎข้อที่ 1,2 และ 3 ส่วนกฎข้อที่ 5,6 และ 7 มีวิธีการใช้เฉพาะในแต่ละกฎไม่เกี่ยวข้องกัน)	
ขั้นสรุป	ขั้นสรุป
1. ครูย้ำให้นักเรียนจดจำกฎข้อที่ 4,5 และ 7 และให้ดูเพิ่มเติมเพื่อให้เข้าใจยิ่งขึ้น	1 - 2 เหมือนห้องเรียนที่ 2
2. ครูให้นักเรียนสรุปกฎข้อที่ 4,5 และ 7 อีกครั้งหนึ่ง	
3. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1-3	3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆละ 5 คน ให้ช่วยกันทำโจทย์พิเศษโดยใช้เครื่องคิดเลข ขณะที่นักเรียนช่วยกันทำโจทย์พิเศษครูจะคอยให้คำแนะนำและตรวจสอบผลลัพธ์ที่นักเรียนทำได้ หลังจากนั้นครูอภิปรายผลจากการเดินตรวจในแต่ละกลุ่ม (ในกรณีโจทย์บางข้อมีตัวเลขมากเกินจำนวนหลักที่เครื่องคิดเลขจะคำนวณได้ เช่นตัวอย่างที่ 7 และ 9 ครูแนะนำให้นักเรียนแยกคูณตัวเลขออกเป็นกลุ่ม ๆ แล้วจึงคูณกันโดยเขียนตัวตั้งและตัวคูณคูณกันทีละหลักแล้วจึงนำผลคูณที่ได้มารวมกันตามวิธีการของการคูณ ซึ่งจะเป็นคำตอบที่ต้องการ)
4. ครูให้การบ้านข้อ 1-3	4. เหมือนห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 3 การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ (Random Experiment and Sample Space)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกได้ว่าการกระทำใดเป็นการทดลองสุ่ม เมื่อกำหนดการกระทำมาให้
2. บอกการกระทำที่เป็นการทดลองสุ่มได้ถูกต้อง

3. หาจำนวนสมาชิกและเขียนแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
4. บอกนิยามของแซมเปิลสเปซได้ถูกต้อง
5. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 95 %
6. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 95 %

<u>เนื้อหา</u>

1. <u>การทดลองสุ่ม</u> คือ การทดลองซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าในการทดลองแต่ละครั้ง ผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไรในบรรดาผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้เหล่านั้น

   ตัวอย่างการกระทำที่เป็นการทดลองสุ่ม เช่น
   - การโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง
   - การทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง
   - การสุ่มหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ
   - ปิดตาหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องซึ่งมีลูกบอลสีแดง 5 ลูก สีขาว 2 ลูก
   - การแข่งขันฟุตบอลระหว่างทีม ก และทีม ข ซึ่งมีความสามารถในการเล่นของทีมทัดเทียมกัน

   <u>แซมเปิลสเปซ</u> คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่มจากการทดลองสุ่มในข้อ 1. เราสามารถหาจำนวนสมาชิกและเขียนแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซได้ ดังนี้

   —การโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง

   จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 2 ตัว และถ้าให้ S_1 เป็นแซมเปิลสเปซของการทดลองนี้ จะได้ $S_1 = \{$หัว, ก้อย$\}$

   - การทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง

   จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 6 ตัว และถ้าให้ S_2 เป็นแซมเปิลสเปซของการทดลองนี้ จะได้ $S_2 = \{1,2,3,4,5,6\}$

   - การสุ่มหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับและสนใจว่าจะได้ไพ่ชุดอะไร

   จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 4 ตัว และถ้าให้ S_3 เป็นแซมเปิลสเปซของการทดลองนี้ จะได้ $S_3 = \{$โพแดง, โพดำ, ข้าวหลามตัด, ดอกจิก$\}$

- ปิดตาหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องซึ่งมีลูกบอลสีแดง 5 ลูก สีขาว 2 ลูก และสนใจสีของลูกบอลที่ได้

  จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 2 ตัว และถ้าให้ S_4 เป็นแซมเปิลสเปซของการทดลองนี้ จะได้ $S_4 = \{$แดง,ขาว$\}$

- การแข่งขันฟุตบอลระหว่างทีม ก และทีม ข ซึ่งมีความสามารถในการเล่นของทีมทัดเทียมกัน

  จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 3 ตัว และถ้าให้ S_5 เป็นแซมเปิลสเปซของการทดลองนี้ จะได้ $S_5 = \{$ชนะ,เสมอ,แพ้$\}$

การเขียนแซมเปิลสเปซอาจเขียนได้มากกว่าหนึ่งแบบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่เราสนใจ ตัวอย่างเช่น

- การทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง ถ้าเราสนใจว่าผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นแต้มใด จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 6 ตัว และแซมเปิลสเปซคือ $S_1 = \{1,2,3,4,5,6\}$ แต่ถ้าเราสนใจว่าแต้มที่ได้เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 2 ตัว และแซมเปิลสเปซคือ $S_2 = \{$คู่,คี่$\}$
- ปิดตาหยิบลูกบอล 2 ลูกจากกล่องซึ่งมีลูกบอลสีแดง 5 ลูก และสีขาว 2 ลูก ถ้าเราสนใจสีของลูกบอลที่หยิบได้ จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 4 ตัว และแซมเปิลสเปซ คือ $S_1 = \{$(แดง,แดง),(แดง,ขาว),(ขาว,แดง),(ขาว,ขาว)$\}$ แต่ถ้าเราสนใจจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้ จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 3 ตัว และแซมเปิลสเปซ คือ $S_2 = \{0,1,2\}$

2. <u>ตัวอย่างที่ 1</u> โยนเหรียญห้าบาท 1 อัน 3 ครั้ง

   ถ้าให้ S_1 เป็นผลลัพธ์ที่สนใจที่เหรียญจะขึ้นหน้าใดก็ได้

   S_2 เป็นผลลัพธ์ที่สนใจจำนวนครั้งที่เหรียญจะขึ้นหน้า "ก้อย"

   จงหาจำนวนสมาชิกของ S_1 และ S_2 และเขียนแจกแจงสมาชิกของ S_1 และ S_2 ด้วย

วิธีทำ ถ้ากำหนดให้ด้านหัว แทนด้วย "ห" และด้านก้อย แทนด้วย "ก"

S_1 เป็นผลลัพธ์ที่สนใจที่เหรียญขึ้นหน้าใดก็ได้

จำนวนสมาชิกของ S_1 มี $2 \times 2 \times 2 = 8$ ตัว

จะได้ $S_1 = \{(ห,ห,ห),(ห,ห,ก),(ห,ก,ห),(ก,ห,ห),$
$(ก,ก,ก),(ก,ก,ห),(ก,ห,ก),(ห,ก,ก)\}$

S_2 เป็นผลลัพธ์ที่สนใจจำนวนครั้งที่เหรียญจะขึ้นหน้าก้อย

จำนวนสมาชิกของ S_2 มี 4 ตัว

จะได้ $S_2 = \{0,1,2,3\}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 ทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง

ถ้าให้ S_1 เป็นผลลัพธ์ที่สนใจผลรวมของแต้มของลูกเต๋าทั้งสองลูก

S_2 เป็นผลลัพธ์ที่สนใจว่าหน้าที่ออกของลูกเต๋าทั้งสองลูก
เป็นอย่างไร

จงหาจำนวนสมาชิกของ S_1 และ S_2 และเขียนแจกแจงสมาชิก
ของ S_1 และ S_2 ด้วย

วิธีทำ S_1 เป็นผลลัพธ์ที่สนใจผลรวมของแต้มของลูกเต๋าทั้งสองลูก

จำนวนสมาชิกของ S_1 มี 11 ตัว

จะได้ $S_1 = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

S_2 เป็นผลลัพธ์ที่สนใจว่าหน้าที่ออกของลูกเต๋าทั้งสองลูกเป็นอย่างไร

จำนวนสมาชิกของ S_2 มี $6 \times 6 = 36$ ตัว

จะได้ $S_2 = \{(1,1),(1,2),\ldots,(2,1),(2,2),$
$\ldots,(3,1),(3,2),\ldots,(4,1),(4,2),$
$\ldots,(5,1),(5,2),\ldots,(6,1),(6,2),$
$\ldots,(6,6)\}$

ตอบ

3. โจทย์พิเศษ

1. ให้นักเรียนยกการกระทำที่เป็นการทดลองสุ่มจำนวน 2 ข้อ พร้อมทั้งบอกจำนวนสมาชิกและเขียนแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซของผลลัพธ์ที่สนใจด้วย
2. ให้นักเรียนยกการกระทำที่ไม่ใช่การทดลองสุ่มมาคนละ 3 ตัวอย่าง

4. โจทย์การบ้าน แบบฝึกหัดที่ 2.2 ข้อ 1. (1) – (10) โดยให้แสดงการหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซและเขียนแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซว่ามีอะไรบ้าง

สื่อการเรียนการสอน

1. ลูกเต๋า 2. เงินเหรียญ 3. ไพ่ป๊อก
4. ลูกปิงปอง 5. ซอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูสนทนากับนักเรียนถึงสิ่งที่พบในชีวิตประจำวัน โดยให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างในสิ่งที่มีลักษณะเป็น "ความน่าจะเป็น" "โอกาส" หรือคำที่มีความหมายเช่นเดียวกัน เช่น

– ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัวในการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง (ครูแสดงการโยนเหรียญประกอบ)

– ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะหงายแต้ม 3 ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง (ครูแสดงการทอดลูกเต๋าประกอบ)

– โอกาสที่หญิงมีครรภ์จะคลอดบุตรออกเป็นชาย

– โอกาสที่จะหยิบได้ลูกปิงปองหมายเลข 4 จากการหลับตาหยิบลูกปิงปองที่เขียนหมายเลขกำกับลูกปิงปอง 4 ลูก ซึ่งวางคละกันอยู่ในกล่องใบหนึ่ง

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

1. เหมือน ห้องที่ 2 และเพิ่มโจทย์ที่ใช้ตัวเลขมากขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณหาความน่าจะเป็น เช่น

– ความน่าจะเป็นที่จะถูกเลขท้าย 2 ตัวจากการซื้อสลากกินแบ่ง 1 ฉบับ

– ความน่าจะเป็นที่จะถูกเลขท้าย 3 ตัวจากการซื้อสลากกินแบ่ง 1 ฉบับ

– ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ไพ่ K โพแดงจากการหยิบไพ่จากสำรับโดยไม่เจาะจง

2. ครูให้นักเรียนหาความน่าจะเป็นจากตัวอย่างในข้อ 1 ซึ่งเป็นลักษณะของความน่าจะเป็นหรือโอกาสของสิ่งที่เราพบเห็นในชีวิตประจำวันอย่างง่าย ๆ

3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า การหาความน่าจะเป็นของสิ่งต่าง ๆที่พบในชีวิตประจำวันบางอย่างหาได้ยากมาก จำเป็นที่เราจะต้องเรียนรู้ถึง ทฤษฎี กฎ ที่เกี่ยวข้องก่อน คือ การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ และเหตุการณ์

4. ครูกล่าวว่าในคาบนี้จะเรียนเรื่องการทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซก่อน ส่วนเหตุการณ์ จะเรียนในคาบเรียนต่อไป

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายถึงการทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ โดยการถาม-ตอบ และใช้เหรียญบาท ลูกเต๋า ไพ่ป๊อก และลูกบอลประกอบตามเนื้อหาในข้อ 1 และ 2 แล้วให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างเพิ่มเติม

2. ครูแสดงการทอดลูกเต๋า 1 ลูกแล้วกำหนดผลลัพธ์ที่สนใจ 2 กรณี คือ ผลลัพธ์ที่เป็นแต้มที่ได้และผลลัพธ์ที่เป็นจำนวนคู่หรือคี่ หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันหาแซมเปิลสเปซของทั้งสองกรณี เพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นว่าแซมเปิลสเปซจากการทดลองใด ๆอาจเขียนได้มากกว่าหนึ่งแบบ ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่เราสนใจ แล้วจึงยกตัวอย่างเพิ่มเติมตามเนื้อหาในข้อ 3

2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาความน่าจะเป็นจากตัวอย่างในข้อ 1 ของ ห้องที่ 2 และจากที่ครูเพิ่มเติมให้

3 – 4 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1 – 2 เหมือน ห้องที่ 2 แต่ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซแล้วจึงแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซ

3. ครูให้นักเรียนสรุปเป็นนิยามของแซมเปิลสเปซ

4. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-2 (ครูแสดงการโยนเหรียญประกอบตัวอย่างที่ 1 และการทอดลูกเต๋าประกอบตัวอย่างที่ 2)

<u>ขั้นสรุป</u>

1. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนทั้งหมดอย่างย่อ ๆโดยการถาม-ตอบ

3. เหมือนห้องเรียนที่ 2

4. ในตัวอย่างที่ 1 ครูเสนอแนะว่าการหา S_1 ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่สนใจจากการโยนเหรียญใด ๆจะต้องคำนวณหาจำนวนสมาชิกทั้งหมดก่อน โดยใช้ 2^n โดยที่ n หมายถึงจำนวนครั้งในการโยนเหรียญ 1 อันหรือจำนวนเหรียญที่โยนพร้อม ๆกันใน 1 ครั้ง ดังนั้นในการทดลองนี้ S_1 จะมีจำนวนสมาชิกเท่ากับ $2^3 = 8$ (ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหา 2^3 หรือจะใช้กฎข้อที่ 2 จะได้ $2 \times 2 \times 2 = 8$) หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันแจกแจงสมาชิกทั้ง 8 ตัวนั้นมีอะไรบ้าง

หลังจากทำตัวอย่างที่ 1 แล้วครูถามว่าถ้าเราโยนเหรียญ 1 อัน 4 ครั้งหรือ 5 ครั้งหรือ 6 ครั้ง จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซจะเป็นเท่าไร (ให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหา)

ในตัวอย่างที่ 2 การหา S_2 ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่สนใจ ครูแนะให้นักเรียนใช้กฎข้อที่ 1 โดยใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาสมาชิกและแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซ

หลังจากทำตัวอย่างที่ 2 แล้วครูถามนักเรียนว่าถ้าทอดลูกเต๋า 3 ลูกหรือ 4 ลูกหรือ 5 ลูกหรือ 6 ลูก 1 ครั้ง จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S จะเป็นเท่าไร (ให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหา)

<u>ขั้นสรุป</u>

1. เหมือนห้องเรียนที่ 2

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1–2	2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการทำโจทย์พิเศษแล้วครูสุ่มนักเรียน 5 คนให้ยกตัวอย่างการกระทำที่เป็นการทดลองสุ่ม พร้อมทั้งบอกจำนวนสมาชิกและแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซ (ครูเขียนแจกแจงสมาชิกตามคำบอกของนักเรียนบนกระดานดำ) แล้วครูร่วมกับนักเรียนตัดสินว่า ถูก–ผิดอย่างไร พร้อมทั้งเสนอแนะเพื่อเป็นตัวอย่างกับนักเรียนคนอื่น ๆ
3. ครูให้การบ้าน	3. เหมือนห้องเรียนที่ 2

<u>คาบที่ 4</u> เหตุการณ์ (Event)

<u>จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม</u>

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกจำนวนสมาชิกและเขียนแจกแจงสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจ ซึ่งเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
2. บอกนิยามของเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
3. บอกความสัมพันธ์ระหว่างแซมเปิลสเปซกับเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
4. หายูเนี่ยน อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ แล้วบอกจำนวนสมาชิกพร้อมทั้งเขียนแจกแจงสมาชิกในรูปของเซตหรือในรูปแบบบรรยายเป็นข้อความ หรือในรูปแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดให้เหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2 ในรูปของเซต ในรูปแบบบรรยายเป็นข้อความ หรือในรูปแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์
5. บอกความหมายของยูเนี่ยน และอินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
6. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 95 %
7. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 95 %

เนื้อหา

1. **เหตุการณ์** คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ

ในการทดลองสุ่มใด ๆ เราสามารถหาผลลัพธ์ที่เราสนใจได้เสมอ และเซตที่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่มเราเรียกว่า "แซมเปิลสเปซ" หากเราสนใจสับเซตของแซมเปิลสเปซเราสามารถหาได้ว่ามีจำนวนทั้งหมดกี่ตัว สับเซตแต่ละตัวของแซมเปิลสเปซเราเรียกว่า "เหตุการณ์" ที่เราสนใจ ซึ่งเราอาจจะให้ความหมายของสับเซตแต่ละตัวที่แตกต่างกันตามสิ่งที่เราสนใจ

ตัวอย่าง เช่น

- การทดลองโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่เราสนใจคือจำนวนครั้งที่ขึ้นหัว

จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 4 ตัว คือ $S = \{0,1,2,3\}$

ถ้าให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว 1 ครั้ง

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 1 ตัว คือ $E_1 = \{1\}$

ถ้าให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว 3 ครั้ง

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 1 ตัว คือ $E_2 = \{3\}$

จะเห็นว่า E_1 และ E_2 เป็นสับเซตของ S

- ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่เราสนใจคือแต้มที่ได้

จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี 6 ตัว คือ $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

ถ้าให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นเลขคู่

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 3 ตัว คือ $E_1 = \{2,4,6\}$

ถ้าให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 3

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 3 ตัว คือ $E_2 = \{4,5,6\}$

จะเห็นว่า E_1 และ E_2 เป็นสับเซตของ S

ถ้าให้ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้ม 0 จำนวนสมาชิกของ E_3 ไม่มีเลย

จะได้ $E_3 = \{\} = \emptyset$

จะเห็นว่า E_3 เป็นสับเซตของ S (เซตว่างเป็นสับเซตของทุก ๆ เซต)

แต่เนื่องจากเหตุการณ์เป็นเซต และแซมเปิลสเปซก็เป็นเซต แสดงว่าแซมเปิลสเปซก็เป็นเหตุการณ์เช่นเดียวกัน

นั่นคือ แซมเปิลสเปซเป็นเหตุการณ์ และ $\emptyset$ ก็เป็นเหตุการณ์เช่นกัน

ยูเนี่ยนของเหตุการณ์ (Union of events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้ว ยูเนี่ยนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือของเหตุการณ์ E_2 หรือของสองเหตุการณ์ เขียนแทนยูเนี่ยนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ด้วยสัญลักษณ์ $E_1 \cup E_2$

อินเตอร์เซกชั่นของเหตุการณ์ (Intersection of events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้ว อินเตอร์เซกชั่นของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ทั้งในเหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2 เขียนแทนอินเตอร์เซกชั่นของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ด้วยสัญลักษณ์ $E_1 \cap E_2$

2. ตัวอย่างที่ 1 ให้ A แทนเหตุการณ์ที่แดงไม่สบาย

B แทนเหตุการณ์ที่ดำไม่สบาย

ดังนั้น $A \cap B$ และ $A \cup B$ มีความหมายเป็นอย่างไร

วิธีทำ $A \cap B$ หมายถึงเหตุการณ์ที่แดงและดำไม่สบาย

$A \cup B$ หมายถึงเหตุการณ์ที่แดงหรือดำไม่สบาย

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อม ๆกัน 1 ครั้ง

ถ้าให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มทั้งสองลูกมากกว่า 10

E_2 แทนเหตุการณ์ที่ลูกแรกขึ้นหน้า 6

ดังนั้น $E_1 \cap E_2$ และ $E_1 \cup E_2$ มีความหมายเป็นอย่างไร มีจำนวนสมาชิกกี่ตัวและจงเขียนแจกแจงสมาชิกในรูปของเซต

วิธีทำ ให้สมาชิกทุกตัวในแต่ละเหตุการณ์แทนด้วยคู่อันดับ ซึ่งอันดับแรกเป็นแต้มของลูกแรก และอันดับที่สองเป็นแต้มของลูกที่สอง

จำนวนสมาชิกของ E_1 มี 3 ตัว คือ $E_1 = \{(5,6),(6,5),(6,6)\}$

จำนวนสมาชิกของ E_2 มี 6 ตัว คือ $E_2 = \{(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

นั่นคือ $E_1 \cap E_2 = \{(6,5),(6,6)\}$ ซึ่งมีจำนวนสมาชิก 2 ตัว

ดังนั้น $E_1 \cap E_2$ หมายถึงเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มมากกว่า 10 และลูกแรกขึ้นหน้า 6

และ $E_1 \cup E_2 = \{(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6),(5,6)\}$ ซึ่งมีสมาชิก 7 ตัว

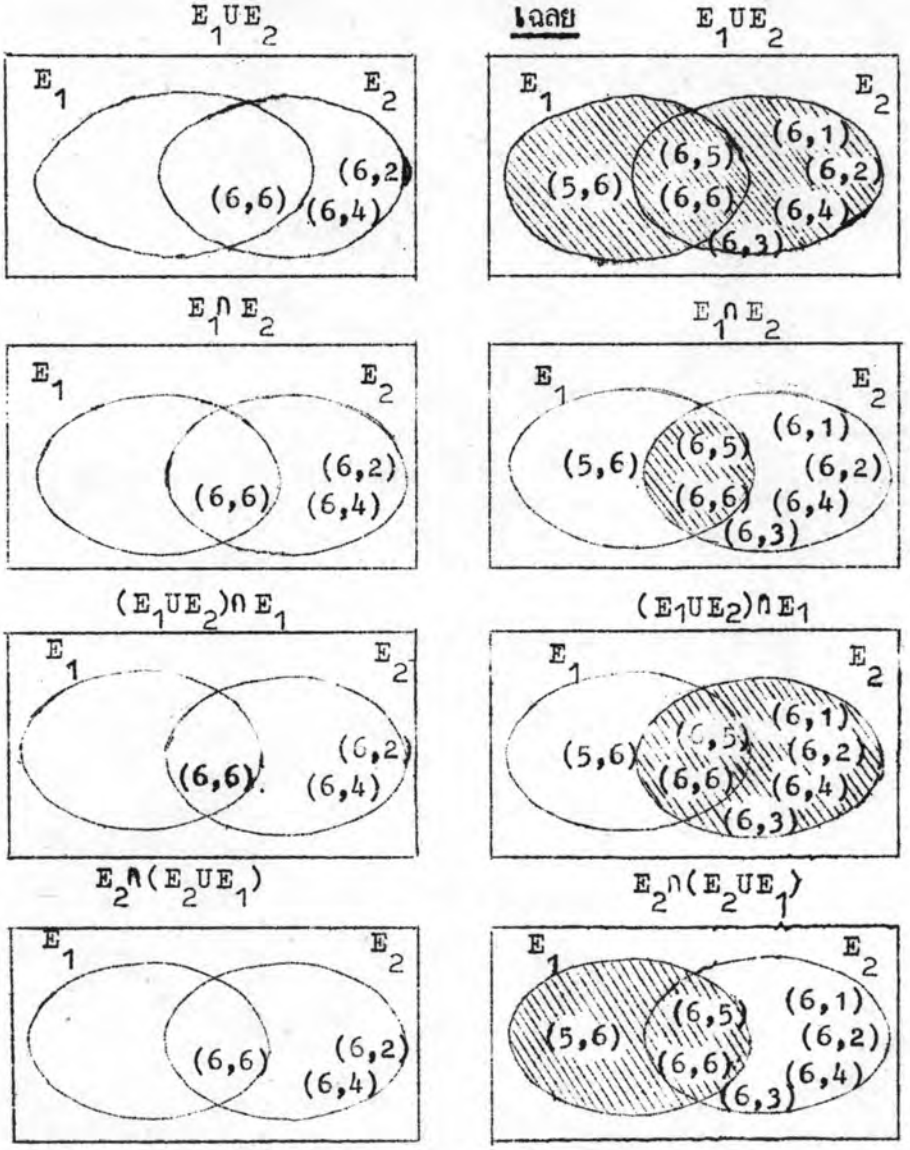
ดังนั้น $E_1 \cup E_2$ หมายถึงเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มมากกว่า 10 หรือลูกแรกขึ้นหน้า 6

ตอบ

เอกสารแนะแนวทาง

คำแนะนำ จากโจทย์ในตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนทำตามคำสั่งในตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างที่ 3 จงเติมจำนวนสมาชิกในแต่ละส่วนให้สมบูรณ์ พร้อมทั้งแสดงการแรเงาในส่วนที่เป็นเหตุการณ์ต่อไปนี้ $E_1 \cup E_2, E_1 \cap E_2, (E_1 \cup E_2) \cap E_1, E_2 \cap (E_2 \cup E_1)$



3. โจทย์พิเศษ

1. ในการทอดลูกเต๋า 3 ลูก 1 ครั้ง

(ก) จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซเป็นเท่าไร

(ข) จงเขียนเหตุการณ์ E ที่ลูกเต๋าลูกที่สองขึ้นแต้ม 6 และแต้มของลูกที่หนึ่งและลูกที่สามหารแต้มของลูกที่สองลงตัว

2. โยนเหรียญบาท 4 อัน 1 ครั้ง

(ก) จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซเป็นเท่าไร

(ข) จงเขียนเหตุการณ์ E ที่เหรียญขึ้นหัว 2 อันและก้อย 2 อัน

4. โจทย์การบ้าน แบบฝึกหัดที่ 2.2

ข้อ 1. (1) - (10) โดยให้หาเฉพาะจำนวนสมาชิกของแต่ละเหตุการณ์ และเขียนเหตุการณ์ที่สนใจ

ข้อ 2. (1),(2)

ข้อ 3. (3)

ข้อ 4. (1) - (4)

ข้อ 5. (1) - (4)

สื่อการเรียนการสอน

1. เงินเหรียญ 2. ลูกเต๋า 3. ซ่อลด์สี 4. เอกสารแนะแนวทาง

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเรื่องการทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ โดยครูยกการทดลองสุ่มใด ๆขึ้นมา 1 ตัวอย่างพร้อมทั้งกำหนดผลลัพธ์ที่สนใจ แล้วให้นักเรียนหาจำนวนสมาชิกและเขียนแซมเปิลสเปซจากผลลัพธ์ที่สนใจ เช่น

- มีคนอยู่ 3 คน จะมีวิธีนั่งเรียงแถวเป็นแนวตรงตามเก้าอี้ที่เตรียมไว้ 2 ตัวได้กี่วิธี

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

1. เหมือนห้องที่ 2 แต่ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ โดยครูให้นักเรียนยกตัวอย่างการทดลองสุ่มเพิ่มหลาย ๆตัวอย่างเพื่อให้มีความเข้าใจยิ่งขึ้น เช่น

- มีเสื้อ 15 ตัว กางเกง 13 ตัว และเนคไท 9 เส้น จะมีวิธีแต่งตัวได้ทั้งหมดกี่วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ เท่ากับ $3 \times 2 = 6$ ตัว

และถ้าให้คนทั้ง 3 เป็น ก,ข และ ค จะเขียนแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซได้เป็น

$S = \{$ กข, กค, ขก, ขค, คก, คข $\}$

2. ครูทบทวนเกี่ยวกับเรื่องเซต สับเซต การหายูเนียน อินเตอร์เซกชั่นของเซต และการเขียนเซตในแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ โดยการถาม-ตอบ โดยครูยกตัวอย่างนำดังนี้

กำหนดให้ $\mathcal{U} = \{1,2,3,4,5\}$

และ $A = \{1,3\}$

$B = \{2,4,5\}$

$C = \{1,3,4,5\}$

2.1 ครูถามว่า $\mathcal{U}$ เรียกว่าอะไร A, B และ C เกี่ยวข้องกับ $\mathcal{U}$ อย่างไร (เป็นสับเซตของ $\mathcal{U}$)

2.2 ครูให้นักเรียนหาจำนวนสับเซตของ A, B และ C พร้อมทั้งเขียนแจกแจงสับเซตทั้งหมดลงในตารางโดยการถาม-ตอบ ดังนี้

เซต	จำนวนสับเซต	สับเซต
$A = 1,3$	.....	.....
$B = 2,4,5$	.....	.....
$C = 1,3,4,5$	.....	.....

