

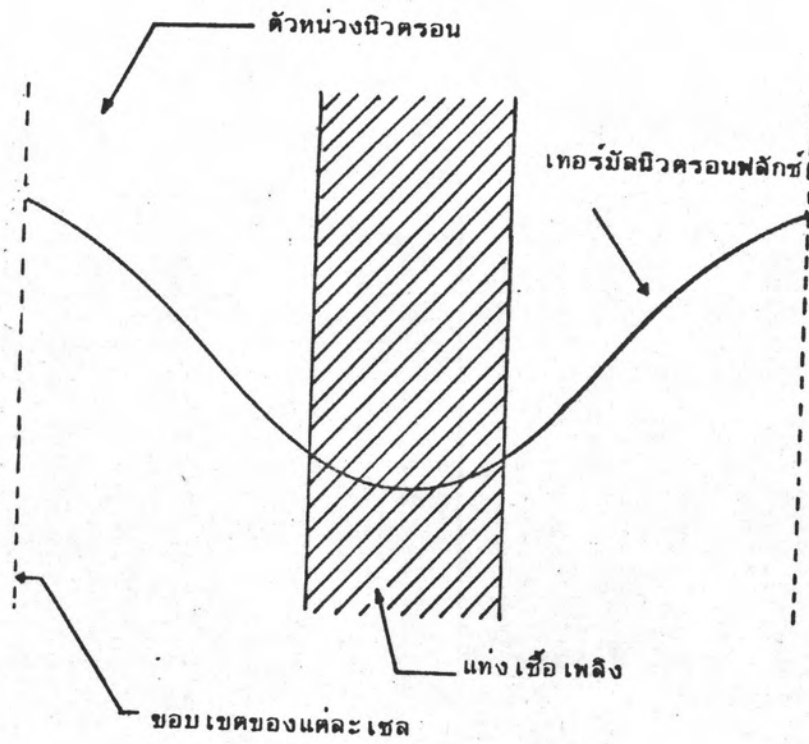
เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์แบบวิวิธพันธ์

เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ที่เราจะรู้จักกันโดยทั่วไปมีอยู่สองชนิด คือ แบบเอกพันธ์ หมายถึง เครื่องปฏิกรณ์ที่มีเชื้อเพลิงและตัวหน่วงนิวตรอนรวมเป็นเนื้อเดียวกัน และอีกแบบหนึ่งคือ แบบวิวิธพันธ์ หมายถึง เครื่องปฏิกรณ์ที่มีเชื้อเพลิง และตัวหน่วงนิวตรอนแยกกันคนละส่วน

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะขอกล่าว เฉพาะ เครื่องปฏิกรณ์ แบบวิวิธพันธ์รูปทรงกระบอก ซึ่งเชื้อเพลิงมีลักษณะเป็นแท่งกลมหุ้มด้วยอะลูมิเนียม หรือ เซอร์โคเนียม การจัดเรียงแท่งเชื้อเพลิงทำได้หลายวิธี เช่น วางแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส แบบหกเหลี่ยมด้านเท่า เป็นต้น

พิจารณาการจัดแท่งเชื้อเพลิงในตัวหน่วงนิวตรอน นิวตรอนเร็วที่เกิดจากปฏิกิริยาฟิชชันในแท่งเชื้อเพลิงจะค่อย ๆ ลดระดับพลังงานลงมาทีละน้อย เมื่อนิวตรอนเร็วลดระดับพลังงานมาถึงอีพิเทอรัล (epithermal) ซึ่งใกล้กับช่วงก้ำอรัจะถูกยูเรเนียม-238 จับไว้ในแท่งเชื้อเพลิงซึ่งส่วนมากจะถูกจับที่ผิวชั้นนอกของแท่งเชื้อเพลิง และมีส่วนน้อยที่ถูกจับในเนื้อชั้นในของแท่งเชื้อเพลิง การจับนิวตรอนเร็วด้วยยูเรเนียม-238 นี้ สามารถทำให้เกิดปฏิกิริยาฟิชชันได้นิวตรอนเร็ว ซึ่งจะไปเพิ่มกับการเกิดฟิชชันของเทอร์มัลนิวตรอนกับยูเรเนียม-235 การเกิดปรากฏการณ์เช่นนี้เป็นผลให้ฟลักซ์ของเทอร์มัลนิวตรอนที่ตัวหน่วงนิวตรอนจะมีค่ามากกว่าในแท่งเชื้อเพลิง ดังรูปที่ 4.1<sup>(5)</sup>

ดังนั้น อัตราส่วนระหว่างอัตราการเกิดนิวตรอนทั้งหมดต่ออัตราการเกิดนิวตรอนจากปฏิกิริยาฟิชชันของยูเรเนียม-235 กับนิวตรอนช้า เรียกว่า "ฟาสต์ฟิชชัน แฟกเตอร์ (fast fission factor)" ซึ่งใช้สัญลักษณ์แทนเป็น  $\epsilon$



รูปที่ 4.1 (5) แสดงการกระจายของฟลักซ์ของเทอร์มัลนิวตรอน  
ในเชื้อเพลิง และหัวท่วงนิวตรอน

#### 4.1 การคำนวณค่าเทอร์มัลยูติไลเซชัน

ในการคำนวณค่าต่าง ๆ สำหรับเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์แบบเทอร์มัล ย่อมขึ้นอยู่กับชนิดและคุณสมบัติของเชื้อเพลิง ตัวหน่วงนิวตรอน และวัสดุที่ใช้หุ้มแท่งเชื้อเพลิง ในที่นี้เชื้อเพลิงที่ใช้คือ ยูเรเนียมไดออกไซด์ (uranium dioxide) มีสูตรทางเคมีเป็น  $UO_2$  ตัวหน่วงนิวตรอนคือ น้ำชนิดหนัก (heavy water) มีสูตรทางเคมีเป็น  $D_2O$  และวัสดุหุ้มแท่งเชื้อเพลิงคือ อะลูมินัม มีสูตรเคมีเป็น Al และเซอร์โคเนียม (Zr) อะลูมินัมที่ใช้หุ้มแท่งเชื้อเพลิงนี้จะต้องบางมาก เพื่อสะดวกในการคำนวณ ทั้งประหยัดเชื้อเพลิงและตัวหน่วงนิวตรอน ซึ่งจะได้กล่าวต่อไป

จากสมการที่ (3.5) ใช้คำนวณค่าเทอร์มัลยูติไลเซชัน  $f$  โดย

$$f = \frac{V_u \Sigma_{au} \phi_u}{V_u \Sigma_{au} \phi_u + V_m \Sigma_{am} \phi_m + V_c \Sigma_{ac} \phi_c} \quad (4.1)$$

เมื่อ  $V_u, V_m, V_c$  คือ ปริมาตรของยูเรเนียมไดออกไซด์ น้ำชนิดหนัก และอะลูมินัม ตามลำดับ หน่วยเป็น ซม.<sup>3</sup>

$\Sigma_{au}, \Sigma_{am}, \Sigma_{ac}$  คือ ภาคตัดขวางต่อปริมาตรในการจับนิวตรอนของยูเรเนียมไดออกไซด์ น้ำชนิดหนัก และอะลูมินัม ตามลำดับ มีหน่วยเป็น ซม.<sup>-1</sup>

$\phi_u, \phi_m, \phi_c$  คือ ฟลักซ์ของเทอร์มัลนิวตรอนของยูเรเนียมไดออกไซด์ น้ำชนิดหนัก และอะลูมินัม ตามลำดับ มีหน่วยเป็น นิวตรอน/(ซม.)<sup>2</sup>(วินาที)

จากสมการที่ (4.1) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{f} = 1 + \frac{\Sigma_{am}}{\Sigma_{au}} \cdot \frac{V_m \phi_m}{V_u \phi_u} + \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{au}} \cdot \frac{V_c \phi_c}{V_u \phi_u} \quad (4.2)$$

เนื่องจากอะลูมินัมที่ใช้หุ้มแท่งเชื้อเพลิงนั้น บางมากจึงถือว่าฟลักซ์ที่กระจายในอะลูมินัม เท่ากับ ฟลักซ์ที่กระจายในน้ำชนิดหนักหรือ  $\phi_c = \phi_m$

ดังนั้น สมการที่ (4.2) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{f} = 1 + \frac{\Sigma_{am} V_m + \Sigma_{ac} V_c}{\Sigma_{au} \phi_u} \frac{\phi_m}{\phi_u} \quad (4.3)$$

อัตราส่วน  $\phi_m / \phi_u$  เรียกว่า เทอร์มัลดิสแอดแวนเตจ แฟกเตอร์ (thermal disadvantage factor)

ในการคำนวณค่าเทอร์มัลยูติไลเซชัน จำเป็นที่ต้องหาฟลักซ์ของเทอร์มัลนิวตรอนในเชื้อเพลิงและตัวหน่วงนิวตรอน จึงอาศัยสมมุติฐานสามข้อ<sup>(5)</sup> ดังนี้

ข้อที่หนึ่ง จำนวนนิวตรอนจะคงที่ในตัวหน่วงนิวตรอน และเป็นศูนย์ในยูเรเนียม-ไดออกไซด์ หรืออีกทางหนึ่งก็คือ สมมุติให้เทอร์มัลนิวตรอนที่เกิดขึ้น อยู่ในตัวหน่วงนิวตรอน โดยไม่มีเหลืออยู่ในแท่ง เชื้อเพลิงเลย ภายใต้เงื่อนไขนี้ถือว่า การเรียงแท่งเชื้อเพลิงไม่ห่างกันมากเกินไป เมื่อเปรียบเทียบกับระยะทางที่นิวตรอนเร็ว กลายเป็นเทอร์มัลนิวตรอนหรือระยะทางช้าลงของนิวตรอน

ข้อที่สอง การเรียงแท่งเชื้อเพลิงแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้ พื้นที่ภาคตัดขวางสามารถแทนโดยใช้พื้นที่ของวงกลมได้ ดังรูปที่ 4.2<sup>(1)</sup>

จากรูปที่ 4.2  $R_0$  คือ รัศมีของแท่งเชื้อเพลิง และ  $R_1$  คือ รัศมีของวงกลมซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับพื้นที่หน้าตัดของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ข้อที่สาม ใช้ได้ในกรณีที่ระบบมีขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับตัวกลางอิสระในการฟุ้งกระจาย หรือ ระยะทางเฉลี่ยในการกระเจิงของนิวตรอน โดยถ้านิวตรอนไม่ถูกดูดกลืนมากเกินไป และไม่มีแหล่งกำเนิดนิวตรอนอยู่ใกล้ ๆ

การสมมุติให้นิวตรอนคงที่ในตัวหน่วงนิวตรอน และเป็นศูนย์ในเชื้อเพลิง และนิวตรอนประพาศิตัว เป็นนิวตรอนพลังงานเดี่ยว ดังนั้นสมการของการฟุ้งกระจายของนิวตรอนหนึ่งพวกในแท่งเชื้อเพลิงจึงเป็น

$$D_0 \nabla^2 \phi_0 - \Sigma_{a0} \phi_0 = 0 \quad (4.4)$$

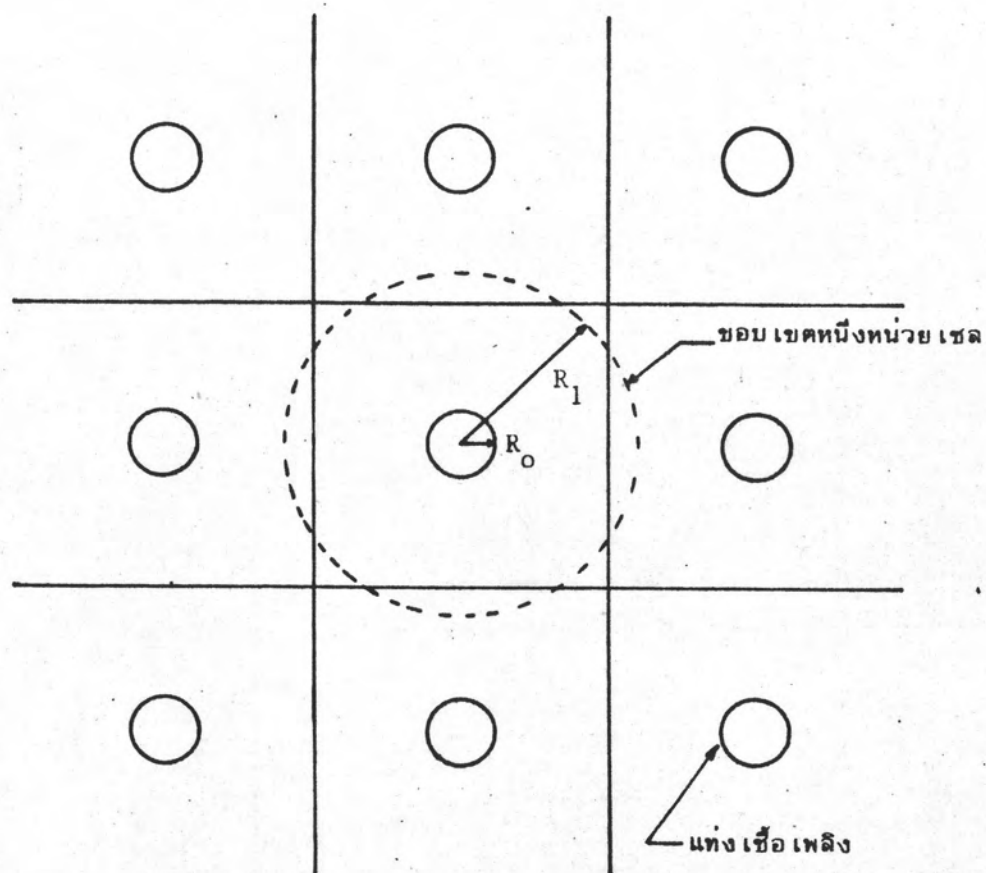
เมื่อ  $\phi_0$  คือ เทอร์มัลฟลักซ์ในแท่งเชื้อเพลิง

$D_0$  คือ สัมประสิทธิ์ในการฟุ้งกระจายของเทอร์มัลนิวตรอนในเชื้อเพลิง

$\Sigma_{a0}$  คือ ภาคตัดขวางต่อปริมาตรในการจับเทอร์มัลนิวตรอนของเชื้อเพลิง

สำหรับในตัวหน่วงนิวตรอน สมการการกระจายของเทอร์มัลนิวตรอนเป็น

$$D_1 \nabla^2 \phi_1 - \Sigma_{a1} \phi_1 + q = 0 \quad (4.5)$$



รูปที่ 4.2<sup>(1)</sup> แสดงการจัดเรียงห่างเชื้อเพลิงในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์แบบวิริคพันธ์ (heterogeneous reactor)

เมื่อ  $\phi_1$  คือ เทอร์มัลฟลักซ์ในหัวท่วงนิวตรอน

$D_1$  คือ สัมประสิทธิ์ในการหึ่งกระจายของ เทอร์มัลนิวตรอนในหัวท่วงนิวตรอน

$\Sigma_{a1}$  คือ ภาคตัดขวางต่อปริมาตรในการจับนิวตรอนของหัวท่วงนิวตรอน

$q$  คือ จำนวนเทอร์มัลนิวตรอนในหัวท่วงนิวตรอน ต่อ ซม.<sup>3</sup> ต่อ วินาที

ขอบเขตเงื่อนไขซึ่งสอดคล้องตามสมการ (4.4) และ (4.5) มีดังนี้

(1) ความต่อเนื่องของฟลักซ์ของนิวตรอนที่ระนาบรอยต่อระหว่าง เชื้อเพลิงกับหัวท่วงนิวตรอน

$$\phi_0 = \phi_1 \quad \text{ที่ } r = R_0$$

(2) ความต่อเนื่องของจำนวนนิวตรอนที่ระนาบรอยต่อระหว่าง เชื้อเพลิงกับหัวท่วงนิวตรอน

$$D_0 \frac{d\phi_0}{dr} = D_1 \frac{d\phi_1}{dr} \quad \text{ที่ } r = R_0$$

(3) ไม่มีนิวตรอนหลุดออกไปจากขอบเขตของรูปพื้นที่วงกลมซึ่งสอดคล้องกับพื้นที่หน้าตัดของรูปลีเหลี่ยมจัตุรัส

$$\frac{d\phi_1}{dr} = 0 \quad \text{ที่ } r = R_1$$

โดย  $r$  วัดจากแกนกลางของแท่งเชื้อเพลิง

จากสมการที่ (4.4) เอา  $D_0$  ทหารตลอด และแทน  $\Sigma_{a0}/D_0$  ด้วย  $k_0^2$

เมื่อ  $k_0$  คือ ส่วนกลับของระยะการหึ่งกระจาย  $L$  จะได้

$$\nabla^2 \phi_0 - k_0^2 \phi_0 = 0 \quad (4.6)$$

กรณีของ เครื่องปฏิกรณ์รูปทรงกระบอก

$$\frac{d^2 \phi_0}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\phi_0}{dr} - k_0^2 \phi_0 = 0 \quad (4.7)$$

