บทที่ 2

การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ

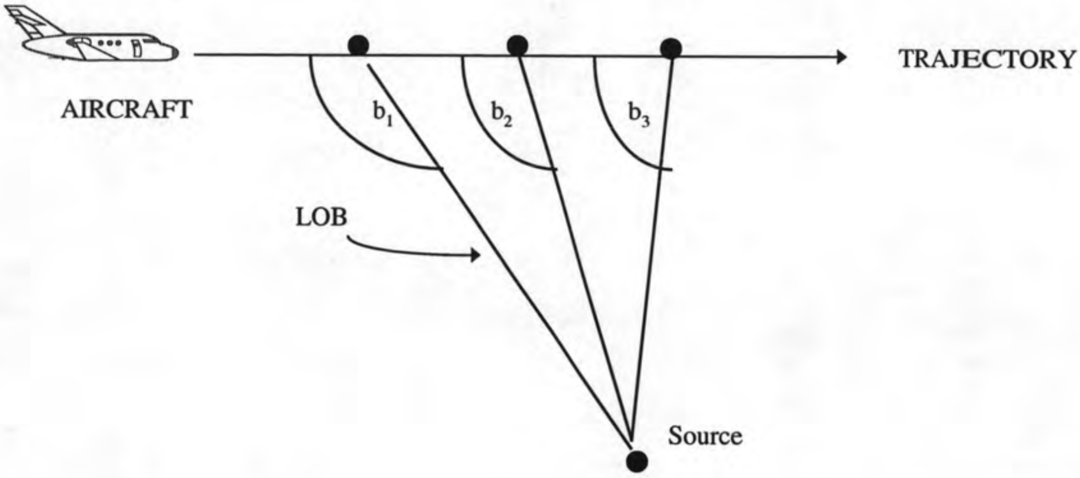
การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ นั้นหมายถึง การประมาณหาที่ตั้งของ transmitter ที่ปล่อยคลื่นวิทยุออกมา เมื่อมีการติดต่อสื่อสาร คลื่นที่แพร่กระจายออกมาจากสายอากาศของเครื่องส่งจะมีการแพร่ไปทุกทิศทุกทาง คลื่นวิทยุเป็นพลังงานแม่เหล็กไฟฟ้าที่สามารถเดินทางไปด้วยความเร็วเท่าแสง และถ้าคลื่นวิทยุมีความถี่ไม่เท่ากันก็มีคุณสมบัติการแพร่กระจายคลื่นไม่เท่ากัน กว่าคลื่นวิทยุจะเดินทางมาถึงสายอากาศของเครื่องรับ นั้นต้องผ่าน สิ่งกีดขวางต่าง ๆ เช่น ต้นไม้ เนินเขา ตึกสูง หรือมีการสะท้อน หักเห ของคลื่นในชั้นบรรยากาศ ซึ่งมีผลในการลดทอนของคลื่นวิทยุ ทำให้การวัดมีค่าของ noise เข้ามาปะปนในระบบ จึงทำให้ค่าที่ได้มีความ คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง ซึ่งต้องมีการแก้ปัญหา ในรูปของการคำนวณ เพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องแน่นอน และรวดเร็วโดยใช้อัลกอริทึมของแต่ละวิธีแก้ปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้

<u>รูปแบบของการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ</u>

การแก้ปัญหาในการคำนวณนั้น อัลกอริทึมที่ใช้กับวิธีการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณนั้นขึ้นอยู่กับรูปแบบของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น เพราะว่าอัลกอริทึมที่ใช้ในการหานั้นแตกต่างกัน และให้ผลความแม่นยำที่ต่างกัน โดยทั่วไปแล้วรูปแบบของ การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณนั้น แบ่งตามลักษณะของการทำงานได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

1. <u>Moving Observer Measurements</u>

เป็นการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณรูปแบบหนึ่ง โดยใช้ observer ติดตั้งอยู่บนอากาศยาน เป็นตัวดักรับสัญญาณวิทยุ จากการที่ transmitter นั้นปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา โดยใช้ observer ทำการวัดตั้งแต่สองครั้งขึ้นไป โดยที่ observer จะทำการวัดในขณะที่ อากาศยานกำลังบินไปตามวิถีการบิน ซึ่งผลการคำนวณที่ได้นั้นจะให้ความผิดพลาดมากพอสมควรนั้น เนื่องมาจากในขณะที่อากาศยานกำลังบินอยู่นั้น จะมีองค์ประกอบต่าง ๆ มากมาย ที่ทำให้ค่าที่ได้นั้นผิดพลาด องค์ประกอบเหล่านั้นได้แก่ ความเร็วของอากาศยาน ความเร็วของลม และ การสะท้อนของคลื่นในชั้นบรรยากาศ เป็นต้น ดังแสดงได้ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 Lines of Bearing (LOB) from aircraft positions

วิธีการที่นิยมใช้สำหรับ การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณวิทยุแบบ Moving Observer Measurements ได้แก่

1.1) Frequency Difference Of Arrival (FDOA)[6]

Frequency Difference Of Arrival หรือ เรียกอีกอย่างว่า Differential Doppler เป็นวิธีการวัดความต่างของความถี่ในช่วงเวลาเดียวกัน ของ observer 2 เครื่อง ในขณะที่ observer นั้นกำลังเคลื่อนที่ ติดตั้งบนอากาศยานแต่ละลำ

FDOA เป็นวิธีที่ซับซ้อนในเชิงปฏิบัติ คือ observer ทั้ง 2 เครื่องต้อง synchronized ได้แม่นยำในช่วงเวลาเดียวกัน และการวัดการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในระหว่างช่วงการวัดความถี่จะต้องมีความเที่ยงตรงสูงมากเช่นเดียวกัน

1.2) Extended Kalman Filter (EKF) [4],[7]

Extended Kalman Filtering (EKF) เป็นวิธีการที่ใช้ observer เครื่องเดียวติดตั้งบนอากาศยาน ทำการวัดมุมทิศในขณะที่อากาศยานกำลังบิน โดยทำการวัดตั้งแต่ 2 ครั้งขึ้นไป และการวัดแต่ละครั้งจะต่างเวลากัน วิธี EKF นี้เป็นวิธีที่ นิยมใช้แก้ปัญหาของระบบ ที่มีค่าของ data นั้นเป็น non-linear function of the state variables

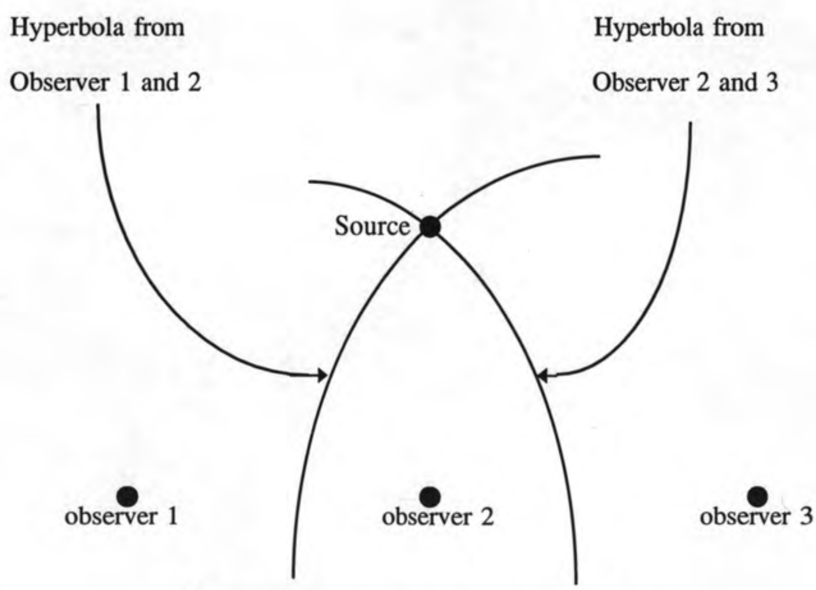
2. <u>Fixed Observer Measurements</u>

เป็นการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ อีกรูปแบบหนึ่งที่สำคัญ โดยใช้ observer อย่างน้อย 2 เครื่องขึ้นไป โดยที่ observer ที่ใช้ในการวัดนั้นตั้งอยู่กับที่ ซึ่งในการวัดนั้นถ้าใช้ observer มากเท่าไร ก็ยิ่งให้ความแม่นยำมากขึ้นเท่านั้น และ ค่าความผิดพลาด ที่ได้จากการวัดในรูปแบบของ Fixed Observer Measurements นี้ให้ค่าความผิดพลาดน้อยกว่าในรูปแบบ Moving Observer Measurements เนื่องจากการวัด ไม่มีผลกระทบในเรื่องความเร็วของ observer มาเกี่ยวข้อง

