หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

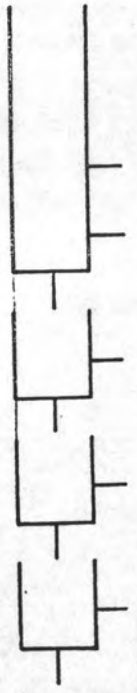
บทที่ 3

ทฤษฎีของแบบจำลอง

แบบจำลองถัง (Tank Model) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สำหรับศึกษาการเกิดน้ำท่าเมื่อมีฝนตกในพื้นที่รับน้ำ (Drainage Area)

3.1 ลักษณะของแบบจำลองถัง

แบบจำลองถัง (Tank Model) ซึ่งเสนอนี้จะประกอบด้วย ถังหลายใบวางซ้อนกันอยู่ในแนวดิ่ง ดังแสดงในรูปที่ 3-1 ถังทุกใบจะมีทางให้น้ำไหลออกได้สองทาง คือทางด้านข้างและทางด้านล่าง ทางที่ให้น้ำไหลออกทางด้านข้าง จะจำลองการไหลออกสู่ลำน้ำไปเป็นน้ำท่า ส่วนทางที่ให้น้ำไหลออกทางด้านล่าง จะจำลองการซึมลงใต้ดิน เมื่อมีฝนตกลงมา น้ำฝนจะถูกเก็บไว้ในถังใบบน แล้วส่วนหนึ่งจะไหลลงสู่ลำน้ำเป็น Direct Runoff ส่วนหนึ่งจะซึมผ่านผิวดินแล้วไหลไปลงลำน้ำเป็น Inter Flow ส่วนหนึ่งจะซึมลงไปในดินเป็น Ground water และ Base Flow ส่วนที่เหลือจะยังคงขังอยู่ในถังใบบน และจะทำให้เกิดน้ำท่าในช่วงเวลาต่อ ๆ ไป ในแบบจำลองนี้ถังใบบนจะจำลองการเกิด Direct Runoff และ Inter Flow ส่วนถังใบที่ 2 ถึง 4 จะจำลองการเกิด Ground-water และ Base Flow



รูป 3.1
ลักษณะของแบบจำลองถัง

3.2 การไหลของน้ำออกจากถัง

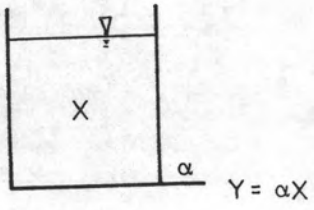
ถ้ามีน้ำบรรจุอยู่ในถังเป็นปริมาตร = ค่า x และที่ตอนล่างของถังมีรูให้น้ำไหลออกได้ ปริมาณการไหลออกของน้ำ ปริมาณการไหลออกของน้ำจะขึ้นอยู่กับปริมาณน้ำที่บรรจุอยู่ภายในถัง ตามสมการที่ 3.1

$$Y = \alpha X \qquad \text{.....(3.1)}$$

Y = ปริมาณน้ำที่ไหลออก

x = ปริมาณน้ำในถัง

α = สัมประสิทธิ์การไหล



รูป 3.2
การไหลของน้ำออกจากถัง

เมื่อเวลา t มีน้ำบรรจุอยู่ในถังเป็นปริมาตร x และทำให้เกิดการไหลออก $Y = \alpha X$ ในช่วงเวลา dt ดังนั้นปริมาณน้ำที่เหลืออยู่ในถังเมื่อเวลา t+dt จะเป็นตามสมการที่ 3.2

$$X' = (1-\alpha)X \qquad \text{.....(3.2)}$$

X' = ปริมาณน้ำในถังเมื่อเวลา t+dt

X = ปริมาณน้ำในถังเมื่อเวลา t

α = สัมประสิทธิ์การไหล

เพราะว่า $Y = -dx/dy$

เพราะว่า $Y = \alpha X$

เพราะฉะนั้น $Y = -dx/dy$

ปริมาณน้ำในถังเมื่อเวลา $t+dt = e^{-\alpha dt}X$

อัตราการไหลเมื่อเวลา $t+dt$

$Y_{(t+dt)} = (1-e^{\alpha dt})X$

ดังนั้น $a = (1-e^{\alpha dt})$ ซึ่งแสดงว่า α จะมีค่าน้อยกว่า 1 เสมอ

3.3 ความชื้นในดิน

ความชื้นในดินจะเปลี่ยนแปลงไปได้ตลอดเวลา ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่ของน้ำในชั้นดินนั้น ๆ ซึ่งจะสามารถจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำในชั้นดินได้ดังต่อไปนี้

1) การเคลื่อนที่ของน้ำภายในถังใบบน ภายในถังใบบนจะแบ่งดินออกเป็น 2 ชั้นคือ ดินชั้นที่ 1 จะเป็นดินชั้นบน และดินชั้นที่ 2 จะเป็นดินชั้นล่าง ทิศทางและความเร็วในการเคลื่อนที่ของน้ำในถังใบบนตามสมการที่ 3.3

$$Td = K2(1-Xs/Cs) \quad \text{.....(3.3)}$$

Td = ความเร็วในการเคลื่อนที่ลงของน้ำจากดินชั้นที่ 1 ไปยังดินชั้นที่2

K2 = ค่าคงที่ประมาณ 1.0 มม./วัน

Cp = ความชื้นที่จุดอิ่มตัวของดินชั้นที่ 1

Xp = ความชื้นในดินชั้นที่ 1

Cs = ความชื้นที่จุดอิ่มตัวของดินชั้นที่ 2

Xs = ความชื้นในดินชั้นที่ 2

2) การเคลื่อนที่ของน้ำจากถังใบล่างขึ้นมายังถังใบบน ในกรณีที่ดินชั้นที่ 1 ของถังใบบนแห้งก็จะเกิดแรงดึงที่จะดูดน้ำจากถังใบล่างขึ้นมายังดินชั้นที่ 1 ของถังใบบน ความเร็วในการเคลื่อนที่ของน้ำในถังใบบนนี้ จะขึ้นอยู่กับความชื้นในดินชั้นที่ 1 และดินชั้นที่ 2 ของถังใบบน ซึ่งจะจำลองอัตราการเคลื่อนที่ของน้ำดังกล่าวได้ตามสมการที่ 3.4

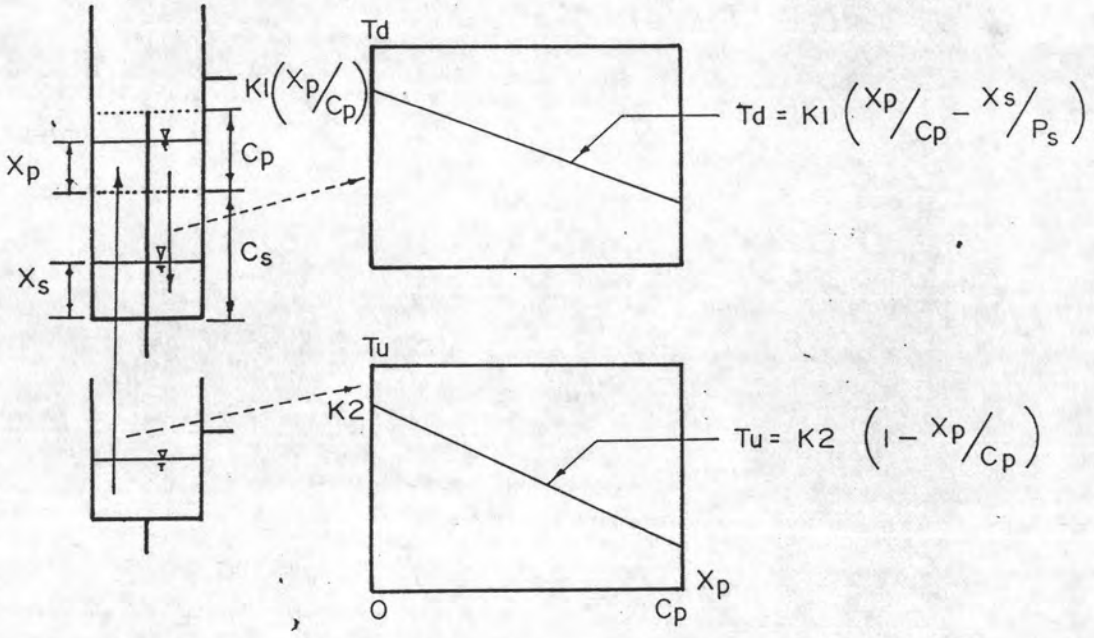
$$Tu = K1(1-Xp/Cp) \quad \text{.....(3.4)}$$

Tu = ความเร็วในการเคลื่อนที่ขึ้นของน้ำจากถังใบล่างขึ้นมายังดินชั้นที่ 1

K1 = ค่าคงที่

Xp = ความชื้นในดินชั้นที่ 1 ของถังใบบน

Cp = ความชื้นที่จุดอิ่มตัวของดินชั้นที่ 1 ของถังใบบน



รูป 3-3

การเคลื่อนที่ของความชื้นในดิน

3.4 <u>การคายน้ำและการระเหย</u>

เนื่องจากการคายน้ำและการระเหย (Evaporation) เป็นการสูญเสียน้ำไปจากดิน ดังนั้นจึงต้องหักลบน้ำส่วนนี้ออกจากถังใบบนด้วย ในที่นี้จะประเมินค่าดังกล่าวด้วยหลักเกณฑ์ดังนี้

1) ในกรณีที่มีน้ำอิสระ (Free Water) อยู่มากในถังใบบน จะกำหนดให้อัตราการคายน้ำและการระเหย = 0.8E โดยที่ค่า E คือค่าอัตราการระเหย (Evaporation)

2) ในกรณีที่ไม่มีน้ำอิสระในถังใบบน จะกำหนดอัตราการคายน้ำและการระเหย = 0.6E โดยที่ค่า E คือค่าอัตราการระเหย

3) ในกรณีที่มีน้ำอิสระอยู่บ้างแต่ยังไม่เพียงพอสำหรับให้แก่การระเหยที่ 0.8E จะกำหนดอัตราการคายน้ำและการระเหย = Xf+0.75(0.8E-Xf) โดยค่า Xf คือปริมาณน้ำอิสระในถังใบบน และ E คืออัตราการระเหย

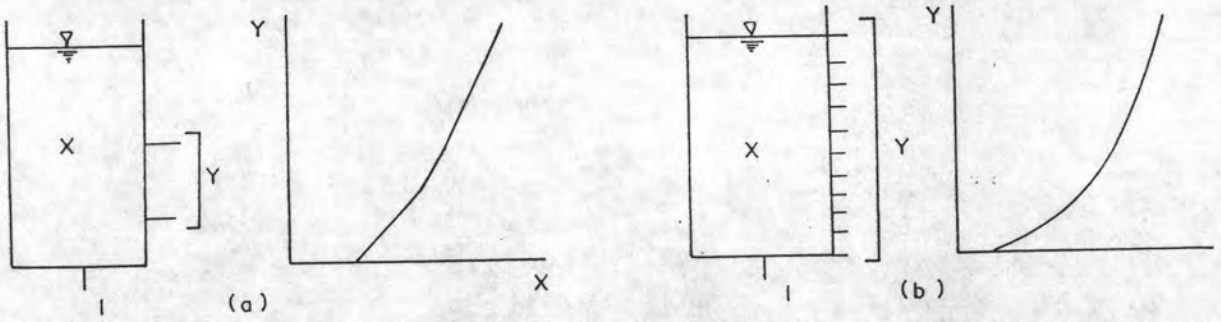
3.5 ลักษณะของแบบจำลองถังชนิดประกอบ

เนื่องจากแบบจำลองถังดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นนั้นถูกพัฒนาขึ้นในประเทศญี่ปุ่น และลักษณะพื้นที่ของประเทศญี่ปุ่นจะชุ่มชื้นตลอดทั้งปี ดังนั้นแบบจำลองดังกล่าวจึงสามารถใช้ได้ดีสำหรับพื้นที่ที่ชุ่มชื้นตลอดปีเท่านั้น