- มีนักเรียน 10 คนในจำนวนนี้มีนาย ก รวมอยู่ด้วย จะมีวิธียืนเรียงแถวเป็นแนวตรงได้กี่วิธี ถ้ากำหนดว่านาย ก จะยืนหัวแถวเสมอ (ครูให้นักเรียนแจกแจงสมาชิกโดยใช้แผนภาพต้นไม้)

2. การคำนวณสับเซตของ A, B และ C ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณโดยใช้ 2^n, n หมายถึงจำนวนสมาชิกของเซต หลังจากนั้นจึงให้นักเรียนแจกแจงสมาชิกของสับเซตของ A, B และ C โดยครูให้นักเรียนออกมาแข่งขันกันบนกระดานดำ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 ชุด ๆละ 4 คน ดังนี้

ชุดที่ 1 ให้เขียนแจกแจงสับเซตของเซต A

ชุดที่ 2 ให้เขียนแจกแจงสับเซตของเซต B

ชุดที่ 3 ให้เขียนแจกแจงสับเซตของเซต C

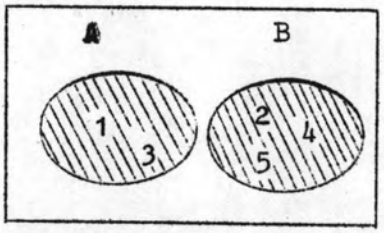
สำหรับการหา $A \cup B$, $B \cap C$, $A \cap B$, $A \cap C$ และ $A \cup C$ ทั้งการเขียนในรูปเซตและการเขียนลงในแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ ครูใช้วิธีแบ่งเป็น 3 ชุด ๆละ 4 คนเช่นเดียวกัน โดยพยายามให้นักเรียนทุกคนได้มีกิจกรรมร่วมให้มากที่สุด

2.3 ครูให้นักเรียนเขียนเซตลงในตาราง ดังนี้

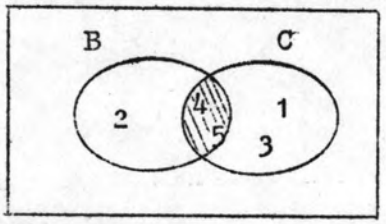
เซต	เซต	
A = 1,3	B = 2,4,5	A∪B = ...
		A∩B = ...
B = 2,4,5	C = 1,3,4,5	A∩C = ...
		A∪C = ...
		B∩C = ...

2.4 ครูให้นักเรียนเขียน A ∪ B, B ∩ C, A ∩ B, A ∩ C และ A ∪ C ลงในแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ และแสดงโดยการแรเงา ดังนี้

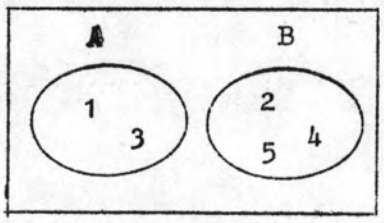
A ∪ B



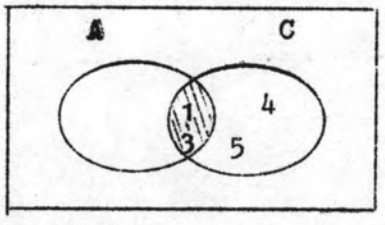
B ∩ C



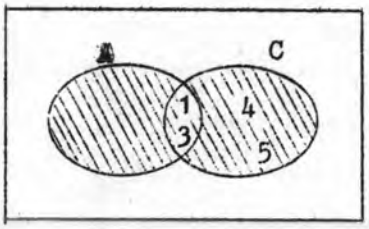
A ∩ B



A ∩ C



A ∪ C



ขั้นสอน

1.ครูหยิบเหรียญขึ้นมา 1 อัน ถามนักเรียนว่าถ้าครูโยนเหรียญนี้ 3 ครั้ง แล้วแซมเปิลสเปซของการขึ้นหัวจะมีสมาชิกกี่ตัวและเขียนได้อย่างไร (มี 4 ตัว คือ $S = \{0,1,2,3\}$)

ครูถามว่าถ้าสนใจผลลัพธ์ของการขึ้นหัว 1 ครั้งจะเขียนผลลัพธ์ได้อย่างไร ($\{1\}$) และถ้าสนใจผลลัพธ์ของการขึ้นหัว 3 ครั้งจะเขียนผลลัพธ์ได้อย่างไร($\{3\}$)

ครูถามว่าผลลัพธ์ที่สนใจคือ $\{1\}$, $\{3\}$ มีความเกี่ยวข้องกับ S อย่างไร (เป็นสับเซตของ S)

2. ครูทอดลูกเต๋า 1 ลูก แล้วดำเนินการเช่นเดียวกับข้อ 1 (โดยยึดตามเนื้อหาข้อ 1.2)

3. ครูถามว่าผลลัพธ์ที่สนใจดังกล่าวเราควรจะเรียกชื่ออย่างไรจึงจะเหมาะสำหรับการทดลอง (เหตุการณ์) และเราควรจะเขียนแทนด้วยอะไร (E)

4. ครูให้นักเรียนสรุปเป็นนิยามของเหตุการณ์

5. ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบ $\mathcal{U}$ และสับเซตของ $\mathcal{U}$ กับ S และ E (ให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่ม)

6. ครูถามว่าเมื่อ E เป็นสับเซตของ S ซึ่งเปรียบเสมือน A, B หรือ C แล้วจะสามารถหายูเนียน อินเตอร์เซกชั่นของเหตุการณ์ E ตั้งแต่ 2 เหตุการณ์ได้หรือไม่ (ได้).

ขั้นสอน

1–7 เหมือนห้องที่ 2 แต่ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์จากตัวอย่างที่ยกเพิ่มเติม แล้วจึงให้นักเรียนแจกแจงสมาชิก

7. ครูให้นักเรียนสรุปเป็นนิยามของยูเนียนและอินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ (นักเรียนสามารถสรุปได้ทันทีเพราะเคยเรียนเรื่องเซตผ่านมาแล้ว)	
8. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-2 ส่วนตัวอย่างที่ 3 ครูแจกเอกสารแนะแนวทางเมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูแจกแผ่นเฉลยให้	8. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E แล้วจึงให้เขียนแจกแจงสมาชิก
ขั้นสรุป	ขั้นสรุป
1.ครูให้นักเรียนสรุปการทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ และเหตุการณ์ แล้วให้หาข้อสรุปของเหตุการณ์โดยการถาม-ตอบ ซึ่งจะได้ ดังนี้ 1.1 เหตุการณ์เป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ 1.2 แซมเปิลสเปซก็เป็นเหตุการณ์ 1.3 ϕ ก็เป็นเหตุการณ์	1.เหมือนห้องเรียนที่ 2
2. ให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1-2	2.ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S และ E
3. ครูให้การบ้าน	3.เหมือนห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 5 เหตุการณ์ (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกได้ว่าเหตุการณ์ที่กำหนดให้ 2 เหตุการณ์ใด ๆเป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันหรือไม่
2. บอกความหมายของเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันและไม่เกิดร่วมกันได้ถูกต้อง
3. หาคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
4. หาคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ที่อยู่ในรูป ยูเนียน และอินเตอร์เซกชันได้ถูกต้อง
5. บอกความหมายของคอมพลีเมนต์ได้ถูกต้อง

6. บอกจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์และคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
7. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %
8. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %

เนื้อหา

1. เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (Mutually exclusive events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ และ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ แล้วจะเรียกว่า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน หมายถึงเหตุการณ์ซึ่งเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซเดียวกัน ซึ่งในการทดลองสุ่มใด ๆ เหตุการณ์เหล่านี้จะไม่เกิดพร้อมกัน เช่น

- โยนเหรียญหนึ่งอัน 1 ครั้ง เหตุการณ์ที่เหรียญจะหงายหน้า "หัว" และ "ก้อย" พร้อมกันย่อมเป็นไปไม่ได้ เพราะเหรียญจะหงายเพียงหน้าเดียว คือหน้า "หัว" หรือ "ก้อย" เท่านั้น
- ทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าจะขึ้นแต้ม 4 และแต้ม 5 พร้อมกันย่อมเป็นไปไม่ได้ เพราะลูกเต๋าจะขึ้นเพียงแต้มเดียวคือ 4 หรือ 5 หรือแต้มอื่น ๆ
- หลับตาหยิบลูกปิงปอง 1 ลูกจากกล่องที่มีลูกปิงปองสีแดง 3 ลูก สีขาว 5 ลูก แล้วจะได้ลูกปิงปองสีแดงและสีขาวซึ่งเป็นไปไม่ได้ที่หยิบลูกปิงปอง 1 ลูก แล้วจะได้ทั้งสีแดงและสีขาว เพราะลูกปิงปอง 1 ลูก จะหาสีเพียงสีเดียวเท่านั้น

2. ตัวอย่างที่ 1 ในการดึงไพ่ใบหนึ่งจากสำรับซึ่งมีไพ่ 52 ใบ โดยไม่เจาะจง ถ้ากำหนดให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้ K ดอกจิก

E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้ K โพแดง

E_3 แทนเหตุการณ์ที่ได้ K ข้าวหลามตัด

ดังนั้น E_1 กับ E_2, E_1 กับ E_3 และ E_2 กับ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันหรือไม่

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ E_1 = { K ดอกจิก }

E_2 = { K โพแดง }

และ E_3 = { K ข้ามหลามตัด }

จะเห็นว่าจำนวนสมาชิกของ E_1, E_2 และ E_3 เท่ากันแต่ไม่เหมือนกัน

จะได้ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, $E_1 \cap E_3 = \emptyset$ และ $E_2 \cap E_3 = \emptyset$

นั่นคือ E_1 กับ E_2 E_1 กับ E_3 และ E_2 กับ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 โยนเหรียญ 1 อัน พร้อม ๆกับทอดลูกเต๋า 1 ลูก

ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่ และเหรียญขึ้นหัว

E_2 แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่ และเหรียญขึ้นก้อย

E_3 แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 2

ดังนั้น E_1 และ E_2 E_1 และ E_3 และ E_2 และ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันหรือไม่

วิธีทำ จากที่กำหนดให้ จะได้ $E_1 = \{(2,ห),(4,ห),(6,ห)\}$

$E_2 = \{(1,ก),(3,ก),(5,ก)\}$

$E_3 = \{(2,ห),(2,ก)\}$

$E_1 \cap E_2 = \emptyset$ ดังนั้น E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

$E_1 \cap E_3 = \{(2,ห)\}$ ดังนั้น E_1 และ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกัน

$E_2 \cap E_3 = \emptyset$ ดังนั้น E_2 และ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

ตอบ

3. คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ (Complement of an event)

ถ้า S เป็นแซมเปิลสเปซ และ E เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ S แล้ว คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E เขียนคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E ด้วยสัญลักษณ์ E'

ตัวอย่างของคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ เช่น

- ในการคลอดบุตรของหญิงมีครรภ์

จะเห็นว่าแซมเปิลสเปซมีสมาชิก 2 ตัว คือ S = { ชาย, หญิง }

ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่หญิงมีครรภ์คลอดบุตรเป็นชาย

จะเห็นว่าเหตุการณ์ E มีสมาชิก 1 ตัว คือ E = {ชาย}

และ E เป็นสับเซตของ S

ดังนั้นคอมพลีเมนต์ของ E จะมีสมาชิก 2-1 = 1 ตัว ซึ่งเป็นสมาชิกที่อยู่ใน S นอกจากที่อยู่ใน E

จะได้ E' = {หญิง} ซึ่งหมายถึงเหตุการณ์ที่หญิงมีครรภ์คลอดบุตรเป็นหญิงนั่นเอง

- ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง แซมเปิลสเปซมีสมาชิก 6 ตัว คือ S = {1,2,3,4,5,6} ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นเลขคู่

จะเห็นว่าเหตุการณ์ E มีสมาชิก 3 ตัว คือ E = {2,4,6} ซึ่งเป็นสับเซตของ S

ดังนั้นคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E มีสมาชิก 6-3 = 3 ตัว ซึ่งเป็นสมาชิกที่อยู่ใน S นอกจากที่อยู่ใน E

จะได้ E' = {1,3,5} ซึ่งหมายถึงเหตุการณ์ที่ได้จำนวนคี่นั่นเอง

4. <u>ตัวอย่างที่ 3</u> ในการดึงไพ่ 1 ใบออกจากสำรับ ซึ่งมีไพ่ 52 ใบ และสนใจชุดของไพ่ และให้ E แทนเหตุการณ์ที่ได้โพดำ ดังนั้นคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E คืออะไร และมีความหมายว่าอย่างไร

<u>วิธีทำ</u> ดึงไพ่ 1 ใบออกจากสำรับ และสนใจชุดของไพ่

ดังนั้นแซมเปิลสเปซจะมีสมาชิก 4 ตัว

คือ S = { โพแดง, โพดำ, ดอกจิก, ข้าวหลามตัด }

เหตุการณ์ที่สนใจคือได้โพดำ

ดังนั้นเหตุการณ์ E มีจำนวนสมาชิก 1 ตัว คือ E = {โพดำ}

นั่นคือ คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E มีสมาชิก 4-1 = 3 ตัว

จะได้ E' = {โพแดง, ดอกจิก, ข้าวหลามตัด} ซึ่งหมายถึงเหตุการณ์ที่ได้ โพแดง, ดอกจิก หรือข้าวหลามตัด

<u>ตอบ</u>

ตัวอย่างที่ 4 จากตัวอย่างที่ 2 จงหาจำนวนสมาชิกของ S และ E แล้วเขียนแจกแจง $S, E_1', E_2', E_3', E_1' \cap E_3', E_1' \cup E_3', (E_1 \cup E_3)'$ และ $(E_1 \cap E_3)'$

วิธีทำ โยนเหรียญ 1 อันพร้อมกับทอดลูกเต๋า 1 ลูก

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S เท่ากับ $2 \times 6 = 12$ ตัว

จะได้ $S = \{(1,ห),(2,ห),(3,ห),(4,ห),(5,ห),(6,ห),(1,ก),(2,ก),(3,ก),(4,ก),(5,ก),(6,ก)\}$

$E_1 = \{(2,ห),(4,ห),(6,ห)\}$

$E_2 = \{(1,ก),(3,ก),(5,ก)\}$

$E_3 = \{(2,ห),(2,ก)\}$

จำนวนสมาชิกของ E_1 เท่ากับ $12-3 = 9$ ตัว

จะได้ $E_1' = \{(1,ห),(3,ห),(5,ห),(1,ก),(2,ก),(3,ก),(4,ก),(5,ก),(6,ก)\}$

จำนวนสมาชิกของ E_2' เท่ากับ $12-3 = 9$ ตัว

จะได้ $E_2' = \{(1,ห),(2,ห),(3,ห),(4,ห),(5,ห),(6,ห),(2,ก),(4,ก),(6,ก)\}$

จำนวนสมาชิกของ E_3' เท่ากับ $12-2 = 10$ ตัว

จะได้ $E_3' = \{(1,ห),(3,ห),(4,ห),(5,ห),(6,ห),(1,ก),(3,ก),(4,ก),(5,ก),(6,ก)\}$

เนื่องจาก $(E_1 \cup E_3)' = E_1' \cap E_3'$

และ $(E_1 \cap E_3)' = E_1' \cup E_3'$ (เรียนมาแล้วในเรื่องเซต)

และทราบว่า $E_1 \cup E_3 = \{(2,ห),(2,ก),(4,ห),(6,ห)\}$

จะได้ $(E_1 \cup E_3)' = \{(1,ห),(3,ห),(5,ห),(1,ก),(3,ก),(4,ก),(5,ก),(6,ก)\}$

ทราบว่า $E_1 \cap E_3 = \{(2,ห)\}$

จะได้ $(E_1 \cap E_3)' = \{(1,ห),(3,ห),(4,ห),(5,ห),(6,ห),(1,ก),(2,ก),(3,ก),(4,ก),(5,ก),(6,ก)\}$

ตอบ

5. โจทย์พิเศษ

1. ให้นักเรียนยกตัวอย่างเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกันมา 3 ตัวอย่าง พร้อมทั้งบอกจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ดังกล่าวด้วย

2. ในการโยนเหรียญบาท 1 อัน 3 ครั้ง

ถ้า E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ "ก้อย" ในการโยนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 3

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ "ก้อย" อย่างน้อย 1 ครั้ง

จงบอกจำนวนสมาชิกและเขียนแจกแจงสมาชิกของเหตการณ์ต่อไปนี้

E_1', E_2', $E_1' \cap E_2$ และ $(E_1' \cup E_2) \cap E_2'$

6. โจทย์การบ้าน แบบฝึกหัดที่ 2.2

ข้อ 2. (3) - (5) ข้อ 3. (1),(2),(4) ข้อ 6. (1) - (3)

ข้อ 7. (1) - (4) ข้อ 8.

สื่อการเรียนการสอน

1. เงินเหรียญ 2. ไพ่ป๊อก 3. ลูกเต๋า 4. ซอล์คสี 5. ลูกปิงปอง

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเรื่องยูเนี่ยนและอินเตอร์เซกชั่นของเหตุการณ์ที่เรียนผ่านมาในคาบที่ 4 โดยการถาม-ตอบ และทบทวนเรื่องคอมพลีเมนต์ของเซต ดังตัวอย่าง

ให้ $\mathcal{U} = \{1,3,5,7,9,13,15\}$

$A = \{1,3,7,13\}$

$B = \{3,5,7,9\}$

$C = \{5,9,15\}$

ครูให้นักเรียนช่วยกันหาเซตของ $A \cup B$, $A \cap C$, $A \cup C$, $B \cap C$, A', B', C'

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสับเซตของ $\mathcal{U}$ ซึ่งคำนวณจาก 2^7 และคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ A', B' และ C' แล้วถามนักเรียนถึงผลการคำนวณที่ได้ หลังจากนั้นจึงให้เขียนแจกแจงสมาชิก

จะได้ $A \cup B = \{1,3,5,7,9,13\}$

$A \cap C = \{\} = \emptyset$

$A \cup C = \{1,3,5,7,9,13,15\}$

$B \cap C = \{5,9\}$

$A = \{5,9,15\}$

$B = \{1,13,15\}$

$C = \{1,3,7,13\}$

2. ครูให้นักเรียนอธิบายความหมายของเซตที่ได้จากข้อ 1 ในแง่ของของแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจ

<u>ขั้นสอน</u>

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับเรื่องของเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน โดยยกตัวอย่างตามเนื้อหาในข้อ 1 แล้วให้นักเรียน 3 คนออกมาแสดงการโยนเหรียญ ทอดลูกเต๋า และหยิบลูกปิงปอง เพื่อประกอบการอธิบาย

2. ครูให้นักเรียนสรุปเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

3. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-2 โดยครูแสดงการดึงไพ่และการโยนเหรียญพร้อมกับทอดลูกเต๋าประกอบการอธิบายโจทย์ปัญหาก่อนที่จะแก้โจทย์ปัญหา

2. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

<u>ขั้นสอน</u>

1 – 2 เหมือนห้องเรียนที่ 2

3. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซในตัวอย่างที่ 1 และ 2 เพื่อเป็นการทบทวนกฎข้อที่ 1 – 4 ที่เรียนผ่านมาแล้ว ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนสมาชิกของ $S = \binom{52}{1}$

$= 52$ ตัว

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนสมาชิกของ $S = 2 \times 6$

$= 12$ ตัว

(ครูให้นักเรียนตอบเป็นรายบุคคลแล้วจึงเฉลยคำตอบที่ถูกต้องอีกครั้ง)

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันอธิบายเกี่ยวกับคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ โดยครูยกตัวอย่างประกอบตามเนื้อหา ข้อ 3 แล้วจึงให้เขียนแจกแจงสมาชิก หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างเพิ่มเติม

4. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์

สำหรับตัวอย่างที่ครูให้นักเรียนช่วยกันยกเพิ่มเติม เป็นตัวอย่างที่ทบทวนกฎต่าง ๆซึ่งจะใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณ โดยครูยกตัวอย่างนำ ดังนี้

- ในการโยนเหรียญ 6 อัน 1 ครั้ง ถ้าให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว 3 ครั้ง ก้อย 3 ครั้ง จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซมี $2^6 = 64$ ตัว และจะได้

$E = \{(ห,ห,ห,ก,ก,ก),(ห,ห,ก,ก,ก,ห),$
$(ห,ก,ก,ก,ห,ห),(ก,ก,ก,ห,ห,ห),$
$(ก,ก,ห,ห,ห,ก),(ก,ห,ห,ห,ก,ก)\}$

ซึ่งมีสมาชิก 6 ตัว

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของ $E' = 64 - 6$
$= 58$ ตัว

- กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีขาว 3 ลูก และสีดำ 2 ลูก สุ่มหยิบลูกบอล 3 ลูก ถ้าให้ E เป็นเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีขาว 2 ลูก สีดำ 1 ลูก จะได้จำนวนสมาชิกของ $S = \binom{5}{2} = 10$ ตัว และจำนวนสมาชิกของ $E = \binom{3}{2}\binom{2}{1} = 6$ ตัว (ครูให้นักเรียนแจกแจงสมาชิกของ S และ E)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของ $E' = 10 - 6$
$= 4$ ตัว (ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยอาศัยแนวจาก 2 ตัวอย่างข้างต้น)

5. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์	5. เหมือนห้องเรียนที่ 2
6. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 3-4 โดยครูแสดงการดึงไพ่จากสำรับประกอบในตัวอย่างที่ 3 และแสดงการโยนเหรียญพร้อม ๆ กับทอดลูกเต๋า ประกอบในตัวอย่างที่ 4 เพื่อเป็นการอธิบายโจทย์ปัญหา	6. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และจำนวนสมาชิกของคอมพลีเมนต์
<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>
1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป ดังนี้	1 – 2 เหมือนห้องเรียนที่ 2
1.1 ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกันแล้ว $E_1 \cap E_2 = \emptyset$	
1.2 คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E ซึ่งเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ S คือเซตของจำนวนสมาชิกที่เหลือนอกจาก E	
2. ครูให้นักเรียนสังเกตและสรุปเหตุการณ์ที่อยู่ในรูปของคอมพลีเมนต์ของการ ยูเนียน และอินเตอร์เซกชัน ดังนี้ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$	
3. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1 – 2	3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม ให้ช่วยกันทำโจทย์พิเศษโดยใช้เครื่องคิดเลข แล้วให้ส่งตัวแทนออกมาอภิปรายผลทีละกลุ่ม แล้วครูจึงเฉลยคำตอบทั้ง 2 ข้อ
4. ครูให้การบ้าน	4. เหมือนห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 6 ความน่าจะเป็น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกความหมายของความน่าจะเป็นได้ถูกต้อง
2. แสดงวิธีการหาความน่าจะเป็นจากการทดลองได้ถูกต้อง
3. อภิปรายผลการทดลองได้ถูกต้อง

เนื้อหา

1. ความน่าจะเป็น ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่เราสนใจในการทดลองสุ่มอย่างหนึ่ง ถ้าเราต้องการทราบว่าเหตุการณ์ E จะมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด เรามีวิธีที่จะหาคำตอบได้ 2 วิธี คือ

   วิธีที่ 1 ทำการทดลองสุ่มนั้นซ้ำกันหลาย ๆครั้ง สมมุติว่า N ครั้ง แล้วดูว่าเหตุการณ์ที่เราสนใจ E เกิดขึ้นกี่ครั้ง สมมุติว่า n ครั้ง อัตราส่วน $\frac{n}{N}$ จะบอกให้เราทราบว่าเหตุการณ์ E มีโอกาสเกิดขึ้นกี่ครั้ง

   วิธีนี้จะทำให้เชื่อถือได้มากถ้าทำการทดลองสุ่มให้มากครั้งที่สุด แต่ถึงอย่างไรก็ตามก็ไม่สามารถบอกได้แน่นอนว่าควรจะทำการทดลองกี่ครั้งจึงจะเหมาะ วิธีนี้เป็นวิธีที่ต้องใช้เวลามากและไม่สะดวก

   วิธีที่ 2 ใช้วิธีการคำนวณจากแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจ โดยหาอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ โดยมีข้อตกลงว่า แซมเปิลสเปซจะต้องเป็นเซตจำกัดและสมาชิกแต่ละตัวของแซมเปิลสเปซมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆกัน

2. การทดลอง

   การทดลองที่ 1 หยิบเหรียญบาทขึ้นมา 1 เหรียญ ทำการทดลองและบันทึกการขึ้นหัวและก้อย ดังนี้

   ครั้งที่ 1 ทดลองโยนเหรียญ 50 ครั้ง
   ครั้งที่ 2 ทดลองโยนเหรียญ 100 ครั้ง
   ครั้งที่ 3 ทดลองโยนเหรียญ 150 ครั้ง
   ครั้งที่ 4 ทดลองโยนเหรียญ 200 ครั้ง

การทดลองที่ 2 ทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมบันทึกผลการขึ้นแต้มต่าง ๆดังนี้

ครั้งที่ 1 ทดลองทอดลูกเต๋า 50 ครั้ง

ครั้งที่ 2 ทดลองทอดลูกเต๋า 100 ครั้ง

ครั้งที่ 3 ทดลองทอดลูกเต๋า 150 ครั้ง

ครั้งที่ 4 ทดลองทอดลูกเต๋า 200 ครั้ง

การทดลองที่ 3 หยิบหนังสือแบบเรียน ก 015 มา 1 เล่ม ทำการเปิดหน้าหนังสือ พร้อมทั้งบันทึกผลการเปิดหน้าได้หน้าคู่หรือคี่ ดังนี้

ครั้งที่ 1 ทดลองเปิดหน้าหนังสือ 30 ครั้ง

ครั้งที่ 2 ทดลองเปิดหน้าหนังสือ 50 ครั้ง

ครั้งที่ 3 ทดลองเปิดหน้าหนังสือ 70 ครั้ง

ครั้งที่ 4 ทดลองเปิดหน้าหนังสือ 90 ครั้ง

การทดลองที่ 4 ฉลากจำนวน 100 ชิ้น เขียนตัวอักษร ก บนฉลาก 50 ชิ้น อักษร ข บนฉลาก 30 ชิ้น และอักษร ค บนฉลาก 20 ชิ้น วางคละกันอยู่ในกล่องใบหนึ่ง ทดลองหยิบฉลากทีละชิ้นแล้วใส่คืนในกล่องก่อนที่จะหยิบครั้งต่อไป ดังนี้

ครั้งที่ 1 ทดลองหยิบฉลาก 30 ครั้ง

ครั้งที่ 2 ทดลองหยิบฉลาก 60 ครั้ง

ครั้งที่ 3 ทดลองหยิบฉลาก 90 ครั้ง

ครั้งที่ 4 ทดลองหยิบฉลาก 120 ครั้ง

ทำการทดลองทั้ง 4 การทดลองครบทุกครั้ง แล้วหาอัตราส่วน $\frac{n}{N}$ จากการทดลองในแต่ละครั้งแล้วอภิปรายผลการทดลอง

สื่อการเรียนการสอน

1. เงินเหรียญ 2. ลูกเต๋า 3. หนังสือแบบเรียน ก 015 4. ฉลากและกล่อง

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2	ห้องเรียนที่ 1
ขั้นนำ	ขั้นนำ
1. ครูอธิบายถึงเรื่องการทดลองสุ่มว่าเป็นการกระทำเราไม่ทราบว่าผลลัพธ์จะเป็นเช่นไร เช่น ซื้อล็อตเตอรี่เราไม่ทราบว่าจะถูกหรือไม่ ขึ้นรถโดยสารมาโรงเรียนจะประสบอุบัติเหตุหรือไม่ ฯลฯ แต่ในบางอย่างพอที่จะทำนายผลลัพธ์ได้บ้างว่าจะเป็นเช่นไร โดยอาศัยเหตุการณ์ทำนองเดียวกันที่เคยเกิดขึ้นมาก่อนช่วยในการตัดสินใจ เช่น ควรจะเตรียมเสื้อฝนเวลาออกนอกบ้านหรือไม่ ในทางคณิตศาสตร์มีตัวอย่างที่สามารถมองเห็นได้ชัดถึงเรื่องการทดลองสุ่ม เช่น การดึงไพ่จากสำรับ การทอดลูกเต๋า การหยิบลูกบอล โดยการกระทำจะต้องไม่มีความลำเอียง จะต้องมีความยุติธรรมเป็นที่ตั้ง เช่น ลูกเต๋าจะต้องมีลักษณะสมดุล ฯลฯ และในการที่จะทดลองว่าการทดลองใดจะมีโอกาสหรือความน่าจะเป็นที่จะเกิดขึ้นอย่างไรนั้น จะต้องอาศัยการทดลองซ้ำกันหลาย ๆครั้ง ซึ่งการทดลองทำให้เสียเวลามาก นักคณิตศาสตร์จึงคิดหาวิธีในการคำนวณแทน ซึ่งจะประหยัดเวลาและได้ผลการคำนวณที่ถูกต้องมากกว่า	1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
2. ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างของโอกาสหรือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ซึ่งพบในชีวิตประจำวัน เช่น - ความน่าจะเป็นของการขึ้นหัวจากการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง	2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจจากการทดลองสุ่มในตัวอย่างที่ครูยกขึ้น และครูให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติม

- ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ฉลากหมายเลข 5 จากฉลาก 5 ชิ้นที่เขียนหมายเลขกำกับจาก 1 – 5 และวางคละกันอยู่ในกล่องใบหนึ่ง
- ความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 3 จากการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง
- ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ไพ่ K โพแดง จากไพ่สำรับหนึ่ง

ขั้นสอน

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปถึงวิธีในการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ (ตามเนื้อหาในข้อ 1)

2. ครูบอกว่าในคาบนี้จะหาความน่าจะเป็นจากการทดลองก่อน โดยครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม และเสนอแนะถึงวิธีการทดลอง แล้วให้ทำการทดลองตามการทดลองในข้อ 2 ดังนี้

กลุ่มที่ 1–2 ทำการทดลองที่ 1
กลุ่มที่ 3–4 ทำการทดลองที่ 2
กลุ่มที่ 5–6 ทำการทดลองที่ 3
กลุ่มที่ 7–8 ทำการทดลองที่ 4