วิธีการที่นิยมใช้ สำหรับการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณแบบ Fixed Observer Measurements ได้แก่

2.1) <u>Time Difference Of Arrival (TDOA)</u>[6] , [8]

การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณแบบ TDOA (Time Difference Of Arrival) หรือ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Hyperbolic Localization จะหาตำแหน่งของ Source โดยการดำเนินกรรมวิธีวัดเวลาที่เข้ามาของสัญญาณ มายังสถานีเครื่องรับ (observer) จำนวน 3 สถานีหรือมากกว่า โดยใช้หลักการที่ว่า ผลต่างของเวลาที่วัดได้ระหว่าง 2 สถานี มีค่าคงที่แล้ว ตำแหน่งนั้นจะอยู่บนเส้นโค้ง hyperbola โดยใช้การหาครั้งละ 2 สถานี และต้องใช้อย่างน้อย 3 สถานี เพื่อที่จะได้เกิดเส้น hyperbola 2 เส้นตัดกัน จุดตัดนั้นก็คือ ที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ แสดงได้ดังรูปที่ 2.2

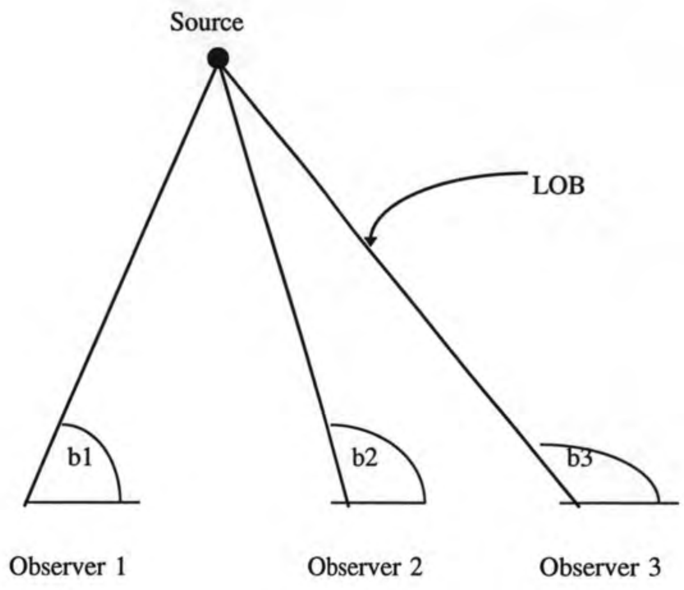


รูปที่ 2.2 Intersecting hyperbolas from three observers

2.2) Bearing Angle Measurements [9]

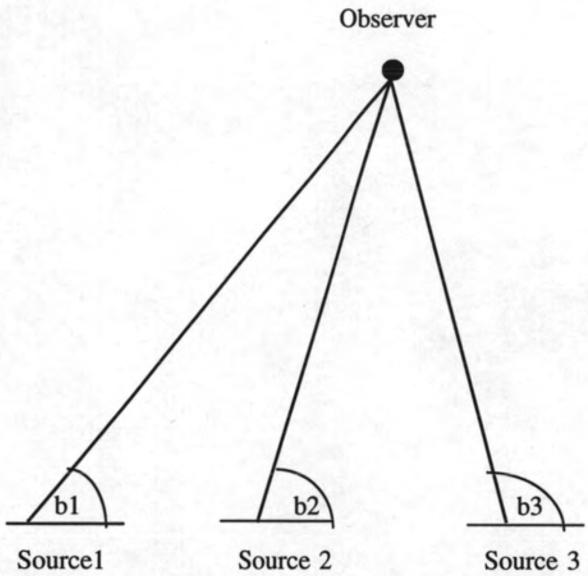
Bearing Angle Measurements คือ วิธีการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณจากการวัดมุมทิศ ที่ต้องใช้เครื่องหาทิศทางสัญญาณ (Radio Direction Finder) ที่ตั้งอยู่กับที่อย่างน้อย 2 เครื่อง โดยใช้วิธีการสกัดกลับ (Triangulation) คือ การลากเส้นตรงไปตามมุมทิศที่วัดได้ เส้นตรงนี้เรียกว่าเส้นมุมทิศ Line Of Bearing (LOB)หรือ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Direction Of Arrival (DOA) จุดที่เส้น LOB ตัดกัน คือ ตำแหน่งที่ตั้งของแหล่งกำเนิดสัญญาณ

การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ (Source) จากการวัดมุมทิศ เป็นการหาโดยการวัดมุมทิศ ที่ได้จากการรู้ตำแหน่งที่ตั้งของ เครื่องรับ (Observer) ที่เรียกว่า " Triangular " ดังที่แสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 Source Localization

ในทางกลับกันถ้าต้องการทราบที่ตั้งของเครื่องรับ (Observer) เช่น ระบบนำร่องเดินอากาศ ได้แก่ LORAN, VOR เป็นต้น ซึ่งสามารถหาได้จากการวัดมุมทิศของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ทราบตำแหน่งที่ตั้ง ซึ่ง เรียกว่า" Back Triangular" ดังแสดงในรูปที่ 2. 4



รูปที่ 2. 4 Navigation

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้ศึกษาวิธีการประมาณหาตำแหน่งที่ตั้งของแหล่งกำเนิดสัญญาณ ในกรณีของ Fixed Observer Measurements โดยใช้วิธี การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ (Bearing Angle Measurements)

<u>การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ</u>

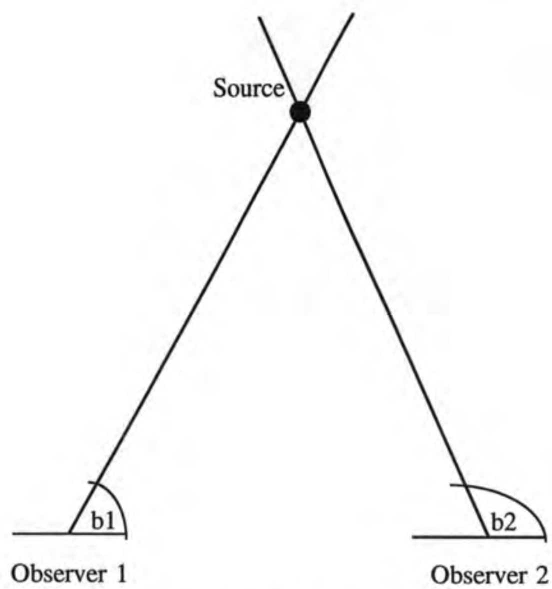
การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ (Bearing Angle Measurements) สามารถหาได้จาก การวัดมุมทิศ ที่รู้ตำแหน่งของเครื่องรับ (Observer) ตั้งแต่ 2 เครื่องขึ้นไป โดยหาจากจุดตัดของเส้นมุมทิศ 2 เส้น ในกรณีของ 2 observers ถ้าในกรณีที่มากกว่า 2 observers จะมีเส้นมุมทิศตัดกันมากกว่า 1 จุด เนื่องมาจากสัญญาณรบกวนที่เข้ามาปะปนกับการวัด ทำให้เกิดค่าผิดพลาด เป็นรูปสามเหลี่ยมของการคลาดเคลื่อน ที่เรียกว่า " cocked hat "