สำหรับพื้นที่ที่ชุ่มชื้นไม่ตลอดทั้งปี ความชื้นในดินจะไม่สม่ำเสมอตลอดทั้งลุ่มน้ำ โดยปรกติในบริเวณที่สูงจะแห้งก่อนบริเวณที่ลุ่ม ซึ่งจะทำให้กลไกในการเกิดน้ำท่าไม่เหมือนกัน ดังนั้นจึงควรแบ่งพื้นที่รับน้ำออกเป็นพื้นที่ย่อย ๆ ตามปริมาณความชื้นในดิน แล้วจึงจำลองพื้นที่ย่อย ๆ แต่ละส่วนด้วยแบบจำลองถังส่วนละ 1 ชุด ตามรูปที่ 3-3 และ 3-5 อัตราส่วนของพื้นที่รับน้ำแต่ละส่วนจะได้จากการทดลอง ซึ่งโดยปรกติแล้วมักจะเป็นอนุกรมเรขาคณิต เช่น S1:S2:S3: S4 = 3 :3 :3:1 เป็นต้น

3.6 ลักษณะที่ไม่เป็นสมการเส้นตรงของแบบจำลอง

ในแบบจำลองนี้ สำหรับถังใบบนจะมีทางให้น้ำไหลออกทางด้านข้างสองทางขึ้นไป ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างน้ำที่ไหลออก Y และปริมาณน้ำที่บรรจุอยู่ในถัง X จะไม่เป็นไปตามสมการเส้นตรง แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของปริมาณน้ำที่ไหลออก Y จะมากขึ้นเมื่อปริมาณน้ำในถัง X มากขึ้น ดังนั้นอัตราส่วนระหว่างปริมาณน้ำที่ไหลออกทางด้านข้างไปลงลำน้ำ กับปริมาณน้ำที่ซึมจากถังใบบนลงไปยังถังใบล่างก็จะไม่คงที่ แต่จะเพิ่มขึ้นเมื่อปริมาณน้ำที่บรรจุอยู่ในถังเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน และถ้ามีทางให้น้ำไหลออกทางด้านข้างหลาย ๆ ทาง ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำที่ไหลออกทางด้านข้างกับปริมาณน้ำที่บรรจุอยู่ในถังจะเป็นสมการเส้นโค้ง $Y = \alpha X$ ดังแสดงในรูปที่ 3-6



รูปที่ 3-6 ลักษณะที่ไม่เป็นสมการเส้นตรงของแบบจำลองถัง

3.7 วิธีการในการทำแบบจำลองถัง

จากหลักการที่ว่า ถ้าแบบจำลองถังนี้สามารถจำลองการเกิดน้ำท่าได้ผลสมบูรณ์ ค่าที่ได้จากการคำนวณจะต้องตรงกันกับค่าที่ได้จากการวัดทุก ๆ ค่า แต่ตามความเป็นจริงแล้วเราจะไม่สามารถทำแบบจำลองที่ได้ผลสมบูรณ์ดังกล่าวได้ ทั้งนี้เนื่องจากสาเหตุหลายประการที่ทำให้ค่าที่ได้จากการคำนวณไม่เท่ากันกับค่าที่ได้จากการวัด สาเหตุดังกล่าวที่สำคัญได้แก่

1) ปริมาณน้ำท่าที่วัดได้อาจจะคลาดเคลื่อนไปบ้างเนื่องจากความละเอียดในการอ่านระดับน้ำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในฤดูแล้งที่มีอัตราการไหลน้อย ถึงแม้ว่าจะอ่านระดับผิดไปเพียงเล็กน้อย แต่เมื่อคิดเป็นร้อยละแล้วจะเห็นว่ามีค่าสูงมาก

2) ปริมาณน้ำฝนที่ใช้ในการคำนวณจะใช้ค่าปริมาณน้ำฝนที่วัดได้จากสถานีวัดน้ำฝนที่อยู่ใกล้กับพื้นที่รับน้ำมากที่สุด แต่ตามความเป็นจริงแล้วปริมาณน้ำฝนที่ตกในพื้นที่รับน้ำจะไม่เท่ากันตลอดทุก ๆ จุดในพื้นที่ดังกล่าว แต่เนื่องจากเราไม่สามารถวัดปริมาณน้ำฝนที่ทุก ๆ จุดในพื้นที่รับน้ำได้ จึงจำเป็นต้องใช้ปริมาณน้ำฝนที่จุดที่ตั้งของสถานีวัดน้ำฝนแทนปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของทั้งพื้นที่

3) อัตราการระเหยที่ใช้ในการคำนวณจะใช้ค่าเฉลี่ยต่อวันของแต่ละเดือน ซึ่งอัตราดังกล่าวไม่ได้เป็นอัตราการระเหยที่เกิดขึ้นจริงในวันนั้น ๆ นอกจากนี้สถานี

ตรวจอากาศที่ใช้ในการวัดอัตราการระเหยภายในพื้นที่ใกล้เคียงกับลุ่มน้ำป่าสักจะมีเพียง 2 สถานีเท่านั้น คือ ที่จังหวัดเพชรบูรณ์หนึ่งแห่ง และที่จังหวัดลพบุรีอีกหนึ่งแห่ง ดังนั้นความคลาดเคลื่อนของอัตราการระเหยที่ใช้ในการคำนวณจึงมีโอกาสเกิดขึ้นได้มาก

4) เนื่องจากกลไกในการเกิดน้ำท่านั้นมีความสลับซับซ้อนมาก การที่จะจำลองการเกิดน้ำท่าให้ได้เหมือนกับการเกิดน้ำท่าจริงทุกประการจึงทำได้ยาก แบบจำลองถังนี้จะจำลองเพียงเฉพาะกลไกในการเกิดน้ำท่าที่สำคัญและมีผลมากเท่านั้น ส่วนรายละเอียดปลีกย่อยอื่น ๆ ไม่สามารถจำลองออกมาได้ด้วย

5) ค่าคงที่ต่าง ๆ ของแบบจำลองถังนี้มีหลายตัว จึงเป็นการยากที่จะกำหนดค่าเหล่านั้นให้ได้ชุดที่เหมาะสมที่สุด

ในการทำแบบจำลองถังนี้จะต้องใช้วิธีทดลองกำหนดค่าคงที่ต่าง ๆ แล้วจึงจำลองการเกิดน้ำท่าในช่วงเวลาที่เรามีข้อมูลน้ำท่า ข้อมูลน้ำฝนและข้อมูลอัตราการระเหยแล้วทำการเปรียบเทียบปริมาณน้ำท่าที่ได้จากผลการคำนวณกับปริมาณน้ำท่าที่ได้จากข้อมูลการวัด ถ้าผลที่ได้ใกล้เคียงกันก็แสดงว่า ค่าคงที่ที่ได้ทดลองใช้ในการคำนวณนั้นจะมีค่าที่ใกล้เคียงกับคุณสมบัติต่าง ๆ ของภูมิประเทศ ก็จะถือได้ว่าค่าคงที่ชุดดังกล่าวเป็นชุดของค่าคงที่ที่เหมาะสม

จากประสบการณ์ในการทดลองกำหนดค่าคงที่ต่าง ๆ พอจะแบ่งค่าคงที่ต่าง ๆ ออกได้เป็นสองกลุ่มใหญ่ ๆ คือ

1) ค่าคงที่ที่แสดงลักษณะต่าง ๆ ของภูมิประะทศ ซึ่งจะได้แก่อัตราส่วนของพื้นที่รับน้ำ S1, S2, K1, HA1, HA2, HB1, HC1, HD1

2) ค่าคงที่ที่แสดงถึงสัมประสิทธิ์ของการไหลได้แก่ A0, A1, A2, B0, B1, C0, C1, D0, D1

