บทที่ 2

ทบทวนวรรณคดี

2.1 การคาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม วิธีการคาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มทั่วไปมี 3 วิธี คือ วิธีการสมดุลย์ทางกลศาสตร์ (Static Approach) โดยใช้ความรู้ทางปฐพีวิศวกรรมธรรมดาคำนวณหาความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มจากคุณสมบัติของดินที่ได้จากการสำรวจ และทดสอบตัวอย่างชั้นดิน วิธีการพลศาสตร์ (Dynamics Approach) เป็นวิธีการคาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกเฉพาะแต่เสาเข็มตอก โดยการวิเคราะห์ข้อมูลจากการตอกเข็ม ส่วนอีกวิธีหนึ่ง คือ วิธีการคาดคะเนโดยอาศัยข้อมูลจากการทดสอบการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม

2.1.1 วิธีการสมดุลย์ทางกลศาสตร์ (Static Approach)

สำหรับเสาเข็มเดี่ยว น้ำหนักบรรทุกตามแนวแกนที่กระทำบนหัวเสาเข็ม จะส่งถ่ายไปสู่ดินรอบตัวเสาเข็มสามารถแยกพิจารณาได้สองส่วน คือ ส่วนที่อยู่รอบ ๆ ลำตัวเสาเข็ม และส่วนที่อยู่ปลายเสาเข็ม ดังนั้น ความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม จึงขึ้นอยู่กับความต้านทานต่อการรับน้ำหนักกระทำของดินทั้งสองส่วนดังกล่าว จากสมดุลย์ทางกลศาสตร์

$$Q_u = Q_{su} + Q_{bu} - W$$
$$= q_s A_s + q_b A_b - W$$

ความต้านทานของดินที่อยู่รอบ ๆ ลำตัวเสาเข็ม (side resistance) หลักการวิเคราะห์ คือ จะให้เข็มเป็น rigid body หนึ่ง ความต้านทานของดินที่อยู่รอบ ๆ ลำตัวเสาเข็ม ก็คือความต้านทานต่อการลื่นไถลระหว่างผิวสัมผัสของเสาเข็มและมวลดิน (vesic 1975) ดังนั้น

$$q_s = C_a + \sigma_v K_s \tan \phi_a$$

เมื่อ $C_a = \alpha C$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความต้านทานของดินที่อยู่ปลายเสาเข็ม (End bearing resistance) คำนวณได้จากสมการ bearing capacity สำหรับ deep foundation Terzaghi (1943) ได้เสนอสมการ bearing capcity ของฐานรากยาวแบบตื้น (strip shallow foundation) โดยตั้งข้อสมมุติฐานว่า การพิบัติ (failure) เกิดขึ้นเนื่องจากการเฉือนขาดของดินใต้ฐานราก และดินเกิดเคลื่อนตัวขึ้น (heave) ทางด้านข้างของฐานราก ต่อมาเขาได้ขยายสมการของเขา ใช้สำหรับฐานรากแบบตื้นที่มีรูปวงกลม และรูปสี่เหลี่ยม โดยการปรับแก้ค่าสัมประสิทธิ์ตัวคงที่

สำหรับฐานรากรูปสี่เหลี่ยม

$$q_b = 1.3CN_c + \gamma D_f N_q + 0.4\gamma BN_\gamma$$

สำหรับฐานรากรูปวงกลม $q_b = 1.3CN_c + \gamma D_f N_q + 0.3r\gamma N_\gamma$

เมื่อ γ = หน่วยน้ำหนักของดิน, D_f = ความลึกของฐานราก

N_c, N_q, N_γ = bearing capacity factor

B, r = ความกว้าง, รัศมีของฐานราก

สำหรับฐานรากที่เป็นเสาเข็ม (deep foundation) Terzaghi (1943) กล่าวว่า ให้ใช้สมการเช่นเดียวกับฐานรากแบบตื้นดังกล่าวแล้วในการคำนวณหา beraring capacity ที่ปลายเสาเข็ม Meyerhof(1951) ได้สมมุติตำแหน่งของ failure surface ของดินที่เกิดขึ้นตรงปลายเข็ม แตกต่างไปจากของ Terzaghi (1943) ซึ่งมีผลทำให้ bearing capacity factor ที่คำนวณได้แตกต่างกัน และสำหรับฐานรากที่เป็นเสาเข็มแล้ว ความต้านทานของดินที่ปลายเสาเข็ม

$$q_b = CN_c + \sigma_{vb} N_q + 0.5\gamma BN_\gamma$$

Poulos and Davis (1980) จึงแนะนำสมการที่ใช้คาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มดังนี้

$$Q_b = q_b A_b = (CN_c + \sigma_{vb} N_q + 0.5 \gamma d N_\gamma) A_b$$

$$Q_s = q_s A_s = (\alpha C + \sigma_v K_s \tan \phi_a) A_s$$

$$Q_u = (CN_c + \sigma_{vb} N_q + 0.5 \gamma d N_\gamma) A_b + (\alpha C + \sigma_v K_s \tan \phi_a) A_s - W \text{ ---- } 2.1$$

การคาดคะเนจะถูกต้องแม่นยำหรือใกล้เคียงกับความเป็นจริงเพียงใด จึงขึ้นอยู่กบการเลือกใช้ parameter ต่าง ๆ ในสมการได้เหมาะสมเพียงใด

2.1.1.1 เมื่อเสาเข็มอยู่ในชั้นดินเหนียว ระยะแรกที่ดินเหนียวรับน้ำหนัก (short term) ดินเหนียวจะอยู่ในสภาวะ undrain โดยทั่วไปแล้ว undrain load capacity จะเป็นค่าวิกฤต parameter ที่ใช้ในการวิเคราะห์จึงอยู่ในเทอมของ Total stress Skempton (1948) ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์นี้โดยให้ $\phi = 0$ ดังนั้นในสภาวะ undrain $\phi = 0$; $\phi_a = 0$ (ϕ_a ขึ้นอยู่กับ ϕ ซึ่งจะกล่าวต่อไป) , $N_q = 1$ และ $N_\gamma = 0$ (Poulos and Davis 1980) สมการที่ใช้คาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม เมื่อเสาเข็มอยู่ในชั้นดินเหนียว จึงเป็นดังนี้ คือ

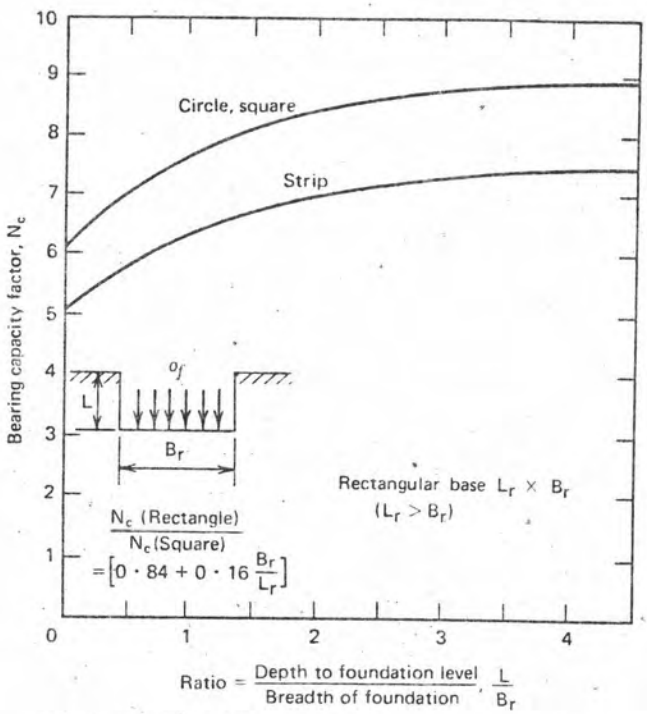
$$Q_u = (CN_c + \sigma_{vb} N_q) A_b + \alpha C A_s - W$$

โดยการสมมุติให้น้ำหนักของดินประมาณเท่ากับน้ำหนักของเสาเข็ม ; $\sigma_{vb} A_b \simeq W$

$$Q_u = CN_c A_b + \alpha C A_s \text{ ---------- } 2.2$$

Bearing Capacity factor N_c

Meyerhof (1951) ได้วิเคราะห์ในเชิงทฤษฎี ได้ค่า $N_c = 9.3 - 9.8$ ขึ้นอยู่กับ frictional resistance ที่เกิดขึ้นที่ปลายเสาเข็ม สำหรับเสาเข็มกลมแล้ว Skempton (1951) พบว่า N_c มีค่าตั้งแต่ 6.14 ถึง 9 สำหรับความยาวของเสาเข็มที่ยาวมากกว่าหรือเท่ากับ 4 เท่า ของเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็มดังรูป 2.1 และจากการทดลองกับเสาเข็มใน London Clay Skempton (1951) สรุปว่า $N_c = 9$ เป็นค่าที่ถูกต้องเพียงพอในการคำนวณหาค่า end bearing capacity ทั้งของเสาเข็มตอก



รูป 2.1 Bearing capacity factor สำหรับฐานรากในชั้น clay (Skempton, 1951)

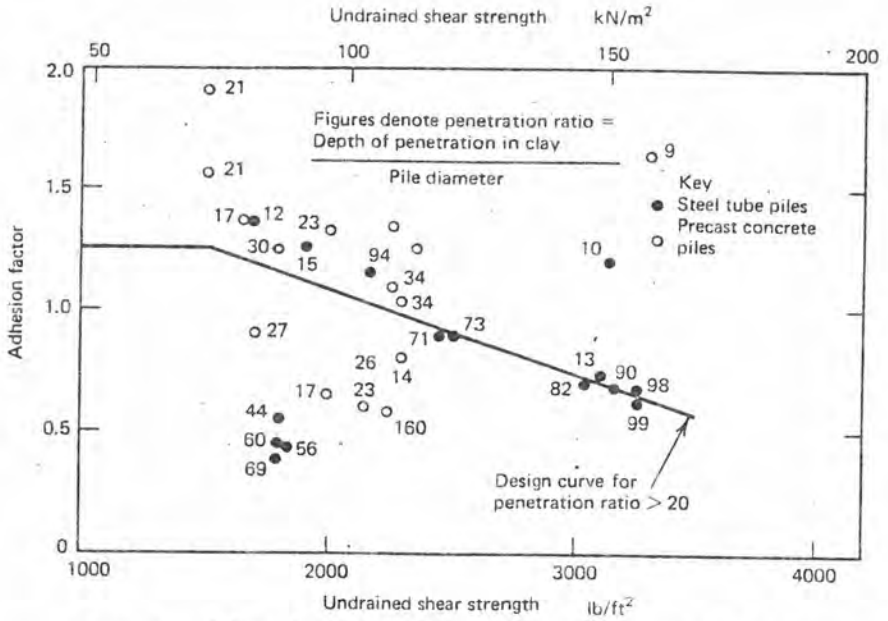
และเสาเข็มเจาะ จากการศึกษาของ Whitaker and Cooke (1966) สำหรับชั้นดินเหนียวแข็งแล้ว $N_c = 9$ เป็นค่าที่เหมาะสม และจากการศึกษารายอื่น ๆ เช่น Mohan (1961) N_c มีค่าประมาณอยู่ระหว่าง 5 ถึง 8 สำหรับ expansive clay Ladanyi (1963) พบว่าสำหรับ insensitive clay N_c มีค่าอยู่ระหว่าง 7.4 ถึง 9.3 เหตุที่ N_c มีค่าแตกต่างกันดังกล่าวแล้ว เนื่องจาก stress-strain behavior ของดินแตกต่างกัน (Poulos and Davis 1980 ; Ladanyi 1963) อย่างไรก็ตาม ความต้านทานของดินเหนียวที่ปลายเสาเข็มนี้ ปกติจะมีค่าอยู่ระหว่าง 10-20% ของความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม ดังนั้น ความแปรผันของความต้านทานของดินเหนียวที่ปลาย เสาเข็มจะไม่มีผลต่อความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มมากนัก (Broms 1966)

