บทที่ 3

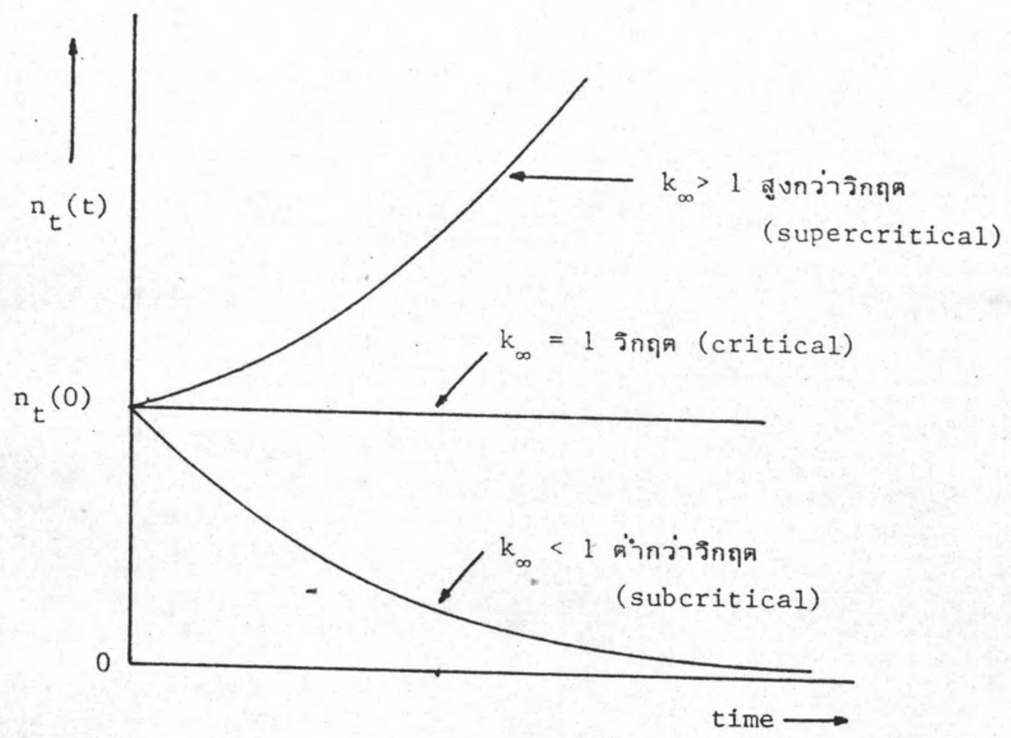
เงื่อนไขในการทำให้เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เกิดการวิกฤต

3.1 มัลติพลิเคชัน แฟกเตอร์ (multiplication factor)

การที่จะให้ปฏิกริยาเกิดอยู่ต่อไปเรื่อย ๆ นั้น จำนวนนิวตรอนจะต้องมีค่าเท่ากับหรือมากกว่าจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับและสูญหายไปทั้งหมด อัตราส่วนระหว่างนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชัน (fission) ครั้งนี้ต่อจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชันครั้งก่อนในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ขนาดอนันต์ เรียกว่า อินไฟไนท์มัลติพลิเคชัน แฟกเตอร์ (infinite multiplication factor) ซึ่งแทนสัญญลักษณ์ด้วย " k_∞" ในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ขนาดอนันต์ นิวตรอนที่สูญหายไปนั้นหายไปเนื่องจากถูกจับโดยสารที่ประกอบกันเป็นแกนของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เท่านั้น ไม่ได้สูญหายไปเพราะรั่วออกไปนอกแกน และสารประกอบนั้นก็คือ ตัวหน่วงนิวตรอน และเชื้อเพลิง

ถ้า k_∞ มีค่าเท่ากับหนึ่ง เรียกว่า กรณีวิกฤต คือ จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชันในครั้งนี้มีค่าเท่ากับจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชันครั้งก่อน ถ้า k_∞ น้อยกว่าหนึ่ง กรณีนี้เรียกว่าต่ำกว่าวิกฤต (subcritical) แสดงว่า จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชันในครั้งนี้มีค่าน้อยกว่าจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชันครั้งก่อน และถ้า k_∞ มากกว่าหนึ่ง กรณีนี้เรียกว่า สูงกว่าวิกฤต (supercritical) ซึ่งแสดงว่า จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชันในครั้งนี้มีค่ามากกว่าจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชันในครั้งก่อน และการที่เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์จะทำงานได้ก็ต้องเป็นกรณีวิกฤตและกรณีสูงกว่าวิกฤต เท่านั้น ดังรูปที่ 3.1

ในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ที่มีขนาดจำกัดหรือขนาดเล็ก การสูญหายของนิวตรอนเกิดจากถูกจับและรั่วออกไปข้างนอก ในกรณีนี้เครื่องจะเดินได้ก็ต่อเมื่ออัตราส่วนระหว่างจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชันครั้งนี้ ต่อจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาครั้งก่อนมีค่าเท่ากับหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่ง ถ้าน้อยกว่าหนึ่งเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ก็ไม่สามารถทำงานได้อัตราส่วนนี้เรียกว่า เอฟเฟคทีฟ มัลติพลิเคชัน แฟกเตอร์ แทนด้วยสัญญลักษณ์ "k_{eff}"



รูปที่ 3.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนนิวตรอน $n_t(t)$ กับเวลา (time)

ถ้า k_{eff} มีค่าเท่ากับหนึ่ง เราเรียกว่าอยู่ในสภาวะวิกฤต ถ้าน้อยกว่าหนึ่ง เรียกว่า ต่ำกว่าวิกฤต และถ้ามากกว่าหนึ่ง เรียกว่า สูงกว่าวิกฤต

จากนิยามของ k_∞ และ k_{eff} จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{k_{eff}}{k_\infty} = \frac{\text{จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับ}}{\text{จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับและรั่วออกไปนอกแกน}}$$

$$= P^{(1)} \tag{3.1}$$

โดย P คือ อัตราส่วนที่แสดงถึง จำนวนนิวตรอนที่ไม่ได้หายไป เพราะรั่วออกไปนอกแกนต่อจำนวนนิวตรอนที่หายไปทั้งหมด หรือ นันลีคเกจพรอบบาบิลิตี้ (nonleakage probability) ดังนั้น

$$k_{eff} = Pk_\infty \tag{3.2}$$

3.2 <u>สูตรสี่แฟกเตอร์</u> (four factor formula)

