บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาการปรับค่าความน่าจะเป็นที่จะเสียชีวิตภายใน 1 ปีข้างหน้า ของคนที่ขณะนี้อายุ x ปี สำหรับข้อมูลการประกันชีวิตแบบไม่สมบูรณ์ด้วยวิธีการปรับทางสถิติที่เสนอในที่นี้มี 3 วิธี คือ

1. วิธีการปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก
2. วิธีการปรับแบบวิทแทคเกอร์
3. วิธีการปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความแปรปรวนต่ำสุด

วิธีการปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก เป็นวิธีการปรับค่าประมาณ q'_x อย่างง่าย โดยหลักของการเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก วิธีการปรับแบบวิทแทคเกอร์เป็นวิธีการปรับที่อาศัยหลักของการถ่วงน้ำหนัก และการประมาณค่าต่ำสุดของผลต่างที่ต้องการปรับ q''_x กับค่าประมาณเริ่มต้น q'_x ส่วนวิธีการปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความแปรปรวนต่ำสุด เป็นวิธีการปรับที่อาศัยหลักทางสถิติ ในเรื่องของความแปรปรวนต่ำสุดของผลต่างของค่าประมาณที่ต้องการปรับ สำหรับวิธีการประมาณค่าความน่าจะเป็น q'_x นั้นอาศัยหลักการเกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้น คือ จำนวนผู้เสียชีวิตหารด้วยจำนวนผู้เสี่ยงภัยทั้งหมด

การวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) สร้างสถานการณ์ต่าง ๆ และในการหาค่าประมาณความน่าจะเป็น q'_x เริ่มต้นนั้นจะทำการประมาณสำหรับอายุ x ในช่วง 0 - 100 ปี ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ เมื่อขนาดตัวอย่างมี 5 ระดับ คือ 500, 700, 1,000, 1,500 และ 2,000 ตามลำดับ โดยทำซ้ำ 2,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

<u>แผนการทดลอง</u>

การวิจัยครั้งนี้ต้องการปรับค่าประมาณความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะเสียชีวิตภายใน 1 ปีข้างหน้า สำหรับข้อมูลประกันชีวิตแบบไม่สมบูรณ์โดยอาศัยวิธีการทางสถิติ 3 วิธีในการ

ปรับค่าประมาณ q'_x ภายใต้ข้อมูลของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต ซึ่งมีการแจกแจง สองรูปแบบ และการแจกแจงของระยะเวลาการถอนตัวอีกสองรูปแบบ ช่วงอายุที่ศึกษา 25 - 65 ปี หรือ 41 ช่วงอายุ ที่ขนาดตัวอย่าง 5 ระดับและระดับผลต่างของค่าประมาณที่ต้องการปรับ (z) อีก 4 ระดับในวิธีการปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความแปรปรวนต่ำสุด และการปรับแบบวิทแทคเกอร์ จำนวนค่าประมาณในการเฉลี่ยเคลื่อนที่ (n) อีก 23 ระดับ รวมทั้งสิ้น 1,428 สถานการณ์ โดยจะเปรียบเทียบค่าปรับ q_x'' ที่ได้จาก 3 วิธี โดยพิจารณาค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสมบูรณ์ (Mean Absolute Percent Error , MAPE) เพื่อหาวิธีที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ต่อไป รายละเอียดของแผนการทดลองมีดังต่อไปนี้

1. ระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต T มีการแจกแจงสองรูปแบบ คือ
   1.1 การแจกแจงแบบไวบูลล์
   1.2 การแจกแจงแบบกอมเพิรตซ์
2. ระยะเวลาการถอนตัว W มีการแจกแจงสองรูปแบบ คือ
   2.1 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ
   2.2 การแจกแจงแบบเบต้า
3. ผู้วิจัยสนใจศึกษาค่าปรับ q_x'' สำหรับอายุ x ปี ในช่วง 25 - 65 ปี
4. ขนาดตัวอย่างที่นำมาศึกษามี 5 ระดับ คือ 500, 700, 1,000, 1,500 และ 2,000 ตามลำดับ