ดังนั้น $N_c = 9$ เป็นค่าที่เหมาะสมสำหรับเสาเข็มเจาะและเสาเข็มตอกซึ่งอยู่ในชั้นดินเหนียว

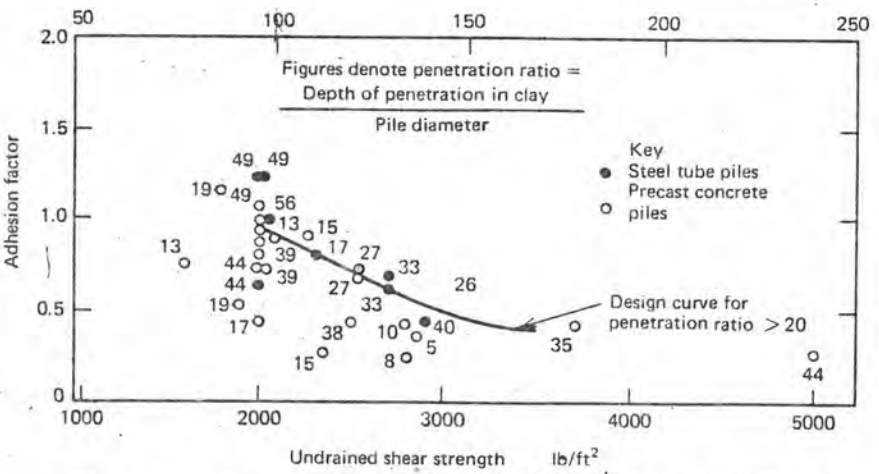
adhesion factor α

ขึ้นอยู่กับกำลังรับน้ำหนักของดินเหนียว รูปร่างทางเรขาคณิตของเสาเข็ม ชนิดของวัสดุที่ใช้ทำเข็ม วิธีการก่อสร้างเข็ม เมื่อ shear strength ของดินเหนียวเพิ่มขึ้น adhesion factor จะมีค่าลดลง ที่ค่า undrain shear strength หนึ่ง ๆ ของดินเหนียว จะให้ค่า adhesion factor ค่าหนึ่ง ๆ ซึ่งค่อนข้างแปรผันมาก (Tomlinson 1969)

สำหรับเสาเข็มตอก จากการศึกษาของ Tomlinson (1957,1970) Peck (1958) Woodward et.al.(1961) Coyle and Reese (1966) Vesic (1967) McCelland (1974) ให้ผลสรุป คือ สำหรับดินเหนียวอ่อนมาก α มีค่าใกล้เคียงหนึ่ง และจะมีค่าลดลง เมื่อ undrain shear strength ของดินสูงขึ้น ส่วน α สำหรับดินเหนียวแข็งจะมีค่าค่อนข้างกระจาย Tomlinson (1970) ได้ศึกษาเสาเข็มตอกในชั้นดินเหนียว และพบว่า ชั้นดินต่าง ๆ ที่อยู่บนดินเหนียวมีผลต่อค่า α ด้วย เขาได้เสนอให้ใช้ค่า α ดังแสดงในตารางที่ 2.1 และรูป 2.2 และ 2.3 สำหรับ undrain shear strength ของดิน $\geq$ 1000 lb/ft^2



รูป 2.2 Adhesion factor สำหรับกรณีย์ I (sand และ gravel อยู่บนชั้น stiff to very stiff cohesive soils)(Tomlinson 1970)



รูป 2.3 Adhesion factor สำหรับกรณี III (stiff to very stiff clay without overlying strata) (Tomlinson 1970)

ตารางที่ 2.2 ADHESION FACTORS สำหรับ BORED PILES ในชั้น CLAY

Soil Type	ahesion factor	Reference
London clay	0.25-0.7	Golder and Leonard (1954)
	Average, 0.45	Tomlinson (1957) Skempton (1959)
Sensitive clay	1	Golder (1957)
Highly expansive clay	0.5	Mohan and Chandra (1961)

ตารางที่ 2.1 ค่าออกแบบสำหรับ adhesion factor ในชั้น stiff cohesive soils (Tomlinson, 1970)

Case	Soil Conditions	Penetration Ration	adhesion factor
I	Sands or sandy soils overlying stiff cohesive soils	<20	1.25
		>20	ดูรูป 2.2
II	Soft clays or silts overlying stiff cohesive soils	<20(>8)	0.40
		>20	0.70
III	Stiff cohesive soils without overlying strata	<20(>8)	0.40
		>20	ดูรูป 2.3

$$\text{Penetration ratio} = \frac{\text{Depth of penetration in stiff clay}}{\text{Pile diameter}}$$

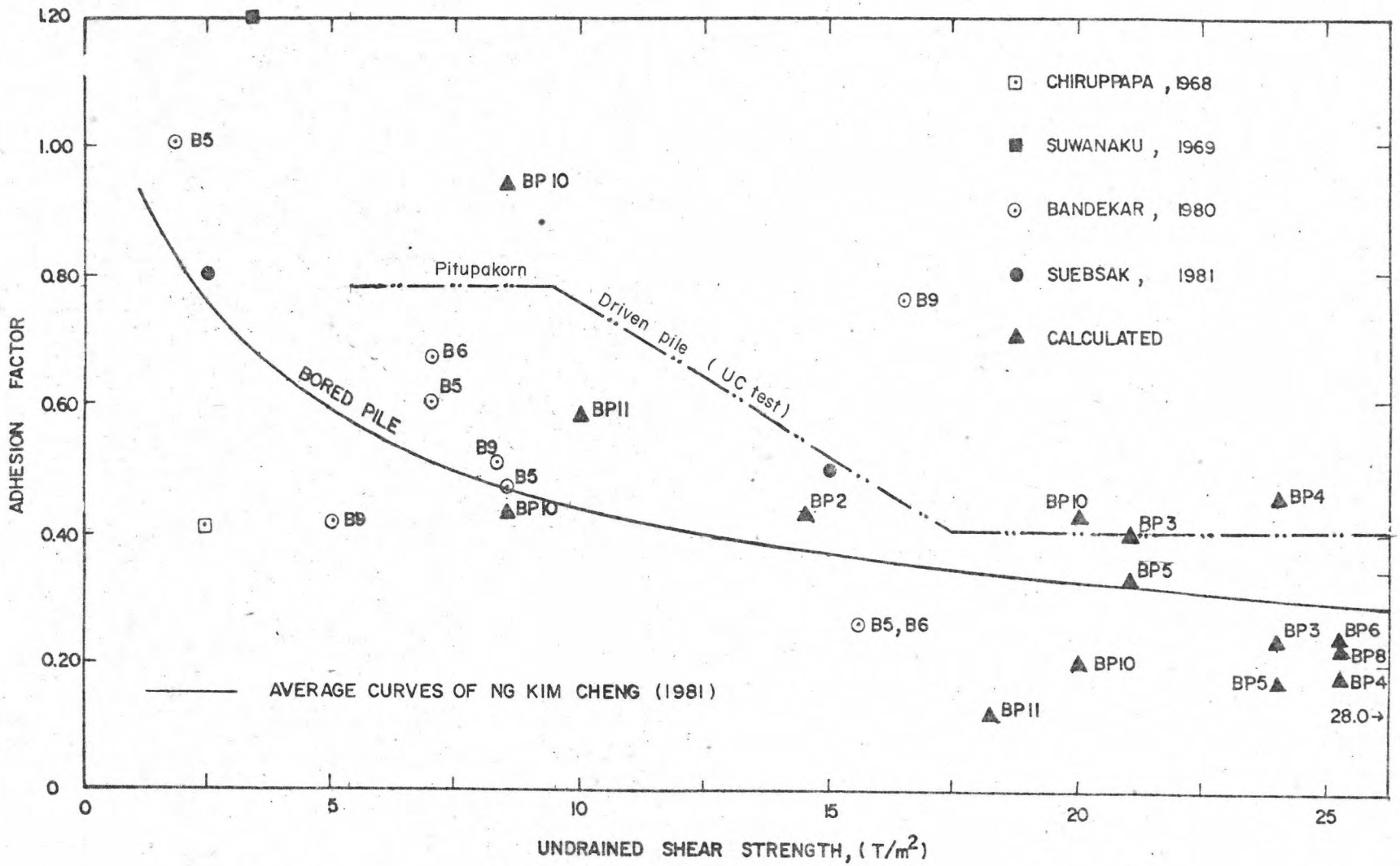
Note 1: Adhesion factors not appllcable to H-section piles.
NOTE 2: Shaft adhesion in overburden soil for cases I and II must be calculated separately.

Tomlinson (1957) ได้ให้เหตุผลว่า การตอกเข็มในชั้นดินเหนียว จะทำให้เกิดช่องว่างขึ้นบางส่วนระหว่างผิวสัมผัสของเสาเข็มและดิน ช่องว่างเหล่านี้อาจเกิดขึ้นเนื่องจากการสั่นสะเทือนจากการตอกเข็ม และเนื่องจากดินเกิดการเคลื่อนตัวขึ้นหรือเคลื่อนตัวออกจากตัวเข็มระหว่างที่เข็มตอกจมลง สำหรับในชั้นดินเหนียวอ่อนแล้ว ดินเหนียวอ่อนสามารถเคลื่อนตัวกลับได้อย่างรวดเร็ว เนื่องจากมี plasticity สูง จึงทำให้ดินเกาะสัมผัสตัวเสาเข็มได้สมบูรณ์ตลอดแนวลำตัวเข็ม adhesion factor α จึงเข้าใกล้หนึ่ง ส่วนในชั้นดินเหนียวแข็ง ดินจะไม่เคลื่อนตัวจะทำให้เกิดช่องว่างดังกล่าวขึ้น การยึดเกาะระหว่างผิวสัมผัสของดินและเสาเข็มจึงมีค่าลดลง adhesion factor จึงมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง

สำหรับดินกรุงเทพฯ adhesion factor สำหรับเสาเข็มตอก จากการศึกษาพบว่า มีค่าแปรผันอยู่ระหว่าง 0.3 ถึง 1.0 (Holmberg 1970) และดินเหนียวอ่อนมีค่าเข้าใกล้หนึ่ง (Brand 1970) Holmberg (1970) ได้เสนอให้ใช้ค่า α สำหรับเข็มตอกคอนกรีตในชั้นดินกรุงเทพ แปรผันกับค่า shear strength ของดิน ดังแสดงในรูป 2.4

สำหรับเสาเข็มเจาะ ข้อมูลของ adhesion factor α ที่ใช้กับเข็มตอกนั้นไม่ขยายนำไปใช้กับเสาเข็มเจาะ (Poulos and Davis 1980) Skempton (1959) ได้แสดงให้เห็นว่า adhsion factor สำหรับเสาเข็มเจาะ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.3 ถึง 0.6 โดยศึกษาจากผลการทดสอบการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม เขาได้แนะนำให้ใช้ α = 0.45 สำหรับเสาเข็มเจาะในสภาวะปกติซึ่งการขุดหลุมเจาะและเทคอนกรีตหล่อเข็มกระทำในเวลาที่ใกล้เคียงกัน Burland and Cooke (1974) ได้เสนอให้ใช้ α แปรผันระหว่าง 0.3 ถึง 0.6 สำหรับเข็มเจาะใน stiff London clay ในทางปฏิบัติโดยทั่วไปล้ว เขาแนะนำให้ใช้ค่า α = 0.45 Polulos and Davis (1980) ได้สรุปค่า α จากผู้ศึกษาต่างได้ศึกษาไว้แล้ว ดังในตารางที่ 2.2

