หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีในการวัดกำลังไฟฟ้าประสิทธิผล

2.1 คำนำ

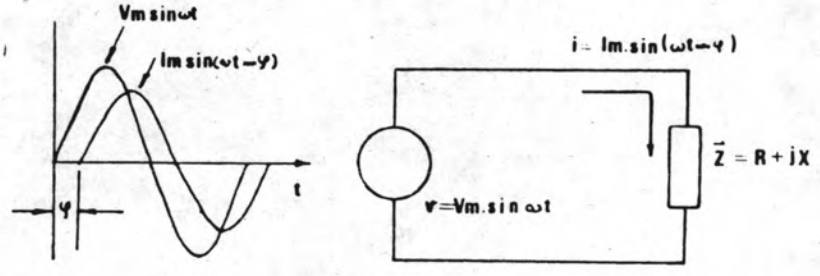
ในบทนี้จะกล่าวถึงพื้นฐานที่จำเป็นเกี่ยวกับกำลังไฟฟ้าในวงจร AC และการหาค่ากำลังไฟฟ้า AC โดยใช้ตัวคูณสัญญาณแบบแอนาลอก (ANALOG MULTIPLIER) เพื่อเป็นสมมุติฐานในการออกแบบทรานสดิวเซอร์ในหัวข้อการวิจัย

2.2 กำลังไฟฟ้าในวงจร AC[3]

ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง กำลังไฟฟ้า P ที่ใช้ไปในความต้านทาน R ที่เป็นโหลดจะมีค่าดังนี้

$$P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R} \qquad (2.1)$$

โดยที่ V เป็นแรงดันที่คร่อมโหลดและ I เป็นกระแสที่ผ่านโหลด



รูปที่ 2.1 วงจรกระแสสลับขนพื้นฐาน

ในวงจรกระแสสลับดังแสดงในรูปที่ 2.1 กำลังไฟฟ้าที่ใช้ไปในโหลดขณะที่แรงดันคร่อมโหลดเท่ากับ v และกระแสในโหลดเท่ากับ i เป็นกำลังไฟฟ้าชั่วขณะ (INSTANTANEOUS POWER- p) ซึ่งมีค่าดังสมการ (2.2)

$$p = vi \qquad (2.2)$$

ถ้าแรงดันที่คร่อมโหลดเป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับรูปคลื่นไซน์ (SINE WAVE) ที่มีสมการแรงดันเป็น

$$v = V_m \sin\omega t \qquad (2.3)$$

และโหลดมีอินพีแดนซ์เป็นความต้านทาน R (คาร์แอคแตนซ์ X = 0) กระแส i ที่ไหลผ่านโหลดจะมีสมการเป็น

$$i = \frac{V_m}{R} \sin\omega t = I_m \sin\omega t \qquad (2.4)$$

เมื่อ V_m และ I_m คือค่าแรงดันและกระแสสูงสุดในวงจรตามลำดับ และ $\omega = 2\pi f$ เมื่อ f คือค่าความถี่ของแรงดันกระแสสลับ

ดังนั้นจากสมการที่ (2.2) ,(2.3) และ (2.4) จะได้สมการของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะเป็น

$$p = V_m \sin\omega t . I_m \sin\omega t$$

หรือ

$$p = V_m . I_m \sin^2\omega t \qquad (2.5)$$

ในวงจรกระแสสลับค่ากำลังไฟฟ้าชั่วขณะจะเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาในทุกๆไซเกิลตามค่า

การเปลี่ยนแปลงของกระแสและแรงดัน การเปลี่ยนแปลงในแต่ละช่วงเวลานี้จะสั้นมาก จะสามารถวัดได้โดยใช้เครื่องมือพิเศษเท่านั้นเช่น ออสซิลโลกราฟ (OSCILLOGRAPH) อย่างไรก็ตามค่าที่เราพิจารณานี้ไม่ใช่ค่ากำลังไฟฟ้าชั่วขณะ แต่เป็นค่าเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่งๆ คือ P (ยกเว้นเมื่อต้องการศึกษาสภาวะทรานเซียนท์) ซึ่งหาได้จากการอินทีเกรทผลคูณของกระแสและแรงดันในช่วงเวลาหนึ่ง ดังสมการที่ (2.6)

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T v.i\ dt \qquad (2.6)$$

เมื่อ P คือค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยหรือกำลังไฟฟ้าประสิทธิผล (AVERAGE OR EFFECTIVE POWER) และ T เป็นช่วงเวลาที่ต้องการหาค่าเฉลี่ย

จากการวิเคราะห์รูปคลื่นของกระแสและแรงดันพบว่า ค่าเฉลี่ยของกำลังไฟฟ้าในหนึ่งช่วงคาบ (PERIOD) จะมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของการอินทีเกรทที่ในช่วงเวลา T ใดๆ ดังนั้นการหาค่าของกำลังไฟฟ้าสามารถทำได้ง่ายโดยการอินทีเกรทเพียงหนึ่งไซเกิล

ถ้าทั้งกระแสและแรงดันเป็นรูปคลื่นไซน์ จากสมการที่ (2.6) จะได้

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Vm.Im\ \sin^2\omega t d\omega t$$

$$= \frac{Vm.Im}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1}{2}(1-\cos\omega t)d\omega t$$

$$= \frac{Vm.Im}{2\pi}\left(\frac{\omega t}{2}-\frac{\sin 2\omega t}{4}\right)_0^{2\pi}$$

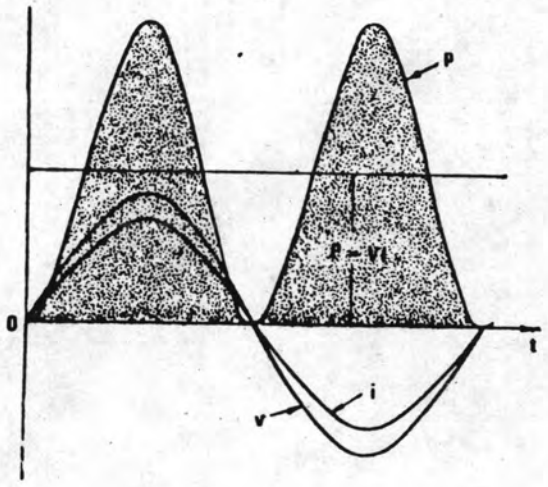
เพราะฉะนั้น $$P = \frac{Vm.Im}{2} \qquad (2.7)$$

ถ้าให้ $V = \frac{Vm}{\sqrt{2}}$ เป็นค่าแรงดัน R.M.S.

และ $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ เป็นค่ากระแส R.M.S.

จากสมการที่ (2.7) จะได้ $P = V.I$ (2.8)

เป็นกำลังไฟฟ้าเฉลี่ยของวงจรกระแสสลับที่มีโหลดเป็นความต้านทาน รูปที่ 2.2 แสดงรูปคลื่นของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะและกำลังไฟฟ้าเฉลี่ยของสมการที่ (2.5) และ (2.8)



รูปที่ 2.2 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในโหลดชนิดความต้านทาน

ถ้าโหลดเป็นตัวรีแอคตีฟ (REACTIVE ELEMENT) เช่น อินดัคแตนซ์ L แรงดันที่ป้อนให้กับโหลดจะนำหน้า (LEAD) กระแสโหลดเป็นมุม 90 องศา (หรือ $\frac{\pi}{2}$) กระแส i ที่ไหลผ่านโหลด จะมีสมการเป็น

$$i = \frac{V_m}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

หรือ $$i = I_m.\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \qquad (2.9)$$

ดังนั้นจากสมการ (2.2), (2.3) และ (2.9) จะได้

$$p = V_m.I_m \sin\omega t \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \qquad (2.10)$$

