บทที่ 2

วิธีวิเคราะห์

2.1 ความนำ

วิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ ส่วนหนึ่งประยุกต์มาจากหลักการพื้นฐานที่เสนอโดย Wang (2) และ Harrison (3) โดยส่วนที่เป็นการวิเคราะห์โครงสร้างอันดับแรก จะใช้วิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement Method) ซึ่งเหมาะสมในการประยุกต์ใช้กับคอมพิวเตอร์

2.2 สมมุติฐาน

2.2.1. ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียดของวัสดุ เป็นแบบอิลาสติกและพลาสติกโดยสมบูรณ์ (Elastic-Perfectly Plastic) กล่าวคือ ไม่พิจารณาผลของความเครียดแข็งเพิ่ม (Strain Hardening) และผลของหน่วยแรงคงค้าง (Residual Stresses)

2.2.2 สมมุติให้องค์อาคารระหว่างจุดหมุนพลาสติก (Plastic Hinge) แต่ละจุดยังคงมีพฤติกรรมอยู่ในช่วงอิลาสติก

2.2.3 มีการป้องกันการโก่งงอเฉพาะที่และการโก่งงอและบิดด้านข้าง

2.2.4 ข้อต่อต่าง ๆ ในโครงสร้าง มีความแข็งแรงพอที่จะยอมให้การกระจายใหม่ของแรง (Redistribution of Forces) เกิดขึ้นได้อย่างสมบูรณ์

2.2.5 พิจารณาว่า ไม่มีการย้อนกลับ (Irreversible) ของจุดหมุนพลาสติก

2.3 การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่งที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างใหญ่ ๆ หรือโครงสร้างยุ่งยาก โดยอาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ ได้แก่ วิธีที่สังเคราะห์สติฟเนสของโครงสร้างทั้งระบบจากสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อย ๆ หรือที่เรียกว่า วิธีรวมสติฟเนสโดยตรง (Direct Stiffness Method) โดยที่ความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดในวงกว้าง (Global Coordinate System) กับสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่ (Local Coordinate System) สามารถหาได้จาก

ก) การพิจารณาสมดุลย์ของแรงภายในและแรงภายนอก ดังในรูปที่ 2.1 ซึ่งสามารถเขียนในรูปแบบเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} H_A \\ V_A \\ M_A \\ H_B \\ V_B \\ M_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -COS\alpha & SIN\alpha/L & SIN\alpha/L \\ -SIN\alpha & -COS\alpha/L & -COS\alpha/L \\ 0 & 1 & 0 \\ COS\alpha & -SIN\alpha/L & -SIN\alpha/L \\ SIN\alpha & COS\alpha/L & COS\alpha/L \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ M_{AB} \\ M_{BA} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\{W\} = [A]\{SR\} \tag{2.2}$$

โดยที่

{W} = เวกเตอร์แรงภายนอกกระทำที่ข้อต่อของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดในวงกว้าง

{SR} = เวกเตอร์แรงภายในที่ข้อต่อของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่

[A] = เมตริกซ์แปลงจากเวกเตอร์แรงภายในในระบบพิกัดเฉพาะที่เป็นเวกเตอร์แรงภายนอกของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดในวงกว้าง

เมตริกซ์ [A] อาจเรียกว่า สแตติกส์เมตริกซ์ (Statics Matrix)

ข) ความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายในที่ข้อต่อกับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่ ซึ่งเมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากผลของแรงดัด แรงในแนวแกน และแรงเฉือน สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} P \\ M_{AB} \\ M_{BA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{(n+3).4EI}{(n+12)\ L} & \dfrac{(n-6).2EI}{(n+12)\ L} \\ 0 & \dfrac{(n-6).2EI}{(n+12)\ L} & \dfrac{(n+3).4EI}{(n+12)\ L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \phi_{AB} \\ \phi_{BA} \end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

หรือเขียนในรูปสัญญลักษณ์ได้ว่า

$$\{SR\} = [S]\{x\} \qquad (2.4)$$

โดยที่

[S] = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่

{x} = เวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่ ดังแสดงในรูปที่ 2.2

$n = \beta AGL^2/EI$

β = ส่วนกลับของแฟคเตอร์รูปร่าง (k)

A = พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วน

G = โมดูลัสการเฉือน

L = ความยาวของชิ้นส่วน

E = โมดูลัสยืดหยุ่น

I = โมเมนต์อินเนอร์เชีย

และ ค) ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่ กับ การเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อในระบบพิกัดในวงกว้าง ซึ่งสามารถหาได้จากการพิจารณารูปแบบการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อทีละหนึ่งหน่วยในระบบพิกัดในวงกว้าง ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ก. ถึง 2.3 ฉ. หรืออาจจะหาจากหลักการของการเปลี่ยนตำแหน่งสมมุติ (Principle of Virtual Displacement) ก็ได้ ดังนั้น จึงสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} e \\ \phi_{AB} \\ \phi_{BA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -COS\alpha & -SIN\alpha & 0 & COS\alpha & SIN\alpha & 0 \\ SIN\alpha/L & -COS\alpha/L & 1 & -SIN\alpha/L & COS\alpha/L & 0 \\ SIN\alpha/L & -COS\alpha/L & 0 & -SIN\alpha/L & COS\alpha/L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{AH} \\ X_{AV} \\ X_{A\theta} \\ X_{BH} \\ X_{BV} \\ X_{B\theta} \end{bmatrix} \qquad (2.5)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\{x\} = [A]^T\{X\} \qquad (2.6)$$

โดยที่

$\{X\}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อในระบบพิกัดในวงกว้าง

$[A]^T$ = ทรานสโพสของเมตริกซ์ $[A]$

= เมตริกซ์แปลงการเปลี่ยนตำแหน่ง

จากสมการที่ (2.2) (2.4) และ (2.6) สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดในวงกว้างกับสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่ได้ดังนี้

$$\{W\} = [A]\{SR\} = [A][S]\{x\} = [A][S][A]^T\{X\} \qquad (2.7)$$

หรือ $$\{W\} = [k]\{X\} \qquad (2.8)$$

$$[k] = [A][S][A]^T \qquad (2.9)$$

= สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดในวงกว้าง

สมการที่ (2.9) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนสเมตริกซ์ในระบบพิกัดในวงกว้างกับสติฟเนสเมตริกซ์ในระบบพิกัดเฉพาะที่ ในระดับของชิ้นส่วนซึ่งสติฟเนสเมตริกซ์ในระบบพิกัดในวงกว้างหรือพิกัดของโครงสร้างของแต่ละชิ้นส่วน จะมีส่วน (Contributions) หรือถูกรวมเข้าไปในตำแหน่งที่เหมาะสมของสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้าง หรืออาจจะเรียกว่าเป็นการสังเคราะห์สติฟเนสของโครงสร้างทั้งระบบ จากสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อย ซึ่งเป็นวิธีการของการรวมสติฟเนสโดยตรง ดังได้กล่าวมาแล้วข้างต้น โดยอาจจะเขียนขั้นตอนนี้เป็นสัญญลักษณ์ได้ว่า

$$[K] = \sum [k]^m \qquad (2.10)$$

โดยที่ $[K]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างที่ประกอบด้วยชิ้นส่วนย่อยจำนวน m ชิ้นส่วน

