บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการศึกษางานทางด้านคณิตศาสตร์ประกันชีวิต ไม่ว่าจะเป็นการคำนวณหาอัตราเบี้ยประกันภัย (Premium rates) เงินสำรอง (Reserves) การวิเคราะห์สินทรัพย์ (Asset Share Analysis) หรือ การวิเคราะห์ค่าใช้จ่าย (Expense Analysis) องค์ประกอบที่สำคัญองค์ประกอบหนึ่งในการคำนวนค่าต่างๆเหล่านี้ คือค่าความน่าจะเป็นที่จะเสียชีวิต ภายใน 1 ปี ข้างหน้าของคนที่ขณะนี้อายุ x ปี หรือ q_x ในการคำนวนหาค่าจริง q_x นั้นในทางปฏิบัติยากที่จะกระทำได้ เนื่องจากการบันทึกระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตนั้น จะต้องบันทึกตั้งแต่วันที่เริ่มต้นศึกษาจนกระทั่งคนที่ถูกศึกษาเสียชีวิต ซึ่งต้องใช้เวลาและเสียค่าใช้จ่ายมาก นอกจากนี้ลักษณะของข้อมูลที่ถูกบันทึกมีทั้งข้อมูลที่สมบูรณ์และไม่สมบูรณ์ จึงจำเป็นต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์และสถิติในการประมาณค่า q_x ซึ่งค่าที่ได้จากการประมาณคือ ค่า q'_x

ในการคำนวนด้วยวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในขั้นต้นนั้น ลำดับของค่า q'_x จะมีลักษณะไม่ราบเรียบ (Jagged Pattern) เช่น อาจพบว่าค่า q'_x ของคนที่อายุสูงมีค่าต่ำกว่าค่า q'_x ของคนที่อายุ ต่ำกว่า อันเนื่องมาจากปัญหาความไม่สมบูรณ์ของข้อมูล อาทิเช่น การครบกำหนดอายุของกรมธรรม์ (Ender) การขาดอายุกรมธรรม์ (Lapse) การยกเลิกกรมธรรม์ (Cancelled) นอกจากนี้การประมาณค่าในขั้นต้นนั้นลำดับของค่า q'_x ในแต่ละอายุที่ประมาณไม่มีความสัมพันธ์กัน และยังมีความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ เช่น การปัดเศษในขั้นตอนการคำนวณ เป็นต้น เพราะฉะนั้น การหาค่า q'_x ภายใต้ข้อมูลลักษณะนี้ ค่า q'_x ที่ได้จะขาดความเที่ยงตรงและความเป็นไปได้ หากนำค่า q'_x นี้ไปใช้ในการวิเคราะห์งานต่าง ๆ ดังกล่าวแล้ว ก็อาจทำให้ผลการวิเคราะห์ขาดความถูกต้องและขาดความน่าเชื่อถือได้ ฉะนั้นการปรับค่า q'_x เพื่อให้มีความน่าเชื่อถือขึ้น จึงเป็นเรื่องที่จำเป็น และเป็นขั้นตอนที่นักคณิตศาสตร์ควรจะได้ทำก่อนที่จะนำค่า q'_x นั้นไปใช้ ซึ่งในปัจจุบันมีเทคนิคต่าง ๆ ที่จะใช้ในการปรับค่าประมาณดังกล่าวหลายวิธีด้วยกัน แต่ยังมีข้อจำกัดและมีขั้นตอนการคำนวณที่ยุ่ง

ยากซับซ้อน จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่นักคณิตศาสตร์จะต้องเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมตามแต่กรณี

จากสภาพปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาวิธีการปรับค่า q'_x ที่ได้จากวิธีการประมาณค่าในขั้นต้น ซึ่งจะศึกษาในลักษณะของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต (Future Life Time) T ภายใต้การแจกแจง 2 แบบ คือ การแจกแจงแบบไวบูลส์ (Weibull Distribution) และการแจกแจงแบบกอมเพริตซ์ (Gompertz Distribution) ในลักษณะของข้อมูลแบบไม่สมบูรณ์ ภายใต้การแจกแจงของระยะเวลาการถอนตัว (W) 2 แบบ คือ การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) และการแจกแจงแบบเบต้า (Beta Distribution) และใช้วิธีการประมาณค่า q_x ด้วยวิธีประมาณแบบคณิตศาสตร์ประกันภัย (Actuarial Estimation Method) จากนั้นจะปรับค่า q'_x ที่ประมาณได้ด้วยวิธีทางสถิติ 3 วิธี ซึ่งค่า q'_x ที่ปรับแล้วคือ q''_x ดังต่อไปนี้

1. การปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก (Moving Weighted Average Graduation)
2. การปรับแบบวิทแทคเกอร์ (Whittaker Graduation)
3. การปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความแปรปรวนต่ำสุด (Minimum Variance Moving Weighted Average Graduation)

<u>วัตถุประสงค์ของการวิจัย</u>

เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการปรับค่าความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะเสียชีวิตภายใน 1 ปี สำหรับข้อมูลแบบไม่สมบูรณ์

<u>สมมุติฐานของการวิจัย</u>

การประมาณค่า q_x จากข้อมูลแบบไม่สมบูรณ์ในขั้นต้นนั้นทำให้ค่า q_x' ที่ได้ขาดความเที่ยงตรง และความเป็นไปได้ การปรับค่าความน่าจะเป็นดังกล่าว ด้วยวิธีปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยความแปรปรวนต่ำสุด จะให้ค่าที่ปรับแล้วคือ q''_x มีความเหมาะสมและเป็นไปได้มากกว่า วิธีปรับแบบวิทแทคเกอร์ และ วิธีปรับแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก

<u>ข้อตกลงเบื้องต้น</u>

1.ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้การแจกแจงของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต

T สองรูปแบบ ดังนี้

1.1 การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution) ซึ่งมี k และ n เป็นพารามิเตอร์ และมีฟังก์ชันความหนาแน่นของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต ดังต่อไปนี้

$$f(t) = \begin{cases} k\,t^{n} \exp\left(-\dfrac{kt^{n+1}}{n+1}\right), & t \geq 0,\ k > 0,\ n > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

1.2 การแจกแจงแบบกอมเพริตซ์ (Gompertz Distribution) ซึ่งมี B และ c เป็นพารามิเตอร์ และ มีฟังก์ชันความหนาแน่นของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต ดังต่อไปนี้

$$f(t) = \begin{cases} Bc^{t} \exp\left(-\dfrac{B(c^{t} - 1)}{\ln c}\right), & t \geq 0,\ B > 0,\ c > 1 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

2. ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้การแจกแจงของระยะเวลาการถอนตัว 2 แบบดังต่อไปนี้ คือ

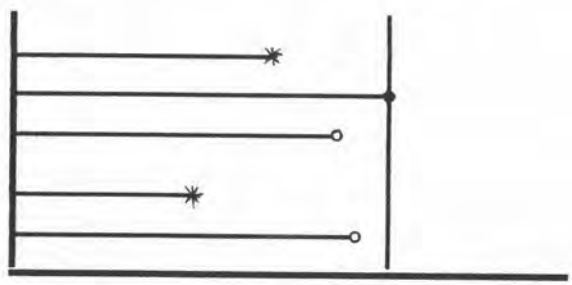
2.1 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1) และ มีฟังก์ชันความหนาแน่น ดังต่อไปนี้

$$f(w) = \begin{cases} 1, & 0 \leq w \geq 1 \\ 0, & \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