<u>ประเภทของวิธีการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ</u>

การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ นั้นจะเห็นได้ว่าจุดตัดที่เกิดจากมุมทิศที่วัดได้นั้น จะตัดเป็นจุดเดียวก็ต่อเมื่อ มีการวัดมุมทิศแค่ 2 มุมทิศเท่านั้น ถ้ามีการวัดมากกว่า 2 มุมทิศ จุดตัดที่เกิดขึ้นก็จะมีมากขึ้นตามจำนวนมุมทิศที่วัด ดังนั้นจึงมีวิธีการคำนวณที่ต่างกัน โดยแบ่งตาม observer ได้ดังนี้

1. <u>จำนวน 2 Observers</u>

การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศในกรณีที่มีเพียง 2 Observers นั้นก็คือ การหาจุดตัดของเส้นมุมทิศ 2 เส้น แสดงได้ในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 Intersection of 2 lines of bearing

วิธีการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ ในกรณีนี้ คือ การหาจุดตัดของสมการเส้นตรง 2 เส้น ดังแสดงได้ดังนี้

รูปแบบของสมการเส้นตรง $y = mx + c$

เส้นตรงที่หนึ่ง $y = m1x + c1 \longrightarrow$ (1)

เส้นตรงที่สอง $y = m2x + c2 \longrightarrow$ (2)

หรือ

$$\begin{bmatrix} m1 & -1 \\ m2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c1 \\ -c2 \end{bmatrix} \longrightarrow (3)$$

ทั้งนี้ค่า m1 เป็นค่าความชันของเส้นตรงที่หนึ่ง

มีค่าเท่ากับ $y1/x1 = \tan(b1)$

และค่า m2 เป็นค่าความชันของเส้นตรงที่สอง

มีค่าเท่ากับ $y2/x2 = \tan(b2)$

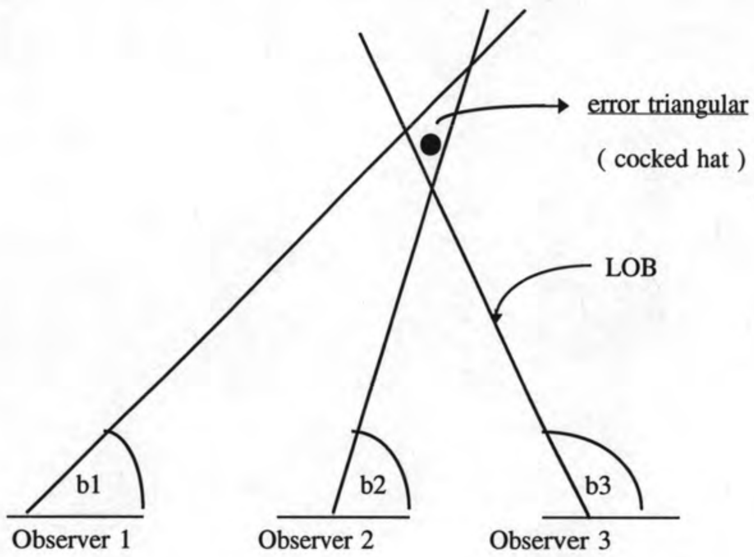
จากสมการ (3) สามารถหาจุดตัดของเส้นตรงสองเส้นได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c1 \\ -c2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m1 & -1 \\ m2 & -1 \end{bmatrix}^{-1}$$

: ตำแหน่งของแหล่งกำเนิดสัญญาณ คือ (X, Y)

2. <u>จำนวน 3 Observers</u>

โดยปกติมุมทิศที่วัดได้ จะมีสัญญาณรบกวนปะปนอยู่ จะทำให้ เส้นมุมทิศ ไม่ตัดที่จุด ๆ เดียว ถ้ามีเส้นมุมทิศ 3 เส้น เส้นที่ตัดกันทำให้เกิดเป็นพื้นที่สามเหลี่ยม เรียกว่า สามเหลี่ยมของการคลาดเคลื่อน ดังนั้น การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณจากการวัดมุมทิศ ต้องหาตำแหน่งที่แม่นยำมากที่สุด (optimal location) ที่อยู่ภายในพื้นที่สามเหลี่ยมของการคลาดเคลื่อนนี้ดังแสดงได้ในรูปที่ 2.6



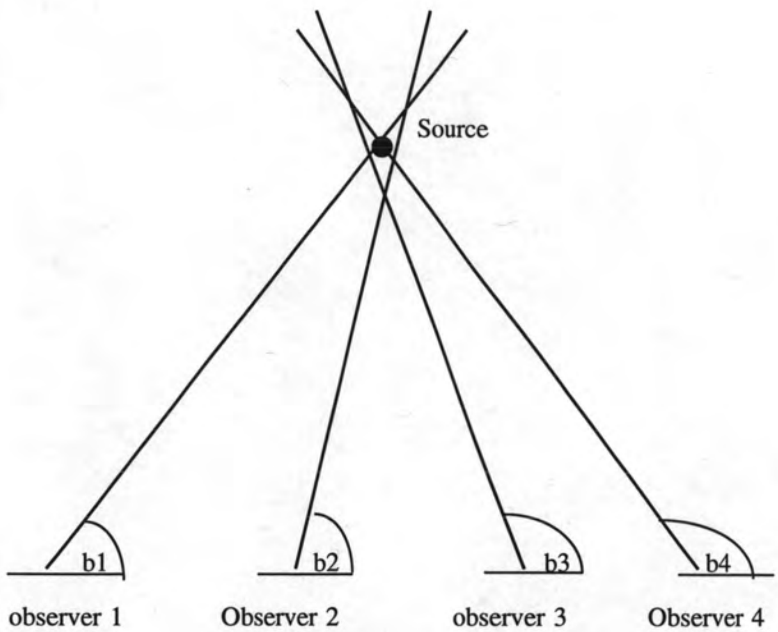
รูปที่ 2.6 Intersection of 3 lines of bearing

3. <u>จำนวน 4 Observers</u>

ถ้ามี 4 Observers การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ นั้น จะกระทำเช่นเดียวกันกับการหาในกรณี 3 Observers แต่จะใช้การแบ่งครั้งละ 3 Observers ได้ 4 ลักษณะ ดังนี้

1) Observer ที่ 1, 2, 3
2) Observer ที่ 1, 2, 4
3) Observer ที่ 1, 3, 4
4) Observer ที่ 2, 3, 4

โดย นำค่าที่ได้จากทั้งสี่ลักษณะนี้ มาค่าเฉลี่ย จึงจะได้ค่าที่ดีที่สุด แสดงได้ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 Intersection of 4 lines of bearing

<u>ขั้นตอนในการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ</u>

การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศนั้นโดยปกติ มุมทิศที่วัดได้จะเป็นค่ามุมทิศที่มีสัญญาณรบกวน (noise) ปะปนเข้ามา ดังนั้น ขั้นตอนในการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จะมีอยู่ด้วยกัน 2 รูปแบบ คือ

1. <u>หา Optimal Bearing Angle ก่อน</u> โดยการใช้ค่า Measured Bearing Angles ที่ได้จากการวัด n ครั้งในการ Estimate เพื่อให้ได้ค่า Optimum Angle ของแต่ละ Observer เพียงค่าเดียว ก่อนที่จะนำไปใช้ในขบวนการ Location Estimation เพื่อให้ได้ค่า Optimum location ออกมาในรูปพิกัด x , y เพียงค่าเดียว