สำหรับดินกรุงเทพ Ng kim Cheng (1981) ได้วิเคราะห์ผลการศึกษาของผู้ศึกษาต่าง ๆ หลายราย อาทิ Chiruppapa (1968) Suwanakul (1969) Promboon (1981) พบว่า α สำหรับเสาเข็มเจาะในชั้นดินดินกรุงเทพมีค่าอยู่ระหว่าง 0.4 ถึง 0.9 และสำหรับชั้นดินเหนียวแข็งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.45 ดังแสดงในรูป 2.4



รูป 2.4 Adhesion factor สำหรับ CLAY (NG KIM CHENG 1981)

2.1.1.2 การคาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มเมื่อเสาเข็มอยู่ในชั้นทราย

เมื่อดินทรายรับน้ำหนักที่ส่งถ่ายจากเสาเข็ม ดินทรายจะอยู่ในสภาวะ drain condition parameter ที่ใช้ในการวิเคราะห์อยู่ในเทอมของ effective stress และให้ค่าความเชื่อมแน่น (cohesion) มีค่าเป็นศูนย์ จากสมการที่ 2.1 เทอมของ 0.5 γdN_γ มีค่าน้อย และสมมุติให้น้ำหนักของดินประมาณเท่ากับน้ำหนักของเสาเข็ม $\sigma'_{vb} A_b = W$ ดังนั้น สมการการคาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มเมื่อเสาเข็มอยู่ในชั้นทราย จึงเป็นดังนี้

$$Q_u = \sigma'_{vb}(N_q - 1)A_b + \Sigma(\sigma'_v K_s \tan \phi'_a)A_s \quad \text{——2.3}$$

σ'_{vb} และ σ'_v จะสมมุติให้มีค่าเท่ากับ effective stress เนื่องจาก overburdcn (Broms 1966; Nordlund 1963) จากการวิจัยของ Vesic (1967) Kerisel (1961) และ Tavenas (1971) สรุปว่า เมื่อเข็มอยู่ในชั้นดินทราย ความต้านทานของดินที่ปลายและลำตัวเข็มจะไม่เพิ่มขึ้นตามความลึกของเข็มที่ยาวเพิ่มขึ้นตลอดไป แต่จะเพิ่มขึ้นตามความลึกของเข็มที่เพิ่มขึ้นจนถึงความลึกวิกฤตแล้วจะมีค่าคงที่ และจากการศึกษาหลายรายต่อมา เช่น Bcp Comm. (1971) Hanna and Tan (1973) ก็ให้ผลเช่นเดียวกัน Poulos and Davis (1980) จึงเสนอให้คำนวณการคาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มในชั้นทราย โดยให้ σ'_{vb} และ σ'_v มีค่าเท่ากับ σ'_{vc} หรือ effective overburden stress ที่ระดับความลึกวิกฤต Z_c ในส่วนของเข็มที่อยู่ลึกเกินความลึกวิกฤต Z_c ในกรณีที่เป็น layered-soil profile Z_c อ้างอิงกับเฉพาะส่วนของเข็มที่จมอยู่ในชั้นทราย ความลึกวิกฤต Z_c สามารถหาจากรูป 2.5 a ซึ่งใช้ได้ทั้งเข็มเจาะและเข็มตอก

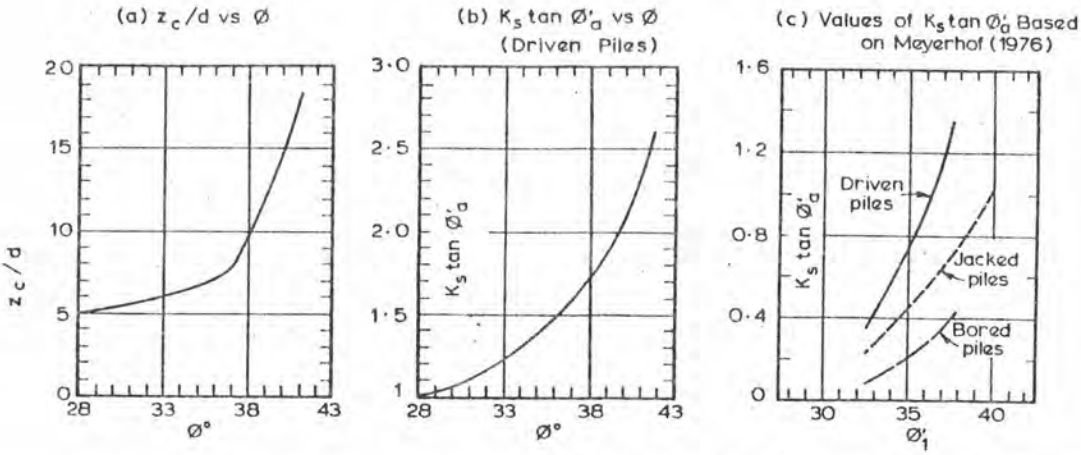
bearing capacity factor N_q

สำหรับเข็มตอก ได้มีผู้ศึกษาไว้หลายรายดังแสดงในรูป 2.6 Nordlund (1963) และ Vesic (1964) พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง bearing capacity factor N_q และ angle of internal friction ϕ ที่เสนอโดย Berezantzev et.al. (1961) ใช้คาดคะเนได้ให้ผลใกล้เคียงกับผลการทดสอบการรับน้ำหนักบรรทุก

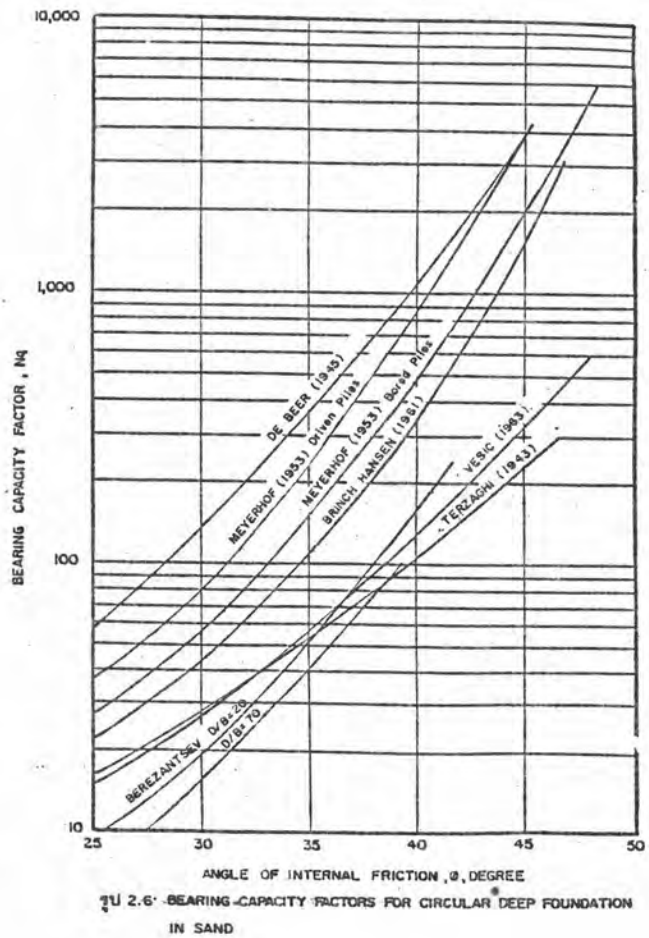
สำหรับเข็มตอก $\phi = 3/4\ \phi_1' + 10$ (รูป 2.5 a และ b)

สำหรับเข็มเจาะ $\phi = \phi_1' - 3$ (รูป 2.5 a), $\phi = \phi_1'$ (รูป 2.5 c)

เมื่อ ϕ_1' = angle of internal friction ก่อนติดตั้งเข็ม



รูป 2.5 ค่าของ Z_c/d และ $K_s \tan \phi'_a$ สำหรับเข็มในชั้นทราย (Poulos and Davis 1980)



รูป 2.6 BEARING CAPACITY FACTORS FOR CIRCULAR DEEP FOUNDATION IN SAND

014169

(load test) ของเสาเข็มจริง Poulos and Davis (1980) ได้เสนอให้ใช้ค่าความสัมพันธ์ระหว่าง N_q และ ϕ ดังกล่าว สำหรับเสาเข็มตอกที่ได้จากการศึกษาของ Berezantsev et.al. (1961) ดังแสดงในรูป 2.7 เขากล่าวว่าแม้ว่าความสัมพันธ์ระหว่าง N_q และ ϕ ที่เสนอโดย Berezantsev นี้ มิค่อยได้คำนึงถึงผลของ relative embedment depth L/d ซึ่งต่างกับการศึกษาของ Meyerhof (1976) ซึ่งได้คำนึงถึงผลของ relative embedment depth L/d แต่ผลการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง N_q และ ϕ ที่เสนอโดย Berezantsev ก็ยังอยู่ในช่วงเฉลี่ยที่ได้จากการศึกษาของ Meyerhof (1976)

ในทางปฏิบัติแล้ว effective angle of shearing resistance ϕ' ของทราย เราจะหาจากความสัมพันธ์ระหว่าง standard peretration resistance N จากการทดสอบ SPT และค่า ϕ' ที่ได้เสนอโดย Peck Hanson and Thornburn (1974) ดังแสดงในรูป 2.8 และปรับแก้ด้วยค่าปรับแก้ดังแสดงในรูป 2.9 (Poulos and Davis 1980)

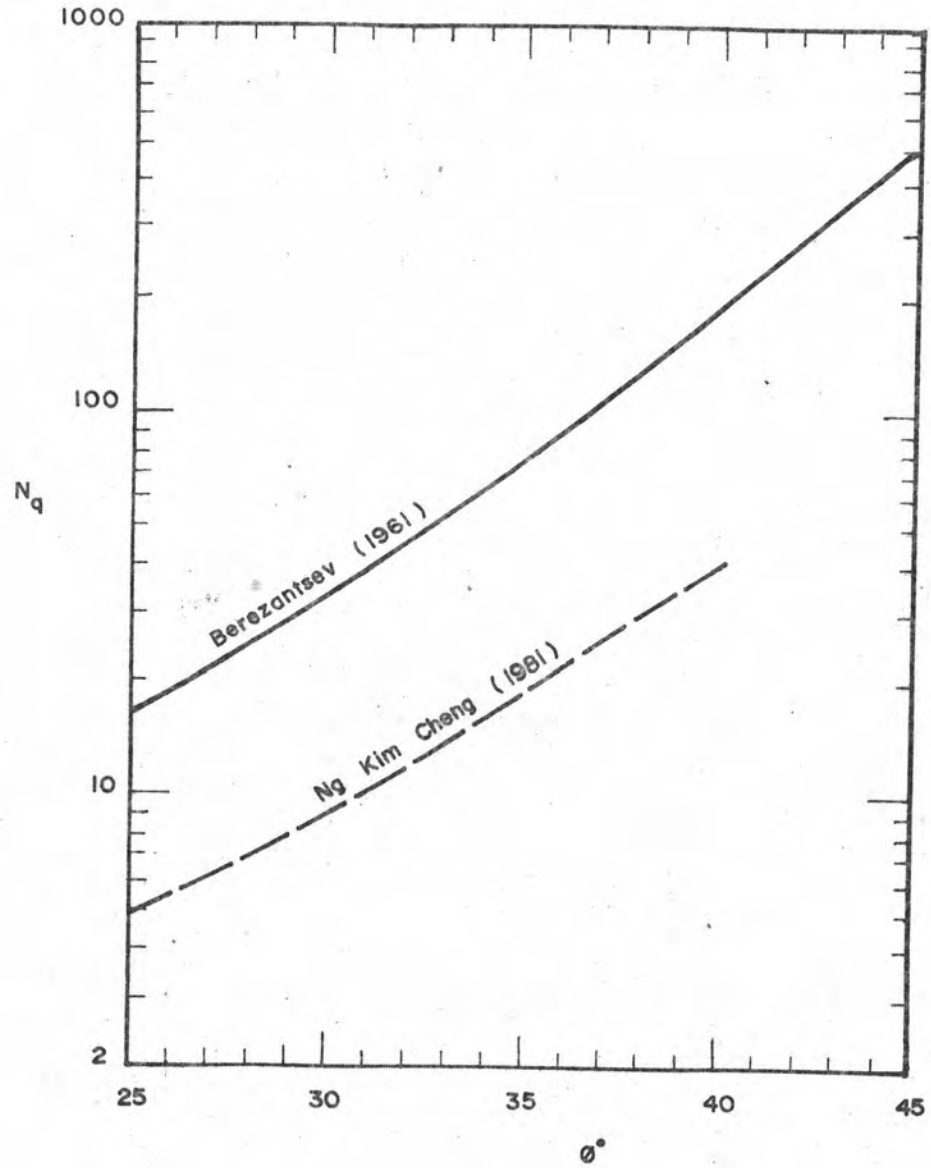
สำหรับเข็มเจาะ การก่อสร้างเสาเข็มเจาะอาจทำให้ดินรอบ ๆ หลุมที่เจาะขึ้นเพื่อหล่อเป็นเสาเข็มเจาะนั้น หลวมตัวขึ้นได้ (Poulos and Davis 1980) เพื่อคำนึงผลของการก่อสร้างเสาเข็มเจาะที่อาจมีผลต่อสภาพของดินทรายใต้เข็ม Poulos and Davis (1980) จึงเสนอให้ใช้ค่า ϕ' สำหรับเข็มเจาะในดินทรายมีค่าเท่ากับค่า ϕ' ของดินทรายในสภาพไม่ถูกรบกวนลบด้วยสาม แล้วใช้ค่า ϕ' ดังกล่าวนี้ เพื่อหาค่า N_q โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง N_q และ ϕ ดังแสดงในรูป 2.7 N_g Kim Cheng (1981) ได้หาความสัมพันธ์ของ N_q และ ϕ' สำหรับชั้นดินในกรุงเทพฯ ดังแสดงในรูป 2.7