ในการที่จะหาค่า k_∞ สำหรับเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เครื่องหนึ่งนั้นจะแบ่งการหาออกเป็นสี่ส่วน ในทางปฏิบัติจะอ้างถึงนิวตรอนช้าเป็นส่วนมาก เพราะปฏิกริยาฟิชชันเกิดจากการจับนิวตรอนช้า ค่าแรกที่ควรทราบก็คือ ค่า ν หมายถึง จำนวนนิวตรอนเฉลี่ยที่เกิดจากปฏิกริยาฟิชชัน โดยการจับนิวตรอนช้าหนึ่งตัวของสารเชื้อเพลิง ค่าต่อมาคือ ค่า η ซึ่งหมายถึงจำนวนนิวตรอนเฉลี่ยที่เกิดจากปฏิกริยาฟิชชันต่อจำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับในเชื้อเพลิง ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างค่า η และ ν มีดังนี้

$$\eta = \nu \frac{\text{จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในปฏิกริยาฟิชชัน}}{\text{จำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่ถูกจับในเชื้อเพลิง}}$$

$$= \nu \frac{\Sigma_f}{\Sigma_a}^{(1)} \tag{3.3}$$

เมื่อ Σ_f คือค่าภาคตัดขวางต่อปริมาตรของสารฟิชไซล์

Σ_a คือค่าภาคตัดขวางต่อปริมาตรในการจับนิวตรอนในสารเชื้อเพลิง

ถ้าในการคำนวณนี้เชื้อเพลิงที่ใช้คือ ยูเรเนียมไดออกไซด์ ซึ่งมีทั้ง ยูเรเนียม-235 และยูเรเนียม-238 ดังนั้นค่า η คือ

$$\eta = \nu_{235} \frac{\Sigma_f^{235}}{\Sigma_a^{235} + \Sigma_a^{238}}$$

$$= \nu_{235} \frac{N^{235}\sigma_f^{235}}{N^{235}\sigma_f^{235} + N^{235}\sigma_c^{235} + N^{238}\sigma_c^{238}}$$

$$= \nu_{235} \frac{\sigma_f^{235}}{\sigma_f^{235} + \sigma_c^{235} + \sigma_c^{238}/r} \quad (3.4)$$

(1)

เมื่อ N^{235}, N^{238} คือ จำนวนอะตอมของยูเรเนียม-235 และยูเรเนียม-238 ที่ประกอบกันเป็นเชื้อเพลิง ตามลำดับ

σ_f^{235}, σ_f^{238} คือ ภาคตัดขวางต่อหนึ่งอะตอมของยูเรเนียม-235 และยูเรเนียม-238 ตามลำดับ สำหรับการจับนิวตรอน แล้วเกิดปฏิกริยาฟิชชัน มีหน่วยเป็น บาร์น (barn) ต่ออะตอม

σ_c^{235}, σ_c^{238} คือ ภาคตัดขวางต่อหนึ่งอะตอมของยูเรเนียม-235 และยูเรเนียม-238 ตามลำดับในการจับนิวตรอนแล้วไม่เกิดปฏิกริยาฟิชชัน มีหน่วยเป็น บาร์น ต่ออะตอม

$$r = N^{235}/N^{238}$$

ตารางที่ 3.1[1] แสดงจำนวนนิวตรอนเฉลี่ยที่เกิดต่อจำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในเชื้อเพลิง

	U-233	U-235	Pu-239	Natural U
นิวตรอนช้า (η_{th})	2.27	2.06	2.10	1.33
นิวตรอนเร็ว (η_{fast})	2.60	2.18	2.74	1.09

ตารางที่ 3.2[1] แสดงจำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นจากปฏิกริยาฟิชชันของนิวตรอนแต่ละครั้ง

สารฟิชไซล์	ν
U-233	2.50
U-235	2.43
Pu-239	2.90

ถ้า n คือ จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับโดยเชื้อเพลิง ดังนั้น จำนวนนิวตรอนที่เกิดจากปฏิกริยาฟิชชัน คือ $n\eta$ จำนวนนิวตรอนนี้คือ นิวตรอนเร็ว และถ้าในเชื้อเพลิงมียูเรเนียม-238 ด้วยแล้ว ยูเรเนียม-238 จะจับนิวตรอนเร็วพวกนี้แล้ว เกิดปฏิกริยาฟิชชัน ยูเรเนียม-235 ก็จับนิวตรอนเร็วเหมือนกันแต่เนื่องจากยูเรเนียม-235 มีปริมาณน้อยมากเมื่อเทียบกับยูเรเนียม-238 และมีภาคตัดขวางในการจับนิวตรอนเร็วน้อยกว่าด้วย จึงไม่นำมาคิด เมื่อยูเรเนียม-238 เกิดปฏิกริยาฟิชชัน ก็จะมีนิวตรอนเร็วเกิดขึ้น ทำให้มีนิวตรอนเร็วเพิ่มขึ้นอีก

ค่าที่สองที่จะกล่าวถึงคือ ค่าฟาสต์ฟิชชัน แฟกเตอร์ (fast fission factor) แทนด้วย ε ซึ่งคือ อัตราส่วนระหว่างอัตราการเกิดฟิชชันโดยนิวตรอนช้ารวมกับอัตราเกิดฟิชชันโดยนิวตรอนเร็ว ต่ออัตราการเกิดฟิชชันโดยนิวตรอนช้า นั่นคือ จำนวนนิวตรอนเร็ว $n\eta$ ตัว ที่ทำให้เกิดปฏิกริยาฟิชชันจะทำให้มีนิวตรอนเร็วเกิดขึ้นทั้งหมด $n\eta\varepsilon$ ตัว และนิวตรอนเร็วนี้จะชนกับอะตอมหรือโมเลกุลของตัวหน่วงนิวตรอน และจะเสียพลังงานไปและตัวมันเองก็เคลื่อนที่ช้าลงจนกระทั่งกลายเป็นนิวตรอนช้าหรือเทอร์มัลนิวตรอน ขณะที่ช้าลงจะมีนิวตรอนบางตัวถูกจับโดยยูเรเนียม-238 ซึ่งเรียกว่า การจับแบบกำธร (resonace) สัดส่วนของนิวตรอนที่หนีไปได้จากการจับแบบกำธรนี้ ต่อจำนวนนิวตรอนทั้งหมดก่อนถูกจับแบบกำธร เรียกว่า รีโซแนนซ์ เอสเคป พรอบบาบิลิตี้ ใช้สัญญลักษณ์เป็น p ดังนั้น จำนวนนิวตรอนช้า คือ $n\eta\varepsilon p$

เมื่อนิวตรอนเร็วกลายเป็นนิวตรอนช้าแล้ว นิวตรอนช้านี้จะกระจายไปทั่วทั้งแกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ชั่วขณะหนึ่งจนกระทั่งถูกจับด้วยเชื้อเพลิงและตัวหน่วงนิวตรอนและสิ่งแปลกปลอมอื่น ๆ ที่อยู่ภายในแกนกลาง ดังนั้นอัตราส่วนระหว่างจำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับโดยเชื้อเพลิงต่อจำนวนนิวตรอนช้าทั้งหมดที่ถูกจับภายในแกนกลาง เรียกว่า เทอร์มัล-

ยูติไลเซชัน(thermal utilization) แทนสัญญลักษณ์ด้วย f ดังนั้น จะได้ความหมายของ f ดังนี้

$$f = \frac{\text{จำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับโดยเชื้อเพลิง}}{\text{จำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับทั้งหมดภายในแกนกลาง}}$$

ค่า f จะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของเชื้อเพลิงและตัวหน่วงนิวตรอน เหมือนกับค่า p อัตราส่วนที่นิวตรอนช้าถูกจับไป คือ $N\sigma_a\phi$ หรือ $\Sigma_a\phi$

เมื่อ N คือ จำนวนอะตอมทั้งหมดของสารที่จับนิวตรอนช้า หน่วยเป็นอะตอม

σ_a คือ ภาคตัดขวางต่ออะตอมในการจับนิวตรอน หน่วยเป็น ซม.^{2}/อะตอม หรือ บาร์น/อะตอม

ϕ คือ ฟลักซ์เฉลี่ยของนิวตรอนภายในแกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ หน่วยเป็น นิวตรอน/ซม.^{2} วินาที

กำหนดให้

N_u, N_m, N_i คือ จำนวนอะตอมทั้งหมดภายในแกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ของเชื้อเพลิง ตัวหน่วงนิวตรอนและสิ่งแปลกปลอมอื่น ๆ ตามลำดับ

σ_{au}, σ_{am}, σ_{ai} คือ ภาคตัดขวางต่ออะตอมของเชื้อเพลิง ตัวหน่วงนิวตรอน และสิ่งแปลกปลอมอื่น ๆ ตามลำดับ

V_u, V_m, V_i คือ ปริมาตรของเชื้อเพลิง ตัวหน่วงนิวตรอนและสิ่งแปลกปลอมอื่น ๆ ตามลำดับ

อัตราการดูดกลืนในปริมาตร V เท่ากับ $V\Sigma_a\phi$ ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ดังนั้น ค่า f คือ

$$f = \frac{V_u\,\Sigma_{au}\,\phi_u}{V_u\,\Sigma_{au}\,\phi_u + V_m\,\Sigma_{am}\,\phi_m + V_i\,\Sigma_{ai}\,\phi_i} \quad (3.5)$$ [1]

จำนวนนิวตรอนที่กลายเป็นนิวตรอนช้า คือ $n\eta\varepsilon p$ และจำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับโดยเชื้อเพลิงคือ $n\eta\varepsilon pf$ ดังนั้นเราจะได้ค่า k_∞ ดังนี้

$$k_{\infty} = \frac{n\eta\varepsilon pf}{n} = \eta\varepsilon pf \qquad (1) \qquad (3.6)$$

สมการที่ (3.6) นี้ เรียกว่า สูตรสี่แฟกเตอร์

3.3 <u>สมการวิกฤตของนิวตรอนหนึ่งพวก</u> (one group critical equation)

พิจารณาอย่างง่ายที่สุดโดยสมมุติให้นิวตรอนทุกตัว เป็นนิวตรอนที่มีพลังงาน เท่ากันทุกตัว และสามารถทำให้ เครื่องปฏิกรณ์นิว เคลียร์ ทำงานได้ซึ่ง เรียกวิธีการนี้ว่า การฟุ้งกระจายของนิวตรอนหนึ่งพวก และจะถือว่าการรั่วและการจับนิวตรอน เกิดขึ้นที่นิวตรอนพลังงาน เดียว

เมื่อ เครื่องปฏิกรณ์นิว เคลียร์อยู่ในสภาวะวิกฤต จำนวนนิวตรอนจะคงที่ โดยปราศจากแหล่งกำ เนิดนิวตรอน จะมีสมการ เป็น

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi + s = 0 \qquad (3.7)$$

เมื่อ s คือ แหล่งกำ เนิดนิวตรอน เนื่องจากปฏิกริยาฟิชชันใน เชื้อ เพลิง

$\Sigma_a\phi$ คือ อัตราการจับนิวตรอนต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

ดังนั้น $s = k_{\infty}\Sigma_a\phi$

แทนค่า s ในสมการ (3.7)

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi + k_{\infty}\Sigma_a\phi = 0 \qquad (3.8)$$

เขียนใหม่ได้ เป็น

$$\nabla^2\phi + \left[\frac{(k_{\infty} - 1)\,\Sigma_a}{D}\right]\phi = 0 \qquad (3.9)$$

เพราะว่านิวตรอนทุกตัวถูกสมมุติว่ามีพลังงาน เท่ากัน แล้ว $L^2 = D/\Sigma_a$

$$\nabla^2\phi + \frac{(k_{\infty} - 1)}{L^2}\phi = 0 \qquad (3.10)$$

และ $$\nabla^2\phi + B^2\phi = 0 \qquad (3.11)$$

เมื่อ B^2 คือ ค่าบัคคลิง (buckling) ของระบบ ซึ่งวัดได้จากเงื่อนไขของระบบการกระจายนิวตรอนฟลักซ์

จากสมการที่ (3.10) และ (3.11) เงื่อนไขที่แกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เกิดกรณีวิกฤตนั้น คือ

$$\frac{k_\infty - 1}{L^2} = B_c^2 \qquad (3.12)$$

เมื่อ B_c^2 คือ ค่าบัคคลิงที่ทำให้เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เกิดวิกฤตพอดี จากสมการที่ (3.12) เขียนใหม่ได้

$$\frac{k_\infty}{1 + L^2 B_c^2} = 1 \qquad (3.13)$$

(1)

ซึ่งเป็นสมการวิกฤตของนิวตรอนหนึ่งพวก และเงื่อนไขทั่วไปสำหรับกรณีวิกฤต คือ $k_\infty P = 1$ ดังนั้น

$$k_\infty \left(\frac{1}{1 + L^2 B_c^2} \right) = 1 = k_\infty P \qquad (3.14)$$

$1/(1 + L^2 B_c^2)$ คือ นันลีเกจ พรอบบาบิลิตี้ ของนิวตรอนหนึ่งพวกในระบบ ซึ่งหมายถึงโอกาสที่นิวตรอนจะถูกจับภายในแกนเครื่องปฏิกรณ์

3.4 <u>สมการวิกฤตของนิวตรอนสองพวก</u> (two group critical equation)

การคำนวณโดยแบ่งนิวตรอนเป็นสองพวก คือ นิวตรอนเร็ว และนิวตรอนช้า หรือเทอร์มัลนิวตรอนนั้นจะทำให้มีความถูกต้องมากขึ้น สำหรับเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ขนาดใหญ่ ถึงแม้ว่าไม่ได้กล่าวถึงนิวตรอนที่มีระดับพลังงานปานกลาง และนิวตรอนเร็วส่วนใหญ่จะกลายเป็นนิวตรอนช้า แต่มีบางส่วนที่สูญเสียไปโดยถูกจับในปฏิกริยานันฟิชชัน (non fission) จำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นแต่ละครั้งที่นิวตรอนช้าถูกจับ คือ k_∞/p และจำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรต่อวินาทีคือ $\Sigma_{as}\ \phi_s$ ดังนั้น จำนวนนิวตรอนที่เกิดขึ้นโดยปฏิกริยาฟิชชันต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรคือ $(k_\infty/p)\ \Sigma_{as}\ \phi_s$

โดย Σ_{as} คือ ภาคตัดขวางต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในการจับนิวตรอนช้า

ϕ_s คือ เทอร์มัลนิวตรอนฟลักซ์ (thermal neutron flux)

สภาวะสมดุลย์ของการฟุ้งกระจายสำหรับนิวตรอนเร็วจึงเป็น

$$D_f \nabla^2 \phi_f - \Sigma_{af}\phi_f + (k_\infty/p)\, \Sigma_{as}\phi_s = 0 \qquad (3.15)$$

ตัว f และ s หมายถึง นิวตรอนเร็ว และนิวตรอนช้า ตามลำดับ

Σ_{af} คือ ภาคตัดขวางต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในการจับนิวตรอนเร็ว ถ้าไม่มีการจับนิวตรอนในช่วงกำธร และอัตราการเปลี่ยนแปลงจากนิวตอรนเร็วเป็นนิวตรอนช้า คือ$\Sigma_{af}\phi_f$ แต่โอกาสที่นิวตรอนเร็วจะเปลี่ยนเป็น นิวตรอนช้า คือ p ดังนั้นแหล่งกำเนิดนิวตรอน คือ $p\Sigma_{af}\phi_f$

สมการของการกระจายในสภาวะสมดุลย์ของนิวตรอนช้า คือ

$$D_s \nabla^2 \phi_s - \Sigma_{as}\phi_s + p\Sigma_{af}\phi_f = 0 \qquad (3.16)$$

จากสมการ (3.15) และ (3.16)

$$\nabla^2 \phi_f + B_c^2\phi_f = 0 \qquad (3.17)$$

$$\nabla^2 \phi_s + B_c^2\phi_s = 0 \qquad (3.18)$$

จะได้

$$\nabla^2 \phi_f = -B_c^2\phi_f \qquad (3.19)$$

$$\nabla^2 \phi_s = -B_c^2\phi_s \qquad (3.20)$$

แทนค่าในสมการที่ (3.15) และ (3.16)

$$-(D_f B_c^2 + \Sigma_{af})\, \phi_f + (k_\infty/p)\, \Sigma_{as}\phi_s = 0$$

$$p\Sigma_{af}\phi_f - (D_s B_c^2 + \Sigma_{as})\, \phi_s = 0$$

ดังนั้น

$$(D_f B_c^2 + \Sigma_{af})\, (D_s B_c^2 + \Sigma_{as}) - k_\infty \Sigma_{af}\Sigma_{as} = 0$$

หารด้วย $\Sigma_{af}\Sigma_{as}$ และแทนค่า L_f^2 ด้วย D_f/Σ_{af} และ L_s^2 ด้วย D_s/Σ_{as}

$$\frac{k_\infty}{(1 + L_f^2 B_c^2)\ (1 + L_s^2 B_c^2)} = 1 \qquad (3.21)$$

สมการที่ (3.21) คือ สมการวิกฤตสำหรับเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ที่ไม่มีตัวสะท้อนนิวตรอน โดยนิวตรอนสองพวกสำหรับการกระจาย ในทางปฏิบัติ L_f^2 คือ τ เรียกว่า เฟอร์มิเอจ (fermi age)

$$\frac{k_\infty}{(1 + \tau B_c^2)\ (1 + L_s^2 B_c^2)} = 1 \qquad (3.22)$$

3.5 การฟุ้งกระจายแบบเอจ (age diffusion)

จากสมการของเฟอร์มิเอจ(1)

$$\nabla^2 q(\tau, r) = \frac{\partial q(\tau, r)}{\partial \tau} \qquad (3.23)$$

(1)

q เป็นฟังก์ชันของพลังงานและตำแหน่ง ซึ่งสามารถแยกได้ดังนี้

$$q(\tau, r) = T(\tau)\ R(r) \qquad (3.24)$$

เมื่อ $T(\tau)$ คือ ฟังก์ชันของพลังงานเพียงอย่างเดียว

$R(r)$ คือ ฟังก์ชันของตำแหน่งเพียงอย่างเดียว

แทนค่าในสมการที่ (3.23)

$$\frac{\nabla^2 R(r)}{R(r)} = \frac{1}{T(\tau)} \cdot \frac{dT(\tau)}{d\tau} \qquad (3.25)$$

จากสมการ (3.25) จะเห็นว่าทางซ้ายมือเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งเท่านั้น และทางขวามือเป็นฟังก์ชันของพลังงานเท่านั้น ดังนั้น ทั้งซ้ายและขวามือ จะเท่ากับตัวคงที่ ซึ่งสมมุติให้เท่ากับ $-B^2$

$$\frac{\nabla^2 R(r)}{R(r)} = -B^2$$

$$\nabla^2 R(r) + B^2 R(r) = 0 \qquad (3.26)$$

และ

$$\frac{1}{T(\tau)} \cdot \frac{dT(\tau)}{d\tau} = -B^2 \qquad (3.27)$$

จากสมการที่ (3.27)

$$T(\tau) = A\exp(-B^2\tau)$$

A คือ ค่าคงที่ และแทนค่า $T(\tau)$ ในสมการ (3.24)

$$q(\tau, r) = AR(r)\exp(-B^2\tau) \qquad (3.28)$$

B^2 จะต้องเป็นค่าจริงและเป็นบวก กรณีที่ $\tau = 0$

$$q(o, r) = AR(r) \qquad (3.29)$$

ถ้า n คือ จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับ ดังนั้น nf คือ จำนวนนิวตรอนที่ถูกจับในเชื้อเพลิง และ $fn\varepsilon$ คือ จำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับ แต่ $k_\infty = \eta\varepsilon fp$ ดังนั้น k_∞/p คือ จำนวนนิวตรอนช้าที่ถูกจับ และจำนวนที่นิวตรอนช้าถูกจับต่อปริมาตรต่อวินาที คือ $\Sigma_a\phi$ จำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่ถูกจับต่อปริมาตรต่อวินาที คือ $(k_\infty/p)\,\Sigma_a\phi$

จากสมการ (3.29)

$$AR(r) = \frac{k_\infty}{p}\,\Sigma_a\phi(r) \qquad (3.30)$$

และจากสมการ (3.28)

$$q(\tau,r) = \frac{k_\infty}{p}\,\Sigma_a\phi(r)\exp(-B^2\tau) \qquad (3.31)$$

แหล่งกำเนิดนิวตรอนช้า คือ $pq(\tau, r)$ หรือ $k_\infty\Sigma_a\phi(r)\exp(-B^2\tau)$

ดังนั้นจากสมการที่ (3.7)

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi + k_\infty\Sigma_a\phi\exp(-B^2\tau) = 0$$

$$\nabla^2\phi + \frac{k_\infty\exp(-B^2\tau) - 1}{L^2}\,\phi = 0 \qquad (3.32)$$

$$\nabla^2\phi + B_c^2\phi = 0 \qquad (3.33)$$

ซึ่ง $$B^2 = B_c^2 = \frac{k_\infty\exp(-B^2\tau) - 1}{L^2} \qquad (3.34)$$

หรือ $$\frac{k_{\infty} \exp(-B^{2}\tau)}{1 + L^{2} B_{c}^{2}} = 1 \quad (3.35)$$ [1]

สมการที่ (3.35) คือ สมการวิกฤตสำหรับการฟุ้งกระจายแบบเอจ ของแกนกลางเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ และ τ คือ ค่าพลังงานเฉลี่ยของเฟอร์มิเอจสำหรับนิวตรอนช้า

3.6 ขนาดวิกฤต (critical size)

จากสมการที่ (3.33) สามารถหาสมการทั่วไปสำหรับแกนเครื่องปฏิกรณ์รูปทรงกลมได้ คือ

$$\phi(r) = C\frac{\sin Br}{r} + C'\frac{\cos Br}{r}$$

เมื่อ C และ C′ คือ ค่าคงที่ และค่าฟลักซ์ที่จุดศูนย์กลางตามความจริงจะต้องมีค่า และสามารถหาค่าได้ ดังนั้น เทอม $(C' \cos Br)/r$ จึงตัดทิ้งไป

$$\phi(r) = C\frac{\sin Br}{r} \quad (3.36)$$

กำหนดให้ R เป็นรัศมีของเครื่องปฏิกรณ์รูปทรงกลม รวมทั้งระยะที่ฟลักซ์เป็นศูนย์ โดย $r = R$ สมการที่ (3.36) จึงเป็น

$$C\frac{\sin BR}{R} = 0$$

โดย C และ R ไม่เป็นศูนย์ ดังนั้น $\sin BR = 0$

$$BR = n\pi$$

$$B^{2} = \left[\frac{n\pi}{R}\right]^{2} \quad (3.37)$$

เมื่อ n คือ จำนวนเต็มบวก 1, 2, 3..... โดยไม่รวมศูนย์ด้วย เพราะจะทำให้ฟลักซ์ของนิวตรอนเป็นศูนย์ ในทางปฏิบัติคิดค่า $n = 1$

$$B^{2} = \left[\frac{\pi}{R}\right]^{2} \quad (3.38)$$

กรณีที่บัคคลิงของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เกิดวิกฤตพอดี B คือ B_c และ R คือ R_c ดังนั้น

$$R_c = \frac{\pi}{B_c} \tag{3.39}$$

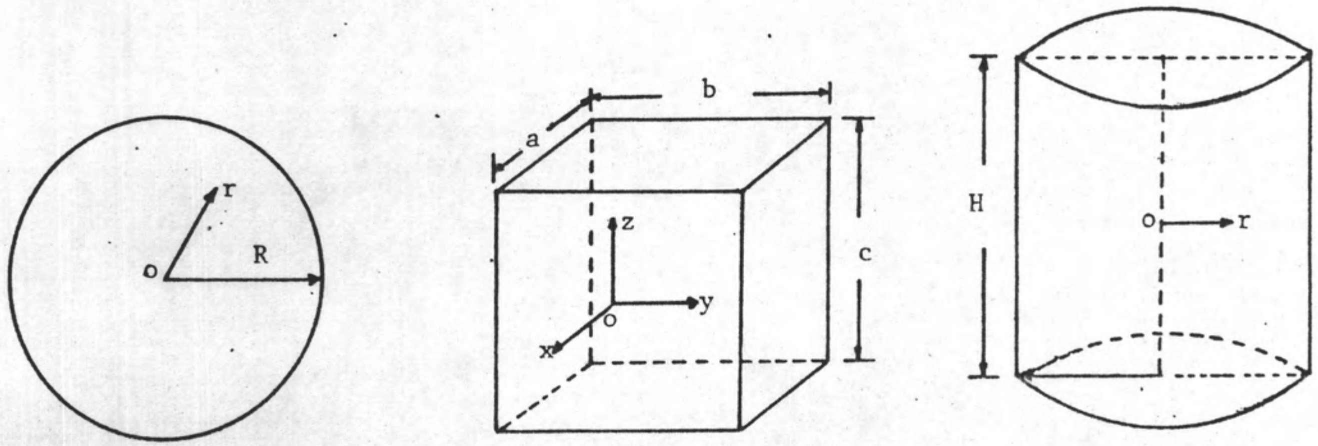
แทนค่าในสมการที่ (3.36)

$$\phi(r) = \frac{C}{r} \sin \frac{\pi r}{R_c} \tag{3.40}$$

นอกจากเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์รูปทรงกลมยังมีรูปทรงสี่เหลี่ยม และทรงกระบอกซึ่งสามารถหา B_c^2 , ϕ_c และปริมาตรวิกฤตที่น้อยที่สุดได้ ดังตารางที่ 3.3 และรูปที่ 3.2 ก็แสดงรูปลักษณะของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์รูปร่างต่าง ๆ

ตารางที่ 3.3[1] แสดงค่าบัคคลิงและการกระจายของฟลักซ์ในแกนกลางของเครื่องปฏิกรณ์

รูปทรงทางเรขา	B_c^2	ϕ_c	ปริมาตรวิกฤตที่น้อยที่สุด
ทรงกลม	$\left(\frac{\pi}{R}\right)^2$	$\frac{A}{r} \sin \frac{\pi r}{R_c}$	$\frac{130}{B_c^3}$
ทรงสี่เหลี่ยม	$\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2$	$A \cos \frac{\pi x}{a_c} \cos \frac{\pi y}{b_c} \cos \frac{\pi z}{c_c}$	$\frac{161}{B_c^3}$ $(a = b = c)$
ทรงกระบอก	$\left(\frac{2.405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$	$AJ_o\left(\frac{2.405r}{R_c}\right) \cos \frac{\pi z}{H_c}$	$\frac{148}{B_c^3}$ $(H = 1.847R)$



รูปทรงกลม　　รูปทรงสี่เหลี่ยม　　รูปทรงกระบอก

รูปที่ 3.2 (1) แสดงรูปทรงต่าง ๆ ของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์

3.7 นันลีเกจ พรอบบาบิลิตี้ (nonleakage probability)

ถ้าเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ มีขนาดใหญ่มากการรั่วของนิวตรอนจะไม่มี โดยนิวตรอนทุกตัวจะถูกจับหมด ค่า $k_\infty = 1$ ซึ่งแสดงว่า นิวตรอนทุกตัวที่ถูกจับจะถูกสร้างขึ้นมาใหม่ด้วยจำนวนเท่ากัน สำหรับเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ที่มีขนาดจำกัด จะมีการรั่วของนิวตรอน ซึ่งหาได้โดยแฟกเตอร์สองตัว คือ $\exp(-B^2\tau)$ และ $1/(1 + L^2B^2)$