2. <u>หา Emitter Location จาก Measured Bearing Angles ก่อน</u> โดยการนำค่าของ Bearing Angles ที่ได้จากการวัด n ชุดมาผ่านขบวนการ Location Estimation จำนวน n ครั้ง เพื่อให้ได้ค่าของ location ออกมาในรูปพิกัด x , y จำนวน n ค่า แล้วจึงมาผ่านขบวนการ Optimum Location Estimation เพื่อ Estimate ค่าพิกัด x ,y ให้ได้ค่า Optimum เพียงค่าเดียว

ในการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศนั้น ค่า input จะเป็น Bearing Angle Vector ที่ได้จากการวัด โดยมี noise ที่ถูกสมมติให้เป็น Gaussian Random Variables ซึ่งเขียนอยู่ในรูป Matrix ได้ดังนี้

ให้ : $B(n) = [\, b1(n)\ b2(n) \ldots\ldots bL(n) \,]^T$

$=$ Bearing Angle Vector

$bi(n) = \theta_i + \eta(n)$

โดยที่ i = 0bserver index

n = time index

(มีค่าขึ้นอยู่กับเวลาที่ Source ส่งสัญญาณ)

$bi(n)$ = มุมทิศที่วัดได้ของ observer ที่ i ที่เวลา n

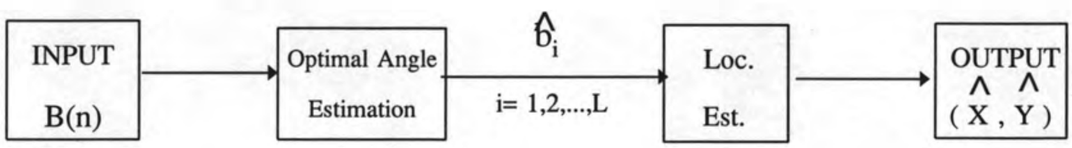
θ_i = มุมทิศจริง

$\eta(n)$ = noise ที่เวลา n

L = จำนวน observer

1. <u>หา Optimal Bearing Angle ของแต่ละ Observer ก่อน</u>

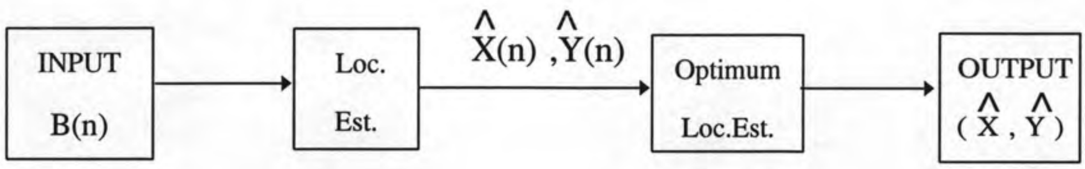
เป็นการหาค่า Optimal Bearing Angle ของแต่ละ Observer ก่อน โดยการให้มุมทิศที่วัดได้จาก Observer แต่ละ Observer ผ่านขบวนการ Optimal Angle Estimation ซึ่งก็คือขบวนการ Noise Smoothing จะได้ Optimal Angles แล้วจึงผ่านขบวนการ LOCATION ESTIMATION (LOC.EST.) ซึ่งมีมุมทิศ 3 มุมเป็น input ได้ OUTPUT อยู่ในรูปของ X , Y ซึ่งเป็นค่าที่ optimal โดยแสดงในรูปของ Block Diagram ได้ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 หา Optimal Bearing Angle ก่อน

2. <u>หา Emitter Location จาก Measured Bearing Angles ก่อน</u>

เป็นการหา Emitter Location จาก Measured Bearing Angles ก่อน โดยให้ Measured Bearing Angle Vector ผ่านเข้าขบวนการ LOCATION ESTIMATION (LOC.EST.) ได้ออกมาอยู่ในรูปของ $\hat{X}(n)$, $\hat{Y}(n)$ แล้วผ่านเข้าขบวนการ Optimum Loc. Est. ซึ่งก็คือ Noise Smoothing ได้ OUTPUT อยู่ในรูปของ $\hat{X}$, $\hat{Y}$ ซึ่งเป็นค่าที่ optimal โดยแสดงในรูปของ Block Diagram ได้ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 หา Emitter Location จาก Measured Bearing Angles ก่อน

<u>อัลกอริทึมที่ใช้เปรียบเทียบในการประมาณหาตำแหน่งที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ</u>
<u>ในกรณีที่มากกว่า 2 obsevers</u>

ในกรณีที่มากกว่า 2 obsevers นั้นหมายถึง การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ ที่ใช้การวัดมุมทิศ 3 หรือ 4 มุม เนื่องจากอัลกอริทึมที่ใช้ในการคำนวณนั้น ตั้งแต่อดีตมาจนถึงปัจจุบันได้มีการพัฒนาอัลกอริทึมมาโดยตลอดดังนั้นจึงได้นำอัลกอริทึมที่ได้พัฒนามาแล้วในอดีต มาทำการทดลอง เปรียบเทียบ เพื่อให้ทราบว่า อัลกอริทึมใดให้ผลความแม่นยำมากกว่าในกรณีต่าง ๆ

1. <u>LOCATION ESTIMATION (Loc.Est)</u>

ในการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ ในกรณี Fixed observer นั้นมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้นำอัลกอริทึมใน การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณมาเปรียบเทียบด้วยกัน 4 วิธี เพื่อที่จะหาค่าเฉลี่ยในการทำหลาย ๆ ครั้ง ในกรณีเดียวกัน และทำในหลาย ๆ กรณี เพื่อแสดงเปรียบเทียบให้เห็นถึง ความแม่นยำของแต่ละวิธีในกรณีต่าง ๆ

อัลกอริทึมที่ใช้ในการเปรียบเทียบในขบวนการของ Location Estimation

1.1 Simple Average method

โดยปกติมุมทิศที่วัดได้จะมีสัญญาณรบกวน เข้ามาปะปน และสัญญาณรบกวน นั้นมีคุณสมบัติเป็น gaussian random variables process [12] ในกรณี 3 observers จะเกิดเส้น bearing line ตัดกัน 3 จุด ในกรณีนี้ใช้การหาในลักษณะเดียวกันกับ การหาจุดตัดที่เกิดจากสมการเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน โดยหาจุดตัดทีละคู่ จะได้จุดตัด 3 จุด แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ย ดังแสดงได้ตามสมการ

$$\hat{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$$

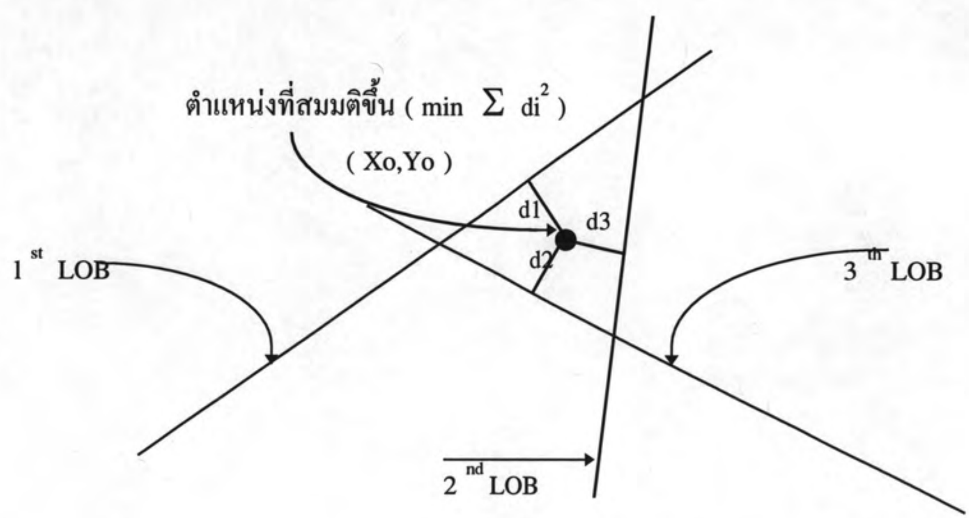
$$\hat{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Y_i$$