2.2 การแจกแจงแบบเบต้า (Beta Distribution) ซึ่งมี α_1 และ α_2 เป็นพารามิเตอร์ และ มีฟังก์ชันความหนาแน่น ดังต่อไปนี้

$$f(w) = \begin{cases} \dfrac{\gamma(\alpha_1 + \alpha_2)}{\gamma(\alpha_1)\gamma(\alpha_2)} w^{\alpha_1 - 1}(1 - w)^{\alpha_2 - 1}, & 0 < w < 1,\ \alpha_1 \text{ และ } \alpha_2 > 0 \\ 0, & \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

3. ในการวิจัยครั้งนี้ เวลาเริ่มต้นสำหรับค่าสังเกตมีลักษณะเป็นการศึกษาแบบติดตามผล (Follow - up Time of Study)[1] โดยการศึกษาลักษณะดังกล่าวนี้ จะกำหนดให้ผู้ที่เข้ามาในช่วงเวลาที่สนใจเป็นจุดเดียวกัน คือ $t = 0$ และ ศึกษาลักษณะของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Type I Censoring) ซึ่งแต่ละคนจะถูกสังเกตุจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ 3 เหตุการณ์ คือ เสียชีวิต การออกจากช่วง การมีชีวิตอยู่ ณ. สิ้นช่วงการศึกษา



t = 0 สิ้นสุดการทดลอง

* ผู้ที่ตายในช่วงที่ศึกษา

o ผู้ที่ออกจากช่วง

• ผู้ที่มีชีวิตอยู่

4. สำหรับวิธีในการคำนวณค่า q'_x นั้น ผู้วิจัยจะคำนวณค่า q'_x ด้วยวิธีประมาณแบบคณิตศาสตร์ประกันภัย (Actuarial Estimation Method)

<u>ขอบเขตของการวิจัย</u>

ในการวิจัยครั้งนี้ จะทำการวิจัยภายใต้ขอบเขต ดังนี้

1. ข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิจัย มีการแจกแจง 2 แบบ สำหรับระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต คือ

1.1 การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution) ซึ่งมี k และ n เป็นพารามิเตอร์

1.2 การแจกแจงแบบกอมเพริตซ์ (Gompertz Distribution) ซึ่งมี B และ c เป็นพารามิเตอร์

2. ข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิจัย มีการแจกแจง 2 แบบ สำหรับระยะเวลาการถอนตัว คือ

2.1 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1)

---

[1] D.R Cox and D. Oakes. " Analysis of Servival Data. " NewYork : Chapman and Hell , 1985 , P3-5

3. ช่วงอายุที่สนใจศึกษา คือ 25 - 65 ปี

4. ขนาดตัวอย่างของการศึกษา มี 5 ระดับ คือ 500, 700, 1,000, 1,500 และ 2,000 ตามลำดับ

<u>เกณฑ์การตัดสินใจ</u>

ในการพิจารณาว่าวิธีการปรับค่า q'_x วิธีใดจะให้ค่าปรับที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลกว่า จะพิจารณาจากการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนระหว่าง ค่าประมาณที่ปรับแล้ว q''_x กับค่า q_x ตามสมมติฐาน [2] ในรูปของค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percent Error, MAPE) วิธีการปรับวิธีใดให้ค่า MAPE ต่ำกว่า จะเป็นวิธีการปรับที่ดีกว่า

<u>ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ</u>

1. เพื่อทราบถึงวิธีการที่เหมาะสมในการปรับค่าประมาณ q_x' ให้มีความถูกต้องและมีความน่าเชื่อถือมากขึ้น และเป็นแนวทางให้นักคณิตศาสตร์และผู้ที่สนใจศึกษา เลือกใช้วิธีการปรับค่าประมาณ q_x' ที่ได้ในงานวิเคราะห์ทางด้านคณิตศาสตร์ประกันชีวิต หรือสาขาประชากรศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม

2. เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจศึกษาได้ทำการวิจัยต่อไป

---

[2] Newton L. Browers "Illustrative Life Table : Basic Function" Actuarial Mathematics, 1986, p 560

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย