

ผลกระทบของรุ่นในอัตรามรณะไทย



บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2558

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

COHORT EFFECTS IN THAI MORTALITY RATES

Mr. Suttiwat Sangklai



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Insurance

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2015

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลกระทบของรุ่นในอัตราประเทศไทย
โดย	นายสุทธิวัฒน์ แสงคล้าย
สาขาวิชา	การประกันภัย
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร. สุวณี สุรเสียงสังข์

คณะพาณิชย์ศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

..... คณบดีคณะพาณิชย์ศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร. พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุวณี สุรเสียงสังข์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. รักชนก คชานูบาล)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อุไรวรรณ เจริญกิตติกุล)

สุทธิวัฒน์ แสงคล้าย : ผลกระทบของรุ่นในอัตรา mortalities ไทย (COHORT EFFECTS IN THAI MORTALITY RATES) อ.ที่ปริกษาวิทยาลัยพนธ์หลัก: รศ. ดร. สุวณิ สุรเสียงสังข์, 208 หน้า.

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้คือการพิจารณาความแตกต่างของอัตรา mortalities ในแต่ละรุ่นเกิดขึ้นตอนการศึกษาคือการเลือกตัวแบบอัตรา mortalities ที่เหมาะสมที่สุดกับอัตรา mortalities ไทย จาก 5 ตัวแบบคือ ตัวแบบของลี คาร์เตอร์ (Lee-Carter model : LC) ตัวแบบของเรนชอว์และฮาร์เบอร์แมนเรนชอว์ (Renshaw and Haberman model: RH) ตัวแบบอายุ-เวลา-รุ่นประชากร (Age-Period-Cohort model: APC) ตัวแบบของเครน เบรค ดอว์ (Cairns-Blake-Dowd model : CBD) และตัวแบบของเครน เบรค ดอว์ แบบพิจารณาผลกระทบรุ่น (Generalized Cairns-Blake-Dowd model: GCBD) ข้อมูลที่ใช้ศึกษาคือข้อมูลจำนวนประชากรและจำนวนการตาย แยกอายุ แยกเพศ ของปี พ.ศ. 2506-2557 เกณฑ์ที่ใช้ในการเลือกตัวแบบคือค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute percentage error :MAPE) และค่าเกณฑ์สารสนเทศของเบย์ (Bayes Information Criterion :BIC) หลังจากเลือกตัวแบบอัตรา mortalities ที่เหมาะสมแล้ว งานวิจัยนี้ได้หาตัวแบบออริมา (Autoregressive integrated moving average: ARIMA) ที่เหมาะสมสำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตรา mortalities ที่เลือกได้ และพยากรณ์อัตรา mortalities ไปข้างหน้า 70 ปี หลังจากนั้นค่าพยากรณ์ของอัตรา mortalities ของรุ่นเกิดที่แตกต่างกันได้ถูกใช้ในการคำนวณมูลค่าเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตแบบเงินรายปีตัวอย่าง และเปรียบเทียบมูลค่าของเบี้ยประกันภัยเพื่อสรุปผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงของอัตรา mortalities ในแต่ละรุ่นเกิดที่มีต่อมูลค่าของเบี้ยประกันภัย

ผลการศึกษาพบว่า ตัวแบบ RH เป็นตัวแบบที่ประมาณค่าอัตรา mortalities ของไทยได้ดี ค่าอัตรา mortalities ที่พยากรณ์จากตัวแบบ RH แสดงให้เห็นว่า อัตรา mortalities มีแนวโน้มลดลงในแต่ละรุ่นเกิด โดยอัตรา mortalities ของเพศหญิงมีแนวโน้มลดลงเร็วกว่าของเพศชาย อัตรา mortalities ตามรุ่นเกิดลดลงช้ากว่าอัตรา mortalities ตามปีปฏิทิน และมูลค่าของเบี้ยประกันภัยที่คำนวณจากอัตรา mortalities ของคนที่เกิดรุ่นหลังมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้นเนื่องจากการลดลงของอัตรา mortalities ในแต่ละรุ่น

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต
 สาขาวิชา การประกันภัย ลายมือชื่อ อ.ที่ปริกษาหลัก
 ปีการศึกษา 2558

5681602026 : MAJOR INSURANCE

KEYWORDS: THAI MORTALITY RATE / COHORT EFFECT / MORTALITY MODEL / ผลกระทบ
ของรุ่น / ตัวแบบอัตรา mortalitas / อัตรา mortalitas ไทย

SUTTIWAT SANGKLAI: COHORT EFFECTS IN THAI MORTALITY RATES. ADVISOR:
ASSOC. PROF. SUWANEE SURASIENG SUNK, Ph.D., 208 pp.

The objective of this research is to consider whether there is difference for the mortality rates of Thai population from different birth cohorts. The process of research involves choosing the most appropriate model for Thai mortality rates from 5 candidate models consisting of Lee-Carter model, Renshaw and Harberman model, Age-Period-Cohort model, Cairns-Blake-Dowd model and generalized Cairns-Blake-Dowd model. The data used in this study are the number of population and the number of death classified by age and sex in year 1963-2014. The value of Mean Absolute Percent Error (MAPE) and Bayesian Information Criterion (BIC) of each model are used to select the most appropriate model. After choosing the appropriate model, this research uses Autoregressive Integrated Moving Average model (ARIMA) to forecast the value of estimated parameters of the model and use them to forecast Thai mortality rates for the next 70 years. Lastly the forecasted mortality rates of different birth cohorts are used to calculate the premium for the example annuity insurance products. Then the value of premiums are compared to conclude how changing in mortality of different birth cohorts affects the value of premiums.

The results revealed that RH model is appropriate for estimating Thai mortality rate. The forecasted mortality rates from RH model show that birth cohort's mortality rates tend to decrease which decreasing of female mortality rates is faster than male's. Mortality rates decreasing by cohorts is slower than mortality rates decreasing by calendar years. The premiums calculated by forecasted mortality rates of later birth cohorts tend to increase because of decreasing in mortality rates by birth cohorts.

Department: Statistics

Student's Signature

Field of Study: Insurance

Advisor's Signature

Academic Year: 2015

กิตติกรรมประกาศ

งานวิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลือ คำแนะนำ และกำลังใจ จาก ท่าน รศ.ดร. สุวณี สุรเสียงสังข์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาของงานวิจัยฉบับนี้ ท่านได้สละเวลาให้ คำปรึกษาและช่วยแก้ไขให้งานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยมีความทราบบ้างในความ กรุณาของท่าน และขอขอบพระคุณท่านมา ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณท่าน อ. ดร. อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดิ์ ท่าน อ. ดร. รักชนก คชานูบาล และท่าน ผศ. ดร. อุไรวรรณ เจริญกิริติกุล ที่กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาเป็นกรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ และยังให้คำแนะนำให้การแก้ไขและเพิ่มเติมให้งานวิทยานิพนธ์มีความถูกต้องและ สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณท่านอาจารย์ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้สั่งสอนและให้ความรู้จนสามารถมีวันนี้ได้

ขอขอบคุณเพื่อนๆที่คอยให้คำปรึกษาและให้กำลังใจในการทำงานวิจัย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง นางสาวพงษ์ธิดา ปัญญาจิระวุฒิ ซึ่งคอยอยู่เคียงข้างและให้กำลังใจ ทำให้งานวิจัยเล่มนี้สำเร็จ ลงได้

สุดท้ายนี้ ขอขอบพระคุณกำลังใจจากครอบครัว ที่คอยเป็นแรงผลักดันให้ตั้งใจในการ ทำวิทยานิพนธ์ และคอยดูแลเสมอมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญภาพ	ฎ
สารบัญตาราง.....	ด
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 บริบทของปัญหา.....	3
1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	4
1.4 ขอบเขตของงานวิจัย	4
1.5 ข้อกำหนดเบื้องต้นของงานวิจัย.....	5
1.6 ข้อจำกัดของงานวิจัย.....	5
1.7 คำจำกัดความของงานวิจัย	6
1.8 ประโยชน์ของงานวิจัย.....	6
1.9 วิธีดำเนินงานวิจัยโดยย่อ	6
1.10 ลำดับขั้นในการนำเสนอผลการวิจัย.....	9
บทที่ 2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	10
2.1 ตัวแบบพยากรณ์อัตราณณะ	10
2.1.1. ตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป (Generalized linear model : GLM).....	11
2.1.2. ตัวแบบของลี คาร์เตอร์(Lee-Carter : LC).....	14
2.1.3. ตัวแบบของเรนชอ และฮาเบอร์แมน (Renshaw and Haberman model: RH)	15

2.1.4. ตัวแบบอายุ-ปี-รุ่นประชากร (Age-Period-Cohort : APC).....	17
2.1.5. ตัวแบบ คาร์ล เบรก ดอน (Cairns, Blake and Dowd model: CBD) อย่าง ง่าย	18
2.1.6. ตัวแบบ CBD แบบเป็นทอมกำลังสองและพิจารณาผลกระทบรุ่น (Generalized Cairns, Blake and Dowd model : GCBD)	19
2.2 วิธีที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตราณณะ.....	21
2.2.1 วิธีการแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง (Singular Value Decomposition: SVD)....	21
2.2.2 วิธีประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method: MLE Method)	22
2.2.3 การหาค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการทำซ้ำของนิวตัน เรฟสัน (Newton Raphson) .25	
2.3 .เกณฑ์ในการพิจารณาความเหมาะสมของตัวแบบเพื่อใช้พยากรณ์อัตราณณะ	27
2.3.1 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error : MAPE)	27
2.3.2 ค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayesian information criterion: BIC)	28
2.4 ตัวแบบอริมา (AutoRegressive Integrated Moving Average: ARIMA).....	28
2.4.1 การแปลงข้อมูลให้มีความนิ่ง (Stationary) เพื่อใช้กับตัวแบบอริมา	31
2.4.2 การหาอันดับที่เหมาะสม p, q ของตัวแบบ ARIMA(p,d,q)	32
2.4.3 การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ.....	33
2.4.4 การเลือกตัวแบบอริมาที่เหมาะสม	33
2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	34
บทที่ 3 การดำเนินงานวิจัย	38
3.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล	38
3.2 ขั้นตอนการเตรียมข้อมูล	39
3.2.1 การแปลงข้อมูลจำนวนประชากรปลายปีให้เป็นจำนวนประชากรกลางปี	39

3.2.2 การแปลงข้อมูลจำนวนตายและจำนวนประชากรจากรายกลุ่มอายุ 5 ปี ให้เป็น แบบรายอายุ	39
3.3 การกระจายข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุ.....	44
3.4 การปรับข้อมูลจำนวนการตายที่รายงานต่ำกว่าความเป็นจริง.....	48
3.5 การปรับข้อมูลอัตราตายกลางปีของผู้สูงอายุ	56
บทที่ 4 การประมาณและการพยากรณ์ค่าอัตราการมรณะ	60
4.1 ค่าประมาณอัตราการมรณะของตัวแบบที่ศึกษา	60
4.2 การเลือกตัวแบบอัตราการมรณะ	61
4.3 การพยากรณ์ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ RH เพื่อใช้พยากรณ์ค่าอัตราการมรณะ	76
4.4 ช่วงการประมาณของอัตราตายกลางปี	90
4.4 การเปรียบเทียบอัตราการมรณะที่พยากรณ์ได้กับอัตราการมรณะจริงของปี พ.ศ. 2554-2557 ..	94
4.5 การปรับค่าอัตราการมรณะของประชากรให้เป็นอัตราการมรณะของผู้เอาประกันภัย	99
4.6 การพิจารณาผลกระทบของรุ่นในอัตราการมรณะของประชากรไทย	105
4.7 อัตราการมรณะที่พยากรณ์ได้กับการคำนวณมูลค่าเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิต แบบเงินรายปี	118
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	128
5.1 สรุปผลการวิจัย	128
5.2 อภิปรายผลการวิจัย	131
5.3 ข้อเสนอแนะ	132
5.3.1 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยในอนาคต	132
5.3.2 ข้อเสนอแนะสำหรับบริษัทประกันชีวิต	133
รายการอ้างอิง	134
ภาคผนวก.....	136