จาก $\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \cos\alpha$

เพราะฉะนั้นจากสมการ (2.10) จะได้

$$p = V_m.I_m \sin\omega t \cos\omega t \qquad (2.11)$$

ถ้าทั้งกระแสและแรงดันเป็นรูปคลื่นไซน์ จากสมการที่ (2.11) จะได้ค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_m.I_m \sin\omega t \cos\omega t \, d\omega t$$

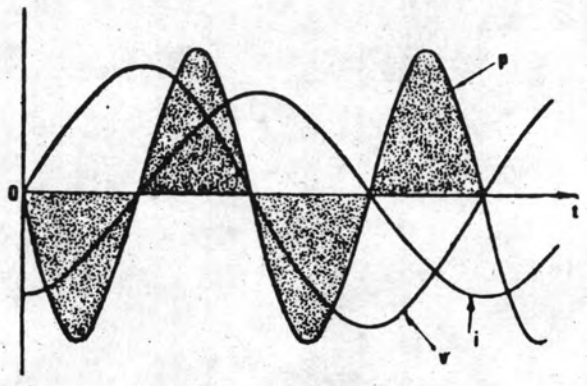
$$= \frac{V_m.I_m}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\sin 2\omega t}{2} \, d\omega t$$

$$= \frac{V_m.I_m}{2\pi}\left[\frac{-\cos 2\omega t}{4}\right]_0^{2\pi}$$

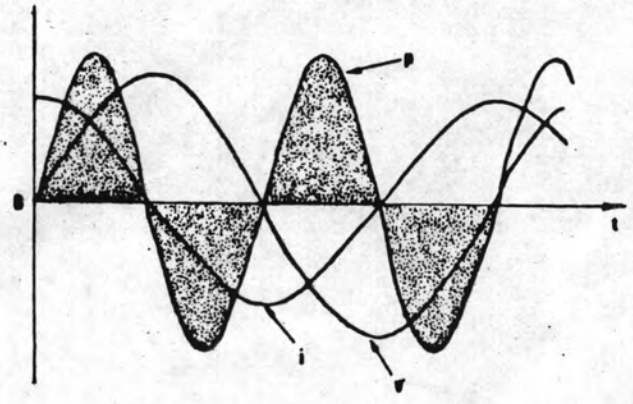
เพราะฉะนั้นจะได้ค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ย $P = 0$

รูป 2.3 แสดงกำลังไฟฟ้าของโหลดชนิดอินดัคตีฟ จากรูปนี้แสดงว่าเมื่อจ่ายพลังงานไฟฟ้าจากต้นกำเนิดให้แก่อินดัคแตนซ์ ในครึ่งช่วงคาบแรกมันจะเก็บพลังงานไว้ในรูปของแม่เหล็กไฟฟ้า และจ่ายคืนให้แก่ต้นกำเนิดในช่วงครึ่งช่วงคาบต่อไป นั่นคือโดยเฉลี่ยแล้วอินดัคแตนซ์จะไม่ใช้กำลังไฟฟ้าเลย หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยเป็นศูนย์

เช่นเดียวกันกับอินดัคตีฟโหลด ถ้าโหลดในวงจรกระแสสลับเป็นคาปาซิแตนซ์ C กระแสโหลดจะนำหน้าแรงดันที่ป้อนให้กับโหลดเป็นมุม 90 องศา (หรือ $\frac{\pi}{2}$) จะได้กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยเป็นศูนย์เช่นเดียวกัน ดังแสดงในรูป 2.4



รูปที่ 2.3 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในโหลดชนิดอินดัคตีฟ



รูปที่ 2.4 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในโหลดชนิดคาปาซิตีฟ.