<u>ขั้นตอนในการวิจัย</u>

แบ่งเป็น 6 ขั้นตอนหลักดังนี้

1. จำลองระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตจากการแจกแจงแบบไวบูลล์ และการแจกแจงแบบกอมเพิรตซ์
2. กำหนดระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต ให้มีลักษณะของข้อมูลเป็นแบบถูกตัดปลายทางขวา
3. จำลองระยะเวลาการถอนตัวจากการแจกแจง แบบสม่ำเสมอ และการแจกแจงแบบเบต้า
4. การหาค่าประมาณ q'_x ด้วยวิธีคณิตศาสตร์ประกันภัยโดยอาศัยระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตและระยะเวลาการถอนตัว แล้วแต่เหตุการณ์ใดจะเกิดขึ้นก่อน

5. การหาค่าปรับ q''_x ด้วยวิธีการทางสถิติทั้ง 3 วิธี จากค่าประมาณ q'_x ที่ได้ในข้อ 4.

6. หาค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์จากการประมาณค่า q'_x และค่าปรับ q''_x แล้วทำการเปรียบเทียบเพื่อที่จะหาวิธีการปรับที่ดีที่สุด

รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

1. การจำลองระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตจากการแจกแจงสองรูปแบบ คือ การแจกแจงแบบไวบูลล์ และการแจกแจงแบบกอมเพิรตซ์

1.1 เมื่อ T มีการแจกแจงแบบไวบูลล์

$$t_i = \left[- \frac{n+1}{k} \ln (1-U) \right]^{1/n+1} \quad , \ i = 1,2, \ldots, m$$

โดย t_i เป็นระยะเวลาของคนที่ i จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต

U เป็นตัวเลขสุ่มที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1

k,n เป็นค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นสำหรับการจำลองข้อมูล โดยรายละเอียดของค่าพารามิเตอร์นี้แสดงในภาคผนวก

1.2 เมื่อ T มีการแจกแจงแบบบกอมเพิรตซ์

$$t_i = \frac{\ln \left[1 - \frac{\ln c}{B} \ln(1-U) \right]}{\ln c} \quad , \ i = 1, 2, \ldots m$$

โดย t_i เป็นระยะเวลาของคนที่ i จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต

U เป็นตัวเลขสุ่มที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1

B,c เป็นค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นสำหรับการจำลองข้อมูล โดยรายละเอียดของค่าพารามิเตอร์นี้แสดงในภาคผนวก

2. การจำลองระยะเวลาการถอนตัวจากการแจกแจงสองรูปแบบ คือ การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ และการแจกแจงแบบเบต้า

2.1 เมื่อ W มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ

$$w_i = U$$

โดย w_i เป็นระยะเวลาของคนที่ i จะถอนตัวออกจากช่วง

U เป็นตัวเลขสุ่มที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1

2.2 เมื่อ W มีการแจกแจงแบบเบต้า

กำหนดให้ $\alpha_1 = 1.5$ และ $\alpha_2 = 5$

$$X_1 = \exp\left(1/\sqrt{(2\alpha_1 - 1)}\ln\left(U/(1-U)\right)\alpha_1\right.$$

$$X_2 = \exp\left(1/\sqrt{(2\alpha_2 - 1)}\ln\left(U/(1-U)\right)\alpha_2\right.$$

$$w_i = X_1/(X_1 + X_2)$$

โดย w_i เป็นระยะเวลาของคนที่ i จะออกจากกลุ่ม

U เป็นตัวเลขสุ่มที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1

α_1, α_2 เป็นค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นสำหรับการจำลองข้อมูล

3. กำหนดระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต ซึ่งจำลองได้จากหัวข้อ 1.1 และ1.2 ข้างต้นให้มีลักษณะของข้อมูลเป็นแบบถูกตัดปลายทางขวา โดยกำหนดให้ $t_i = 1$ เมื่อ $t_i > 1$ และระยะเวลาการถอนตัวซึ่งจำลองได้จากหัวข้อ 2.1 และ 2.2 แล้วแต่เหตุการณ์ใดจะเกิดขึ้นก่อนกัน และการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดช่วงเวลาที่สนใจศึกษา (Observation Period) มีระยะเวลาเป็น 1 ปี ดังนั้นถ้าผู้ใดมีระยะเวลาเกิน 1 ปี ให้ถือว่าผู้นั้นเป็นผู้มีชีวิตอยู่รอดเมื่อสิ้นสุดการศึกษา

4. หาค่าประมาณ q_x ด้วยวิธีการทางสถิติ คือ วิธีคณิตศาสตร์ประกันภัย โดยอาศัยวิธีการประมาณในหัวข้อ 1. ในบทที่ 2 โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

