บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

เนื่องจากการวิจัยในครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนากระบวนการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบโดยวิธีการประยุกต์จากวิธีเดิมที่ใช้กันอยู่ 3 วิธี คือ (1) วิธีการพล็อตด้วยค่าไอเก็น (EP) (2) วิธีการทดสอบโดยไบซีเรียล (BT) และ (3) วิธีการบ่งชี้ด้วยดัชนีความเป็นเอกพันธ์ของ Green (μ) มาเป็นดัชนีบ่งชี้ความเป็นเอกมิติ 3 วิธี ได้แก่

1. วิธีการตรวจสอบโดยพิจารณาจากค่าดัชนีแสดงค่าอัตราส่วนของค่าไอเก็น (Eigen Ratio) (ER)

2. วิธีการตรวจสอบเอกมิติโดยใช้ดัชนีของการทดสอบด้วยไบซีเรียล (Application of Biserial Test) (ABT)

3. วิธีการตรวจสอบโดยใช้ดัชนีที่ประยุกต์มาจากดัชนีความเป็นเอกพันธ์ของ Green (Application of Homogencity Test of Green) (AG)

นอกจากการประยุกต์ดัชนีบ่งชี้ความเป็นเอกมิติใหม่ขึ้นมา 3 วิธีแล้วยังมีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบความไวของการเปลี่ยนแปลงค่าของวิธีการเหล่านี้ทั้งหมด 6 วิธี คือของเดิม 3 วิธี และของใหม่อีก 3 วิธี เมื่อข้อมูลถูกจัดกระทำให้มีระดับของความเป็นเอกมิติต่าง ๆ 4 ระดับในกรณี 15 ข้อ และ 3 ระดับในกรณี 10 ข้อ

วิธีการดำเนินการวิจัย

เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ดังกล่าว ผู้วิจัยได้วางแผนเพื่อดำเนินการวิจัยในครั้งนี้เป็น 6 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างแนวคิดในการประยุกต์วิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบ

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นสร้างข้อมูลเอกมิติและจัดกระทำข้อมูลให้มีความเป็นเอกมิติระดับต่าง ๆ

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นตรวจสอบความเป็นเอกมิติของข้อมูลที่จัดกระทำขึ้นในขั้นตอนที่ 2 ในเงื่อนไขต่าง ๆ ด้วยวิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติทั้งหมด 6 วิธี

ขั้นตอนที่ 4 เปรียบเทียบความไวในการเปลี่ยนแปลงค่าของวิธีการตรวจสอบแต่ละวิธีเทียบกับค่า GFI ที่วิเคราะห์ได้จากโมเดล MIMIC

ขั้นตอนที่ 5 ศึกษาความไม่ผันแปรของดัชนีบ่งชี้เหล่านี้

ขั้นตอนที่ 6 เสนอผลการวิเคราะห์และสรุปผลการวิจัย

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างแนวคิดในการประยุกต์วิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบ

จากจุดอ่อนของวิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบ ที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 1 ทำให้ผู้วิจัยต้องหันมาศึกษาในรายละเอียดของวิธีการตรวจสอบเอกมิติแต่ละวิธีถึงที่มาและความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการบ่งชี้ความเป็นเอกมิติของแบบสอบ เพื่อที่ได้แนวคิดมาปรับปรุงแก้ไขจุดบกพร่องเหล่านั้นอย่างมีหลักการและเหตุผล ดังนั้นต่อไปนี้จะได้กล่าวถึงแนวคิดในการประยุกต์แต่ละวิธีการตรวจสอบเอกมิติ ดังนี้

1.1 แนวคิดในการประยุกต์วิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบด้วยค่าไอเก็นพล็อต

ค่าไอเก็นที่ได้จากการวิเคราะห์ตัวประกอบ หมายถึง ค่าความแปรปรวนของตัวประกอบที่อธิบายได้ด้วยชุดของตัวแปรที่นำมาสะกัดตัวประกอบนั้น

ที่มาของค่าไอเก็นที่นำมาใช้พล็อตลงบนกราฟ เพื่อเป็นเครื่องบ่งชี้ความเป็นเอกมิติของแบบสอบนั้น มาจากค่าไอเก็นของเมตริกซ์ที่สอดคล้องกับไอเก็นเวคเตอร์โดยมีนิยามว่า เวคเตอร์ที่ไม่ใช่ศูนย์จะเรียกว่าเป็นไอเก็นเวคเตอร์ของเมตริกซ์สมมาตร A ที่กำหนดให้ เมื่อเวคเตอร์นั้นสามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการดังนี้

$$AX = \lambda X \qquad (1)$$

เมื่อ λ เป็นสเกลล่าและมีชื่อเรียกว่า ค่าไอเก็น (eigenvalue)หรือ รากคาร์แรคเตอร์ริสติก (characteristic root) หรือ จำนวนคาร์แรคเตอร์ริสติก (characteristic number) หรือ รากแฝง (latent root) ซึ่งค่าไอเก็นจะสอดคล้องกับไอเก็นเวคเตอร์ X ที่กำหนด (Demidovich & Maron, 1976:375) แต่การใช้สัญญลักษณ์ในทางสถิติวัดผลเรามักจะใช้ R เป็นเมตริกซ์สมมาตรแทน A ซึ่ง R เป็นเมตริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบและใช้สัญญลักษณ์ a เป็นไอเก็นเวคเตอร์แทน X ซึ่งสอดคล้องกับเมตริกสหสัมพันธ์ R ดังนั้นในบางครั้งเราอาจจะ

เขียนสมมาตร (1)ใหม่ในรูปของสมมาตรในอีกรูปแบบหนึ่งมีเรามักจะคุ้นกัน พร้อมกับใช้สัญลักษณ์ใหม่ดังนี้

$$(R - \lambda_p I)a_p = 0 \qquad (2)$$

โดยที่ λ ทั้งหลายเป็นค่าไอเก็นของ R และ a_p ทั้งหลายเป็นไอเก็นเวคเตอร์ที่สอดคล้องกับค่าไอเก็น และ I ก็คือ ไอเดนติตีเมตริกซ์ จากสมการ (2) เราสามารถแก้สมการหาค่าของ และ a_p ได้โดยก่อนอื่นก็จะทำสมการ (2) ให้อยู่ในรูปของสมการคาร์แรคเตอร์ริสติก ดังนี้

$$|R - \lambda_p I| = 0 \qquad (3)$$

ซึ่งสมการนี้ก็สามารถนำผลให้เราไปสู่สมการโพลิโนเมียลของ จำนวนค่า ต่างๆ จะเท่ากับจำนวนตัวแปร n จากนั้นเมื่อแทนค่า λ_p ต่างๆ ลงใน (2) ก็จะได้ไอเก็นเวคเตอร์ a_p ที่สอดคล้องกับ λ_p และเมื่อเราทำการ normalized ไอเก็นเวคเตอร์คือทำให้ไอเก็นเวคเตอร์มีความยาวเป็น 1 เราก็จะได้ไอเก็นเวคเตอร์ตัวใหม่จากสูตรดังนี้

$$a_p = a_p^* \quad (\text{ให้ } a_p \text{ เดิมเป็น } a_p^*) \qquad (4)$$

ดังนั้น เราจะได้ a_p ใหม่ที่สอดคล้องกับสมการดังนี้

$$\lambda_p = V_p = \sum_j^n a^2_{pj} \qquad (5)$$

(V_p ความแปรปรวนของตัวประกอบ P)

กระบวนการต่าง ๆ ซึ่งได้ให้มาของค่า λ_p, V_p และ a_p ถ้าวิธีการของ Harold Hotelling ก็จะอาศัยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ทำการคำนวณซ้ำหลาย ๆ รอบ จนได้ Final Statistics ที่ให้ตัวประกอบตัวแรกมีค่าน้ำหนัก (a_1) สูงสุด และให้ค่าไอเก็นตัวแรก (λ_1) มีค่ามากที่สุด ซึ่งก็เท่ากับว่าให้ค่าความแปรปรวนบนตัวประกอบตัวแรก (V_1) สูงสุด ส่วนค่าไอเก็นตัวอื่นๆ ที่เหลือรองลงมาควรมีค่าน้อยลงลดต่ำกันลงมา จนถือว่าค่าไอเก็นตัวท้าย ๆ ไม่มีค่า หรือมีค่าน้อยมากให้ถือคือ ความคลาดเคลื่อน

วิธีการหาค่าไอเก็นและไอเก็นเวคเตอร์ที่กล่าวมานี้ ส่วนมากใช้เทคนิควิธีของ Hotelling ที่อาศัยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ทำซ้ำหลาย ๆ รอบ จนได้ค่าค่อนข้างคงที่ (convert) เราเรียกเทคนิควิธีการสะกัดตัวตัวประกอบ ซึ่งหาค่าไอเก็นต่าง ๆ โดยไม่สนใจแยก Unique Factor ออกจาก Common Factor ที่ได้ว่าวิธีสะกัดตัวประกอบสำคัญ (Principal Component Analysis) (PA) แต่การสะกัดตัวประกอบด้วยวิธีนี้จะให้จำนวนตัวประกอบร่วม Common Factor) เท่ากับจำนวนตัวแปรหรือข้อสอบ Kaiser (1960) (Kaiser, 1960 อ้างใน Linderman, Merenda & Gold, 1980 : 265) แนะนำให้ใช้จำนวนตัวประกอบร่วมเท่ากับจำนวนค่าไอเก็นที่มีค่าเกิน 1.00

การอธิบายหลังการสะกัดตัวประกอบด้วยวิธี PA นี้ กล่าวได้ว่าค่าไอเก็นตัวแรกของเมตริกซ์บนตัวประกอบตัวแรกมีค่าสูงสุด ซึ่งก็อธิบายได้ว่าตัวประกอบตัวแรกมีความแปรปรวนในการอธิบายชุดของข้อสอบชุดนี้ได้มากที่สุดบนมิติแรกนี้ จำนวนของค่าไอเก็นที่เป็นบวกและลบ ก็คือจำนวนที่บอกค่าแรงค์ของเมตริกซ์ (Mulaik 1972:136) และค่าแรงค์นี้ถือเป็นค่าที่บอกมิติของเมตริกซ์ว่าชุดของข้อสอบที่เขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างข้อ ดังนั้นการหาค่าไอเก็นและไอเก็นเวคเตอร์จึงมีส่วนสำคัญในการอธิบายความแปรปรวนที่เกิดขึ้นบนตัวประกอบตัวแรกเมื่อเทียบกับตัวประกอบที่ 2, 3, 4, ... ที่มีค่าลดน้อยลงจนไม่อาจจัดเป็นมิติได้และให้ถือว่าเป็นความคลาดเคลื่อนไป

ในเมื่อค่าไอเก็นแต่ละตัวเป็นอิสระจากกัน และค่าแรกจะมีค่ามากกว่าตัวที่ 2 เสมอ การมากกว่าจะมากกว่ากันอยู่เท่าไร ก็น่าจะมีเกณฑ์ที่เป็นตัวเลขมาระบุดีกว่าที่จะดูจากรูปร่างของกราฟซึ่งค่อนข้างจะเป็นอัตนัย ในที่นี้ได้เห็นด้วยกับแนวคิดของ Reckase ที่ว่า ค่าอัตราส่วนของค่าไอเก็น ตัวที่ 1 กับค่าไอเก็น ตัวที่ 2 น่าจะเป็นดัชนีบ่งชี้ความเป็นเอกมิติได้อีกวิธีหนึ่ง ดังนั้นวิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบ โดยใช้ค่าไอเก็นอีกวิธีหนึ่ง คือ

$$ER = E_1 / E_2$$

เมื่อ ER คือ Eigen Ratio

E_1 และ E_2 คือ ค่าไอเก็นตัวที่ 1 และตัวที่ 2 ตามลำดับ ทั้งนี้การเริ่มต้นสะกัดตัวประกอบก็ยังเริ่มต้นจากค่าเมตริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างข้อเหมือนเดิมแต่มีแนวคิดว่า ควรจะต้องมีการ

เปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างข้อจากเดิมที่บางท่านยังคงใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ฟีอยู่ ก็จะเปลี่ยนเป็นใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เตตราคลอริกแทน ด้วยเหตุผลที่ว่าข้อมูลที่เก็บรวบรวมมานั้น เป็นข้อมูล 0-1 (Binary data) ที่เกิดจากการกำหนดให้ข้อถูกเป็น 1 และข้อผิดเป็น 0 ซึ่งไม่ใช่ 0,1 ที่เป็นคุณสมบัติของข้อ นอกจากนี้ข้อดีของการใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เตตราคลอริก ยังให้ผลที่ถูกต้องมากกว่า ดังได้อภิปรายมาแล้วใน บทที่ 1

1.2 <u>แนวคิดในการประยุกต์วิธีการตรวจสอบด้วยการทดสอบไบซีเรียล</u>

ที่มาของวิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบโดยการทดสอบด้วยไบซีเรียลนั้น สืบเนื่องมาจาก Mc Bride & Weiss ได้เขียนรายงานเกี่ยวกับ "ความรู้ในเรื่องการวัดความสามารถที่เหมาะกับความรู้" ของภาควิชาจิตวิทยา ณ มหาวิทยาลัยมินนิโซตา โดยแนวคิดเดิมของวิธีการตรวจสอบด้วยการทดสอบไบซีเรียลมีจุดมุ่งหมายที่จะนำเอาข้อสอบแต่ละข้อมาสัมพันธ์กับคุณลักษณะเด่น ซึ่งได้มาจากการสะกัดตัวประกอบแบบ PA แต่ลักษณะประจำข้อที่จะนำมาสัมพันธ์กับคุณลักษณะเด่นนั้น เป็นค่าสหสัมพันธ์ไบซีเรียลระหว่างคะแนนข้อกับคะแนนรวม (item-total correlation) ซึ่งเป็นค่าที่ชี้ความคงที่ภายใน (internal consistency) แบบหนึ่ง และยังชี้ถึงค่าอำนาจจำแนกประจำข้อของข้อสอบด้วย ส่วนการหาค่าสหสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 ระหว่างค่าไบซีเรียลแต่ละข้อกับค่าน้ำหนักของตัวแปร(ข้อสอบ)บนตัวประกอบที่ 1 นั้น เป็นการตรวจสอบว่าข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกประจำข้อเหล่านี้มีความสัมพันธ์กับคุณลักษณะเด่นที่ต้องการวัดมากน้อยแค่ไหนและ Mc Bride & Weiss ได้กำหนดเกณฑ์ของค่าความสัมพันธ์นี้ว่ามากกว่า .8 จะเป็นค่าที่ใช้ได้

ซึ่งการพิจารณาด้วยเกณฑ์เช่นนี้เป็นการพิจารณาที่ไม่ถูกต้อง รวมทั้งการหาค่าสหสัมพันธ์ไบซีเรียลระหว่างข้อกับคะแนนรวมของแบบสอบก็เป็นจุดที่มีข้อโต้แย้งจึงขอสรุปจุดอ่อนของวิธีนี้ดังนี้

1) การหาค่าสหสัมพันธ์ไบซีเรียลระหว่างข้อกับคะแนนรวมเป็นค่าที่ไม่อาจบอกคุณสมบัติประจำข้อในประเด็นที่ต้องการ ประเด็นของคุณสมบัติประจำข้อที่ต้องการก็คือ ข้อสอบแต่ละข้อจะต้องสามารถบอกค่าความตรงตามเกณฑ์ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ผู้วัดต้องการ จึงจะสามารถนำไปใช้ทดสอบต่อไปถึงความเป็นเอกมิติของแบบสอบทั้งฉบับ

2) การนำค่าสหสัมพันธ์ไบซีเรียลระหว่างข้อสอบกับคะแนนรวม มาสัมพันธ์กับค่าน้ำหนักของตัวแปรบนตัวประกอบตัวแรก ค่าสัมพันธ์ที่ได้ก็ไม่สามารถตีความได้ว่า ชุดของข้อสอบนั้นมีความสัมพันธ์กับคุณลักษณะเด่นนั้นสูง หรือมีคุณสมบัติเป็นเอกมิติ เพราะบางครั้งค่าความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้

สูง(มากกว่า .8) อาจเป็นเพราะทั้งค่าไบซีเรียลประจำข้อกับค่าน้ำหนักของตัวแปรบนตัวประกอบต่างก็มีค่าต่ำสอดคล้องกันก็ได้จึงทำให้ค่าสหสัมพันธ์ของทั้ง 2 มีค่าสูง ดังนั้น จึงไม่อาจสรุปได้ว่าถ้าค่าสหสัมพันธ์ครั้งที่ 2 นี้มีค่ามากกว่า .8 เป็นค่าที่ใช้ได้

แนวคิดในการแก้ปัญหาจุดอ่อน 2 ข้อนี้ น่าจะได้มีการนำแบบสอบที่เป็นเกณฑ์มาตรฐานฉบับหนึ่งที่มีความตรงตามเกณฑ์วัตถุประสงค์ที่ผู้วัดต้องการจะวัด หรือสร้างแบบสอบฉบับใหม่ที่มีความเป็นเอกมิติและมุ่งวัดในสิ่งที่ต้องการวัดแบบเดียวกับแบบสอบเกณฑ์ ดังนั้นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อกับคะแนนรวมของแบบสอบฉบับเดียวกันนั้นตัดทิ้งไป แต่จะไปหาค่าสหสัมพันธ์พ้อยไบซีเรียลระหว่างข้อสอบที่จะวิเคราะห์กับคะแนนรวมที่ได้จากแบบสอบที่เป็นเกณฑ์แทน และเมื่อนำค่าสหสัมพันธ์ไบซีเรียล (r_{bis} หรือ r_{ipc}) นี้ไปคูณกับค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อนั้น (S_i) ผลที่ได้ก็คือ $r_{ipc}\ S_i$ ซึ่งก็คือค่าตัวความตรงประจำข้อ(item validity index) ตามแนวคิดของ Gulliksen นั่นเองขั้นต่อไปจึงนำเอาค่าความตรงประจำข้อนี้ไปสัมพันธ์กับค่าน้ำหนักของตัวแปร(ข้อสอบ)บนตัวประกอบที่ 1 (l_{i1}) ซึ่งเขียนเป็นสูตรได้ดังนี้

$$ABT = Corr(r_{pbpc}\ S_i)(l_i) \qquad (1)$$

ABT คือ ดัชนีที่ใช้บอกค่าความเป็นเอกมิติของแบบสอบ ซึ่งเป็นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าระหว่าง 0 - 1 เราเรียกค่านี้ว่าค่าการทดสอบด้วยไบซีเรียลประยุกต์ (Application of Biserial test) ย่อว่า ABT ค่า ABT จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 เมื่อค่า ABT ยิ่งเข้าใกล้ 1 ก็แสดงว่า ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างความตรงของข้อสอบมีความตรงตามคุณลักษณะเด่นที่ตรงกับสิ่งที่ต้องการวัดได้อย่างมีเหตุผล กล่าวคือ เมื่อค่าความตรงประจำข้อกับค่าน้ำหนักของข้อสอบบนตัวประกอบที่ 1 ซึ่งมีค่าความแปรปรวนสูงเกินกว่า 50% ของความแปรปรวนทั้งหมด นั่นแสดงข้อใดที่มีค่าความตรงตามเกณฑ์สูง ข้อนั้นก็ควรมีค่าน้ำหนักสูงบนตัวประกอบตัวแรกด้วย และถ้าข้อใดมีค่าความตรงตามเกณฑ์ต่ำก็ควรมีน้ำหนักต่ำบนตัวประกอบตัวแรกด้วย

จึงสรุปได้ว่าชุดของข้อสอบเหล่านี้มีความตรงสอดคล้องกับน้ำหนักของตัวแปรบนตัวประกอบเด่น ชุดของข้อสอบนั้นก็จะมีความเป็นเอกมิติสูง และมีความตรงกับตามเกณฑ์ซึ่งสัมพันธ์กับคุณลักษณะแฝงที่ต้องการวัด หากความสัมพันธ์ไม่สอดคล้องก็จะยังผลให้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ABT มีค่าต่ำ ซึ่งก็แสดงว่าชุดของข้อสอบนั้นอาจจะยังไม่มีความเป็นเอกมิติหรือไม่ก็ชุดของข้อสอบยังขาด

ความตรงตามเกณฑ์กับสิ่งที่ต้องการวัด

1.3 แนวคิดในการประยุกต์วิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบโดยใช้ค่าความเป็นเอกพันธ์ของ Green

จากการศึกษาข้อเขียนของ Green และคณะในเรื่อง "Limitations of coefficient Alpha, as an Index of Test Unidimensionality" ซึ่งมีเป้าหมายที่จะชี้ให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่าง "Internal consistency" กับ "Homogeneity" ทำให้เขาได้พัฒนาหลักสูตรที่จะชี้ตัวความเป็นเอกพันธ์ของข้อสอบ (Index of Item Homogeneity) ซึ่งใช้สัญญลักษณ์ว่า μ มีสูตรดังนี้

$$\mu = \frac{\sum_{i \neq j} \sum |r_{ij}|}{\sum_{i \neq j} \sum \sqrt{h^2_i \, h^2_j}}$$

เขาได้ให้เหตุผลเบื้องหลังของที่มาของสูตรนี้ว่า เมื่อมีตัวประกอบร่วมเพียง 1 เดียว (a single common factor) ในหมู่ข้อสอบแล้วค่าน้ำหนักของข้อสอบเหล่านี้บนตัวประกอบนี้จะเท่ากับรากที่ 2 ของค่าคอมมูนาลิตี ของมันตามลำดับนั่นคือ $a_i = \sqrt{h^2_i}$ และในกรณีนี้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างข้อสอบ 2 ข้อ (r_{ij}) จะเท่ากับผลคูณของค่าน้ำหนักของข้อสอบคู่นั้น ($a_i a_j$) หรือรากที่สองของค่าคอมมูนาลิตีของข้อสอบ 2 ข้อ นั้น $\sqrt{h^2_i \, h^2_j}$)(Green et al.,1977:834) เป็นกรณีของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ 2 x 2 เมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่ปรับแล้ว (adjusted correlation matrix) ทั้งหลาย (เมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่มีค่าคอมมูนาลิตีอยู่ที่ main diagonal) เมื่อนำค่าสหสัมพันธ์ของข้อสอบคู่ใด ๆ ก็ตามเทียบความสัมพันธ์กับค่าคอมมูนาลิตีของข้อสอบทั้งสองนั้นจะมีความสัมพันธ์ ดังนี้ $|r_{ij}| \leq \sqrt{h^2_i \, h^2_j}$ และ $|r_{ij}| = \sqrt{h^2_i \, h^2_j}$ ก็ต่อเมื่อข้อสอบเหล่านั้นมีตัวประกอบร่วมในสเปซเพียงตัวเดียวและ $|r_{ij}| < \sqrt{h^2_i \, h^2_j}$ เมื่อข้อสอบเหล่านั้นวัดมากกว่า 1 มิติ

เหตุผลและเบื้องหลังของความสัมพันธ์ $|r_{ij}| = \sqrt{h^2_i \, h^2_j}$ แล้ว แสดงว่าข้อสอบเหล่านี้จะมีตัวประกอบร่วมเพียงตัวเดียว เพราะเนื่องจากว่าเมื่อเราเอาค่าสหสัมพันธ์ของข้อสอบคู่ใดๆ มาเขียนอยู่รูปดีเตอร์มีแน้นท์ที่มีแนวทะแยงมุมหลัก (main diagonal) เป็นค่าคอมมูนาลิตีของข้อสอบทั้งสอง แล้วค่าดีเทอร์มีแน้นท์ของมันมีค่าเป็นศูนย์ ดังสมการนี้ (Kim & Mueller, 1978:34)

$$\det \begin{pmatrix} h_i^2 & r_{ij} \\ r_{ij} & h_j^2 \end{pmatrix} = 0 \quad \ldots\ldots (1)$$

นั่นคือ $$h_i^2 h_j^2 - r_{ij}^2 = 0 \quad \ldots\ldots (2)$$

$$|r_{ij}| = \sqrt{h_i^2 h_j^2} \quad \ldots\ldots (3)$$

และ $$\frac{|r_{ij}|}{\sqrt{h_i^2 h_j^2}} = 1 \quad \ldots\ldots (4)$$

ซึ่งตรงกับนิยามของแรงค์ที่ว่าค่าของแรงค์เท่ากับจำนวนอันดับ (order) ของเมตริกซ์ที่ใหญ่ที่สุดที่มีค่าไม่เป็น 0 และในที่นี้ก็สรุปได้ว่าเมตริกซ์ของข้อสอบคู่ใดๆ ที่มีค่าแนวทะแยงมุมหลักเป็นค่าคอมมูนาลิตีของมัน เมื่อให้ค่าดีเทอร์มีแนันท์เป็นศูนย์ก็แสดงว่า เมตริกซ์นั้นมีค่าแรงค์เป็น 1 (Mulaik, 1972:43) และก็จะทำให้องค์ประกอบร่วม (common Factor) เพียงตัวเดียว

เมื่อเป็นเช่นนี้แทนที่จะใช้สูตรค่า μ ของ Green ซึ่งพบว่ามีจุดอ่อนดังที่กล่าวมาแล้ว จึงน่าจะเปลี่ยนมาใช้ค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนระหว่างค่าสหสัมพันธ์ระหว่างข้อทุกคู่กับค่าผลคูณของรากคอมมูนาลิตีของมัน ในสมการ (4) พูดง่าย ๆ ก็คือว่าให้หาค่าเฉลี่ยของสมการที่ 4 เป็นดัชนีบ่งชี้ ดังนั้น ดัชนีบ่งชี้ตัวใหม่ที่น่าจะระบุความเป็นเอกมิติของแบบสอบถาม ก็คือ

$$AG = \frac{\sum_i \sum_j \frac{|r_{ij}|}{\sqrt{h_i^2 h_j^2}}}{n} \qquad \begin{array}{l} \text{เมื่อ } i = 1,2,3,\ldots\ p-1 \\ \qquad\ j = 1,2,3,\ldots\ p \end{array}$$

เมื่อ AG คือ ดัชนีบ่งชี้ความเป็นเอกมิติของแบบสอบที่ประยุกต์จากสูตรของ Greem

n คือ จำนวนคู่ของสหสัมพันธ์มีค่าเท่ากับ (P(P-1)/2

P คือ จำนวนข้อสอบ

h^2_i, h_j^2 คือ ค่าคอมมูนาลิตีของข้อที่ i และ j ตามลำดับในที่นี้จะประมาณค่าคอมมูนาลิตีภายหลังการสะกัดตัวประกอบแล้ว นั่นคือ $h_i^2 = \sum_k^n a_{ik}^2$ และ $h_j^2 = \sum_k^n a_{jk}^2$ เมื่อ a_i และ a_j คือน้ำหนักของตัวแปร(ข้อสอบ)ที่ i และที่ j บนตัวประกอบร่วม ตามลำดับ

เหตุผลของการใช้ค่าผลบวกกำลังสองของน้ำหนักตัวแปรบนตัวประกอบมาใช้เป็นตัวประมาณค่าคอมมูนาลิตีมาใช้ในสูตรสมการ (5) ก็เพราะว่า

1) การประมาณค่าคอมมูนาลิตีเริ่มต้นก่อนการสะกัดนั้นเป็นการประมาณ เพื่อที่จะให้ได้เมตริกซ์สหสัมพันธ์เริ่มต้นที่เมื่อนำไปสะกัดตัวประกอบแล้วจะได้ตัวประกอบที่มีความหมาย และใกล้เคียงกับความเป็นจริงของตัวประกอบที่ควรจะได้ ซึ่งการใช้ค่า SMC_i มาประมาณค่า h^2 ก็มีเหตุผลดี ในการอธิบายว่าค่าคอมมูนาลิตีก็คือค่าบอกถึงความร่วมกันระหว่างตัวแปรนั้นกับตัวแปรอื่นๆ ที่เหลือ ซึ่งผลการสะกัดตัวประกอบโดยใช้การประมาณ h^2 ด้วย SMC_i จึงให้ค่าตัวประกอบที่ดีมีเหตุผลและน่าจะใกล้เคียงความเป็นจริงโดยพิสูจน์ได้จากค่า R-reproduce ที่ได้ (R = AA) นอกจากนี้ Kaiser (Kaiser, 1962 อ้างใน Kaiser, 1963 : 166) ยังกล่าวว่าการใช้ image correlation matrix ให้วิธีการที่สอดคล้องกับ Simplex Model และให้ค่าน้ำหนักบนตัวประกอบที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นการประมาณค่าคอมมูนาลิตีโดยใช้ Σa^2 หลังการสะกัดตัวประกอบร่วมแล้ว ยังผลให้ค่า AG ใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด

2) แม้ Green เองซึ่งเป็นผู้ริเริ่มคิดสูตร ขึ้นมา ซึ่งตัวเขาประมาณค่า h^2 ด้วยค่า SMC_i นั้น ยังได้มีข้อเสนอแนะว่า น่าจะลองประมาณค่า h_i^2 ด้วยการวิเคราะห์ตัวประกอบซึ่งอาจให้ผลที่ถูกต้องกว่าก็ได้ (Green et.al, 1997:836)

ค่า AG ก็คือ ค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของข้อสอบทุกคู่กับค่ารากที่ 2 ของผลคูณของค่าคอมมูนาลิตีที่เป็นคู่ของมัน ในความหมายของ Green ค่าอัตราส่วนนี้เขาเรียกว่า ดัชนีความเป็นเอกพันธ์ (Homogenlity Index) ซึ่งเมื่อย้อนคิดกลับถึงที่มาของสูตรแล้วเกิดจากการหาค่าดีเทอร์มิเน้นของเมตริกซ์ที่มาจากข้อสอบทีละคู่กับค่าคอมมูนาลิตีของมัน นั่นคือ det ของเมตริกซ์ 2x2 แล้วให้เท่ากับ ศูนย์อันเป็นนิยามของแรงค์ของเมตริกซ์ที่เป็น 1 ดังนั้น ค่าของอัตราส่วนจึงเกิดจากการย้ายข้างสมการของการ det เมตริกซ์ 2x2 แล้วให้เท่ากับ ศูนย์ จึงมีความเห็นว่าค่า μ ของ Green ที่ใช้ชื่อว่าดัชนีความเป็นเอกพันธ์ก็ไม่ผิดอะไรกับการหาค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนดังกล่าว แล้วใช้ชื่อว่า ดัชนีความเป็นเอกพันธ์ประยุกต์จากของ Green (Application of Homogenlity Index of Green)ใช้ตัวย่อว่า AG ค่าดัชนี AG นี้จะอยู่ระหว่างค่า 0 ถึง 1 และจะมีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่อข้อมูลมีระดับความเป็นเอกมิติสูง ขั้นสร้างแนวคิดในการประยุกต์แต่ละวิธีนั้น อาศัยการค้นคว้าอ้างอิงตามหลักการและเหตุผล ทั้งทางหลักคณิตศาสตร์และหลักทางวัดผล ดังที่ได้อธิบายรายละเอียดมาแล้วข้างต้น ซึ่งก็ทำให้ได้พัฒนาดัชนีใหม่ขึ้นมา 3 ตัว คือ EDR, ABT และ AG ซึ่งดัชนีทั้ง 3 ตัวนี้ ต้องได้รับการตรวจสอบคุณภาพในขั้นตอนที่ 4 ต่อไป

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นตอนในการสร้างข้อมูลเอกมิติ และจัดกระทำข้อมูลให้มีระดับเอกมิติต่าง ๆ กัน

ขั้นตอนในการสร้างข้อมูลเอกมิติและการจัดกระทำข้อมูล แบ่งออกเป็น 2 ขั้นใหญ่ๆ คือ

2.1 ขั้นสร้างข้อมูลให้มีความเป็นเอกมิติให้มากที่สุดโดย

2.1.1 สร้างแบบสอบ 2 ชุด ให้แต่ละชุดถูกจำกัดเนื้อหาให้มีความแคบมากที่สุดแบบสอบ 2 ชุดนี้ ได้แก่

แบบสอบชุดที่ 1 เป็นแบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้น ป.5 เรื่องการคิดคำนวณตัวเลขเศษส่วนไม่เกิน 2 หลัก มีการบวก ลบ คูณ และหารตัวเลขล้วน ๆ โดยไม่มีโจทย์ปัญหาเลข จำนวน 56 ข้อ

แบบสอบชุดที่ 2 เป็นแบบสอบวิชาภาษาอังกฤษ ระดับชั้น ป.5 เรื่องคำศัพท์ต่างๆ มีแต่การวัดความเข้าใจและความจำในความหมายของคำศัพท์ต่างๆ จำนวน 60 ข้อ

2.1.2 แบบสอบที่สร้างขึ้นทั้ง 2 ชุด ในข้อ 1 ให้ผ่านการตรวจสอบจากผู้-ชำนาญ 2 พวก ดังนี้

1) ครูประจำวิชาตรวจดูความเหมาะสมของเนื้อหาข้อสอบให้ตรงกับความสามารถและอยู่ในหลักสูตรของนักเรียน