สมมุติว่าโหลดคือ อิมพีแดนซ์ $\bar{Z} = R + jX$ ซึ่ง R เป็นค่าความต้านทานและ X เป็นค่ารีแอคแตนซ์ (REACTANCE) ถ้าค่ารีแอคแตนซ์เป็นอินดัคทีฟรีแอคแตนซ์ (INDUCTIVE REACTANCE) แรงดันที่ป้อนให้กับโหลดจะนำหน้ากระแสที่ไหลผ่านโหลดเป็นมุม φ ซึ่ง

$$\tan \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

นั่นก็คือค่าของมุม

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{X_L}{R} \qquad (2.12)$$

ดังนั้นถ้าเราป้อนแรงดัน $v = V_m \sin\omega t$ ให้กับโหลดอิมพีแดนซ์ $\vec{Z} = R + jX_L$ จะได้ สมการของการของกระแสเป็น

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) \qquad (2.13)$$

เมื่อ $$I_m = \frac{V_m}{Z}$$

จากสมการที่ (2.2),(2.3) และ (2.13) กำลังไฟฟ้าชั่วขณะที่ใช้ไปในโหลดอิมพีแดนซ์ $\vec{Z} = R + jX_L$ จะมีค่าเป็น

$$p = V_m . I_m \sin\omega t \sin(\omega t - \varphi) \qquad (2.14)$$

จาก $$\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$$

เพราะฉะนั้นจากสมการ (2.14) จะได้

$$p = \frac{V_m . I_m}{2}\left[\cos(\omega t-\omega t+\varphi)-\cos(\omega t+\omega t-\varphi)\right]$$

$$p = \frac{V_m . I_m}{2}\left[\cos\varphi-\cos(2\omega t-\varphi)\right] \qquad (2.15)$$

$$p = \frac{V_m . I_m}{2}\left(\cos\varphi-\cos\varphi\cos 2\omega t-\sin\varphi \sin 2\omega t\right)$$

แทนค่า V_m และ I_m ด้วยค่า R.M.S. V และ I ตามลำดับจะได้

$$p = VI(\cos\varphi-\cos\varphi\cos 2\omega t-\sin\varphi\sin 2\omega t)$$

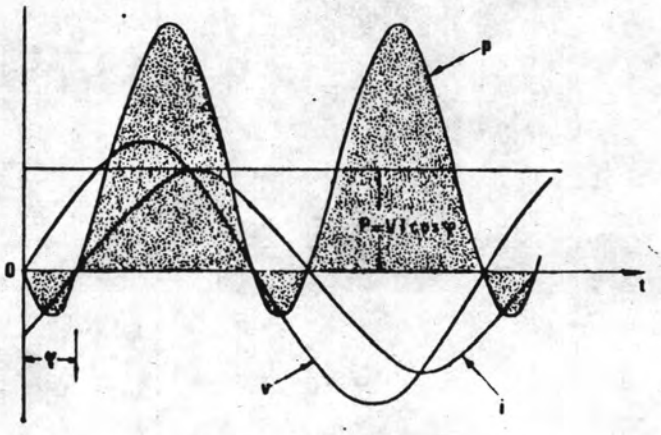
$$p = VI(\cos\varphi-\cos\varphi\cos 2\omega t)-VI \sin\varphi \sin 2\omega t$$

$$p = VI\cos\varphi(1-\cos 2\omega t) - VI\sin\varphi\sin 2\omega t \qquad (2.16)$$

ความสัมพันธ์ของสมการ (2.16) นี้แสดงไว้ในรูป 2.5 และในกรณีนี้จากสมการ (2.14) กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยจะมีค่าดังนี้

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_m.I_m \sin\omega t \sin(\omega t-\varphi)\, d\omega t$$

$$= \frac{V_m.I_m}{2\pi}\left[\int_0^{2\pi}(\sin^2\omega t\cos\varphi - \sin\omega t\cos\omega t\sin\varphi)d\omega t\right]$$