จากสมการที่ (4.7)  $k_0^2$  เป็นบวก และสามารถหาสมการทั่วไปในรูปของ เบสเซลได้เป็น

$$\phi_0 = AI_0(k_0 r) + A'K_0(k_0 r) \quad (4.8)$$

เมื่อ  $I_0$  และ  $K_0$  คือ โมดิฟายเบสเซล ฟังก์ชัน (modified bessel function) ของชนิดที่หนึ่ง และที่สอง ลำดับที่ศูนย์ ค่า  $K_0$  ที่  $r = 0$  จะไม่สอดคล้องกับสมการ เพราะที่แกนของเชื้อเพลิงค่าฟังก์ชันจะต้องมีค่า ดังนั้นสมการที่ (4.8) จึงเป็น

$$\phi_0 = A_0 I_0(k_0 r) \quad (4.9)$$

จากสมการที่ (4.5) เอา  $D_1$  ทหารตลอด และแทน  $\Sigma_{a1}/D_1$  ด้วย  $k_1^2$  จะเป็น

$$\nabla^2 \phi_1 - k_1^2 \phi_1 + \frac{q_1}{D_1} = 0 \quad (4.10)$$

สมการทั่วไปของสมการ (4.10) คือ

$$\phi_1 = C I_0(k_1 r) + F K_0(k_1 r) + \frac{q_1}{\Sigma_{a1}} \quad (4.11)$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง C และ F หาได้จากขอบเขตเงื่อนไขข้อที่สาม ฉะนั้น

$$\left. \frac{d\phi_1}{dr} \right|_{r=R_1} = k_1 \left[ C I_1(k_1 R_1) - F K_1(k_1 R_1) \right] = 0 \quad (4.12)$$

$$\text{โดย } \frac{dI_0(k_1 r)}{dr} = k_1 I_1(k_1 r) \text{ และ } \frac{dK_0(k_1 r)}{dr} = -k_1 K_1(k_1 r)$$

เมื่อ  $I_1$  และ  $K_1$  คือ โมดิฟาย เบสเซล ฟังก์ชันชนิดที่หนึ่งและที่สอง ของลำดับที่หนึ่ง ตามลำดับ

จากสมการที่ (4.12)

$$F = \frac{C I_1(k_1 R_1)}{K_1(k_1 R_1)}$$

แทนค่าในสมการที่ (4.11)

$$\phi_1 = C \left[ I_0(k_1 r) K_1(k_1 R_1) + K_0(k_1 r) I_1(k_1 R_1) \right] + \frac{q_1}{\Sigma_{a1}} \quad (4.13)$$

เมื่อ  $K_1(k_1 R_1)$  อยู่ในตัวคงที่ C

สำหรับค่าคงที่ A และ C อาจคำนวณได้โดยใช้ขอบเขตเงื่อนไข ข้อที่หนึ่ง และ ข้อที่สอง และจากสมการ (4.9) และ (4.13) ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขข้อที่หนึ่ง ( $\phi_0 = \phi_1$ )

$$AI_0(k_0 R_0) = C \left[ I_0(k_1 R_0) K_1(k_1 R_0) + K_0(k_1 R_0) I_1(k_1 R_0) \right] + \frac{q}{\Sigma a_1} \quad (4.14)$$

จากเงื่อนไขข้อที่สอง

$$D_0 A k_0 I_1(k_0 R_0) = D_1 C k_1 \left[ I_1(k_1 R_0) K_1(k_1 R_0) - K_1(k_1 R_0) I_1(k_1 R_0) \right] \quad (4.15)$$

และจากสมการ (4.14) และ (4.15)

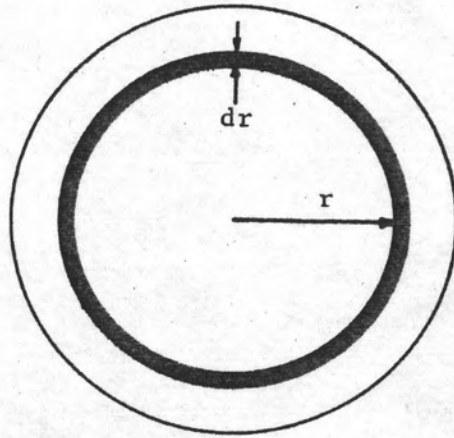
$$\frac{1}{A} = \frac{\Sigma a_1}{q} \left\{ I_0(k_0 R_0) - \frac{D_0 k_0 I_1(k_0 R_0) \left[ I_0(k_1 R_0) K_1(k_1 R_0) + K_0(k_1 R_0) I_1(k_1 R_0) \right]}{D_1 k_1 \left[ I_1(k_1 R_0) K_1(k_1 R_0) - K_1(k_1 R_0) I_1(k_1 R_0) \right]} \right\} \quad (4.16)$$

พิจารณาวงแหวนเล็ก ๆ ในแท่งเชื้อเพลิงหนา  $dr$  รัศมีของวงแหวน  $r$  ยาวหนึ่งหน่วย ดังรูปที่ 4.3

ปริมาตรของวงแหวน คือ  $2\pi r dr$  และจำนวนของเทอร์มัลนิวตรอนที่ถูกจับในวงแหวนนี้เป็น  $\Sigma_{a0} \phi_0(r) 2\pi r dr$  ต่อวินาที เมื่อ  $\phi_0(r)$  คือ เทอร์มัลนิวตรอน ฟลักซ์ ในเชื้อเพลิงที่ระยะห่างจากแกนของแท่งเชื้อเพลิงเท่ากับ  $r$  อาศัยสมการที่ (4.9) จำนวนเทอร์มัลนิวตรอนทั้งหมดที่ถูกจับต่อวินาที ในหนึ่งหน่วยความยาวของแท่งเชื้อเพลิง โดยการอินทิเกรตค่า  $r$  ตั้งแต่ 0 ถึง  $R_0$

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{l} \text{จำนวน เทอร์มัลนิวตรอนที่ถูกจับ} \\ \text{ต่อหนึ่งหน่วยความยาวของแท่ง} \\ \text{เชื้อเพลิงต่อวินาที} \end{array} \right] &= \int_0^{R_0} \Sigma_{a0} \phi_0(r) 2\pi r dr \\ &= 2\pi \Sigma_{a0} A \int_0^{R_0} r I_0(k_0 r) dr \\ &= \frac{2\pi \Sigma_{a0} A R_0^2}{k_0} I_1(k_0 R_0) \end{aligned}$$





รูปที่ 4.3 แสดงภาคตัดขวางของแท่ง เชื้อเพลิง

กำหนดให้  $q$  คือ จำนวนเทอร์มัลนิวตรอนที่เกิดขึ้นในหนึ่งหน่วยปริมาตรของตัวท่วงนิวตรอนต่อวินาที ปริมาตรของตัวท่วงนิวตรอน ต่อ หนึ่งหน่วยความยาวในหนึ่งเซลล์ คือ  $\pi(R_1^2 - R_0^2)$  ดังนั้น อัตราการเกิดเทอร์มัลนิวตรอนทั้งหมดเป็น  $q\pi(R_1^2 - R_0^2)$  ต่อหนึ่งหน่วยความยาวต่อวินาที ตามนิยามของเทอร์มัลยูติไลเซชัน  $f$  ที่หมายถึง อัตราส่วนของเทอร์มัลนิวตรอนที่ถูกจับในเชื้อเพลิงต่อจำนวนเทอร์มัลนิวตรอนทั้งหมดที่เกิดขึ้นในตัวท่วงนิวตรอนจะได้

$$\frac{1}{f} = \frac{q\pi(R_1^2 - R_0^2) k_0}{2\pi\Sigma_{ao} R_0 I_1(k_0 R_0)} \cdot \frac{1}{A} \quad (4.17)$$

แทนค่า  $1/A$  จากสมการที่ (4.16) ในสมการที่ (4.17)

$$\frac{1}{f} = \frac{V \Sigma_{a1} a_1}{V_0 \Sigma_{ao}} \left[ \frac{k_0 R_0}{2} \cdot \frac{I_0(k_0 R_0)}{I_1(k_0 R_0)} \right] + \frac{k_1 (R_1^2 - R_0^2)}{2R_0} \left[ \frac{I_0(k_1 R_0) K_1(k_1 R_0) + K_0(k_1 R_0) I_1(k_1 R_0)}{I_1(k_1 R_0) K_1(k_1 R_0) - K_1(k_1 R_0) I_1(k_1 R_0)} \right] \quad (4.18)$$

$1/f$  ในสมการที่ (4.18) มีอยู่สองเทอมด้วยกัน เทอมแรกจะรวมเอา  $k_0$  ซึ่งเป็นของเชื้อเพลิงเพียงอย่างเดียว เทอมที่สองมี  $k_1$  ซึ่งเป็นของตัวท่วงนิวตรอนเพียงอย่างเดียว ดังนั้นสมการที่ (4.18) จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{f} = 1 + \frac{V \Sigma_{a1} a_1}{V_0 \Sigma_{ao}} F + (E - 1) \quad (6) \quad (4.19)$$

เมื่อ  $F$  เป็นฟังก์ชันของ  $k_0$  และ  $R_0$  ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างฟลักซ์ของเทอร์มัลนิวตรอนที่ผิวหน้าของเชื้อเพลิงกับตัวท่วงนิวตรอนต่อฟลักซ์เฉลี่ยของเทอร์มัลนิวตรอนในเชื้อเพลิง ส่วน  $(V \Sigma_{a1} / V_0 \Sigma_{ao}) F$  เรียกว่า ค่าของการดูดกลืนสัมพันธ์ และ  $(E - 1)$  คือ ค่าส่วนเกินของการดูดกลืน