หลังจากนั้นจึงแก้ระบบสมการสมดุลย์

$$[K]\{r\} = \{R\} \tag{2.11}$$

เมื่อ $\{r\}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อในระบบพิกัดในวงกว้างในระดับของโครงสร้าง

$\{R\}$ = เวกเตอร์แรงกระทำที่ข้อต่อของโครงสร้าง

และคำนวณหาแรงภายในที่ข้อต่อ $\{SR\}$ เนื่องจากแรงกระทำ $\{R\}$ จาก

$$\{SR\} = [S][A]^T\{X\} \tag{2.12}$$

2.4 การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติก

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติก เป็นวิธีวิเคราะห์โครงสร้างที่นำเอาการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก ซึ่งในที่นี้จะใช้วิธีการเปลี่ยนตำแหน่งมาประยุกต์เข้ากับหลักการบางอย่าง ซึ่งจะอธิบายโดยละเอียดต่อไป โดยที่ขั้นตอนหลักในการวิเคราะห์มีดังนี้

2.4.1 วิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่งดังกล่าวมาแล้วข้างต้นโดยที่ผลของการวิเคราะห์โดยเฉพาะอย่างยิ่ง แรงภายในที่ข้อต่อของแต่ละชิ้นส่วนจะนำไปใช้ในการวิเคราะห์ขั้นตอนต่อไป

2.4.2 คำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก (Load Factor) ที่ทั้งสองปลายของแต่ละชิ้นส่วนย่อยทุก ๆ ชิ้นส่วน

2.4.3 หาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่มีค่าน้อยที่สุด และตำแหน่งที่เกิดจุดหมุนพลาสติก

2.4.4 คำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสม ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมและค่าแรงภายในสะสม

2.4.5 เปลี่ยนแปลงสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อย เนื่องจากผลของจุดหมุนพลาสติกที่เกิดขึ้น

2.4.6 กระทำซ้ำขั้นตอนที่ 2.4.1 ถึง 2.4.5 จนกว่าจะตรวจสอบพบว่าโครงสร้างไม่มีความเสถียร (Unstable)

จะเห็นว่าหลักการที่นำมาผสมผสานเข้ากับการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติกก็คือ ขั้นตอนที่ 2.4.2 ถึง 2.4.6 ซึ่งเป็นการทำในลักษณะที่จะเพิ่มน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงสร้างจนกระทั่งมีบางจุดในโครงสร้างเกิดหน่วยแรงคลากตลอดทั้งหน้าตัด ซึ่งก็คือความหมายของจุดหมุนพลาสติก สำหรับขั้นตอนที่ 2.4.2 ถึง 2.4.6 จะได้อธิบายโดยละเอียดในหัวข้อต่อ ๆ ไป

2.5 เงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก

เดิม Wang (2) พิจารณาเฉพาะผลของแรงดัดที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้น หรือเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก ก็คือ

$$\frac{M}{M_p} = 1.0 \qquad (2.13)$$

โดยที่ M = แรงดัดที่ปลายของชิ้นส่วน

M_p = พลาสติกโมเมนต์ของชิ้นส่วน

แต่สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้จะพิจารณา ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนกับแรงดัด ทั้งในแง่ของกำลัง (Strength) และความเสถียร (Stability) ที่มีผลต่อเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก

2.5.1 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนกับแรงดัดในแง่ของกำลัง

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนกับแรงดัดในแง่ของกำลังสำหรับเหล็กหน้าตัด W ที่จะใช้เป็นเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.4 ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{P}{P_y} + 0.85\frac{M}{M_p} = 1.0 \qquad \frac{P}{P_y} >= 0.15 \qquad (2.14)$$

$$\frac{M}{M_p} = 1.0 \qquad \frac{P}{P_y} <= 0.15 \qquad (2.15)$$

โดยที่ P = แรงในแนวแกนของชิ้นส่วน

$P_y = F_y \cdot A$

F_y = กำลังคลากของวัสดุ

จะเห็นว่า เงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกที่ Wang (2) ใช้ ก็คือ สมการที่ (2.15) ซึ่งเป็นกรณีที่แรงในแนวแกนมีค่าไม่มากนัก แต่สำหรับในกรณีที่แรงในแนวแกนมีค่ามากขึ้น การที่จะใช้เงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกดังในสมการที่ (2.15) ก็จะเป็นการไม่ถูกต้องนัก

2.5.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนกับแรงดัดในแง่ของความเสถียร

ผลของแรงในแนวแกนในแง่ของความเสถียร หรือผลของ P-Δ ซึ่งจะทำให้แรงดัดภายในชิ้นส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนกับแรงดัดในแง่ของความเสถียร ที่จะใช้เป็นเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก จึงเขียนได้ดังนี้

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_m M}{(1 - P/P_e) M_p} = 1.0 \qquad (2.16)$$

โดยที่ P_{cr} = แรงที่ทำให้เกิดการโก่งเดาะ (Buckling Strength) ทางแกนที่เกิดการดัด เมื่อไม่มีแรงดัดกระทำร่วม

= $1.7 F_a A$

F_a = หน่วยแรงอัดที่ยอมได้

= $12/23\ \pi^2 E/C^2$; เมื่อ $C >= C_c$

= F_y / F.S. $[1 - C^2 / (2C_c^2)]$; เมื่อ $C < C_c$

F.S. = $5/3 + 3/8\ C/C_c - 1/8\ (C/C_c)^3$

C = อัตราความชะลูด = KL / r

C_c = $\sqrt{2\pi^2 E / F_y}$

P_e = แรงออยเลอร์ทางแกนที่เกิดการดัด

= $\pi^2 E / (KL / r)^2 A$

Cm = สัมประสิทธิ์ตัวลดค่าแรงดัดมีค่าขึ้นอยู่กับลักษณะองค์อาคารว่าเป็นชนิดที่มีตัวโยงทะแยง หรือไร้ตัวโยงทะแยง และลักษณะการเกิดของแรงดัดว่าเกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระทำจากด้านข้าง หรือเป็นแรงดัดกระทำที่ปลาย