ภาคผนวก ก	ลักษณะของตัวแบบอัตราณณะที่ศึกษา ฟังก์ชัน log-likelihood และสมการที่ใช้ในการทำซ้ำเพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์.....	137
ภาคผนวก ข	ค่าอัตราตายกลางปีที่ถูกปรับให้เหมาะสมต่องานวิจัย ของเพศชายและเพศหญิงของปี พ.ศ. 2506 2516 2526 2536 2546 และ 2556.....	146
ภาคผนวก ค	ค่าประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละตัวแบบอัตราณณะที่ศึกษา ของเพศชายและเพศหญิง.....	152
ภาคผนวก ง	อัตราตายกลางปีของเพศชายและเพศหญิงที่ประมาณด้วยตัวแบบRH ของปี พ.ศ. 2506 2516 2526 2536 2546 และ 2556.....	192
ภาคผนวก จ	โค้ดโปรแกรม R ที่ใช้ในการศึกษาในงานวิจัย	203
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์		208



สารบัญภาพ

แผนภาพที่ 1.1	แสดงการเปลี่ยนแปลงของอัตราการมรณะในผู้สูงอายุเพศหญิงของประเทศไทย ข้อมูลจากงานวิจัย “old age mortality in Eastern and South-Eastern Asia” (Danan et al., 2013).....	1
แผนภาพที่ 1.2	แสดงขั้นตอนการดำเนินงานโดยย่อ.....	8
แผนภาพที่ 2.1	แสดงความสัมพันธ์ของตัวแบบอัตราการมรณะที่ศึกษา	11
แผนภาพที่ 2.2	แสดงขั้นตอนการหาตัวแบบอริมาเพื่อใช้พยากรณ์ดัชนีเวลา	30
แผนภาพที่ 3.1	แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีของปี พ.ศ. 2506, 2516, 2526, 2536, 2546, 2553 ของเพศชาย ก่อนและหลังปรับด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์	58
แผนภาพที่ 3.2	แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีของปี พ.ศ. 2506, 2516, 2526, 2536, 2546, 2553 ของเพศหญิง ก่อนและหลังปรับด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์	59
แผนภาพที่ 4.1	แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศชาย ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ LC และ RH ที่ประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธี MLE (Maximum Likelihood Estimation).....	61
แผนภาพที่ 4.2	แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศชาย ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ LC และตัวแบบ RH ที่ประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี SVD	62
แผนภาพที่ 4.3	แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศชาย ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ APC ตัวแบบ CBD และ GCBD	62
แผนภาพที่ 4.4	แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศหญิง ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ LC และ RH ที่ประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธี MLE (Maximum Likelihood Estimation).....	63
แผนภาพที่ 4.5	แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศหญิง ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ LC และตัวแบบ RH ที่ประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี SVD	63

แผนภาพที่ 4.6	แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศหญิง ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ ประมาณได้จากตัวแบบ APC ตัวแบบ CBD และ GCBD	64
แผนภาพที่ 4.7	แสดงค่าของอนุกรมเวลา γ_{t-x} ของเพศชาย ก่อนและหลังการแปลงด้วยวิธีของบี ออกคอกซ์	77
แผนภาพที่ 4.8	แสดงกราฟของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลา γ_{t-x} ของเพศชาย ที่ผ่าน การหาผลต่าง 2 ครั้ง	78
แผนภาพที่ 4.9	แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของชุดพารามิเตอร์ $k_{t,male}$ ของปี พ.ศ. 2506- 2553	81
แผนภาพที่ 4.10	แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_{t,female}$ ของปี พ.ศ. 2506-2553	81
แผนภาพที่ 4.11	แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าประมาณพารามิเตอร์ $\gamma_{t-x,female}$	82
แผนภาพที่ 4.12	แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_{t,male}$ ของปี พ.ศ. 2538-2553	82
แผนภาพที่ 4.13	แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_{t,female}$ ของปี พ.ศ. 2538-2553	83
แผนภาพที่ 4.14	แสดงค่ากราฟของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาของพารามิเตอร์ $k_{t,male}$	84
แผนภาพที่ 4.15	แสดงค่ากราฟของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาของพารามิเตอร์ $k_{t,female}$	84
แผนภาพที่ 4.16	แสดงค่ากราฟของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาของพารามิเตอร์ $\gamma_{t-x,female}$	85
แผนภาพที่ 4.17	แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราตายกลางปี และ ช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศชายในปี พ.ศ. 2506.....	91
แผนภาพที่ 4.18	แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราตายกลางปี และ ช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศชายในปี พ.ศ. 2526.....	91

แผนภาพที่ 4.19 แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศชายในปี พ.ศ. 2546.....	92
แผนภาพที่ 4.20 แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศหญิงในปี พ.ศ. 2506.....	92
แผนภาพที่ 4.21 แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศหญิงในปี พ.ศ. 2526.....	93
แผนภาพที่ 4.22 แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศหญิงในปี พ.ศ. 2546.....	93
แผนภาพที่ 4.23 แสดงการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะจริง ในปี พ.ศ. 2554 สำหรับเพศชาย.....	94
แผนภาพที่ 4.24 แสดงการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะจริง ในปี พ.ศ. 2555 สำหรับเพศชาย.....	95
แผนภาพที่ 4.25 แสดงการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะจริง ในปี พ.ศ. 2556 สำหรับเพศชาย.....	95
แผนภาพที่ 4.26 แสดงการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะจริง ในปี พ.ศ. 2557 สำหรับเพศชาย.....	96
แผนภาพที่ 4.27 แสดงการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะจริง ในปี พ.ศ. 2554 สำหรับเพศหญิง.....	96
แผนภาพที่ 4.28 แสดงการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะจริง ในปี พ.ศ. 2555 สำหรับเพศหญิง.....	97
แผนภาพที่ 4.29 แสดงการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะจริง ในปี พ.ศ. 2556 สำหรับเพศหญิง.....	97
แผนภาพที่ 4.30 แสดงการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะจริง ในปี พ.ศ. 2557 สำหรับเพศหญิง.....	98
แผนภาพที่ 4.31 แสดงกราฟของค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะทั้งของเพศชายและเพศหญิง.....	102

แผนภาพที่ 4.32 แสดงกราฟของค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราภาระทั้งของเพศชายและเพศหญิง หลังการปรับเรียบ	105
แผนภาพที่ 4.33 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศชาย สำหรับช่วงอายุ 0-30 ปี ของรุ่น 2506 2526 2546 2566 และ 2586	106
แผนภาพที่ 4.34 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศชาย สำหรับช่วงอายุ 31-60 ปี ของรุ่น 2475 2495 2515 2535 และ 2555	106
แผนภาพที่ 4.35 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศชาย สำหรับช่วงอายุ 61-90 ปี ของรุ่น 2445 2465 2485 2505 และ 2525	107
แผนภาพที่ 4.36 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศชาย สำหรับช่วงอายุ 91-110 ปี ของรุ่น 2415 2435 2455 2475 และ 2495	107
แผนภาพที่ 4.37 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุ 0-30 ปี ของรุ่น 2506 2526 2546 2566 และ 2586	108
แผนภาพที่ 4.38 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุ 31-60 ปี ของรุ่น 2475 2495 2515 2535 และ 2555	108
แผนภาพที่ 4.39 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุ 61-90 ปี ของรุ่น 2445 2465 2485 2505 และ 2525	109
แผนภาพที่ 4.40 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุ 91-110 ปี ของรุ่น 2415 2435 2455 2475 และ 2495	109
แผนภาพที่ 4.41 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 10 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	111
แผนภาพที่ 4.42 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 20 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	111
แผนภาพที่ 4.43 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 30 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	112
แผนภาพที่ 4.44 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 40 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	112

แผนภาพที่ 4.45 แสดงกราฟของอัตราณณะเปรียบเทียบตามรุ่นเกิดโดยพิจารณาที่อายุ 50 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	113
แผนภาพที่ 4.46 แสดงกราฟของอัตราณณะเปรียบเทียบตามรุ่นเกิดโดยพิจารณาที่อายุ 60 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	113
แผนภาพที่ 4.47 แสดงกราฟของอัตราณณะเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 70 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	114
แผนภาพที่ 4.48 แสดงกราฟของอัตราณณะเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 80 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	114
แผนภาพที่ 4.49 แสดงกราฟของอัตราณณะเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 90 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	115
แผนภาพที่ 4.50 แสดงกราฟของอัตราณณะเปรียบเทียบตามรุ่นเกิดโดยพิจารณาที่อายุ 100 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	115
แผนภาพที่ 4.51 แสดงค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ของรุ่นเกิด 2446 ถึงรุ่นเกิด 2516 สำหรับ เพศชายและเพศหญิง	116
แผนภาพที่ 4.52 แสดงค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปีที่คำนวณจากอัตราณณะในปี พ.ศ.2506- 2526.....	117
แผนภาพที่ 4.53 แสดงรูปแบบของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่างA.....	120
แผนภาพที่ 4.54 แสดงค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวด ของแบบประกันภัยตัวอย่างA ที่มีการจ่าย เบี้ยประกันภัยรายปี ตั้งแต่ผู้เอาประกันภัยมีอายุ 40 ปี จนผู้เอาประกันภัยมี อายุ 60 ปี	121
แผนภาพที่ 4.55 แสดงค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวด ของแบบประกันภัยตัวอย่างA ที่มีการจ่าย เบี้ยประกันภัยรายปี ตั้งแต่ผู้เอาประกันภัยมีอายุ 50 ปี จนผู้เอาประกันภัยมี อายุ 60 ปี	121
แผนภาพที่ 4.56 แสดงค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวด ของแบบประกันภัยตัวอย่างA ที่มีการจ่าย เบี้ยประกันภัยครั้งเดียว เมื่อผู้เอาประกันภัยมีอายุ 60 ปี.....	122
แผนภาพที่ 4.57 แสดงรายละเอียดของการพิจารณาค่าปัจจุบันทางคณิตศาสตร์ประกันภัยของ เบี้ยประกันภัยและผลประโยชน์ของแผนประกันชีวิตตัวอย่างB	124

แผนภาพที่ 4.58 แสดงกราฟของมูลค่าเบี้ยประกันภัยที่คำนวณได้ของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิต ตัวอย่าง B ของเพศชายและเพศหญิง โดยใช้อัตราภาระของรุ่นเกิด 2466 2476 2486 2496 2506 2516 2526 และ 2536.....	126
แผนภาพที่ 5.1 แสดงอัตราการลดลงของอัตราภาระในช่วงอายุ 0-25 ปี 26-50 ปี 51-75 ปี และ 76-110 ปี ของเพศชายและเพศหญิง	129