K_s และ ϕ'_a

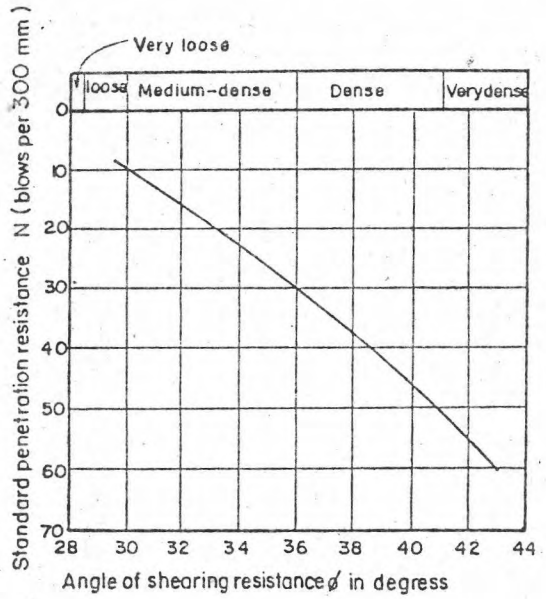
coefficient of earth pressure K_s อาจมีค่าอยู่ระหว่าง K_a และ K_p ก็ได้ ขึ้นอยู่กับวิธีการก่อสร้างเข็ม Broms (1966) เสนอให้ใช้ค่าของ K_s และ ϕ'_a สำหรับเข็มตอก ดังนี้

สำหรับเข็มเจาะ $\phi = \phi_1' - 3$

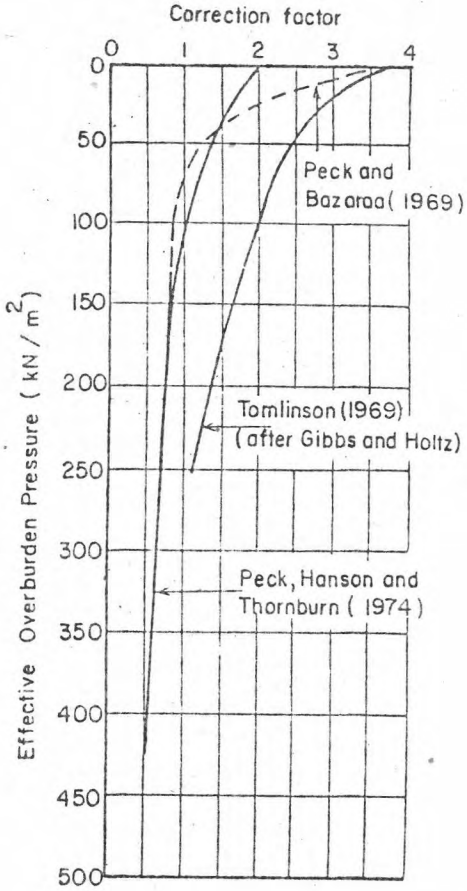
ϕ_1' = angle of internal friction ก่อนติดตั้งเข็ม



รูป 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่าง N_q และ ϕ°



รูป 2.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง SPT N Value และ angle of shearing resistance Ø (Peck, Hanson and Thornburn 1974)



รูป 2.9 Correction factor เนื่องจาก effective overburden pressure ที่มีต่อ SPT N value

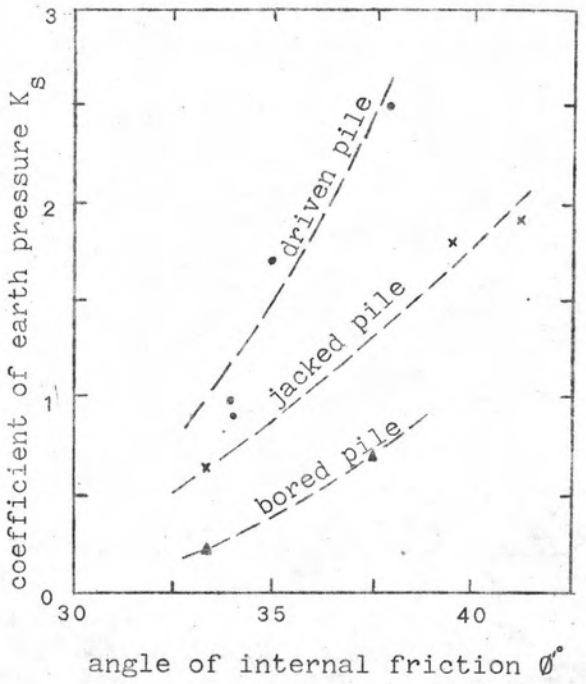
ชนิดของเข็ม	K_s		ϕ'_a
	ทรายหลวม	ทรายแน่น	
เหล็ก	0.5	1.0	20°
คอนกรีต	1.0	2.0	3/4 ϕ'
ไม้	1.5	3.0	2/3 ϕ'

สำหรับเข็มเจาะ Meyerhof (1976)ได้ทำการศึกษาค่าของ K_s ของเข็มเจาะ เข็มกด (jacked pile)และเข็มตอก โดยนำผลการศึกษาของผู้ศึกษาหลาย อาทิเช่น Vesic (1967) Tavenas (1971) Meyerhof (1953) Kerisel (1964) มาทำการวิเคราะห์ผลการศึกษาดังแสดงในรูป 2.10 Poulos and Davis (1980) ได้แนะนำให้ใช้ค่าที่เหมาะสมของ K_s และ $\tan \phi'_a$ สำหรับเสาเข็มเจาะคือ ให้ใช้ค่า $\phi'_a = 0.75\phi'$ และใช้ค่า K_s ดังที่ Meyerhof (1976) ได้ศึกษาไว้แล้ว ความสัมพันธ์ระหว่าง $K_s \tan \phi'_a$ และ ϕ' ที่แนะนำโดย Pouls and Davis (1980) ดังแสดงในรูป 2.5C โดยที่ ϕ' เป็น angle of internal friction ของดินทรายในสถาพที่ปราศจากการรบกวนก่อนที่จะก่อสร้างเข็ม

2.1.2 <u>การคาดคะเนความสามรถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม โดยใช้ข้อมูลจากการทดสอบการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม (Pile load test data)</u>

การทดสอบความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม จนเสาเข็มเกิดการพิบัติ จะต้องใช้เวลาและเสียค่าใช้จ่ายมาก โดยปกติแล้ว การทดสอบจะทดสอบที่น้ำหนักบรรทุกประมาณสองเท่าของน้ำหนักบรรทุกที่ได้ออกแบบไว้เท่านั้น

ข้อมูลการทดสอบนี้ เมื่อนำมา plot ความสัมพันธ์ระหว่าง load-settlement แล้ว จะนำมาใช้คาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มได้ ได้มีผู้ศึกษาไว้แล้วหลายราย คือ Bullen (1958) Chin (1970)และ Mazurkiewicz (1972)



รูป 2.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง Coefficient of earth pressure K_s และ angle of internal friction Ø'.(Meyerhof 1976)

2.1.2.1 วิธี ของ Bullen (1958)

การศึกษาของ Terzaghi (1941) พบว่า ความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกองเสาเข็ม คือน้ำหนักบรรทุกที่ทำให้เข็มเกิดการทรุดตัวลงเท่ากับ 10% ของเส้นผ่าศูนย์กลางของเข็ม จากรูป 2.11 และ 2.12 การศึกษาของ Bullen (1958) พบว่า load-settlement curve ในช่วงแรก ๆ จะประมาณเป็นเส้นตรงจนถึงจุด yeild point y หลังจากจุด y ไปแล้ว load-settlement curve จะเป็นรูป parabola และพิจารณาว่าให้ y เป็นจุดยอดของ parabola curve นี้ และเส้นดังกล่าวจะอยู่ในแนวดิ่งที่จุด T ที่จุด T นี้ คือความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกสูงสุดของเสาเข็ม ซึ่งหาได้โดยกำหนดว่าค่า settlement จากการทดสอบความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม ที่มีค่าเท่ากับ 10% ของเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม Bullen พบว่า โดยการเลือกใช้ load-scale ในลักษณะซึ่งให้จุด y อยู่บนครึ่งวงกลม ซึ่งมีรัศมีเท่ากับค่าการทรุดตัวลงของเสาเข็มวัดได้ที่หัวเข็มของจุด T หรือเท่ากับ 10% ของเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม ค่าของน้ำหนักบรรทุกสูงสุดที่เสาเข็มจะสามารถรับไว้ได้ที่จุด T นี้ จะใกล้เคียงกับน้ำหนักบรรทุกสูงสุดของเสาเข็มที่วัดได้จริงในสนาม