ขณะที่นักเรียนทำการทดลองครูจะเดินดอยให้คำแนะนำพร้อมทั้งชี้แนะข้อบกพร่องที่ควรแก้ไข

ขั้นสรุป

เมื่อนักเรียนทำการทดลองเสร็จทุกกลุ่มแล้วให้ส่งตัวแทนกลุ่มละ 1 คนมาอภิปรายผลจากการทดลอง แล้วครูเปรียบเทียบผลการทดลองของกลุ่มที่ทดลองในเรื่องเดียวกัน พร้อมทั้งเสนอแนะว่า การที่จะได้ผลจากการทดลองที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงนั้นจะต้องทำการทดลองซ้ำหลาย ๆครั้ง โดยครูให้นักเรียน

ขั้นสอน

1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาอัตราส่วนจากผลการทดลองทั้ง 4 ครั้ง โดยให้คำตอบอยู่ในรูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง

ขั้นสรุป

เหมือน ห้องเรียนที่ 2

ไปทำการทดลองเป็นการบ้านเฉพาะการทดลองโยนเหรียญหรือการทอดลูกเต๋าอย่างใดอย่างหนึ่ง ให้จำนวนครั้งมากขึ้นเรื่อย ๆแล้วอภิปรายผลจากการทดลองนำมาส่งครูในวันรุ่งขึ้น	

คาบที่ 7 ความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนดให้ โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 1 และโดยการแจงนับจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซได้ถูกต้อง
2. บอกนิยามของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
3. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
4. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 86 %

เนื้อหา โอกาสในการเกิดของแซมเปิลสเปซมี 2 ลักษณะ คือ

1. <u>แซมเปิลสเปซที่สมาชิกมีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน</u> เช่น

ในการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง ถ้าเหตุการณ์ที่สนใจคือได้แต้ม 5

ดังนั้นแซมเปิลสเปซ คือ $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ จะเห็นว่าสมาชิกแต่ละตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆกันและมีจำนวนทั้งหมด 6 ตัว

เหตุการณ์ที่สนใจคือได้แต้ม 5 คือ $E = \{5\}$ มีจำนวนสมาชิก 1 ตัว

ดังนั้นโอกาสที่เหตุการณ์ E จะเกิดขึ้นเท่ากับ $\frac{1}{6}$ หรือ 0.17

2. <u>แซมเปิลสเปซที่สมาชิกมีโอกาสเกิดขึ้นไม่เท่ากัน</u> เช่น

ในการทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้ง ถ้าเหตุการณ์ที่สนใจคือ ผลรวมของแต้มเป็น 6

ดังนั้นแซมเปิลสเปซ คือ $S = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

เหตุการณ์ที่สนใจ คือ $E = \{6\}$

จะเห็นว่าสมาชิกแต่ละตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นได้ไม่เท่ากัน เช่น

ผลรวมของแต้มเป็น 2 เกิดขึ้นได้เพียงวิธีเดียวคือ ลูกแรกขึ้น 1 และลูกที่สองขึ้น 1 แต่ผลรวมของแต้มเป็น 4 เกิดขึ้นได้ 3 วิธี คือ

ลูกแรกขึ้น 1 และลูกที่สองขึ้น 3

ลูกแรกขึ้น 3 และลูกที่สองขึ้น 1

ลูกแรกขึ้น 2 และลูกที่สองขึ้น 2

ดังนั้นเราไม่สามารถหาความน่าจะเป็นจากแซมเปิลสเปซ S และเหตุการณ์ E ดังกล่าวได้ เพราะสมาชิกแต่ละตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นได้ไม่เท่ากัน

เราจะต้องพิจารณาแซมเปิลสเปซใหม่ คือให้เป็น S_1 ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆกัน ซึ่งประกอบด้วยสมาชิก $6 \times 6 = 36$ ตัว ที่เป็นไปได้จากการทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้ง คือ

$$S_1 = \{(1,1),(1,2),\ldots,(1,6),(2,1),(2,2),\ldots,(2,6),$$
$$(3,1),(3,2),\ldots,(3,6),(4,1),(4,2),\ldots,(4,6),$$
$$(5,1),(5,2),\ldots,(5,6),(6,1),(6,2),\ldots,(6,6)\}$$

ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มเป็น 6 จะได้

$$E_1 = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$$

ดังนั้นโอกาสที่จะได้ผลรวมของแต้มเป็น 6 คืออัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกใน E_1 กับจำนวนสมาชิกใน S_1 ซึ่งเท่ากับ $\frac{5}{36}$ หรือ 0.14

นั่นคือ ถ้าสมาชิกของแซมเปิลสเปซมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆกัน เรียกอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซว่า "ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์"

3. นิยาม ถ้า N เป็นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆกัน และ n เป็นสมาชิกของเหตุการณ์ E ซึ่งเป็นสับเซตของ S แล้ว ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เท่ากับ $\frac{n}{N}$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย P(E)

4. ตัวอย่างที่ 1 ถ้านักเรียนคนหนึ่งมีเสื้อและกางเกงสำหรับสวมไปเที่ยวอยู่ 5 ตัวและ 3 ตัว ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะสวมเสื้อตัวที่สอง และกางเกงตัวใดก็ได้

วิธีทำ ให้เสื้อทั้ง 5 ตัว เป็น $ส_1$, $ส_2$, $ส_3$, $ส_4$ และ $ส_5$

กางเกง 3 ตัว เป็น $ก_1$, $ก_2$ และ $ก_3$

ดังนั้นแซมเปิลสเปซมีจำนวนสมาชิก $5 \times 3 = 15$ ตัว

คือ $S = \{(ส_1,ก_1),(ส_1,ก_2),(ส_1,ก_3),(ส_2,ก_1),(ส_2,ก_2),(ส_2,ก_3),$
$(ส_3,ก_1),(ส_3,ก_2),(ส_3,ก_3),(ส_4,ก_1),(ส_4,ก_2),(ส_4,ก_3),$
$(ส_5,ก_1),(ส_5,ก_2),(ส_5,ก_3)\}$

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เขาสวมเสื้อตัวที่สองและกางเกงตัวใดก็ได้

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E เท่ากับ $1 \times 3 = 3$ ตัว

คือ $E = \{(ส_2,ก_1),(ส_2,ก_2),(ส_2,ก_3)\}$

$\therefore P(E) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ หรือ 0.2

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่เขาจะสวมเสื้อตัวที่สองและกางเกงตัวใดก็ได้

เท่ากับ $\frac{1}{5}$ หรือ 0.2

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ทอดลูกเต๋า 1 ลูกพร้อมกับโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นเมื่อ

(ก) ลูกเต๋าขึ้นแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ

(ข) เหรียญขึ้นก้อย

(ค) ลูกเต๋าขึ้นแต้มเป็นเลขคู่และเหรียญขึ้นหัว

วิธีทำ แซมเปิลสเปซจากการทดลองมีจำนวนสมาชิก $6 \times 2 = 12$ ตัว

จะได้ $S = \{(1,ห),(2,ห),(3,ห),(4,ห),(5,ห),(6,ห),$
$(1,ก),(2,ก),(3,ก),(4,ก),(5,ก),(6,ก)\}$

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ (แสดงว่าเหรียญขึ้นหน้าใดก็ได้)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E เท่ากับ $3 \times 2 = 6$ ตัว

จะได้ $E_1 = \{(2,ห),(2,ก),(3,ห),(3,ก),(5,ห),(5,ก)\}$

$\therefore P(E_1) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ หรือ 0.5

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มเป็นจำนวนเฉพาะเท่ากับ $\frac{1}{2}$

หรือ 0.5

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อย (แสดงว่าลูกเต๋าขึ้นแต้มใดก็ได้)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 เท่ากับ $1 \times 6 = 6$ ตัว

จะได้ $E_2 = \{(1,ก),(2,ก),(3,ก),(4,ก),(5,ก),(6,ก)\}$

$P(E_2) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ หรือ 0.5

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นก้อยเท่ากับ $\frac{1}{2}$ หรือ 0.5

(ค) ให้ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญขึ้นหัว

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_3 เท่ากับ $3 \times 1 = 3$ ตัว

จะได้ $E_3 = \{(2,ห),(4,ห),(6,ห)\}$

$P(E_3) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ หรือ 0.25

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญขึ้นหัวเท่ากับ $\frac{1}{4}$ หรือ 0.25

ตอบ

5. โจทย์ทิเศษ ในการทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้ (ก) ได้แต้มของลูกแรกน้อยกว่าลูกหลัง

(ข) ได้แต้มรวมเป็นกำลังสองสมบูรณ์

(ค) ได้ผลต่างของแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ

(ง) ได้ผลคูณของแต้มเป็นเลขคู่

6. โจทย์การบ้าน แบบฝึกหัดที่ 2.3

ข้อ 1., ข้อ 2. (1) - (10)

สื่อการเรียนการสอน

1. ลูกเต๋า 2. เงินเหรียญ 3. ซอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนวิธีการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจโดยการถาม-ตอบ (มี 2 วิธี คือหาจากการทดลองและหาจากการคำนวณ)

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

1-2-3 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

2. ครูชี้แจงว่าวิธีแรกได้เรียนและทดลองกันแล้วในคาบเรียนที่ 6 ในคาบนี้จะเรียนวิธีที่สอง ซึ่งเป็นวิธีที่อาศัยการคำนวณเข้าช่วย และเป็นวิธีที่ให้ผลการคำนวณที่น่าเชื่อถือมากกว่าวิธีแรก

3. ครูทบทวนกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 1 โดยการถาม-ตอบ

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายถึงวิธีการเขียนแซมเปิลสเปซซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่สนใจ ว่าสามารถเขียนได้หลายแบบขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่สนใจซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้ว แต่ในการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นจะต้องเขียนแซมเปิลสเปซให้ประกอบไปด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆกัน ส่วนการหาจำนวนของสมาชิกว่ามีกี่ตัวนั้น เราคำนวณได้จากการใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับทั้ง 7 กฎที่เรียนผ่านมาแล้วเช่นกัน

2. ครูอธิบายเรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ตามเนื้อหาในข้อ 1-2 โดยการถาม-ตอบ ดังนี้

ครู : หยิบลูกเต๋าขึ้นมา 1 ลูกชูให้นักเรียนดูแล้วถามว่าการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง แซมเปิลสเปซมีจำนวนสมาชิกเท่าไรและเขียนได้อย่างไร

น.ร. : มีจำนวนสมาชิก 6 ตัว และเขียนได้เป็น

$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

ครู : สมาชิกแต่ละตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันหรือไม่

น.ร. : มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันแล้ว

ครู : ถ้าจะหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 5 จำนวนสมาชิกของ E มีกี่ตัวและเขียนได้อย่างไร มีความน่าจะเป็นเท่าไร

น.ร. : จำนวนสมาชิกของ E มี 1 ตัว คือ E $= \{5\}$ และ $P(E) = \frac{1}{6}$ หรือ 0.17

ขั้นสอน

1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจแล้วคำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ โดยตอบในรูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง

ครู : หยิบลูกเต๋าขึ้นมา 2 ลูกชูให้นักเรียนดูแล้วถามว่า ถ้าทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้งและเหตุการณ์ที่สนใจคือ ผลรวมของแต้มเป็น 6 จะเขียนแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจได้เป็น

$S = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

$E = \{6\}$

ดังนั้น P(E) เป็นเท่าไร

น.ร. : แซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจนี้คำนวณหา P(E) ไม่ได้

ครู : เป็นเพราะอะไร

น.ร. : เพราะสมาชิกแต่ละตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นได้ไม่เท่ากัน (นักเรียนจะตอบตามเนื้อหาในข้อ 2)

ครู : เราจะเขียน S และ E ได้อย่างไรจึงจะคำนวณหา P(E) ได้

น.ร. : จะต้องเขียน S ใหม่ให้มีจำนวนสมาชิกแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆกัน ซึ่งจะมี $6 \times 6 = 36$ ตัว คือ

$S = \{(1,1),(1,2),\ldots,(6,6)\}$ และ

$E = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$

ครู : จะได้ P(E) เป็นเท่าไร

น.ร. : $P(E) = \frac{5}{36}$ หรือ 0.4

3. ครูให้นักเรียนสรุปเป็นนิยามของความน่าจะเป็น

4. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-2 โดยในตัวอย่างที่ 1 ครูให้นักเรียนแจกแจงสมาชิกของ S โดยใช้แผนภาพต้นไม้ ส่วนตัวอย่างที่ 2 ครูอธิบายโจทย์ปัญหาโดยใช้ลูกเต๋าและเหรียญประกอบ และให้นักเรียนแจกแจงสมาชิกของ S โดยใช้แผนภาพต้นไม้เช่นเดียวกัน

3. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

4. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจแล้วคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นโดยใช้กฎข้อที่ 1 และตอบในรูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง

ขั้นสรุป 1. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปการหาความน่าจะเป็นจากการคำนวณโดยการถาม-ตอบ 2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ 3. ครูให้การบ้าน	ขั้นสรุป 1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2 2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่มให้ใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซแล้วแจกแจงสมาชิกของแซมเปิลสเปซ จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจและคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ กลุ่มไหนทำเสร็จก่อนให้ยกมือขึ้น ครูจะเดินไปตรวจ เมื่อนักเรียนทำเสร็จทุกกลุ่มแล้ว ครูเป็นผู้ตัดสินว่ากลุ่มไหนชนะ โดยพิจารณาจากการทำเสร็จเร็วและถูกต้อง 3. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 8 ความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนดให้โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎข้อที่ 2-3 และโดยการแจงนับสมาชิกของเหตุการณ์และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซโดยตรงได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา

1. ตัวอย่างที่ 1 โยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขึ้นหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง

วิธีทำ ในการโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง

จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ เท่ากับ $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ ตัว

จะได้ $S = \{(ห,ห,ห),(ห,ห,ก),(ห,ก,ห),(ก,ห,ห),(ห,ก,ก),$
$(ก,ห,ก),(ก,ก,ห),(ก,ก,ก)\}$

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่ขึ้นหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง

จำนวนสมาชิกของ E พิจารณาจาก S เท่ากับ 7 ตัว

จะได้ $E = \{(ห,ห,ห),(ห,ห,ก),(ห,ก,ห),(ก,ห,ห),(ห,ก,ก),$
$(ก,ห,ก),(ก,ก,ห)\}$

$\therefore P(E) = \frac{7}{8}$ หรือ 0.88

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นหัวอย่างน้อย 1 ครั้งเท่ากับ $\frac{7}{8}$ หรือ 0.88

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ในการสอบถามนักเรียน 3 คนเกี่ยวกับการใช้และไม่ใช้ปากกาชนิดหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

(ก) เหตุการณ์ที่นักเรียนทั้งสามคนใช้ปากกาชนิดนั้นอย่างน้อย 2 คน

(ข) เหตุการณ์ที่นักเรียนทั้งสามคนใช้ปากกาชนิดนั้นเพียงคนเดียว

(ค) เหตุการณ์ที่นักเรียนทั้งสามคนไม่ใช้ปากกาชนิดนั้นเลย

วิธีทำ ในการสอบถามนักเรียน 3 คนเกี่ยวกับการใช้และไม่ใช้ปากกา จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซคิดเหมือนกับ มีงานอยู่ 3 อย่าง แต่ละอย่างเลือกทำได้ 2 วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีในการเลือกทำงาน 3 อย่าง เท่ากับ $2 \times 2 \times 2 = 8$ วิธี

ถ้าให้ อักษร "ช" แทนนักเรียนที่ใช้ปากกาชนิดนั้น

อักษร "ม" แทนนักเรียนที่ไม่ใช้ปากกาชนิดนั้น

จะได้ $S = \{(ช,ช,ช),(ช,ช,ม),(ช,ม,ช),(ม,ช,ช),(ม,ม,ช),$
$(ม,ช,ม),(ช,ม,ม),(ม,ม,ม)\}$

(ก) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนทั้งสามคนใช้ปากกาชนิดนั้นอย่างน้อย 2 คน

จะมีจำนวนสมาชิก 4 ตัว คือ

$E_1 = \{(ช,ช,ช),(ช,ช,ม),(ช,ม,ช),(ม,ช,ช)\}$

$\therefore P(E_1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ หรือ 0.5

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักเรียนทั้งสามคนใช้ปากกาชนิดนั้นอย่างน้อย 2 คน เท่ากับ $\frac{1}{2}$ หรือ 0.5

(ข) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนทั้งสามคนใช้ปากกาชนิดนั้นเพียงคนเดียว

จะมีจำนวนสมาชิก 3 ตัว คือ

$$E_2 = \{(ม,ม,ช),(ม,ช,ม),(ช,ม,ม)\}$$

$\therefore P(E_2) = \frac{3}{8}$ หรือ 0.38

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักเรียนทั้งสามคนใช้ปากกาชนิดนั้นเพียงคนเดียว เท่ากับ $\frac{3}{8}$ หรือ 0.38

(ค) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนทั้งสามคนไม่ใช้ปากกาชนิดนั้นเลย

จะมีจำนวนสมาชิก 1 ตัว คือ $E_3 = \{(ม,ม,ม)\}$

$\therefore P(E_3) = \frac{1}{8}$ หรือ 0.13

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักเรียนทั้งสามคนไม่ใช้ปากกาชนิดนั้นเลย เท่ากับ $\frac{1}{8}$ หรือ 0.13

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 ในการสอบภาษาอังกฤษซึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบข้อละ 1 คะแนน จำนวน 15 ข้อ มาริสา เป็นผู้เข้าสอบคนหนึ่ง ถ้ากำหนดให้

E_1 เป็นเหตุการณ์ที่มาริสาสอบได้คะแนนตั้งแต่ 10 ขึ้นไป

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่มาริสาสอบได้คะแนนมากกว่า 15

E_3 เป็นเหตุการณ์ที่มาริสาสอบได้คะแนนอยู่ระหว่าง 7 ถึง 13

E_4 เป็นเหตุการณ์ที่มาริสาสอบได้คะแนนต่ำกว่า 4

จงหา $P(E_1)$, $P(E_2)$, $P(E_3)$ และ $P(E_4)$

วิธีทำ กำหนดให้การสอบภาษาอังกฤษซึ่งมี 15 ข้อ ๆละ 1 คะแนน แสดงว่าคะแนนเต็ม 15 คะแนน จำนวนคะแนนทั้งหมดที่นักเรียนจะได้ เท่ากับ 16 ตัว

นั่นคือ แซมเปิลสเปซ $S = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15\}$

จากโจทย์ E_1 มีจำนวนสมาชิก 6 ตัว คือ $E_1 = \{10,11,12,13,14,15\}$

$\therefore P(E_1) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ หรือ 0.38

E_2 ไม่มีจำนวนสมาชิกเลย จะได้ $E_2 = \emptyset$

$\therefore P(E_2) = 0$

E_3 มีจำนวนสมาชิก 7 ตัว คือ $E_3 = \{7,8,9,10,11,12,13\}$

$\therefore P(E_3) = \frac{7}{16}$ หรือ 0.44

E_4 มีจำนวนสมาชิก 4 ตัว คือ $E_4 = \{0,1,2,3\}$

$\therefore P(E_4) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ หรือ 0.25

ตอบ

2. โจทย์พิเศษ ทอดลูกเต๋า 3 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

(ก) ได้แต้มเหมือนกันทั้ง 3 ลูก

(ข) ได้แต้มลูกแรกเป็นเลขคู่

(ค) ได้แต้มลูกที่ 1 และลูกที่ 3 เป็นเลขคี่

3. โจทย์การบ้าน แบบฝึกหัดที่ 2.3 ข้อ 3., ข้อ 5., ข้อ 6. และ ข้อ 7.

สื่อการเรียนการสอน

1. เงินเหรียญ 2. ซอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2	ห้องเรียนที่ 1
ขั้นนำ	ขั้นนำ
1. ครูทบทวนการหาความน่าจะเป็นโดยวิธีการการคำนวณโดยการถาม–ตอบ แล้วเฉลยการบ้านในบางข้อที่นักเรียนยังมีปัญหา พร้อมทั้งชี้แนะข้อบกพร่องที่ต้องแก้ไข	1–2 เหมือน ห้องเรียนที่ 2
2. ครูทบทวนกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 2 โดยการถาม–ตอบ	
ขั้นสอน	ขั้นสอน
1. ครูให้นักเรียนสังเกตจากตัวอย่าง โจทย์พิเศษ และโจทย์การบ้าน ในคาบเรียนที่ผ่านมาว่าการหาความน่าจะเป็นจากการคำนวณนั้น จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจ มีวิธีในการหาได้อย่างไรบ้าง นักเรียนจะช่วยกันสรุปวิธีในการหา ซึ่งมี 2 วิธี คือ	1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
1.1 หาจากการแจงนับจากสมาชิกของแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์โดยตรง	

1.2 คำนวณหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 1-7

2. ครูเสนอแนะให้นักเรียนสังเกตต่อไปอีกว่าในบางโจทย์ปัญหาใช้เพียงกฎข้อที่ 1-7 ก็สามารถหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซและของเหตุการณ์ที่สนใจได้ แต่บางปัญหาต้องใช้ทั้ง 2 วิธีรวมกัน (ครูถามว่ามีโจทย์ข้อใดบ้าง) แล้วครูเสนอว่าในคาบนี้เราจะใช้การคำนวณโดยอาศัยกฎข้อที่ 2 กับตัวอย่างที่ 1-3

3. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-3 โดยที่ตัวอย่างที่ 1-2 ครูให้นักเรียนแสดงการแจกแจงสมาชิกของ S โดยใช้แผนภาพต้นไม้ แล้วจึงนำสมาชิกมาเขียนในรูปของเซต

ขั้นสรุป

1. ครูอธิบายสรุปตัวอย่างที่ 1-3 อย่างย่อๆ โดยการถาม-ตอบ

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ

3. ครูให้การบ้าน

2. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

3. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซโดยใช้กฎข้อที่ 2 ส่วนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจใช้วิธีแจงนับจากสมาชิกของแซมเปิลสเปซ แล้วจึงคำนวณหาค่าความน่าจะเป็น โดยตอบในรูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง

ขั้นสรุป

1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

ครูเสนอแนะว่าการหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซโดยใช้กฎเข้าช่วยจะผิดพลาดได้น้อยมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าใช้เครื่องคิดเลขช่วยด้วยจะไม่มีโอกาสผิดพลาดเลย

2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ เหตุการณ์และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยตอบในรูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง (ครูเดินดูให้คำแนะนำพร้อมชี้แนะข้อบกพร่องที่ควรแก้ไข)

3. เหมือนห้องเรียนที่ 2

<u>คาบที่ 9</u> ความน่าจะเป็น (ต่อ)

<u>จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม</u>

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนดให้โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 3-4 และโดยการแจงนับจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซโดยตรงได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

<u>เนื้อหา</u>

1. <u>ตัวอย่างที่ 1</u> มีคน 8 คน ในจำนวนนี้มี ป๋อบ และ เอ้ รวมอยู่ด้วย ถ้าให้คนทั้ง 8 นั่งเก้าอี้ซึ่งจัดไว้เป็นแถวตรงจำนวน 8 ตัว จงหาความน่าจะเป็นที่ป๋อบและเอ้จะนั่งติดกัน

<u>วิธีทำ</u> จัดให้คน 8 คนนั่งเก้าอี้เป็นแถวตรงจำนวน 8 ตัว จะจัดได้ $8!$ วิธี

จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S เท่ากับ $8!$ ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่ป๋อบและเอ้นั่งติดกัน

ป๋อบและเอ้นั่งติดกันเปรียบเสมือนเป็นคนเดียวกัน ซึ่งแสดงว่ามีคน 7 คนนั่งเรียงกันเป็นแถวตรง จะจัดให้นั่งได้ $7!$ วิธี

แต่ป๋อบและเอ้สามารถนั่งสลับที่กันได้อีก $2!$ วิธี

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E เท่ากับ $7! \times 2!$ ตัว

ดังนั้น $P(E) = \frac{7! \times 2!}{8!} = \frac{1}{4}$ หรือ 0.25

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ป๋อบและเอ้นั่งติดกันเท่ากับ $\frac{1}{4}$ หรือ 0.25

<u>ตอบ</u>

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> ถ้าต้องการจัดผู้ชาย 3 คน ผู้หญิง 3 คน นั่งเรียงเป็นแถวตรง จงหาความน่าจะเป็นที่ (ก) ผู้หญิงทั้ง 3 คนนั่งติดกันเสมอ

(ข) ผู้หญิงและผู้ชายนั่งสลับที่กันหนึ่งต่อหนึ่ง

<u>วิธีทำ</u> จัดให้ชาย 3 คน หญิง 3 คนนั่งเรียงเป็นแถวตรง

จะจัดได้ เท่ากับ $P_{6,6} = \frac{6!}{(6-6)!}$ วิธี

$= 720$ วิธี

จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 720 ตัว

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ผู้หญิงทั้ง 3 คนนั่งติดกันเสมอ

ถ้าจัดให้หญิงทั้ง 3 คนนั่งติดกันจะจัดได้ $4! \, 3! = 144$ วิธี

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 144 ตัว

ดังนั้น $P(E_1) = \frac{144}{720} = \frac{1}{5}$ หรือ 0.2

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ผู้หญิงทั้ง 3 คนนั่งติดกันเสมอเท่ากับ $\frac{1}{5}$ หรือ 0.2

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ผู้หญิงและผู้ชายนั่งสลับที่กันหนึ่งต่อหนึ่ง

ถ้าจัดให้ผู้หญิงและผู้ชายนั่งสลับที่กันหนึ่งต่อหนึ่ง จะจัดได้ $3 \times 3 \times 2$ วิธี

$= 72$ วิธี

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 72 ตัว

ดังนั้น $P(E_2) = \frac{72}{720} = \frac{1}{10}$ หรือ 0.1

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ผู้หญิงและผู้ชายนั่งสลับที่กันหนึ่งต่อหนึ่งเท่ากับ $\frac{1}{10}$

หรือ 0.1

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 หยิบลูกบอล 2 ลูกโดยการสุ่มพร้อมกันจากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีขาว 3 ลูก และสีน้ำเงิน 3 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่

(ก) ได้ลูกบอลลูกหนึ่งเป็นสีแดง

(ข) ได้ลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูก

(ค) ได้ลูกบอลสีเดียวกันทั้ง สองลูก

วิธีทำ ให้ลูกบอลสีแดงทั้ง 2 ลูก เป็น $ด_1$, $ด_2$

ลูกบอลสีขาวทั้ง 3 ลูก เป็น $ข_1$, $ข_2$, $ข_3$

ลูกบอลสีน้ำเงินทั้ง 3 ลูก เป็น $น_1$, $น_2$, $น_3$

แซมเปิลสเปซของการหยิบลูกบอลทั้ง 2 ลูก คือ

$$\begin{aligned} S = \{&(ด_1ด_2),(ด_1ข_1),(ด_1ข_2),(ด_1ข_3),(ด_1น_1),(ด_1น_2),\\ &(ด_1น_3),(ด_2ข_1),(ด_2ข_2),(ด_2ข_3),(ด_2น_1),(ด_2น_2),\\ &(ด_2น_3),(ข_1ข_2),(ข_1ข_3),(ข_1น_1),(ข_1น_2),(ข_1น_3),\\ &(ข_2ข_3),(ข_2น_1),(ข_2น_2),(ข_2น_3),(ข_3น_1),(ข_3น_2),\\ &(ข_3น_3),(น_1น_2),(น_1น_3),(น_2น_3)\} \end{aligned}$$

จะได้จำนวนสมาชิกของ S เท่ากับ 28 ตัว

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ลูกบอลลูกหนึ่งเป็นสีแดง จะได้

$$E_1 = \{(ด_1ด_2),(ด_1ข_1),(ด_1ข_2),(ด_1ข_3),(ด_1น_1),(ด_1น_2),(ด_1น_3),$$
$$(ด_2ข_1),(ด_2ข_2),(ด_2ข_3),(ด_2น_1),(ด_2น_2),(ด_2น_3)\}$$

จะได้จำนวนสมาชิกของ E_1 เท่ากับ 13 ตัว

$$\therefore P(E_1)=\frac{13}{28} \text{ หรือ } 0.46$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลลูกหนึ่งเป็นสีแดงเท่ากับ $\frac{13}{28}$ หรือ 0.46

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูก จะได้

$$E_2 = \{(ด_1ข_1),(ด_1ข_2),(ด_1ข_3),(ด_2ข_1),(ด_2ข_2),(ด_2ข_3),(ข_1ข_2),$$
$$(ข_1ข_3),(ข_2ข_3),(ข_1น_1),(ข_1น_2),(ข_1น_3),(ข_2น_1),(ข_2น_2),$$
$$(ข_2น_3),(ข_3น_1),(ข_3น_2),(ข_3น_3)\}$$

จะได้จำนวนสมาชิกของ E_2 เท่ากับ 18 ตัว

$$\therefore P(E_2)=\frac{18}{28}=\frac{9}{14} \text{ หรือ } 0.64$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูกเท่ากับ $\frac{9}{14}$ หรือ 0.64