ในการทดลองนั้นปรากฏว่าทุก ๆ ชุดของค่าคงที่ที่แสดงลักษณะของภูมิประเทศ เราจะสามารถกำหนดค่าคงที่ที่แสดงสัมประสิทธิ์ของการไหลให้ได้ผลการคำนวณที่ดีได้ แต่ยังไม่อาจถือได้ว่าค่าคงที่ชุดดังกล่าวจะเป็นชุดที่ดีที่สุดจริง ๆ ถ้าต้องการค่าคงที่ชุดที่ดีที่สุดจะต้องเปลี่ยนแปลงค่าคงที่ชุดที่แสดงลักษณะภูมิประเทศ แล้วทดลองหาค่าคงที่ที่แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของการไหลอีกทำเช่นนี้จนกว่าจะได้ค่าคงที่ชุดที่ดีที่สุดของทั้งหมดที่แท้จริง ในการทดลองนี้จะกำหนดค่าคงที่ที่แสดงลักษณะภูมิประเทศไว้ดังต่อไปนี้

S1 = 0, 10, 20.....100

S2 = 0, 10, 20.....100

K1 = 1, 2, 3

K2 = 5, 10, 15, 20, 25, 30

HA1 = 0, 10, 20 100

HA2 = 10, 20, 30.....100

HB = 0

HC = 0

ส่วนค่าคงที่ที่แสดงสัมประสิทธิ์ของการไหล หลังจากที่ได้กำหนดค่าคงที่ที่แสดงลักษณะภูมิประเทศแล้ว ก็จะทดลองกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ของการไหล จนกว่าจะได้ผลการคำนวณที่ใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการวัดมากที่สุด

3.8 การคัดเลือกผลที่ดีที่สุด

ในการตัดสินใจว่า ค่าคงที่ชุดใดจึงจะให้ผลการคำนวณได้ใกล้เคียงกับปริมาณน้ำท่าที่ได้จากการวัดมากที่สุดนั้น จะทำโดยการเปรียบเทียบปริมาณน้ำท่าที่ได้จากการคำนวณกับปริมาณน้ำท่าจากการวัด 2 ลักษณะคือ

3.8.1 การเปรียบเทียบปริมาณน้ำท่ารายเดือน

จะเปรียบเทียบปริมาณน้ำท่ารายเดือนที่ได้จากการคำนวณกับปริมาณน้ำท่ารายเดือนที่ได้จากการวัดทุก ๆ เดือน ถ้าผลการคำนวณได้ดีก็จะได้ค่าใกล้เคียงกัน เมื่อนำค่าที่ได้ไปจุดลงบนกระดาษกราฟ โดยให้ค่าที่ได้จากการคำนวณอยู่บนแกน Y และค่าปริมาณน้ำท่าจากการวัดอยู่บนแกน X ก็จะได้จุดต่าง ๆ เหล่านี้เรียงกันเป็นเส้นตรง ทำมุม 45° และผ่านจุดกำเนิด ดังนั้นหากเราหาสมการเส้นตรงดังกล่าวโดยการวิเคราะห์สมการถดถอยของเส้นตรงดังกล่าว โดยให้

$$Y = a+bX \quad \text{.....(3.1)}$$

Y คือ ปริมาณน้ำท่ารายเดือนที่ได้จากการคำนวณ

a คือ ค่าคงที่

b คือ ค่าคงที่

X คือ ปริมาณน้ำท่ารายเดือนที่ได้จากการวัด

$$r = \frac{\Sigma(xy)}{\sqrt{\Sigma(x^2)\ \Sigma(y^2)}}$$

r คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

เมื่อได้ค่าคงที่ชุดที่ดีที่สุดแล้ว จะทดสอบความสัมพันธ์ของข้อมูลน้ำท่าที่ได้จากการวัดและปริมาณน้ำท่าที่คำนวณได้จากแบบจำลอง ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ โดยวิธีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเปียร์สัน

3.8.2 การเปรียบเทียบปริมาณน้ำท่าทั้งหมด

จะเปรียบเทียบผลรวมทุก ๆ เดือน ของปริมาณน้ำท่ารายเดือนของที่ได้จากการคำนวณและที่ได้จากการวัด ถ้าปริมาณรวมได้ใกล้เคียงกันก็จะถือว่าผลจากการคำนวณได้ค่าใกล้เคียงกับความเป็นจริง