2) นัดวัดผลดีความข้อสอบแต่ละข้อว่า วัดความสามารถด้านใดของเด็กบ้าง ปรับปรุงข้อสอบทั้ง 3 ชุด ให้มีความเป็นเอกพันธ์ในแต่ละฉบับ

2.1.3 นำแบบสอบที่ปรับปรุงแล้วทั้ง 2 ฉบับ ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จากโรงเรียนวัดธาตุทอง และโรงเรียนแจ่มจันทร์ เขตคลองเตย จำนวน 371 คน เพื่อวิเคราะห์ข้อสอบเบื้องต้น หาค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากที่พอเหมาะ

สรุปผลการคัดเลือกข้อสอบในข้อที่ 2.1.1, 2.1.2 และ 2.1.3 ได้แสดงในตาราง 3.1

ตารางที่ 3.1 แสดงผลการคัดเลือกข้อสอบทั้ง 2 ฉบับ

ชื่อแบบสอบ	จำนวนข้อสอบ			ผลการวิเคราะห์รายข้อ		ค่าความเที่ยงของแบบสอบ 15 ข้อ
	ก่อนการคัดเลือก	หลังผ่านการตรวจจากผู้เชี่ยวชาญ	หลังการทดลองใช้	p	r	
วัดความสามารถทางด้านการ - คำนวณเลขเศษส่วน	56	44	15	.190 ถึง .689	.304 ถึง .554	.8105
วัดความสามารถทางด้านภาษา-อังกฤษ	60	42	15	.452 ถึง .907	.395 ถึง .597	.8810

2.1.4 นำแบบสอบที่ปรับปรุงแล้วในข้อ 3 ทั้ง 2 ฉบับ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนประถมศึกษา สังกัดเขตบางกะปิ จำนวน 13 โรงพร้อมทั้งเก็บรวบรวมข้อมูลภูมิหลังของนักเรียนทุกคนที่ทำแบบสอบทั้ง 2 ฉบับ โดยการบันทึกคะแนนสมรรถภาพของวิชาคณิตศาสตร์ และภาษาอังกฤษของนักเรียนในเอกสารหมายเลข 1 จากฝ่ายวิชาการของโรงเรียนและบันทึกเพศของนักเรียน รายละเอียดเกี่ยวกับคะแนนสมรรถภาพของนักเรียนในวิชาต่าง ๆ เป็นดังนี้

วิชา	สมรรถภาพที่	ชื่อสมรรถภาพ	คะแนนเต็มภาค ความรู้	ปฏิบัติ
คณิตศาสตร์	1	ความสามารถในการคิดคำนวณ	20	-
	2	ความเข้าใจในหลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์	30	-
	3	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	30	5
	4	ความสามารถในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์	-	5
ภาษาอังกฤษ	1	ความสามารถในการฟังและพูดเบื้องต้น	20	20
	2	ความสามารถในการอ่านออกเสียง	-	10
	3	ความสามารถในการอ่านจับใจความ	30	-
	4	ความสามารถในการคัดและลอกแบบตัวอักษร	-	5
	5	ความสามารถในการนำทักษะการเขียนไปใช้ในชีวิตประจำวัน	-	15

2.1.5 ทำการเก็บรวบรวมคะแนนจากแบบสอบมาตรฐานอีก 2 ฉบับ จากนักเรียนกลุ่มเดิม ได้แก่ แบบสอบคณิตศาสตร์ที่วิเคราะห์แล้ว จำนวน 10 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.30 ถึง 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.39 ถึง 0.59 และแบบสอบภาษาอังกฤษที่วิเคราะห์แล้วเช่นกัน จำนวน 20 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.41 ถึง 0.86 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.27 ถึง 0.77

การเก็บรวบรวมข้อมูลในขั้นนี้เพื่อนำมาใช้เป็นเกณฑ์มาตรฐานในการคำนวณดัชนีบ่งชี้ความเป็นเอกมิติด้วยวิธี ABT

2.1.6 ทำการคัดเลือกกลุ่มตัวอย่างที่เก็บรวบรวมมาได้ทั้งหมดให้เป็นกลุ่มตัวอย่างที่มีข้อมูลครบทุกอย่าง (คะแนนจากแบบสอบทั้ง 2 ฉบับ ข้อมูลภูมิหลังครบ และมีคะแนนจากแบบสอบมาตรฐานครบทั้ง 2 ฉบับ) และเพื่อให้ได้กลุ่มตัวอย่างขนาด 1,000 คน ผลการคัดเลือกกลุ่มตัวอย่างแสดงในตาราง 3.2

ตารางที่ 3.2 แสดงผลการคัดเลือกกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากโรงเรียนต่าง ๆ

ชื่อโรงเรียน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด (คน)	จำนวนนักเรียนที่ (คน)			
		เก็บรวบรวมข้อมูลได้	ข้อมูลเสีย	ข้อมูลครบ	คัดเลือกครั้งสุดท้าย
บ้านบางกะปิ	480	432	432	-	-
วัดบึงทองหลาง	348	323	2	321	278
วัดเทพลีลา	300	247	2	245	199
วัดศรีบุญเรือง	180	140	2	138	114
ลำสาลี	120	113	2	111	97
สุเหร่าดอนสะแก	82	67	2	65	55
คลองกะจะ	78	63	6	57	47
วัดสามัคคีธรรม	62	54	2	52	48
ไชศรีปราโมชอนุสรณ์	86	71	47	24	22
สุเหร่าลาดพร้าว	54	45	24	21	16
สุเหร่าคลองจั่น	51	45	2	43	38
สุเหร่าหัวหมากน้อย	56	48	-	48	48
สุเหร่าวังใหญ่	39	38	2	36	32
รวม	1,936	1,686	525	1,161	1,003

2.1.7 วิเคราะห์ตัวแปรภูมิหลัง เพื่อทำการคัดเลือกชุดของตัวแปรภูมิหลังที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาภาษาอังกฤษโดยการวิเคราะห์หาค่าสัมประสิทธิ์ถดถอย (regression) ของตัวแปรภูมิหลังต่าง ๆ ที่สามารถทำนายคะแนนจากแบบสอบวัดความสามารถแต่ละฉบับได้อย่างมีนัยสำคัญ

ผลการวิเคราะห์ ได้ตัวแปรทำนาย 2 ชุด ดังนี้

1) ตัวแปรภูมิหลังที่ส่งผลต่อคะแนน จากแบบสอบวัดความสามารถทางการคำนวณเลขเศษส่วน ได้แก่ สมรรถภาพทางด้านคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 สมรรถภาพ

2) ตัวแปรภูมิหลังที่ส่งผลต่อคะแนน จากแบบสอบวัดความสามารถทางด้านภาษาอังกฤษ ได้แก่ สมรรถภาพทางด้านภาษาอังกฤษสมรรถภาพที่ 1, 2, 3 และ 5

ผลการวิเคราะห์สมการถดถอยแสดงในตาราง 3.3

ตารางที่ 3.3 แสดงผลการวิเคราะห์ความถดถอยระหว่างตัวแปรเกณฑ์ (คะแนนจากแบบสอบ) กับตัวแปรทำนาย (ตัวแปรภูมิหลัง)

ตัวแปรเกณฑ์ (Y)	ตัวแปรภูมิหลัง (ตัวแปรทำนาย)	ส.ป.ส.ถดถอย (B)	F	R^2	F
คะแนนจากแบบสอบวัดความสามารถทางการคำนวณเลขเศษส่วน	คณิตศาสตร์			.609	243.888*
	สมรรถภาพที่ 3	.266	72.480*		
	สมรรถภาพที่ 1	.210	47.637*		
	สมรรถภาพที่ 2	.169	33.285*		
	สมรรถภาพที่ 4	.076	13.889*		
คะแนนจากแบบสอบวัดความสามารถทางด้านภาษาอังกฤษ	ภาษาอังกฤษ			.714	243.888*
	สมรรถภาพที่ 3	.434	380.095*		
	สมรรถภาพที่ 1	.182	54.989*		
	สมรรถภาพที่ 5	.119	28.592*		
	สมรรถภาพที่ 2	.113	24.915*		
	เพศ	.051	8.068*		