(ค) ให้ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีเดียวกันทั้งสองลูก จะได้

$$E_3 = \{(ด_1ด_2),(ข_1ข_2),(ข_1ข_3),(ข_2ข_3),(น_1น_2),(น_1น_3),(น_2น_3)\}$$

จะได้จำนวนสมาชิกของ E_3 เท่ากับ 7 ตัว

$$\therefore P(E_3)=\frac{7}{28}=\frac{1}{4} \text{ หรือ } 0.25$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเดียวกันทั้งสองลูกเท่ากับ $\frac{1}{4}$ หรือ 0.25

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 มีหนังสือชีววิทยาต่าง ๆกัน 5 เล่ม เคมีต่าง ๆกัน 6 เล่ม และฟิสิกส์ต่าง ๆกัน 2 เล่ม จัดวางหนังสือทั้งหมดบนหิ้งเรียงแถวเป็นหน้ากระดาน จงหาความน่าจะเป็นที่หนังสือวิชาเดียวกันจะอยู่ติดกัน

วิธีทำ ในการจัดหนังสือชีววิทยาต่าง ๆกัน 5 เล่ม เคมีต่าง ๆกัน 6 เล่ม และฟิสิกส์ต่าง ๆกัน 2 เล่ม จะจัดได้ทั้งหมด $P_{13,13}$ หรือ $13!$ วิธี

จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี $13!$ ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่หนังสือวิชาเดียวกันอยู่ติดกัน

จะจัดหนังสือวิชาเดียวกันอยู่ติดกันได้ $3!\,5!\,6!\,2!$ วิธี

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี $3!\,5!\,6!\,2!$ ตัว

ดังนั้น $P(E) = \dfrac{3!\,5!\,6!\,2!}{13!}$

$= \dfrac{1}{6006}$ หรือ 0.0001665

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่หนังสือวิชาเดียวกันอยู่ติดกันเท่ากับ 0.00017

ตอบ

2. **โจทย์พิเศษ** ในการจัดเด็กผู้ชาย 5 คน มีนาย ก รวมอยู่ด้วยและเด็กผู้หญิง 5 คน ไปยืนเรียงแถวหน้ากระดาน จงหาความน่าจะเป็น เมื่อ

(ก) เด็กชาย ก ยืนหัวแถวเสมอ

(ข) เด็กชาย ก ยืนหัวแถวเสมอ และเด็กผู้ชายกับเด็กผู้หญิงยืนสลับที่กัน

3. **โจทย์การบ้าน**

1. ถ้าต้องการจัดชาย 5 คน และหญิง 4 คนนั่งเป็นแถวบนม้านั่งซึ่งนั่งได้ 9 คน พอดี จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ชายทั้งหมดจะนั่งในตำแหน่งคี่

2. ในการสอบไล่วิชาภาษาไทย เด็กคนหนึ่งจะต้องอ่านบทละคอน เรื่องสั้น และโคลง จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กคนนี้จะถูกกำหนดให้อ่านโคลงเป็นอันดับแรก

3. ในการจัดหนังสือ 9 เล่มต่าง ๆกันวางบนชั้น จงหาความน่าจะเป็นที่มีหนังสือ 3 เล่มที่กำหนดให้จะอยู่ติดกันเสมอ

สื่อการเรียนการสอน

1. ลูกบอล 2. ซอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2	ห้องเรียนที่ 1
ขั้นนำ	ขั้นนำ
1. ครูเฉลยการบ้านที่ให้ในคาบเรียนที่แล้ว เป็นบางข้อที่นักเรียนส่วนมากยังมีข้อบกพร่อง พร้อมทั้งเสนอแนะให้ปรับปรุงแก้ไข	1–2 เหมือนห้องเรียนที่ 2
2. ครูทบทวนกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎข้อที่ 3–4 โดยการถาม–ตอบ และครูถามว่ากฎทั้ง 2 นี้เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร ในแง่ของการนำไปใช้ (จะได้ข้อสรุปว่า สามารถใช้กฎข้อที่ 4 แทนกฎข้อที่ 3 ได้)	
ขั้นสอน	ขั้นสอน
1. ครูทบทวนการหาจำนวนสมาชิกของ S และ E โดยการถาม–ตอบ และเสนอแนะให้นักเรียนสังเกตโจทย์ปัญหาที่สามารถใช้และไม่ใช้กฎในการหาจำนวนสมาชิกทั้งของ S และ E จากตัวอย่างที่ 1–4	1. เหมือนห้องเรียนที่ 2
2. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1–4 ซึ่งการหาจำนวนสมาชิกของ S ในตัวอย่างที่ 1,2,4 ครูพยายามชี้ให้นักเรียนได้สังเกตถึงความสัมพันธ์ระหว่างกฎข้อที่ 3 กับกฎข้อที่ 4 ซึ่งสามารถใช้กฎข้อที่ 4 แทนกฎข้อที่ 3 ได้ ส่วนในตัวอย่างที่ 3 ครูอธิบายโดยใช้ลูกบอลประกอบการแจงนับสมาชิกของ S และ E	2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณจำนวนสมาชิกของ S และ E และคำนวณหาความน่าจะเป็นของ E โดยก่อนที่จะเริ่มทำในตัวอย่างแรก ครูให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับค่าความน่าจะเป็นที่เคยใช้ทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่งนั้นบางครั้งจำเป็นต้องใช้มากกว่า 2 ตำแหน่ง เช่น ถ้าคำนวณได้ 0.000135 ถ้าจะใช้ 2 ตำแหน่งค่าที่ได้จะไม่เป็นจริง ดังนั้นถ้าพบเช่นนี้ให้เริ่มนับถัดจากเลข 0 ตัวหลังสุดไป 2 ตำแหน่งซึ่งจะได้เป็น 0.00014 (สามารถปัดจาก 5 ได้)

ขั้นสรุป

1. ครูอธิบายสรุปตัวอย่างที่ 1–4 อย่างย่อ ๆ โดยการถาม–ตอบ และจะได้ข้อสังเกต คือ ตัวอย่างที่ 1,2,4 หาจำนวนสมาชิกของ S และ E โดยใช้กฎข้อที่ 3–4 ส่วนตัวอย่างที่ 3 ใช้วิธีแจงนับจำนวนสมาชิกทั้งของ S และ E (ข้อนี้ใช้กฎข้อที่ 7 ได้แต่จะใช้วิธีแจงนับไปก่อน)

2. ครูย้ำให้นักเรียนเพิ่มความระมัดระวังในการคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S และ E ที่ต้องใช้กฎข้อที่ 3–4 ว่า จะต้องคำนึงถึงการสลับที่เป็นหลัก สิ่งของประเภทเดียวกันที่ถือว่ายังต่างกันการสลับที่ก็แบบหนึ่ง ถ้าสิ่งของประเภทเดียวกันที่ต่างก็มีหลายกลุ่มการสลับที่ก็เป็นอีกแบบหนึ่ง ซึ่งนักเรียนได้พบแล้วจากเหตุการณ์ที่สนใจในตัวอย่างที่ 1,3 และ 4 ที่ผ่านมา

3. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ

4. ครูให้การบ้าน

ขั้นสรุป

1–2 เหมือนห้องเรียนที่ 2

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม ให้ช่วยกันทำโจทย์พิเศษโดยใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S และ E และคำนวณหาความน่าจะเป็นของ E เมื่อกลุ่มใดทำเสร็จก่อนครูจะเดินไปตรวจให้ หลังจากเสร็จทุกกลุ่มแล้วครูอภิปรายถึงข้อบกพร่องที่ตรวจพบ พร้อมทั้งเสนอแนะแนวทางเพื่อการปรับปรุงแก้ไขต่อไป

4. เหมือนห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 10 ความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนดให้โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 5 ได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์ในเอกสารแนะแนวทาง (Guide Sheet) ได้ถูกต้องอย่างน้อย 95 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %

เนื้อหา

1. ตัวอย่างที่ 1 ในการจัดนักเรียน 6 คนให้นั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่เด็กชาย ก และเด็กชาย ข เป็นนักเรียนในจำนวน 6 คนนั้น จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กชาย ก และเด็กชาย ข จะนั่งติดกัน

วิธีทำ ในการจัดนักเรียน 6 คนนั่งรอบโต๊ะกลม จะจัดได้ $(6-1)! = 5!$ วิธี

$= 120$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 120 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เด็กชาย ก และเด็กชาย ข นั่งติดกัน

เด็กชาย ก และเด็กชาย ข นั่งติดกันเปรียบเสมือนเป็นคนเดียวกัน

จะจัดนั่งได้ $(5-1)! = 4! = 24$ วิธี

แต่เด็กชาย ก และเด็กชาย ข นั่งสลับที่กันได้อีก $2! = 2$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี $24 \times 2 = 48$ ตัว

$\therefore P(E) = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$ หรือ 0.4

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่เด็กชาย ก และเด็กชาย ข นั่งติดกันเท่ากับ $\frac{2}{5}$ หรือ 0.4

ตอบ

2. <u>เอกสารแนะแนวทาง</u>

<u>คำแนะนำ</u> กำหนดโจทย์ปัญหาข้อ 1,2 และ 3 ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในช่องว่างที่เว้นไว้จนครบทุกช่องว่างทั้ง 3 ข้อ

<u>โจทย์ปัญหาข้อที่ 1</u> จัดนักเรียนชาย 6 คน นักเรียนหญิง 6 คน ยืนเรียงเป็นวงกลม จงหาความน่าจะเป็นที่ชายกับหญิงยืนสลับที่กันคนต่อคน

<u>วิธีทำ</u> ในการจัดนักเรียนชาย 6 คน นักเรียนหญิง 6 คน ยืนเรียงเป็นวงกลม

จะมีวิธีในการจัดทั้งหมด_____วิธี, $[(12-1)! = 11! = 39916800]$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี_____ตัว, (39916800)

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่ชายกับหญิงยืนสลับที่กันคนต่อคน

จะมีวิธีในการจัดทั้งหมด_____วิธี, $(6! \times 5! = 86400)$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี_____ตัว, (86400)

$\therefore P(E) =$ _____, $(\frac{86400}{39916800} = 0.0021645)$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ชายกับหญิงยืนสลับที่กันคนต่อคนเท่ากับ_____, (0.00022)

<u>ตอบ</u>

<u>โจทย์ปัญหาข้อที่ 2</u> ในการจัดให้ชาย 4 คน หญิง 2 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลมซึ่งมี 6 ที่นั่ง จงหาความน่าจะเป็นที่

(ก) หญิงทั้ง 2 คนนั่งติดกัน

(ข) หญิงทั้ง 2 คนไม่ยอมนั่งติดกัน

<u>วิธีทำ</u> ในการจัดชาย 4 คน หญิง 2 คน นั่งรอบโต๊ะกลม

จะมีวิธีในการจัดทั้งหมด_____วิธี, $[(6-1)! = 5! = 120]$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี_____ตัว, (120)

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่หญิง 2 คนนั่งติดกัน

จะมีวิธีในการจัดทั้งหมด_____วิธี, $(2! \times 4! = 48)$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี_____ตัว, (48)

$\therefore P(E_1) =$ _____, $(\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$ หรือ $0.4)$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่หญิง 2 คนนั่งติดกันเท่ากับ_____, (0.4)

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่หญิง 2 คนไม่ยอมนั่งติดกัน

จะมีวิธีในการจัดทั้งหมด_____วิธี, (5! - 2! 4! = 120-48 = 72)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี_____ตัว, (72)

$\therefore P(E_2) =$ _____, ($\frac{72}{120} = \frac{3}{5}$ หรือ 0.6)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่หญิง 2 คนไม่ยอมนั่งติดกันเท่ากับ_____, (0.6)

ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 3 สามี - ภรรยา 5 คู่ นั่งเก้าอี้รอบโต๊ะกลม จงหาความน่าจะเป็นที่

(ก) สามีคนหนึ่งจะนั่งติดกับภรรยาของเขา

(ข) สามีคนหนึ่งไม่ได้นั่งติดกับภรรยาของเขา

วิธีทำ ในการจัดสามี - ภรรยา 5 คู่นั่งเก้าอี้รอบโต๊ะกลม

จะมีวิธีในการจัดทั้งหมด_____วิธี, [(10-1)! = 9! = 362880]

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี_____ตัว, (362880)

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่สามีคนหนึ่งจะนั่งติดกับภรรยาของเขา

จะมีวิธีในการจัดทั้งหมด_____วิธี, (2! 8 != 80640)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี_____ตัว, (80640)

$\therefore P(E_1) =$ _____, ($\frac{80640}{362880} = \frac{2}{9}$ หรือ 0.22)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่สามีคนหนึ่งจะนั่งติดกับภรรยาของเขาเท่ากับ____,(0.22)

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่สามีคนหนึ่งไม่ได้นั่งติดกับภรรยาของเขา

จะมีวิธีในการจัดทั้งหมด_____วิธี, (9! - 2! 8! = 282240)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี_____ตัว, (282240)

$\therefore P(E_2) =$ _____, ($\frac{282240}{362880} = \frac{7}{9}$ หรือ 0.78)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่สามีคนหนึ่งไม่ได้นั่งติดกับภรรยาของเขาเท่ากับ_____,

(0.78)

ตอบ

3. โจทย์การบ้าน

1. ชาย 5 คน ได้แก่ ก,ข,ค,ง และ จ นั่งรอบโต๊ะกลม จงหาความน่าจะเป็นที่ ก,ก และ จ จะนั่งติดกัน

2. ในการสัมมนารอบโต๊ะกลมครั้งหนึ่ง มีสมาชิก 5 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ประธาน และรองประธานจะนั่งติดกัน

3. ชาย 6 คนนั่งรอบโต๊ะกลม จงหาความน่าจะเป็นที่ชาย 2 คนที่กำหนดให้จะนั่งตรงกันข้ามพอดี

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารเฉพาะแนวทาง 2. ชอล์คสี 3. ขดลวดวงกลมและที่หนีบผ้า

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูเฉลยการบ้านที่ให้ในคาบเรียนที่แล้ว พร้อมทั้งเสนอแนะข้อบกพร่องที่ควรปรับปรุงแก้ไข

2. ครูทบทวนกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 5 โดยการถาม-ตอบ และครูถามว่ากฎข้อที่ 5 ต่างจากกฎข้อที่ 3-4 อย่างไร เช่นมีชาย 3 คนและหญิง 2 คน ถ้าจะจัดลำดับจากคนทั้งหมดโดยใช้กฎข้อที่ 3-4 และกฎข้อที่ 5 แล้วผลลัพธ์หรือวิธีการในการจัดเรียงสับเปลี่ยนจะแตกต่างกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายต่อจากขั้นนำเพิ่มเติมถึงวิธีการจัดเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมว่าไม่มีหัวแถวหรือท้ายแถว เพียงแต่ต้องกำหนดให้สิ่งหนึ่งเป็นหลัก เพื่อที่จะพิจารณาจัดเรียงสิ่งของที่เหลือตามเงื่อนไขที่กำหนด วิธีนี้คล้ายกับวิธีจัดเรียงในแนวตรงก็คือ หลังจากที่กำหนดให้สิ่งหนึ่งเป็นหลักแล้ว ก็จะจัดเรียงสับเปลี่ยนในลักษณะเดียวกัน

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณเพื่อเปรียบเทียบระหว่างกฎข้อที่ 3 กับกฎข้อที่ 5

ขั้นสอน

1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

2. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1 โดยครูใช้ขดลวดวงกลมและที่หนีบผ้าประกอบการอธิบายโจทย์ปัญหา	2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S และ E และความน่าจะเป็น โดยครูใช้การถาม-ตอบ ให้นักเรียนช่วยกันหาค่าที่ครูต้องการบนกระดานดำ
ขั้นสรุป	ขั้นสรุป
1. ครูสรุปตัวอย่างที่ 1 อีกครั้งเพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น	1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
2. ครูให้นักเรียนทำเอกสารแนะแนวทาง โดยครูอธิบายคำแนะนำจนเป็นที่เข้าใจแล้วจึงให้นักเรียนเริ่มทำ เมื่อนักเรียนทำเสร็จทุกคนแล้ว ครูจะแจกแผ่นเฉลยคำตอบให้คนละ 1 แผ่นและให้นักเรียนสลับกันตรวจ	2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการคำนวณโจทย์ปัญหาจากเอกสารแนะแนวทางข้อที่ 1-3 เมื่อนักเรียนทำเสร็จทุกคนครูจะแจกแผ่นเฉลยคำตอบให้คนละ 1 แผ่นให้นักเรียนสลับกันตรวจ โดยกำหนดคะแนนในช่องที่เติมช่องละ 1 คะแนน ใครได้คะแนนสูงสุดเป็นอันดับ 1-5 ครูมีรางวัลให้
3. ครูให้การบ้าน	3. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 11 ความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนด โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎข้อที่ 6 ได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา

1. ตัวอย่างที่ 1 ในการจัดเรียงตัวอักษรจากคำว่า "SCHOOL" จงหาความน่าจะเป็นที่คำนั้นจะนำหน้าด้วย "S" และลงท้ายด้วย "L"

วิธีทำ ในการจัดเรียงตัวอักษรจากคำว่า SCHOOL

จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{6!}{2!1!1!1!1!} = 360$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 360 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่คำนั้นนำหน้าด้วย S และลงท้ายด้วย L

จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{4!}{2!1!1!} = 12$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี 12 ตัว

$\therefore P(E) = \frac{12}{360} = \frac{1}{30}$ หรือ 0.03

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่คำนั้นจะนำหน้าด้วย S และลงท้ายด้วย L เท่ากับ 0.03 ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ในการจัดเรียงอักษรจากคำว่า "Cooperator" จงหาความน่าจะเป็นเมื่อ (ก) "o" ทั้ง 3 ตัวอยู่ติดกันเสมอ

(ข) ขึ้นต้นด้วย "r" ทั้งสองตัว

วิธีทำ ในการเรียงตัวอักษรจากคำว่า Cooperator

จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{10!}{3!2!} = 302400$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 302400 ตัว

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ "o" ทั้ง 3 ตัวอยู่ติดกัน

เมื่อ "o" ทั้ง 3 ตัวอยู่ติดกันเหมือนกับเป็นอักษรเพียง 1 ตัว

ฉะนั้นจะมีอักษรที่นำมาจัด 8 ตัว และในที่นี้มี "r" 2 ตัว

จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{8!}{2!} = 20160$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 20160 ตัว

$\therefore P(E_1) = \frac{20160}{302400} = 0.07$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ "o" ทั้ง 3 ตัวอยู่ติดกันเท่ากับ 0.07

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ขึ้นต้นด้วย "r" ทั้ง 2 ตัว

เมื่อ "r" ขึ้นต้นทั้ง 2 ตัว จะเหลืออักษร 8 ตัวในการจัด และในที่นี้มี "O" 3 ตัว

จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{8!}{3!} = 6720$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 6720 ตัว

$\therefore P(E_2) = \frac{6720}{302400} = 0.02$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ขึ้นต้นด้วย "r" ทั้ง 2 ตัว เท่ากับ 0.02

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จัดหนังสือภาษาอังกฤษ 4 เล่มซึ่งเหมือนกัน ภาษาไทย 5 เล่มซึ่งเหมือนกัน และภาษาฝรั่งเศส 3 เล่มซึ่งเหมือนกัน วางเรียงบนหิ้งหนังสือ จงหาความน่าจะเป็น เมื่อ

(ก) หนังสือหมวดภาษาไทยอยู่ติดกันเสมอ

(ข) หนังสือหมวดเดียวกันอยู่ติดกันเสมอ

วิธีทำ จัดหนังสือ 3 หมวดวิชา โดยแต่ละวิชาเป็นหนังสือเหมือนกันรวมทั้งหมด 12 เล่ม

จะจัดได้ $\frac{12!}{4!\,5!\,3!} = 27720$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 27720 ตัว

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่หนังสือหมวดภาษาไทยอยู่ติดกันเสมอ

หนังสือหมวดภาษาไทยอยู่ติดกันทั้ง 5 เล่มเหมือนเป็นหนังสือ 1 เล่ม

ฉะนั้นมีหนังสือที่นำมาจัด 8 เล่ม จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{8!}{4!\,3!} = 280$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 280 ตัว

$\therefore P(E_1) = \frac{280}{27720} = 0.01$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่หนังสือหมวดภาษาไทยอยู่ติดกันเสมอเท่ากับ 0.01

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่หนังสือหมวดเดียวกันอยู่ติดกันเสมอ

หนังสือหมวดเดียวกันอยู่ติดกัน เหมือนกับมีหนังสือเพียงหมวดละ 1 เล่ม รวม 3 เล่ม จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{3!}{1!\,1!\,1!} = 3! = 6$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 6 ตัว

$\therefore P(E_2) = \frac{6}{27720} = 0.0002164 = 0.00022$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่หนังสือหมวดเดียวกันอยู่ติดกันเสมอเท่ากับ 0.00022

ตอบ

2. <u>โจทย์พิเศษ</u> ในการจัดเรียงตัวอักษรจากคำว่า "MISSISSIPPI" จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ (ก) ตัวอักษรเหมือนกันต้องอยู่ติดกันเสมอ

(ข) ตัวอักษร 4 ตัวแรกเป็น "I" ตัวสุดท้ายเป็น "M"

3. <u>โจทย์การบ้าน</u>

1. ในการจัดหลอดไฟเพื่อประดับเสาต้นหนึ่งตามแนวสิ่ง เสาต้นนี้ติดหลอดไฟเรียงกันได้ 9 หลอด ถ้ามีหลอดไฟสีแดง 3 หลอด สีเหลือง 4 หลอด และสีน้ำเงิน 2 หลอด จงหาความน่าจะเป็นที่จะจัดได้

(ก) สองหลอดแรกและสองหลอดหลังเป็นหลอดไฟสีเหลือง

(ข) หลอดไฟสีแดงทั้ง 3 หลอดและหลอดไฟสีน้ำเงินทั้ง 2 หลอดอยู่ติดกัน

2. ในการจัดจำนวนที่ได้จากตัวเลข 1,2,3,4,3,2,1 โดยนำตัวเลขทุกตัวมาจัด จงหาความน่าจะเป็นที่จะจัดได้เลขคี่อยู่หลักคี่

<u>สื่อการเรียนการสอน</u>

1. ซ่อล์คสี

<u>กิจกรรมการเรียนการสอน</u>

<u>ห้องเรียนที่ 2</u>	<u>ห้องเรียนที่ 1</u>
<u>ขั้นนำ</u>	<u>ขั้นนำ</u>
1. ครูเฉลยการบ้านที่ให้ในคาบเรียนที่ผ่านมาบางข้อที่ครูตรวจพบข้อบกพร่องและแนะนำให้ปรับปรุงแก้ไข	1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
2. ครูทบทวนกฎข้อที่ 6 โดยการถาม-ตอบแล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบกฎข้อที่ 3 กับกฎข้อที่ 6 ซึ่งมีลักษณะเป็นการจัดเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่มีอยู่ทั้งหมดเช่นกัน (นักเรียนจะตอบว่ากฎข้อที่ 3 เป็นการจัดเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด ส่วนกฎข้อที่ 6 เป็นการจัดเรียงสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมดและจะมีเหมือนกันเป็นกลุ่ม ๆ)	2. หลังจากทบทวนแล้ว ครูตั้งโจทย์ปัญหาง่าย ๆ ให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณต่าง ๆดังนี้ - มีคนอยู่ 7 คน จะมีวิธีที่จะนำคนทั้ง 7 มายืนเป็นแถวตรงได้กี่วิธี - มีหนังสือภาษาไทยเหมือนกัน 2 เล่ม หนังสือภาษาอังกฤษเหมือนกัน 3 เล่ม จะนำมาจัดเรียงบนหิ้งได้กี่วิธี - จากข้อที่ผ่านมา ถ้าหนังสือภาษาไทย

	ทั้ง 2 เล่มไม่เหมือนกันและหนังสือภาษาอังกฤษทั้ง 3 เล่มไม่เหมือนกัน จะจัดเรียงบนหิ้งได้กี่วิธี
ขั้นสอน	ขั้นสอน
1. ครูอธิบายเกี่ยวกับการคำนวณหาความน่าจะเป็นที่ต้องอาศัยกฎต่าง ๆนั้น นักเรียนจะต้องเลือกใช้กฎให้ตรงกับโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ ถ้าเลือกใช้กฎผิดนักเรียนจะต้องเสียเวลาในการคำนวณที่ไม่เกิดประโยชน์เลย	1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
2. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-3	2.ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S และ E และความน่าจะเป็น โดยครูถามนักเรียนเป็นรายบุคคลในการคำนวณต่าง ๆเพื่อสำรวจว่านักเรียนมีทักษะในการใช้เครื่องคิดเลขมากน้อยเพียงใด
ขั้นสรุป	ขั้นสรุป
1. ครูอธิบายสรุปตัวอย่างที่ 1-3 อีกครั้ง พร้อมทั้งซักถามความเข้าใจและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม	1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ	2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆละ 4-5 คน ให้แข่งขันกันทำโจทย์พิเศษโดยใช้เครื่องคิดเลข กลุ่มไหนทำเสร็จก่อนครูจะไปตรวจให้ โดยการตัดสินดูว่ากลุ่มไหนทำเสร็จก่อนและถูกต้องมากที่สุด จะเป็นผู้ชนะ
3. ครูให้การบ้าน	3. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 12 ความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนด โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 7 ได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา

1. **เอกสารแนะแนวทาง**

   คำแนะนำ ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้ จากโจทย์ต่อไปนี้

   1. จำนวนวิธีทั้งหมดที่เลือกหยิบฉลาก 5 ชิ้นจากฉลากที่มีอยู่ทั้งหมด 12 ชิ้น เท่ากับ_____วิธี, (792)
   2. มีดินสออยู่ 1 โหล ซึ่งแต่ละแท่งมีสีแตกต่างกัน ต้องการหยิบดินสอสีแดง 1 แท่ง จะมีวิธีหยิบได้_____วิธี, (1)
   3. ข้อสอบวิชาหนึ่งมีทั้งหมด 5 ข้อ แต่คำสั่งกำหนดให้เลือกทำเพียง 3 ข้อ ดังนั้นนักเรียนคนหนึ่งจะมีวิธีในการเลือกทำข้อสอบได้_____วิธี, (10)
   4. รูปเปิดเหลี่ยมด้านเท่า มีเส้นทะแยงมุม_____เส้น, (20)
   5. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลอยู่ 12 ลูก สีแดง 5 ลูก สีขาว 4 ลูก และสีน้ำเงิน 3 ลูก ถ้าหยิบลูกบอล 3 ลูกจากกล่องใบนี้ จะมีวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวทั้ง 3 ลูกเท่ากับ_____วิธี และจะมีวิธีหยิบได้ลูกบอลสีแดง 1 ลูก สีขาว 1 ลูก สีน้ำเงิน 1 ลูกได้_____วิธี, (4,60)

2. **ตัวอย่างที่ 1** ดึงไพ่ 2 ใบจากสำรับหนึ่ง ซึ่งมีไพ่ 52 ใบโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่ไพ่ทั้งสองใบจะเป็น

   (ก) โพแดง (ข) ไพ่สีแดง

   (ค) ไพ่ที่มีหน้ากน (ง) เป็น A

วิธีทำ ดึงไพ่ 2 ใบจากสำรับซึ่งมีไพ่ 52 ใบ

จะมีวิธีดึงได้ทั้งหมด $\binom{52}{2} = \frac{52!}{2!(52-2)!} = 1326$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 1326 ตัว

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ดึงได้โพแดง

ไพ่โพแดงมีทั้งหมด 13 ใบ จะมีวิธีดึงได้ทั้งหมด $\binom{13}{2} = \frac{13!}{2!11!}$ วิธี

$= 78$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 78 ตัว

$\therefore P(E_1) = \frac{78}{1326} = \frac{1}{17}$ หรือ 0.06

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะดึงได้โพแดงทั้ง 2 ใบเท่ากับ 0.06

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ดึงได้ไพ่สีแดง

ไพ่สีแดงมีทั้งหมด 26 ใบ จะมีวิธีดึงได้ทั้งหมด $\binom{26}{2} = \frac{26!}{2!24!}$ วิธี

$= 325$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 325 ตัว

$\therefore P(E_2) = \frac{325}{1326} = \frac{25}{102}$ หรือ 0.25

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะดึงได้ไพ่ 2 ใบเป็นไพ่สีแดงเท่ากับ 0.25

(ค) ให้ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่ดึงได้ไพ่ที่มีหน้าคน

ไพ่ที่มีหน้าคนมีทั้งหมด 12 ใบ จะมีวิธีดึงได้ทั้งหมด $\binom{12}{2} = \frac{12!}{2!10!}$ วิธี

$= 66$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_3 มี 66 ตัว

$\therefore P(E_3) = \frac{66}{1326} = \frac{11}{221}$ หรือ 0.05

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะดึงไพ่ 2 ใบได้ไพ่ที่มีหน้าคนเท่ากับ 0.05