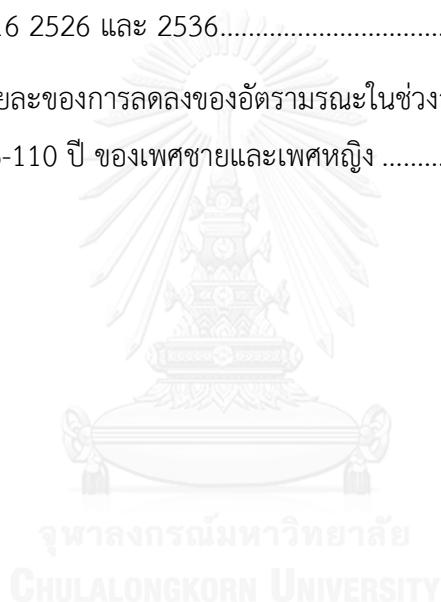


สารบัญตาราง

ตารางที่ 2.1	แสดงค่าพารามิเตอร์ที่พยากรณ์สำหรับตัวแบบ RH, APC, GAPC.....	28
ตารางที่ 2.2	แสดงเกณฑ์ในการพิจารณาอันดับ p,q ของตัวแบบอริมา.....	32
ตารางที่ 3.1	แสดงค่าน้ำหนักจากหลักการของกาบิลที่ใช้ในการแปลงให้เป็นจำนวนการตายรายอายุ.....	41
ตารางที่ 3.2	แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการกระจายจำนวนประชากรที่มีอายุมากกว่า 70 ปี ของเพศชายและเพศหญิง.....	42
ตารางที่ 3.3	แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการกระจายจำนวนการตายที่มีอายุตั้งแต่ 5 ปี ให้เป็นรายอายุของเพศชายและเพศหญิง.....	43
ตารางที่ 3.4	แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการแบ่งจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุ เป็นกลุ่มอายุน้อยกว่า 1 ปี และกลุ่มที่มีอายุตั้งแต่ 61 ปีขึ้นไป สำหรับเพศชายและหญิง.....	45
ตารางที่ 3.5	แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการปรับจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุด้วยวิธีแบบ Progressive.....	47
ตารางที่ 3.6	แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตาย สำหรับเพศชาย ซึ่งถูกรายงานโดยสำนักงานสถิติแห่งชาติ.....	48
ตารางที่ 3.7	แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตาย สำหรับเพศหญิงซึ่งถูกรายงานโดยสำนักงานสถิติแห่งชาติ.....	49
ตารางที่ 3.8	แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายหลังการปรับค่าที่มีค่าน้อยผิดปกติ สำหรับเพศชาย.....	49
ตารางที่ 3.9	แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายหลังการปรับค่าที่มีค่าน้อยผิดปกติ สำหรับเพศหญิง.....	50
ตารางที่ 3.10	แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ของการถดถอยแบบลอจิสติกของค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปี สำหรับเพศชายและเพศหญิง.....	51
ตารางที่ 3.11	แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปีที่ประมาณจากการถดถอยแบบลอจิสติก สำหรับเพศชาย.....	52

ตารางที่ 3.12	แสดงค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปีที่ประมาณจากการ ถดถอยแบบลอจิสติก สำหรับเพศหญิง	54
ตารางที่ 4.1	แสดงค่า MAPE ของการประมาณด้วยตัวแบบที่พิจารณา จำแนกตามเพศ	64
ตารางที่ 4.2	แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x , $\beta_x^{(1)}$ และ $\beta_x^{(0)}$ ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE	65
ตารางที่ 4.3	แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ k_t ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชาย และเพศหญิง จากวิธี MLE	71
ตารางที่ 4.4	แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศ ชายและเพศหญิง จากวิธี MLE	72
ตารางที่ 4.5	แสดงค่า MAPE และค่า AIC ของแต่ละรูปแบบของตัวแบบอริมา	78
ตารางที่ 4.6	แสดงค่าพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชายที่พยากรณ์มาจากตัวแบบ $ARIMA(1, 2, 1)$	79
ตารางที่ 4.7	แสดงผลของการทดสอบ KPSS เพื่อหาอันดับของการหาผลต่างที่เหมาะสมของชุด พารามิเตอร์ $k_{t,male}$, $k_{t,female}$ และ $\gamma_{t-x,female}$	83
ตารางที่ 4.8	แสดงผลการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันของเศษที่เหลือจากการประมาณค่าด้วย ตัวแบบ ARIMA ที่เลือกได้สำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์แต่ละชุด.....	86
ตารางที่ 4.9	แสดงรูปแบบของตัวแบบอริมาที่เหมาะสมสำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์แต่ละ ชุด	86
ตารางที่ 4.10	แสดงค่าประมาณพยากรณ์ของพารามิเตอร์ $k_{t,male}$	86
ตารางที่ 4.11	แสดงค่าประมาณพยากรณ์ของค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_{t,female}$	88
ตารางที่ 4.12	แสดงค่าพยากรณ์ของค่าประมาณพารามิเตอร์ $\gamma_{t-x,female}$	89
ตารางที่ 4.13	แสดงค่า MAPE ในการเปรียบเทียบอัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราณณะ จริง ในปี พ.ศ. 2554-2557 สำหรับเพศชายและเพศหญิง	98
ตารางที่ 4.14	แสดงค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะ (K_x) ของเพศชาย ($K_{x,male}$)	100
ตารางที่ 4.15	แสดงค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะ ($K_x^{(5)}$) ของเพศชาย ($K_{x,male}^{(5)}$)	103

ตารางที่ 4.16 แสดงค่าของอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 (Life expectancy at age 60) ของรุ่นเกิด 2446 ถึงรุ่นเกิด 2516 ของเพศชายและเพศหญิง	116
ตารางที่ 4.17 แสดงอัตราดอกเบี้ย (<i>i</i>) ของตราสารหนี้ที่ไม่มีดอกเบี้ย	119
ตารางที่ 4.18 แสดงค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวดของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่างA.....	122
ตารางที่ 4.19 แสดงรายละเอียดของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตประเภทบำนาญที่ใช้ในการเปรียบเทียบ	124
ตารางที่ 4.20 แสดงมูลค่าเบี้ยประกันภัยที่คำนวณได้ของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่างB ของเพศชายและเพศหญิง โดยใช้อัตราดอกเบี้ยของรุ่นเกิด 2466 2476 2486 2496 2506 2516 2526 และ 2536.....	127
ตารางที่ 5.1 แสดงค่าร้อยละของการลดลงของอัตราดอกเบี้ยในช่วงอายุ 0-25 ปี 26-50 ปี 51-75 ปี และ 76-110 ปี ของเพศชายและเพศหญิง	129

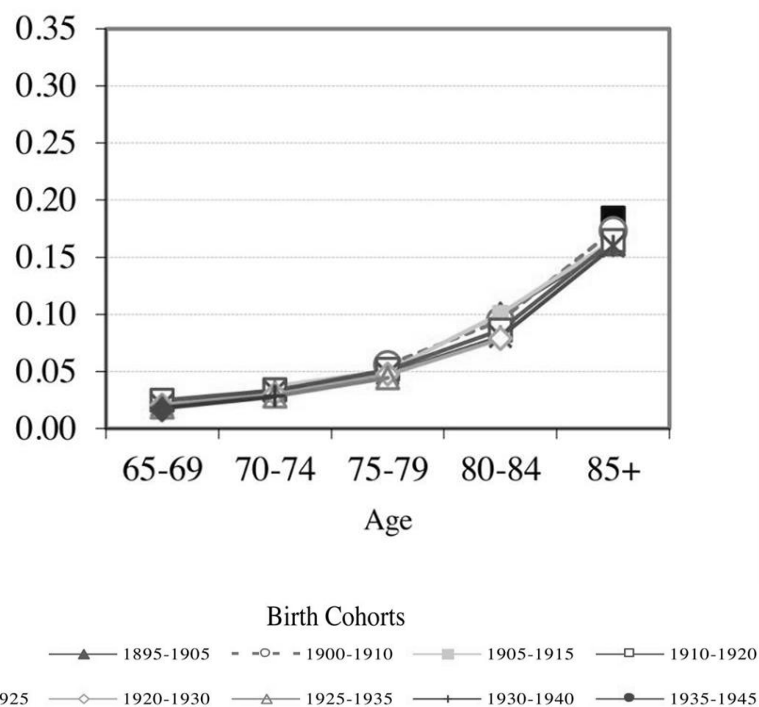


บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ผลกระทบรุ่น (Cohort effect) เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราการเสียชีวิตซึ่งมีผลมาจากความแตกต่างของปีที่เกิดของแต่ละบุคคล คนที่เกิดในปีต่างกัน แม้พิจารณาที่อายุเดียวกัน จะมีอัตราการเสียชีวิตที่ต่างกัน จากผลการศึกษาอัตราการเสียชีวิตของผู้สูงอายุของประเทศในทวีปเอเชียแถบตะวันออกเฉียงใต้ที่ทำโดยเดเนน กู และคณะ (Danan et al., 2013) โดยจัดกลุ่มรุ่น (Cohort group) เป็นช่วง 10 ปี พบว่าอัตราการเสียชีวิตของผู้สูงอายุในประเทศไทยมีการเปลี่ยนแปลงไปทุกช่วงที่ทำการศึกษ โดยเฉพาะเพศหญิงที่อัตราการเสียชีวิตมีแนวโน้มลดลงจากในอดีต ดังที่แสดงในแผนภาพที่ 1.1



แผนภาพที่ 1.1 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอัตราการเสียชีวิตของผู้สูงอายุเพศหญิงของประเทศไทย ข้อมูลจากงานวิจัย “old age mortality in Eastern and South-Eastern Asia” (Danan et al., 2013)

ความแตกต่างดังกล่าวอาจเป็นผลมาจากหลายปัจจัยแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1. ปัจจัยที่ส่งผลในเชิงลบ เช่น เกิดภาวะขาดแคลนอาหาร หรือเกิดโรคระบาด ปัจจัยเหล่านี้ทำให้มนุษย์เสี่ยงต่อการเสียชีวิตมากขึ้น คนที่มีชีวิตอยู่ในช่วงเวลาที่เกิดภาวะดังกล่าว อาจมีอัตราการมรณะที่สูงขึ้น

2. ปัจจัยที่ส่งผลในเชิงบวก เป็นปัจจัยที่ส่งผลให้มนุษย์มีชีวิตยาวนานขึ้น เช่น คุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น หรือการพัฒนาทางด้านการแพทย์ในปัจจุบันที่ทำให้คนเรามีสุขภาพที่ดีขึ้น สอดคล้องกับการศึกษาเกี่ยวกับอายุคาดเฉลี่ยแรกเกิด (Life expectancy at birth) ของประชากรในประเทศอังกฤษและประเทศเวลล์ ที่ทำการศึกษาโดย Government Actuary's Department ของประเทศอังกฤษ ซึ่งพบว่าในระยะเวลา 160 ปีที่ทำการศึกษา อายุคาดเฉลี่ยแรกเกิดของประชากรมีค่าเพิ่มขึ้นมาก โดยในปี ค.ศ. 1841 ผู้ชายมีอายุคาดเฉลี่ยแรกเกิดคือ 40 ปี แต่ในปี ค.ศ. 1971 ผู้ชายมีอายุคาดเฉลี่ยแรกเกิดเพิ่มขึ้นเป็น 76 ปี

ผลจากการศึกษาเกี่ยวกับอายุคาดเฉลี่ยแรกเกิดดังกล่าว แสดงให้เห็นว่า ผลกระทบรุ่นส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในอัตราการตาย โดยมีหลายงานวิจัยที่สนับสนุน เช่น งานวิจัยของ ฟอร์ฟาร์ (Forfar, 2009) ศึกษาผลกระทบรุ่นต่ออัตราการตายของประชากรในประเทศอังกฤษและประเทศสกอตแลนด์ โดยใช้ตัวแบบของลี คาร์เตอร์ (Lee-Carter model) เปรียบเทียบกับตัวแบบของเรนชอว์ ฮาเบอร์แมน (Renshaw and Haberman model) จากผลการศึกษาพบว่าตัวแบบของเรนชอว์ ฮาเบอร์แมน ซึ่งเป็นตัวแบบที่ขยายแนวคิดมาจากตัวแบบลี คาร์เตอร์โดยเพิ่มการพิจารณาผลกระทบรุ่นด้วย ให้ผลที่ดีกว่าสำหรับข้อมูลการตายจากประชากรทั้งสองประเทศ นอกจากนี้ในงานวิจัยดังกล่าว ยังเสนอว่าค่าพารามิเตอร์ของผลกระทบรุ่นในผู้ชายและผู้หญิงมีค่าไม่แตกต่างกันอีกด้วย

แนวโน้มที่เพิ่มขึ้นของอายุคาดเฉลี่ยเมื่อแรกเกิด ทำให้เกิดความเสี่ยงที่เรียกว่า ความเสี่ยงด้านการมีชีวิตยืนยาว (Longevity risk) ซึ่งเป็นความเสี่ยงเนื่องจากการมีอายุที่ยาวนานกว่าที่คาดหวังไว้ โดยอาจส่งผลต่อผลิตภัณฑ์ทางการเงินประกันชีวิต ที่ต้องใช้อัตราดอกเบี้ยเป็นตัวอย่าง อย่างยิ่งผลิตภัณฑ์แบบ Annuity เช่น ประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ที่จ่ายผลประโยชน์รายปีจนกว่าจะตาย โดยอาจส่งผลให้เงินที่สำรองไว้ไม่เพียงพอต่อค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้น อันเนื่องมาจากการที่ผู้ออกประกันภัยมีอายุยืนยาวขึ้น ทำให้บริษัทประกันต้องจ่ายเงินผลประโยชน์นานกว่าที่คาดหวังไว้ การสร้างตัวแบบเพื่อใช้พยากรณ์อัตราดอกเบี้ย โดยพิจารณาถึงผลกระทบรุ่น ทำให้สามารถพยากรณ์อัตราดอกเบี้ยได้แม่นยำมากขึ้น ส่งผลให้บริษัทประกันชีวิตสามารถวางแผนในการดำรงเงินสำรองได้เหมาะสม เป็นการลดปัญหาที่เกิดจากความเสี่ยงด้านการมีชีวิตยืนยาว

ปัจจุบันประเทศไทย ใช้อัตราการณะจากตารางบำนาญไทยปี พ.ศ. 2552 ในการคำนวณเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันภัยประเภทบำนาญตามข้อกำหนดของคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย(คปภ.) ซึ่งเป็นอัตราการณะที่ไม่มีการพิจารณาถึงผลกระทบรุ่นงานวิจัยนี้จึงมีจุดประสงค์ในการศึกษาผลกระทบรุ่นต่ออัตราการณะไทย รวมทั้งหาตัวแบบที่มีความเหมาะสมต่ออัตราการณะไทยเพื่อใช้พยากรณ์อัตราการณะ

1.2 บริบทของปัญหา

ผลกระทบรุ่น (Cohort effect) เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่ออัตราการณะ ดังมีหลักฐานการศึกษาผลกระทบรุ่นในอัตราการณะของต่างประเทศ เช่น งานวิจัยเรื่อง “A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England & Wales and United States” (Cairne et al., 2009) ซึ่งเป็นการศึกษาตัวแบบเพื่อพยากรณ์อัตราการณะจำนวน 8 ตัวแบบ โดยใช้ข้อมูลของคนในประเทศอังกฤษ-เวลล์และประเทศอเมริกาที่มีอายุ 60-89 ปี และมีการพิจารณาผลกระทบรุ่นด้วยในบางตัวแบบที่ทำการศึกษา โดยหนึ่งในเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบตัวแบบคือค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayes Information Criterion: BIC) จากการศึกษาพบว่า ตัวแบบที่มีการพิจารณาผลกระทบรุ่น มีค่า BIC ที่สูงกว่าตัวแบบอื่น แสดงให้เห็นว่าการพิจารณาผลกระทบรุ่นเป็นปัจจัยหนึ่งตัวแบบทำให้ได้ค่าพยากรณ์ที่ใกล้เคียงกับค่าจริงมากขึ้น

เนื่องจากลักษณะของประชากรมีความแตกต่างกันในแต่ละประเทศ ทำให้อัตราการณะของแต่ละประเทศมีความแตกต่างกันด้วย งานวิจัยนี้จึงมีเป้าหมายเพื่อศึกษาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถใช้วิเคราะห์ผลกระทบรุ่นในอัตราการณะไทยได้ดี โดยเลือกตัวแบบที่มีการพิจารณาถึงผลกระทบรุ่นร่วมอยู่ด้วย ซึ่งประกอบด้วย 3 ตัวแบบ คือ ตัวแบบ Renshaw and Haberman (RH) ตัวแบบ Age-Period-Cohort (APC) ตัวแบบ Generalizes Cairne-Blake-Dowd (GCBD) และเปรียบเทียบเพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมสำหรับอัตราการณะไทย หลังจากนั้นหาข้อสรุปว่าผลกระทบรุ่นเป็นปัจจัยที่ส่งผลต่ออัตราการณะไทยหรือไม่ นอกจากนี้จะใช้ตัวแบบดังกล่าวในการพยากรณ์อัตราการณะไทยในอีก 70 ปีข้างหน้า และนำค่าพยากรณ์ที่ได้มาประยุกต์ใช้กับผลิตภัณฑ์ทางประกันชีวิตแบบเงินรายงวด (Annuity) เพื่อพิจารณาผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการใช้อัตราการณะที่พยากรณ์มาจากตัวแบบที่รวมผลกระทบรุ่นต่อมูลค่าของเบี้ยประกันภัย

1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบตัวแบบที่เหมาะสมสำหรับอัตราณณะไทย โดยมีตัวแบบที่ศึกษาจำนวน 5 ตัวแบบ แบ่งเป็นตัวแบบที่พิจารณาและไม่พิจารณาผลกระทบของรุ่น ดังนี้

- ก) ตัวแบบที่ไม่มีการพิจารณาผลกระทบของรุ่น
 - ตัวแบบของลี คาร์เตอร์ (Lee Carter Model: LC)
 - ตัวแบบ คาร์ล เบรก ดอน (Cairns, Blake and Dowd model: CBD)
- ข) ตัวแบบที่มีการพิจารณาผลกระทบของรุ่น
 - ตัวแบบของเรนชอ และฮาเบอร์แมน (Renshaw and Haberman model: RH)
 - ตัวแบบอายุ-เวลา-รุ่นประชากร (Age-Period-Cohort: APC)
 - ตัวแบบ CBD แบบเป็นเทอมกำลังสองและพิจารณาผลกระทบรุ่น (Generalized Cairne-Blake-Dowd: GCBD)

โดยจะเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าพยากรณ์ของอัตราณณะที่ได้จากตัวแบบในกลุ่มที่มีการพิจารณาผลกระทบของรุ่นและไม่มีการพิจารณาผลกระทบของรุ่น และเลือกตัวแบบที่เหมาะสมต่ออัตราณณะไทย เพื่อใช้พยากรณ์ค่าอัตราณณะในอนาคต

2. เพื่อพยากรณ์ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตราณณะไทยด้วยตัวแบบที่เลือกได้ ด้วยตัวแบบอริมา (Autoregressive integrated moving average: ARIMA)

3. เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของมูลค่าเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตแบบบำนาญที่สร้างขึ้นเป็นตัวอย่าง เมื่อใช้อัตราณณะที่พยากรณ์ได้ และอัตราณณะจากตารางบำนาญไทย ปี พ.ศ.2552 พร้อมทั้งเปรียบเทียบมูลค่าเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่างที่คำนวณจากอัตราณณะของรุ่นที่แตกต่างกัน

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา เป็นข้อมูลจำนวนตาย จำแนกตามเพศและอายุ ในปี พ.ศ.2506-2557 จากสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ สำนักปลัดกระทรวงสาธารณสุข และข้อมูลจำนวนประชากรปลายปี จำแนกตามเพศและอายุ ในปี พ.ศ.2505-2558 จากกรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย

1.5 ข้อกำหนดเบื้องต้นของงานวิจัย

1. งานวิจัยนี้พิจารณาตัวแบบอัตราการมรณะจำนวน 5 ตัวแบบ โดยกำหนดการแจกแจงของจำนวนการตายตาม link function ของตัวแบบ ดังนี้

- ตัวแบบ LC RH และ APC ซึ่งเป็นตัวแบบที่มี link function เป็นแบบลอการิทึม กำหนดให้จำนวนการตายในแต่ละปีมีการแจกแจงแบบปัวซอง
- ตัวแบบ CBD และ GCBD ซึ่งเป็นตัวแบบที่มี link function เป็นแบบลอจิต กำหนดให้จำนวนการตายในแต่ละปีมีการแจกแจงแบบทวินาม

เนื่องจากการกำหนดดังกล่าวทำให้ง่ายต่อการหาฟังก์ชันภาวะความน่าจะเป็นสูงสุดที่ถูกใช้ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตราการมรณะ

2. กำหนดให้ค่าพลังมรณะ (force of mortality : $\mu_{x,t}$) มีค่าคงที่สำหรับแต่ละอายุ (x) และปีปฏิทิน (t) การกำหนดเงื่อนไขนี้ ทำให้ได้คุณสมบัติ 2 ข้อ คือ

ก) $m_{x,t} = \mu_{x,t}$

ข) $m_{x,t} = -\ln(1 - q_{x,t})$

โดยที่ $m_{x,t}$ แทน อัตราตายกลางปี (Central death rate) ของคนอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t

$q_{x,t}$ แทน อัตราการมรณะ (Mortality rate) ของคนอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t

เนื่องจากงานวิจัยนี้ มีการกำหนดให้การแจกแจงของจำนวนคนตายในแต่ละปีเป็นแบบปัวซอง ซึ่งฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Likelihood Function) ขึ้นอยู่กับค่าอัตราตายกลางปี ($m_{x,t}$) แต่ตัวแบบสองตัวแบบที่ศึกษา คือตัวแบบ CBD และ GCBD มีค่าขึ้นกับอัตราการมรณะ ($q_{x,t}$) คุณสมบัติที่ได้จากการกำหนดให้พลังมรณะมีค่าคงที่ ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงตัวแบบเข้ากับฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุดได้ง่าย

3. กำหนดให้พารามิเตอร์แต่ละชุดในแต่ละตัวแบบอัตราการมรณะเป็นอิสระต่อกัน

1.6 ข้อจำกัดของงานวิจัย

งานวิจัยนี้ใช้ค่าอัตราการมรณะของอายุตั้งแต่ 0 ปี ถึง 100 ปีในการศึกษา จึงต้องพิจารณาความแม่นยำของการประมาณโดยเฉลี่ยของทุกอายุ

1.7 คำจำกัดความของงานวิจัย

พลังมรณะ (Force of mortality) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะตายในทันทีที่วัดที่จุดเวลาหนึ่ง

อัตราการมรณะ (Mortality rate) หมายถึง ความน่าจะเป็นของการตายหรือความน่าจะเป็นที่คนอายุหนึ่งจะเสียชีวิตก่อนที่จะครบอายุถัดไป

อัตราตายกลางปี (Central death rate) หมายถึง อัตราที่คำนวณจากจำนวนตายที่เกิดขึ้นในปีหนึ่งหารด้วยประชากรกลางปี

ผลกระทบรุ่น (Cohort effect) หมายถึง ผลกระทบที่มาจากความต่างของปีที่เกิดซึ่งส่งผลให้อัตราการมรณะต่างกันในกลุ่มที่เกิดต่างรุ่น (Cohort)

ความเสี่ยงจากการมีชีวิตยืนยาว (longevity risk) หมายถึง ความเสี่ยงเนื่องจากการมีชีวิตยาวนานกว่าที่คาดหวังไว้ ในธุรกิจประกันชีวิต อาจส่งผลให้เงินสำรองสำหรับแผนประกันประเภท annuity ไม่เพียงพอ

1.8 ประโยชน์ของงานวิจัย

1. ทราบว่าผลกระทบของรุ่น มีอิทธิพลต่ออัตราการมรณะไทยมากน้อยเพียงใด การมีอิทธิพลที่มากต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราการมรณะ หมายถึง อัตราการมรณะของผู้สูงอายุมีแนวโน้มลดลง ส่งผลให้เกิดความเสี่ยงเนื่องจากการมีอายุยืนยาวมากขึ้น บริษัทประกันภัยควรวางแผนการดำรงเงินสำรองให้เพียงพอต่อผลกระทบที่เกิดจากความเสียดังกล่าวในผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตที่เกี่ยวข้อง

2. ในบางประเทศมีการคิดอัตราการมรณะโดยรวมผลกระทบรุ่น มาเป็นระยะเวลาหลายปี เช่น ประเทศอังกฤษ ประเทศสก็อตแลนด์ เนื่องจากประเทศดังกล่าว มีฐานข้อมูลประชากรและจำนวนคนตายย้อนหลังเป็นเวลานาน หากงานวิจัยนี้พบว่าผลกระทบรุ่นส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราการมรณะไทยมาก ก็จะสามารถใช้ผลจากตัวแบบเป็นแนวทางในการปรับปรุงตารางมรณะที่ใช้อ้างอิงในธุรกิจประกันชีวิตให้มีความแม่นยำยิ่งขึ้น