กรณีที่แท่งเชื้อเพลิงมีอะลูมิเนียม ซึ่งบางมากหุ้มอีกชั้นหนึ่ง สมการที่ (4.19) จะกลายเป็น

$$\frac{1}{f} = 1 + \left( \frac{V \Sigma_{a1} + V \Sigma_{a2}}{V \Sigma_{ao}} \right) F + (E - 1) \quad (2)$$

$$(4.20)$$

เมื่อ  $\Sigma_{a2}$  คือ ภาคตัดขวางในการจับเทอร์มัลนิวตรอนของอะลูมิเนียม

$V_2$  คือ ปริมาตรของอะลูมิเนียม

$$\text{ในที่นี้ } F = \frac{k_{oR_o}}{2} \frac{I_o(k_{oR_o})}{I_1(k_{oR_o})} \quad (4.21)$$

$$E = \frac{k_1(R_1 - R_o)^2}{2R_o} \left[ \frac{I_o(k_{oR_o})K_1(k_{oR_o}) + K_o(k_{oR_o})I_1(k_{oR_o})}{I_1(k_{oR_o})K_1(k_{oR_o}) - K_1(k_{oR_o})I_1(k_{oR_o})} \right] \quad (4.22)$$

จากสมการที่ (4.21) และ (4.22) ถ้า  $k_{oR_o} < 1$  และ  $k_1 R_1 < 0.75$  พอที่จะอนุโลมให้

$$F \approx 1 + \frac{(k_{oR_o})^2}{8} - \frac{(k_{oR_o})^4}{192} \quad (4.23)$$

$$E \approx 1 + \frac{(k_{oR_o})^2}{2} \left[ \frac{R_1^2}{R_1 - R_o} \ln \frac{R_1}{R_o} + \frac{1}{4} \left( \frac{R_o}{R_1} \right)^2 - \frac{3}{4} \right] \quad (6) \quad (4.24)$$

#### 4.2 การคำนวณค่ารีโซแนนซ์ เอสเคป พรอบาบิลิตี้

ค่า รีโซแนนซ์ เอสเคป พรอบาบิลิตี้ ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย  $p$  หมายถึง การที่นิวตรอนเร็วลดระดับพลังงานลงมาช่วงก้ำอธ จะถูกยูเรเนียม-238 จับไว้ ซึ่งบางตัวก็หนีไปได้โดยไม่ถูกดูดกลืน อัตราส่วนที่นิวตรอนหนีไปได้จากการจับในช่วงก้ำอธนี้ ต่อจำนวนนิวตรอนทั้งหมดก่อนถูกจับในช่วงก้ำอธ เรียกว่า รีโซแนนซ์ เอสเคป พรอบาบิลิตี้ ซึ่งหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$p(E) = \exp \left( - \int_E^{E_o} \frac{\Sigma_a}{\xi(\Sigma_s + \Sigma_a)} \cdot \frac{dE'}{E'} \right) \quad (4.25)$$

เมื่อ  $E_o$  คือ พลังงานของนิวตรอนที่เกิดจากปฏิกิริยาฟิชชัน

$E$  คือ พลังงานของนิวตรอนที่อยู่ในช่วงก้ำอธ

- $\xi$  คือ ค่าเฉลี่ยของการลดพลังงานแบบลอกต่อการชนหนึ่งครั้ง
- $\Sigma_s$  คือ ภาคตัดขวางต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในการชนแบบกระเจิงของเชื้อเพลิง และ  
ตัวหน่วงนิวตรอน
- $\Sigma_a$  คือ ภาคตัดขวางต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในการดูดกลืนนิวตรอนในช่วงก้ำอธของ  
เชื้อเพลิง

ในที่นี้ ค่าภาคตัดขวางในการจับนิวตรอนในช่วงก้ำอธของตัวหน่วงนิวตรอน จะถูก  
ตัดทิ้งไป เพราะมีค่าน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบกับเชื้อเพลิง

สมมุติให้  $N_0$  เป็นจำนวนอะตอมของยูเรเนียม-238 ที่อยู่ในแท่งเชื้อเพลิง  
ซึ่งเป็นตัวจับนิวตรอนในช่วงพลังงานแบบก้ำอธ มีหน่วยเป็นอะตอม/ซม.<sup>3</sup> และ  $\sigma_{ao}$  คือ  
ภาคตัดขวางต่ออะตอมในการจับนิวตรอนที่มีพลังงาน  $E$  ของเชื้อเพลิง โดยที่  $\Sigma_a =$   
 $N_0 \sigma_{ao}$  อาจเขียนได้เป็น

$$\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s + \Sigma_a} = \frac{N_0 \sigma_{ao}}{\Sigma_s} \cdot \frac{\Sigma_s}{\Sigma_s + \Sigma_a} \quad (4.26)$$

ค่า  $\Sigma_s$  และ  $\xi$  ไม่ขึ้นกับพลังงาน  $E$  ดังนั้น จากสมการที่ (4.25) และ (4.26)

$$p(E) = \exp \left[ - \frac{N_0}{\xi \Sigma_s} \int_E^{E_0} \left( \sigma_{ao} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_s + \Sigma_a} \right) \frac{dE'}{E'} \right] \quad (4.27)$$

เทอมอินทิเกรชันในสมการที่ (4.27) เรียกว่า เอฟเฟกทีฟ รีโซแนนซ์ อินทิกรัล  
(effective resonance integral)

$$\begin{aligned} \text{effective resonance integral} &= \int_E^{E_0} \left( \sigma_{ao} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_s + \Sigma_a} \right) \frac{dE'}{E'} \\ &= \int_E^{E_0} (\sigma_{ao})_{\text{eff}} \frac{dE'}{E'} \quad (4.28) \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } (\sigma_{ao})_{\text{eff}} = \sigma_{ao} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_s + \Sigma_a} \quad (4.29)$$

แทนในสมการที่ (4.27)

$$p(E) = \exp \left[ - \frac{N_0}{\xi \Sigma_s} \int_E^{E_0} (\sigma_{ao})_{\text{eff}} \frac{dE'}{E'} \right] \quad (4.30)$$

จำนวนนิวตรอนที่ลดพลังงานลงมาถึง พลังงานช่วงกำธร (resonance energy) ในตัว  
หน่วงนิวตรอน จะถูกจับเป็นจำนวนมากที่ผิวชั้นนอกของแท่ง เชื้อเพลิง พลักร์ของนิวตรอน  
จะขึ้น ๆ ลง ๆ อย่างรวดเร็วไม่สม่ำเสมอ จึงเป็นสาเหตุที่ทำให้ค่า  $(\sigma_{ao})_{\text{eff}}$  ที่แกน  
กลางของแท่ง เชื้อเพลิงน้อย เมื่อเทียบกับเชื้อเพลิงกับตัวหน่วงนิวตรอนผสม เป็นเนื้อเดียวกัน  
ดังนั้น จึงเป็นผลทำให้ค่า  $p$  เพิ่มขึ้น

ในทางปฏิบัติค่า  $(\sigma_{ao})_{\text{eff}}$  จะแยกพิจารณาเป็นสองส่วนคือ

- (1) การดูดกลืนในปริมาตร คิดเป็นจำนวนอะตอมของยูเรเนียมต่อ ซม.<sup>3</sup>
- (2) การดูดกลืนที่ผิวหน้า คิดเป็นสัดส่วนระหว่างพื้นที่ผิวต่อมวลของเชื้อเพลิง

ดังนั้น

$$(\sigma_{ao})_{\text{eff}} = a(E) + b(E) \frac{S}{M} \quad (4.31)$$

พิจารณาทางขวาของสมการ เทอมแรกคือ การดูดกลืนในปริมาตร เทอมที่สอง  
คือ การดูดกลืนที่ผิวหน้า

กำหนดให้  $S$  คือ พื้นที่ผิวของแท่งเชื้อเพลิง มีหน่วยเป็น ซม.<sup>2</sup>

$M$  คือ มวลของเชื้อเพลิง มีหน่วยเป็น กรัม

$a(E)$  มีค่าเท่ากับ เอฟเฟกทีฟ แอปสอพชัน ครอสเซกชัน (effective absorption cross section) ภายในแท่งเชื้อเพลิง ดังสมการที่ (4.29)

$$a(E) = \sigma_{ao} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_s + \Sigma_a} \quad (4.32)$$

$$\text{และ } a(E) = \sigma_{ao} \frac{N_0 \sigma_{so} + N_1 \sigma_{s1}}{N_0 \sigma_{so} + N_1 \sigma_{s1} + N_0 \sigma_{ao}} \quad (4.33)$$

เมื่อ  $N_1$  คือ จำนวนอะตอมของตัวหน่วงนิวตรอน มีหน่วยเป็น อะตอม/ซม.<sup>3</sup>

$\sigma_{so}, \sigma_{s1}$  คือ ภาคตัดขวางต่ออะตอมในการชนแบบกระเจิงของเชื้อเพลิง และตัวหน่วง  
นิวตรอน ตามลำดับ มีหน่วยเป็น บาร์น (barn)