4.1 <u>การประมาณค่า q'_x ด้วยวิธีคณิตศาสตร์ประกันภัย</u>

4.1.1 หาจำนวนผู้ที่เสียชีวิตในช่วงเวลาที่สนใจศึกษา จากจำนวนผู้เสี่ยงภัยทั้งหมด ซึ่งก็คือผู้ที่มีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตน้อยกว่า 1 ปี ($t_i < 1$)

4.1.2 หาค่าประมาณ q_x จากสมการ (2.2)

5. ในการทดลองจำลองข้อมูลเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตและระยะเวลาการถอนตัว ซ้ำกันจำนวน 2,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์กำหนดให้ i แทนรอบที่ทำซ้ำ i = 1, 2,.., 2,000 ดังนั้นค่าประมาณ q'_x หาได้ดังนี้

$$q'_x = \frac{1}{2000}\sum_{i=1}^{2000} q'^{(i)}_x$$

โดย $q'^{(i)}_x$ เป็นค่าประมาณของ q_x สำหรับการทำซ้ำรอบที่ i

6. ค่าปรับ q''_x ด้วยวิธีการทางสถิติ 3 วิธี คือ โดยอาศัยค่าประมาณ q'_x ที่ได้ในหัวข้อ 4.1 มีขั้นตอนดังนี้

6.1 <u>การปรับค่าประมาณด้วยวิธีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก</u>

6.1.1 กำหนดจำนวนค่าประมาณ q'_x ที่ใช้ในการปรับ n ค่า

6.1.2 การหาค่าสัมประสิทธิการเฉลี่ยเคลื่อนที่ a_i จากสมการ (2.8)

6.1.3 หาค่าปรับ q''_x จากสมการ (2.9)

6.2 <u>การปรับค่าประมาณด้วยวิธีวิทแทคเกอร์</u>

6.2.1 กำหนดค่าระดับผลต่างของค่าที่ต้องการประมาณ

เมื่อ z = 1, 2, 3 และ 4 จะได้

$$\Delta q''_x = q''_{x+1} - q''_x$$

$$\Delta^2 q''_x = q''_{x+2} - 2q''_{x+1} + q''_x$$

$$\Delta^3 q''_x = q''_{x+3} - 3q''_{x+2} + 3q''_{x+1} - q''_x$$

$$\Delta^4 q''_x = q''_{x+4} - 4q''_{x+3} + 6q''_{x+2} - 4q''_{x+1} + q''_x$$

6.2.2 หาค่าต่ำสุดของสมการ (2.10) โดยการหาค่าอนุพันธ์บางส่วน

6.2.3 หาค่าปรับ q''_x จากสมการ (2.13) โดยการแก้สมการเมตริกซ์ด้วยวิธี โชเลสกี (Choleski factorization)

6.3 การปรับค่าประมาณด้วยวิธีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความแปรปรวนต่ำสุด

6.3.1 กำหนดจำนวนค่าประมาณ q'_x ที่ใช้ในการปรับ n ค่า

6.3.2 หาค่าสัมประสิทธิการเฉลี่ยเคลื่อนที่ a'_i และ b'_i จากสมการ (2.16) และจากสมการ (2.24)

6.3.3 หาค่าสัมประสิทธิการเฉลี่ยเคลื่อนที่ a_i จากสมการ (2.19) โดยอาศัยค่า a'_i และ b'_i จากหัวข้อ 4.3.2

6.3.4 หาค่าปรับ q''_x จากสมการ (2.27)

7. เมื่อได้ค่าปรับ q''_x แล้วหลังจากนี้จะคำนวนเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (APE) และค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (MAPE)