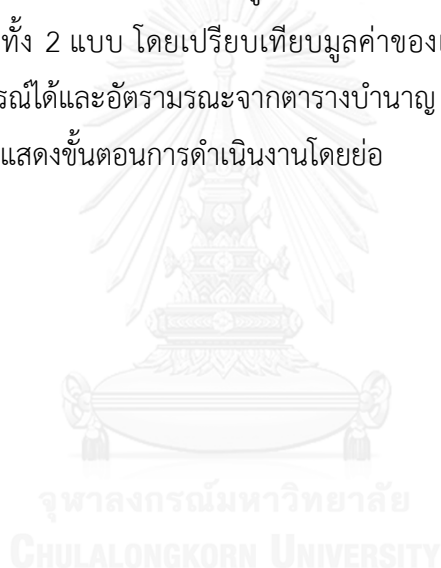
1.9 วิธีดำเนินงานวิจัยโดยย่อ

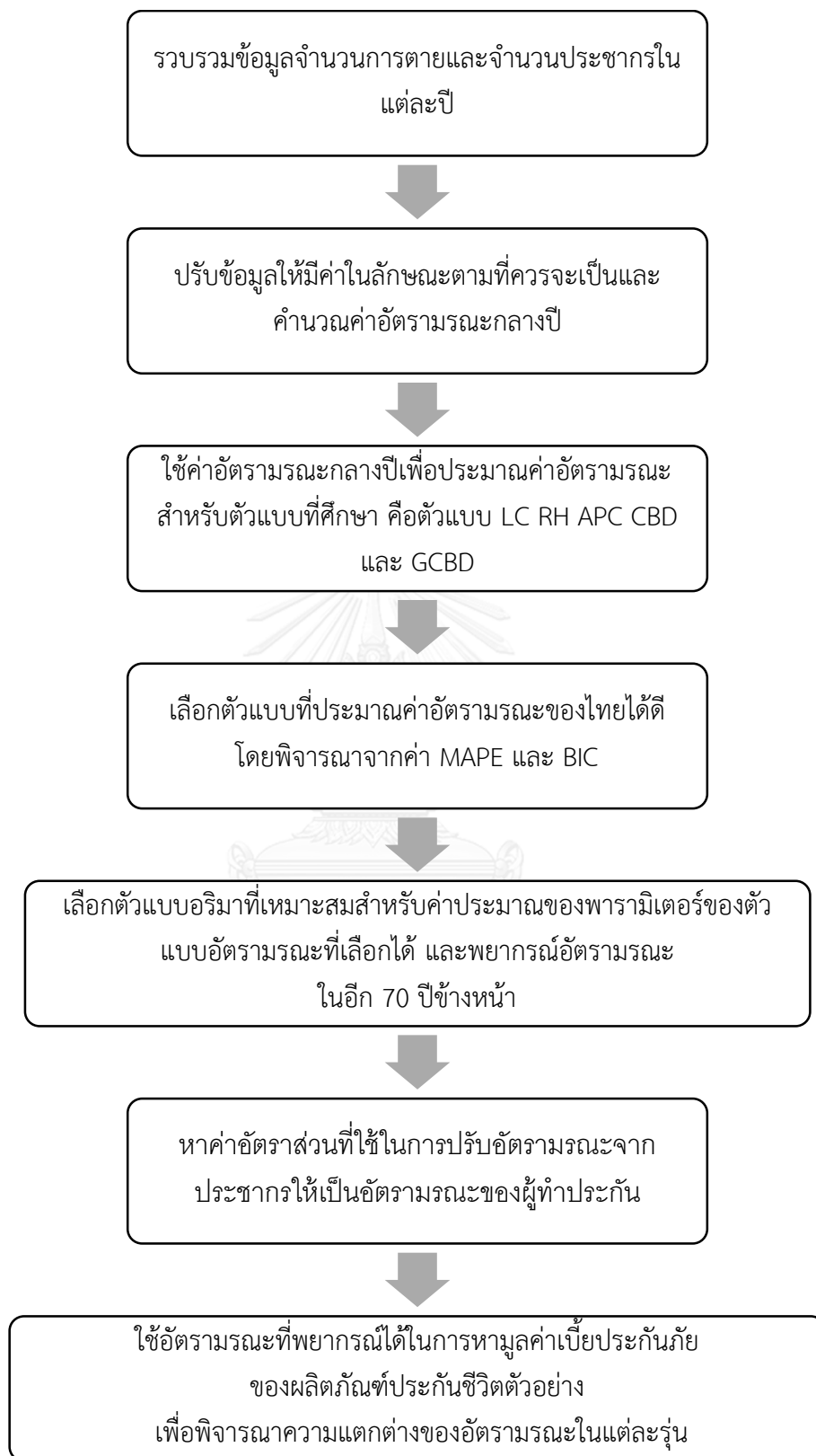
1. รวบรวมข้อมูลจำนวนคนตายแยกเพศแยกอายุจากสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ สำนักปลัดกระทรวงสาธารณสุข และจำนวนประชากรรายปีแยกเพศแยกอายุจากกรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย

2. ปรับข้อมูลจำนวนการตายให้เหมาะสมต่อการวิจัย และหาค่าอัตราตายกลางปีในแต่ละปี

3. นำข้อมูลอัตราณณะกลางปีที่ได้จากข้อ 2. มาประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยตัวแบบทั้ง 5 ตัวแบบที่ทำการศึกษา คือ ตัวแบบ LC,ตัวแบบ RH, ตัวแบบ, ตัวแบบ APC, ตัวแบบ CBD และตัวแบบ GCBD
4. เปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแบบด้วยเกณฑ์ 2 เกณฑ์ คือ ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) และค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน โดยใช้ค่า MAPE เพื่อเลือกตัวแบบที่ประมาณค่าอัตราณณะได้ใกล้เคียงกว่า หากค่า MAPE ที่ได้มีค่าใกล้เคียงกัน จะใช้ BIC เพื่อเลือกตัวแบบที่เหมาะสม
5. หาตัวแบบอริมาที่เหมาะสมสำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์แต่ละชุด ของตัวแบบอัตราณณะที่เลือกได้ และใช้ตัวแบบอริมادังกล่าวในการพยากรณ์อัตราณณะในอีก 70 ปีข้างหน้าสำหรับทุกอายุ
6. หาค่าอัตราส่วนที่ใช้ในการปรับอัตราณณะจากประชากรให้เป็นอัตราณณะของผู้ทำประกัน
7. ใช้อัตราณณะที่พยากรณ์ได้และปรับเป็นของผู้เอาประกันภัย เพื่อใช้ในการหามูลค่าเบี้ยประกัยภัยของแบบประกันตัวอย่างทั้ง 2 แบบ โดยเปรียบเทียบมูลค่าของเบี้ยประกัยภัยที่คำนวณจากอัตราณณะในแต่ละรุ่นที่พยากรณ์ได้และอัตราณณะจากตารางบ้านาณู

แผนภาพที่ 1.2 แสดงขั้นตอนการดำเนินงานโดยย่อ





แผนภาพที่ 1.2 แสดงขั้นตอนการดำเนินงานโดยย่อ

1.10 ลำดับชั้นในการนำเสนอผลการวิจัย

งานวิทยานิพนธ์นี้ประกอบไปด้วย 5 บท ในบทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของงานวิจัย ขอบเขตและข้อจำกัดของงานวิจัย ประโยชน์ของงานวิจัย รวมถึงวิธีการดำเนินงานวิจัยโดยย่อ ในบทที่ 2 กล่าวถึงแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยเป็นรายละเอียดของตัวแบบอัตราณณะที่ศึกษา วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ และวิธีการพยากรณ์อัตราณณะในอนาคต บทที่ 3 มีเนื้อหาเกี่ยวกับการปรับข้อมูลจำนวนการตายและจำนวนประชากรให้มีลักษณะเหมาะสมต่อการนำมาวิจัย ในบทที่ 4 ได้นำเสนอตัวแบบตัวแบบอัตราณณะที่เลือกได้ และใช้ตัวแบบดังกล่าวพยากรณ์อัตราณณะในอนาคต รวมทั้งใช้อัตราณณะที่พยากรณ์ได้เพื่อหามูลค่าของเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง ลำดับสุดท้ายเป็นการสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 5



บทที่ 2

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาตัวแบบสำหรับการพยากรณ์อัตรามรณะไทยที่มีการพิจารณาถึงผลกระทบของรุ่น โดยมีแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

2.1 ตัวแบบพยากรณ์อัตรามรณะ

ตัวแบบสำหรับการพยากรณ์อัตรามรณะไทยที่มีการพิจารณาถึงผลกระทบของรุ่นในงานวิจัยนี้มี 3 ตัวแบบหลัก ได้แก่

1. ตัวแบบของเรนชอ และฮาเบอร์แมน (Renshaw and Haberman model: RH)

ตัวแบบ RH เป็นตัวแบบที่มีแนวคิดมาจากตัวแบบของลี คาร์เตอร์ (Lee Carter Model) โดยเป็นการนำผลกระทบรุ่นเข้ามาพิจารณาเป็นพารามิเตอร์หนึ่งในตัวแบบลี คาร์เตอร์ด้วย ถูกเสนอโดยเรนชอและฮาเบอร์แมน ในปี ค.ศ. 2006 (Renshaw and Haberman, 2006) เป็นตัวแบบแรกๆที่มีการรวมผลกระทบรุ่นเข้าไว้ในตัวแบบด้วย

2. ตัวแบบอายุ-เวลา-รุ่นประชากร (Age-Period-Cohort model: APC)

ตัวแบบนี้มีการใช้งานอย่างแพร่หลายในเชิงประชากรศาสตร์ ได้รับความนิยมนหลังจากงานวิจัยของ เคอร์รี่ ในปี ค.ศ. 2006 ปัจจุบันได้รับความนิยมอย่างมากเพื่อใช้พยากรณ์อัตรามรณะสำหรับคณิตศาสตร์ประกันภัย ตัวแบบมีการแบ่งเทอมที่ใช้พิจารณาผลกระทบของ อายุ ปีปฏิทิน และผลกระทบรุ่น ออกเป็น 3 เทอมชัดเจน ซึ่งแตกต่างจากตัวแบบอื่นอย่างเห็นได้ชัด (Currie, 2006)

3. ตัวแบบของแคเรน เบรค ดอร์ แบบพิจารณาผลกระทบรุ่น (Generalized Cairns-Blake-Dowd model: GCBD)

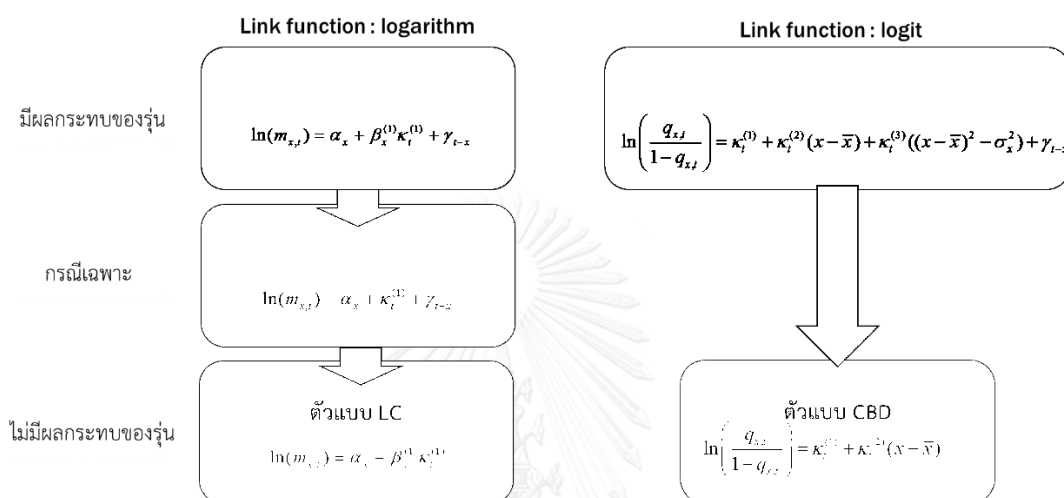
ตัวแบบนี้ถูกคิดค้นขึ้นในปี ค.ศ. 2006 ในเวลาเดียวกันกับตัวแบบ APC มีรูปแบบเป็นสมการลอจิตและมีการพิจารณาถึงผลกระทบรุ่นด้วย จากการศึกษาอัตรามรณะของอังกฤษและเวลส์โดยใช้ตัวแบบ CBD พบว่า ตัวแบบ CBD มีความเหมาะสมมาก ในการใช้พยากรณ์อัตรามรณะสำหรับผู้สูงอายุ (Cairns et.al, 2006)

และตัวแบบสำหรับการพยากรณ์อัตรามรณะไทยที่ไม่มีการพิจารณาถึงผลกระทบของรุ่นในงานวิจัยนี้มี 2 ตัวแบบ ได้แก่

1. ตัวแบบของลี คาร์เตอร์ (Lee Carter Model: LC) เป็นตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์อัตรามรณะ โดยไม่มีการพิจารณาผลกระทบรุ่น ถูกคิดค้นในปี ค.ศ. 1992 โดย โรนัลด์ ลีและ ลอเรน คาร์เตอร์ (Ronald and Lawrence, 1992) ตัวแบบนี้เป็นตัวแบบที่มีการนำไปประยุกต์ใช้กันอย่างกว้างขวาง เนื่องจากอยู่ในรูปแบบที่ง่ายต่อการศึกษา

2. ตัวแบบ คาร์ล เบรก ดอน (Cairns, Blake and Dowd model: CBD) อย่างง่าย ตัวแบบนี้ถูกเสนอโดย คาร์ล เบรก และดอน ในปี ค.ศ. 2006 เป็นการพิจารณาอัตราระยะผ่านตัวแบบชนิดโลจิสต์ (Logit model) ตัวแบบนี้เป็นกรณีเฉพาะของตัวแบบ GCBD

ทั้ง 5 ตัวแบบข้างต้นอยู่ในรูปแบบของ Generalized Age Period Cohort Family (GAPC) ซึ่งเป็นแนวคิดที่ต่อยอดมาจากตัวแบบ Generalize Linear Model (GLM) สรุปความสัมพันธ์ของตัวแบบที่ศึกษาได้ดังแผนภาพที่



แผนภาพที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ของตัวแบบอัตราระยะที่ศึกษา

2.1.1. ตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป (Generalized linear model : GLM)

ตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป (Generalize Linear model) เป็นตัวแบบที่พัฒนามาจากตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression model) โดยตัวแบบ GLM มีข้อดีคือค่าความคลาดเคลื่อน ($e_{x,t}$) ของตัวแบบ มีการแจกแจงแบบอื่นนอกจากการแจกแจงแบบปกติได้ ซึ่งแตกต่างจากตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ที่ค่าความคลาดเคลื่อนจะต้องมีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีค่าความแปรปรวนเป็นค่าคงที่เท่านั้น

สมมติฐานเบื้องต้นของตัวแบบ GLM คือ ตัวแปรตาม (Y) ต้องมีการแจกแจงที่อยู่ใน exponential family เช่น การแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) การแจกแจงแบบปัวซอง (Poisson distribution) การแจกแจงแบบไบโนเมียล (Binomial distribution) โดยมีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$E[Y] = g^{-1}(XB)$$

โดยที่ $E[Y]$ แทน ค่าคาดหวังของตัวแปร Y

X แทน เวกเตอร์ของตัวแปรอิสระ

B แทน เวกเตอร์ของค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอิสระ

g แทน link function เป็นฟังก์ชันใดๆ ใช้เพื่อปรับรูปแบบของตัวแบบให้เหมาะสมกับข้อมูล ในงานวิจัยนี้จะใช้ link function 2 แบบ คือ แบบลอการิทึม (logarithm function) และแบบลอจิต (logit function)

g^{-1} แทน ฟังก์ชันอินเวิร์สของ link function

ในปี ค.ศ. 2015 อังเดร วิลเลจ, วลาดีมีร์ ไคซีฟ และ เฟลโต ไมโลโซวิช (Villegas, Kaishev and Milosovich, 2015) ศึกษาตัวแบบที่ใช้พยากรณ์อัตราการณะและเขียนส่วนขยายเพื่อใช้กับโปรแกรม R โดยพิจารณาตัวแบบพยากรณ์อัตราการณะที่มีอยู่เดิมว่ามีตัวแบบที่คล้ายกับตัวแบบ GLM และมีลักษณะคล้ายกัน หลังจากนั้นนำมาจัดกลุ่ม เรียกตัวแบบนี้ว่า Generalized age period cohort family (GAPC)

โดยตัวแบบที่อยู่ในรูปแบบของ GAPC มีคุณสมบัติสำคัญ 4 ข้อดังต่อไปนี้

1) กำหนดให้ x แทน อายุ, t แทนปีปฏิทิน, $c = t - x$ แทน รุ่น (Cohort) จำนวนการตาย $D_{x,t}$ จะมีการแจกแจงแบบปัวซองหรือแบบไบนอมิยัล นั่นคือ

$$D_{x,t} \sim \text{Poisson}(E_{x,t} \mu_{x,t}) \text{ หรือ } D_{x,t} \sim \text{Binomial}(E_{x,t}^0, q_{x,t})$$

โดยที่ $D_{x,t}$ แทน จำนวนคนตายที่มีอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t

$E_{x,t}$ แทน จำนวนคนที่มีอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t ตรงกลางปี

$E_{x,t}^0$ แทน จำนวนคนที่มีอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t ตรงต้นปี

$q_{x,t}$ แทน อัตราการณะ (mortality rate) ของคนอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t

$\mu_{x,t}$ แทน พลังมรณะ (force of mortality) ของคนอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t

$$x = 0, 1, 2, \dots, X, t = 1, 2, 3, \dots, T$$

X แทน อายุสูงสุดที่ทำการศึกษา

T แทน ปีหลังสุดที่ทำการศึกษา

$$\text{และ } E\left[\frac{D_{x,t}}{E_{x,t}}\right] = \mu_{x,t}, E\left[\frac{D_{x,t}}{E_{x,t}^0}\right] = q_{x,t}$$

สำหรับงานวิจัยนี้จะพิจารณาจำนวนการตายในแต่ละปี ว่ามีการแจกแจงแบบปัวซอง สำหรับตัวแบบ LC RH และ APC และกำหนดว่าจำนวนการตายมีการแจกแจงแบบทวินามสำหรับการศึกษาตัวแบบ CBD และ GCBD

2) รูปแบบของตัวแบบเป็นดังนี้

$$\eta_{x,t} = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x} \quad (2.1)$$

โดยที่ $\eta_{x,t}$ แทน ตัวประมาณการณ (predictor) ที่อายุ x ปี ในปีปฏิทิน t

α_x แทน ระดับอัตราณที่มีปัจจัยมาจากอายุ

N แทน จำนวนพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับปีปฏิทิน (t) เช่น ตัวแบบลี คาร์เตอร์

ซึ่งมีสมการคือ $\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}$

เป็นตัวแบบที่อยู่ใน GAPC ที่มีค่า $N = 1$ เนื่องจากมีพารามิเตอร์ที่มีค่า

ขึ้นกับปีปฏิทินเพียงตัวเดียว คือ $\kappa_t^{(1)}$

$\beta_x^{(i)}$ แทน อัตราเชื่อมของดัชนีเวลาที่อายุ x

$\kappa_t^{(i)}$ แทน ดัชนีเวลาตามปีปฏิทิน

$\beta_x^{(0)}$ แทน อัตราเชื่อมต่อดัชนีผลกระทบรุ่น

γ_{t-x} แทน ดัชนีแสดงผลกระทบรุ่นที่ $t - x$

$i = 0, 1, 2, \dots$

3) link function แทนด้วยตัวแปร g ใช้ในการปรับรูปแบบของตัวแบบให้เหมาะสมกับข้อมูลมากขึ้น มีได้หลายรูปแบบ เช่น ลอการิทึมหรือลอจิต โดยมีความสัมพันธ์ คือ

$$g \left(E \left[\frac{D_{x,t}}{E_{x,t}} \right] \right) = \eta_{x,t}$$

4) ข้อจำกัดของพารามิเตอร์ (parameter constraints)

ตัวแบบเฟ้นสุ่ม (Stochastic model) ส่วนใหญ่ จะมีการกำหนดข้อจำกัดของพารามิเตอร์ เพื่อให้ได้คำตอบเพียงคำตอบเดียว ข้อจำกัดพารามิเตอร์ดังกล่าว มาจากการแก้ปัญหาโดยพิจารณาฟังก์ชันข้อจำกัด (constraints function: ν) โดยเป็นการแปลงเวกเตอร์

$$\theta = (\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \beta_x^{(2)}, \dots, \beta_x^{(N)}, \kappa_x^{(1)}, \kappa_x^{(2)}, \dots, \kappa_x^{(N)}, \beta_x^{(0)}, \gamma_{t-x})$$

ผ่านฟังก์ชัน ν ให้เวกเตอร์ข้างต้นอยู่ในรูป

$$\nu(\theta) = (\tilde{\alpha}_x, \tilde{\beta}_x^{(1)}, \tilde{\beta}_x^{(2)}, \dots, \tilde{\beta}_x^{(N)}, \tilde{\kappa}_x^{(1)}, \tilde{\kappa}_x^{(2)}, \dots, \tilde{\kappa}_x^{(N)}, \tilde{\beta}_x^{(0)}, \tilde{\gamma}_{t-x})$$

จะเห็นว่า แม้ว่าทั้ง $\nu(\theta)$ และ θ เป็นชุดคำตอบของตัวแบบ แต่มีค่าแตกต่างกัน จึงต้องมีการกำหนดข้อจำกัดของพารามิเตอร์ของแต่ละตัวแบบ เพื่อให้คำตอบที่ได้มีคำตอบเดียว

2.1.2. ตัวแบบของลี คาร์เตอร์(Lee-Carter : LC)

ตัวแบบ LC เป็นตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์อัตราณณะ โดยไม่มีการพิจารณาผลกระทบรุ่น ถูกคิดค้นในปี ค.ศ. 1992 โดย โรนัล ลีและ ลอเรน คาร์เตอร์ (Ronald and Lawrence, 1992) ตัวแบบดังกล่าวอยู่ในรูปแบบของตัวแบบ simple bilinear model ซึ่งพิจารณาปัจจัยที่มีผล 2 ตัว คือ $x = 1, 2, 3, \dots, X$ แทน อายุ และ $t = 1, 2, 3, \dots, T$ แทนปีปฏิทิน ตัวแบบนี้เป็นตัวแบบที่มีการนำไปประยุกต์ใช้กันอย่างกว้างขวาง เนื่องจากอยู่ในรูปแบบที่ง่ายต่อการศึกษา

ตัวแบบ LC ไม่มีการพิจารณาถึงผลกระทบรุ่นต่ออัตราณณะ แต่ตัวแบบนี้เป็นพื้นฐานของตัวแบบของเรนชอและฮาเบอแมน ที่ได้ขยายที่พิจารณาถึงผลกระทบรุ่นเข้าไว้ด้วย สำหรับตัวของเรนชอและฮาเบอแมน จะอธิบายในหัวข้อถัดไป

2.1.2.1 รูปแบบของตัวแบบ

ตัวแบบ LC มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} \quad (2.2)$$

โดยที่

$m_{x,t}$ แทน ค่าสังเกตของอัตราณณะกลางปีรายอายุ x ในปีที่ t

$\alpha_{x,t}$ แทน ค่าเฉลี่ยลอการิทึมของอัตราณณะกลางปีของอายุ x

$\beta_x^{(1)}$ แทน อัตราเสื่อมของดัชนีเวลาในอายุ x ของตัวแบบ LC

$\kappa_t^{(1)}$ แทน ดัชนีเวลาของระดับอัตราณณะกลางปีของตัวแบบ LC

จะเห็นว่า ตัวแบบ LC อยู่ใน GAPC family โดยที่

$$\eta_{x,t} = \ln(m_{x,t}), N = 1, \beta_x^{(0)} = 0$$

2.1.2.2 ข้อจำกัดของพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบ LC

ชุดของค่าพารามิเตอร์ที่เป็นคำตอบของตัวแบบ LC มีได้หลายชุด สมมติให้

$(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)})$ เป็นชุดคำตอบของสมการที่ (2.2)