* $p < .05$

และภายหลังได้มีการคัดเลือกตัวแปรภูมิหลังอีกหนึ่งเพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นเอกมิติมากที่สุด ตัวแปรภูมิหลังของวิชาคณิตศาสตร์ สมรรถภาพที่ 2 และที่ 3 ถูกตัดทิ้งเหลือ สมรรถภาพที่ 1 และสมรรถภาพที่ 3 ในวิชาคณิตศาสตร์ และตัวแปรภูมิหลังของภาษาอังกฤษอีก 5 ตัวแปร

2.1.8 นำผลการตอบข้อสอบจากแบบสอบทั้ง 2 ฉบับ รวมทั้งข้อมูลภูมิหลังของนักเรียน จำนวน 1,000 คนไปทำการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของข้อมูลด้วยเทคนิคโมเดล MIMIC เพื่อผลยืนยันว่าข้อมูลจำนวน 15 x 1.000 ในวิชาคณิตศาสตร์และจำนวน 15 x 1,000 ในวิชาภาษาอังกฤษเป็นข้อมูลที่สอดคล้องกับโมเดล MIMIC อย่างมีนัยสำคัญแล้วจึงนำข้อมูลทั้งหมดมาจัดกระทำ (manipulate) ให้มีความเป็นเอกมิติน้อยลงในระดับต่าง ๆ

2.2 ขั้นจัดกระทำข้อมูลให้มีความเป็นเอกมิติลดลงหรือให้มีมิติอื่นปน 4 ระดับ

2.2.1 จัดกระทำกับข้อมูลคณิตศาสตร์ให้มีมิติอื่นเจือปน 1 มิติ กระทำดังนี้คือ

ระดับที่ 1 ทำการคัดเลือกข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ออก 2 ข้อ ทำให้ผลการตอบข้อสอบ 2 ข้อนั้นของทุกคนออกไปจากข้อมูลวิชาคณิตศาสตร์ แล้วจากนี้จึงทำการสุ่มหมายเลขข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษจำนวน 2 ข้อ แล้วนำผลการตอบข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษ 2 ข้อนั้นของทุกคนเข้ามาปนอยู่ในวิชาคณิตศาสตร์ 2 ข้อที่สุ่มออกไปทำให้ได้ข้อมูลใหม่ที่มีมิติอื่นเจือปน(impurity) ในระดับที่ 1 ซึ่งเกิดจากผลการตอบข้อสอบคณิตศาสตร์ 13 ข้อ และภาษาอังกฤษ 2 ข้อ ของนักเรียน 1,000 คน

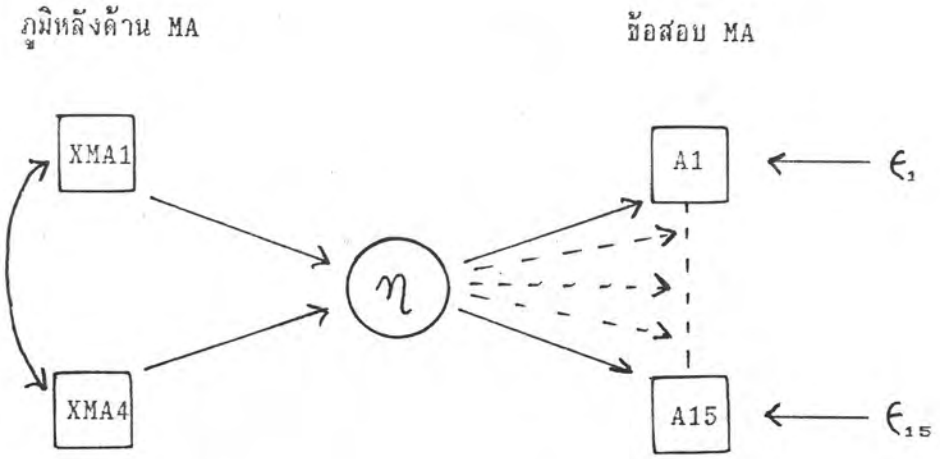
ระดับที่ 2 ทำการสุ่มคัดเลือกวิชาคณิตศาสตร์ออกเช่นเดียวกับระดับที่ 1 โดยจะทำการคัดเลือกเพิ่มขึ้นจากเดิมอีก 2 ข้อ รวมคัดออก 4 ข้อ และทำการสุ่มข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษเข้ามาเพิ่มอีกจากเดิม 2 ข้อ รวมเป็นสุ่มข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษเข้ามา 4 ข้อ แทนที่ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ที่ถูกคัดออกไปเช่นเดียวกับระดับที่ 1 ทำให้ได้ข้อมูลใหม่ที่มีมิติเจือปนในระดับที่ 2 จะเกิดจากผลการตอบข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ 11 ข้อ และวิชาภาษาอังกฤษ 4 ข้อ ของนักเรียน 1,000 คน

ระดับที่ 3 ทำการคัดเลือกข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ที่เหลือจากในระดับที่ 2 เพิ่มจากเดิมอีก 2 ข้อ รวมเป็นคัดข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ออกไป 6 ข้อและทำการสุ่มข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษเข้ามาเพิ่มจากเดิมอีก 2 ข้อ รวมเป็นสุ่มข้อสอบวิชาภาษาอังกฤษเข้ามา 6 ข้อ แทนที่ข้อ-

สอบวิชาคณิตศาสตร์ที่ถูกคัดออกไป ทำให้ได้ข้อมูลใหม่ที่มีมิติอื่นเจือปนในระดับที่ 3 ซึ่งเกิดผลการตอบข้อสอบคณิตศาสตร์ 9 ข้อ และวิชาภาษาอังกฤษ 6 ข้อ ของนักเรียน 1,000 คน

ข้อมูลทั้ง 3ระดับซึ่งถูกจัดกระทำขึ้นให้มีความเป็นเอกมิติลดลงในระดับต่าง ๆ นั้น ได้รับการตรวจสอบร่วมกับข้อมูลภูมิหลัง เพื่อความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดลประยุกต์ MIMIC และเพื่อเปรียบเทียบการลดลงของความเป็นเอกมิติในระดับต่าง ๆ โดยพิจารณาจากค่าสถิติ X^2 ชั้นแห่งความอิสระ (degree of freedom) ค่าความสอดคล้อง(goodness of fit index) และค่าที่เหลือจากความสอดคล้องของข้อมูลกับโมเดล (residuals)

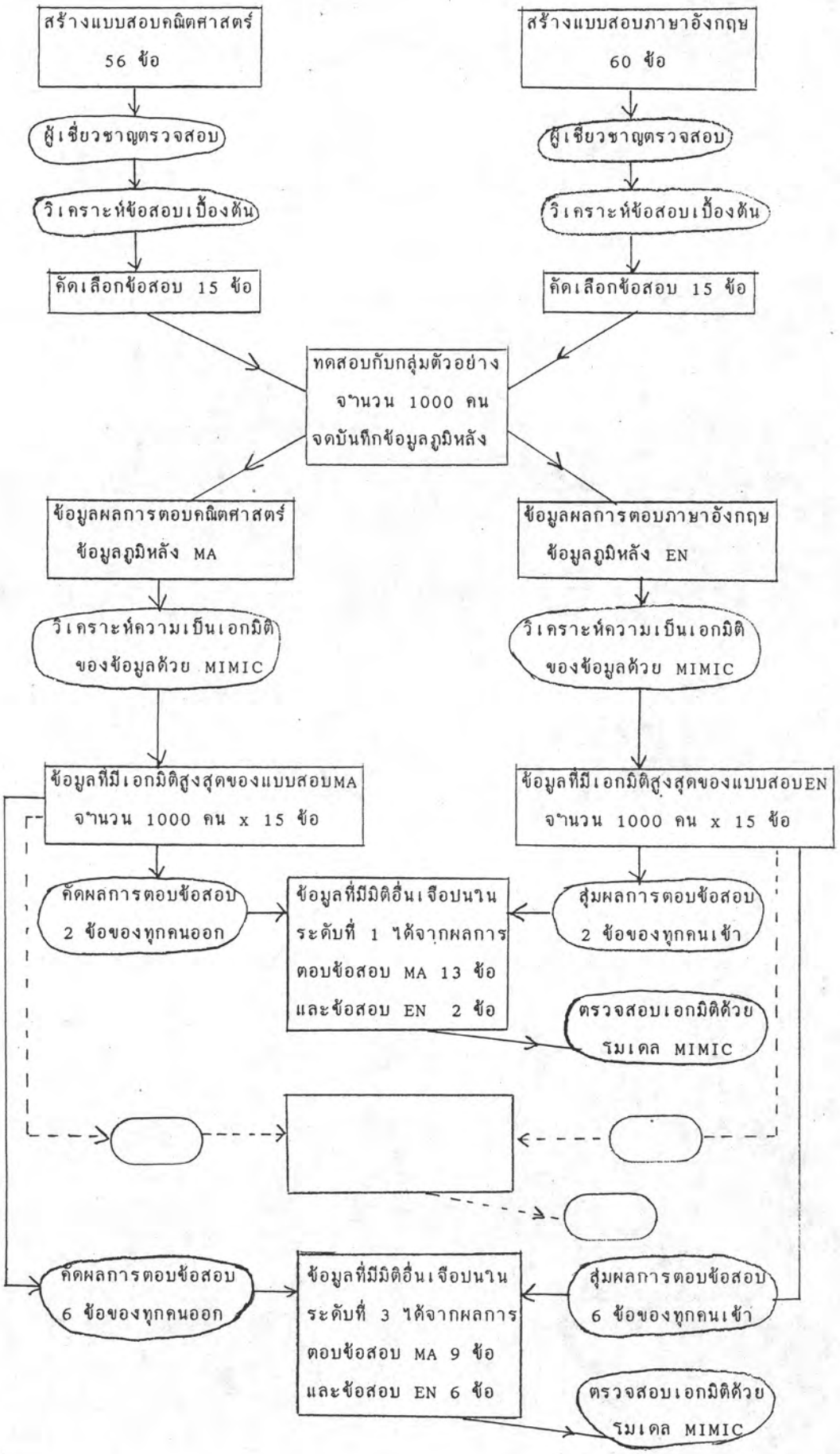
รูปร่างของโมเดล MIMIC ของเอกมิติทางด้านคณิตศาสตร์แสดงในรูปที่ 3.1 และ และสรุปขั้นตอนในการสร้างข้อมูลแลจัดกระทำข้อมูลให้อยู่ในระดับต่าง ๆ ได้แสดงอยู่ในรูปที่ 3.2 ในหน้าต่อไป