(ง) ให้ E_4 เป็นเหตุการณ์ที่ดึงได้ A

ไพ่ A มีทั้งหมด 4 ใบ จะมีวิธีดึงได้ทั้งหมด $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_4 มี 6 ตัว

$\therefore P(E_4) = \frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$ หรือ 0.01

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะดึงได้ไพ่ 2 ใบเป็น A เท่ากับ 0.01

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 นักเรียนห้องเรียนหนึ่ง เป็นชาย 10 คน หญิง 6 คน ต้องการเลือกนักเรียนมา 2 คน เพื่อเป็นหัวหน้าและรองหัวหน้า โดยที่แต่ละคนมีโอกาสถูกเลือกเท่ากัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หัวหน้าเป็นชาย และรองหัวหน้าเป็นหญิง

วิธีทำ ในการเลือกคน 2 คนจากชาย 10 คนหญิง 6 คนรวม 16 คน

จะมีวิธีเลือกได้ทั้งหมด $\binom{16}{2} = \frac{16!}{2!14!} = 120$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 120 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่ได้นักเรียนชายเป็นหัวหน้าและนักเรียนหญิงเป็นรอง

จะมีวิธีในการเลือกนักเรียนชายได้ $\binom{10}{1} = \frac{10!}{1!9!} = 10$ วิธี

จะมีวิธีในการเลือกนักเรียนหญิงได้ $\binom{6}{1} = \frac{6!}{1!5!} = 6$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี $10 \times 6 = 60$ ตัว

$\therefore P(E) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$ หรือ 0.5

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้หัวหน้าเป็นชายและรองหัวหน้าเป็นหญิงเท่ากับ 0.5

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 สุ่มลูกแก้ว 3 ลูกจากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกแก้วสีแดง 3 ลูก สีดำ 2 ลูก และสีขาว 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้

(ก) ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูก

(ข) ลูกแก้วสีดำ 2 ลูก สีแดง 1 ลูก

วิธีทำ ลูกแก้วมีทั้งหมด 6 ลูก หยิบขึ้นมา 3 ลูก

จะมีวิธีหยิบได้ทั้งหมด $\binom{6}{1} = \frac{6!}{3!3!} = 20$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 20 ตัว

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูก

จะมีวิธีหยิบได้ทั้งหมด $\binom{3}{3} = \frac{3!}{3!0!} = 1$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 1 ตัว

$\therefore P(E_1) = \frac{1}{20}$ หรือ 0.05

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วทั้ง 3 ลูกเป็นสีแดงเท่ากับ 0.05

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกแก้วสีดำ 2 ลูก สีแดง 1 ลูก

จะมีวิธีหยิบได้ทั้งหมด $\binom{2}{2}\binom{3}{1} = 1 \times 3 = 3$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 3 ตัว

$\therefore P(E_2) = \frac{3}{20}$ หรือ 0.15

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีดำ 2 ลูกสีแดง 1 ลูกเท่ากับ 0.15

ตอบ

3. โจทย์พิเศษ

1. ร้านขายวิทยุแห่งหนึ่งมีวิทยุดี 4 เครื่อง ชำรุด 3 เครื่อง ต้องการซื้อวิทยุจากร้านนี้จำนวน 2 เครื่อง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้วิทยุชำรุด 1 เครื่อง

2. ไพ่มือหนึ่งประกอบด้วยไพ่ 5 ใบ ถูกเลือกออกมาจากไพ่สำรับหนึ่งซึ่งมี 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่เป็น 10, J, Q, K, A

4. โจทย์การบ้าน

1. จากโจทย์พิเศษข้อ 2 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ไพ่เป็น 2,3,4,5,6
2. ตะกร้าใบหนึ่งบรรจุลูกแก้วสีแดง 8 ลูก สีฟ้า 6 ลูก สีเขียว 4 ลูก และสีขาว 2 ลูก ถ้าหยิบลูกแก้วออกจากตะกร้า 2 ลูกโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกแก้วทั้งสองลูกจะเป็น

(ก) สีเขียว (ข) สีขาว (ค) สีฟ้า (ง) สีแดง

3. ถุงใบหนึ่งมีลูกแก้วสีแดง 4 ลูก สีฟ้า 10 ลูก หยิบลูกแก้วออกจากถุงแบบการสุ่ม โดยหยิบทีละลูกและไม่ต้องคืนลูกแรกกลับไปในถุงก่อนที่จะหยิบลูกที่สอง จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วลูกแรกเป็นสีแดงและลูกที่สองเป็นสีฟ้า
4. ไพ่มือหนึ่งประกอบด้วยไพ่ 5 ใบ ถูกเลือกออกจากไพ่สำรับหนึ่งซึ่งมี 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่ไพ่ทั้ง 5 ใบจะเป็นไพ่ชุดเดียวกัน

สื่อการเรียนการสอน

1. ไพ่ป๊อก
2. ลูกแก้ว
3. เอกสารแนะแนวทาง
4. ซอล์กสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูเฉลยการบ้านที่ให้ในคาบเรียนที่ผ่านมา ชี้แนะข้อบกพร่องที่พบและให้ปรับปรุงแก้ไข

2. ครูทบทวนกฎข้อที่ 7 โดยการถาม–ตอบ แล้วให้นักเรียนทำเอกสารแนะแนวทาง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูเฉลยคำตอบบนกระดานดำ

ขั้นสอน

1. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1 –3 โดยครูใช้ลูกแก้วประกอบการอธิบายโจทย์ปัญหาในตัวอย่างที่ 1,3

2. ครูอธิบายวิธีทำโดยย่อ ๆอีกครั้งหนึ่ง แล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการหาจำนวนสมาชิกของ S และ E โดยใช้กฎข้อที่ 7 ดังนี้

– การหาจำนวนสมาชิกของ S เราสนใจผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดและไม่สนใจว่าจะเรียงลำดับอย่างไร

– การหาจำนวนสมาชิกของ E จะขึ้นอยู่กับสิ่งที่เราสนใจ ซึ่งอาจพิจารณาจากกลุ่มย่อย 1 กลุ่มหรือมากกว่า 1 กลุ่ม และถ้าพิจารณาจากกลุ่มย่อยมากกว่า 1 กลุ่มแล้วต้องว่ากลุ่มย่อยนั้นมีความสัมพันธ์กัน

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

1. เหมือนห้องเรียนที่ 2

2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณค่าต่าง ๆในเอกสารแนะแนวทาง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูเฉลยคำตอบบนกระดานดำ

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S และ E ความน่าจะเป็นของ E โดยการถาม–ตอบเป็นรายบุคคล

2. เหมือนห้องเรียนที่ 2

ขั้นสรุป

1. เหมือนห้องเรียนที่ 2

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ	2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S และ E และความน่าจะเป็น โดยครูเดินดอยให้คำแนะนำและตรวจพร้อมไปด้วย
3. ครูให้การบ้าน	3. เหมือนห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 13 ความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนด โดยเลือกใช้กฎข้อที่ 1 - 7 ได้ถูกต้อง
2. อธิบายค่าของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
3. เปรียบเทียบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สองเหตุการณ์ได้ถูกต้อง
4. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
5. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา

1. การพิจารณาจำนวนที่บอกให้ทราบว่าเหตุการณ์ที่สนใจมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใดนั้น มีวิธีในการพิจารณาดังนี้

1.1 ถ้า $P(E) = 0$ หมายความว่าเหตุการณ์ E ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย หรือเป็นไปไม่ได้ที่เหตุการณ์ E จะเกิดขึ้น เช่น

- เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 7 จากการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง
- เหตุการณ์ที่ได้ทั้งหัวและก้อยในการโยนเหรียญบาท 1 อัน 1 ครั้ง
- เหตุการณ์ที่หญิงมีครรภ์จะคลอดบุตร 1 คน เป็นทั้งเพศชายและเพศหญิง
- เหตุการณ์ที่ดึงไพ่ 1 ใบออกจากสำรับแล้วได้ไพ่โพแดงและโพดำ

1.2 ถ้า P(E) = 1 หมายความว่าเหตุการณ์ E จะเกิดขึ้นอย่างแน่นอน เช่น

- เหตุการณ์ที่ได้แต้มคู่หรือแต้มคี่ จากการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง
- เหตุการณ์ที่ได้หัวหรือก้อย ในการโยนเหรียญบาท 1 อัน 1 ครั้ง
- เหตุการณ์ที่หญิงมีครรภ์จะคลอดบุตรเป็นเพศชายหรือเพศหญิง
- เหตุการณ์ที่ดึงไพ่ 1 ใบออกจากสำรับ แล้วได้ โพแดง หรือโพดำ หรือ ข้าวหลามตัด หรือดอกจิก

1.3 ถ้า P(E) = ½ หมายความว่าเหตุการณ์ E จะมีโอกาสเกิดหรือไม่เกิดเท่า ๆกัน เช่น

- เหตุการณ์ที่จะได้หัวในการโยนเหรียญบาท 1 อัน 1 ครั้ง
- เหตุการณ์ที่จะได้แต้มคู่จากการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 1 ครั้ง
- เหตุการณ์ที่หญิงมีครรภ์จะคลอดบุตรเป็นเพศชาย
- เหตุการณ์ที่ทีมฟุตบอล ก จะชนะทีมฟุตบอล ข ในการแข่งขันที่ทั้งสองทีมมีความสามารถของทีมทัดเทียมกันเพื่อเข้ารับรางวัลชนะเลิศเพียงทีมเดียว

1.4 ถ้า $P(E_1)=\frac{1}{5}$ และ $P(E_2)=\frac{2}{5}$ หมายความว่าเหตุการณ์ E_2 มีโอกาสเกิดขึ้นมากกว่าเหตุการณ์ E_1

2. <u>ตัวอย่างที่ 1</u> ในการเลือกตัวเลข 3 ตัวอย่างไม่เจาะจงจาก 1,2,3,4,5 โดยเลือกทีละตัวและซ้ำกันได้ จงหาความน่าจะเป็นที่ได้เลข 3 ตัวมีผลบวกเป็น 8

<u>วิธีทำ</u> วิธีเลือกตัวที่หนึ่งมี 5 วิธี วิธีเลือกตัวที่สองมี 5 วิธี และวิธีเลือกตัวที่ 3 มี 5 วิธี จะมีวิวิธีเลือกตัวเลขได้ทั้งหมด $5 \times 5 \times 5 = 125$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 125 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่จะได้เลข 3 ตัวซึ่งบวกกันแล้วได้เท่ากับ 8

จะได้ $E = \{(1,2,5),(1,3,4),(1,4,3),(1,5,2),$
$(2,1,5),(2,2,4),(2,3,3),(2,4,2),$
$(2,5,1),(3,1,4),(3,2,3),(3,3,2),$
$(3,4,1),(4,1,3),(4,2,2),(4,3,1),$
$(5,1,2),(5,2,1)\}$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี 18 ตัว

$\therefore P(E) = \frac{18}{125}$ หรือ 0.14

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ได้เลข 3 ตัวมีผลบวกเป็น 8 เท่ากับ 0.14 <u>ตอบ</u>

ตัวอย่างที่ 2 จัดเรียงธงจำนวน 8 ผืน ซึ่งเป็นสีแดง 3 ผืน สีขาว 2 ผืน และสีน้ำเงิน 3 ผืน จงหาความน่าจะเป็นที่ธงสีแดงทั้ง 3 ผืนจะอยู่ติดกัน

วิธีทำ ในการจัดเรียงธง 8 ผืน จะมีวิธีจัดได้ทั้งหมด $\frac{8!}{3!2!3!} = 560$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 560 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่ธงสีแดงทั้ง 3 ผืนอยู่ติดกัน

ธงสีแดงทั้ง 3 ผืนอยู่ติดกัน เหมือนกับเป็นธงเพียง 1 ผืน

จะมีวิธีจัดได้ทั้งหมด $\frac{6!}{2!3!} = 60$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี 60 ตัว

$\therefore P(E) = \frac{60}{560} = \frac{3}{28}$ หรือ 0.11

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ธงสีแดงทั้ง 3 ผืนจะอยู่ติดกันเท่ากับ 0.11

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 ชายคนหนึ่งมีเพื่อน 5 คน เขาจะเชิญเพื่อนมารับประทานอาหารที่บ้านของเขา โดยเขาจะเชิญเพื่อนมากี่คนก็ได้ จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะเชิญเพื่อนมารับประทานอาหารตั้งแต่ 4 คนขึ้นไป

วิธีทำ ชายคนนี้มีเพื่อน 5 คน ดังนั้นเขาอาจจะเชิญเพื่อ 1,2,3,4 หรือ 5 คนก็ได้

จะมีวิธีในการเชิญได้ทั้งหมด $\binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$ วิธี

$= 5 + 10 + 10 + 5 + 1$ วิธี

$= 31$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 31 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เขาจะเชิญเพื่อนตั้งแต่ 4 คนขึ้นไป

จะมีวิธีในการเชิญได้ทั้งหมด $\binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 5 + 1 = 6$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี 6 ตัว

$\therefore P(E) = \frac{6}{31}$ หรือ 0.19

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่เขาจะเชิญเพื่อนมารับประทานอาหารที่บ้านตั้งแต่ 4 คนขึ้นไปเท่ากับ 0.19

ตอบ

3. <u>โจทย์พิเศษ</u> หยิบลูกบอล 3 ลูกจากหีบซึ่งมีลูกบอลสีแดง 5 ลูก สีขาว 4 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้

(ก) ลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีขาว 1 ลูก

(ข) ลูกบอลสีขาวอย่างน้อย 1 ลูก

4. <u>โจทย์การบ้าน</u>

1. ต้องการนำอักษรในคำ SPECTRUM มาเรียงเป็นคำที่ประกอบด้วยอักษร 4 ตัว (คำเหล่านี้อาจไม่มีความหมายก็ได้) โดยให้แต่ละคำต้องไม่มีอักษรซ้ำกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะจัดให้ตัวอักษรตัวสุดท้ายเป็นสระเสมอ

2. ลังใบหนึ่งบรรจุหลอดวิทยุ 10 หลอด ปรากฏว่าเป็นหลอดเสีย 2 หลอด ที่เหลือเป็นหลอดดี ถ้าเลือกหลอดวิทยุ 2 หลอดมาจากลังโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดเสียอย่างน้อย 1 หลอด

3. ทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นหน้าเหมือนกันหรือได้ผลรวมของแต้มเป็น 8

<u>สื่อการเรียนการสอน</u>

1. ลูกเต๋า 2. ไพ่ป๊อก 3. เงินเหรียญ 4. ซอล์คสี

<u>กิจกรรมการเรียนการสอน</u>

<u>ห้องเรียนที่ 2</u>

<u>ขั้นนำ</u>

ครูถามนักเรียนถึงเรื่องการหาความน่าจะเป็นในคาบเรียนที่ผ่านมาตั้งแต่ต้น เพื่อให้ได้ข้อสรุปว่าวิธีในการหาความน่าจะเป็นนั้นหาได้ 2 วิธี คือ

1. โดยการแจงนับจำนวนสมาชิกของ S และ E

2. โดยการคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S และ E โดยใช้กฎต่าง ๆทั้ง 7 กฎที่เรียนผ่านมาในบทที่ 1 บางกรณีต้องใช้ 2 วิธีรวมกัน ซึ่งนักเรียนได้ทำกันมาแล้วทั้งในโจทย์ตัวอย่าง โจทย์พิเศษและโจทย์การบ้าน

<u>ห้องเรียนที่ 1</u>

<u>ขั้นนำ</u>

เหมือน ห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1. ครูถามนักเรียนถึงค่าต่าง ๆที่ได้จากการคำนวนหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ว่า ตัวเลขเหล่านั้นจะบอกความหมายอะไรได้บ้าง (ครูยกตัวเลขที่เป็นค่าของความน่าจะเป็นแล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบ)

2. เมื่อนักเรียนตอบแล้วครูให้ช่วยกันยกตัวเลขที่เป็นค่าของความน่าจะเป็น หลังจากนั้นครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปเป็นกลุ่มตัวเลขที่เป็นค่าของความน่าจะเป็น ดังนี้

2.1 $P(E) = 0$

2.2 $P(E) = 1$

2.3 $P(E) = \frac{1}{2}$

2.4 $P(E_1) = \frac{1}{5}$ และ $P(E_2) = \frac{2}{5}$

3. ครูถามนักเรียนทีละข้อในข้อ 2 ว่ามีความหมายเป็นอย่างไรในแง่ของโอกาสที่จะเกิดขึ้น โดยครูยกตัวอย่างนำตามเนื้อหาในข้อ 1 แล้วให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างทีละคนสลับกันไป และการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของสองเหตุการณ์ตามข้อ 2.4 ครูเสริมว่าเราอาจจะเปรียบเทียบมากกว่าสองเหตุการณ์ก็ได้แต่ต้องอยู่ภายใต้การทดลองอันเดียวกัน เช่น

– ความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มรวมเป็น 2 แต้มรวมเป็น 3 แต้มรวมเป็น 4 ในการทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้ง โดยครูให้นักเรียนหาค่าความน่าจะเป็นแล้วจึงให้เปรียบเทียบกันว่าเหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นมากกว่ากัน

ขั้นสอน

1–2 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

3. เหมือน ห้องที่ 2 แต่ในการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณตัวเลขให้อยู่ในรูปทศนิยม เช่น

$P(E_1) = \frac{3}{4}$ กับ $P(E_2) = \frac{2}{3}$

$P(E_1) = \frac{6}{7}$ กับ $P(E_2) = \frac{4}{5}$

$P(E_1) = \frac{15}{36}$ กับ $P(E_2) = \frac{4}{9}$

$P(E_1) = \frac{1}{2}$ กับ $P(E_2) = \frac{3}{12}$

ฯลฯ

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ	4. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
5. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-3 โดยในแต่ละตัวอย่างครูให้นักเรียนบอกความหมายของความน่าจะเป็น โดยการถาม-ตอบ	5. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S, E และความน่าจะเป็น แล้วให้บอกความหมายของความน่าจะเป็นที่คำนวณได้ด้วย โดยการถาม-ตอบ
ขั้นสรุป	ขั้นสรุป
1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาและตัวอย่างอีกครั้ง	1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ	2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆละ 5 คน ให้ใช้เครื่องคิดเลขคำนวณต่าง ๆจากโจทย์พิเศษ กลุ่มไหนทำเสร็จก่อนให้ส่งตัวแทนพร้อมทั้งผลลัพธ์ที่คำนวณได้ไปหาครูแล้วรอจนกว่าจะเสร็จทุกกลุ่ม หลังจากนั้นตัวแทนจะเสนอผลลัพธ์ที่ได้บนกระดานดำ การตัดสินถือว่ากลุ่มที่ทำเสร็จก่อนและผลลัพธ์ถูกต้องเป็นผู้ชนะ โดยจัดลำดับที่ 1, 2 และ 3 สำหรับกลุ่มที่ได้อันดับถัดจากที่ 3 ครูให้ตัวแทนเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของโจทย์พิเศษระหว่างข้อ (ก) กับข้อ (ข)
3. ครูให้การบ้าน	3. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 14 ความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนด โดยเลือกใช้กฎข้อที่ 1 – 7 ได้ถูกต้อง

2. สรุปคุณสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็นได้ถูกต้อง

3. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %

4. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %

เนื้อหา

1. **คุณสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น**

1.1 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใด ๆมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เสมอ

นั่นคือ $0 \leq P(E) \leq 1$

1.2 ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซ มีค่าเท่ากับ 1

นั่นคือ $P(S) = 1$

1.3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่าง มีค่าเท่ากับ 0

นั่นคือ $P(\emptyset) = 0$

2. **ตัวอย่างที่ 1** ตัวอักษร N,O,T เขียนแยกอยู่บนบัตร 3 ใบ คว่ำบัตรแล้วจึงสลับตำแหน่งของบัตรเหล่านี้อย่างเจาะจง เมื่อเปิดบัตรอีกครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

(ก) เหตุการณ์ที่ตัวอักษรเรียงกันจนอ่านได้ว่า NOT

(ข) เหตุการณ์ที่ตัวอักษรเรียงกันจนเป็นลำดับอ่านเป็นคำได้ความ

วิธีทำ การเรียงตัวอักษรอย่างไม่เจาะจงจากตัวอักษร 3 ตัว

จะจัดเรียงได้ทั้งหมด $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 6 ตัว

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ตัวอักษรเรียงกันจนอ่านได้ว่า NOT

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 1 ตัว คือ $E_1 = \{NOT\}$

$\therefore P(E_1) = \frac{1}{6}$ หรือ 0.17

นั่นคือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ตัวอักษรเรียงกันจนอ่านได้ว่า NOT เท่ากับ 0.17

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ตัวอักษรเรียงลำดับกันจนเป็นคำอ่านได้ความ

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 2 ตัว คือ $E_2 = \{NOT, TON\}$

$\therefore P(E_2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ หรือ 0.33

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ตัวอักษรเรียงลำดับจนเป็นคำอ่านได้ความเท่ากับ 0.33

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 คณะกรรมการชุดหนึ่งประกอบด้วยสมาชิก 6 คน ได้ลงมติว่าในการประชุมแต่ละครั้งจะต้องมีผู้เข้าร่วมประชุมไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนคณะกรรมการทั้งหมดจึงจะครบองค์ประชุม จงหาความน่าจะเป็นที่การประชุมครั้งหนึ่งจะมีคณะกรรมการครบองค์ประชุม (จะไม่มีสมาชิกทุกคนขาดการประชุม)

วิธีทำ ในการประชุมแต่ละครั้ง สมาชิกอาจจะมา 1,2,3,4,5 หรือ 6 คนก็ได้

จะมีวิธีที่คณะกรรมการมาประชุมทั้งหมด $\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6}$ วิธี

$= 6+15+20+15+6+1$ วิธี

$= 63$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 63 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่การประชุมครั้งหนึ่งมีคณะกรรมการครบองค์ประชุม

ในการประชุมที่ครบองค์ประชุม จะต้องมีกรรมการตั้งแต่ 3 คนขึ้นไป

จะมีวิธีจัดได้ทั้งหมด $\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6} = 20+15+6+1$ วิธี

$= 42$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี 42 ตัว

$\therefore P(E) = \frac{42}{63} = \frac{2}{3}$ หรือ 0.67

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่การประชุมครั้งหนึ่งจะมีคณะกรรมการครบองค์ประชุมเท่ากับ 0.67 ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 มีเลขบวกอยู่ 6 จำนวน และเลขลบอยู่ 8 จำนวน เลือกเลขออกมา 4 จำนวนโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่ผลคูณของเลข 4 จำนวนนั้นเป็นเลขบวก

วิธีทำ มีเลขทั้งหมด 14 จำนวน ต้องการเลือกเลขออกมา 4 จำนวน

จะมีวิธีเลือกได้ทั้งหมด $\binom{14}{4} = \frac{14!}{4!(14-4)!} = \frac{14!}{4!10!}$ วิธี

$= 1001$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 1001 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่ผลคูณของเลข 4 จำนวนเป็นเลขบวก

เลข 4 จำนวนจะมีผลคูณเป็นเลขบวก อาจจะได้จากเลขบวกทั้ง 4 จำนวน หรือเลขลบทั้ง 4 จำนวน หรือเลขบวก 2 จำนวนกับเลขลบ 2 จำนวน

จะมีวิธีเลือกได้ทั้งหมด $\binom{6}{4} + \binom{6}{2}\binom{8}{2} + \binom{8}{4}$ วิธี

$= 15 + (15)(28) + 70 = 505$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี 505 ตัว

$\therefore P(E) = \frac{505}{1001}$ หรือ 0.51

นั่นคือความน่าจะเป็นที่ผลคูณของเลข 4 จำนวนนั้นเป็นเลขบวกเท่ากับ 0.51

ตอบ

3. โจทย์พิเศษ สินค้ากองหนึ่ง ประกอบด้วยสินค้าที่มีคุณภาพสูง 10 ชิ้น คุณภาพปานกลาง 4 ชิ้น และคุณภาพต่ำ 2 ชิ้น หยิบสินค้า 2 ชิ้นออกมาจากกองโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่

(ก) เป็นสินค้าคุณภาพดี (ข) เป็นสินค้าคุณภาพต่ำ

(ค) เป็นสินค้าคุณภาพดีอย่างน้อย 1 ชิ้น (ง) เป็นสินค้าคุณภาพดีอย่างมาก 1 ชิ้น

(จ) เป็นสินค้าคุณภาพดีเพียง 1 ชิ้น

4. โจทย์การบ้าน

1. เรือนรับรองหลังหนึ่งมี 3 ห้องนอน ห้องหนึ่งอยู่ได้ 3 คน ส่วนอีก 2 ห้องอยู่ได้ห้องละ 2 คน ถ้ามีผู้มาพัก 7 คน เป็นหญิง 3 คน ชาย 4 คน ซึ่งเดินทางมาพักโดยไม่แจ้งล่วงหน้า ความน่าจะเป็นที่เจ้าภาพจะจัดให้หญิง 3 คนได้พักอยู่ห้องเดียวกันเท่ากับเท่าไร

2. เลือกไพ่ออกจากสำรับหนึ่งซึ่งมีไพ่ 52 ใบ ให้เหลือแต่ไพ่โพดำเพียง 13 ใบ จากไพ่โพดำ 13 ใบนี้ เลือกไพ่มา 5 ใบโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่เป็น 2 โพดำ 3 โพดำ 4 โพดำ 5 โพดำ และ 6 โพดำ

3. แบบฝึกหัดที่ 2.3 ข้อ 14

สื่อการเรียนการสอน

1. ชอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2	ห้องเรียนที่ 1
ขั้นนำ	ขั้นนำ
1. ครูเฉลยการบ้านที่ให้ในคาบเรียนที่ผ่านมา พร้อมทั้งชี้แนะข้อบกพร่องที่ควรปรับปรุงแก้ไข	1-2 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

2. ครูทบทวนเรื่องของจำนวนที่บอกให้ทราบว่ามีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงไร โดยการถาม-ตอบ

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างของความน่าจะเป็นที่ได้จากการทำโจทย์พิเศษและโจทย์การบ้านที่เรียนผ่านมาในคาบก่อน ๆ คนละ 1 ค่า แล้วให้ช่วยกันจัดกลุ่มค่าของความน่าจะเป็นจากที่นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่าง ซึ่งจะได้ข้อสรุป 3 ลักษณะ คือ

1.1 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใด ๆ จะมีค่าอยู่ตั้งแต่ 0 ถึง 1

1.2 ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซมีค่าเท่ากับ 1

1.3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่าง มีค่าเท่ากับ 0

2. ครูให้นักเรียนเขียนข้อสรุปทั้ง 3 ลักษณะเป็นคุณสมบัติของความน่าจะเป็นตามเนื้อหาในข้อ 1

3. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-3

ขั้นสรุป

1. ครูอธิบายสรุปตัวอย่างที่ 1-3 อย่างย่อ ๆ แล้วเปิดโอกาสให้ซักถาม

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ

3. ครูให้การบ้าน

ขั้นสอน

1-2 เหมือนห้องเรียนที่ 2

3. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาจำนวนสมาชิกของ S, E และความน่าจะเป็น โดยครูถามให้นักเรียนคำนวณค่าต่างๆ เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

1. เหมือนห้องเรียนที่ 2

2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหา จำนวนสมาชิกของ S, E และความน่าจะเป็น โดยครูเดินตรวจและคอยให้คำแนะนำ

3. เหมือนห้องเรียนที่ 2

บทที่ 15 กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบบทแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หายูเนียน และอินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ที่สนใจได้ถูกต้อง
2. บอกกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นกฎข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง
3. คำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจโดยใช้กฎข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง
4. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
5. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา

1. **กฎข้อที่ 1** ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆที่เป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ S แล้ว $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$
2. **ตัวอย่างที่ 1** เลือกตัวเลขออกมา 1 ตัวโดยการสุ่มจากตัวเลข 1,2,3,...30 จงหาความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่เลือกออกมานั้น เป็นเลขที่หารด้วย 6 หรือ 8 ลงตัว

วิธีทำ จำนวนที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 30 มีทั้งหมด 30 ตัว

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 30 ตัว

ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ตัวเลขที่หารด้วย 6 ลงตัว

จะมีตัวเลขดังนี้ คือ $E_1 = \{6,12,18,24,30\}$ รวม 5 ตัว

ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ตัวเลขที่หารด้วย 8 ลงตัว

จะมีตัวเลขดังนี้ คือ $E_2 = \{8,16,24\}$ รวม 3 ตัว

ดังนั้น $E_1 \cap E_2 = \{24\}$

จากกฎข้อที่ 1 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$

$\therefore P(E_1 \cup E_2) = \frac{5}{30} + \frac{3}{30} - \frac{1}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ หรือ 0.3

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่เลือกออกมานั้นเป็นเลขที่หารด้วย 6 หรือ 8 ลงตัวเท่ากับ 0.3

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ในการทอดลูกเต๋าสองลูก ถ้า

E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมกันน้อยกว่า 5

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าทั้งสองลูกออกแต้มเดียวกัน

จงหา $P(E_1 \cup E_2)$

วิธีทำ ในการทอดลูกเต๋าสองลูก วิธีที่จะได้ผลรวมของแต้มเท่ากับ $6 \times 6 = 36$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 36 ตัว

จากที่กำหนดให้ จะได้

$E_1 = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(3,1)\}$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี 6 ตัว

$E_2 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี 6 ตัว

$\therefore E_1 \cap E_2 = \{(1,1),(2,2)\}$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cap E_2$ มี 2 ตัว

จากกฎข้อที่ 1 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$

$\therefore P(E_1 \cup E_2)=\frac{6}{36}+\frac{6}{36}-\frac{2}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ หรือ 0.28

อีกวิธีหนึ่ง จะได้ $E_1 \cup E_2 = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(3,1),$
$(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cup E_2$ มี 10 ตัว

$\therefore P(E_1 \cup E_2) =\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ หรือ 0.28

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 ความน่าจะเป็นที่วิรัชยิงถูกเป้าที่ 1 เป็น $\frac{2}{3}$ เป้าที่ 2 เป็น $\frac{4}{9}$ และถ้าความน่าจะเป็นที่เขายิงถูกอย่างน้อย 1 เป้าเป็น $\frac{4}{5}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เขายิงถูกทั้งสองเป้า

วิธีทำ ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่วิรัชยิงถูกเป้าที่ 1

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่วิรัชยิงถูกเป้าที่ 2

ดังนั้น $E_1 \cup E_2$ เป็นเหตุการณ์ที่วิรัชยิงถูกอย่างน้อย 1 เป้า

จากกฎข้อที่ 1 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$

$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cup E_2)$

$\therefore P(E_1 \cap E_2) = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{5}$

$= \frac{14}{45}$ หรือ 0.31

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่วิรัชยิงถูกทั้งสองเป้าเท่ากับ 0.31

ตอบ

3. โจทย์พิเศษ สัมภาษณ์แม่บ้าน 100 คน เกี่ยวกับชนิดของเนื้อสัตว์ที่ชอบรับประทาน ผลปรากฏว่า แม่บ้าน 65 คนชอบรับประทานเนื้อหมู แม่บ้าน 60 คนชอบรับประทานเนื้อวัว ซึ่งในจำนวนเหล่านี้ชอบรับประทานทั้งสองชนิด 25 คน ถ้าสุ่มแม่บ้านมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่แม่บ้านคนนั้นจะชอบรับประทานเนื้อหมูหรือเนื้อวัว

4. โจทย์การบ้าน แบบฝึกหัดที่ 2.4 ข้อ 1. (1), ข้อ 3. และ ข้อ 7.