= 0.85 สำหรับอาคารชนิดไร้ตัวโยงทะแยง

K = สัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผล

r = รัศมีไจเรชั่น

ตัวประกอบ $1/(1-P/P_e)$ เรียกว่าตัวประกอบขยายซึ่งคำนึงถึงแรงดัดที่เกิดจากแรงในแนวแกน P คูณกับระยะโก่งของององค์อาคาร สำหรับเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกในกรณีนี้ ทำให้การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติกในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นลักษณะของการวิเคราะห์ที่จะเทียบเคียงกับการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติกที่ใช้การวิเคราะห์อันดับที่สอง โดยเป็นการทำให้ง่ายเข้า

2.6 การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก

การคำนวณค่าประกอบน้ำหนักบรรทุกเป็นขั้นตอนต่อไปของการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติก ภายหลังจากที่ทราบค่าแรงภายในที่ข้อต่อของแต่ละชิ้นส่วน เนื่องจากแรงกระทำ {R} แล้ว โดยที่ขั้นตอนนี้จะเป็นการหาค่าที่ต่ำที่สุดที่เมื่อนำไปคูณกับแรงกระทำ {R} แล้ว จะทำให้จุดในโครงสร้างเกิดหน่วยแรงคลากตลอดทั้งหน้าตัด หรือเกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นนั่นเอง โดยที่แรงภายในที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นก็คือ แรงดัดและแรงในแนวแกน ซึ่งจะประกอบกันเป็นเงื่อนไขที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติก ดังได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 2.5 การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกจะคำนวณที่ทั้งสองปลายของแต่ละชิ้นส่วนย่อยทุก ๆ ชิ้นส่วน โดยจะแบ่งออกเป็น 2 กรณีตามเงื่อนไขที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติก ดังต่อไปนี้

2.6.1 กรณีที่พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนกับแรงดัดในแง่ของกำลัง

สำหรับในกรณีนี้เงื่อนไขที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติก ก็คือ สมการที่ (2.14) และ (2.15) ซึ่งสามารถนำมาคำนวณหาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก โดยเขียนในรูปแบบดังนี้

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\; P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ck}}{P_{yk}} + \frac{0.85\,\alpha^{j}_{ik}\; M^{j}_{ik} + 0.85\, M^{j-1}_{cik}}{M_{pk}} = 1.0 \quad (2.17)$$

โดยที่ α^{j}_{ik} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่ปลาย i ของชิ้นส่วนที่ k ในวงรอบการทำงานที่ j

P^{j}_{k} = แรงในแนวแกนของชิ้นส่วนที่ k เนื่องจากแรงกระทำ {R} ในวงรอบการทำงานที่ j

P^{j-1}_{ck} = แรงในแนวแกนสะสมของชิ้นส่วนที่ k ในวงรอบการทำ

งานที่ j-1 ซึ่งเท่ากับ $\sum_{j=1}^{j-1} \alpha^{j}{}_{m} P^{j}{}_{k}$

$\alpha^{j}{}_{m}$ = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่น้อยที่สุด ในวงรอบการทำงานที่ j

P_{yk} = $F_{y}.A_{k}$

A_{k} = พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนที่ k

$M^{j}{}_{ik}$ = แรงดัดที่ปลาย i ของชิ้นส่วนที่ k เนื่องจากแรงกระทำ {R} ในวงรอบการทำงานที่ j

$M^{j-1}{}_{cik}$ = แรงดัดสะสมที่ปลาย i ของชิ้นส่วนที่ k ในวงรอบการทำงานที่ j-1 ซึ่งเท่ากับ $\sum_{j=1}^{j-1} \alpha^{j}{}_{m} M^{j}{}_{ik}$

M_{pk} = พลาสติกโมเมนต์ของชิ้นส่วนที่ k

จากสมการที่ (2.17) สามารถแก้สมการเพื่อหาค่า $\alpha^{j}{}_{ik}$ ได้ สำหรับกรณีที่ $\dfrac{\alpha^{j}{}_{ik}\ P^{j}{}_{k} + P^{j-1}{}_{ck}}{P_{yk}} <= 0.15$ เราสามารถหาค่า $\alpha^{j}{}_{ik}$ ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}{}_{ik}\ M^{j}{}_{ik} + M^{j-1}{}_{cik}}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.18)$$

หรือ

$$\alpha^{j}{}_{ik} = \frac{M_{pk} - M^{j-1}{}_{cik}}{M^{j}{}_{ik}} \qquad (2.19)$$

ซึ่งสมการที่ (2.19) เป็นลักษณะการหาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่ Wang (2) ใช้ คือเป็นกรณีที่แรงในแนวแกนมีค่าไม่มากนัก

016800 i 10307163

จากการพิจารณา สมการที่ (2.17) หรือ (2.18) จะเห็นว่าในกรณีที่ทิศทางของ P^j_k กับ P^{j-1}_{ck} หรือ M^j_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} แตกต่างกัน เราจำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงรูปแบบบางประการของสมการที่ (2.17) หรือ (2.18) เพื่อให้การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเป็นไปอย่างถูกต้อง และสะดวกต่อการเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยจะแบ่งออกเป็น 4 กรณี ดังนี้

ก. <u>ทิศทางของ P^j_k กับ P^{j-1}_{ck} และ M^j_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} เหมือนกัน</u>

ในกรณีนี้สมการที่ (2.17) จะเขียนเป็น

$$\frac{\alpha^j_{ik}\ |P^j_k| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\ \alpha^j_{ik}\ |M^j_{ik}| + 0.85\ |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.20)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^j_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^j_{ik} = \frac{(\ 1 - |P^{j-1}_{ck}|\ /\ P_{yk} - 0.85\ |M^{j-1}_{cik}|\ /\ M_{pk}\ )}{(\ |P^j_k|\ /\ P_{yk} + 0.85\ |M^j_{ik}|\ /\ M_{pk}\ )} \qquad (2.21)$$

ถ้า $\dfrac{\alpha^j_{ik}\ |P^j_k| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^j_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^j_{ik}\ |M^j_{ik}| + |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.22)$$

หรือ $$\alpha^j_{ik} = \frac{M_{pk} - |M^{j-1}_{cik}|}{|M^j_{ik}|} \qquad (2.23)$$

ข. <u>ทิศทางของ P^{j}_{k} กับ P^{j-1}_{ck} เหมือนกัน แต่ M^{j}_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} ต่างกัน</u>

ในกรณีนี้สมการที่ (2.17) จะเขียนเป็นสมการที่ (2.24) หรือ (2.28)

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\ |P^{j}_{k}| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\ \alpha^{j}_{ik}\ |M^{j}_{ik}| - 0.85\ |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.24)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{(\ 1 - |P^{j-1}_{ck}|\ /\ P_{yk} + 0.85\ |M^{j-1}_{cik}|\ /\ M_{pk}\ )}{(\ |P^{j}_{k}|\ /\ P_{yk} + 0.85\ |M^{j}_{ik}|\ /\ M_{pk}\ )} \qquad (2.25)$$

ถ้า $\dfrac{\alpha^{j}_{ik}\ |P^{j}_{k}| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^{j}_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\ |M^{j}_{ik}| - |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.26)$$

หรือ $$\alpha^{j}_{ik} = \frac{M_{pk} + |M^{j-1}_{cik}|}{|M^{j}_{ik}|} \qquad (2.27)$$

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\ |P^{j}_{k}| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\ |M^{j-1}_{cik}| - 0.85\ \alpha^{j}_{ik}\ |M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.28)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{(1 - |P^{j-1}_{ck}| / P_{yk} - 0.85\,|M^{j-1}_{cik}| / M_{pk})}{(|P^{j}_{k}| / P_{yk} - 0.85\,|M^{j}_{ik}| / M_{pk})} \qquad (2.29)$$

ถ้า $\frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^{j}_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\,|M^{j}_{ik}| - |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.30)$$

หรือ

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{M_{pk} + |M^{j-1}_{cik}|}{|M^{j}_{ik}|} \qquad (2.31)$$

ค. <u>ทิศทางของ P^{j}_{k} กับ P^{j-1}_{ck} ต่างกัน แต่ M^{j}_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} เหมือนกัน</u>

ในกรณีนี้สมการที่ (2.17) จะเขียนเป็นสมการที่ (2.32) หรือ (2.36)

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\,\alpha^{j}_{ik}\,|M^{j}_{ik}| + 0.85\,|M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.32)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{(1 + |P^{j-1}_{ck}| / P_{yk} - 0.85\,|M^{j-1}_{cik}| / M_{pk})}{(|P^{j}_{k}| / P_{yk} + 0.85\,|M^{j}_{ik}| / M_{pk})} \qquad (2.33)$$

ถ้า $\left|\frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}}\right| <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^{j}_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}_{ik} \; |M^{j}_{ik}| + |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \quad (2.34)$$

หรือ

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{M_{pk} - |M^{j-1}_{cik}|}{|M^{j}_{ik}|} \quad (2.35)$$

$$\frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik} \; |P^{j}_{k}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\, \alpha^{j}_{ik} \; |M^{j}_{ik}| + 0.85\, |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \quad (2.36)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{(1 - |P^{j-1}_{ck}| / P_{yk} - 0.85\, |M^{j-1}_{cik}| / M_{pk})}{(-\,|P^{j}_{k}| / P_{yk} + 0.85\, |M^{j}_{ik}| / M_{pk})} \quad (2.37)$$

ถ้า $\left| \frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik} \; |P^{j}_{k}|}{P_{yk}} \right| <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^{j}_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}_{ik} \; |M^{j}_{ik}| + |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \quad (2.38)$$

หรือ

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{M_{pk} - |M^{j-1}_{cik}|}{|M^{j}_{ik}|} \quad (2.39)$$

ง. <u>ทิศทางของ P^{j}_{k} กับ P^{j-1}_{ck} และ M^{j}_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} ต่างกัน</u>

ในกรณีนี้สมการที่ (2.17) จะเขียนเป็นสมการที่ (2.40) หรือ (2.44) หรือ (2.48) หรือ (2.52)

$$\frac{\alpha^{j}_{ik} \; |P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\,\alpha^{j}_{ik} \; |M^{j}_{ik}| - 0.85\,|M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.40)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{(1 + |P^{j-1}_{ck}| / P_{yk} + 0.85\,|M^{j-1}_{cik}| / M_{pk})}{(|P^{j}_{k}| / P_{yk} + 0.85\,|M^{j}_{ik}| / M_{pk})} \qquad (2.41)$$

ถ้า $\left| \frac{\alpha^{j}_{ik} \; |P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} \right| <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^{j}_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}_{ik} \; |M^{j}_{ik}| - |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.42)$$

หรือ $$\alpha^{j}_{ik} = \frac{M_{pk} + |M^{j-1}_{cik}|}{|M^{j}_{ik}|} \qquad (2.43)$$

$$\frac{\alpha^{j}_{ik} \; |P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\,|M^{j-1}_{cik}| - 0.85\,\alpha^{j}_{ik} \; |M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.44)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{(1 + |P^{j-1}_{ck}| / P_{yk} - 0.85\,|M^{j-1}_{cik}| / M_{pk})}{(|P^{j}_{k}| / P_{yk} - 0.85\,|M^{j}_{ik}| / M_{pk})} \qquad (2.45)$$

ถ้า $\left| \frac{\alpha^{j}_{ik} \; |P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{yk}} \right| <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^{j}_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\ |M^{j}_{ik}| - |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \tag{2.46}$$

หรือ

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{M_{pk} + |M^{j-1}_{cik}|}{|M^{j}_{ik}|} \tag{2.47}$$

$$\frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik}\ |P^{j}_{k}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\ \alpha^{j}_{ik}\ |M^{j}_{ik}| - 0.85\ |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \tag{2.48}$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{(\ 1 - |P^{j-1}_{ck}|\ /\ P_{yk} + 0.85\ |M^{j-1}_{cik}|\ /\ M_{pk}\ )}{(\ -\ |P^{j}_{k}|\ /\ P_{yk} + 0.85\ |M^{j}_{ik}|\ /\ M_{pk}\ )} \tag{2.49}$$

ถ้า $\left| \frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik}\ |P^{j}_{k}|}{P_{yk}} \right| <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^{j}_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\ |M^{j}_{ik}| - |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \tag{2.50}$$

หรือ

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{M_{pk} + |M^{j-1}_{cik}|}{|M^{j}_{ik}|} \tag{2.51}$$

$$\frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik}\ |P^{j}_{k}|}{P_{yk}} + \frac{0.85\ |M^{j-1}_{cik}| - 0.85\ \alpha^{j}_{ik}\ |M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} = 1.0 \tag{2.52}$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{(1 - |P^{j-1}_{ck}| / P_{yk} - 0.85 \, |M^{j-1}_{cik}| / M_{pk})}{(- |P^{j}_{k}| / P_{yk} - 0.85 \, |M^{j}_{ik}| / M_{pk})} \quad (2.53)$$

ถ้า $\left| \dfrac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik} \, |P^{j}_{k}|}{P_{yk}} \right| <= 0.15$ เราสามารถหาค่า α^{j}_{ik} ได้โดย

$$\frac{\alpha^{j}_{ik} \, |M^{j}_{ik}| - |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} = 1.0 \quad (2.54)$$

หรือ

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{M_{pk} + |M^{j-1}_{cik}|}{|M^{j}_{ik}|} \quad (2.55)$$

2.6.2 กรณีที่พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนกับแรงดัดในแง่ของความเสถียร