ก่อนที่จะหา  $b(E)$  ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ในการดูดกลืนที่ผิวหน้า จะต้องพิจารณาฟลักซ์ของนิวตรอนในช่วงก้ำกรายในแท่ง เชื้อเพลิงก่อน นิวตรอนที่มีพลังงานในช่วงก้ำกรายส่วนมากจะถูกจับที่ผิวหน้าของแท่ง เชื้อเพลิง และถ้ายังมีรีโซแนนซ์ฟลักซ์ (resonance flux) อยู่ ค่า  $a(E)$  จะเป็น  $\sigma_{a0}$  จากสมการที่ (4.32) แฟรคชัน (fraction)  $\Sigma_s / (\Sigma_s + \Sigma_a)$  จะบอกได้ว่า รีโซแนนซ์ฟลักซ์ จะหมดไปภายในแท่งเชื้อเพลิง เนื่องจากนิวตรอนส่วนมากถูกเชื้อเพลิงชั้นนอกจับไปก่อนแล้ว อาจมีบางส่วนที่เข้ามาถึงชั้นในแต่ก็ถูกจับไปหมด

$$\phi'(E) = \frac{\Sigma_s}{\Sigma_s + \Sigma_a} \phi(E) \quad (4.34)$$

เมื่อ  $\phi'(E)$  คือ ฟลักซ์ที่อยู่ภายในแท่งเชื้อเพลิง

$\phi(E)$  คือ ฟลักซ์ที่อยู่ภายนอกแท่งเชื้อเพลิง

ผลต่างระหว่างฟลักซ์ที่อยู่ภายนอกแท่งเชื้อเพลิงกับฟลักซ์ที่อยู่ภายในแท่งเชื้อเพลิงจะเท่ากับ รีโซแนนซ์ฟลักซ์ที่ผิวของแท่งเชื้อเพลิง

$$\phi_{\text{res}}(E) = \phi(E) - \phi'(E) = \frac{\Sigma_a}{\Sigma_s + \Sigma_a} \phi(E) \quad (4.35)$$

รีโซแนนซ์ฟลักซ์นี้ หมายถึง จำนวนนิวตรอนที่มีพลังงานอยู่ในช่วงก้ำกราย ซึ่งถูกจับมากที่สุด และมีโอกาสถูกจับที่ผิวชั้นนอกของแท่งเชื้อเพลิงมากที่สุด ดังนั้น จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับอยู่ในแท่งเชื้อเพลิงต่อ  $\text{cm}^2$  ต่อวินาที ประมาณ  $\frac{1}{4} \phi_{\text{res}}$

$$\left( \begin{array}{l} \text{จำนวนนิวตรอนที่ผิวชั้นนอกของ} \\ \text{แท่งเชื้อเพลิงต่อ } \text{cm}^2 \text{ ต่อวินาที} \end{array} \right) = \frac{\Sigma_a}{4(\Sigma_s + \Sigma_a)} \phi(E)$$

เมื่อ  $\phi_{\text{res}}$  คือ รีโซแนนซ์ฟลักซ์

โอกาสที่นิวตรอนจะถูกจับในแท่งเชื้อเพลิงสำหรับการชนครั้งแรกคือ  $\Sigma_a / (\Sigma_s + \Sigma_a)$

จำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่มีพลังงาน  $E$  ที่ถูกจับโดยผิวชั้นนอกของแท่งเชื้อเพลิงต่อ  $\text{cm}^2$  ต่อ

หนึ่งหน่วยฟลักซ์ คือ

$$\left( \frac{\Sigma_a}{4(\Sigma_s + \Sigma_a)} \right) \left( \frac{\Sigma_a}{\Sigma_s + \Sigma_a} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{\Sigma_a}{\Sigma_s + \Sigma_a} \right)^2$$

กำหนดให้  $N_0$  เป็นจำนวนยูเรเนียม ในแท่งเชื้อเพลิง มีหน่วยอะตอม/ซม.<sup>3</sup>

$\rho$  เป็นความหนาแน่นของยูเรเนียม

ดังนั้น พื้นที่ผิวในการดูดกลืนต่ออะตอม ต่อ ซม.<sup>2</sup>/กรัม ต่อหนึ่งหน่วยพลัง ซึ่งหมายถึง  $b(E)$

จะเป็น

$$b(E) = \frac{\rho}{4N_0} \left( \frac{\Sigma_a}{\Sigma_s + \Sigma_a} \right)^2 \quad (4.36)$$

การดูดกลืนที่ผิวหน้า คือ  $\frac{\rho}{4N_0} \left( \frac{\Sigma_a}{\Sigma_s + \Sigma_a} \right)^2 \frac{S}{M}$

จากสมการที่ (4.31)

$$\int (\sigma_{ao})_{\text{eff}} \frac{dE'}{E'} = \int a(E) \frac{dE'}{E'} + \frac{S}{M} \int b(E) \frac{dE'}{E'} \quad (4.37)$$

ค่า  $a(E)$  และ  $b(E)$  ขึ้นอยู่กับค่า  $\Sigma_s/N_0$  ซึ่งอาจเขียนสมการได้เป็น

$$a(E) = \left( \frac{(\Sigma_s/N_0)}{(\Sigma_s/N_0) + \sigma_{ao}} \right) \sigma_{ao} \quad (4.38)$$

และ  $b(E) = \frac{\rho}{4N_0} \left( \frac{\sigma_{ao}^2}{\left( (\Sigma_s/N_0) + \sigma_{ao} \right)^2} \right)^2 \quad (4.39)$

จากสมการที่ (4.38) และ (4.39) จะเห็นว่าค่า  $a(E)$  เพิ่มขึ้นเมื่อ  $\Sigma_s/N_0$  เพิ่มขึ้น แต่  $b(E)$  ลดลงเมื่อ  $\Sigma_s/N_0$  เพิ่มขึ้น

ค่า  $a$  และ  $b$  สามารถหาได้โดยการทดลองและการวัด ซึ่งสรุปได้ในตาราง

4.1

ตารางที่ 4.1<sup>(1)</sup> แสดงค่าคงที่  $a$  และ  $b$  ของเชื้อเพลิงยูเรเนียมธรรมชาติ

	$a$	$b$
โลหะยูเรเนียม	8.0	27.5
ยูเรเนียมไดออกไซด์	11.0	24.5

จากสมการ (4.31) จะสามารถหาจำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่ถูกจับต่อวินาที ต่อหนึ่งหน่วยพลังงาน  $E$  ในเชื้อเพลิง ได้ดังนี้

$$A(E) = \bar{\phi}_O(E) N_O V_O a(E) + \bar{\phi}_S(E) N_O V_O b(E) \frac{S}{M} \quad (4.40)$$

เมื่อ  $V_O$  คือ ปริมาตรของแท่ง เชื้อเพลิงในหนึ่ง เซล

$\bar{\phi}_O(E)$  คือ ฟลักซ์เฉลี่ยที่พลังงาน  $E$  ต่อหนึ่งหน่วยพลังงานในแท่งเชื้อเพลิง มีค่าเป็น

$$\bar{\phi}_O(E) = \frac{1}{V_O} \int_{V_O} \phi(r, E) dV$$

และ  $\bar{\phi}_S(E)$  คือ ฟลักซ์เฉลี่ยที่พลังงาน  $E$  ต่อหนึ่งหน่วยพลังงานที่ผิวชั้นนอกของแท่งเชื้อเพลิง มีค่าเป็น

$$\bar{\phi}_S(E) = \frac{1}{S} \int_S \bar{\phi}(r, E) dS$$

กำหนดให้  $Q(E)$  เป็นจำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่ลดพลังงานลงมาในช่วงพลังงาน  $E$  ต่อวินาที ในตัวห่วงนิวตรอนมีค่าเป็น

$$Q(E) = \bar{\phi}_1(E) V_1 \xi_1 \Sigma_{s1} E \quad (4.41)$$

เมื่อ  $V_1$  คือ ปริมาตรของตัวห่วงนิวตรอนในหนึ่ง เซล

$\bar{\phi}_1(E)$  คือ ฟลักซ์เฉลี่ยที่พลังงาน  $E$  ต่อหนึ่งหน่วยพลังงานในตัวห่วงนิวตรอน เมื่อ

$$\bar{\phi}_1(E) = \frac{1}{V_1} \int_{V_1} \phi(r, E) dV$$

ถ้าในตัวห่วงนิวตรอนมีสารประกอบอย่างอื่นอยู่ด้วยค่า  $\xi_1$  จะแทนด้วย  $\bar{\xi}$  และอัตราการเปลี่ยนแปลง  $Q(E)$  เทียบกับ  $E$  จะเท่ากับ  $A(E)$  ฉะนั้น

$$\frac{dQ(E)}{dE} = A(E) \quad (4.42)$$

จากสมการที่ (4.40), (4.41) และ (4.42) จะได้

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{dQ}{dE} = \left[ \frac{N_O V_O \bar{\phi}_O(E) a(E)}{V_1 \xi_1 \Sigma_{s1} \bar{\phi}_1(E)} + \frac{N_O V_O \bar{\phi}_S(E) b(E)}{V_1 \xi_1 \Sigma_{s1} \bar{\phi}_1(E)} \cdot \frac{S}{M} \right] \frac{1}{E} \quad (4.43)$$