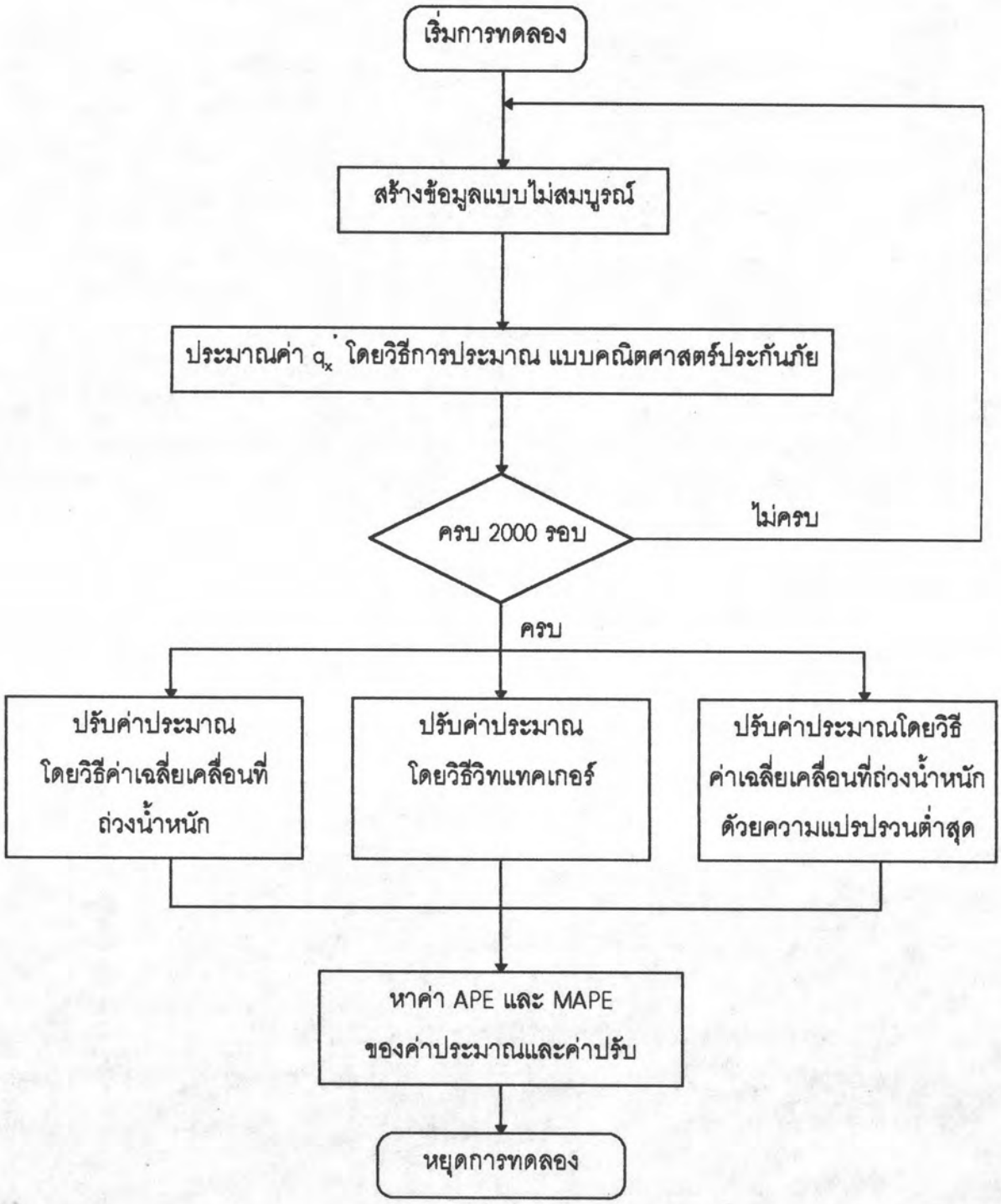
$$APE_x = 100^* \left| q_x - q''_x \right| / q_x$$

$$MAPE = \frac{1}{41} \sum_{x=25}^{65} APE_x$$

จากนั้นจะนำค่า MAPE ของการปรับค่า q''_x ของวิธีการปรับทั้ง 3 วิธี มาเปรียบเทียบเพื่อหาวิธีการใดให้ค่า MAPE ต่ำที่สุดวิธีการนั้นจะเป็นวิธีการปรับที่ดีที่สุดของแต่ละสถานการณ์

<u>โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย</u>

โปรมแกรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เขียนด้วยภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) โดยใช้กับเครื่อง AMDAHL 5860 ซึ่งในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองลักษณะการทำงานของโปรแกรมจะเหมือนกัน สำหรับรายละเอียดของโปรแกรมจะแสดงไว้ในภาคผนวก ซึ่งจะเป็นโปรแกรมการทำงานของแต่ละวิธีการปรับ



รูปที่ 3.1 แสดงผังงานสำหรับหาค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดคลื่อนสัมบูรณ์ (MAPE) จากการปรับค่าประมาณด้วยวิธีการปรับทั้ง 3 วิธี