สำหรับในกรณีนี้ เงื่อนไขที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติก ก็คือ สมการที่ (2.16) ซึ่งสามารถนำมาคำนวณหาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก โดยเขียนในรูปแบบดังนี้

$$\frac{\alpha^{j}_{ik} \, P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ck}}{P_{crk}} + \frac{C_m \, \alpha^{j}_{ik} \, M^{j}_{ik} + C_m \, M^{j-1}_{cik}}{\left(1 - \dfrac{\alpha^{j}_{ik} \, P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ck}}{P_{ek}} \right) M_{pk}} = 1.0 \quad (2.56)$$

โดยที่ $P_{crk} = P_{cr}$ ของชิ้นส่วนที่ k

$P_{ek} = P_{e}$ ของชิ้นส่วนที่ k

จากสมการที่ (2.56) สามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ โดยที่สำหรับในกรณีนี้จะพิจารณาเฉพาะค่า α^{j}_{ik} ที่ทำให้ $\alpha^{j}_{ik} \, P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ck}$ เป็นแรงอัด และเช่น

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เดียวกับกรณีในหัวข้อที่ 2.6.1 เราจะแบ่งการพิจารณาออกเป็น 4 กรณี ดังนี้

ก. ทิศทางของ P^j_k กับ P^{j-1}_{ck} และ M^j_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} เหมือนกัน

ในกรณีนี้สมการที่ (2.56) จะเขียนเป็น

$$\frac{\alpha^j_{ik}\,|P^j_k| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{C_m\,\alpha^j_{ik}\,|M^j_{ik}| + C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{\left(1 - \dfrac{\alpha^j_{ik}\,|P^j_k| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}}\right) M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.57)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.57) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[(\alpha^j_{ik})^2\,\frac{(|P^j_k|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}}\right] + \left[\alpha^j_{ik}\left(\frac{2|P^{j-1}_{ck}||P^j_k|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^j_k|}{P_{crk}} - \frac{|P^j_k|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^j_{ik}|}{M_{pk}}\right)\right] + \left[\frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} + 1\right] = 0 \qquad (2.58)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A\,(\alpha^j_{ik})^2 + B\,(\alpha^j_{ik}) + C = 0 \qquad (2.59)$$

โดยที่ $$A = \frac{(|P^j_k|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} \qquad (2.60)$$

$$B = \frac{2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \qquad (2.61)$$

$$C = \frac{(\,|P^{j-1}_{ck}|\,)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} + 1 \qquad (2.62)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \qquad (2.63)$$

ข. <u>ทิศทางของ P^{j}_{k} กับ P^{j-1}_{ck} เหมือนกัน แต่ M^{j}_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} ต่างกัน</u>

ในกรณีนี้สมการที่ (2.56) จะเขียนเป็นสมการที่ (2.64) หรือ (2.71)

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{C_m\,\alpha^{j}_{ik}\,|M^{j}_{ik}| - C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{\left(1 - \frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}}\right) M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.64)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.64) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[(\alpha^{j}_{ik})^2\,\frac{(\,|P^{j}_{k}|\,)^2}{P_{crk}\,P_{ek}}\right] + \left[\alpha^{j}_{ik}\left(\frac{2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}}\right)\right] + \left[\frac{(\,|P^{j-1}_{ck}|\,)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} +\right.$$

$$\frac{C_m |M^{j-1}_{cik}| + 1}{M_{pk}} \Bigg] = 0 \qquad (2.65)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A (\alpha^j_{ik})^2 + B (\alpha^j_{ik}) + C = 0 \qquad (2.66)$$

โดยที่ $A = \dfrac{(|P^j_k|)^2}{P_{crk} P_{ek}}$ (2.67)

$$B = \frac{2|P^{j-1}_{ck}||P^j_k|}{P_{crk} P_{ek}} - \frac{|P^j_k|}{P_{crk}} - \frac{|P^j_k|}{P_{ek}} - \frac{C_m |M^j_{ik}|}{M_{pk}} \qquad (2.68)$$

$$C = \frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk} P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} + \frac{C_m |M^{j-1}_{cik}| + 1}{M_{pk}} \qquad (2.69)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^j_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^j_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \qquad (2.70)$$

$$\frac{\alpha^j_{ik} |P^j_k| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{C_m |M^{j-1}_{cik}| - C_m \alpha^j_{ik} |M^j_{ik}|}{\left(1 - \dfrac{\alpha^j_{ik} |P^j_k| + |P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} \right) M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.71)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.71) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[(\alpha^{j}_{ik})^2 \frac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} \right] + \left[\alpha^{j}_{ik} \left(\frac{2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} + \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \right) \right] + \left[\frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} + 1 \right] = 0 \tag{2.72}$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A\,(\alpha^{j}_{ik})^2 + B\,(\alpha^{j}_{ik}) + C = 0 \tag{2.73}$$

โดยที่

$$A = \frac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} \tag{2.74}$$

$$B = \frac{2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} + \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \tag{2.75}$$

$$C = \frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} + 1 \tag{2.76}$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^{2} - 4AC}}{2A} \tag{2.77}$$

ค. <u>ทิศทางของ P^{j}_{k} กับ P^{j-1}_{ck} ต่างกัน แต่ M^{j}_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} เหมือนกัน</u>

ในกรณีนี้สมการที่ (2.56) จะเขียนเป็นสมการที่ (2.78) หรือ (2.85)

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{C_m\,\alpha^{j}_{ik}\,|M^{j}_{ik}| + C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{\left(1 - \frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}}\right) M_{pk}} = 1.0 \tag{2.78}$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.78) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[\frac{(\alpha^{j}_{ik})^{2}\,(|P^{j}_{k}|)^{2}}{P_{crk}\,P_{ek}}\right] + \left[\alpha^{j}_{ik}\left(\frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}}\right)\right] + \left[\frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^{2}}{P_{crk}\,P_{ek}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} + 1\right] = 0 \tag{2.79}$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A\,(\alpha^{j}_{ik})^{2} + B\,(\alpha^{j}_{ik}) + C = 0 \tag{2.80}$$

โดยที่ $$A = \frac{(|P^{j}_{k}|)^{2}}{P_{crk}\,P_{ek}} \tag{2.81}$$

$$B = \frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \qquad (2.82)$$

$$C = \frac{(\,|P^{j-1}_{ck}|\,)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}| + 1}{M_{pk}} \qquad (2.83)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \qquad (2.84)$$

$$\frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} + \frac{C_m\,\alpha^{j}_{ik}\,|M^{j}_{ik}| + C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{\left(1 - \dfrac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}|}{P_{ek}}\right) M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.85)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.85) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[(\alpha^{j}_{ik})^2\,\frac{(\,|P^{j}_{k}|\,)^2}{P_{crk}\,P_{ek}}\right] + \left[\alpha^{j}_{ik}\left(\frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} + \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}}\right)\right] + \left[\frac{(\,|P^{j-1}_{ck}|\,)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}| + 1}{M_{pk}}\right] = 0 \qquad (2.86)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A(\alpha^{j}_{ik})^2 + B(\alpha^{j}_{ik}) + C = 0 \qquad (2.87)$$