โดยที่ X_i, Y_i คือ จุดที่ตัดที่ i ของเส้น Line of Bearing 2 เส้น

และ $N = 3$

1.2 Least square method [10]

เป็นการหาตำแหน่งโดยหาผลรวมที่มีค่าน้อยที่สุด ของระยะทางกำลังสองจากตำแหน่งที่เราสมมติขึ้น และลากไปตั้งฉากกับเส้น LOB ของแต่ละเส้น แสดงได้ดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 Least Square Method

โดยที่ d = ระยะทางกำลังสองจาก จุดที่สมมติขึ้น ที่อยู่ในพื้นที่รูปสามเหลี่ยมนั้น (error triangular)ไปที่เส้น LOB ทุกเส้น

จากทฤษฎีดังกล่าวสามารถหาตำแหน่งที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณได้จากสมการดังต่อไปนี้

จากสมการเส้นตรง $y = mx + c$

เส้นตรงที่หนึ่ง $y = m1x + c1$

เส้นตรงที่สอง $y = m2x + c2$

เส้นตรงที่สาม $y = m3x + c3$

ให้ (xo , yo) เป็น optimum coordinate

di = ระยะจากจุด xo , yo ไปยังเส้นตรง LOB ที่ i (i=1,2,3)

$$di = \frac{| aixo^2 + biyo^2 + ci |}{\sqrt{ai^2 + bi^2}}$$

ในกรณีนี้ $ai = mi$

$bi = -1$; for all i

$$di = \frac{| mixo - yo + ci |}{\sqrt{ai^2 + bi^2}}$$

$$\sum_{i=1}^{3} di^2 = \sum_{i=1}^{3} \frac{(mixo - yo + ci^2)}{mi^2 + 1} = Dsqr$$

$$= \sum_{i=1}^{3} \frac{(mi^2xo^2 - mixoyo + mixoci - mixoyo - yoci - yo^2 + ci^2 + mixoci - ciyo)}{mi^2 + 1}$$

$$= \sum_{i=1}^{3} \frac{(mi^2xo^2 - yo^2 + ci^2 - 2mixoyo + 2mixoci - 2ciyo)}{mi^2 + 1}$$

$$Dsqr = \left[\frac{\begin{array}{l}(m2^2+1)(m3^2+1)(m1^2\,xo^2 - yo^2 + c1^2 - 2m1xoyo + 2m1xoc1 - 2c1yo) + \ldots \\ (m1^2+1)(m3^2+1)(m2^2\,xo^2 - yo^2 + c2^2 - 2m2xoyo + 2m2xoc2 - 2c2yo) + \ldots \\ (m1^2+1)(m2^2+1)(m3^2\,xo^2 - yo^2 + c3^2 - 2m3xoyo + 2m3xoc3 - 2c3yo)\end{array}}{(m1^2+1)(m2^2+2)(m3^2+1)}\right]$$

$$\frac{\partial\, Dsqr}{\partial\, xo} = \left[\frac{\begin{array}{l}(m2^2+1)(m3^2+1)(2m1^2\,xo - 2m1yo + 2m1c1) + \ldots \\ (m1^2+1)(m3^2+1)(2m2^2\,xo - 2m2yo + 2m2c2) + \ldots \\ (m1^2+1)(m2^2+1)(2m3^2\,xo - 2m3yo + 2m3c3)\end{array}}{(m1^2+1)(m2^2+2)(m3^2+1)}\right] \longrightarrow 1$$

$$\frac{\partial\, Dsqr}{\partial\, yo} = \left[\frac{\begin{array}{l}(m2^2+1)(m3^2+1)(-2yo + 2m1xo + 2c1) + \ldots \\ (m1^2+1)(m3^2+1)(-2yo + 2m2xo + 2c2) + \ldots \\ (m1^2+1)(m2^2+1)(-2yo + 2m3xo + 2c3)\end{array}}{(m1^2+1)(m2^2+2)(m3^2+1)}\right] \longrightarrow 2$$

จากทฤษฎี ของ Least Square Method

หา xo , yo ที่ทำให้ Dsqr น้อยที่สุด

ให้ $\dfrac{\partial \text{ Dsqr}}{\partial \text{ xo}} = 0$ จะได้

$$A[2m1^2 xo - 2m1yo + 2m1c1] + B[2m2^2 xo - 2m2yo + 2m2c2] + ...$$
$$C[2m3^2 xo - 2m3yo + 2m3c3] = 0 \longrightarrow (3)$$

ให้ $\dfrac{\partial \text{ Dsqr}}{\partial \text{ yo}} = 0$ จะได้

$$A[-2yo + 2m1xo + 2c1] + B[-2yo + 2m2xo + 2c2] + ...$$
$$C[-2yo + 2m3xo + 2c3] = 0 \longrightarrow (4)$$

$$A = (m2^2 + 1)(m3^2 + 1)$$
$$B = (m1^2 + 1)(m3^2 + 1)$$
$$C = (m1^2 + 1)(m2^2 + 1)$$

จาก (3) ; $2Am1^2 xo - 2Am1yo + 2Am1c1 + 2Bm2^2 xo - 2Bm2yo + 2Bm2c2 + ...$
$2Cm3^2 xo - 2cm3yo + 2cm3c3 = 0$

$$(2Am1^2 + 2Bm2^2 + 2C3m3^2)x0 - (2Am1 + 2Bm2 + 2C3)y0 + ...$$
$$2Am1c1 + 2Bm2c2 + 2Cm3c3 = 0$$

$$Exo + Fyo + G = 0 \longrightarrow (5)$$

$$E = 2[\,Am1^2 + Bm2^2 + Cm3^2\,]$$
$$F = -2[\,Am1 + Bm2 + Cm3\,]$$
$$G = 2[\,Am1c1 + Bm2c2 + Cm3c3\,]$$

จาก 4 ; $-2Ayo + 2Am1xo + 2Ac1 - 2Byo + 2Bm2xo + 2Bc2 + \ldots$

$$-2Cyo + 2Cm3xo + 2Cc3 = 0$$

$$(2Am1 + 2Bm2 + 2Cm3)xo - (2A + 2B + 2C)yo + \ldots$$

$$2Ac1 + 2Bc2 + 2Cc3 = 0$$

$$Hxo + Jyo + K = 0 \longrightarrow 6$$

$$H = 2[\ Am1 + Bm2 + Cm3\ ]$$

$$J = -2[\ A + B + C\ ]$$

$$K = 2[\ Ac1 + Bc2 + Cc3\ ]$$

5 X J ; $EJxo + FJyo + JG = 0 \longrightarrow 7$

6 X F ; $FHxo + FJyo + FK = 0 \longrightarrow 8$

7 - 8 ; $(\ EJ - FH\ )\ xo = FK - JG$

$$\boxed{xo = \frac{FK - JG}{EJ - FH}}$$

5 X H ; $EHxo + FHyo + GH = 0 \longrightarrow 9$

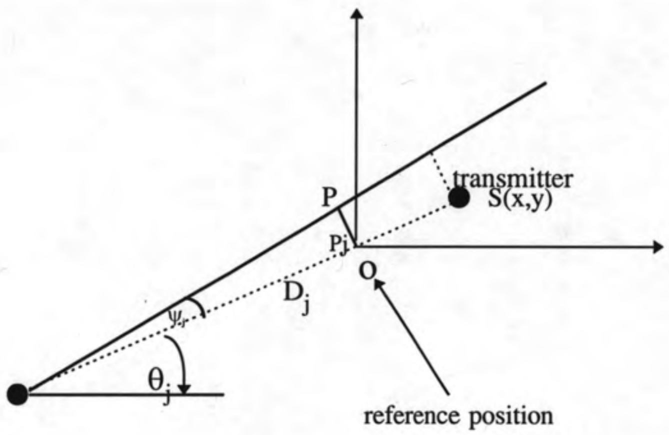
6 X E ; $EHxo + EJyo + KE = 0 \longrightarrow 10$

9 - 10 ; $(\ FH - EJ\ )\ yo = KE - GH$

$$\boxed{yo = \frac{KE - GH}{FH - EJ}}$$

1.3 Stansfield' s algorithm [1]

Stansfield , R.G.(1947) [1] ซึ่งเป็นผู้บุกเบิกงานในด้านนี้ โดยการนำเสนออัลกอริทึมในการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ โดยหาจากจุดตัดของเส้น LOB ที่ได้จากการวัดตั้งแต่ 3 เส้น หรือ 3 observers ขึ้นไป ในกรณีของ fixed observer เนื่องจากมีสัญญาณรบกวนมาเกี่ยวข้อง จุดตัดจึงไม่ได้มีจุดเดียว แต่จะเกิดเป็นพื้นที่สามเหลี่ยมของการคลาดเคลื่อนขึ้น Stansfield ได้เสนออัลกอริทึม เพื่อหาค่าประมาณของตำแหน่งจริง ที่อยู่ในพื้นที่ของสามเหลี่ยมนี้ ซึ่งสามารถสรุปเป็นสมการได้ดังนี้



รูปที่ 2.11 Stansfield' s algorithm method

$$\hat{X} = X_0 + \frac{1}{(\lambda\mu-\upsilon^2)} \left[\sum_{j=1}^{N}{}_{P_j} \frac{(\upsilon \cos\theta_j - \mu \sin\theta_j)}{\sigma^2_{P_j}} \right]$$

$$\hat{Y} = Y_0 + \frac{1}{(\lambda\mu-\upsilon^2)} \left[\sum_{j=1}^{N}{}_{P_j} \frac{(\lambda \cos\theta_j - \upsilon \sin\theta_j)}{\sigma^2_{P_j}} \right]$$

โดยที่

$$\lambda = \sum_{j=1}^{N} \frac{\sin^2\theta_j}{\sigma^2_{Pj}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\sin^2\theta_j}{\sigma^2_{\psi j} D^2_j}$$

$$\mu = \sum_{j=1}^{N} \frac{\cos^2\theta_j}{\sigma^2_{Pj}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\cos^2\theta_j}{\sigma^2_{\psi j} D^2_j}$$

$$\upsilon = \sum_{j=1}^{N} \frac{\sin\theta_j \cos\theta_j}{\sigma^2_{Pj}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\sin\theta_j \cos\theta_j}{\sigma^2_{\psi j} D^2_j}$$

X_0, Y_0 = reference point within the error area

D_j = Distance from Observer J

θ_j = Bearing from Observer J

ψ_j = Error in bearing from Observer J

P_j = Distance from point to be located to line of bearing from Observer J

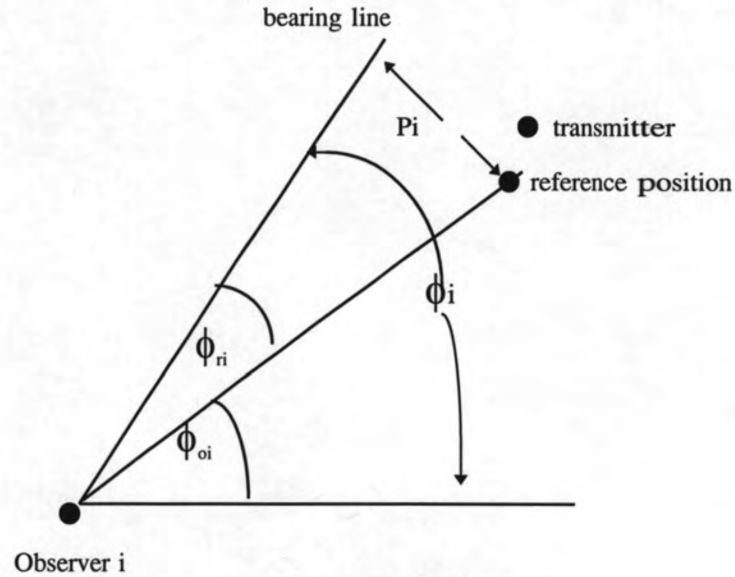
σ = Root-mean-square error of a fix

$\sigma_{\psi j}$ = Standard deviation of ψj

σ_{Pj} = Standard deviation of Pj

1.4 Torrieri' s algorithm [3]

Torrieri นำเสนออัลกอริทึมของ วิธีการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ โดยนำอัลกอริทึมของ Stansfield มาเป็นต้นแบบในการพัฒนา แล้วใช้ Linearized Least Squareในการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ ในสามเหลี่ยมของการคลาดเคลื่อน Torrieri อ้างว่าอัลกอริทึมของเขาให้ความแม่นยำมากกว่า Stansfield ในกรณีที่ Noise Variance มีค่าน้อยมาก ๆ อัลกอริทึมของ Torrieri จะให้ผลแม่นยำกว่ามากกว่าอัลกอริทึมของ Stansfield สามารถสรุปเป็นสมการได้ดังนี้



รูปที่ 2.12 Torrieri' s algorithm method

$$\hat{X} = X_0 + \frac{1}{\mu\lambda-\upsilon^2} \sum_{i=1}^{N} \phi_{ri} \frac{\{\upsilon\cos\phi_{oi} - \mu\sin\phi_{oi}\}}{D_{oi}\sigma^2_{\phi i}}$$

$$\hat{Y} = Y_0 + \frac{1}{\mu\lambda-\upsilon^2} \sum_{i=1}^{N} \phi_{ri} \frac{\{\lambda\cos\phi_{oi} - \upsilon\sin\phi_{oi}\}}{D_{oi}\sigma^2_{\phi i}}$$

โดยที่

$$\mu = \sum_{i=1}^{N} \frac{\cos^2\phi_{oi}}{D^2_{oi}\sigma^2_{\phi i}}$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^{N} \frac{\sin^2\phi_{oi}}{D^2_{oi}\sigma^2_{\phi i}}$$

$$\upsilon = \sum_{i=1}^{N} \frac{\sin^2\phi_{oi}\cos\phi_{oi}}{D^2_{oi}\sigma^2_{\phi i}}$$

$$\phi_{oi} = \tan^{-1}\frac{(yo-y1)}{(xo-x1)}$$

$$\phi_{ri} = \phi_i - \phi_{oi}$$

$$D_{0i} = \sqrt{(xo-xi)^2 + (yo-yi)^2}$$

X_0, Y_0 = reference point within the error area

ϕ_{oi} = the standard angular deviation of the *i*th bearing

D_{0i} = the estimated distance to the Source from the *i*th bearing

$\sigma_{\phi i}$ = the standard angular deviation of the *i*th DF site

N = the number of DF locations

2. ESTIMATION OPTIMAL DATA FROM NOISY MEASUREMENTS

ในการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ ในกรณี Multiple Fixed observer นั้น มุมทิศที่ได้จากการวัดซึ่งมี noise เข้ามาปะปน กับมุมทิศที่วัดได้ noise จะมีค่ามาก หรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายอย่างของการแพร่กระจายคลื่น จากเครื่องส่งมายังเครื่องรับ ซึ่งในการวัดแต่ละครั้งนั้น ค่าของสัญญาณรบกวนนี้จะแตกต่างกันด้วย จึงต้องทำการวัดหลาย ๆ ครั้ง สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในการวัดนั้นมีคุณสมบัติเป็น gaussian random variables ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้นำอัลกอริทึมในการประมาณค่าจริงจากค่าที่ได้จากการวัด ซึ่งมีสัญญาณรบกวนปนอยู่ มาเปรียบเทียบด้วยกัน 2 วิธีดังนี้

2.1 Maximum likelihood estimation (ML) [11]

เป็นวิธีการ ประมาณค่า ที่นิยมใช้มากที่สุด เมื่อเทียบกับวิธีการอื่น ๆ ปกติมุมทิศที่วัดได้จะมีความผิดพลาดซึ่งเสมือนกับมีสัญญาณรบกวน เข้ามาปะปนอยู่จะได้รูปสมการดังนี้