จากคุณสมบัติของ parabola

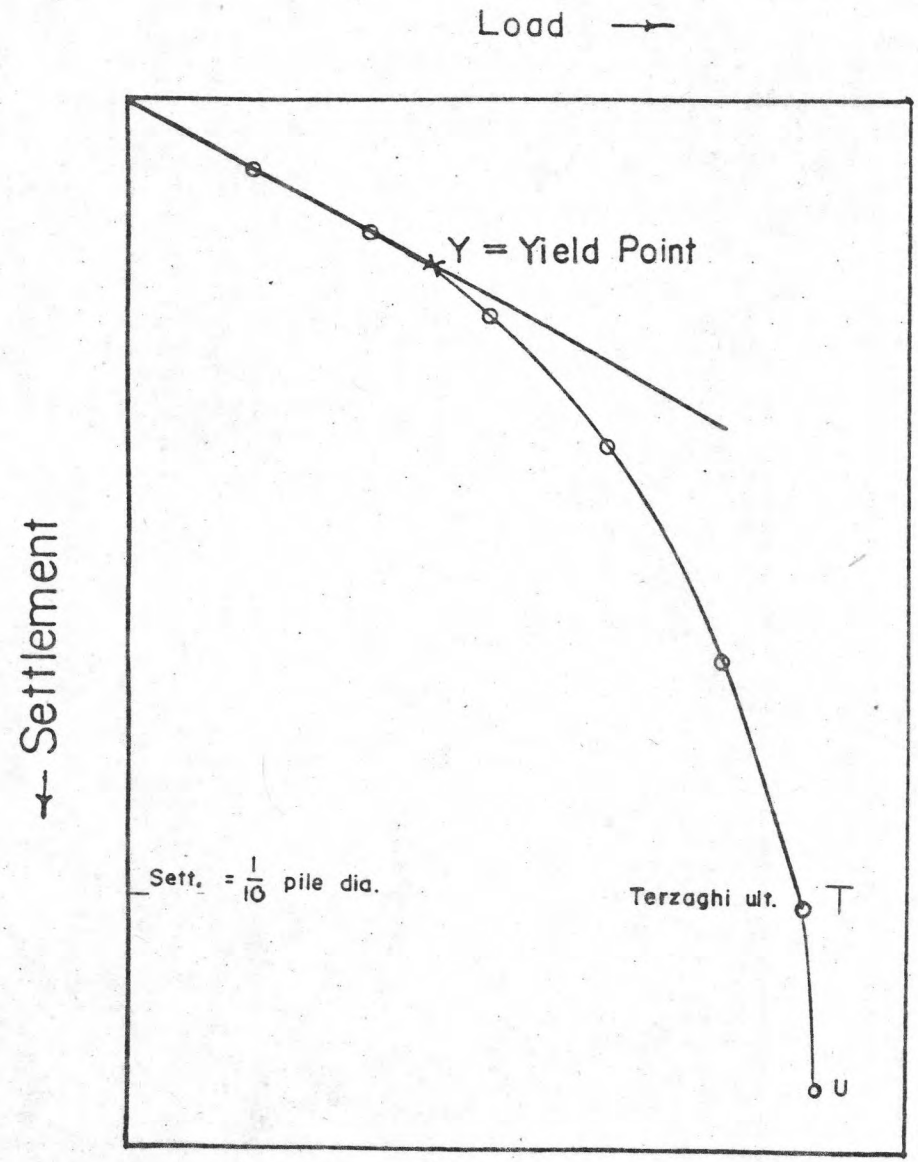
$$Q_u = DT = \frac{2(\text{load at y})(\text{settlement at T})}{(\text{settlement at T})+(\text{settlement at y})}$$

$$= \frac{2.ON.OD}{OD+NY}$$

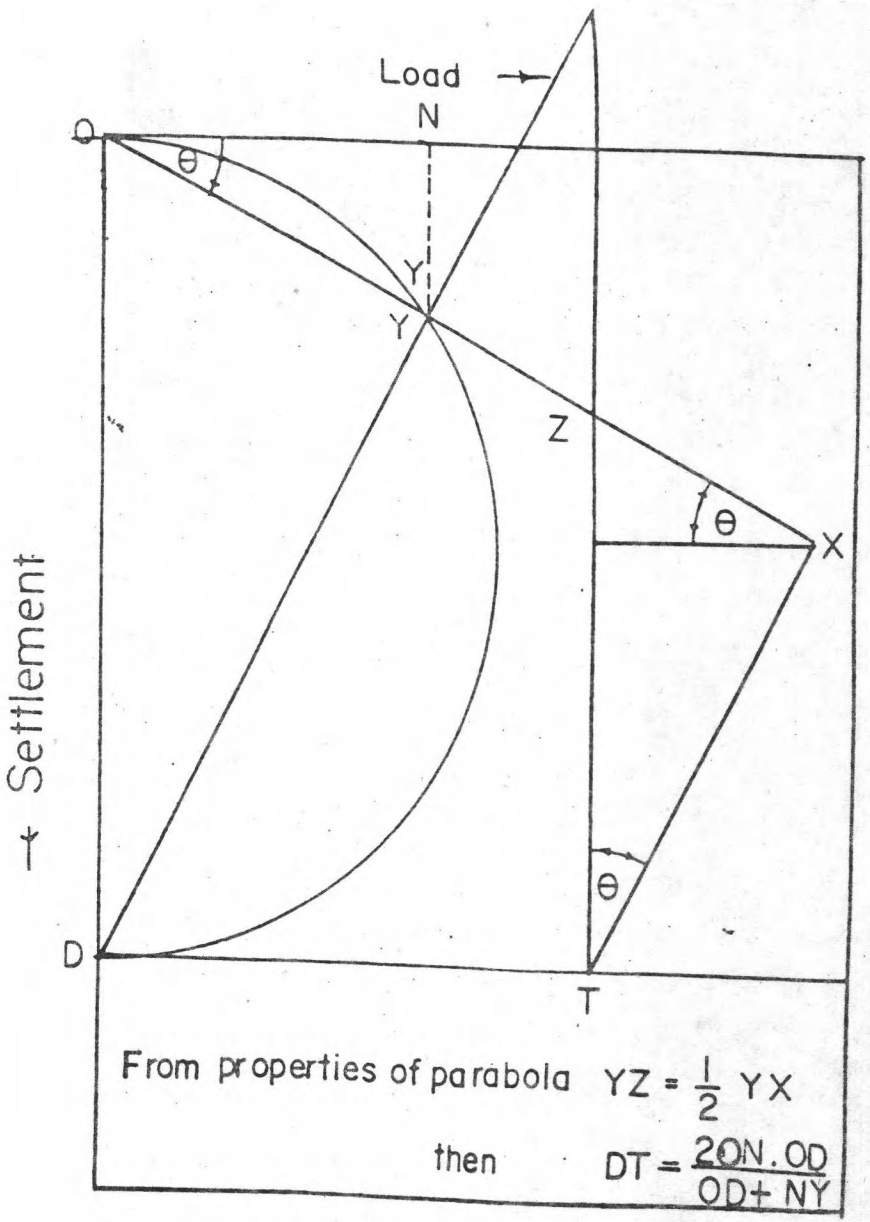
2.1.2.2 วิธีของ Chin (1970)

จากการศึกษาของ Chin (1970) ได้ทำการทดสอบ direct shear test ของดินตัวอย่าง เมื่อทำการ plot ระหว่าง shear force F_s และ shear deformation Δ จะมีความสัมพันธ์เป็น hyperbolic และการ plot ระหว่าง Δ/F_s และ Δ จะมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงและจากการศึกษาผลการทดสอบ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูป 2.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง Load-Settlement (Bullen 1958)



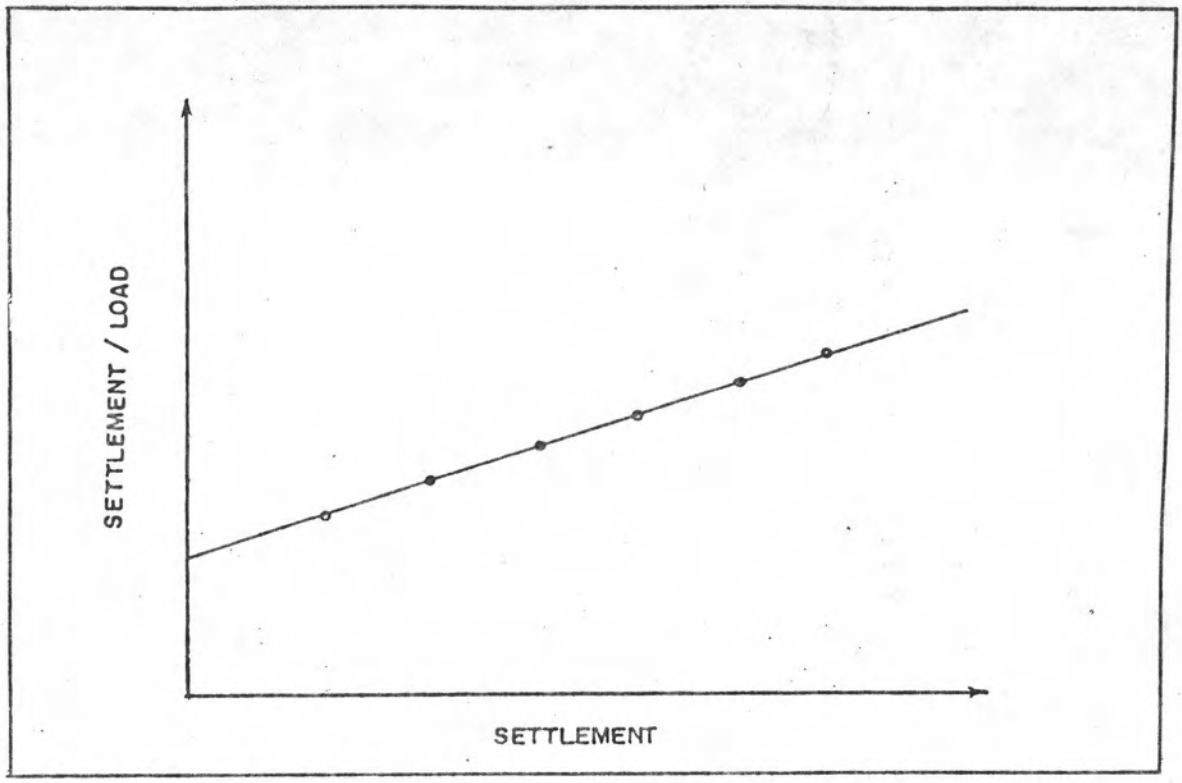
รูป 2.12 การหาค่าน้ำหนักบรรทุกสูงสุดของเล่าเซ็ม (Bullen 1958)

ตัวอย่างดินแบบ undrained triaxial test การ plot ระหว่าง deviator stress ($\sigma_1 - \sigma_3)/2$ และ axial deformation Δ กับการ plot ระหว่าง $\Delta /(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2})$ และ Δ ก็ให้ผลเช่นเดียวกัน

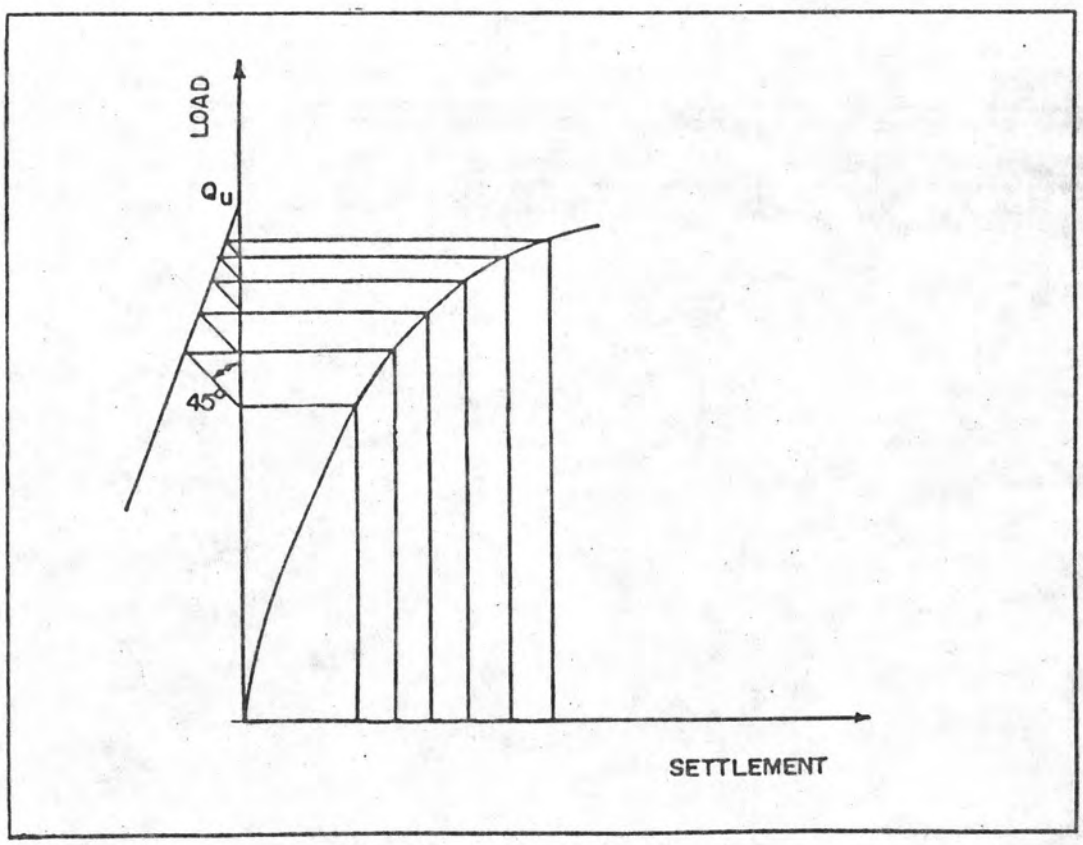
ต่อมา เขาก็ได้ศึกษาโดยใช้ข้อมูลการทดสอบความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม โดยทำการ plot ระหว่าง settlement/load และ settlement ดังแสดงในรูป 2.13 ด้วยข้อมูลจากการทดสอบหลายแห่ง และได้ความสัมพันธ์ของ settlement/load และ settlement curve เป็นเส้นตรง ส่วนกลับของ slope ของเส้นตรงนี้ Chin กล่าวว่า คือ น้ำหนักบรรทุกสูงสุดที่เสาเข็มนั้น ๆ สามารถรับไว้ได้