โดยที่
$$A = \frac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} \qquad (2.88)$$

$$B = \frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} + \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \qquad (2.89)$$

$$C = \frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} + 1 \qquad (2.90)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \qquad (2.91)$$

ง. <u>ทิศทางของ P^{j}_{k} กับ P^{j-1}_{ck} และ M^{j}_{ik} กับ M^{j-1}_{cik} ต่างกัน</u>

ในกรณีนี้สมการที่ (2.56) จะเขียนเป็นสมการที่ (2.92) หรือ (2.99) หรือ (2.106) หรือ (2.113)

$$\frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{C_m\,\alpha^{j}_{ik}\,|M^{j}_{ik}| - C_m\,|M^{j-1}_{cik}|}{\left(1 - \frac{\alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}}\right) M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.92)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.92) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[(\alpha^{j}_{ik})^2 \frac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} \right] + \left[\alpha^{j}_{ik} \left(\frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \right) \right] + \left[\frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} + \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}| + 1}{M_{pk}} \right] = 0 \qquad (2.93)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A\,(\alpha^{j}_{ik})^2 + B\,(\alpha^{j}_{ik}) + C = 0 \qquad (2.94)$$

โดยที่ $$A = \frac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} \qquad (2.95)$$

$$B = \frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \qquad (2.96)$$

$$C = \frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} + \frac{C_m\,|M^{j-1}_{cik}| + 1}{M_{pk}} \qquad (2.97)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \qquad (2.98)$$

$$\frac{\alpha^{j}_{ik} \; |P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{C_m \; |M^{j-1}_{cik}| - C_m \; \alpha^{j}_{ik} \; |M^{j}_{ik}|}{\left(1 - \frac{\alpha^{j}_{ik} \; |P^{j}_{k}| - |P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}}\right) M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.99)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.99) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[(\alpha^{j}_{ik})^2 \frac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk}\, P_{ek}} \right] + \left[\alpha^{j}_{ik} \left(\frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\, P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} + \frac{C_m \; |M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \right) \right] + \left[\frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\, P_{ek}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m \; |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} + 1 \right] = 0 \qquad (2.100)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A\,(\alpha^{j}_{ik})^2 + B\,(\alpha^{j}_{ik}) + C = 0 \qquad (2.101)$$

โดยที่ $A = \dfrac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk}\, P_{ek}}$ (2.102)

$$B = \frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\, P_{ek}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} + \frac{C_m \; |M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \qquad (2.103)$$

$$C = \frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j-1}_{c\,ik}|}{M_{pk}} + 1 \qquad (2.104)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \qquad (2.105)$$

$$\frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} + \frac{C_m\,\alpha^{j}_{ik}\,|M^{j}_{ik}| - C_m\,|M^{j-1}_{c\,ik}|}{\left(1 - \frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^{j}_{ik}\,|P^{j}_{k}|}{P_{ek}}\right) M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.106)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.106) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[(\alpha^{j}_{ik})^2\,\frac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}}\right] + \left[\alpha^{j}_{ik}\left(\frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk}\,P_{ek}} + \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} - \frac{C_m\,|M^{j}_{ik}|}{M_{pk}}\right)\right] + \left[\frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\,P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} + \frac{C_m\,|M^{j-1}_{c\,ik}|}{M_{pk}} + 1\right] = 0 \qquad (2.107)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A\,(\alpha^{j}_{ik})^2 + B\,(\alpha^{j}_{ik}) + C = 0 \qquad (2.108)$$

โดยที่ $$A = \frac{(|P^j_k|)^2}{P_{crk}\ P_{ek}} \tag{2.109}$$

$$B = \frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^j_k|}{P_{crk}\ P_{ek}} + \frac{|P^j_k|}{P_{crk}} + \frac{|P^j_k|}{P_{ek}} - \frac{C_m\ |M^j_{ik}|}{M_{pk}} \tag{2.110}$$

$$C = \frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\ P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} + \frac{C_m\ |M^{j-1}_{cik}|}{M_{pk}} + 1 \tag{2.111}$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^j_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^j_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \tag{2.112}$$

$$\frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^j_{ik}\ |P^j_k|}{P_{crk}} + \frac{C_m\ |M^{j-1}_{cik}| - C_m\ \alpha^j_{ik}\ |M^j_{ik}|}{\left(1 - \frac{|P^{j-1}_{ck}| - \alpha^j_{ik}\ |P^j_k|}{P_{ek}}\right) M_{pk}} = 1.0 \tag{2.113}$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.113) ใหม่จะได้ว่า

$$\left[(\alpha^j_{ik})^2\ \frac{(|P^j_k|)^2}{P_{crk}\ P_{ek}}\right] + \left[\alpha^j_{ik}\ \left(\frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^j_k|}{P_{crk}\ P_{ek}} + \frac{|P^j_k|}{P_{crk}} + \frac{|P^j_k|}{P_{ek}} + \frac{C_m\ |M^j_{ik}|}{M_{pk}}\right)\right] + \left[\frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk}\ P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \right.$$

$$\left. \frac{C_m |M^{j-1}_{cik}| + 1}{M_{pk}} \right] = 0 \qquad (2.114)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$A (\alpha^{j}_{ik})^2 + B (\alpha^{j}_{ik}) + C = 0 \qquad (2.115)$$

โดยที่ $$A = \frac{(|P^{j}_{k}|)^2}{P_{crk} \; P_{ek}} \qquad (2.116)$$

$$B = \frac{-2|P^{j-1}_{ck}||P^{j}_{k}|}{P_{crk} \; P_{ek}} + \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{crk}} + \frac{|P^{j}_{k}|}{P_{ek}} + \frac{C_m |M^{j}_{ik}|}{M_{pk}} \qquad (2.117)$$

$$C = \frac{(|P^{j-1}_{ck}|)^2}{P_{crk} \; P_{ek}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{crk}} - \frac{|P^{j-1}_{ck}|}{P_{ek}} - \frac{C_m |M^{j-1}_{cik}| + 1}{M_{pk}} \qquad (2.118)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า α^{j}_{ik} ได้ว่า

$$\alpha^{j}_{ik} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \qquad (2.119)$$

ค่า α^{j}_{ik} ที่มีค่าเป็นบวกและมีค่าน้อยที่สุดของทั้งสองกรณีในหัวข้อ 2.6.1 และ 2.6.2 ก็คือ ตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่สอดคล้องกับเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกตามสมการ (2.14) หรือ (2.15) หรือ (2.16) ซึ่งขึ้นอยู่กับว่าค่า α^{j}_{ik} ที่น้อยที่สุดนั้นคำนวณมาจากเงื่อนไขในสมการใด ในวงรอบการทำงานที่ j ซึ่งดัชนีของค่า α^{j}_{ik} จะแสดงถึง