$\exp(-B^2\tau)$ เป็นนันลีเกจ พรอบบาบิลิตี้ ของนิวตรอนขณะลดพลังงานมาเป็นพลังงานที่เอจ (age) อัตราการรั่วของนิวตรอนคือ $-D\nabla^2\phi$ หรือจากสมการที่ (3.33) จะเป็น $DB^2\phi$ นิวตรอน/(ซม.)^3 (วินาที) อัตราการจับนิวตรอนช้าคือ $\Sigma_a\phi$ นิวตรอน/(ซม.)^3(วินาที) และสัดส่วนของการรั่วของนิวตรอนช้า ต่อ นิวตรอนช้าที่ถูกจับคือ

$$\frac{\text{นิวตรอนช้าที่รั่วออกไป}}{\text{นิวตรอนช้าที่ถูกดูดกลืน}} = \frac{DB^2}{\Sigma_a} = L^2B^2$$

เมื่อ $D/\Sigma_a = L^2$ เรียกว่า กำลังสองของระยะการกระจายของนิวตรอนช้า

เอาหนึ่งบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\frac{\text{นิวตรอนช้าที่ถูกดูดกลืน}}{\text{นิวตรอนช้าที่ถูกดูดกลืน + นิวตอรนช้าที่รั่วออกไป}} = \frac{1}{1 + L^2B^2} \qquad (3.41)$$

$1/(1 + L^2B^2)$ คือ นันลีเกจ พรอบบาบิลิตี้ สำหรับนิวตรอนช้า

ส่วน $\exp(-B^2\tau)$ สามารถกระจายได้เป็นอนุกรม ดังนี้

$$\exp(-B^2\tau) = 1 - \frac{B^2\tau}{1!} + \frac{B^4\tau^2}{2!} - \frac{B^6\tau^3}{3!} + \ldots\ldots.$$

เทอม B ที่ยกกำลังมากกว่าสอง สามารถตัดทิ้งไปได้

$$\exp(-B^2\tau) \simeq 1 - B^2\tau = (1 + B^2\tau)^{-1}$$

จากสมการที่ (3.35) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{k_\infty}{(1 + \tau B_c^2)(1 + L^2B_c^2)} = 1 \qquad (3.42)$$

เทอม B_c^4 ตัดทิ้งไป

$$\frac{k_{\infty}}{1 + B_c^2 (L^2 + \tau)} = 1 \qquad (1) \qquad (3.43)$$

$M^2 = L^2 + \tau$ คือ ไมเกรชัน แอเรีย (migration area)

$$\frac{k_{\infty}}{1 + M^2 B_c^2} = 1 \qquad (3.44)$$

สมการที่ (3.44) เป็นสมการวิกฤตสำหรับเครื่องปฏิกรณ์ขนาดใหญ่

3.8 เอฟเฟคทีฟ มัลติพลิเคชันแฟกเตอร์ (effective multiplication factor)

กำหนดให้ p คือ นันลีเกจ พรอบบาบิลิตี้ ทั้งหมด (total nonleakage probabity) ของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ ที่มีขนาดจำกัด ซึ่งอยู่ภายใต้อิทธิพลของ $\exp(-B^2 \tau)$ และ $1/(1 + L^2 B^2)$ โดย $k_{\infty} P = k_{eff}$

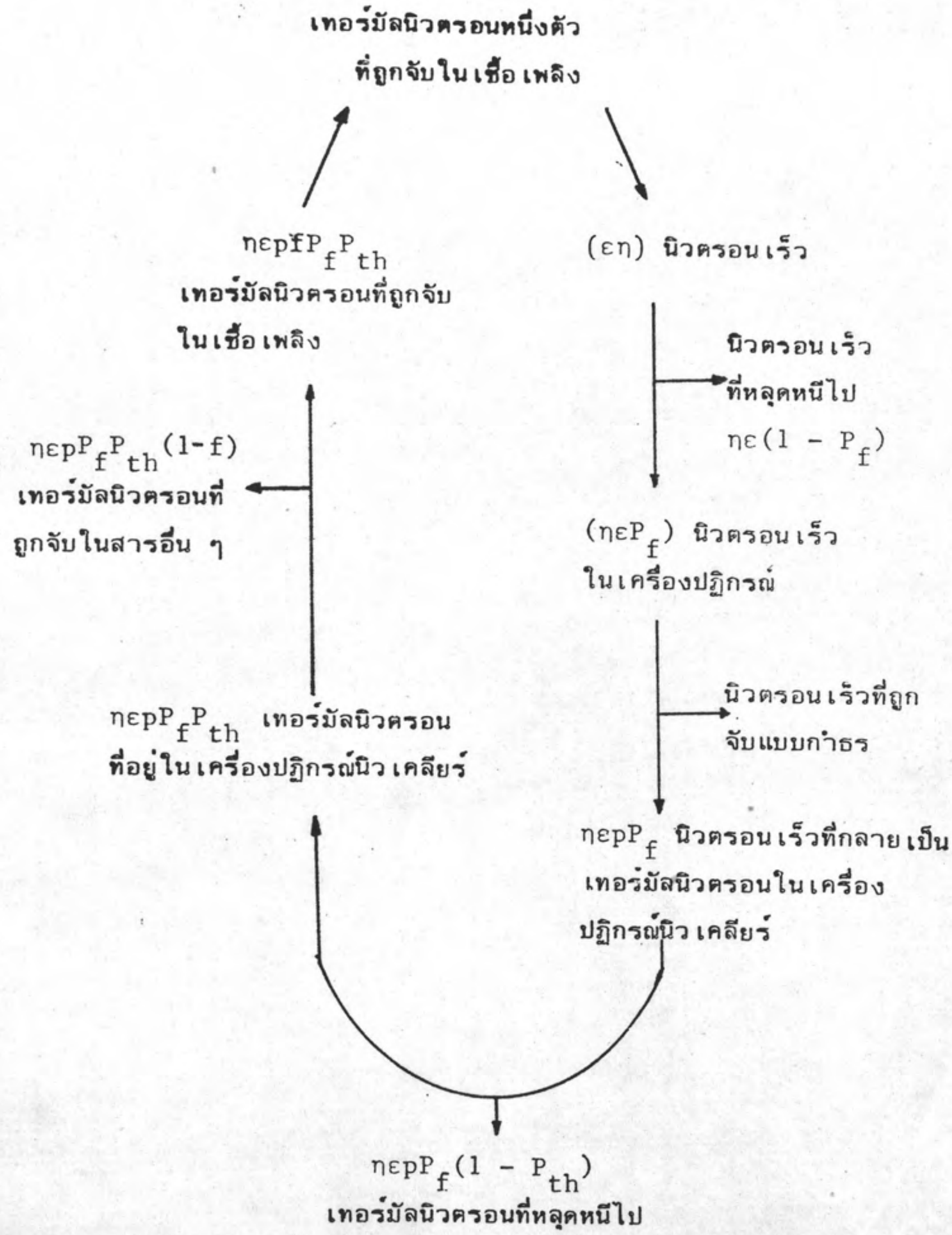
$$\frac{k_{\infty} \exp(-B^2 \tau)}{1 + L^2 B^2} = k_{eff} \qquad (1) \qquad (3.45.1)$$

กรณีที่ $k_{eff} = 1$ แสดงว่า เครื่องปฏิกรณ์กำลังอยู่ในสภาวะวิกฤต และถ้าเครื่องปฏิกรณ์ มีขนาดใหญ่กว่าขนาดที่เกิดวิกฤต โดยการเพิ่มเชื้อเพลิง และตัวหน่วงนิวตรอน ค่า $k_{eff} > 1$ เกิดกรณีสูงกว่าวิกฤต