ขณะที่ $Z(n) = X(n) + \eta(n) \qquad ; \quad n = 1, \ldots, N$

$Z(n)$ = noisy data

$h(n)$ = noise ที่ เวลา n

$X(n)$ = true data ที่ เวลา n

ในขั้นต้น วิธีการของ Maximum likelihood estimation นั้นเป็นการประมาณค่า โดยใช้การแก้ปัญหาด้วยสมการ log-likelihood โดยเขียนได้ดังสมการ

$$\nabla \ln p(Z \backslash X) \Big|_{X = \hat{X}} = 0$$

เมื่อเราพิจารณาค่าของ X (n) ซึ่งเป็น unknown constant จากการวัด noise ถูกสมมติ ให้เป็น independent gaussian random variables และไม่มี priori knowledge

$$p(Z \backslash X) = p(z(1) \backslash X) \ldots p(z(N) \backslash X)$$

Z(n) เป็น independent , maximum likelihood ของ X(n) ถูกแก้ปัญหา โดยใช้ log-likelihood equation ได้เป็นสมการดังนี้

$$\nabla \ln p(Z \backslash X) \Big|_{X = \hat{X}} = 0$$

$$\hat{X}_{ML} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} Z(n)$$

2.2 <u>Standard Kalman Filtering (KF)</u> [12]

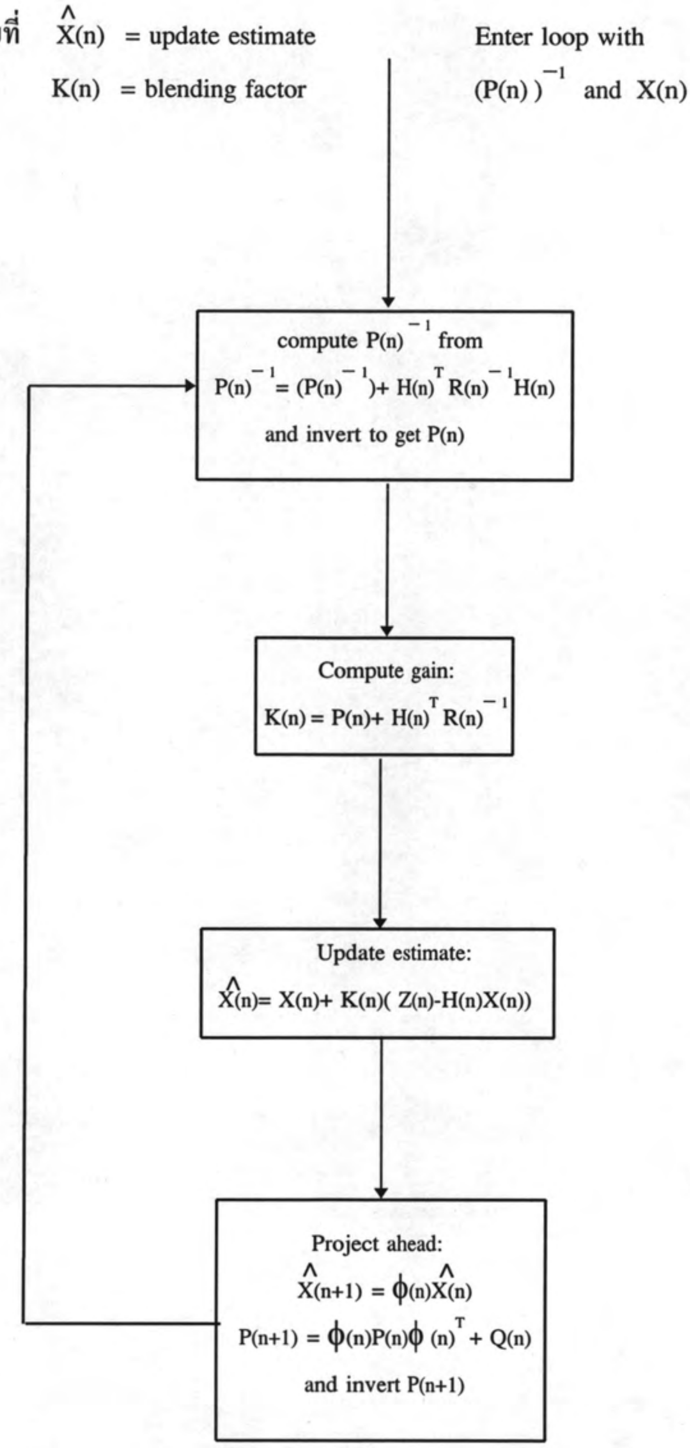
ในกรณีนี้ อัลกอริทึมที่เรานำใช้ในการ Estimate นั้นอยู่ในรูปของ Discrete Kalman Filter หรือเป็นวิธีการแก้ปัญหาของข้อมูลที่เป็น discrete-data linear filtering โดยใช้ state-space คือ การ Estimate ของ state X(n) from noisy measurement Z(n) ซึ่งเป็นการ prediction ค่าที่เวลา n based on ที่เวลา n-1 สมมติว่าต้องการหาค่า $\hat{X}$ ที่เวลา n เราต้องทราบค่า $\hat{X}$(n-1/n-1) และ Covariance P(n-1/n-1) เพื่อ predict ให้ได้ค่า X(n-1/n-1) และ Covariance P(n-1/n-1) โดยมีรูปแบบของสมการระบบดังนี้

$\hat{X}(n+1)$	=	X(n)	for the system
Z(n+1)	=	X(n+1) + η(n+1)	for the measurements
X(n+1)	=	true data ที่ เวลา n+1	
Z(n+1)	=	noisy data ที่ เวลา n+1	

เมื่อเราพิจารณาค่าของ X(n) ซึ่งเป็น unknown constant จากการวัด noise ถูกสมมติ ให้เป็น independent gaussian random variable สามารถแสดงการทำงานของระบบได้ดังนี้

โดยที่ $\hat{X}(n)$ = update estimate

$K(n)$ = blending factor



รูปที่ 2.13 Kalman filter recursive Process

<u>อัลกอริทึมที่นำเสนอ</u>

เนื่องจาก หลักการของ Nonlinear system นั้นทำให้ค่าที่เกิดการเปลี่ยนแปลงนั้นมีค่าไม่คงที่ ซึ่งต่างจาก Linear system ทำให้มีการยืดหยุ่นในการเข้าสู่ตำแหน่งที่ถูกต้องได้ดีกว่า นั้นหมายความว่าค่าความคลาดเคลื่อน (Δ xe , Δ ye) ในการเข้าสู่ตำแหน่งที่ถูกต้อง จะลดลงเรื่อย ๆ ซึ่งสามารถนำหลักการนี้ไปใช้ในการหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณแบบต่าง ๆ ได้ เช่น ในกรณีของ Moving Observer โดยติดตั้ง Observer ไว้บนอากาศยาน ซึ่ง เป็นผลงานของ Spingarn, K. [4] ในปี นอกจากนี้ นำไปใช้แก้ปัญหาของระบบ ที่มีค่าของ data เป็นชนิด non-linear

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้นำเสนออัลกอริทึม ของการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ จากการวัดมุมทิศ ในกรณีของ multiple fixed observers โดยใช้วิธีการ Extended Kalman Filter (EKF) [12],[13],[14],[15] เป็น Optimum Location Estimator โดยมี Input ของระบบ เป็น vector sequence ของ Measured Bearing Angle ดังแสดงได้ตามสมการดังนี้

$$B(n) = [\, b1(n)\ b2(n). \ldots . bL(n)\,]^T$$

$$= \text{Measured Bearing Angle Vector}$$

$$bi(n) = \theta_i + \eta(n)$$

ขณะที่ i = 0bserver index

n = time index

(มีค่าขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่ Source ส่งสัญญาณ)