2.1.2.3 วิธีของ Mazurkiewiez (1972)

Mazurkiewiez (1972) ได้ตั้งข้อมมุติฐานที่ว่า ความสัมพันธ์ของ load และ settlement curve หลังจากที่เข็มเกิดการพิบัติแล้วจะเป็นรูป parabola และทำการคาดคะเนความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มจากข้อมูล load-settlement curve ดังรูป 2.14 โดยเลือกค่า settlement ที่หัวเข็มขึ้นมาหลาย ๆ ค่า ให้ช่วงห่างของค่าที่ถัด ๆ ไป เท่า ๆ กัน แล้วลากเส้นจากจุดแบ่งค่า settlement ออกเป็นส่วน ๆ ที่เท่า ๆ กันนี้ ไปตัด load-settlement curve แล้วลากเส้นจากจุดตัดเหล่านี้ขนานกับแกน settlement ไปตัดแกน load จุดตัดบนแกน load นี้ ลากเส้นทำมุม 45° กับแกน load ไปตัดกับเส้นที่ลากขนานกับแกน settlement เมื่อเชื่อมจุดตัดเหล่านี้เข้าด้วยกัน จะได้เส้นเส้นหนึ่ง ซึ่งมีรูปร่างประมาณเป็นเส้นตรง ตัดกับแกน load ที่ Q_u ซึ่งเป็นความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกสูงสุดของเสาเข็มนั่นเอง



รูป 2.13 ความสัมพันธ์ระหว่าง Sett/Load และ Sett.จากการทดลอบการรับน้ำหนักบรรทุกของเล่าเข็ม (CHIN 1970)



รูป 2.14 การหาค่าน้ำหนักบรรทุกสูงสุดของเล่าเข็ม (Mazurkiewicz 1972)

2.2 กลไกระหว่างดินและเข็ม (Mechanism of soil-pile interachion)

เมื่อเข็มรับน้ำหนักบรรทุก น้ำหนักบรรทุกจากตัวเข็มจะส่งถ่ายไปยังดินที่อยู่รอบตัวเสาเข็ม การส่งถ่ายน้ำหนัก (load transfer) นี้ เป็นกลไกที่ค่อนข้างซับซ้อน ได้มีผู้ศึกษาไว้หลายราย อาทิ เช่น

Whitaker and Cooke (1966) O' Neill and Reese (1970) ได้ศึกษาและพบว่าองค์ประกอบที่สำคัญที่สุดที่มีผลต่อการส่งถ่ายน้ำหนักจากเสาเข็มไปสู่ดินในชั้นดินเหนียว คือ shear strength ของดิน

Skempton (1959) ได้ศึกษาผลการทดสอบเสาเข็มเจาะใน London Clay พบว่า การเคลื่อนตัวของน้ำจากคอนกรีตที่ใช้ทำเข็มเจาะ เป็นผลทำให้เกิด shear strength ของดินรอบตัวเสาเข็มลดลง การศึกษาของ O'Neill and Reese (1970) โดยการขุดเจาะเก็บตัวอย่างดิน ตามแนวเสาเข็มเจาะที่ระยะต่างๆ ห่างจากเสาเข็มออกไป ก็พบว่า การเคลื่อนตัวของน้ำจากคอนกรีตที่ใช้ทำเข็มเจาะได้เกิดขึ้นจริง ตามที่ Skempton (1959) ได้ศึกษาไว้แล้ว

Barker and Reese (1970) ได้ศึกษาผลของการใช้ drilling fluid ที่มีต่อการส่งถ่ายน้ำหนักจากเสาเข็มเจาะไปสู่ดิน และความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม พบว่า การใช้ drilling fluid ในการช่วยทำให้หลุมเจาะเกิดเสถียรภาพ หากก่อสร้างด้วยวิธีที่ถูกต้องคือ คอนกรีตที่ใช้ทำเข็มจะต้องมีความเหลวพอโดยมี slump อย่างน้อย 6" ก็จะไล่ที่ drilling fluid ออกจากหลุมเจาะได้หมด และวิธีเท-คอนกรีตโดยใช้ tremie หรือใช้ concrete pump ให้มี head สูงพอแล้วคอนกรีตที่เทลงและเอ่อสูงขึ้นนี้ จะไปขูดลอก drilling fluid ที่จับเกาะติดอยู่กับผนังของหลุมเจาะได้หมด แต่ถ้าหากยังปรากฏมี drilling fluid เกาะติดอยู่ที่ผนังหลุมเจาะแล้ว drilling fluid นี้ ก็จะแทรกตัวอยู่ระหว่างผิวของเสาเข็ม และผนังหลุมเจาะ จะมีผลทำให้ความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็มเจาะลดลง

Cooke and Whitaker (1961) โดยการจำลองเข็มในห้องทดลอง เพื่อหาอัตราส่วนของน้ำหนักบรรทุกที่รับโดยดินรอบ ๆ ลำตัวเสาเข็มและปลายเสาเข็ม พบว่า ความต้านทานของดินที่อยู่รอบลำตัวเสาเข็ม (side resistance) จะเกิดขึ้นอย่างเต็มที่ (fully mobilized) เมื่อการเคลื่อนตัวของเข็มเกิดขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น คือ ประมาณ 0.5% ของเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม ในขณะที่ความต้านทานของดินที่ปลายเข็ม จะเกิดขึ้นเต็มที่เมื่อการทรุดตัวของเข็มมีค่าอยู่ระหว่าง 10 - 15% ของเส้นผ่าศูนย์กลางเข็ม

Aurora and Reese (1976) ได้ศึกษาการส่งถ่ายน้ำหนักจากเสาเข็มไปสู่ดินของเข็มใน clay shale พบว่า การส่งถ่ายน้ำหนักจากเข็มไปสู่ดินรอบลำตัวเสา-เข็ม จะมีค่าสูงสุด เมื่อการเคลื่อนตัวลงของเสาเข็มประมาณ 0.25" หรือ 0.8% ของเส้นผ่าศูนย์กลางเข็ม และความต้านทานของดินสูงสุดที่ปลายเข็ม (ultimate tip resistance) จะเกิดที่ที่การเคลื่อนตัวลงของเข็มโดยเฉลี่ยเท่ากับ 5% ของเส้นผ่าศูนย์กลางเข็ม หรือประมาณ 1.5" แต่โดยทั่วไปแล้วจะเกิดที่ที่การเคลื่อนตัวลงของเสาเข็มประมาณ 0.75" ส่วนการขุดหลุมเจาะเพื่อทำเสาเข็มเจาะนั้น จะทำให้ shear strergth ของดินลดลง เนื่องจาก confining pressure ลดลง

Engiling and Reese (1974) พบว่า ความต้านทางของดินรอบ ๆ ลำตัวเสาเข็มเจาะ จะถึงค่าสูงสุด เมื่อการเคลื่อนตัวลงของเสาเข็มอยู่ในช่วง 0.2"-0.4" หรือ 0.7-1.3% ของเส้นผ่าศูนย์กลางเข็ม และความต้านทานของดินที่ปลายเข็มจะถึงค่าสูงสุด เมื่อการทรุดตัวลงของปลายเข็มอยู่ในช่วง 1.2"-1.6" หรือ 4-5% ของเส้นผ่าศูนย์กลางเข็ม

อย่างไรก็ตาม การศึกษากลไกการส่งถ่ายน้ำหนักจากเสาเข็มไปสู่ดินสามารถศึกษาได้ 2 วิธีใหญ่ ๆ คือ "Distribution Function Approach" และ "Elastic Solid Approach" (Aurora and Reese 1976)

2.2.1 Distribution Function Approach

วิธีนี้ได้เสนอโดย Seed and Reese (1957) ดังรูป 2.15 การเปลี่ยนแปลงของแรงภายในตัวเข็มตามแนวความยาวของเข็ม จะเขียนอยู่ในรูปของ Load distribution curve ดังรูป 2.15 b ที่ความลึก Z ใด ๆ แรงภายในตัวเข็มจะเท่ากับผลต่างระหว่าง แรงกระทำที่หัวเข็ม Q_T และแรงความต้านทานด้านข้างของดิน (side resistance of soil) ที่กระทำอยู่รอบ ๆ ลำตัวเสาเข็มตั้งแต่หัวเข็มจนถึงความลึก Z ดังนั้น ที่ปลายเข็มจะได้สมการ $Q_T = Q_B + Q_S$ เมื่อ Q_B คือ ความต้านทานของดินที่ปลายเข็ม และ Q_S คือ แรงต้านทานของดินรอบ ๆ ลำตัวเสาเข็มทั้งหมดตลอดทั้งเข็ม การเคลื่อนตัวของผนังเข็มที่ความลึก Z จะต่างกับที่ความลึก Z + dZ เท่ากับ elastic compression ของขนาดความยาวของเข็ม dZ

และ $$\frac{dW_Z}{d_Z} = \frac{Q_Z}{AE}$$

เมื่อ W_Z คือการเคลื่อนตัวของผนังของเข็มที่ความลึก Z เนื่องจากการรับน้ำหนักของเสาเข็ม ดังนั้น dw_Z ก็คือ elastic compression ของขนาดของเข็ม dZ A คือ พื้นที่หน้าตัดของเสาเข็ม และ E คือ modulus of elasticity ของเข็ม