ค่า B^2 ที่คำนวณได้ในกรณีนี้จะน้อยกว่า B_c^2 ในกรณีนี้ $\exp(-B^2 \tau)$ และ $1/(1 + L^2 B^2)$ มีค่ามากกว่ากรณีที่ทำให้เกิดวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์ ในทางกลับกัน ถ้า $k_{eff} < 1$ จะเกิดกรณี ต่ำกว่าวิกฤต เพราะว่าค่า $\exp(-B^2 \tau)$ และ $1/(1 + L^2 B^2)$ มีค่าน้อยกว่าค่าที่จะทำให้เครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤต

สำหรับค่า L ในสมการที่ (3.45.1) นั้น จะหมายถึง ระยะการฟุ้งกระจายของเทอร์มัลนิวตรอนในแกนเครื่องปฏิกรณ์ ซึ่งสามารถหาได้ดังสมการ

$$L^2 = L_m^2 (1 - f) \frac{V}{V_1} \qquad (1) \qquad (3.45.2)$$



รูปที่ 3.3[4] แสดงวัฏจักรของเทอร์มัลนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์

เมื่อ L_m คือ ระยะการฟุ้งกระจายของเทอร์มัลนิวตรอนในตัวหน่วงนิวตรอน

V คือ ปริมาตรทั้งหมดของแกนเครื่องปฏิกรณ์

V_1 คือ ปริมาตรของตัวหน่วงนิวตรอน

3.9 <u>บัคคลิงทรงเรขาคณิต</u> (geometrical buckling) ; B_g^2

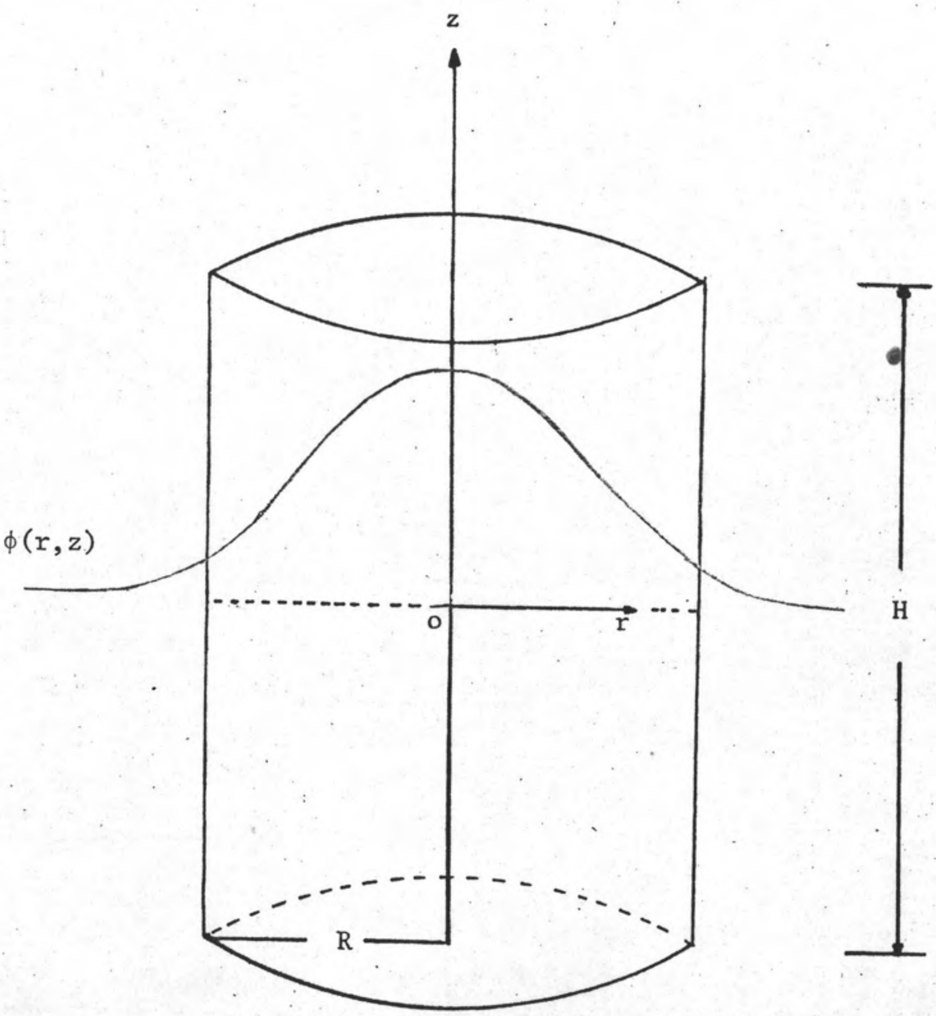
เป็นค่าบัคคลิงที่ขึ้นอยู่กับขนาดและรูปร่างของเครื่องปฏิกรณ์ ซึ่งมีอยู่หลายแบบ เช่น แบบทรงกลม แบบรูปทรงสี่เหลี่ยม หรือ แบบทรงกระบอก ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะเครื่องปฏิกรณ์ รูปทรงกระบอกเท่านั้น และมีขนาดจำกัด

ในทางปฏิบัติกำหนดให้ความสูงของทรงกระบอกอยู่ในแนวแกน z และ r คือรัศมีของทรงกระบอก จากสมการที่ (3.33)

$$\nabla^2 \phi + B_g^2 \phi = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + B_g^2 \phi = 0 \qquad (3.46)$$

จากขอบเขตเงื่อนไขที่ $\phi(r, z)$ จะต้องหาค่าได้ที่ $r = 0$ และจะมีค่าเป็นศูนย์ที่จุดระยะห่างจากผิวของแกนกลางเท่า 0.71 λ_{tr} ดังรูปที่ (3.4)



รูปที่ 3.4 . แสดงการกระจายของฟลักซ์ในเครื่องปฏิกรณ์รูปทรงกระบอก

จากรูป r มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง R และ z มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง $\pm H/2$ และจากสมการที่ (3.46) สามารถแยก $\phi(r, z)$ เป็นสองฟังก์ชัน คือ

$$\phi(r, z) = \Theta(r)\, Z(z) \qquad (3.47)$$

แทนค่าในสมการที่ (3.46) และหารด้วย Θz

$$\frac{1}{\Theta}\left(\frac{d^2\Theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{d\Theta}{dr}\right) + \frac{1}{Z}\cdot\frac{d^2Z}{dz^2} + B_g^2 = 0 \qquad (3.48)$$

เนื่องจากเทอมแรกขึ้นกับตัวแปร r เพียงอย่างเดียว และเทอมที่สองก็ขึ้นกับตัวแปร z อย่างเดียวเช่นกัน จึงให้เท่ากับตัวคงที่

$$\frac{1}{\Theta}\left(\frac{d^2\Theta}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{d\Theta}{dr}\right) = -\alpha^2 \qquad (3.49)$$