รูปที่ 2.5 กำลังไฟฟ้ากระแสสลับในอิมพีแดนซ์โหลด $\vec{Z} = R + jX_L$

$$P = \frac{V_m.I_m}{2\pi}\left[\cos\varphi\int_0^{2\pi}\frac{(1-\cos 2\omega t)}{2}d\omega t - \sin\varphi\int_0^{2\pi}\frac{\sin 2\omega t}{2}\,d\omega t\right]$$

$$= \frac{V_m.I_m}{2\pi}\left[\cos\varphi\left(\frac{\omega t}{2}-\frac{\sin 2\omega t}{4}\right)\Big|_0^{2\pi} + \sin\varphi\frac{\cos 2\omega t}{4}\Big|_0^{2\pi}\right]$$

$$= \frac{V_m.I_m}{2}\cos\varphi$$

หรือ

$$P = VI\cos\varphi \qquad (2.17)$$

เมื่อ V และ I คือค่า R.M.S. ของแรงดันและกระแสตามลำดับ ซึ่งเมื่อพิจารณาสมการที่ (2.17) จะเห็นว่า ก็คือส่วนประกอบที่เป็น DC (DC COMPONENT) ของสมการ (2.15) นั่นเอง

จาก $$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

ดังนั้นจากสมการ (2.17) เราจะได้

$$P = VI.\frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \qquad (2.18)$$

เมื่อ $Z = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2}$ จากสมการที่ (2.18) จะได้

$$P = I^2R = \frac{V^2}{R} \qquad (2.19)$$

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น จะเห็นได้ว่าโดยทั่วไปแล้วกำลังไฟฟ้าเฉลี่ยในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับหาได้จากผลคูณของแรงดันประสิทธิผล (EFFECTIVE หรือ R.M.S. VOLTAGE) และกระแสประสิทธิผล (EFFECTIVE หรือ R.M.S. CURRENT) ที่ไหลผ่านโหลด กับค่า COSINE ของมุมระหว่างเฟสของแรงดันและกระแสนั้น กำลังไฟฟ้าเฉลี่ยนี้จะมีค่าเท่ากับกำลังที่ใช้ไปในความต้านทานของโหลด ซึ่งเรียกว่ากำลังไฟฟ้าจริงหรือกำลังไฟฟ้าประสิทธิผล (REAL OR EFFECTIVE POWER) ส่วนกำลังชั่วขณะที่มีค่าเท่ากับ $VI \sin\varphi$ อันเป็นกำลังที่ถ่ายเทไปมาระหว่างต้นกำเนิดกำลังกับรีแอคแตนซ์ของโหลด โดยไม่มีการสิ้นเปลืองไปเรียกว่า กำลังรีแอคตีฟ (REACTIVE POWER) ค่าของ VI เรียกว่า กำลังปรากฏ (APPARENT POWER) และค่าของ $\cos\varphi$ เรียกว่า ตัวประกอบกำลัง (POWER FACTOR)

2.3 การวิเคราะห์สัญญาณของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะ[15]

ในที่นี้เราจะวิเคราะห์ส่วนประกอบสัญญาณของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะที่เป็นผลคูณของค่าแรงดันและกระแสชั่วขณะที่ไหลผ่านโหลด เพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบวงจรแยกสัญญาณกำลังไฟฟ้าประสิทธิ

ผลออกจากสัญญาณกำลังไฟฟ้าชั่วขณะ

จากสมการ (2.14) ถ้าแทน V_m และ I_m ด้วย V และ I ตามลำดับจะได้

$$p = 2\,VI \sin\omega t \sin(\omega t-\varphi)$$

$$= 2\,VI\left[\frac{\cos(\omega t-\omega t+\varphi)}{2}-\frac{\cos(\omega t+\omega t-\varphi)}{2}\right]$$