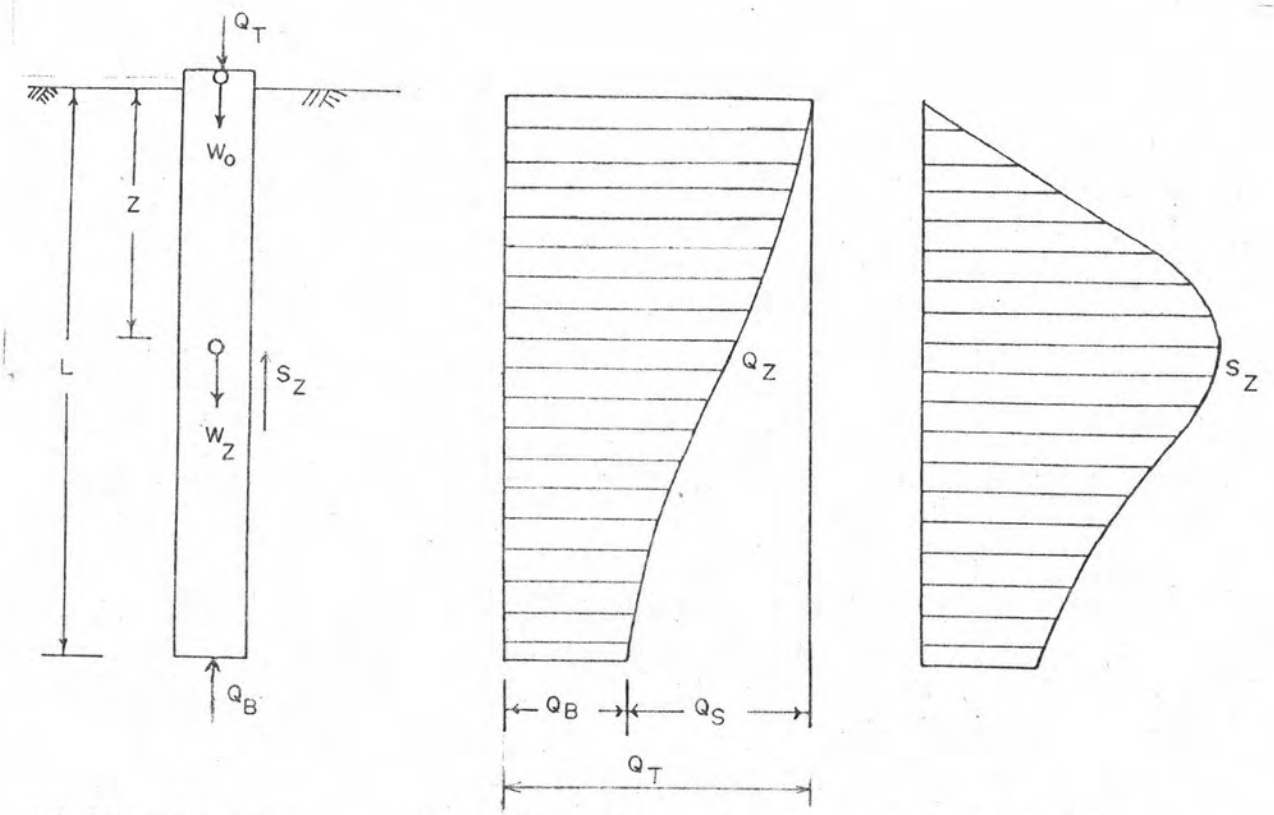
ดังนั้น ถ้าแรงที่เกิดขึ้นภายในตัวเข็มที่ความลึก Z เนื่องจากเข็มรับน้ำหนัก Q_T ที่หัวเข็มมากกว่าแรงที่เกิดขึ้นภายในตัวเข็มที่ความลึก Z + dZ ด้วยปริมาณ dQ_Z แล้ว

$$dQ_Z = - S_Z . L_c . d_Z$$ (เครื่องหมายลบหมายถึงทิศทางตรงข้ามกันระหว่าง dQ_Z และ S_Z)

เมื่อ S_Z คือ น้ำหนักที่ส่งถ่ายจากเข็มไปสู่ดินรอบลำตัวเสาเข็มที่ความลึก Z โดยคิดต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ของของลำตัวเสาเข็ม

และ L_c คือ เส้นรอบรูปของเสาเข็ม ดังนั้น

$$S_Z = -\frac{1}{L_c}\left(\frac{dQ_Z}{dZ}\right) \qquad \text{2.4}$$



(a) Pile under axial load, Q_T

(b) Load distribution, Q_Z

(c) Load transfer, S_Z

รูป 2.15 Distribution function approach สำหรับเข็มเดียว

ดังนั้น น้ำหนักที่ส่งถ่ายจากเสาเข็มไปสู่ดินที่ความลึก Z โดยคิดต่อหนึ่งหย่วยพื้นที่ของลำตัวเสาเข็ม จะเท่ากับ slope ของ load distribution curve ที่ความลึก Z นั้น หารด้วยเส้นรอบรูปของเสาเข็ม

สมการ 2.4 สามารถใช้หาการทรุดตัวของเสาเข็ม W_Z ที่ความลึก Z ถ้ารู้การทรุดตัวของหัวเข็มวัดได้ที่หัวเข็ม W_o ดังนี้

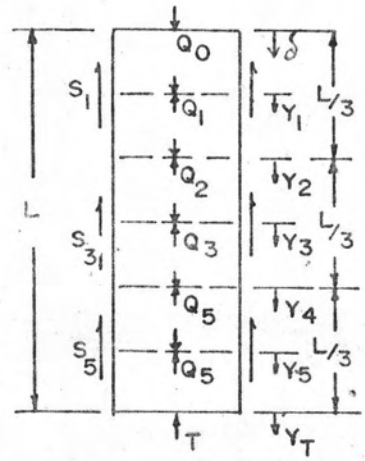
$$W_o = W_Z + \int_0^Z \frac{Q_Z}{AE} \, dZ$$

หรือ $$W_Z = W_o - \int_0^Z \frac{Q_Z}{AE} \, dZ$$

เมื่อหาค่าของ S_Z และ W_Z ได้แล้ว ก็สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่ส่งถ่ายจากเข็มไปสู่ดิน และการเคลื่อนตัวลงของเสาเข็มที่ความลึกใด ๆ ก็ได้ ตลอดความยาวของเข็ม

วิธี Distribution Function Approach นี้ เป็นวิธีที่ยอมรับและใช้อย่างกว้างขวางในทางปฏิบัติ เพียงแต่ว่า การพิจารณาการส่งถ่ายน้ำหนักที่ช่วงความยาวของเข็ม dZ ใด ๆ นี้ ไม่ได้นำผลการส่งถ่ายน้ำหนักของส่วนอื่นของเข็มที่นอกเหนือจากช่วงที่กำลังพิจารณาอยู่นี้ นำมาพิจารณาประกอบด้วย (Poulos and Davis 1980) วิธีการ Distribution Function Approach เป็นวิธีการที่ใช้ศึกษา interaction ระหว่างเข็มและดินที่ดีที่สุดในปัจจุบัน (Aurora and Reese 1976)

Colyle and Reese (1966) โดยการใช้ load cell หรือ strain gauge ติดอยู่ในตัวเข็ม เมื่อทำการทดสอบการรับน้ำหนักตามแนวแกนของเสาเข็ม ก็จะทราบการกระจายการรับน้ำหนักของเสาเข็มตลอดความยาวของตัวเข็ม โดยใช้หลักการ Distribution Function Approach ที่เสนอโดย Seed and Reese (1957) ศึกษาการส่งถ่ายน้ำหนักจากเข็มไปสู่ดินที่อยู่ติดรอบ ๆ ลำตัวเสาเข็ม ดังนี้ จากรูป 2.16



รูป 2.16 Axial loaded pile divided into three segments

1. สมมุติว่าเข็มยาว = L แบ่งความยาวของเข็มออกเป็นส่วน ๆ แต่ละส่วนยาวเท่า ๆ กัน สมมุติแบ่งเป็นสามส่วน แต่ละส่วนยาวเท่ากับ L/3

2. หาน้ำหนักที่ส่งถ่ายจากตัวเข็มไปสู่ดินที่อยู่ติดรอบ ๆ เข็ม ที่จุดกึ่งกลางของแต่ละส่วนของเข็มที่ได้แบ่งนั้น ๆ

สำหรับส่วนบนสุด load transfer $S_1 = \frac{Q_o - Q_2}{(D)(L/3)}$

เมื่อ S_1 = load transfer ของส่วนบนสุด ที่จุดกึ่งกลางของส่วนบนสุดนั้น

Q_o = น้ำหนักกระทำที่หัวเข็ม

Q_2 = น้ำหนักกระทำที่ปลายของส่วนบนสุดนั้น หาได้จากเส้นแสดงการกระจายน้ำหนัก (load distribution curve) ซึ่งจากการวัดของ strain gauge

D = เส้นผ่าศูนย์กลางของเสาเข็ม

L/3 = ความยาวของส่วนบนสุดที่แบ่ง

ในทำนองเดียวกัน จะหา S_3 และ S_5 ซึ่งเป็นน้ำหนักที่ส่งถ่ายจากตัวเข็มไปสู่ดินที่อยู่ติดกับตัวเข็มตามส่วนที่สองและที่สามตามลำดับได้

3. การหาการเคลื่อนตัวของเสาเข็ม ที่จุดกึ่งกลางของแต่ละส่วนของเสาเข็มที่ได้แบ่งนั้น โดยการหักการหดตัวยืดหยุ่น (elastic compression) ของเสาเข็มออกจากการหรุดตัวของเสาเข็มที่วัดได้ที่หัวเข็ม ภายใต้การรับน้ำหนักหนึ่ง ๆ

สำหรับส่วนบนสุด $Y_1 = \delta - \left[\frac{Q_o + Q_1}{2} \left(\frac{L}{3} \right) \left(\frac{1}{2} \right) / AE_o + AE_1 \frac{}{2} \right]$

เมื่อ Y_1 = การเคลื่อนตัวของเสาเข็มที่จุดกึ่งกลาง ของส่วนที่แบ่งนั้น

δ = การทรุดตัวลงของเสาเข็มภายใต้น้ำหนักกระทำหนึ่ง ๆ ที่หัวเข็ม และวัดได้ที่หัวเข็ม

A = พื้นที่หน้าตัดของเสาเข็ม

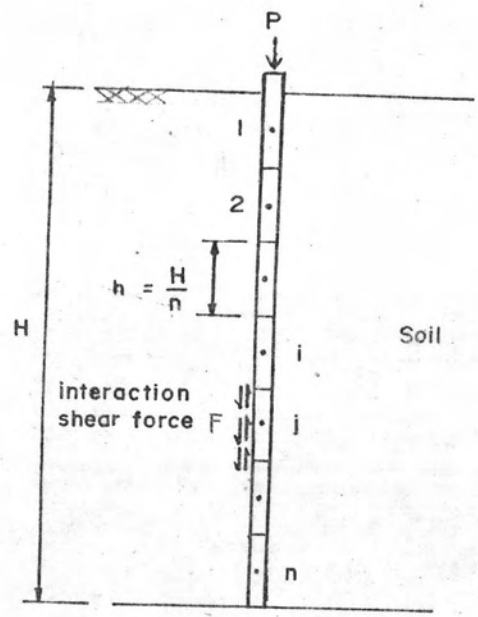
E_o และ E_1 = modulus of elasticity ของเสาเข็มที่หน้าตัด 0 และ 1 ตามลำดับ

ในทำนองเดียวกัน จะหาการเคลื่อนตัวของเสาเข็มส่วนที่สองและที่สามได้

2.2.2 Elastic Solid Approach

วิธีนี้วางอยู่บนพื้นฐานของทฤษฎี elastic การหาน้ำหนักที่ส่งถ่ายจากเข็มไปสู่ดินโดยมีพื้นฐานที่มาจากทฤษฎี elastic นี้ มีหลักการวิเคราะห์คือ จะแบ่งเข็มที่อยู่ภายใต้น้ำหนักบรรทุกออกเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน และแก้สมการโดยการใช้การเคลื่อนไปด้วยกัน (compatibility) ระหว่างการเคลื่อนตัว (displacement) ของแต่ละส่วนของเข็มที่แบ่งและการเคลื่อนตัวของดินที่อยู่ติดกับแต่ละส่วนของเข็มที่แบ่ง โดยที่การเคลื่อนตัวของเข็มหาจากการหดตัวยืดหยุ่น (elastic compression) ของเข็ม แต่จะติดอยู่ในเทอมของตัวไม่รู้ค่าหนึ่งตัว คือ น้ำหนักที่ส่งถ่ายจากเข็มไปสู่ดิน ส่วนการเคลื่อนตัวของดินหาจากสมการของ Mindlin (1936) และก็ติดอยู่ในเทอมของตัวไม่รู้ค่าหนึ่งตัว คือ น้ำหนักที่ส่งถ่ายจากเข็มไปสู่ดินเช่นกัน ดังนั้น โดยการใช้ Compatibility ระหว่างเข็มและดินดังกล่าวแล้ว ก็จะได้คำตอบของสมการ คือ น้ำหนักที่จะส่งถ่ายจากเข็มไปสู่ดิน