และ

$$\frac{1}{Z}\cdot\frac{d^2Z}{dz^2} = -\beta^2 \qquad (3.50)$$

α^2 และ β^2 คือ ค่าคงที่ซึ่งอาจจะเป็นบวกหรือลบก็ได้

ดังนั้น

$$-\alpha^2 - \beta^2 + B_g^2 = 0$$

$$B_g^2 = \alpha^2 + \beta^2 \qquad (3.51)$$

จากสมการที่ (3.49)

$$r^2\frac{d^2\Theta}{dr^2} + r\frac{d\Theta}{dr} + \alpha^2 r^2\Theta = 0 \qquad (3.52)$$

สมการที่ (3.52) นี้ สามารถทำให้อยู่ในรูปของสมการเบสเสล (Bessel's equation) โดยกำหนดให้

$$u = \alpha r \qquad (3.53)$$

$$\frac{du}{dr} = \alpha$$

และ

$$\frac{d\Theta}{dr} = \frac{d\Theta}{du}\cdot\frac{du}{dr} = \alpha\frac{d\Theta}{du} \qquad (3.54)$$

$$\frac{d^2\Theta}{dr^2} = \frac{d}{dr}\left(\alpha \frac{d\Theta}{du}\right) = \frac{d}{du}\left(\alpha \frac{d\Theta}{du}\right)\frac{du}{dr} = \alpha^2 \frac{d^2\Theta}{du^2} \qquad (3.55)$$

แทนค่าในสมการที่ (3.52)

$$u^2\left(\frac{d^2\Theta}{du^2}\right) + u\frac{d\Theta}{du} + u^2\Theta = 0 \qquad (3.56)$$

สมการทั่วไปของเบสเสล คือ

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)\,y = 0$$

สมการที่ (3.56) เป็นสมการเบสเสล ลำดับที่ศูนย์ ($n = 0$) ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่ u^2 และ α^2 เป็นบวก สมการทั่วไปของสมการที่ (3.56) คือ

$$\Theta = AJ_o(u) + CY_o(u) \qquad (3.57)$$

เมื่อ J_o และ Y_o เป็น เบสเสล ฟังก์ชัน (bessel functions) ชนิดที่หนึ่งและสอง ตามลำดับของลำดับที่ศูนย์

ถ้า α^2 มีค่าเป็นลบ สมการเบสเสล จะเป็น

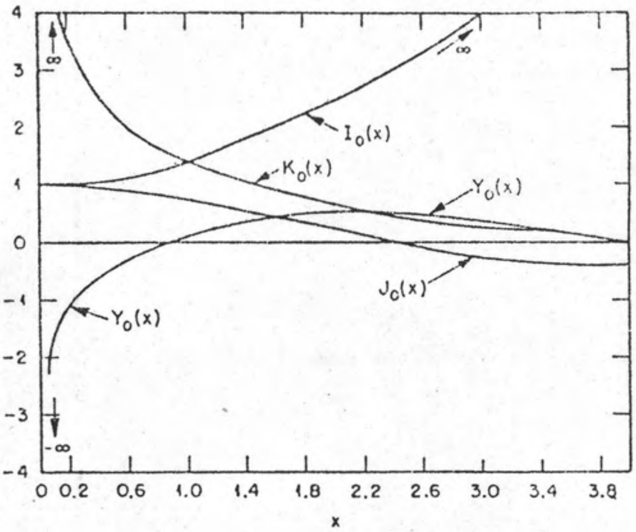
$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - (x^2 - n^2)\,y = 0$$

กรณีที่ n เป็นเลขลำดับที่ศูนย์ สมการทั่วไปจะเป็น

$$\Theta = A'I_o(u) + C'K_o(u) \qquad (3.58)$$

เมื่อ I_o และ K_o คือ โมดิฟาย เบสเสลฟังก์ชัน (modified bessel function) ชนิดที่หนึ่ง และสอง ตามลำดับ

เราสามารถที่จะหาว่า α^2 เป็นบวกหรือลบได้ โดยใช้เงื่อนไขขอบเขต ค่าของฟังก์ชัน J_o, Y_o, I_o และ K_o สำหรับการแปรค่า u สามารถที่จะเขียนกราฟความสัมพันธ์ได้ ดังรูปที่ 3.5 [5]



ี่ 3.5 แสดงค่าเบสเสลฟังก์ชันลำดับศูนย์ (zero-order bessel function)

จากรูปจะเห็นว่า Y_o เป็น $-\infty$ และ K_o เป็น ∞ เมื่อ u เป็นศูนย์ และ I_o จะเพิ่มขึ้นเป็นอนันต์เมื่อ u เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ พิจารณาจากสมการที่ (3.52) สมการทั่วไปจึงมีเพียง

$$\Theta(r) = AJ_o(u) = AJ_o(\alpha r) \qquad (3.59)$$

โดยที่ α^2 เป็นบวก

จากขอบเขตเงื่อนไข เมื่อ $r = R$; $\phi(r, z) = 0$ ในทำนองเดียวกัน $\phi(r,z)$ แทนด้วย $\Theta(r)$ ซึ่งขึ้นกับ r ดังนั้น

$$\Theta(r) = AJ_o(\alpha R) = 0$$

โดยตัวคงที่ A ไม่เป็นศูนย์ $(A \neq 0)$

ดังนั้น $\qquad J_o(\alpha R) = 0$

หรือ $\qquad J_o(u) = 0$

พิจารณาจากรูปที่ 3.5 ค่า $J_o(x) = 0$ เมื่อ $x = 2.405$ ในที่นี้ αR คือ x

ดังนั้น $\quad \alpha R = 2.405$

$$\alpha = 2.405/R \quad \text{และ} \quad \alpha^2 = (2.405/R)^2 \qquad (3.60)$$

แทนค่าในสมการที่ (3.59)

$$\Theta(r) = AJ_o(2.405\, r/R) \qquad (3.61)$$

จากสมการที่ (3.50) สมการทั่วไปจะเป็น

$$Z(z) = C \cos \beta z$$

พิจารณาจากรูป 3.4 ที่ $z = H/2$ ฟลักซ์จะมีค่าเป็นศูนย์

$$C \cos \beta z = 0$$

และ C เป็นค่าคงที่ ที่ไม่เป็นศูนย์ $(C \neq 0)$ ดังนั้น

$$\cos \beta z = 0$$

เมื่อ $z = H/2$ ดังนั้น $\beta = \pi/H$ หรือ $\beta^2 = (\pi/H)^2$

แทนค่า α^2 และ β^2 ในสมการที่ (3.51)

(6)

$$B_g^2 = \left(\frac{2.405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \qquad (3.62)$$

ในทำนองเดียวกันสมการที่ (3.47) จะกลายเป็น

$$\phi(r, z) = AJ_o\left(\frac{2.405r}{R}\right) \cos \frac{\pi z}{H} \qquad (3.63)$$

เมื่อ R คือ รัศมีวิกฤตของแกนเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์

H คือ ความสูงวิกฤตของแกนเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์