สื่อการเรียนการสอน

1. ลูกเต๋า 2. ซอล์คสี 3. กระดานตะปู 4. ยางรัดของ

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่อง ยูเนียน อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ทั้งที่อยู่ในรูปของเซตและอยู่ในรูปของแผนภาพของ เวนน์-ออยเลอร์ โดยการถาม-ตอบ เช่น

ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ถ้าให้

E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มคู่

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มที่หารด้วย 3 ลงตัว

ดังนั้น $E_1 \cup E_2$ และ $E_1 \cap E_2$ หมายถึงอะไรและเขียนแจกแจงสมาชิกได้อย่างไร และถ้าจะเขียนโดยกำหนดให้ E_1 และ E_2 อยู่ในแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ แล้วแสดงการแรเงาในส่วนที่เป็น $E_1 \cup E_2$ และ $E_1 \cap E_2$ ได้อย่างไร

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

เหมือน ห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายว่าถ้าเรากำหนดเหตุการณ์ใด ๆให้ 2 เหตุการณ์ เช่น E_1 และ E_2 ดังนั้น $E_1 \cup E_2$ และ $E_1 \cap E_2$ เราก็ถือว่าเป็นเหตุการณ์เช่นกัน (ครูใช้การถาม–ตอบจนสามารถสรุปได้ว่า $E_1 \cup E_2$ และ $E_1 \cap E_2$ เป็นเหตุการณ์) ครูถามนักเรียนว่าจะหาความน่าจะเป็นได้หรือไม่ (นักเรียนจะตอบว่าได้) แล้วครูถามต่อไปว่า เราจะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้อย่างไร นักเรียนจะตอบว่าเขียนได้เป็น

$P(E_1 \cup E_2)$

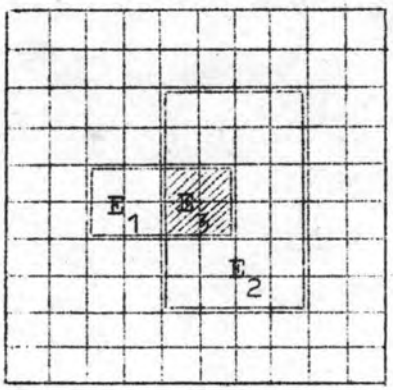
และ $P(E_1 \cap E_2)$

หลังจากนั้นครูให้นักเรียนบอกความหมายโดยใช้ E_1 และ E_2 จากตัวอย่างในขั้นนำ

2. ครูอธิบายต่อไปว่าการคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจบางครั้งจำเป็นที่จะต้องอาศัยสูตรสำเร็จเข้าช่วย ซึ่งเราเรียกกันว่ากฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น ซึ่งมีอยู่ 3 กฎ ในคาบนี้จะแนะนำให้นักเรียนได้รู้จักกฎข้อที่ 1 ก่อน

3. ครูแสดงการสาธิตโดยการถาม–ตอบ เพื่อให้ได้ข้อสรุปเป็นกฎข้อที่ 1 ตามลำดับ แล้วกรอกผลลงในช่องว่างข้างล่างนี้

3.1 ครูนำกระดานตะปูเป็นตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส 100 ช่อง พร้อมยางรัดของเตรียมไว้ดังรูป



ขั้นสอน

1–2–3 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

3.2 ครูรัดยางดังรูป

นักดิ่งพสุธาคนหนึ่งต้องการกระโดดร่มลงในบริเวณสนาม E_1

จะได้ $P(E_1)$ = _____, $(\frac{8}{100})$

3.3 ครูรัดยางดังรูป

นักดิ่งพสุธาต้องการกระโดดร่มลงในบริเวณสนาม E_2

จะได้ $P(E_2)$ = _____, $(\frac{20}{100})$

3.4 จากรูปให้บริเวณ E_1 และ E_2 ที่ซ้อนกันเป็น E_3

จะได้ $P(E_3)$ = (_____), $[P(E_1 \cap E_2)]$

= _____, $(\frac{4}{100})$

3.5 จากรูป ถ้านักดิ่งพสุธาจะกระโดดร่มลงในบริเวณ E_1 และ E_2 ร่วมกัน

จะได้ $P(E_1 \cup E_2)$ = _____, $(\frac{24}{100})$

3.6 สรุปผลการทดลอง

$\frac{24}{100}$ = ___ + ___ - ___ ,

$(\frac{8}{100} + \frac{20}{100} - \frac{4}{100})$

$P(E_1 \cup E_2)$ = ___ + ___ - ___ ,

$[P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)]$

3.7 ครูให้นักเรียนสรุปเป็นกฎข้อที่ 1 อีกครั้ง

4. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-3 โดยครูใช้ลูกเต๋าประกอบการอธิบายตัวอย่างที่ 2

4. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณค่าต่าง ๆ โดยใช้การถาม-ตอบเป็นรายบุคคลสลับกับให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ

ขั้นสรุป	ขั้นสรุป
1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนและตัวอย่างที่ 1-3 อย่างย่อ ๆโดยการถาม-ตอบ	1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2
2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ	2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม ให้ใช้เครื่องคิดเลขในการทำโจทย์พิเศษ เมื่อนักเรียนทำเสร็จให้ส่งตัวแทนออกมาแสดงวิธีทำของแต่ละกลุ่มบนกระดานดำ โดยให้เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ประกอบ พร้อมทั้งแสดงการแรเงาในส่วนที่เป็นเหตุการณ์ที่สนใจด้วย กลุ่มไหนทำถูกสมบูรณ์ที่สุดเป็นผู้ชนะ แล้วให้เพื่อนักเรียนปรบมือเป็นกำลังใจ
3. ครูให้การบ้าน	3. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 16 กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ธรรมดา และเหตุการณ์ที่อยู่ในรูปของยูเนียน และอินเตอร์เซกชันได้ถูกต้อง
2. บอกกฎที่สำคัญบางประการ กฎข้อที่ 2 และกฎข้อที่ 3 ได้ถูกต้อง
3. หาความน่าจะเป็นโดยใช้กฎข้อที่ 2 และกฎข้อที่ 3 ได้ถูกต้อง
4. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
5. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา

1. **กฎข้อที่ 2** ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆที่ไม่เกิดร่วมกันแล้ว

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)$$

กฎข้อที่ 3 ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆที่เป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ S แล้ว

$$P(E') = 1 - P(E)$$

2. <u>ตัวอย่างที่ 1</u> สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องที่มีลูกบอลสีแดง 4 ลูก สีดำ 3 ลูก และสีขาว 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดงหรือดำ

<u>วิธีทำ</u> ลูกบอลมีทั้งหมด 8 ลูก สุ่มหยิบขึ้นมา 1 ลูก

จะมีวิธีหยิบได้ทั้งหมด $\binom{8}{1} = 8$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 8 ตัว

ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีแดง

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีดำ

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี $\binom{4}{1} = 4$ ตัว

และ จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี $\binom{3}{1} = 3$ ตัว

จากกฎข้อที่ 2 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)$

$\therefore P(E_1 \cup E_2) = \frac{4}{8} + \frac{3}{8}$

$= \frac{7}{8}$ หรือ 0.88

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดงหรือสีดำเท่ากับ 0.88

<u>ตอบ</u>

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> สุ่มเหรียญขึ้นมา 1 อันจากกระเป๋าใบหนึ่งซึ่งมีเหรียญห้าบาท 4 อัน เหรียญบาท 5 อัน และเหรียญห้าสิบสตางค์ 3 อัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญห้าบาทหรือเหรียญบาท

<u>วิธีทำ</u> มีเหรียญทั้งหมด 12 อัน สุ่มหยิบขึ้นมา 1 อัน

จะมีวิธีในการหยิบทั้งหมด $\binom{12}{1} = 12$ วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 12 ตัว

ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้เหรียญห้าบาท

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้เหรียญบาท

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี $\binom{4}{1} = 4$ ตัว

และ จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี $\binom{5}{1} = 5$ ตัว

จากกฎข้อที่ 2 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)$

$\therefore P(E_1 \cup E_2) = \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ หรือ 0.75

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญห้าบาทหรือเหรียญบาทเท่ากับ 0.75

<u>ตอบ</u>

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $P(E_1)= 0.3$, $P(E_2)= 0.2$ และ $P(E_1 \cup E_2)= 0.4$ จงหาค่าของ $P(E_1' \cup E_2')$

วิธีทำ จากกฎข้อที่ 1 $P(E_1' \cup E_2') = P(E_1')+P(E_2')-P(E_1' \cap E_2')$

$$P(E_1' \cup E_2') = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cup E_2), \quad [E_1' \cap E_2' = (E_1 \cup E_2)']$$

$$= 1-P(E_1)+1-P(E_2)-1+P(E_1 \cup E_2), \quad [P(E') = 1-P(E)]$$

$$= 1-0.3+1-0.2-1+0.4$$

นั่นคือ $P(E_1' \cup E_2') = 0.9$

ตอบ

3. **โจทย์พิเศษ**

1. มีฉลากอยู่ 20 ใบ เขียนเบอร์ 1 ถึงเบอร์ 20 ถ้าฉลากทั้งหมดอยู่ในกล่อง สุ่มหยิบขึ้นมา 1 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ฉลากเบอร์ที่หารด้วย 2 หรือ 7 ลงตัว

2. ดึงไพ่ 1 ใบจากสำรับ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ ดอกจิกหรือโพแดง

4. **โจทย์การบ้าน**

1. ในการเลือกเลขจำนวนเต็มมา 1 จำนวนจากจำนวนเต็มตั้งแต่ 10 ถึง 49 จงหาความน่าจะเป็นที่เลขจำนวนนั้นจะ

(ก) หารด้วย 7 ลงตัวหรือเป็นเลขคี่

(ข) เป็นเลขคี่หรือเลขคู่ที่หารด้วย 7 ลงตัว

2. ในจำนวนนักเรียน 120 คน มี 60 คน เรียนวิชาภาษาฝรั่งเศส มี 50 คน เรียนวิชาภาษาสเปน และมี 20 คน เรียนทั้งวิชาภาษาฝรั่งเศสและภาษาสเปน ถ้าเลือกนักเรียนมา 1 คนโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่เรียน

(ก) วิชาภาษาฝรั่งเศสหรือวิชาภาษาสเปน

(ข) เรียนวิชาอื่นที่ไม่ใช่ภาษาฝรั่งเศสหรือภาษาสเปน

สื่อการเรียนการสอน

1. เงินเหรียญ
2. ลูกบอล
3. ชอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูเฉลยการบ้านที่ให้ในคาบเรียนที่ผ่านมา พร้อมทั้งชี้แนะข้อบกพร่องที่ควรแก้ไข

2. ครูทบทวนเรื่องเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ และคุณสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น โดยการถาม-ตอบ

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างจากกฎข้อที่ 1 มาให้นักเรียนพิจารณา คือ

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$$

1.1 ครูถามว่าถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกันแล้วกฎข้อที่ 1 จะเป็นอย่างไร (กฎข้อที่ 1 จะเปลี่ยนรูปเป็น

$$\begin{aligned} P(E_1 \cup E_2) &= P(E_1)+P(E_2)-P(\emptyset) \\ &= P(E_1)+P(E_2)-0, \ [P(\emptyset) = 0] \\ &= P(E_1)+P(E_2)) \end{aligned}$$

1.2 ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปเป็นกฎข้อที่ 2

2. ครูยกเหตุการณ์ E ซึ่งเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ S แล้วครูถามว่า

2.1 คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E หมายถึงอะไร และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์อย่างไร(หมายถึงเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ S ที่ไม่ใช่เหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย E')

2.2 ถ้านำ E และ E มายูเนียนกันแล้วผลลัพธ์จะเป็นอย่างไร ($E \cup E' = S$)

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

1-2 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1-3 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

2.3 ครูเสนอว่าถ้าหาความน่าจะเป็นทั้ง 2 ข้าง จะเขียนได้อย่างไร ($P(E \cup E') = P(S)$)

2.4 ครูแนะให้นักเรียนจัดรูปใหม่โดยอาศัยคุณสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็นและกฎข้อที่ 1-2 ซึ่งจะได้เป็น

$$P(E)+P(E') = P(S)$$
$$= 1 \quad (\because P(S)=1)$$
$$P(E)+P(E') = 1$$

นั่นคือ $P(E') = 1-P(E)$

2.5 ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปเป็นกฎข้อที่ 3

3. ครูให้นักเรียนสรุปกฎข้อที่ 1-3

4. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-3 โดยใช้ลูกบอลและเหรียญประกอบการอธิบายตัวอย่างที่ 1 และ 2

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนโดยการถาม-ตอบ

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ

3. ครูให้การบ้าน

4. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ขั้นสรุป

1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆละ 5 คน ให้ช่วยกันทำโจทย์พิเศษโดยใช้เครื่องคิดเลข เมื่อนักเรียนทำเสร็จทุกกลุ่มแล้วให้นำส่งครู เมื่อครูตรวจแล้วเห็นว่ากลุ่มใดที่ทำได้ถูกต้องที่สุดจะให้ตัวแทนของกลุ่มนั้นมาแสดงวิธีทำให้กลุ่มอื่นดูบนกระดานดำ

3. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

<u>คาบที่ 17</u> กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น (ต่อ)

<u>จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม</u>

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นโดยใช้กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น กฎข้อที่ 1-3 ได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์ปัญหาในเอกสารแนะแนวทางได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

<u>เนื้อหา</u>

1. <u>เอกสารแนะแนวทาง</u>

<u>คำแนะนำ</u> จากโจทย์ปัญข้อที่ 1-3 ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้จนครบทุกช่อง

<u>โจทย์ปัญหาข้อที่ 1</u> จากการตรวจสอบบัญชี ซึ่งแสดงรายการจำหน่ายสินค้าของร้านเครื่องเขียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่ามีลูกค้าสั่งซื้อสมุด ดินสอ ปากกา เป็นจำนวน 50%, 59%, 58% ตามลำดับ ในจำนวนเหล่านี้ มีผู้สั่งซื้อทั้ง 3 ชนิด 20% สั่งซื้อสมุดและดินสอ 30% สั่งซื้อดินสอและปากกา 32% สั่งซื้อสมุดและปากกา 25% ถ้ากำหนดให้

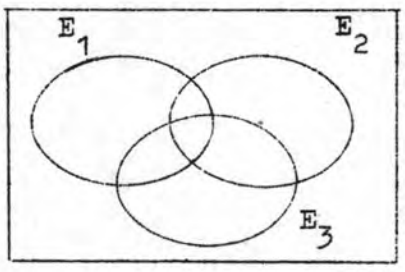
E_1 = เหตุการณ์ที่ลูกค้าคนนั้นสั่งซื้อสมุด

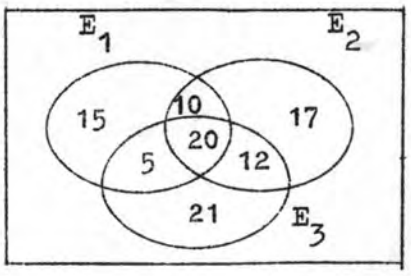
E_2 = เหตุการณ์ที่ลูกค้าคนนั้นสั่งซื้อดินสอ

E_3 = เหตุการณ์ที่ลูกค้าคนนั้นสั่งซื้อปากกา

จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าคนหนึ่งจะสั่งซื้อสินค้าเพียงอย่างเดียว

<u>วิธีทำ</u> <u>จงเติมตัวเลขลงในแผนภาพให้สมบูรณ์</u>





จากแผนภาพข้างบน

ความน่าจะเป็นที่ลูกค้าคนนั้นจะสั่งซื้อสินค้าเพียงอย่างเดียว

$= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$, $\left(\frac{15 + 17 + 21}{100} \right)$

$= \underline{\quad}$ หรือ $\underline{\quad}$ (รูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง), $\left(\frac{53}{100} \text{ หรือ } 0.53\right)$

ตอบ

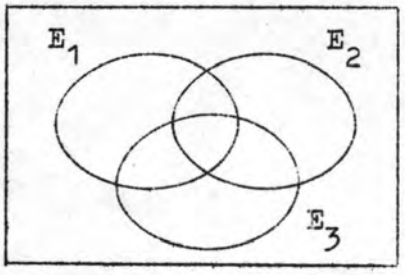
โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ในโรงเรียนชนบทแห่งหนึ่ง มีนักเรียน 200 คน ปรากฏว่ามีนักเรียนเป็นโรคขาดอาหาร โรคตา และโรคฟัน เป็นจำนวน 71, 70 และ 95 คน ตามลำดับ ในจำนวนเหล่านี้ เป็นทั้ง 3 โรค 5 คน เป็นโรคขาดอาหารและโรคตา 16 คน เป็นโรคตาและโรคฟัน 14 คน เป็นโรคขาดอาหารและโรคฟัน 21 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเป็นโรคขาดอาหารหรือโรคฟัน

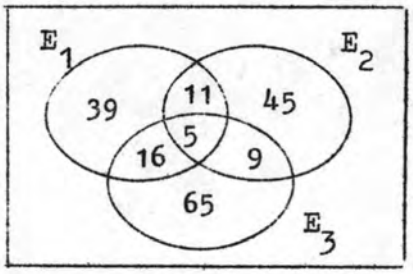
วิธีทำ กำหนดให้ E_1 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเป็นโรคขาดอาหาร

E_2 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเป็นโรคตา

E_3 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเป็นโรคฟัน

จงเติมตัวเลขลงในแผนภาพให้สมบูรณ์





ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเป็นโรคขาดอาหารหรือโรคฟัน

$P(\underline{\quad}) = P(\underline{\quad}) + P(\underline{\quad}) - P(\underline{\quad})$, $[P(E_1 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_3)]$

$= \underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad}$, $\left(\frac{71}{200} + \frac{95}{200} - \frac{21}{200} \right)$

$= \underline{\quad}$ หรือ $\underline{\quad}$ (รูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง), $\left(\frac{29}{40} \text{ หรือ } 0.73 \right)$

ถ้าไม่ใช้กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเป็นโรคขาดอาหารหรือโรคฟัน

$$= \frac{__ + __ + __ + __ + __ + __}{__}$$

$$\left(\frac{39 + 11 + 5 + 16 + 9 + 65}{200}\right)$$

= ____หรือ____(รูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง), ($\frac{29}{40}$ หรือ 0.73)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะเป็นโรคขาดอาหารหรือโรคฟันเท่ากับ 0.73

ตอบ

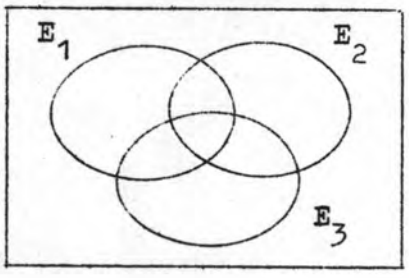
โจทย์ปัญหาข้อที่ 3 ในการสัมภาษณ์นักศึกษาปีสุดท้ายของสถาบันการศึกษาแห่งหนึ่งจำนวน 150 คนเกี่ยวกับอาชีพที่สนใจ ปรากฏว่า นักศึกษาสนใจงานราชการ งานเอกชน และงานส่วนตัว เป็นจำนวน 92, 103 และ 25 คนตามลำดับ ในจำนวนเหล่านี้มีผู้สนใจทั้ง 3 อาชีพ 15 คน สนใจงานราชการอย่างเดียว 40 คน สนใจงานเอกชนอย่างเดียว 50 คน สนใจงานเอกชนและงานส่วนตัว 18 คน ถ้าสุ่มนักศึกษามา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนั้นสนใจงานราชการหรืองานเอกชน

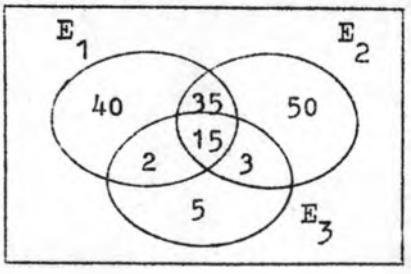
วิธีทำ กำหนดให้ E_1 = เหตุการณ์ที่นักศึกษาคนนั้นสนใจงานราชการ

E_2 = เหตุการณ์ที่นักศึกษาคนนั้นสนใจงานเอกชน

E_3 = เหตุการณ์ที่นักศึกษาคนนั้นสนใจงานส่วนตัว

จงเติมตัวเลขลงในแผนภาพให้สมบูรณ์





ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนั้นจะสนใจงานราชการหรืองานเอกชน

$P(___) = P(__) + P(__) - P(___)$, $[P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)]$

= ____ + ____ - ____, ($\frac{92}{150} + \frac{103}{150} - \frac{50}{150}$)

= ____หรือ____ (รูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง), ($\frac{29}{30}$ หรือ 0.97)

ถ้าไม่ใช้กฎของความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนั้นจะสนใจงานราชการหรืองานเอกชน

$= \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$,

$= \left(\frac{40 + 35 + 50 + 15 + 2 + 3}{150}\right)$

$= \frac{\quad}{\quad}$ หรือ $\frac{\quad}{\quad}$ (รูปทศนิยม 2 ตำแหน่ง), ($\frac{29}{30}$ หรือ 0.97)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนั้นจะสนใจงานราชการหรืองานเอกชนเท่ากับ 0.97

ตอบ

2. โจทย์การบ้าน

1. หมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 20 ครอบครัว ประกอบอาชีพ 2 อย่างคือ ทำประมงและทำสวน จากการสำรวจพบว่า ทำประมงอย่างเดียว 15 ครอบครัว ทำสวนอย่างเดียว 4 ครอบครัว ถ้าสุ่มมา 1 ครอบครัว จงหาความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะ

(ก) ทำประมงหรือทำสวน

(ข) ไม่ประกอบอาชีพอะไรเลย

2. ถ้า $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ และ $P(A \cup B) = \frac{9}{10}$ จงหาค่าของ $P(A' \cup B')$ และ $P(A' \cap B')$

3. แบบฝึกหัดที่ 2.4 ข้อ 9.

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารแนะแนวทางพร้อมแผ่นเฉลย 2. ชอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2	ห้องเรียนที่ 1
ขั้นนำ	ขั้นนำ
ครูทบทวนกฎที่สำคัญบางประการกฎข้อที่ 1–3 โดยการถาม–ตอบ	เหมือนห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1. ครูบอกขั้นตอนในการทำโจทย์ปัญหาในเอกสารแนะแนวทางข้อ 1-3 ดังนี้

1.1 ให้นักเรียนอ่านคำแนะนำเบื้องต้นของเอกสารแนะแนวทางให้เข้าใจ

1.2 ให้นักเรียนอ่านคำถามจากโจทย์ปัญหาให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการทราบอะไรแล้วดำเนินการหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยเขียนคำตอบต่าง ๆลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้จนครบทุกช่อง และในแต่ละข้อจะมีแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ด้วย ดังนั้นก่อนลงมือทำให้นักเรียนเติมตัวเลขลงในแผนภาพดังกล่าวให้สมบูรณ์เสียก่อน

2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆละ 5 คน ให้ช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาจากเอกสารแนะแนวทาง หลังจากแต่ละกลุ่มทำเสร็จแล้วครูแจกแผ่นเฉลยให้นักเรียนสลับกันตรวจ และให้แก้ไขสิ่งที่ผิดให้ถูกต้องตามแผ่นเฉลย

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนอีกครั้ง

2. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม

3. ครูให้การบ้าน

ขั้นสอน

1. เหมือนห้องเรียนที่ 2

2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆละ 5 คน ให้ใช้เครื่องคิดเลขช่วยกันคำนวณแก้โจทย์ปัญหาจากเอกสารแนะแนวทาง หลังจากแต่ละกลุ่มทำเสร็จแล้วครูแจกแผ่นเฉลยให้นักเรียนสลับกันตรวจ โดยให้คะแนนในแต่ละช่องว่าง ๆละ 1 คะแนน แล้วครูนำผลจากแต่ละกลุ่มมาตรวจและวิจารณ์ข้อบกพร่องที่ควรแก้ไข โดยครูนำเอกสารแนะแนวทางจากแต่ละกลุ่มมาตรวจกลุ่มละ 1 ชุด

ขั้นสรุป

1-2-3 เหมือนห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 18 กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ โดยใช้หรือไม่ใช้กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น
2. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา

1. **ตัวอย่างที่ 1** ในซอย ไปดี-มาดี มีบ้านอยู่ 30 หลัง เป็นบ้านที่มีวิทยุ 22 หลัง เป็นบ้านที่มีโทรทัศน์ 16 หลัง เป็นบ้านที่มีรถยนต์ 8 หลัง ในจำนวนบ้านเหล่านี้ มีบ้านที่มีทั้งวิทยุและโทรทัศน์ 12 หลัง วิทยุและรถยนต์ 4 หลัง มีรถยนต์และโทรทัศน์ 6 หลัง และเป็นบ้านที่มีวิทยุ โทรทัศน์และรถยนต์ทั้ง 3 อย่าง 4 หลัง สุ่มบ้านมา 1 หลัง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้

(ก) บ้านที่ไม่มีทั้งวิทยุ โทรทัศน์และรถยนต์แม้แต่อย่างเดียว

(ข) บ้านที่มีวิทยุ โทรทัศน์ หรือรถยนต์เพียงอย่างเดียว

(ค) บ้านที่มีวิทยุ โทรทัศน์ หรือรถยนต์อย่างน้อยหนึ่งอย่าง

(ง) บ้านที่มีวิทยุแต่ไม่มีโทรทัศน์ (รถยนต์จะมีหรือไม่มีก็ได้)

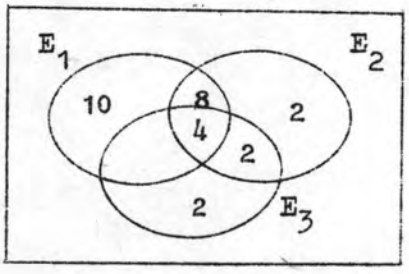
(จ) บ้านที่มีวิทยุกับโทรทัศน์ทั้งสองอย่างแต่ไม่มีรถยนต์

วิธีทำ กำหนดให้ E_1 = เหตุการณ์ที่เป็นบ้านที่มีวิทยุ

E_2 = เหตุการณ์ที่เป็นบ้านที่มีโทรทัศน์

E_3 = เหตุการณ์ที่เป็นบ้านที่มีรถยนต์

จากสิ่งที่กำหนดให้ เขียนเป็นแผนภาพของ เวนน์-ออยเลอร์ ได้ดังนี้



(ก) ความน่าจะเป็นที่จะได้บ้านที่ไม่มีวิทยุ โทรทัศน์ หรือรถยนต์ แม้แต่อย่างเดียว

$$= \frac{30 - 10 - 8 - 4 - 2 - 2 - 2}{30}$$

$$= \frac{2}{30} = \frac{1}{15} \text{ หรือ } 0.07$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้บ้านที่ไม่มีทั้งวิทยุ โทรทัศน์ หรือรถยนต์แม้แต่อย่างเดียวเท่ากับ 0.07