$$= VI\left[\cos\varphi-\cos(2\omega t-\varphi)\right]$$

$$= VI(\cos\varphi-\cos\varphi\cos 2\omega t-\sin\varphi\sin 2\omega t)$$

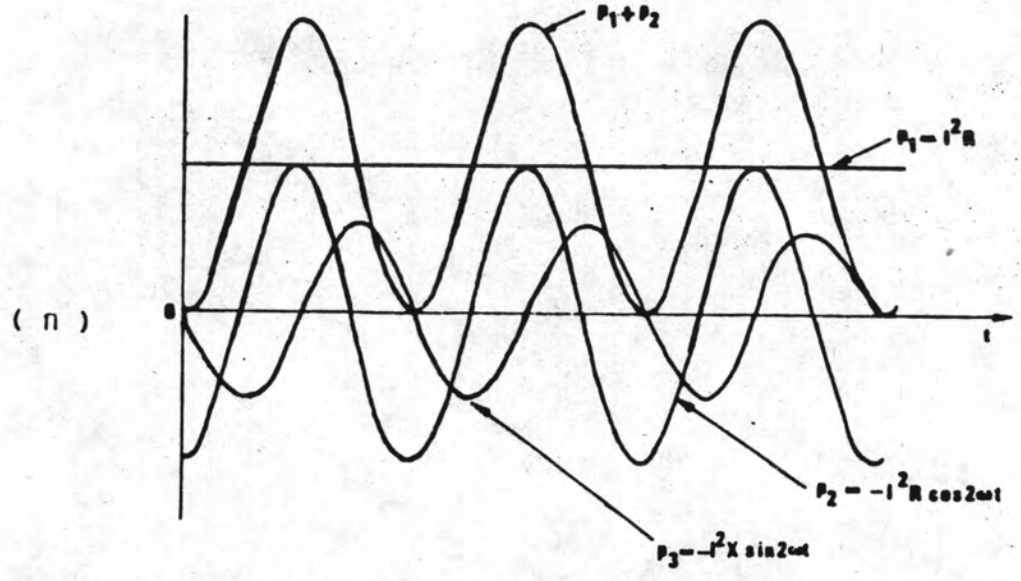
$$= VI\cos\varphi-VI\cos\varphi\cos 2\omega t-VI\sin\varphi\sin 2\omega t \qquad (2.20)$$

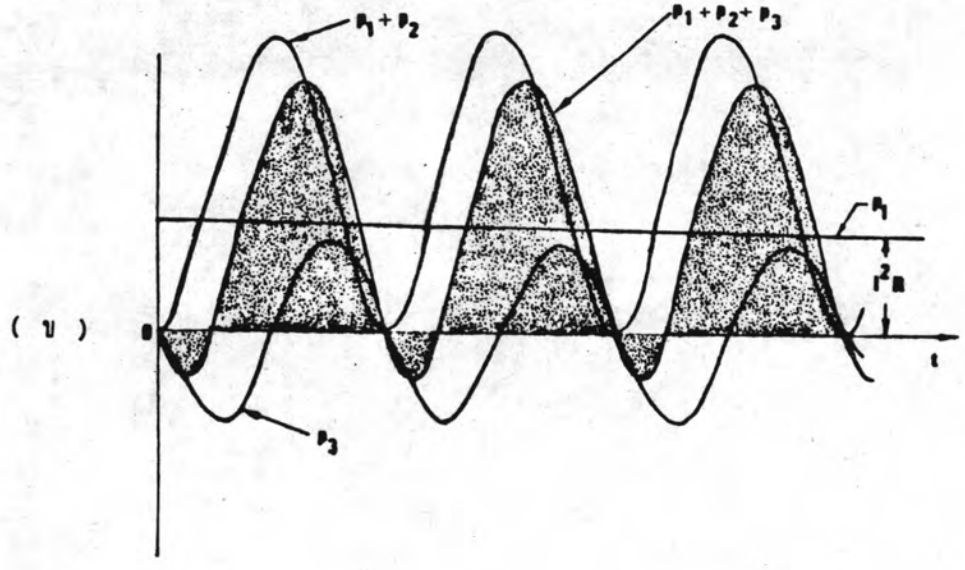
จาก $VI\cos\varphi = I^2R$ และ $VI\sin\varphi = I^2X$ ดังนั้นจากสมการ (2.20) จะได้

$$p = I^2R-I^2R\cos 2\omega t-I^2X\sin 2\omega t \qquad (2.21)$$

หรือ $$p = p_1+p_2+p_3$$

เมื่อให้ $p_1 = I^2R$, $p_2 = -I^2R\cos 2\omega t$ และ $p_3 = -I^2X\sin 2\omega t$