ตำแหน่งของจุดหมุนพลาสติกที่เกิดขึ้นในโครงสร้าง

2.7 การคำนวณค่าผลลัพธ์สะสม

หลังจากที่ทราบค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่น้อยที่สุดในวงรอบการทำงานที่ j ซึ่งหมายถึง ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่เมื่อนำไปคูณกับแรงกระทำ {R} แล้ว จะทำให้โครงสร้างเดิมที่มีจุดหมุนพลาสติกอยู่ j-1 จุด และถูกกระทำอยู่ด้วยแรง $\alpha^{j-1}{}_{c}$ {R} กลายเป็นโครงสร้างที่มีจุดหมุนพลาสติก j จุด ภายใต้แรงกระทำ $\alpha^{j-1}{}_{c}$ {R} + $\alpha^{j}{}_{m}$ {R} เราก็จะคำนวณหาค่าผลลัพธ์สะสม ซึ่งประกอบด้วย ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสม ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสม และค่าแรงภายในสะสม ซึ่งสามารถหาได้ดังนี้

$$\alpha^{j}{}_{c} = \sum_{j=1}^{j} \alpha^{j}{}_{m} = \alpha^{j}{}_{m} + \alpha^{j-1}{}_{c} \qquad (2.120)$$

$$D^{j}{}_{ci} = \sum_{j=1}^{j} \alpha^{j}{}_{m} D^{j}{}_{i} = \alpha^{j}{}_{m} D^{j}{}_{i} + D^{j-1}{}_{ci} \qquad (2.121)$$

$$P^{j}{}_{ck} = \sum_{j=1}^{j} \alpha^{j}{}_{m} P^{j}{}_{k} = \alpha^{j}{}_{m} P^{j}{}_{k} + P^{j-1}{}_{ck} \qquad (2.122)$$

$$M^{j}{}_{cik} = \sum_{j=1}^{j} \alpha^{j}{}_{m} M^{j}{}_{ik} = \alpha^{j}{}_{m} M^{j}{}_{ik} + M^{j-1}{}_{cik} \qquad (2.123)$$

โดยที่

$\alpha^{j}{}_{c}$ = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ j

$\alpha^{j-1}{}_{c}$ = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ j-1

D^j_{ci} = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j

D^j_i = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j

D^{j-1}_{ci} = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j-1

P^j_{ck} = แรงในแนวแกนสะสมของชิ้นส่วนที่ k ในวงรอบการทำงานที่ j

M^j_{cik} = แรงดัดสะสมที่ปลาย i ของชิ้นส่วนที่ k ในวงรอบการทำงานที่ j

หลังจากขั้นตอนนี้แล้ว เราจะทราบค่าผลลัพธ์สะสมที่เราสนใจ เมื่อโครงสร้างเกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้น j จุด โดยเฉพาะค่าแรงภายในที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วน ซึ่งในทางปฏิบัติการคำนวณค่าผลลัพธ์สะสม จะทำหลังจากที่ทราบค่า α^j_m ที่ได้จากเงื่อนไขในสมการที่ (2.14) หรือ (2.15) ก่อน จากนั้น จึงตรวจสอบว่า แรงภายในที่เกิดขึ้นในทุกชิ้นส่วนเกินกว่าเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกในสมการที่ (2.16) หรือไม่

ซึ่งถ้าเทอมทางด้านซ้ายมือของสมการที่ (2.16) มีค่าน้อยกว่า 1 ก็แสดงว่าผลของแรงในแนวแกนและแรงดัดที่มีต่อเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก ถูกควบคุมด้วยสมการที่ (2.14) หรือ (2.15) ดังนั้น ค่า α^j_m และค่าผลลัพธ์สะสมที่คำนวณมาจึงถูกต้องแล้ว แต่ถ้าเทอมทางด้านซ้ายมือของสมการที่ (2.16) มีค่ามากกว่า 1 ก็แสดงว่า ผลของแรงในแนวแกนและแรงดัดที่มีต่อเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก ถูกควบคุมด้วยสมการที่ (2.16) ดังนั้น ค่า α^j_m ที่คำนวณได้ จากเงื่อนไขของสมการที่ (2.14) หรือ (2.15) จึงมีค่ามากเกินไป ดังนั้น ค่า α^j_m ค่าใหม่จึงสามารถคำนวณหาได้ จากเงื่อนไขในสมการที่ (2.16) ดังได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 2.6.2 หลังจากนั้นจึงทำการคำนวณค่าผลลัพธ์สะสมใหม่ที่สอดคล้องกับค่า α^j_m ค่าใหม่ที่มีค่าน้อยลงตามสมการที่ (2.120) ถึง (2.123)

2.8 การเปลี่ยนแปลงสติฟเนสเมติกซ์ของชิ้นส่วนย่อย

เมื่อจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ชิ้นส่วนใดในโครงสร้าง เราจำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงสติฟเนสเมติกซ์ของชิ้นส่วนย่อยนั้น เพื่อให้สอดคล้องกับความจริงที่ว่า แรงภายในที่จุดนั้นจะไม่เพิ่มขึ้นอีกเมื่อทำการวิเคราะห์โครงสร้างในวงรอบต่อไป เมื่อพิจารณาต่อไปจะพบว่าแรงภายในที่กล่าวถึงนั้นไม่ได้หมายถึงแรงดัดเพียงอย่างเดียว แต่หมายถึงแรงในแนวแกนในชิ้นส่วน

นั้นด้วย เพราะเงื่อนไขที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้น ตามสมการที่ (2.14) หรือ (2.15) หรือ (2.16) นั้น มีผลมาจากทั้งแรงดัดและแรงในแนวแกน ดังนั้นสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยที่เปลี่ยนแปลงไปในระบบพิกัดเฉพาะที่ ดังในรูปที่ 2.2 จึงเป็นดังในกรณีใดกรณีหนึ่งต่อไปนี้

ก. เมื่อจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ข้อต่อที่ 1 ของชิ้นส่วน และเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกคือ สมการที่ (2.14) หรือ (2.15)

$$[S^*_{H1}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n}{n+3} \cdot \frac{3EI}{L} \end{bmatrix} \qquad (2.124)$$

โดยที่ $[S^*_{H1}]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยที่เปลี่ยนแปลงไป ในระบบพิกัดเฉพาะที่ เนื่องจากจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ข้อต่อที่ 1 ของชิ้นส่วน

ข. เมื่อจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ข้อต่อที่ 2 ของชิ้นส่วน และเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกคือ สมการที่ (2.14) หรือ (2.15)

$$[S^*_{H2}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{n+3} \cdot \frac{3EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (1.125)$$