(ข) ความน่าจะเป็นที่จะได้บ้านที่มีวิทยุ โทรทัศน์ หรือรถยนต์ เพียงอย่างเดียว

$$= \frac{10 + 2 + 2}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15} \text{ หรือ } 0.47$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ได้บ้านที่มีวิทยุ โทรทัศน์ หรือรถยนต์เพียงอย่างเดียวเท่ากับ 0.47

(ค) $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1)+P(E_2)+P(E_3)-P(E_1 \cap E_2)-P(E_1 \cap E_3)-P(E_2 \cap E_3)+P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$

$$= \frac{22}{30} + \frac{16}{30} + \frac{8}{30} - \frac{12}{30} - \frac{6}{30} - \frac{4}{30} + \frac{4}{30}$$

$$= \frac{28}{30} = \frac{14}{15} \text{ หรือ } 0.93$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ได้บ้านที่มีวิทยุ โทรทัศน์ หรือรถยนต์อย่างน้อยหนึ่งอย่างเท่ากับ 0.93

(ง) ความน่าจะเป็นที่ได้บ้านที่มีวิทยุแต่ไม่มีโทรทัศน์ (รถยนต์จะมีหรือไม่มีก็ได้)

$$= \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \text{ หรือ } 0.33$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ได้บ้านที่มีวิทยุแต่ไม่มีโทรทัศน์ เท่ากับ 0.33

(จ) $P(E_1 \cap E_2) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ หรือ 0.27

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ได้บ้านที่มีวิทยุกับโทรทัศน์ทั้งสองอย่างแต่ไม่มีรถยนต์เท่ากับ 0.27

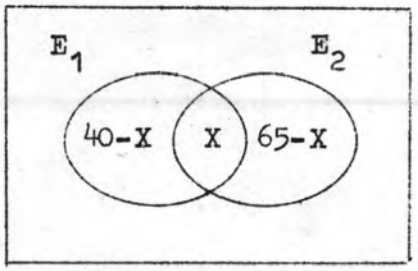
ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 มีนักศึกษาอยู่จำนวนหนึ่งทราบว่า มีปากกาหมึกซึมเป็นจำนวน 40% มีปากกาหมึกแห้งเป็นจำนวน 65% ในจำนวนนี้มีอยู่ส่วนหนึ่งที่มีทั้งปากกาหมึกซึมและปากกาหมึกแห้ง แต่มีนักศึกษาอยู่จำนวน 50% ที่ไม่มีปากกาทั้งสองประเภท ถ้าสุ่มนักศึกษามา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้นักศึกษาที่มีปากกาหมึกซึมและหมึกแห้งทั้งสองอย่าง

วิธีทำ ให้ E_1 = เหตุการณ์ที่นักศึกษามีปากกาหมึกซึม

E_2 = เหตุการณ์ที่นักศึกษามีปากกาหมึกแห้ง

และ X = เหตุการณ์ที่นักศึกษามีทั้งปากกาหมึกซึมและปากกาหมึกแห้ง



จากแผนภาพ จะได้

$$40 - X + X + 65 - X = 50$$

$$105 - X = 50$$

$$X = 105 - 50$$

$$= 55$$

ดังนั้น $P(X) = P(E_1 \cap E_2) = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$ หรือ 0.55

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้นักศึกษาที่มีทั้งปากกาหมึกซึมและหมึกแห้งเท่ากับ 0.55 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 **ลูกค้า** 38 คน ของบริษัทแห่งหนึ่ง สั่งซื้อสินค้า ก สินค้า ข และสินค้า ค เป็นจำนวน 30, 40 และ 53 รายการตามลำดับ ในการสั่งซื้อสินค้าดังกล่าวนี้ มีผู้สั่ง 3 ประเภท 10 คน สั่งสินค้า ก และ ข 15 คน สั่งซื้อสินค้า ข และ ค 18 คน และสั่งสินค้า ก และ ค 12 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าคนหนึ่งจะสั่ง

(ก) สินค้า ก หรือ ข

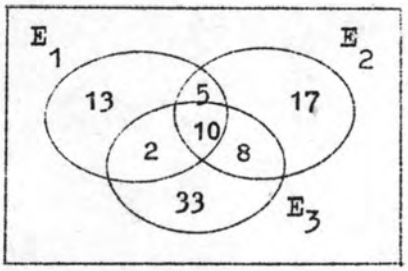
(ข) สินค้า ข หรือ ค

(ค) สินค้า ก หรือ ค

วิธีทำ ให้ E_1 = เหตุการณ์ที่สั่งซื้อสินค้า ก

E_2 = เหตุการณ์ที่สั่งซื้อสินค้า ข

E_3 = เหตุการณ์ที่สั่งซื้อสินค้า ค



(ก) $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$

$= \frac{30}{88} + \frac{40}{88} - \frac{15}{88}$

$= \frac{55}{88} = \frac{5}{8}$ หรือ 0.63

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะสั่งซื้อสินค้า ก หรือ ข เท่ากับ 0.63

(ข) $P(E_2 \cup E_3) = P(E_2)+P(E_3)-P(E_2 \cap E_3)$

$= \frac{40}{88} + \frac{53}{88} - \frac{18}{88}$

$= \frac{75}{88}$ หรือ 0.85

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะสั่งซื้อสินค้า ข หรือ ค เท่ากับ 0.85

(ค) $P(E_1 \cup E_3) = P(E_1)+P(E_3)-P(E_1 \cap E_3)$

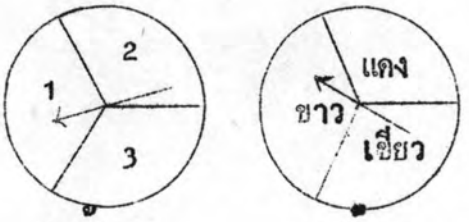
$= \frac{30}{88} + \frac{53}{88} - \frac{12}{88}$

$= \frac{71}{88}$ หรือ 0.81

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะสั่งซื้อสินค้า ก หรือ ค เท่ากับ 0.81

ตอบ

2. <u>โจทย์พิเศษ</u> กำหนดให้



วงล้อ A วงล้อ B

<u>จากรูป</u> มีวงล้อ 2 วง คือ วงล้อ A และวงล้อ B เป็นของวงล้อทั้งสองแบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆกัน แต่ละส่วนของวงล้อ A เขียนหมายเลข 1, 2 และ 3 กำกับไว้ แต่ละส่วนของวงล้อ B ทาสีแดง ขาว และเขียวไว้ หมุนล้อทั้งสองวงพร้อมกัน และกำหนดให้

$S = \{(x,y) \mid x$ คือ 1,2,3 และ y คือ แดง,ขาว,เขียว$\}$

E_1 เป็นเหตุการณ์ที่เข็มของวงล้อ A ชี้ตรงส่วนที่เขียนหมายเลข 2 กำกับไว้

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่เข็มของวงล้อ B ชี้ตรงส่วนที่ทาสีแดงไว้

จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $E_1 \cup E_2$ และ $E_1 \cap E_2'$

3. โจทย์การบ้าน

1. ในการขนส่งเครื่องซักผ้า 1,500 เครื่อง ปรากฏว่ามีเครื่องซักผ้าที่ใช้การไม่ได้ 400 เครื่อง และเครื่องซักผ้าที่ใช้การได้ 1,100 เครื่อง ถ้าเลือกเครื่องซักผ้าโดยการสุ่มมา 200 เครื่อง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เครื่องซักผ้า

(ก) ที่ใช้การไม่ได้ 90 เครื่อง

(ข) ที่ใช้การไม่ได้อย่างน้อย 2 เครื่อง

2. ในจำนวนวุฒิสมาชิกที่ได้รับเลือกมา 10 คน ปรากฏว่ามี 6 คน ที่เป็นพวกที่ชอบให้มีการเปลี่ยนแปลงในระบบการปกครอง และมี 4 คนที่เป็นพวกที่ไม่ชอบให้มีการเปลี่ยนแปลงการปกครอง ถ้าต้องการตั้งกรรมการที่ประกอบด้วยวุฒิสมาชิกจำนวน 5 คน โดยเลือกจากพวกวุฒิสมาชิกที่ได้รับเลือกมา 10 คน จงหาความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการนั้นประกอบด้วยพวกที่ไม่ชอบให้มีการเปลี่ยนแปลงในระบบการปกครองมากกว่าพวกที่ชอบให้มีการเปลี่ยนแปลงการปกครอง

3. แบบฝึกหัดที่ 2.4 ข้อ 1. (2),(3),(4) ข้อ 4. และ ข้อ 6.

สื่อการเรียนการสอน

ชอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูเฉลยการบ้านที่ให้ในคาบเรียนที่ผ่านมา พร้อมทั้งชี้แนะข้อบกพร่องที่ต้องปรับปรุงแก้ไข

2. ครูทบทวนกฎที่สำคัญบางประการและคุณสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น โดยการถาม–ตอบ

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายถึงการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ว่าบางครั้งจำเป็นต้องอาศัยแผนภาพของเวนน์–ออยเลอร์ เพื่อช่วยในการแจกแจงเหตุการณ์ที่โจทย์กำหนดให้ หลังจากนั้นอาจจะใช้กฎหรือไม่ใช้กฎก็ได้

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

1–2 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1. เหมือนห้องเรียนที่ 2

ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหา 2. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1-3 ขั้นสรุป 1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตัวอย่างที่ 1-3 โดยการถาม-ตอบ แล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม 2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ โดยจะเลือกใช้กฎหรือไม่ใช้กฎก็ได้ หลังจากนักเรียนทำเสร็จครูเฉลยคำตอบให้ 3. ครูให้การบ้าน	2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณค่าต่าง ๆ โดยการถาม-ตอบเป็นรายบุคคล ขั้นสรุป 1. เหมือน ห้องเรียนที่ 2 2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆละ 6 คน ให้ใช้เครื่องคิดเลขทำโจทย์พิเศษ หลังจากนั้นให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ โดยครูเป็นผู้ตัดสินว่ากลุ่มใดทำถูกต้องและสมบูรณ์ที่สุดจะเป็นผู้ชนะที่ 1-3 3. เหมือน ห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 19 การหาความน่าจะเป็นโดยการเลือกใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ และกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎข้อที่ 1-7 และ กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น กฎข้อที่ 1-3 ได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์ปัญหาในเอกสารแนะแนวทางได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %

เนื้อหา โจทย์ระคนเรื่องความน่าจะเป็น

1. เอกสารแนะแนวทาง

คำแนะนำ จากโจทย์ปัญหาข้อที่ 1-5 ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้จนครบทุกช่อง

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ถุงใบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 15 ลูก สีแดง 7 ลูก หยิบลูกบอลออกมาจากถุงพร้อมกัน 2 ลูกโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดงทั้ง 2 ลูก

วิธีทำ ลูกบอลมีทั้งหมด___ลูก แต่ต้องการหยิบเพียง 2 ลูก, (22)

จะมีวิธีหยิบได้ทั้งหมด___วิธี, $\left[\binom{22}{2} = 231\right]$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี___ตัว, (231)

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงทั้ง 2 ลูก

จะมีวิธีหยิบได้ทั้งหมด___วิธี, $\left[\binom{7}{2} = 21\right]$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี___ตัว, (21)

$\therefore P(E) =$ ___หรือ___, ($\frac{21}{231}$ หรือ 0.09)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดงทั้ง 2 ลูกเท่ากับ___,(0.09)

ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 เด็กชาย 4 คน หญิง 4 คน ยืนเข้าแถวถ่ายรูป 2 แถว โดยแถวหน้ามี 2 คน แถวหลังมี 6 คน จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กชายกับเด็กหญิงจะยืนสลับที่กัน

วิธีทำ มีเด็ก 8 คน นำมาจัดเข้าแถวยืนถ่ายรูปทั้ง 8 คน

จะมีวิธีจัดได้ทั้งหมด___วิธี, $(8! = 40320)$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี 40320 ตัว

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เด็กชายกับเด็กหญิงยืนสลับที่กัน

กำหนดให้แถวหน้ามี 2 คน แถวหลังมี 6 คน

วิธียืนสลับที่แถวหน้าได้ทั้งหมด___วิธี, $(4 \times 4 \times 2 = 32)$

วิธียืนสลับที่แถวหลังได้ทั้งหมด___วิธี, $(3!3!2! = 72)$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี___ตัว, $(32 \times 72 = 2304)$

$\therefore P(E) =$ ___หรือ___, $(\frac{2304}{40320} = \frac{2}{35}$ หรือ 0.58)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะจัดให้เด็กชายกับเด็กหญิงยืนสลับที่กันเท่ากับ 0.58

ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 3 มีบัตรเข้าชมละครอยู่ 4 ใบ มีราคาใบละ 100 บาท 2 ใบ ราคาใบละ 50 บาท 1 ใบ และราคาใบละ 30 บาทอีก 1 ใบ จงหาความน่าจะเป็นในการหยิบบัตรชมละครใบหนึ่งให้ได้บัตรราคา 100 บาทหรือ 50 บาท

วิธีทำ กำหนดให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้บัตรใบละ 100 บาท

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้บัตรใบละ 50 บาท

E_3 เป็นเหตุการณ์ที่หยิบได้บัตรใบละ 30 บาท

โจทย์กำหนดให้บัตรเข้าชมละครมีทั้งหมด____ใบ, (4)

$\therefore P(__) = P(__)+P(__)-P(__)$, $[P(E_1 \cup E_2)=P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)]$

$= ____ + ____ - ____$, $\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{4}-\frac{0}{4}\right)$

$= ____$หรือ____, $\left(\frac{3}{4}\right.$ หรือ $0.75)$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้บัตรราคา 100 บาทหรือ 50 บาท

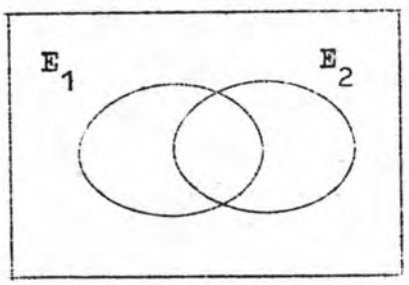
เท่ากับ____, (0.75) ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 4 จากการสำรวจนักเรียนโรงเรียนสตรีแห่งหนึ่งจำนวน 100 คน เกี่ยวกับวิชาเลือกเรียน ปรากฏว่านักเรียนเลือกเรียนวิชาคณตรี 50 คน เลือกเรียนวิชาศิลป 30 คน และในจำนวนนี้เลือกเรียนทั้ง 2 วิชา 10 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเลือกเรียนวิชาคณตรีเพียงอย่างเดียว

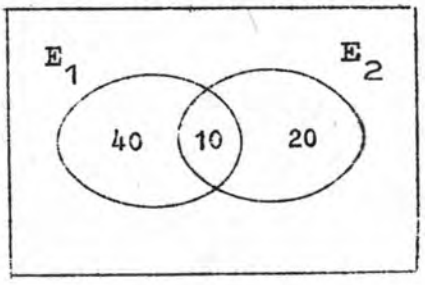
วิธีทำ กำหนดให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่เลือกเรียนวิชาคณตรี

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่เลือกเรียนวิชาศิลป

จงเติมตัวเลขลงในแผนภาพให้สมบูรณ์



,



ความน่าจะเป็นที่นักเรียนจะเลือกเรียนวิชาคณตรีเพียงอย่างเดียว

$= ___, \quad (\frac{40}{100})$

$= ___$หรือ$___, \quad (\frac{2}{5}$ หรือ $0.4)$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเลือกเรียนวิชาคณตรีเพียงอย่างเดียว

เท่ากับ$___, \quad (0.4)$ ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 5 ในห้อง ๆหนึ่ง มีบุคคลกลุ่มต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ กลุ่มชายอายุมากกว่า 21 ปีมี 5 คน กลุ่มชายอายุต่ำกว่า 21 ปีมี 3 คน กลุ่มหญิงอายุมากกว่า 21 ปีมี 6 คน กลุ่มหญิงอายุต่ำกว่า 21 ปีมี 3 คน ถ้าเลือกบุคคลเหล่านี้ออกมา 1 คน จงพิจารณาเหตุการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

A : บุคคลที่เลือกออกมานั้นมีอายุมากกว่า 21 ปี

B : บุคคลที่เลือกออกมานั้นมีอายุต่ำกว่า 21 ปี

C : บุคคลที่เลือกออกมานั้นเป็นชาย

D : บุคคลที่เลือกออกมานั้นเป็นหญิง

จงหา $P(BUD)$ และ $P(A \cap C')$

วิธีทำ จากที่กำหนดให้ มีนักเรียนในห้องนี้ทั้งหมด$___$คน, (18)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี$___$ตัว, $[\binom{18}{1} = 18]$

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ A มี$___$ตัว, $[\binom{11}{1} = 11]$

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ B มี$___$ตัว, $[\binom{7}{1} = 7]$

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ C มี$___$ตัว, $[\binom{9}{1} = 9]$

จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ D มี$___$ตัว, $[\binom{9}{1} = 9]$

เนื่องจาก $P(BUD) = ___ + ___ - ___, [P(B)+P(D)-P(B \cap D)]$

$= ___ + ___ - ___, \quad (\frac{7}{18} + \frac{9}{18} - \frac{3}{18})$

$= ___$หรือ$___, \quad (\frac{13}{18}$ หรือ $0.72)$

และเนื่องจาก

$P(A' \cap C') = P(____), [P(A \cup C)']$

$= 1 - (__), [1 - P(A \cup C)]$

$= 1 - [(__) + (__) - (___)], \quad 1 - [P(A) + P(C) - P(A \cap C)]$

$= 1 - [__ + __ - __], \quad 1 - [\frac{11}{18} + \frac{9}{18} - \frac{5}{18}]$

$= 1 - __, \quad (1 - \frac{15}{18})$

$\therefore P(A' \cap C') = __$หรือ$__, \quad (\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$ หรือ $0.17)$

ตอบ

2. โจทย์การบ้าน

1. ในย่ามใบหนึ่งมีลูกหินสีแดง 5 ลูก ขาว 4 ลูก เหลือง 6 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบลูกหินมา 2 ลูกแล้วได้สีต่างกัน

2. กล่องหมายเลข 1 บรรจุลูกแก้วสีแดง 3 ลูกและขาว 8 ลูก กล่องหมายเลข 2 บรรจุลูกแก้วสีแดง 5 ลูก และสีขาว 2 ลูก ถ้าหยิบลูกแก้วออกมาจากกล่องทั้งสองกล่องละ 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้

(ก) ลูกแก้วสีแดงสองลูก

(ข) ลูกแก้วสีขาวสองลูก

(ค) ลูกแก้วสีแดงหนึ่งลูกและลูกแก้วสีขาวหนึ่งลูก

3. เด็กชาย 3 คนกับเด็กหญิง 5 คน ยืนเข้าคิวซื้อตั๋วชมบาสเกตบอล จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กชายจะยืนเรียงตามลำดับความสูงพอดีเช่นเดียวกับเด็กผู้หญิง จากเตี้ยไปหาสูงและจากซ้ายไปหาขวา

4. จากการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เกี่ยวกับชนิดของสัตว์เลี้ยงที่นักเรียนชอบ ปรากฏว่า นักเรียนชอบสุนัข 60% ชอบแมว 72% ชอบนก 55% ในจำนวนเหล่านี้ชอบสุนัขและแมว 38% ชอบสุนัขและนก 27% ชอบแมวและนก 35% ชอบทั้งสามชนิด 8% ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนชอบสัตว์เลี้ยงชนิดใดชนิดหนึ่งเพียงอย่างเดียวเป็นเท่าไร

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารแนะแนวทาง 2. ชอล์กสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ กฎข้อที่ 1-7 และทบทวนเกี่ยวกับกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น กฎข้อที่ 1-3 โดยการถาม-ตอบ

2. ครูกล่าวว่า การแก้โจทย์ปัญหาในคาบที่ผ่านมาเป็นการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆตามเนื้อหาหรือกฎที่มีเฉพาะในแต่ละคาบ แต่ในการแก้ปัญหาจริงที่พบจากโจทย์ปัญหาโดยทั่วไป เราจะต้องเลือกใช้กฎต่าง ๆที่มีอยู่หลายกฎให้เหมาะสมกับปัญหานั้น ในคาบนี้จะมีโจทย์ปัญหาหลายลักษณะให้นักเรียนได้พิจารณาเลือกกฎต่าง ๆที่เรียนผ่านมา ดังโจทย์ปัญหาในเอกสารแนะแนวทางต่อไปนี้

ขั้นสอน

1. ครูบอกขั้นตอนในการทำเอกสารแนะแนวทางข้อที่ 1-5 ดังนี้

1.1 ให้นักเรียนอ่านคำแนะนำในเอกสารแนะแนวทางให้เข้าใจ

1.2 ให้นักเรียนอ่านคำถามจากโจทย์ปัญหาให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร แล้วจึงดำเนินการหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยเขียนคำตอบต่าง ๆลงในช่องว่างที่เว้นไว้จนครบทุกช่อง และถ้าข้อใดมีแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ด้วย ให้นักเรียนเติมตัวเลขลงในแผนภาพให้สมบูรณ์เสียก่อนจึงเริ่มลงมือทำ

ห้องเรียนที่ 3

ขั้นนำ

1-2 เหมือนห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1. เหมือนห้องเรียนที่ 2

2. ครูให้นักเรียนจัดกลุ่มตามเลขที่ประจำชั้น กลุ่มละ 6 คน ให้ช่วยกันแก้ปัญหาในเอกสารแนะแนวทาง ขณะที่นักเรียนทำครูจะเดินตรวจและคอยให้คำแนะนำไปพร้อมด้วย เมื่อนักเรียนทำเสร็จทุกกลุ่ม และครูได้ตรวจแล้ว ครูจะนำปัญหาและข้อบกพร่องที่พบมาเสนอแนะให้นักเรียนได้ปรับปรุงแก้ไขต่อไป	2. เหมือนห้องเรียนที่ 2 แต่ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการแก้โจทย์ปัญหาในเอกสารแนะแนวทาง ขณะที่นักเรียนทำครูเดินตรวจและคอยให้คำแนะนำไปพร้อมด้วย (ครูพยายามให้นักเรียนทุกคนได้ใช้เครื่องคิดเลขให้เป็นประโยชน์มากที่สุด) หลังจากเสร็จทุกกลุ่มแล้ว ครูจะนำปัญหาและข้อบกพร่องที่พบมาเสนอแนะให้นักเรียนได้ปรับปรุงแก้ไขต่อไป
ขั้นสรุป 1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม 2. ครูให้การบ้าน	ขั้นสรุป 1-2 เหมือนห้องเรียนที่ 2

คาบที่ 20 ทบทวนเรื่องความน่าจะเป็น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนด โดยเลือกใช้กฎต่าง ๆได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์พิเศษในเอกสารแนะแนวทางได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %
3. ทำการบ้านได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %

เนื้อหา โจทย์ระคนเรื่องความน่าจะเป็น

1. เอกสารแนะแนวทาง

คำแนะนำ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 1-5 ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้จนครบทุกช่อง

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ในห้องเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนชายอยู่ 16 คน และนักเรียนหญิง 8 คน ในจำนวนนี้มี พงศ์ธร และมธุกร รวมอยู่ด้วย ครูสุ่มนักเรียนออกมา 9 คน จงหาความน่าจะเป็นที่

(ก) พงศ์ธร และมธุกร จะถูกสุ่มออกมาด้วย

(ข) สุ่มได้ชาย 6 คนหญิง 3 คน ในจำนวนชาย 6 คนมีพงศ์ธรด้วยคนหนึ่ง และในจำนวนหญิง 3 คนมีมธุกรด้วยคนหนึ่ง

วิธีทำ มีนักเรียนทั้งหมด 24 คน สุ่มออกมา 9 คน

จะมีวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด____วิธี, $\left[\binom{24}{9} = 1307504\right]$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี____ตัว, (1307504)

(ก) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่พงศ์ธรและมธุกรจะถูกสุ่มออกมา

จะมีวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด____วิธี, $\left[\binom{22}{7} = 170544\right]$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 มี____ตัว, (170544)

$\therefore P(E_1) =$ ____, $\left(\frac{170544}{1307504} = 0.13\right)$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่พงศ์ธรและมธุกรจะถูกสุ่มออกมาเท่ากับ____, (0.13)

(ข) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่พงศ์ธรถูกสุ่มออกมาในกลุ่มผู้ชายและมธุกรถูกสุ่มในกลุ่มผู้หญิง

จะมีวิธีในการสุ่มผู้ชายได้ทั้งหมด____วิธี, $\left[\binom{15}{5} = 3003\right]$

จะมีวิธีในการสุ่มผู้หญิงได้ทั้งหมด____วิธี, $\left[\binom{7}{2} = 21\right]$

วิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เท่ากับ____วิธี, $(3003 \times 21 = 63063)$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E_2 มี____ตัว, (63063)

$\therefore P(E_2) =$ ____, $\left(\frac{63063}{1307504} = 0.048\right)$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่พงศ์ธรจะถูกสุ่มในกลุ่มนักเรียนชายและมธุกรจะถูกสุ่มในกลุ่มนักเรียนหญิงเท่ากับ____, (0.048)

ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ลิ้นชักใบหนึ่งบรรจุซ่อม 50 คัน ซ้อน 150 คัน โดยที่ 50% ของแต่ละชนิดดังกล่าวเป็นสนิม ถ้าหยิบภาชนะดังกล่าวจากลิ้นชักมา 1 ชิ้น จงหาความน่าจะเป็นที่ภาชนะนั้นจะเป็นซ่อมหรือชิ้นสนิม

วิธีทำ กำหนดให้ E_1 = เหตุการณ์ที่หยิบได้ซ่อม

E_2 = เหตุการณ์ที่หยิบได้ภาชนะที่เป็นสนิม

เนื่องจากซ่อมมี 50 คัน ดังนั้นจะขึ้นสนิม___คัน, (25)

และ ซ้อนมี 150 คัน ดังนั้นจะขึ้นสนิม___คัน, (75)

รวมภาชนะที่ขึ้นสนิมทั้งหมด___คัน, (100)

หาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ซ่อมหรือขึ้นสนิม จะได้

$P(__) = P(__)+P(__)-P(___)$, $[P(E_1 \cup E_2)=P(E_1)+P(E_2)-$

$= ___ + ___ - ___$, $(\frac{50}{200} + \frac{100}{200} - \frac{25}{200})P(E_1 E_2)]$

$= ___$หรือ$___$, $(\frac{125}{200} = \frac{5}{8}$ หรือ $0.63)$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ภาชนะที่เป็นซ่อมหรือขึ้นสนิมเท่ากับ_____, (0.63) ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 3 ถ้ามีตัว N 4 ตัว B 3 ตัว ถูกเรียงเป็นแนวตรง จงหาความน่าจะเป็นที่ B ทั้ง 3 ตัวจะอยู่ใน 5 ตำแหน่งแรก

วิธีทำ มีตัวอักษร N = 4 ตัว

B = 3 ตัว

จะมีวิธีในการจัดเรียงได้ทั้งหมด___วิธี, $(\frac{7!}{4!3!} = 35)$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี___ตัว, (35)

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่ B 3 ตัวอยู่ใน 5 ตำแหน่งแรก

แสดงว่า 5 ตำแหน่งแรกจะมี___B กับ___N , (3, 2)

จะมีวิธีจัดได้ทั้งหมด___วิธี, $(\frac{5!}{3!2!} = 10)$

เนื่องจากจะต้องเรียงตัวอักษรทั้งหมด ซึ่งยังคงเหลืออีก 2 ตัว ซึ่งสามารถจัดได้ทั้งหมด___วิธี, (1)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี___ตัว, $(10 \times 1 = 10)$

$\therefore$ P(E) = ____, ($\frac{10}{35}$)

= ____หรือ____, ($\frac{2}{7}$ หรือ 0.29)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ B ทั้ง 3 ตัวจะอยู่ใน 5 ตำแหน่งแรกเท่ากับ____,

(0.29) ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 4 ในการสร้างคำที่ประกอบด้วยอักษรในภาษาอังกฤษ 3 ตัว (โดยไม่คำนึงถึงความหมาย) ถ้าเลือกคำออกมาหนึ่งคำจากที่สร้างได้ทั้งหมด โดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่คำที่เลือกได้ ประกอบด้วย พยัญชนะในภาษาอังกฤษเพียงอย่างเดียว

วิธีทำ เนื่องจากตัวอักษรในภาษาอังกฤษมีทั้งหมด____ตัว, (26)

จะมีพยัญชนะทั้งหมด____ตัว, (21)

และ มีสระทั้งหมด____ตัว, (5)

ในการเลือกสร้างคำที่ประกอบด้วยพยัญชนะ 3 ตัว

จะมีวิธีสร้างได้ทั้งหมด____วิธี, ($26^3 = 17576$)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี____ตัว, (17576)