อินทิเกรตสมการที่ (4.43)

$$Q(E) = Q_0(E) \exp \left\{ - \frac{N_0 V_0}{V_1 \xi \Sigma_{s1}} \left[ \int_E^{E_0} \frac{\bar{\phi}_0(E')}{\bar{\phi}_1(E')} a(E') \frac{dE'}{E'} + \frac{S}{M} \int_E^{E_0} \frac{\bar{\phi}_s(E')}{\bar{\phi}_1(E')} b(E') \frac{dE'}{E'} \right] \right\} \quad (4.44)$$

จากเงื่อนไขของการฟังก์กระจายข้อที่หนึ่งที่ว่า ฟลักซ์ของนิวตรอนระหว่างตัวกลางสองชนิดจะต้องเท่ากันที่ผิวระหว่างระนาบรอยต่อ ดังนั้น  $\bar{\phi}_0/\bar{\phi}_1 = \bar{\phi}_s/\bar{\phi}_1$

สมการที่ (4.44) จึงกลายเป็น

$$p(E) = \exp \left[ - \frac{N_0 V_0 \bar{\phi}_0}{V_1 \xi \Sigma_{s1} \bar{\phi}_1} \left( \sigma_{ao} \right)_{\text{eff}} \frac{dE'}{E'} \right] \quad (4.45)$$

เมื่อ  $\bar{\phi}_0/\bar{\phi}_1$  คือ ดิสแอดแวนเตจ แฟกเตอร์ สำหรับรีโซแนนซ์ นิวตรอน (resonance neutron) ซึ่งหมายถึง อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของรีโซแนนซ์ ฟลักซ์ ในตัวหน่วงนิวตรอน ต่อ รีโซแนนซ์ฟลักซ์ ในเชื้อเพลิง

สำหรับค่า รีโซแนนซ์ ยูติไลเซชัน (resonance utilization) ใช้สัญลักษณ์เป็น  $f_r$  ซึ่งมีความหมายคล้าย ๆ กันกับเทอร์มัล ยูติไลเซชัน  $f$  จะต่างกันที่คิดพลังงานของนิวตรอนอยู่ในช่วงกำธร โดยค่า  $f_r$  หมายถึง จำนวนรีโซแนนซ์นิวตรอนที่ถูกจับในเชื้อเพลิงต่อจำนวนรีโซแนนซ์นิวตรอนทั้งหมดที่เกิดขึ้น

ดังนั้น ค่า  $f_r$  จึงสามารถคำนวณได้ในทำนองเดียวกันกับสมการที่ (4.19) หรือ (4.20) ฉะนั้น

$$\frac{1}{f_r} = 1 + \frac{V \Sigma_{a1}}{V_0 \Sigma_{ao}} \cdot \frac{\bar{\phi}_1}{\bar{\phi}_0} \quad (4.46)$$

$$\frac{1}{f_r} = 1 + \frac{V \Sigma_{a1} + V \Sigma_{a2}}{V_0 \Sigma_{ao}} \cdot F_r + (E_r - 1) \quad (4.47)$$

เมื่อ  $\Sigma_{a0}$ ,  $\Sigma_{a1}$  และ  $\Sigma_{a2}$  คือ ภาคตัดขวางต่อปริมาตรในการจับนิวตรอนที่มีพลังงานอยู่ในช่วงกำธของ เชื้อเพลิง ตัวหน่วงนิวตรอนและอะลูมิเนียม

$F_r$  คือ อัตราส่วนของฟลักซ์ของนิวตรอนในช่วงกำธที่ฝัวรอยต่อระหว่าง เชื้อเพลิงกับตัวหน่วงนิวตรอนต่อฟลักซ์เฉลี่ยในเชื้อเพลิง

$E_r - 1$  คือ ส่วนเกินของการดูดกลืนในช่วงกำธ

สำหรับค่า  $\Sigma_{a1}$  และ  $\Sigma_{a2}$  คำนวณได้จาก

$$\Sigma_{a1} = \frac{\xi_1 \Sigma_{s1}}{\ln(E_1/E_2)} \quad (4.48)$$

$$\Sigma_{a2} = \frac{\xi_2 \Sigma_{s2}}{\ln(E_1/E_2)} \quad (4.49)$$

เมื่อ  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  คือ การลดพลังงานแบบลอก ต่อการชนหนึ่งครั้งของตัวหน่วงนิวตรอนและอะลูมิเนียม ตามลำดับ

$\Sigma_{s1}$ ,  $\Sigma_{s2}$  คือ ภาคตัดขวางต่อปริมาตรในการชนแบบกระเจิงของตัวหน่วงนิวตรอนและอะลูมิเนียม ตามลำดับ

$E_1$ ,  $E_2$  คือ พลังงานในช่วงกำธ โดย  $E_1 > E_2$

สำหรับยูเรเนียมไดออกไซด์  $\ln(E_1/E_2) = 3.0$  (5)

ส่วนค่า  $\Sigma_{a0}$  สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\Sigma_{a0} = N_0 \left[ \frac{\int (\sigma_{a0})_{\text{eff}} dE/E}{\ln(E_1/E_2)} \right] \quad (4.50)$$

$$\text{หรือ } \Sigma_{a0} = \frac{N_0 (a + b \cdot S/M)}{\ln(E_1/E_2)} \quad (4.51)$$

จากสมการที่ (4.46)

$$\frac{\bar{\phi}_1}{\bar{\phi}_0} = \frac{V_0 \Sigma_{a0}}{V_1 \Sigma_{a1}} \left( \frac{1}{f_r} - 1 \right)$$

แทนค่าลงในสมการที่ (4.45)

$$p(E) = \exp \left[ - \frac{N_o \Sigma_{a1}}{\xi \cdot \Sigma_{s1} \Sigma_{ao}} \frac{f_r}{(1 - f_r)} \int (\sigma_{ao})_{\text{eff}} \frac{dE}{E} \right] \quad (4.52)$$

จากสมการที่ (4.48) และสมการที่ (4.50)

$$\frac{\Sigma_{a1}}{\xi \Sigma_{s1}} = \frac{1}{\ln(E_1/E_2)}$$

$$\frac{\Sigma_{ao}}{N_o} = \frac{(\sigma_{ao})_{\text{eff}} dE/E}{\ln(E_1/E_2)}$$

ฉะนั้น

$$\frac{N_o \Sigma_{a1}}{\xi \Sigma_{s1} \Sigma_{ao}} \int (\sigma_{ao})_{\text{eff}} \frac{dE}{E} = 1$$

แทนค่าในสมการที่ (4.52)

$$p(E) = \exp \left( - \frac{f_r}{1 - f_r} \right) \quad (4.53)$$

สมการที่ (4.53) เป็นสมการใช้คำนวณหาค่ารีโซแนนซ์ เอสเคฟ พรอบบาบิลิตี้ สำหรับการคำนวณค่า  $F_r$  และ  $E_r$  ที่ช่วงกำธร

ดังสมการที่ (4.23) และ (4.24) ค่า  $k_o$  และ  $k_1$  ก็จะต้องเป็นค่าที่ช่วงกำธรด้วย ซึ่งมีในตารางที่ 4.2 และตารางที่ 4.3 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2<sup>(1)</sup> แสดงค่า  $k_o$  ของเชื้อเพลิงชนิดต่าง ๆ ต่อรีโซแนนซ์นิวตรอน

โลหะยูเรเนียม	$k_o = 0.44$	$\text{cm}^{-1}$
---------------	--------------	------------------

ยูเรเนียมไดออกไซด์	$k_o = 0.31$	$\text{cm}^{-1}$
--------------------	--------------	------------------

ตารางที่ 4.3<sup>(1)</sup> แสดงค่า  $k_1$  ของตัวหน่วงนิวตรอนชนิดต่าง ๆ ต่อรีโซแนนซ์นิวตรอน

ตัวหน่วงนิวตรอน	$k_1$ ( $\text{cm}^{-1}$ )
น้ำ	0.885
น้ำชนิดหนัก	0.22
เบอริล เสียม	0.325
เบอริล เสียมออกไซด์ (beryllium oxide)	0.19
กราไฟท์	0.145

#### 4.3 การคำนวณค่า $\epsilon$ (calculation of the fast fission factor)

ค่า  $\epsilon$  หมายถึง อัตราส่วนของจำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นทั้งหมดจากปฏิกิริยาฟิชชันของนิวตรอนเร็วและเทอร์มัลนิวตรอน ต่อจำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นจากปฏิกิริยาฟิชชันโดยเทอร์มัลนิวตรอน