$bi(n)$ = มุมทิศที่วัดได้ของ observer ที่ i

θ_i = มุมทิศจริง

$\eta(n)$ = noise ที่เวลา n

L = จำนวน observers

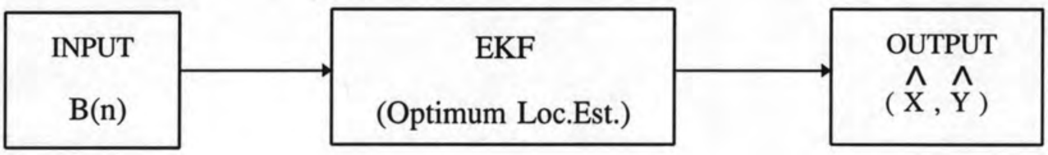
ในอดีต วิธี Kalman Filtering นั้นได้ถูกนำไปใช้แก้ปัญหา การประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ ครั้งแรกในปี 1979 [15] ใช้ในกรณี moving observer ในเวลาต่อมา Spingarn, K. ได้พัฒนาอัลกอริทึมนี้ โดยใช้พื้นฐานจาก วิธี Kalman Filtering มาขยายผลงาน เป็น Extended Kalman Filter ในปี 1987 ซึ่งให้ผลความแม่นยำมากพอสมควร จึงทำให้อัลกอริทึมของ Spingarn ถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย Input ของระบบ ในกรณี moving observer จะต่างกันกับในกรณี multiple fixed observers กล่าวคือ Input ในกรณีของ moving observer จะอยู่ในรูป

$$B(n) = [\, X(n) \;\; Y(n) \;\; b(n) \,]^T$$

จากการศึกษาอัลกอริทึมของ Extended Kalman Filter ที่นำมาใช้ในกรณีของ moving observer ทำให้เกิดแนวความคิดที่จะนำวิธี Extended Kalman Filter มาใช้กับกรณีของ multiple fixed observers เนื่องจากปัญหาการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ ในกรณีของ multiple fixed observers สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ state variable ที่มีคุณสมบัติเป็น nonlinear ได้ ดังนั้น วิธีของ Extended Kalman Filter สามารถที่จะนำไปประยุกต์ใช้ได้ในกรณีของ multiple fixed observers และยังไม่มีผู้ใดทำการวิจัยทางด้านนี้มาก่อน

1. <u>โครงสร้างของการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณโดยวิธี EKF</u>

โครงสร้างของการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณโดยวิธี Extended Kalman Filtering (EKF) ในกรณีของ multiple fixed observers นั้นจะต่างกับวิธีอื่น ๆ ที่กล่าวมาแล้ว สามารถเขียนในรูป Block Diagram ดังแสดงได้ในรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 Block Diagram ของการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ โดยวิธี EKF

ค่า Input ของ EKF Location Estimator คือ Time Sequence ของ Measure Bearing Angles, B(n), n = 1,2,... ,N โดยทั่วไปแล้วค่า N จะมีค่าประมาณ 30-40 ซึ่งจะทำให้สามารถสมมติ Source ที่กำลังเคลื่อนที่อยู่ (moving source) ให้เป็น Source แบบกึ่งหยุดนิ่งได้ (quasi-Stationary Source) EKF Location Estimator จะให้ Output ออกมาเป็นค่า Optimal, ($\hat{X}$, $\hat{Y}$)

2. รายละเอียดของอัลกอริทึม Extended Kalman Filter ที่นำเสนอ

สมการของระบบเขียนได้ดังนี้

$$\hat{X}(n+1) = F\,X(n) + W(n)$$

$$B(n) = h(xe, ye) + \eta(n) \longrightarrow (1)$$

โดยที่ $\hat{X}(n+1)$ = Estimated Location

$X(n)$ = Initial location

F = Identity matrix

$B(n)$ = Measured Bearing Angle Vector

$W(n)$ = Gaussian White noise

$$h(xe, ye) = \tan^{-1} [(ye - yk)/ (xe - yk)] \longrightarrow (2)$$

= bearing angle model

Bearing Angle Model จะเป็น nonlinear function ของ Emitter Location ซึ่งสามารถทำให้เป็น linear function ได้โดยใช้ Tayor series expansion [16] ได้ดังต่อไปนี้

$$B(n) = h(xe, ye) + \frac{\partial h}{\partial xe} \Delta xe + \frac{\partial h}{\partial ye} \Delta ye + \eta(n) \longrightarrow (3)$$

โดยที่

$$\frac{\partial h}{\partial xe} = -u / (1+u^2) \,.\, 1 / xe - xk \longrightarrow (4)$$

$$\frac{\partial h}{\partial ye} = 1 / (1+u^2) \,.\, 1 / xe - xk \longrightarrow (5)$$

$$u = \frac{ye - yk}{xe - xk} \longrightarrow (6)$$

จากสมการ (3)

ได้ $$B(n) - h(xe, ye) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial xe} & \frac{\partial h}{\partial h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta xe \\ \Delta ye \end{bmatrix} + \eta(n) \longrightarrow (7)$$

จากสมการ (7) เขียนได้ใหม่เป็น

$$Z(n) = A(n)W(n) + \eta(n) \longrightarrow (8)$$

$$Z(n) = \begin{bmatrix} B1 - h1 \\ B2 - h2 \\ \vdots \\ Bn - hn \end{bmatrix} \longrightarrow (9)$$

$$A(n) = \begin{bmatrix} h_{xe1} & h_{ye1} \\ h_{xe2} & h_{ye2} \\ \vdots & \vdots \\ h_{xen} & h_{yen} \end{bmatrix} \longrightarrow (10)$$

โดยที่ h_{xei} = partial derivative ของ Xe

h_{yei} = partial derivative ของ Ye

$$\hat{W}(n) = \begin{bmatrix} \Delta xe(n) \\ \Delta ye(n) \end{bmatrix} \longrightarrow (11)$$

ค่า least squares estimate ของ W(n) สำหรับการวัด N ครั้ง คือ

$$\hat{W}(n) = (A(n)^T A(n))^{-1} A(n)^T Z(n) \longrightarrow (12)$$

ค่าประมาณค่าใหม่ของ emitter position ที่ลำดับ n+1 คือ

$$\hat{X}(n+1) = \hat{X}(n) + \hat{W}(n) \longrightarrow (13)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \hat{xe} \\ \hat{ye} \end{bmatrix}_{(n+1)} = \begin{bmatrix} \hat{xe} \\ \hat{ye} \end{bmatrix}_{(n)} + \begin{bmatrix} \Delta \hat{xe} \\ \Delta \hat{ye} \end{bmatrix}_{(n)} \longrightarrow (14)$$

ในการประมาณหาที่ตั้งแหล่งกำเนิดสัญญาณ ต้องสมมติค่า Source position estimate of $\hat{X}$ (n)

$$\hat{X}(n) = \begin{bmatrix} \hat{xe} \\ \hat{ye} \end{bmatrix}_{(n)} \longrightarrow (15)$$

ค่า covariance ของ $\hat{X}(n)$ คือ

$$\mathrm{cov}\ \hat{X}(n) = \sigma_v^2 \left(A(n)^T A(n) \right)^{-1} \longrightarrow (16)$$

การทำ initialization ให้กับ Extended Kalman Filter , ต้องกำหนดค่าประมาณก่อนหน้าของ state vector และค่า covariance matrix ต้องคำนวณตามลำดับดังนี้

$$\hat{X}(0) = \begin{bmatrix} \hat{xe}(0) \\ \hat{ye}(0) \end{bmatrix} \longrightarrow (17)$$

$$P(0/0) = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \longrightarrow (18)$$

ขณะที่ $\hat{xe}(0)$, $\hat{ye}(0)$ เป็นค่าประมาณของ position emitter ที่เวลา n=0 และ σ_x , σ_y คือค่า respective uncertainty standard deviations