D' Appolonia and Romualdi (1963) ได้เสนอวิธีการหาน้ำหนักที่ส่งถ่ายจากตัวเข็มที่รับน้ำหนักตามแนวแกนไปสู่ดินที่อยู่ติดรอบ ๆ ตัวเข็มในเชิงทฤษฎี โดยคำนวณจาก compatibility concepts ในทฤษฎี elastic สมมุติฐานของวิธีการนี้ คือ ปลายเข็มไม่มีการเคลื่อนที่ ดินที่อยู่ติดกับรอบ ๆ ตัวเข็มสมมุติว่ายึดเกาะติดกับตัวเข็ม และเป็น semi-infinite elastic solid จากรูป 2.17 เป็น end bearing pile ในชั้นดินที่มีความลึก H เข็มถูกแบ่งออกเป็น n ส่วน แต่ละส่วนยาว h เท่า ๆ กัน เมื่อเข็มรับน้ำหนัก P กระทำที่หัวเข็ม เข็มจะเกิดการหดตัวยืดหยุ่น (elastic compression) และเคลื่อนตัวลง ดังนั้น จะเกิด interaction shear force F



รูป 2.17 Pile embeded in elastic soil

ที่ดินตรงบริเวณรอบ ๆ เสาเข็มต้านทานการเคลื่อนตัวลงของเสาเข็ม

สมมุติให้เข็มสามารถเคลื่อนตัวได้อย่างอิสระในดิน ให้จุด i เป็นจุดกึ่งกลางของช่วงความยาว h ใด ๆ และ displacement ของจุด i เป็น Δ_i ซึ่งเป็น displacement ของเข็มเทียบกับดินในส่วนที่อยู่รอบนอก ๆ เข็ม นั่นคือ criteria สำหรับ interaction shear force ที่คำนวณได้ คือ ตัวเข็มและดินส่วนที่อยู่ติดกับตัวเข็ม จะยึดเกาะติดและเคลื่อนไปพร้อมกันตัวเข็ม ที่ตำแหน่ง i จะได้สมการ

$$\sum_{j=1}^{n} d_{ij} F_j + \sum_{j=1}^{n} d'_{ij} F_j = \Delta_i$$

$$\sum_{j=1}^{n} (d_{ij} + d'_{ij}) F_j = \Delta_i \qquad \text{2.5}$$

เมื่อ d_{ij} = Vertical displacement ของดินที่ตำแหน่ง i เนื่องจาก unit interaction shear forcr กระทำที่ตำแหน่ง j หาได้จากสมการของ R.D. Mindlin (1936)

d'_{ij} = deflection ของเข็มที่ตำแหน่ง i เนื่องจาก unit interaction shear force กระทำที่ตำแหน่ง j มีค่าเท่ากับ elastic compression ของเข็ม

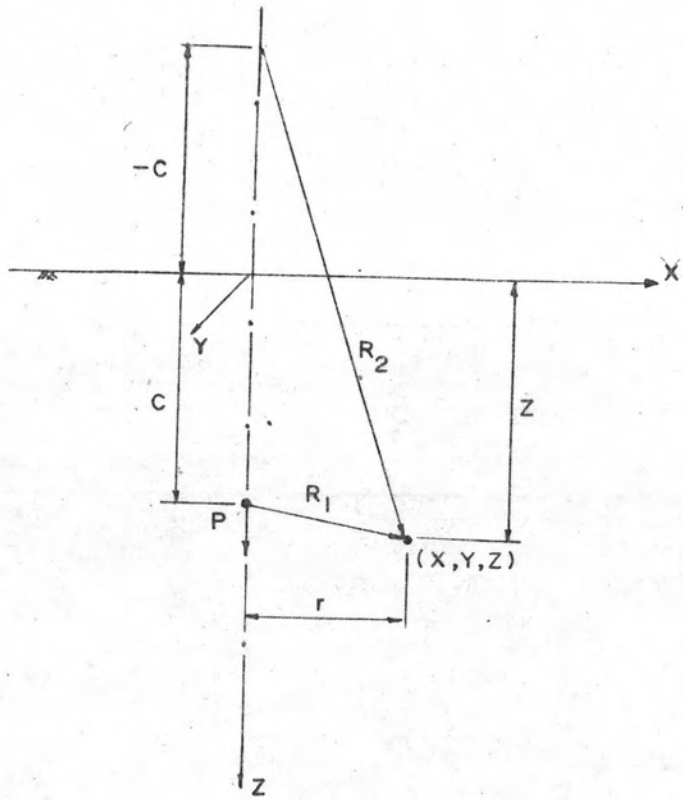
จากรูป 2.18 vertical displacement W ที่ความลึก Z เนื่องจากแรง P กระทำที่ระยะทาง C จากผิวดินหาได้โดย

$$W = \frac{P}{16\pi G(1-\mu)} \left[\frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{8(1-\mu)^2-(3-4\mu)}{R_2} + \frac{(Z-C)^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\mu)(Z+C)^2-2CZ}{R_2^3} + \frac{6CZ(Z+C)^2}{R_2^5} \right] \qquad \text{2.6}$$

เมื่อ $G = \dfrac{E}{2(1+\mu)}$

E = modulus of elasticity ของดิน

μ = poisson's ratio ของดิน



รูป 2.18 Deflection at point (X,Y,Z) due to force P

สมการที่ 2.6 นี้ ใช้ในกรณีย์ที่เป็น semi-infinite solid แต่ในกรณีย์ของ end bearing pile สมมุติว่า ไม่มีการเคลื่อนที่ที่ปลายเข็ม จึงให้เป็น rigid surface ที่ปลายเข็ม ซึ่งเป็น boundary condition ที่ปลายเข็ม สมการที่ 2.6 จะต้องนำมาปรับแก้ด้วย W' เพื่อคำนวณหา d_{ij} จะได้ $d_{ij}=W+W'$ จากรูป 2.19 จะได้

$$W' = -\frac{P}{16\pi G(1-\mu)}\left[\frac{3-4\mu}{R_3} + \frac{8(1-\mu)^2-(3-4\mu)}{R_4} + \frac{(Z'-C)^2}{R_3^3} + \frac{(3-4\mu)(Z'+C)^2-2CZ'}{R_4^3} + \frac{6CZ'(Z'+C)^2}{R_4^5}\right] \quad \text{_____ 2.7}$$

ในกรณีย์ที่ i = j สมการที่ 2.6 และ 2.7 จะใช้ไม่ได้ ฉะนั้น จากรูป 2.20 เมื่อนำสมการ 2.6 บวกกับสมการ 2.7 และแทนค่า $R_1= r$, $C = Z$, $R_2= 2Z$, $Z+C = 2Z$, $Z' = 2H-Z$, $Z-C = o$, $R_3 = 2H-2Z$, $R_4 = 2H$ จะได้

$$W = \frac{1}{16\pi G(1-\mu)}\left[\frac{1.40}{r} + \frac{1.94}{Z} - \frac{1.20}{H-Z} - \frac{1.44}{H} - \frac{Z(2H-Z)}{2H^3}\right] \quad \text{_____ 2.8}$$

ค่าของ W ซึ่งคำนวณจากสมการ 2.8 มีค่าเท่ากับ d_{ij} เมื่อ i = j

$$d'_{ij} = \frac{L'}{AE_p} \quad \text{_____ 2.9}$$

เมื่อ A = พื้นที่หน้าตัดของเสาเข็ม

E_p = modulus of elasticity ของวัสดุที่ใช้ทำเข็ม

L' = ความยาวของเข็มจากจุดที่ unit force กระทำจนถึงปลายเข็ม

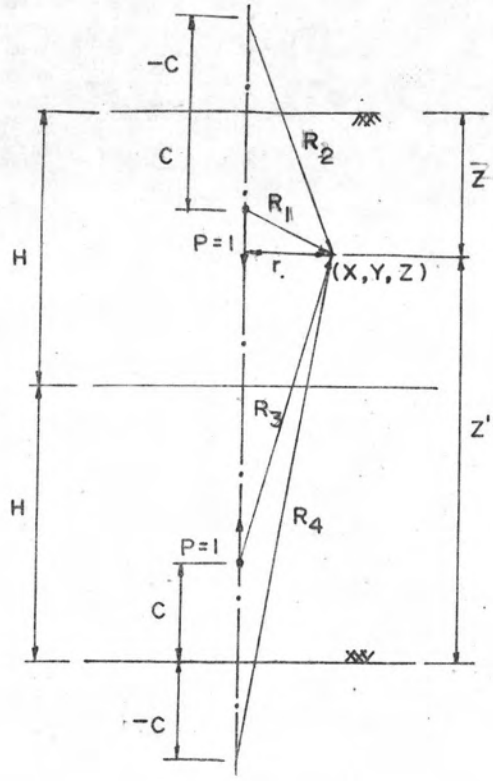
ในทำนองเดียวกัน $\Delta_i = \frac{PL}{AE_p}$ _____ 2.10

เมื่อ P = น้ำหนักกระทำที่หัวเข็มเป็นน้ำหนักที่รู้ค่า

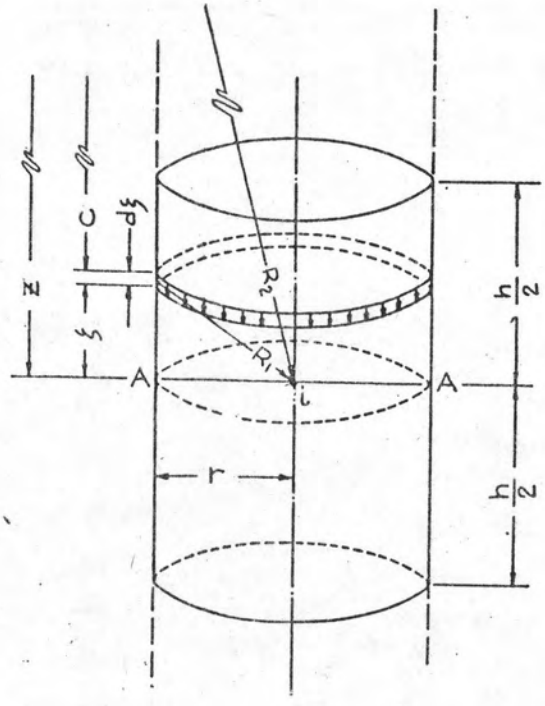
L = ความยาวของเข็ม

เมื่อแทนค่า d_{ij}, d'_{ij} และ Δ_i ลงในสมการ 2.5 จะได้ Simultaneous equation n สมการ ซึ่งมี F_1, F_2, F_3.....F_n เป็นตัวไม่รู้ค่า n ตัว เมื่อทำการแก้สมการแล้ว ก็จะได้ interaction force F ซึ่งมีค่าเท่ากับน้ำหนักที่ส่งถ่ายจากตัวเข็มไปสู่ดินที่ติดอยู่รอบ ๆ ตัวเข็มนั่นเอง

วิธี Elastic Solid Approach นี้ เป็นวิธีที่คิดผลของการส่งถ่ายน้ำหนักจากส่วนอื่นของเข็มที่มีต่อส่วนของเข็มที่กำลังพิจารณานั้น ๆ โดยการใช้สมการของ Mindlin (1936) วิธีนี้ มีสมมุติฐานที่ว่าดินเป็น homogeneous elastic mediam และ isotropic ซึ่งในสถาพจริง ๆ แล้ว ดินไม่มีคุณสมบัติดังเช่นสมมุติฐานที่ตั้งไว้ (Poulos and Davis 1980)



รูป 2.19 Effect of force P in presence of rigid boundary at depth H



รูป 2.20 EFFECT OF DISTRIBUTED LOAD AT POINT j ON DISPLACEMENT AT POINT i