กำหนดให้  $P$  คือ โอกาสที่จะเกิดปฏิกิริยาฟิชชันโดยเทอร์มัลนิวตรอน และเนื่องจากปฏิกิริยาฟิชชันในแท่ง เชื้อเพลิง เกิดได้สองกรณี คือ ปฏิกิริยาแบบเทอร์มัลฟิชชัน หมายถึง เทอร์มัลนิวตรอนเกิดปฏิกิริยาฟิชชันกับยูเรเนียม-235 ได้นิวตรอนเร็วขึ้นมา ส่วนปฏิกิริยาแบบที่สองคือ ปฏิกิริยาแบบฟิชชันของนิวตรอนเร็ว โดยนิวตรอนเร็วหรือนิวตรอนที่มีพลังงานในช่วงก้ำกักร ทำปฏิกิริยากับยูเรเนียม-238 แต่การชนกันระหว่างนิวตรอนกับนิวเคลียสของยูเรเนียมมีอยู่สองแบบ คือ การชนแบบยืดหยุ่น และการชนแบบไม่ยืดหยุ่น ซึ่งการชนแต่ละแบบนี้ก็มีโอกาสชนได้หลายครั้งด้วยกัน พิจารณาดังนี้

การชนครั้งที่หนึ่งของ เทอร์มัลนิวตรอน

$$\text{การชนในแท่ง เชื้อเพลิง} = P \quad (4.54)$$

$$\text{นิวตรอนที่เกิดจากปฏิกิริยาฟิชชัน} = \frac{\nu P \sigma_f}{\sigma_t} \quad (4.55)$$

$$\text{การชนแบบยืดหยุ่นในแท่ง เชื้อเพลิง} = P \frac{\sigma_e}{\sigma_t} \quad (4.56)$$

$$\text{จำนวนนิวตรอนที่หลุดหนีจากแท่ง เชื้อเพลิง โดยไม่มีการชน} = 1 - P \quad (4.57)$$

$$\text{จำนวนนิวตรอนที่มีพลังงานต่ำกว่าพลังงานเทรสโฮลด์*} = P \frac{\sigma_i}{\sigma_t} \quad (4.58)$$

โดยการชนแบบไม่ยืดหยุ่น

เมื่อ  $\sigma_f$ ,  $\sigma_e$ ,  $\sigma_i$  และ  $\sigma_t$  คือ ค่าภาคตัดขวางต่ออะตอมสำหรับการเกิดฟิชชัน การชนแบบไม่ยืดหยุ่น และการชนแบบยืดหยุ่น และภาคตัดขวางรวมทั้งหมด ของนิวตรอนเร็วในแท่งเชื้อเพลิง

จำนวนนิวตรอนเร็วที่ได้ทั้งหมดในแท่งเชื้อเพลิงต่อการชนหนึ่งครั้ง คือ ผลรวมของสมการที่ (4.55) กับ (4.56) เป็น  $P(v\sigma_f + \sigma_e)/\sigma_t$

$$\text{และกำหนดให้ } Z = (v\sigma_f + \sigma_e)/\sigma_t$$

จำนวนนิวตรอนที่เกิดในแท่งเชื้อเพลิงหลังจากมีการชนครั้งแรก คือ  $PZ$

กำหนดให้  $P'$  คือ โอกาสของนิวตรอนที่เกิดจากฟิชชันของนิวตรอนเร็วในเชื้อเพลิง ซึ่งจะมากกว่าครั้งแรก และเงื่อนไขสำหรับการชนครั้งที่สอง คือ

$$\text{การชนในแท่งเชื้อเพลิง} = P'PZ \quad (4.59)$$

$$\text{นิวตรอนที่เกิดขึ้นจากปฏิกิริยาฟิชชัน} = P'PZ \frac{v\sigma_f}{\sigma_t} \quad (4.60)$$

$$\text{การชนแบบยืดหยุ่นในแท่งเชื้อเพลิง} = P'PZ \frac{\sigma_e}{\sigma_t} \quad (4.61)$$

$$\text{จำนวนนิวตรอนที่หลุดหนีจากแท่งเชื้อเพลิง} = (1 - P')PZ \quad (4.62)$$

โดยไม่มีการชน

$$\text{จำนวนนิวตรอนที่มีพลังงานต่ำกว่าพลังงานเทรสโฮลด์} = P'PZ \frac{\sigma_i}{\sigma_t} \quad (4.63)$$

โดยการชนแบบไม่ยืดหยุ่น

จำนวนนิวตรอนเร็วทั้งหมดที่อยู่ในแท่งเชื้อเพลิงหลังจากมีการชนครั้งที่สอง คือ  $P'^2 PZ$

\* พลังงานเทรสโฮลด์ (threshold) ในที่นี้จะหมายถึง พลังงานที่จะทำให้

ในทำนองเดียวกันสำหรับการชนครั้งที่  $(n + 1)$

$$\text{การชนในแท่ง เชื้อเพลิง} = P(P'Z)^n \quad (4.64)$$

$$\text{นิวตรอนที่เกิดจากปฏิกิริยาฟิชชัน} = P(P'Z)^n \frac{v\sigma_f}{\sigma_t} \quad (4.65)$$

$$\text{การชนแบบยืดหยุ่นในแท่ง เชื้อเพลิง} = P(P'Z)^n \frac{\sigma_e}{\sigma_t} \quad (4.66)$$

$$\text{จำนวนนิวตรอนที่หลุดหนีจากแท่ง เชื้อเพลิงโดยไม่มี การชน} = \frac{1 - P'P}{P} (P'Z)^n \quad (4.67)$$

$$\text{จำนวนนิวตรอนที่มีพลังงานต่ำกว่าพลังงาน เทรสโลด} = P(P'Z)^n \frac{\sigma_i}{\sigma_t} \quad (4.68)$$

โดยการชนแบบไม่ยืดหยุ่น

จำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่เกิดจากปฏิกิริยาฟิชชันของทั้งนิวตรอนเร็ว และ เทอร์มัล นิวตรอน ต่อจำนวนนิวตรอนที่เกิดจากปฏิกิริยาฟิชชันโดยเทอร์มัลนิวตรอน ซึ่งหมายถึง  $\epsilon$  จะเท่ากับ

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1 - P + P \frac{\sigma_i}{\sigma_t} + P \left( 1 - P' + P' \frac{\sigma_i}{\sigma_t} \right) Z + PP' \left( 1 - P' + P' \frac{\sigma_i}{\sigma_t} \right) Z^2 + \dots \\ &= 1 + P \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_t} - 1 \right) + \frac{P}{P'} \left[ 1 + P' \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_t} - 1 \right) \right] \sum_{n=1}^{\infty} (P'Z)^n \\ &= 1 + P \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_t} - 1 \right) + \left[ \frac{P}{P'} + P \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_t} - 1 \right) \right] \left[ \frac{1}{1 - P'Z} - 1 \right] \end{aligned}$$

$$\text{โดย } \sigma_t = \sigma_f + \sigma_i + \sigma_e + \sigma_c$$

เมื่อ  $\sigma_c$  คือ ค่าภาคตัดขวางต่ออะตอมสำหรับการดูดกลืนโดยไม่เกิดปฏิกิริยาฟิชชัน (non-fission capture) ของนิวตรอนเร็วในแท่ง เชื้อเพลิง

$$\text{หรือ } \sigma_i - \sigma_t = -(\sigma_f + \sigma_e + \sigma_c)$$

ดังนั้น  $\epsilon$  จึงเป็น

$$\epsilon = 1 + \frac{\left[ (v - 1) - (\sigma_c / \sigma_f) \right] (\sigma_f / \sigma_t) P}{1 - P'(v\sigma_f + \sigma_e) / \sigma_t} \quad (6) \quad (4.49)$$

สำหรับค่า  $\sigma_t$ ,  $\sigma_f$ ,  $\sigma_i$ ,  $\sigma_e$  และ  $\sigma_c$  หาได้จากตาราง 4.4<sup>(6)</sup>

ตารางที่ 4.4<sup>(6)</sup> แสดงค่าคงที่ของยูเรเนียมธรรมชาติ

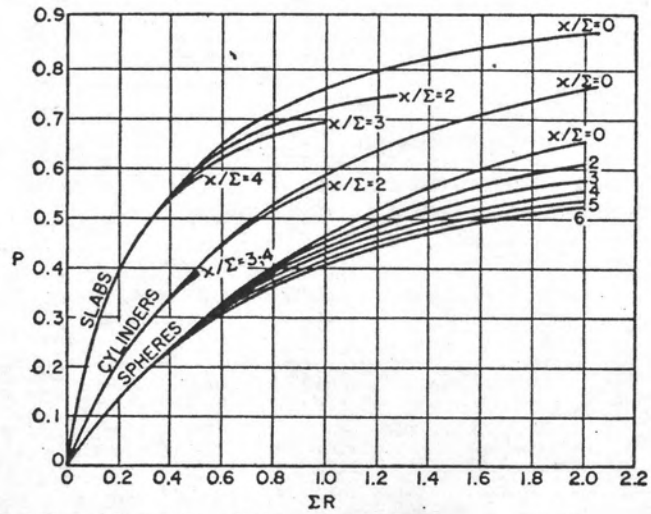
$v$	=	2.55	
$\sigma_f$	=	0.29	บารน์
$\sigma_i$	=	2.47	บารน์
$\sigma_e$	=	1.50	บารน์
$\sigma_c$	=	0.04	บารน์