XMA1 และ XMA4 คือ คะแนนสมรรถภาพทางด้านคณิตศาสตร์ สมรรถภาพที่ 1 และ 4 ตามลำดับ

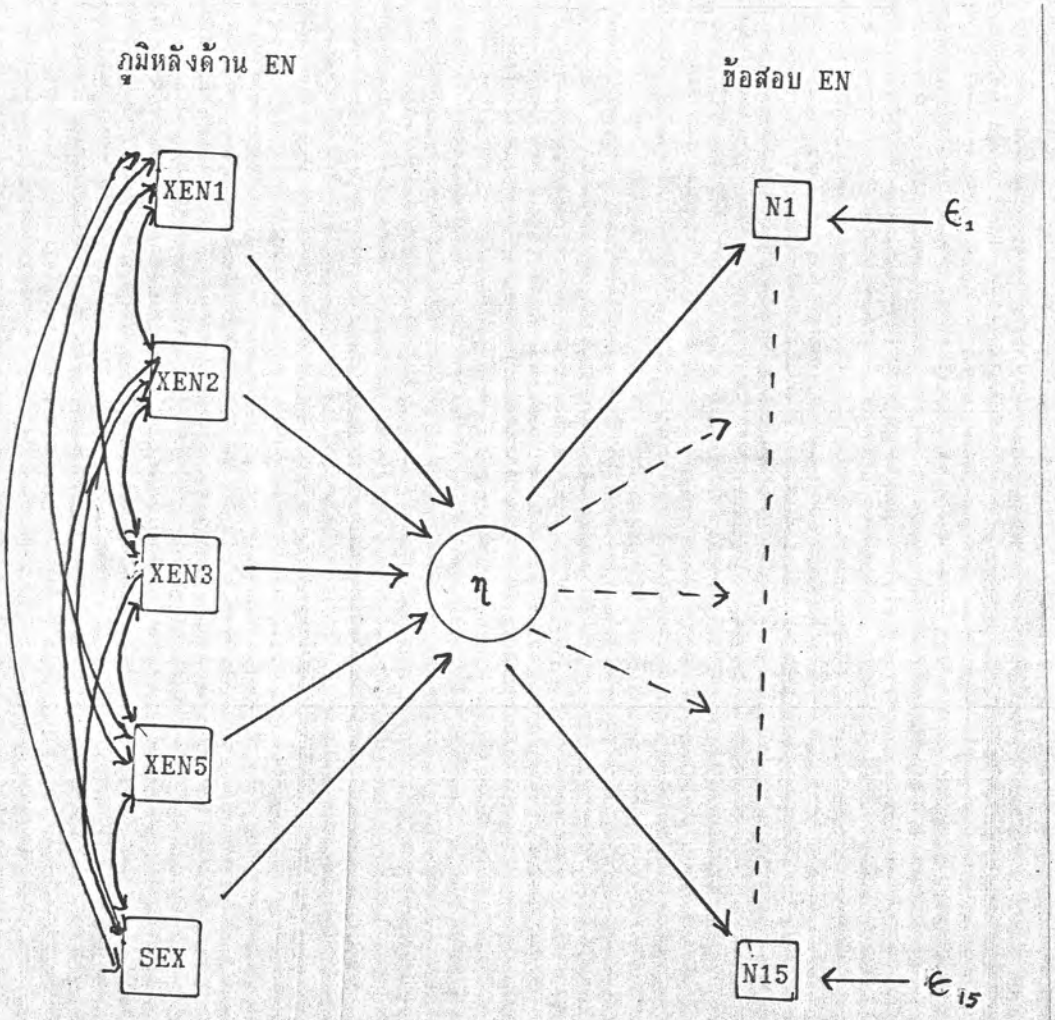
A1 ถึง A15 คือ ข้อสอบตั้งแต่ข้อ 1 ถึงข้อ 15 ของแบบสอบวัดความสามารถทางการคิดเลขเศษส่วน

รูปที่ 3.1 โมเดล MIMIC แสดงการวัดคุณลักษณะแฝง n (ความสามารถทางคำนวณ)



รูปที่ 3.2 แสดงขั้นตอนการสร้างข้อมูลเอกมิติ และข้อมูลที่มีมิติอื่นเจือปน.

2.2.2 จัดกระทำข้อมูลภาษาอังกฤษกระทำในทำนองเดียวกับข้อมูลคณิศาสตร์ที่มีมิติอื่นเจือปน 1 มิติ แต่สลับตัวหลักของเนื้อหาข้อสอบโดยทำการสุ่มข้อสอบภาษาอังกฤษของทุกคนออกไปจากแบบสอบวัดความสามารถทางด้านภาษาอังกฤษ และสุ่มข้อสอบคณิตศาสตร์จากแบบสอบวัดความสามารถทางการคำนวณเลขเศษส่วนเข้ามาแทนที่โมเดล MIMIC ที่แสดงความเป็นเอกมิติของแบบสอบวัดความสามารถทางด้านภาษา แสดงในรูป 3.3



XEN1, XEN2, XEN3 และ XEN5 คือ คะแนนสมรรถภาพทางด้านภาษาอังกฤษ สมรรถภาพที่ 1, 2, 3 และ 5 ตามลำดับ

SEX คือ เพศของนักเรียน

N1 ถึง N15 คือ ข้อสอบตั้งแต่ข้อ 1 ถึงข้อ 15 ของแบบสอบวัดความสามารถทางด้านภาษาอังกฤษ

<u>รูปที่ 3.3</u> โมเดล MIMIC แสดงการวัดคุณลักษณะแฝง η (ความสามารถทางด้านคำศัพท์ภาษาอังกฤษ)

ตารางที่ 3.4 แสดงผลการคัดเลือกข้อสอบออก และสุ่มข้อสอบเข้า เมื่อใช้แบบสอบคณิตศาสตร์และแบบสอบภาษาอังกฤษเป็นหลัก กรณี 10 ข้อ และ 15 ข้อ

ข้อมูลชุดที่	จำนวนข้อสอบ	ประกอบด้วยข้อสอบข้อที่
1A	10	A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 A10
2A		A1 A2 A3 A4 A5 A6 N18 N15 A9 A10
3A		A1 A2 A3 A4 A5 A6 N18 N15 N6 N8
4A	15	A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 A10 A11 A12 A13 A14 A15
5A		A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 A10 A11 A12 A13 N6 N8
6A		A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 A10 A11 N18 N15 N6 N8
7A		A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 N11 N3 N18 N15 N6 N8
1N	10	N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 N9 N10
2N		N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 A4 A6
3N		N1 N2 N3 N4 N5 N6 A2 A7 A4 A6
4N	15	N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 N9 N10 N11 N12 N13 N14 N15
5N		N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 N9 N10 N11 N12 N13 A14 A15
6N		N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 N9 N10 N11 A2 A11 A14 A15
7N		N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 N9 A8 A16 A2 A11 A14 A15