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เลือกได้คำที่ประกอบด้วยพยัญชนะเพียงอย่างเดียว

จะมีวิธีสร้างคำที่ประกอบด้วยพยัญชนะทั้ง 3 ตัว____วิธี, ($21^3 = 9261$)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี____ตัว, (9261)

$\therefore$ P(E) = ____หรือ____, ($\frac{9261}{17576}$ หรือ 0.53)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้พยัญชนะเพียงอย่างเดียวเท่ากับ____,

(0.53) ตอบ

โจทย์ปัญหาข้อที่ 5 เลือกกรรมการ 4 คน จากกลุ่มซึ่งมีชาย 4 คน หญิง 5 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ชายอย่างน้อย 1 คน

วิธีทำ เลือกกรรมการ 4 คนจากกลุ่มซึ่งมีชาย 4 คน หญิง 5 คน

จะมีวิธีเลือกได้ทั้งหมด____วิธี, $\binom{9}{4} = 126$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S มี____ตัว, (126)

ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เลือกได้ชายอย่างน้อย 1 คน

จะมีวิธีเลือกได้ทั้งหมด ___ + ___ + ___ + ___, $[\binom{4}{1}\binom{5}{3} + \binom{4}{2}\binom{5}{2} + \binom{4}{3}\binom{5}{1} + \binom{4}{4}\binom{5}{0}]$

= ___ + ___ + ___ + ___, (40 + 60 + 20 + 1)

= ___ วิธี, (121)

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E มี___, (121)

$\therefore P(E)$ = ___หรือ___, ($\frac{121}{126}$ หรือ 0.96)

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะได้ผู้ชายอย่างน้อย 1 คนเท่ากับ___, (0.96)

ตอบ

2. <u>โจทย์การบ้าน</u>

1. ในการประชุมทางการเมืองครั้งหนึ่ง มีตัวแทนของประเทศเข้าร่วมประชุมทั้งหมด 52 ประเทศ โดยที่แต่ละประเทศส่งตัวแทนเข้าประชุมประเทศละ 6 คน ถ้าเลือกคนมา 5 คน จากคนที่เข้าร่วมประชุมทั้งหมดโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่คนทั้ง 5 นั้นมาจากประเทศต่าง ๆกัน

2. สลากล็อตเตอรี่ขายทั้งหมด 100 ใบ มีรางวัลที่ 1 1 รางวัล รางวัลที่ 2 2 รางวัล และรางวัลที่ 3 10 รางวัล ถ้าซื้อล็อตเตอรี่มา 5 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่

(ก) ไม่ถูกรางวัลเลย

(ข) ถูกรางวัลทั้ง 5 ใบ

(ค) ถูกรางวัลที่ 1

3. ถ้าเรานำอักษรในคำว่า "engineering" มาเขียนลงในท่อนไม้เล็ก ๆ แล้วผสมกันนำมาเรียงแถวใหม่อย่างสุ่ม ๆ จงหาความน่าจะเป็นที่

(ก) พบพวกที่ e 3 ตัวอยู่ติดกัน

(ข) พบพวกที่ e 2 ตัวอยู่ติดกัน

4. ชั้นเรียนหนึ่งมีชาย 10 คน และหญิง 6 คน ต้องการเลือกกรรมการ 3 คน โดยวิธีสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่เลือกได้

(ก) ชาย 3 คน

(ข) ชาย 2 คนเท่านั้น

(ค) ชายอย่างน้อย 1 คน

(ง) หญิง 2 คนเท่านั้น

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารแนะแนวทาง
2. ซอล์คสี

กิจกรรมการเรียนการสอน

ห้องเรียนที่ 2

ขั้นนำ

ครูทบทวนโดยการถาม-ตอบ ในเรื่องต่อไปนี้

- กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับกฎข้อที่ 1-7
- การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และการหาความน่าจะเป็นโดยการแจงนับสมาชิกและการกำนวณหาสมาชิก
- คุณสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น
- กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น กฎข้อที่ 1-3

ขั้นสอน

1. ครูบอกขั้นตอนในการทำโจทย์ปัญหาในเอกสารแนะแนวทางข้อที่ 1-5 ดังนี้

1.1 ให้นักเรียนอ่านคำแนะนำเบื้องต้นของเอกสารแนะแนวทางให้เข้าใจ

1.2 ให้นักเรียนอ่านคำถามจากโจทย์ปัญหาให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร แล้วดำเนินการหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยเขียนคำตอบต่าง ๆ ลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้จนครบทุกช่อง

2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆละ 5-6 คน ให้ช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาในเอกสารแนะแนวทาง ขณะที่นักเรียนทำครูจะเดินดูให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขพร้อมไปด้วย

ห้องเรียนที่ 1

ขั้นนำ

เหมือนห้องเรียนที่ 2

ขั้นสอน

1. เหมือนห้องเรียนที่ 2

2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่ม ให้ใช้เครื่องคิดเลขช่วยกันคำนวณแก้โจทย์ปัญหาในเอกสารแนะแนวทาง หลังจากนักเรียนทุกกลุ่มทำเสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนออกมาเฉลย

	คำตอบกลุ่มละ 1 ข้อ ซึ่งมีอยู่ 5 ข้อเท่ากับจำนวนกลุ่ม โดยครูเป็นผู้ตัดสินความถูกต้อง หลังจากนั้นให้นักเรียนตรวจแก้ไขคำตอบที่ยังไม่ถูกต้องให้ถูกต้อง
ขั้นสรุป 1. ครูสรุปบทเรียนอีกครั้ง โดยการถาม-ตอบ 2. ครูให้การบ้าน	ขั้นสรุป 1-2 เหมือน ห้องเรียนที่ 2

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่อง

"ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น"

ตารางจำแนกข้อสอบ

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 015)

เรื่อง "ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น"

จำนวน 40 ข้อ

เนื้อหา / พฤติกรรม	ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวมข้อสอบ	ความยากง่าย
1. การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ	3	2	1	-	6	4
2. เหตุการณ์	2	1	4	-	7	3
3. ความน่าจะเป็น	3	2	7	2	14	1
4. กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น	3	2	7	1	13	2
รวม	11	7	19	3	40	
อันดับความสำคัญ	2	3	1	4		

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 015)

เรื่อง "ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น"

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 5 ตัวเลือก มีข้อทดสอบทั้งสิ้น 40 ข้อ ๆละ 1 คะแนน
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง
3. การตอบในแต่ละข้อ ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย ✕ ลงในช่องที่ตรงกับที่นักเรียนเลือกในกระดาษคำตอบ
4. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ให้ทำเครื่องหมาย ═ ทับคำตอบเดิม แล้วทำเครื่องหมาย ✕ ลงในช่องที่เลือกใหม่

ตัวอย่าง

กระดาษคำตอบ

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1		═		✕	

ข้อ ข เป็นข้อที่นักเรียนไม่ต้องการเลือก จึงเปลี่ยนมาเป็นข้อ ง

5. ข้อสอบทุกแผ่นให้ส่งคืนหลังสอบเสร็จแล้ว ห้ามมิให้นักเรียนเขียนข้อความใด ๆหรือทำเครื่องหมายใด ๆลงในข้อสอบโดยเด็ดขาด
6. ก่อนเริ่มลงมือทำข้อสอบ ให้นักเรียนกรอกรายละเอียดต่าง ๆเกี่ยวกับตัวนักเรียนลงในกระดาษคำตอบให้ครบทุกช่องว่างเสียก่อน
7. การส่งข้อสอบและกระดาษคำตอบ ให้นักเรียนแนบกระดาษคำตอบลงในข้อสอบโดยให้ริมของกระดาษคำตอบโผล่ออกมาเล็กน้อย
8. หากมีข้อสงสัยอื่นใด ให้ยกมือเรียกกรรมการกำกับห้องสอบแต่เพียงผู้เดียว

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 015)

เรื่อง "ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น"

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1. การกระทำในข้อใดเป็นการทดลองสุ่ม?
   ก. การหยิบลูกปิงปอง 1 ลูกจากกล่องใบหนึ่ง
   ข. การหยิบไพ่โพแดง 1 ใบจากไพ่สำรับหนึ่งซึ่งมี 52 ใบ
   ค. การค้นหาประเทศไทยในแผนที่ของทวีปเอเชีย
   ง. พ่อแบ่งเงินให้ลูก 2 คน ๆละเท่า ๆกัน
   จ. การเลือกเส้นทางที่สะดวกและปลอดภัยที่สุดในการเดินทางท่องเที่ยวรอบโลก
2. ข้อใด ไม่ใช่ การทดลองสุ่ม?
   ก. การทอดลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน
   ข. การทำข้อสอบที่เป็นแบบเลือกตอบ
   ค. หยิบฉลากของขวัญในวันขึ้นปีใหม่
   ง. โยนเหรียญบาท 3 อันพร้อม ๆกัน
   จ. ปิดตาหยิบลูกบอลจากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีลูกบอลสีแดง 3 ลูกและสีเขียว 2 ลูก
3. แซมเปิลสเปซหมายถึงอะไร?
   ก. เซตของผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
   ข. เซตของผลลัพธ์ทั้งหมดซึ่งอาจจะเป็นไปได้จากการทดลองสุ่ม
   ค. เซตของผลลัพธ์บางส่วนซึ่งอาจจะเป็นไปได้จากการทดลองสุ่ม
   ง. เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ทั้งหมดซึ่งอาจจะเป็นไปได้จากการทดลองสุ่ม
   จ. เซตที่มีสมาชิกเป็นเพียงบางส่วนของผลลัพธ์ซึ่งอาจจะเป็นไปได้จากการทดลองสุ่ม
4. โยนเหรียญบาทสองอันพร้อมกัน 1 ครั้ง ดังนั้นแซมเปิลสเปซของจำนวนเหรียญที่ออก "หัว" คือข้อใด?
   ก. 0,1
   ข. 1,2
   ค. 0,1,2
   ง. $\{1,2\}$
   จ. $\{0,1,2\}$

5. ครอบครัวหนึ่งต้องการมีบุตร 2 คน ดังนั้นแซมเปิลสเปซของการมีบุตรของครอบครัวนี้เป็นอย่างไร? (ถ้าให้ ช แทนชาย และ ญ แทนหญิง)

ก. $\{(ช,ญ)\}$

ข. $\{(ญ,ช)\}$

ค. $\{(ช,ญ),(ญ,ช)\}$

ง. $\{(ช,ช),(ช,ญ),(ญ,ญ)\}$

จ. $\{(ช,ช),(ช,ญ),(ญ,ช),(ญ,ญ)\}$

6. โยนเหรียญบาท 1 อัน 3 ครั้ง สนใจหน้าที่ออก ดังนั้นแซมเปิลสเปซมีจำนวนสมาชิกกี่ตัว?

ก. 2 ตัว ข. 3 ตัว

ค. 4 ตัว ง. 6 ตัว

จ. 8 ตัว

7. ข้อความใดไม่ถูกต้อง?

ก. $A \cap B$ กับ $B \cap A$ เป็นเหตุการณ์เดียวกัน

ข. $(A')'$ กับ A เป็นเหตุการณ์เดียวกัน

ค. $(A \cup B)'$ กับ $A' \cap B'$ เป็นเหตุการณ์เดียวกัน

ง. $(A \cup B)'$ กับ $A' \cup B'$ เป็นเหตุการณ์เดียวกัน

จ. $(A \cap B)'$ กับ $A' \cup B'$ เป็นเหตุการณ์เดียวกัน

8. ในการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูก 1 ครั้ง แซมเปิลสเปซ คือ $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ ดังนั้น เหตุการณ์ที่จะเป็นไปได้ทั้งหมดจากการทอดลูกเต๋าครั้งนี้ มีทั้งหมดกี่เหตุการณ์?

ก. 8 เหตุการณ์ ข. 16 เหตุการณ์

ค. 32 เหตุการณ์ ง. 36 เหตุการณ์

จ. 64 เหตุการณ์

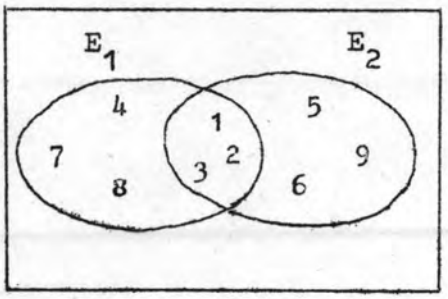
9. หยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ ให้ E เป็นเหตุการณ์ที่หยิบไพ่ขึ้นได้เป็น Q หรือ K หรือ A ดังนั้น จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E เป็นเท่าไร?

ก. 3 ตัว ข. 4 ตัว

ค. 12 ตัว ง. 15 ตัว

จ. 16 ตัว

10. กำหนดแผนภาพของ เวนน์ – ออยเลอร์ ดังนี้



เหตุการณ์ $(E_1 \cap E_2) \cup E_1'$ คือข้อใด?

ก. {1,2,3,5,6,9}

ข. {1,2,3,5,8,9}

ค. {1,2,3,4,7,8}

ง. {4,5,6,7,8,9}

จ. {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

ให้ใช้สิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 11 – 13

ทอดลูกเต๋า 1 ลูกพร้อม ๆกับโยนเหรียญบาท 1 อัน

ให้ A = เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มที่หารด้วย 2 ลงตัวและเหรียญขึ้นหัว

B = เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มที่หารด้วย 3 ลงตัวและเหรียญขึ้นก้อย

C = เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มเป็นจำนวนเฉพาะและเหรียญขึ้นหัว

D = เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่

E = เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัว

และ กำหนดให้ หัว แทนด้วย ห ก้อย แทนด้วย ก

11. เหตุการณ์ในข้อใดที่ไม่เกิดร่วมกัน?

ก. A กับ B ข. A กับ D

ค. C กับ D ง. C กับ E

จ. D กับ E

12. จากที่กำหนดให้ $A \cap C$ คือข้อใด?

ก. {(2,ห)} ข. {(2,ห),(4,ห),(6,ห)}

ค. {(2,ห),(3,ห),(5,ห)} ง. {(2,ห),(3,ห),(4,ห),(5,ห),(6,ห)}

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

13. จากที่กำหนดให้ $(A \cup B) \cap (C \cup D)$ คือข้อใด?

ก. {(2,ห)} ข. {(2,ห),(4,ห),(6,ห)}

ค. {(2,ห),(4,ห),(6,ก)} ง. {(2,ห),(4,ห),(6,ห),(6,ก)}

จ. {(2,ห),(2,ก),(3,ห),(3,ก),(4,ห),(4,ก),(5,ห),(5,ก),(6,ห),(6,ก)}

14. ถ้า $S = \{ x \mid x$ เป็นผลรวมของแต้มบนลูกเต๋า $\}$ เป็นแซมเปิลสเปซของการทอดลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นเท็จ?

ก. $S = \emptyset$

ข. $P(S) = 1$

ค. $1 \notin S$

ง. S มีสมาชิก 36 ตัว

จ. มี $x, y \in S$ ซึ่ง $P(\{x\}) \neq P(\{y\})$

15. ข้อใดเป็นเท็จ?

ก. ถ้า $P(E) = 0$ หมายความว่าเหตุการณ์ E ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย

ข. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใด ๆจะมีค่าน้อยกว่า 1 เสมอ

ค. ถ้า $P(E) = 1$ หมายความว่าเหตุการณ์ E จะเกิดขึ้นแน่นอน 100%

ง. ถ้า $P(E) = \frac{1}{2}$ หมายความว่าเหตุการณ์ E จะเกิดหรือไม่เกิดมีเท่า ๆกัน

จ. ถ้า $P(E_1) = \frac{1}{5}$ และ $P(E_2) = \frac{2}{5}$ หมายความว่าเหตุการณ์ E_2 มีโอกาสเกิดขึ้นมากกว่าเหตุการณ์ E_1

16. ทอดลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะขึ้นแต้มเท่ากันทั้งสองลูกเป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{2}{3}$ ง. $\frac{1}{6}$

จ. $\frac{1}{36}$

17. สัญลักษณ์ $P(E \cap F')$ มีความหมายตรงกับข้อใด?

ก. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E หรือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่ใช่เหตุการณ์ F

ข. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่ใช่เหตุการณ์ F

ค. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่ใช่เหตุการณ์ E และเหตุการณ์ F

ง. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E และเหตุการณ์ที่ไม่ใช่เหตุการณ์ F

จ. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E หรือเหตุการณ์ที่ไม่ใช่เหตุการณ์ F

18. ในการจับฉลากชื่อนักเรียนจำนวน 45 คนซึ่งเป็นชาย 23 คนเป็นหญิง 22 คน เพื่อคัดเลือกนักเรียนเอาไว้ 10 คน ปรากฏว่าในการจับฉลาก 9 ครั้งแรกได้ผู้ชาย 5 คน จงหาว่าในการจับฉลากครั้งที่ 10 เหตุการณ์ "ได้ผู้ชาย" มีความน่าจะเป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{36}$ ข. $\frac{18}{36}$

ค. $\frac{1}{45}$ ง. $\frac{18}{45}$

จ. $\frac{23}{45}$

19. โยนเหรียญ 3 อัน คือ เหรียญบาท เหรียญห้าสิบสตางค์ และเหรียญสลึงพร้อมกัน 1 ครั้ง ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เหรียญจะออกหัว 2 อัน ก้อย 1 อัน เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{2}{3}$

ค. $\frac{1}{4}$ ง. $\frac{1}{8}$

จ. $\frac{3}{8}$

20. สามี - ภรรยา 6 คู่ ต้องการเลือกตัวแทนสมาชิก 2 คน โดยแต่ละคนมีโอกาสได้รับเลือกเท่า ๆกัน ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ 2 คนที่ได้รับเลือกจะเป็นสามี - ภรรยากันเป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{5}$ ข. $\frac{1}{6}$

ค. $\frac{1}{11}$ ง. $\frac{6}{11}$

จ. $\frac{1}{12}$

21. หยิบไพ่ 5 ใบโดยสุ่ม จากไพ่สำรับหนึ่งซึ่งมี 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ A ทั้ง 4 ใบ?

ก. $\frac{4}{52}$ ข. $\frac{5}{52}$

ค. $\frac{6}{221}$ ง. $\frac{16}{221}$

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

22. ร้านขายโทรทัศน์แห่งหนึ่ง มีโทรทัศน์ที่ดี 5 เครื่อง ชำรุด 3 เครื่อง สุเทพต้องการซื้อโทรทัศน์จากร้านนี้ 3 เครื่อง ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้เครื่องชำรุดอย่างน้อย 1 เครื่องเป็นเท่าใด?

ก. $\frac{23}{28}$ ข. $\frac{45}{56}$

ค. $\frac{23}{168}$ ง. $\frac{45}{336}$

จ. $\frac{27}{336}$

23. มีคน 8 คน ในจำนวนนี้มี ทองแดง และทองดี รวมอยู่ด้วย ถ้าให้คนทั้ง 8 นั่งเรียงโต๊ะในแนวตรง ความน่าจะเป็นที่ทองแดงและทองดีนั่งติดกัน เป็นเท่าไร?

ก. 1
ข. $\frac{1}{4}$
ค. $\frac{3}{4}$
ง. $\frac{1}{8}$
จ. $\frac{7}{8}$

24. มีถุงมือ 3 คู่ สีขาว สีดำ และสีเทา แยกข้างวางคละกันอยู่ในกล่องใบหนึ่ง หลับตาหยิบถุงมือขึ้นมา 2 ข้างพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงมือสีต่างกัน เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{5}$
ข. $\frac{3}{5}$
ค. $\frac{4}{5}$
ง. $\frac{1}{15}$
จ. $\frac{2}{15}$

25. มีลูกแก้วสีแดง 24 ลูก สีขาว 45 ลูก และสีน้ำเงินจำนวนหนึ่ง วางคละกันอยู่ในถุงใบหนึ่ง และทราบว่าความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดง 1 ลูก และสีขาว 1 ลูกมีค่าเป็น $\frac{1}{6}$ และ $\frac{1}{3}$ ดังนั้นจะมีลูกแก้วสีน้ำเงินอยู่ในถุงใบนั้กี่ลูก?

ก. 36 ลูก
ข. 72 ลูก
ค. 74 ลูก
ง. 80 ลูก
จ. 82 ลูก

26. ดึงไพ่ใบหนึ่งออกจากสำรับซึ่งมีไพ่ 52 ใบ ดังนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ในข้อใดผิด?

ก. ได้ เอ = $\frac{1}{13}$
ข. ได้ไพ่สีแดง = $\frac{1}{3}$
ค. ได้ดิงส์โพแดง = $\frac{1}{52}$
ง. ได้ไพ่ที่มีรูปร่างเป็นคนและมีสีดำ = $\frac{3}{26}$
จ. ได้เลข 5 หรือเลข 6 หรือเลข 7 หรือเลข 8 = $\frac{4}{13}$

27. จัดให้คน 7 คน ยืนเรียงแถวกันเป็นวงกลม ถ้าแดงและดำอยู่ในจำนวน 7 คนนี้ ความน่าจะเป็นที่แดงยืนชิดกันกับดำ เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{3}$
ข. $\frac{1}{6}$
ค. $\frac{1}{7}$
ง. $\frac{2}{7}$
จ. $\frac{6}{7}$

28. กำหนดให้ $S = \{x, y\}$ และ $P(\{x\}) = a$ ดังนั้น $P(\{y\})$ มีค่าเท่ากับข้อใด?

ก. 0

ข. $\frac{1}{a}$

ค. 2

ง. $1 - 2a$

จ. $1 - a$

29. ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใด ๆใน S ซึ่ง $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$, $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$ ดังนั้น $P(A \cap B)$ มีค่าเท่ากับข้อใด?

ก. $\frac{2}{5}$

ข. $\frac{1}{7}$

ค. $\frac{1}{8}$

ง. $\frac{1}{15}$

จ. $\frac{4}{15}$

30. ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ และ $P(A') = \frac{2}{3}$ ดังนั้น $P(B)$ มีค่าเท่ากับข้อใด?

ก. $\frac{2}{3}$

ข. $\frac{1}{6}$

ค. $\frac{5}{6}$

ง. $\frac{5}{12}$

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

31. ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน และ $P(E_1) = 0.5$ ดังนั้น $P(E_2)$ ควรมีค่าเท่าใด?

ก. $P(E_2) \geq 1$

ข. $P(E_2) \geq 0.5$

ค. $P(E_2) = 0.5$

ง. $P(E_2) \leq 0.5$

จ. $P(E_2) < 0.5$

32. ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ โดยที่ $P(A) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.7$ และ $P(B) = p$ ค่าของ p ควรจะเป็นเท่าไรจึงทำให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน?

ก. 0.01

ข. 0.1

ค. 0.2

ง. 0.3

จ. 0.4

33. ชาย 12 คนไปรับประทานอาหารที่ร้านอาหารแห่งหนึ่ง ปรากฏว่ามีผู้สั่งก๋วยเตี๋ยวผัดไทย 8 คน สั่งข้าวผัด 4 คน และสั่งทั้งก๋วยเตี๋ยวผัดไทยและข้าวผัด 2 คน ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ชายคนหนึ่งจะสั่งก๋วยเตี๋ยวผัดไทยหรือข้าวผัด เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{2}{3}$ ง. $\frac{1}{6}$

จ. $\frac{5}{6}$

34. เลือกเลขจำนวนหนึ่งจากเลขจำนวนเต็มตั้งแต่ 10 ถึง 49 อยากทราบว่าความน่าจะเป็นที่จำนวนนั้นหารด้วย 7 ลงตัว หรือเป็นเลขคี่ เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{3}{20}$

ค. $\frac{13}{20}$ ง. $\frac{23}{40}$

จ. $\frac{29}{40}$

35. ลูกเต๋าลูกหนึ่งทาสีฟ้าหน้าที่มีแต้มเป็น 3 และ 4 หน้าที่เหลือไม่ทาสี ทอดลูกเต๋าลูกนี้ 1 ครั้ง ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะหงายหน้าที่เป็นเลขคี่ หรือหน้าที่ทาสีฟ้าเป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{2}{3}$ ง. $\frac{1}{6}$

จ. $\frac{5}{6}$

36. ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่มีสมาชิกร่วมกัน ซึ่งมี $P(E_1 \cap E_2) = 0.2, P(E_1') = 0.4$ และ $P(E_2') = 0.6$ ดังนั้น $P(E_1 \cup E_2)$ มีค่าเป็นเท่าไร?

ก. 1 ข. 0.8

ค. 0.6 ง. 0.5

จ. 0.4

37. นักเรียนชั้นหนึ่ง เป็นชาย 20 คน และหญิง 10 คน ครึ่งหนึ่งของนักเรียนชายและครึ่งหนึ่งของนักเรียนหญิงมีตาสีน้ำตาล คัดเลือกนักเรียนชั้นนี้มา 1 คน โดยที่นักเรียนแต่ละคนมีโอกาสได้รับเลือกเท่า ๆกัน ดังนั้นความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่ถูกคัดเลือกขึ้นมานั้นจะเป็นหญิงหรือมีตาสีน้ำตาล เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{2}{3}$ ง. $\frac{1}{6}$

จ. $\frac{5}{6}$

38. หมายเลขทะเบียนรถยนต์ในกรุงเทพมหานคร ประกอบด้วยพยัญชนะ 1 ตัว และตัวเลขตามหลังอีก 4 ตัว เช่น $\frac{ก}{ท}$ อ. 0278 ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ขอจดทะเบียนคนหนึ่งจะได้หมายเลข 9999 หรือ 1111 เป็นเท่าไร? (มีข้อแม้ว่าหมายเลข 0000 รวมอยู่ด้วย)

ก. $\frac{1}{10^3}$ ข. $\frac{1}{10^4}$

ค. $\frac{2}{10^4}$ ง. $\frac{1}{10^4-1}$

จ. $\frac{2}{10^4-1}$

39. ในการทายชื่อดาราภาพยนตร์ครั้งหนึ่ง มีผู้ตอบถูก 10 คน เป็นชาย 3 คน หญิง 7 คน แต่รางวัลมีให้เพียง 2 รางวัลเท่านั้น จึงใช้วิธีจับฉลากรายชื่อผู้ตอบถูก ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ได้รับรางวัลจะเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{5}$

ข. $\frac{2}{9}$

ค. $\frac{1}{10}$

ง. $\frac{7}{15}$

จ. $\frac{7}{21}$

40. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S
จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ $P(E') = 1 - P(E)$

$P(E \cup E') = P(S)$ ..... (1)

$P(E') = 1 - P(E)$ ..... (2)

$P(E \cup E') = 1$ เนื่องจาก $P(S) = 1$ ..... (3)

$P(E \cup E') = P(E) + P(E')$ เนื่องจาก $E \cap E' = \emptyset$ ..... (4)

$E \cup E' = S$ ..... (5)

$1 = P(E) + P(E')$ ..... (6)

ก. (6)⟶(2)⟶(3)⟶(4)⟶(1)⟶(5)

ข. (5)⟶(1)⟶(3)⟶(4)⟶(6)⟶(2)

ค. (4)⟶(3)⟶(1)⟶(5)⟶(6)⟶(2)

ง. (3)⟶(5)⟶(1)⟶(4)⟶(6)⟶(2)

จ. (1)⟶(2)⟶(3)⟶(4)⟶(5)⟶(6)

ภาคผนวก ง

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ และผู้มีประสบการณ์ด้านการสอนคณิตศาสตร์

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ และผู้มีประสบการณ์ด้านการสอนคณิตศาสตร์

1. ผู้ทรงคุณวุฒิ และผู้มีประสบการณ์ด้านการสอนคณิตศาสตร์ ที่ตรวจ และปรับปรุงแก้ไข แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น" สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1. รองศาสตราจารย์ ยุพิน พิพิธกุล	ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. อาจารย์ ถนอม บุญปก	ฝ่ายวิชาการ โรงเรียนรัตนบุรี อำเภอรัตนบุรี จังหวัดสุรินทร์
3. อาจารย์ ปัญญัติ ทองคำ	หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนรัตนบุรี อำเภอรัตนบุรี จังหวัดสุรินทร์

2. ผู้ทรงคุณวุฒิ และผู้มีประสบการณ์ด้านการสอนคณิตศาสตร์ ที่ตรวจ และปรับปรุงแก้ไข แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น" สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1. รองศาสตราจารย์ ดร.สำเริง บุญเรืองรัตน์	สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
2. อาจารย์ พินิจ ดลเสมอ	หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสิรินธร อำเภอเมือง จังหวัดสุรินทร์
3. อาจารย์ สมบูรณ์ นาครินทร์	หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสุรวิทยาคาร อำเภอเมือง จังหวัดสุรินทร์

ประวัติผู้วิจัย

นายวิชัย สนทอง เกิดเมื่อวันที่ 23 พฤษภาคม 2494 ที่ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดสุรินทร์ สำเร็จการศึกษาปริญญาการศึกษาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม ในปีการศึกษา 2518 รับราชการครั้งแรกที่โรงเรียนโกสุมวิทยาสรรค์ อำเภอโกสุมพิสัย จังหวัดมหาสารคาม เข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2525 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ โรงเรียนรัตนบุรี อำเภอรัตนบุรี จังหวัดสุรินทร์