เนื่องจาก  $P$  ในสมการที่ (4.69) คือ โอกาสที่เกิดนิวตรอนโดยเทอร์มัลฟิชชันในแท่งเชื้อเพลิง ซึ่งเกิดการชนแบบต่าง ๆ ภายในแท่งเชื้อเพลิงก่อนที่จะหลุดหนีไป ส่วน  $P'$  คือ โอกาสที่เกิดนิวตรอนโดยปฏิกิริยาฟิชชันของนิวตรอนเร็วภายในแท่งเชื้อเพลิง และมีการชนแบบต่าง ๆ กับนิวเคลียสของยูเรเนียม-238 ก่อนที่จะหลุดหนีไป การคำนวณค่า  $P$  จะสมมุติให้แหล่งกำเนิดนิวตรอนเร็ว มีการฟุ้งกระจายภายในแท่งเชื้อเพลิงเหมือนกับเทอร์มัลฟลักซ์ และการคำนวณค่า  $P'$  ก็สมมุติให้แหล่งกำเนิดนิวตรอนเร็วกระจายอย่างเป็นระเบียบภายในแท่งเชื้อเพลิง ซึ่งค่า  $P$  และ  $P'$  ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.4<sup>(2)</sup>

จากรูปที่ 4.4  $P$  จะขึ้นกับขนาดของแท่งเชื้อเพลิง ซึ่งหมายถึงรัศมี  $R_0$  และ  $P'$  ก็เป็นฟังก์ชันของ  $k$  ด้วย แต่  $P'$  เป็นฟังก์ชันของ  $N_0 \sigma_t R_0$  เพียงอย่างเดียวเท่านั้น ซึ่งหาได้จากกราฟ  $k/\Sigma_t = 0$  และ  $P$  จะอ่านที่เส้น  $k/\Sigma_t$  ถ้าเป็นกรณีโลหะยูเรเนียมธรรมชาติจะอ่านที่เส้น  $k/\Sigma_t = 3$  ( $k/\Sigma_t = 0.65/0.2$ ) ส่วนถ้าเป็นกรณียูเรเนียมไดออกไซด์จะอยู่ที่เส้น  $k/\Sigma_t = 2$  แต่เมื่อรัศมีของแท่งเชื้อเพลิงมีขนาดเล็ก ค่า  $P$  และ  $P'$  จะเท่ากัน

สำหรับค่า  $\epsilon$  ของโลหะยูเรเนียมธรรมชาติซึ่งขึ้นอยู่กับรัศมีของแท่งเชื้อเพลิงนั้น ได้แสดงในรูปที่ 4.5 โดยอาศัยสมการที่ (4.69)

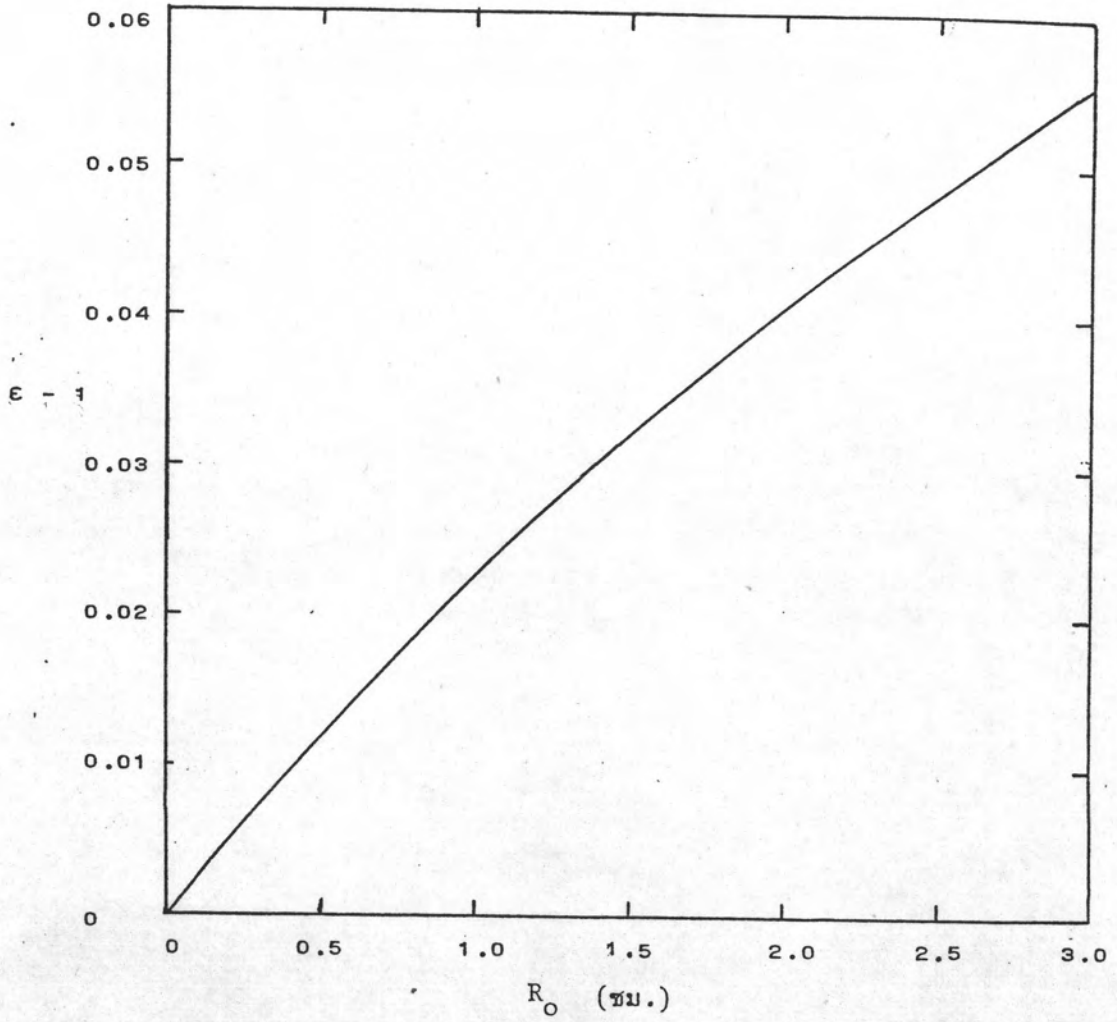
$$\epsilon = 1 + \frac{[(v-1) - (\sigma_c/\sigma_f)] (\sigma_f/\sigma_t) P}{1 - P' \left( \frac{v\sigma_f + \sigma_e}{\sigma_t} \right)}$$



Probability of first-flight collision within a fuel lump.  $\Sigma$  is the macroscopic total cross section,  $\kappa$  the reciprocal of thermal diffusion length. For spheres and cylinders  $R$  is the radius; for slabs it is the half-thickness.  $P'$  is given by the curves for  $\kappa/\Sigma = 0$ . (Reproduced from Fig. 15.14, *The Reactor Handbook*, vol. 1, AECD 3645, March, 1955; original from CD-644.)

รูปที่ 4.4 (2) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $P$  และ  $\Sigma R_0$





รูปที่ 4.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $\epsilon$  กับรัศมีของแท่งเชื้อเพลิง ( $R_0$ )  
(ได้จากการคำนวณ)

$$\epsilon = 1 + \frac{0.09523 P}{1 - 0.52081 P'}$$

โดย P และ P' อ่านในรูปที่ 4.4 เมื่อ  $N_0 = 4.7810 \times 10^{22}$  อะตอม/ซม.<sup>3</sup>  
และ  $\sigma_t = 4.3 \times 10^{-24}$  ซม.<sup>2</sup> (สำหรับโลหะยูเรเนียม)

จากรูปที่ 4.5 จะใช้ได้ทั้งโลหะยูเรเนียมธรรมชาติ และยูเรเนียมไดออกไซด์ ทั้งนี้เพราะ  
ว่ารัศมีของแท่งเชื้อเพลิงมีขนาดเล็ก

#### 4.4 การคำนวณค่า $\eta$

เนื่องจากค่า  $\eta$  หมายถึงจำนวนนิวตรอนเฉลี่ยที่เกิดจากปฏิกิริยาฟิชชันต่อจำนวน  
นิวตรอนช้าที่ถูกจับในเชื้อเพลิง

สำหรับยูเรเนียมธรรมชาติจะมียูเรเนียม-235 อยู่ 0.71 % และยูเรเนียม-238  
อยู่ 99.29 %

จากสมการที่ (3.4) โดยค่าคงที่หาได้จากตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5<sup>(1)</sup> แสดงค่าคงที่ของต่าง ๆ ของนิวเคลียสบางชนิด

	$\sigma_f$ (บารน์)	$\sigma_c$ (บารน์)	$\nu$
ยูเรเนียม-233	527	54	2.50
ยูเรเนียม-235	577	106	2.43
ยูเรเนียม-239	742	287	2.90
ยูเรเนียม-238	-	2.71	-

จากตารางที่ 4.5 แสดงค่าคงที่สำหรับเทอร์มัลนิวตรอน

$$1/r = N^{238}/N^{235} = \frac{99.29}{238} \cdot \frac{235}{0.71} = 138.0823174$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \eta &= 2.43 \frac{577}{577 + 106 + (138.0823174)(2.71)} \\ &= 1.32 \end{aligned}$$