หมายเหตุ ข้อมูลชุดที่ 1A...7A คือ ข้อมูลจากคณิตศาสตร์

ข้อมูลชุดที่ 1N...7N คือ ข้อมูลจากภาษาอังกฤษ

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นตรวจสอบความเป็นเอกมิติของข้อมูลที่ถูกจัดกระทำขึ้นในขั้นตอนที่ 2 ในเงื่อนไขต่าง ๆ ด้วยวิธีการตรวจสอบและดัชนีบ่งชี้ที่พัฒนาขึ้นรวมทั้งหมด 6 วิธี

ขั้นตอนนี้ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ใช้แบบสอบคณิตศาสตร์เป็นหลัก และส่วนที่ใช้แบบสอบภาษาอังกฤษเป็นหลัก ส่วนที่ใช้แบบสอบคณิตศาสตร์เป็นหลัก ได้แก่ ข้อมูลชุดที่ 1 A ถึง ชุดที่ 7 A และส่วนที่ใช้แบบสอบภาษาอังกฤษเป็นหลัก ได้แก่ ข้อมูลชุดที่ 1 N ถึงชุดที่ 7 N รวมเป็นข้อมูล 14 ชุด แต่ละชุดจะได้รับการวิเคราะห์ด้วยดัชนีบ่งชี้ต่าง ๆ 6 วิธี โดยเริ่มจากดัชนีบ่งชี้ต่าง ๆ ดังนี้

3.1 ดัชนีบ่งชี้ที่อาศัยการวินิจฉัยจากกราฟ (EP)

3.2 ดัชนีบ่งชี้จากค่าอัตราส่วนระหว่างค่าไอเก็น ตัวที่ 1 และตัวที่ 2

จากสูตร $ER = E_1 / E_2$

3.3 ดัชนีบ่งชี้จากการทดสอบด้วยไบซีเรียลโดยเริ่มจากการหาค่าอำนาจจำแนกประจำข้อ (RYT) จากนั้นหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างค่าอำนาจจำแนกประจำข้อกับน้ำหนักบนตัวประกอบตัวแรก (COMM) จากการวิเคราะห์ตัวประกอบแบบตัวประกอบสำคัญ (Principal Component Analysis) จะได้ค่า BT

$$BT = CORR\ (RYT)\ (COMM)$$

3.4 ดัชนีบ่งชี้จากการทดสอบด้วยไบซีเรียลประยุกต์ โดยเริ่มจากการหาค่าความตรงประจำข้อ (RYC)(SI)=(MSI) จากนั้นจึงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างค่าอำนาจจำแนกกับน้ำหนักบนตัวประกอบตัวแรก จะได้ค่า ABT ดังนี้

$$ABT = CORR\ (MSI)\ (COMM)$$

โดยที่ $MSI = (RYC)\ (SI)$

3.5 ดัชนีบ่งชี้ด้วยค่าดัชนีความเป็นเอกพันธ์ของกรีน มีสูตรดังนี้

$$\mu = \frac{\sum\sum_{i \neq j} |r_{ij}|}{\sum\sum_{i \neq j} \sqrt{h_i^2\, h_j^2}}$$

โดยค่า $h_i^2\ h_j^2$ ประมาณมาจาก SMC_i และ SMC_j ตามลำดับ

3.6 ดัชนีบ่งชี้ด้วยค่าดัชนีความเป็นเอกพันธ์ของกรีนประยุกต์ มีสูตรดังนี้

$$AG = \frac{\sum_{i \neq j} \sum \frac{|r_{i,j}|}{\sqrt{h_i^2 \, h_j^2}}}{n}$$

โดยค่า h_i^2 และ h_j^2 ประมาณจากค่าคอมมูลนาลิตีภายหลังการสะกัดตัวประกอบแบบอิมเมจ

ขั้นตอนที่ 4 เปรียบเทียบความไวในการเปลี่ยนแปลงค่าของดัชนีบ่งชี้ความเป็นเอกมิติของแบบสอบ

ขั้นตอนวิเคราะห์ในขั้นนี้ ได้นำผลจากการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบด้วยดัชนีบ่งชี้ต่าง ๆ ในขั้นตอนที่ 3 มาเปรียบเทียบความไวในการเปลี่ยนแปลงค่าโดยเทียบกับค่า GFI ที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อข้อมูลเปลี่ยนแปลงเอกมิติไปในระดับต่าง ๆ โดยมีสูตรที่ใช้ดังนี้

อัตราส่วนความไวในการเปลี่ยนแปลงค่าของดัชนี GFI

$$= \frac{\text{ค่า GFI จากแบบสอบใด ๆ ที่เปลี่ยนแปลงไป} \times 100}{\text{ค่า GFI จากแบบสอบที่มีความเป็นเอกมิติ}}$$

อัตราส่วนความไวในการเปลี่ยนแปลงค่าของดัชนีบ่งชี้ใด ๆ

$$= \frac{\text{ค่าของดัชนีบ่งชี้ที่เปลี่ยนแปลงไป} \times 100}{\text{ค่าของดัชนีบ่งชี้จากแบบสอบที่มีความเป็นเอกมิติ}}$$

อัตราส่วนความไวในการเปลี่ยนแปลงค่าของดัชนีบ่งชี้ใด ๆ ก็สังเกตจากค่าสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงค่าของมันตั้งแต่จากข้อมูลชุดที่ 2 เทียบกับข้อมูลชุดที่ 1 ไปจนถึงชุดสุดท้าย และให้สังเกตเปรียบเทียบกับอัตราความไวในการเปลี่ยนแปลงค่าของดัชนี GFI

การเปรียบเทียบความไวของดัชนีบ่งชี้ ได้กระทำทีละคู่ดังนี้

ดัชนีบ่งชี้ EP เปรียบเทียบกับ ดัชนีบ่งชี้ ER

ดัชนีบ่งชี้ BT เปรียบเทียบกับ ดัชนีบ่งชี้ ABT

ดัชนีบ่งชี้ μ เปรียบเทียบกับ ดัชนีบ่งชี้ AG

ขั้นตอนที่ 5 ค้นหาเกณฑ์ของดัชนีบ่งชี้ความเป็นเอกมิติของแบบสอบแต่ละตัว และศึกษาความไม่ผันแปรของดัชนีบ่งชี้เหล่านี้ เมื่อเนื้อหาและจำนวนข้อสอบเปลี่ยนแปลงไป

การค้นหาเกณฑ์ของดัชนีบ่งชี้ความเป็นเอกมิติของแบบสอบนั้น หาได้จากการพิจารณาค่าของดัชนีบ่งชี้

ส่วนการศึกษาความไม่ผันแปรนั้น ได้สังเกตค่าของดัชนีบ่งชี้ต่าง ๆ ว่ามีค่อนข้างจะคงที่หรือไม่ เมื่อเนื้อหา และจำนวนข้อเปลี่ยนแปลงไป

ขั้นตอนที่ 6 เสนอผลการวิเคราะห์ สรุป และอภิปรายผลการวิเคราะห์

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย สรุปได้ 6 ขั้นตอน คือ

1) ขั้นสร้างแนวคิดในการประยุกต์วิธีการตรวจสอบความเป็นเอกมิติของแบบสอบ 2) ขั้นสร้างข้อมูลเอกมิติและทำข้อมูลให้มีความเป็นเอกมิติระดับต่าง ๆ 3) ขั้นตรวจสอบความเป็นเอกมิติของข้อมูล 4) เปรียบเทียบความไวในการเปลี่ยนแปลงค่าของวิธีการตรวจสอบแต่ละวิธี 5)ศึกษาความไม่ผันแปรของดัชนีบ่งชี้เหล่านี้ 6) เสนอผลการวิเคราะห์และสรุปผลการวิจัย

ส่วนรายละเอียดของผลการวิเคราะห์ได้นำเสนอใน บทที่ 4 และการสรุปผลและอภิปรายผล พร้อมทั้งข้อเสนอแนะได้นำเสนอไว้ใน บทที่ 5