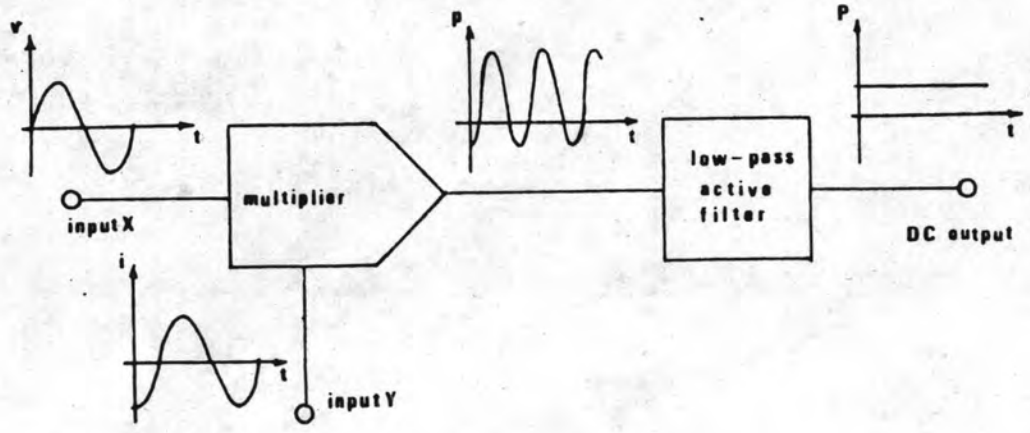




รูปที่ 2.6 แสดงส่วนประกอบของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะ

008755

จากรูป 2.6 (ก) และ (ข) จะเห็นว่าค่ากำลังไฟฟ้าประสิทธิผล (EFFECTIVE POWER) $VI\cos\varphi$ ก็คือค่าส่วนประกอบ DC (DC COMPONENT) ของสมการที่ (2.21) นั่นเอง ดังนั้นจากสัญญาณ AC ของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะใดๆ เราสามารถหาค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยได้โดยใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (LOW -PASS FILTER) กรองเอาสัญญาณ AC ออก เอาท์พุทที่ได้จากตัวกรองก็คือค่าของกำลังไฟฟ้าประสิทธิผล ในการวัดกำลังไฟฟ้ากระแสสลับซึ่งเป็นผลคูณของกระแสและแรงดัน AC ชั่วขณะสามารถหาได้โดยตรง โดยใช้ตัวคูณสัญญาณแบบแอนาลอกซึ่งในทันกก็คือตัวคูณสัญญาณแบบฮอลล์



รูปที่ 2.7 บล็อกไดอะแกรมแสดงการวัดกำลังไฟฟ้ากระแสสลับโดยตัวคูณสัญญาณแบบแอนาลอก

จากรูป 2.7 แสดงวิธีการวัดกำลังไฟฟ้าโดยตรง เอาท์พุทของตัวคูณสัญญาณจะอยู่ในรูปกำลังไฟฟ้าชั่วขณะ จากสมการ (2.17) ค่ากำลังไฟฟ้าประสิทธิผลคือค่าเฉลี่ยของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะ ถ้าเราเอาสัญญาณเอาท์พุทของตัวคูณสัญญาณป้อนเข้าวงจรตัวกรองแอคตีฟชนิดความถี่ต่ำผ่าน (LOW - PASS ACTIVE FILTER) จะได้แรงดัน DC ออกมาซึ่งมีค่าเท่ากับกำลังไฟฟ้าเฉลี่ยของวงจรที่ทำการวัด และระดับของสัญญาณนี้สามารถวัดได้ โดย DC โวลท์มิเตอร์ หรือ แสดงผลบนจอภาพ CRT หรือบันทึกด้วยออสซิลโลกราฟ ในกรณีของการศึกษารูปคลื่นของกำลังไฟฟ้าชั่วขณะและกำลังไฟฟ้าทรานเซียนท์ ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดในบทต่อไป.