โดยที่ $[S^*_{H2}]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยที่เปลี่ยนแปลงไป ในระบบพิกัดเฉพาะที่ เนื่องจากจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ข้อต่อที่ 2 ของชิ้นส่วน

ค. เมื่อจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นทั้งสองข้างของชิ้นส่วน หรือเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกคือ สมการที่ (2.16)

$$[S^*_{HB}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.126)$$

โดยที่ $[S^*_{HB}]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยที่เปลี่ยนแปลงไป ในระบบพิกัดเฉพาะที่ เนื่องจากจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นทั้งสองข้างของชิ้นส่วน

สำหรับในกรณีนี้จะเห็นว่าเมื่อเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกคือ สมการที่ (2.16) สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยที่เปลี่ยนแปลงไปในระบบพิกัดเฉพาะที่ จะเสมือนว่ามีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นทั้งสองข้างของชิ้นส่วน ทั้งนี้เนื่องจาก สมการที่ (2.16) มีพื้นฐานมาจากหลักการของโมเมนต์สม่ำเสมอเทียบเท่า M_{eq} (Equivalent Uniform Moment) กล่าวคือ พิจารณาว่าแรงดัดที่ทั้งสองปลายของชิ้นส่วนมีค่าเท่ากัน โดยที่เทอม $C_m M$ ในสมการที่ (2.16) ก็คือ M_{eq} เมื่อ M คือแรงดัดที่ปลายค่าที่มากกว่า ดังนั้น เพื่อให้สอดคล้องกับแนวความคิดของสมการที่ (2.16) เมื่อค่าแรงภายในที่ข้างใดข้างหนึ่งของชิ้นส่วน ทำให้เงื่อนไขในสมการที่ (2.16) เป็นจริง ก็จะพิจารณาว่า ค่าแรงภายในที่อีกข้างหนึ่งของชิ้นส่วนโดยเฉพาะค่าแรงดัดก็มีค่าเท่ากัน และทำให้เงื่อนไขในสมการที่ (2.16) เป็นจริงด้วยเช่นกัน เพราะฉะนั้น แรงภายในที่ทั้งสองปลายของชิ้นส่วนนั้น จะต้องไม่เพิ่มขึ้นอีกเมื่อทำการวิเคราะห์

โครงสร้างในวงรอบต่อไป จึงเปรียบเสมือนว่ามีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ทั้งสองข้างของชิ้นส่วนดังกล่าวมาแล้ว

2.9 การเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผล

เนื่องจากเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก เมื่อพิจารณาผลของความเสถียร ดังแสดงในสมการที่ (2.16) มีตัวแปรที่สำคัญคือค่า P_{cr} ซึ่งแปรเปลี่ยนไปตาม ค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผล (K) ดังนั้นเมื่อพิจารณาต่อไปจะเห็นว่า เมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นที่ชิ้นส่วนใดชิ้นส่วนหนึ่งในโครงสร้างแล้ว จุดหมุนพลาสติกนี้จะมีผลทำให้ ค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผลของชิ้นส่วนนั้น และชิ้นส่วนใกล้เคียงมีค่าเปลี่ยนไป ซึ่งก็มีผลต่อค่า P_{cr} ด้วยในที่สุด แต่เนื่องจากการหาค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผลที่เปลี่ยนไปเนื่องจากจุดหมุนพลาสติกที่เกิดขึ้น ค่อนข้างมีความยุ่งยาก ดังนั้นในงานวิจัยครั้งนี้จึงจำลองรูปแบบของการแก้ปัญหา โดยที่พิจารณาว่าเมื่อเริ่มต้น ทุกๆชิ้นส่วนในโครงสร้างมีค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผลเท่ากับ 1 ซึ่งเป็นในกรณีที่ปลายข้างหนึ่งของชิ้นส่วนไม่มีการหมุนและการเคลื่อนที่ ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งของชิ้นส่วนไม่มีการหมุนแต่มีการเคลื่อนที่ ดังแสดงในรูปที่ 2.5 ก. และเมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นที่ปลายข้างใดข้างหนึ่งของชิ้นส่วน ดังแสดงในรูปที่ 2.5 ข. และ 2.5 ค. ค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผลของชิ้นส่วนนั้น ก็จะเปลี่ยนไปมีค่าเท่ากับ 2 อนึ่งค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผลดังกล่าวข้างต้นนี้ เป็นค่าที่กำหนดขึ้นโดย CRC (Column Research Council) ซึ่งได้จากการพิจารณาสมการสมดุลย์ของโมเมนต์ ณ จุดใดๆ ในชิ้นส่วน เมื่อคำนึงถึงผลของ $P\text{-}\Delta$ ด้วย

2.9 การตรวจสอบการวิบัติของโครงสร้าง

เมื่อสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยเปลี่ยนแปลงไป สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างก็จะเปลี่ยนแปลงได้ด้วย จนในที่สุดโครงสร้างก็จะไม่เสถียร โดยสามารถตรวจสอบได้ดังนี้

2.9.1 เทอมในแนวทะแยงของสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างมีค่าเป็นศูนย์

2.9.2 ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งมีค่ามาก เนื่องจากเทอมในแนวทะแยงของสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างมีค่าน้อยมาก

ในทางทฤษฎีการตรวจสอบโดยวิธีแรกก็เพียงพอแล้ว แต่เนื่องจากผลของความผิดพลาดเชิงตัวเลข (Rounding Off Error) การตรวจสอบในข้อสองจึงนำมาใช้เพื่อประโยชน์ในแง่ที่ทำให้โปรแกรมทำงานเร็วขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นทั้งหมด จะเห็นว่าวิธีวิเคราะห์ที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ จะเป็นลักษณะของทฤษฎีแบบขอบเขตล่าง (Lower Bound Theorem) ในการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีพลาสติก กล่าวคือ โครงสร้างอยู่ในสมดุลย์โดยที่แรงภายในที่เกิดขึ้นที่ทุก ๆ จุดในโครงสร้างมีค่าไม่มากกว่าเงื่อนไขของการวิบัติ แต่จะแตกต่างจากการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีพลาสติก ในแง่ที่การวิบัติจะเป็นในลักษณะของการวิบัติทีละจุด ๆ เมื่อแรงกระทำเพิ่มมากขึ้น จนกระทั่งเป็นการวิบัติของโครงสร้างรวมทั้งหมด โดยที่ลักษณะการวิบัติของโครงสร้างที่เกิดขึ้นหรือที่เรียกว่า กลไกวิบัติ ที่ได้จากการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติกนี้อาจจะไม่ใช่ กลไกวิบัติที่ถูกต้องตามทฤษฎีพลาสติกก็ได้