พบว่า $\left(\alpha_x + c_1 \beta_x^{(1)}, \frac{\beta_x^{(1)}}{c_2}, \kappa_t^{(1)} - c_1 \right)$ เมื่อ c_1 และ $c_2 \neq 0$ เป็นค่าคงที่ใดๆ เป็นคำตอบ

ของสมการ (2.2) เช่นเดียวกัน เนื่องจากเมื่อแทนค่าชุดของพารามิเตอร์ดังกล่าว ลงในสมการ (2.2)

แล้ว จะได้ค่าของ $\ln(m_{x,t})$ เท่าเดิม ดังนั้นจึงมีการกำหนดข้อจำกัดของพารามิเตอร์ เพื่อให้คำตอบที่ได้มีเพียงค่าเดียวดังนี้

$$1. \sum_t \kappa_t^{(1)} = 0$$

$$2. \sum_x \beta_x^{(1)} = 1$$

จากข้อจำกัดของพารามิเตอร์ดังกล่าว นอกจากจะทำให้คำตอบมีเพียงคำตอบเดียวแล้วยังทำให้สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ α_x ได้อีกด้วย เนื่องจากหากนำข้อจำกัดของพารามิเตอร์ข้างต้น แทนค่าในสมการที่ (2.2) แล้ว จะได้ว่า α_x คือค่าเฉลี่ยค่าลอการิทึมของอัตราตายกลางปี นั่นคือ

$$\alpha_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln(m_{x,t})$$

ตัวแบบของลี คาร์เตอร์ มีรูปแบบที่ไม่สามารถใช้ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (simple linear regression analysis) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ แต่ต้องใช้วิธีอื่นในการหาค่าพารามิเตอร์แทน สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้วิธีในการประมาณค่าพารามิเตอร์ 2 วิธี คือ

- 1) วิธีการแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง (Singular Value Decomposition: SVD)
- 2) ใช้การพิจารณาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood function) และใช้วิธีการทำซ้ำของนิวตัน เรฟสัน เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่าฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีค่าสูงที่สุด

2.1.3. ตัวแบบของเรนชอ และฮาเบอร์แมน (Renshaw and Haberman model: RH)

ในปี ค.ศ. 2006 เรนชอ และ ฮาเบอร์แมน ได้นำตัวแบบ LC มาประยุกต์โดยพิจารณาผลกระทบรุ่นที่ส่งผลต่ออัตราฆณะ โดยทำการเพิ่มเทอม γ_{t-x} เข้าไปในตัวแบบ LC (Ranshaw and Haberman, 2006) ทำให้ได้ตัวแบบที่มีรูปแบบคือ

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x} \quad (2.3)$$

โดยที่

$m_{x,t}$	แทน ค่าสังเกตของอัตราฆณะกลางปีอายุ x ในปี t
α_x	แทน ค่าเฉลี่ยลอการิทึมของอัตราฆณะกลางปีของอายุ x
$\beta_x^{(1)}$	แทน อัตราเสื่อมของดัชนีเวลาที่อายุ x
$\kappa_t^{(1)}$	แทน ดัชนีเวลาของระดับอัตราฆณะของกลางปีที่ t
γ_{t-x}	แทน ผลกระทบรุ่นที่เวลา $t - x$

ตัวแบบ RH จัดอยู่ใน GAPC family เช่นเดียวกับตัวแบบ LC โดยที่

$$\eta_{x,t} = \ln(m_{x,t}), N = 1$$

2.1.3.1 ข้อจำกัดของพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบ RH

เช่นเดียวกับตัวแบบ LC ตัวแบบ RH สามารถมีค่าตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ

กำหนดให้ $(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}, \gamma_{t-x})$ เป็นชุดคำตอบของสมการ (2.3) พบว่า

$$\left(\alpha_x + c_1 \beta_x^{(1)} + c_2 \beta_x^{(1)}, \frac{1}{c_3} \beta_x^{(1)}, c_3 (\kappa_t^{(1)} - c_1), \frac{1}{c_4} \beta_x^{(0)}, c_4 (\gamma_{t-x} - c_2) \right)$$

เมื่อ $c_1, c_2, c_3 \neq 0, c_4 \neq 0$ เป็นค่าคงที่ใดๆ เป็นคำตอบของสมการ (2.3) ด้วย

เพื่อให้คำตอบที่ได้มีคำตอบเดียว จึงต้องกำหนดข้อจำกัดของพารามิเตอร์ดังนี้

$$\sum_x \beta_x^{(1)} = 1, \sum_t \kappa_t^{(1)} = 0, \sum_x \beta_x^{(0)} = 1, \sum_{x,t} \gamma_{t-x}$$

2.1.3.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบ RH

การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบ RH มี 2 วิธี คือ

1) วิธีการแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง

หลังจากหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับตัวแบบ LC จากสมการที่ (2.2) แล้ว เมื่อเปรียบเทียบค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบกับอัตราการมรณะ จะพบว่า มีค่าความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น

กำหนดให้ $e_{x,t}$ เป็นค่าความต่างระหว่างอัตราการมรณะกับค่าที่ได้จากการประมาณด้วยตัวแบบลิ คาร์เตอร์ สำหรับอายุ x และปีปฏิทิน t

นั่นคือ ถ้าให้ $\ln(m_{x,t})$ เป็นค่าจริงของค่าลอการิทึมของอัตราตายกลางปี และ $\ln(\hat{m}_{x,t})$ เป็นค่าประมาณของค่าลอการิทึมของอัตราการมรณะกลางปีที่ได้จากตัวแบบ LC จะได้ว่า

$$e_{x,t} = \ln(m_{x,t}) - \ln(\hat{m}_{x,t})$$

เนื่องจากความคล้ายกันของสมการของตัวแบบ LC กับตัวแบบ RH ทำให้สามารถหาค่าพารามิเตอร์ $\beta_x^{(0)}$ และ γ_{t-x} ได้จากสมการ

$$e_{x,t} = \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$$

ซึ่งอยู่ในรูปแบบที่สามารถหาค่าได้ด้วยวิธีแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง สำหรับตัวแบบ RH จะใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีหาภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation) โดยกำหนดให้จำนวนการตายในแต่ละปีมีการแจกแจงแบบปัวซอง $D_{x,t} \sim \text{Poisson}(E_{x,t} m_{x,t})$ และใช้กระบวนการทำซ้ำของนิวตัน เรฟสัน เพื่อหา

ค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่า ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของตัวแบบมีค่าสูงสุด จากสมการที่ (2.3) และการกำหนดให้จำนวนการตายมีการแจกแจงแบบปัวซอง ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นและค่า log-likelihood (l) ของตัวแบบ RH เป็นดังนี้

$$L(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}, \beta_x^{(0)}, \gamma_{t-x}) = \frac{(E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}})^{\sum_{x,t} D_{x,t}} e^{-E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}}}}{\prod_{x,t} (D_{x,t}!)}$$

$$l(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}, \beta_x^{(0)}, \gamma_{t-x}) \propto \sum_{x,t} \left(D_{x,t} (\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}) - E_{x,t} e^{(\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x})} \right)$$

2.1.4. ตัวแบบอายุ-ปี-รุ่นประชากร (Age-Period-Cohort : APC)

ตัวแบบ APC ถือว่าเป็นกรณีเฉพาะของตัวแบบ RH โดยที่ $\beta_x^{(1)} = 1, \beta_x^{(2)} = 1$ เริ่มแรกนั้นตัวแบบนี้เป็นที่นิยมประยุกต์ใช้ทางประชากรศาสตร์แต่หลังจากที่คาร์รี่ได้ทำการศึกษ ตัวแบบ APC เพื่อใช้ในการประมาณค่าอัตราการณะของประเทศอังกฤษและเวลล์ ตัวแบบนี้ก็ได้รับความสนใจสำหรับวงการคณิตศาสตร์ประกันภัยมากขึ้น (Currie, 2006)

มีรูปแบบของตัวแบบเป็นดังต่อไปนี้

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x} \quad (2.4)$$

โดยที่

$m_{x,t}$	แทน ค่าสังเกตของอัตราการณะกลางปีรายอายุ x ในปีที่ t
α_x	แทน ค่าเฉลี่ยลอการิทึมของอัตราการณะกลางปีของอายุ x
$\kappa_t^{(1)}$	แทน ดัชนีเวลาของระดับอัตราการณะของกลางปี
γ_{t-x}	แทน ผลกระทบรุ่นที่เวลา $t - x$

เพื่อให้คำตอบได้จากการประมาณค่าพารามิเตอร์มีเพียงค่าคำตอบเดียว จึงมีการกำหนด

ข้อจำกัดของพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

$$1) \sum_t \kappa_t^{(1)} = 0$$

$$2) \sum_{x,t} \gamma_{t-x} = 0$$

$$3) \sum_{x,t} (t-x) \gamma_{t-x} = 0$$

สำหรับตัวแบบ APC จะใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด โดยกำหนดให้จำนวนการตายในแต่ละปีมีการแจกแจงแบบปัวซอง $D_{x,t} \sim \text{Poisson}(E_{x,t} m_{x,t})$ และใช้กระบวนการทำซ้ำของนิวตัน เรฟสัน เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่าฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น

ของตัวแบบมีค่าสูงสุด จากสมการที่ (2.4) และการกำหนดให้จำนวนการตายมีการแจกแจงแบบปัวซอง ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นและค่า log-likelihood ของตัวแบบ APC เป็นดังนี้

$$L(\alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \gamma_{t-x}) = \frac{(E_{x,t} e^{\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}})^{\sum_{x,t} D_{x,t}} e^{-E_{x,t} e^{\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}}}}{\prod_{x,t} (D_{x,t}!)}$$

$$l(\alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \gamma_{t-x}) \propto \sum_{x,t} (D_{x,t} (\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}) - E_{x,t} e^{(\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x})})$$

2.1.5. ตัวแบบ คาร์ล เบรก ดอน (Cairns, Blake and Dowd model: CBD) อย่างง่าย

ตัวแบบนี้ถูกเสนอโดย คาร์ล เบรก และดอน ในปี ค.ศ. 2006 เป็นการพิจารณาอัตราการผ่านตัวแบบชนิดโลจิสต์ (Logit model) ซึ่งต่างจากตัวแบบที่ผ่านมาที่เป็นการพิจารณาจากค่าล็อกกาติทีมของอัตราการตายกลางปี (Cairns et al., 2006) ตัวแบบนี้เป็นตัวแบบที่ไม่ได้พิจารณาผลกระทบรุ่น โดยฝั่งขวาของสมการมีรูปแบบคล้ายสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตัวแบบ CBD อย่างง่าย มีลักษณะดังต่อไปนี้

$$\ln \left(\frac{q_{x,t}}{1 - q_{x,t}} \right) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x}) \quad (2.5)$$

โดยที่

$q_{x,t}$	แทน ค่าสังเกตของอัตราการตายที่อายุ x ในปีที่ t
$\kappa_t^{(1)}$	แทน ดัชนีเวลาที่มีค่าขึ้นกับปีปฏิทิน t
$\kappa_t^{(2)}$	แทน อัตราเสื่อมของ $(x - \bar{x})$ ที่มีค่าขึ้นกับปีปฏิทิน t
\bar{x}	แทน ค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างอายุที่ศึกษา เนื่องจากในงานวิจัยนี้มีช่วงอายุทำการศึกษาคือ 0-110 ปี ดังนั้น $\bar{x} = 55$

จะเห็นได้ว่า ตัวแบบ CBD อยู่ใน GAPC family โดยที่ $\beta_x^{(1)} = 1, \beta_x^{(2)} = x - \bar{x}, N = 2$

ตัวแบบ CBD อย่างง่ายนี้เป็นพื้นฐานในกรณีของตัวแบบ CBD แบบพิจารณาผลกระทบรุ่นที่จะใช้ในการศึกษาสำหรับงานวิจัยนี้ โดยวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์จะใช้วิธีเดียวกับตัวแบบ APC คือ การใช้ วิธีทำซ้ำของนิวตัน แรฟสัน เพื่อหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของตัวแบบ

เนื่องจากตัวแบบ CBD มีลักษณะเป็นสมการโลจิสต์ที่ขึ้นกับค่าของอัตราการผ่าน ($q_{x,t}$) ต่างจากตัวแบบ LC, RH และ APC ที่มีลักษณะเป็นฟังก์ชันลอการิทึมที่ขึ้นกับค่าของอัตราการตายกลางปี

$(m_{x,t})$ จึงต้องกำหนดให้พลังมรณะ (force of mortality : $\mu_{x,t}$) มีค่าคงที่สำหรับแต่ละอายุ (x) และปีปฏิทิน (t) การกำหนดเงื่อนไขนี้ ทำให้ได้คุณสมบัติ 2 ข้อ คือ

$$\text{ก) } m_{x,t} = \mu_{x,t} \quad (2.6)$$

$$\text{ข) } m_{x,t} = -\ln(1 - q_{x,t})$$

โดยที่ $m_{x,t}$ อัตราตายกลางปี (Central death rate) ของคนอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t

$q_{x,t}$ อัตราการมรณะ (Mortality rate) ของคนอายุ x ปี ที่ปีปฏิทิน t

จาก (2.5) จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$q_{x,t} = \frac{e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})}}{1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})}} \quad (2.7)$$

จาก (2.7) และการกำหนดให้จำนวนการตายมีการแจกแจงแบบทวินาม จะได้ว่าฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นและฟังก์ชัน log-likelihood ของตัวแบบ CBD เป็นดังนี้

$$L(\kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}) = \prod_{x,t} \left((e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})})^{D_{x,t}} (1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})})^{E_{x,t}} \right)$$

$$l(\kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}) = \sum_{x,t} \left(D_{x,t} (\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})) + E_{x,t} \ln(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})}) \right)$$

2.1.6. ตัวแบบ CBD แบบเป็นเทอมกำลังสองและพิจารณาผลกระทบรุ่น (Generalized Cairns, Blake and Dowd model : GCBD)

ตัวแบบนี้เป็นตัวแบบที่พิจารณาค่ากำลังสองของ $(x - \bar{x})$ เป็นองค์ประกอบร่วมด้วยและพิจารณาผลกระทบรุ่น ตัวแบบมีลักษณะดังต่อไปนี้

$$\ln \left(\frac{q_{x,t}}{1 - q_{x,t}} \right) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x - \bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x} \quad (2.8)$$

โดยที่

$q_{x,t}$ แทน ค่าสังเกตของอัตราการมรณะที่อายุ x ในปี t

$\kappa_t^{(1)}$ แทน ดัชนีเวลาที่มีค่าขึ้นกับปีปฏิทิน t

$\kappa_t^{(2)}$ แทน อัตราเสื่อมของ $(x - \bar{x})$ ที่มีค่าขึ้นกับปีปฏิทิน t

$\kappa_t^{(3)}$	แทน อัตราเสื่อมของ $(x - \bar{x})^2 - \sigma_x^2$ ที่มีค่าขึ้นกับปีปฏิทิน t
\bar{x}	แทน ค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างอายุที่ศึกษา เนื่องจากในงานวิจัยนี้มีช่วงอายุ ที่ทำการศึกษาคือ 0-100 ปี ดังนั้น $\bar{x} = 51$
σ_x^2	แทน ค่าความแปรปรวนของอายุที่ศึกษา เนื่องจากในงานวิจัยนี้มีช่วง อายุที่ทำการศึกษาคือ 0-110 ปี ดังนั้น $\sigma_x^2 = 1026.66667$

เพื่อให้ค่าคำตอบที่ได้มีเพียงคำตอบเดียว จึงกำหนดข้อจำกัด พารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

$$\sum_{x,t} \gamma_{t-x} = 0, \sum_{x,t} (t-x) \gamma_{t-x} = 0, \sum_{x,t} (t-x)^2 \gamma_{t-x} = 0$$

สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์จะใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีหา
ภาวะน่าจะเป็นสูงสุด โดยกำหนดให้จำนวนการตายในแต่ละปีมีการแจกแจงแบบทวินาม และใช้
กระบวนการทำซ้ำของนิวตัน เรฟสัน เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่า ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของตัว
แบบมีค่าสูงสุด

จาก (2.7) และ (2.8) จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$q_{x,t} = \frac{e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}}{1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}} \quad (2.9)$$

จาก (2.9) และการกำหนดให้จำนวนการตายมีการแจกแจงแบบทวินาม จะได้ว่าค่าฟังก์ชันภาวะ
น่าจะเป็นและค่า log-likelihood ของตัวแบบ GCBD เป็นดังนี้

$$L(\kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}, \kappa_t^{(3)}, \gamma_{t-x}) = \prod_{x,t} \left(\begin{array}{l} (e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}})^{D_{x,t}} \\ * (1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}})^{E_{x,t}} \end{array} \right)$$

$$l(\kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}, \kappa_t^{(3)}, \gamma_{t-x}) = \sum_{x,t} \left(\begin{array}{l} D_{x,t} (\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) \\ + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}) \\ + E_{x,t} \ln(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}) \end{array} \right)$$

2.2 วิธีที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตรากรรม

ในงานวิจัยนี้ มีวิธีที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบที่ศึกษาอยู่ 2 วิธี คือการใช้วิธีการแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง (Singular Value Decomposition: SVD) และการใช้วิธีการทำซ้ำของนิวตัน เรฟสัน (Newton Raphson) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ภาชนะน่าจะเป็นมีค่าสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method: MLE Method) มีรายละเอียดของทั้งสองวิธีดังนี้

2.2.1 วิธีการแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง (Singular Value Decomposition: SVD)

ทฤษฎีการแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง เป็นทฤษฎีที่ใช้แยกเมตริกซ์ใดๆให้อยู่ในรูปของผลคูณของเมตริกซ์ย่อย 3 เมตริกซ์ คือ เมตริกซ์ตั้งฉากแนวตั้ง (Orthogonal matrix) U ขนาด $m \times m$ เมตริกซ์ทแยง (Diagonal matrix) S ขนาด $m \times n$ ทรานสโพสของเมตริกซ์ตั้งฉาก (Transposed orthogonal matrix) V^T ขนาด $n \times n$ เขียนเป็นสมการได้ คือ

$$A_{m \times n} = U_{m \times m} S_{m \times n} V_{n \times n}^T$$

โดย $A_{m \times n}$ แทน เมตริกซ์ขนาด $m \times n$ ใดๆ

$U_{m \times m}$ แทน เมตริกซ์ตั้งฉาก ขนาด $m \times m$ มีคุณสมบัติ คือ $UU^T = I$ โดยแต่ละคอลัมน์ของเมตริกซ์ U คือเวกเตอร์เฉพาะเจาะจงขนาดหนึ่งหน่วย (Orthonormal eigenvector) ของ AA^T

$S_{m \times n}$ แทน เมตริกซ์ทแยง ขนาด $m \times n$ มีสมาชิกในแนวทแยงจากซ้ายบนมาขวาล่างเป็นค่าเฉพาะเจาะจงของเมตริกซ์ U เรียงจากมากไปน้อย

$V_{n \times n}$ แทน ทรานสโพสของเมตริกซ์ตั้งฉาก ขนาด $m \times m$ มีคุณสมบัติ คือ $VV^T = I$ โดยแต่ละคอลัมน์ของเมตริกซ์ V คือเวกเตอร์เฉพาะเจาะจงขนาดหนึ่งหน่วย (Orthonormal eigenvector) ของ $A^T A$

กำหนดให้

$$Z_{x,t} = \ln(m_{x,t}) - \alpha_x \quad (2.10)$$

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ Lee-Carter ด้วยวิธีการแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. หาค่า α_x จาก $\alpha_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln(m_{x,t})$

2. เขียน ในรูป $Z_{x,t} = USV^T$ และทำตามวิธีแยกเมตริกซ์ด้วยค่าเจาะจง

$$\text{ดังนั้น จะได้ว่า } Z = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & Z_{1,2} & Z_{1,3} & \dots & Z_{1,T} \\ Z_{2,1} & Z_{2,2} & Z_{2,3} & \dots & Z_{2,T} \\ Z_{3,1} & Z_{3,2} & Z_{3,3} & \dots & Z_{3,T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{X,1} & Z_{X,2} & Z_{X,3} & \dots & Z_{X,T} \end{bmatrix} \hat{\beta}$$

$$\text{โดยที่ } \hat{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_x] \text{ และ } \hat{\kappa} = [\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_T]$$

3. นำค่า $\beta_t^{(1)}$ และ $\kappa_x^{(1)}$ แทนในสมการที่ (2.10) สำหรับทุกๆค่า x และ t จะได้ค่าลอกการีทิมของค่าอัตราณณะกลางปี

2.2.2 วิธีประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method: MLE Method)

กำหนดให้ $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ เป็นตัวแปรสุ่ม ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น $f(x; \theta)$

ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood function) ของตัวแปรสุ่ม ($L_X(\theta)$) คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นร่วมของ X_1, X_2, \dots, X_n โดยฟังก์ชันดังกล่าวเป็นฟังก์ชันที่มีค่าขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ θ

การประมาณค่าโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เป็นการหาค่า θ ซึ่งทำให้ ค่าฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น $L_X(\theta)$ มีค่าสูงสุด จากการประยุกต์ใช้แคลคูลัสขั้นพื้นฐานเพื่อหาค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ (Relative minimum) จะได้ว่า ค่า θ ที่ได้จากวิธีนี้ เป็นค่าที่ทำให้สมการดังต่อไปนี้เป็นจริง

$$\frac{\partial}{\partial \theta} L_X(\theta) = 0$$

การประมาณค่าพารามิเตอร์ดังกล่าว สามารถขยายไปสู่กรณีที่มีฟังก์ชัน L_X ขึ้นกับพารามิเตอร์มากกว่าหนึ่งตัว กำหนดให้พารามิเตอร์ในกรณีดังกล่าวคือ $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ จะได้ว่าค่าของพารามิเตอร์ที่พิจารณาจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดคือค่าที่ทำให้สมการต่อไปนี้เป็นจริง

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} L_X(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) = 0 \quad \text{สำหรับทุกค่า } i = 1, 2, \dots, n$$

ในทางปฏิบัติจำพิจารณาหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่า log-likelihood ซึ่งเป็นค่าลอการิทึมของฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นร่วม $l_X(\theta) = \ln(L_X(\theta))$ มีค่าสูงที่สุด

โดยรูปแบบของฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น จะขึ้นอยู่กับชนิดของการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาการแจกแจง 2 แบบ ดังนี้

1) การแจกแจงแบบปัวซอง (Poisson distribution)

การแจกแจงแบบปัวซองเป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่ใช้แสดงจำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่สนใจในช่วงเวลาที่กำหนด เช่น จำนวนการเรียกร้อยสินค้าใหม่ทดแทนในระยะเวลา 1 เดือน หรือจำนวนการเข้ารับการรักษาพยาบาลของคนคนหนึ่งในระยะเวลา 3 เดือน สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้การแจกแจงแบบปัวซองในการพิจารณาจำนวนการตาย ($D_{x,t}$) ในแต่ละปี โดยของลักษณะการแจกแจงแบบปัวซองขึ้นกับค่าพารามิเตอร์ 1 ตัว คือ λ

กำหนดให้ $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ มีการแจกแจงแบบปัวซอง ที่มีค่าพารามิเตอร์คือ λ ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X_i เป็นดังนี้

$$f_{X_i}(x_i; \lambda) = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!}$$

ค่าฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นคือ

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} \right) = \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} e^{-n\lambda}}{x_1! x_2! \dots x_n!}$$

และ log-likelihood คือ

$$l(\lambda) = \sum_{i=1}^n (x_i \ln(\lambda) - \lambda - \ln x_i!)$$

เนื่องจากค่าของ $\ln x_i!$ มีค่าไม่ขึ้นกับค่าของพารามิเตอร์ ดังนั้นค่าของ log-likelihood ดังกล่าวมีค่าขึ้นอยู่กับค่าของ $\ln \lambda \sum_{i=1}^n x_i - n\lambda$ เท่านั้น ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาค่าของ log-likelihood ตามสมการต่อไปนี้

$$l(\lambda) = \ln \lambda \sum_{i=1}^n x_i - n\lambda$$

งานวิจัยนี้กำหนดให้จำนวนการตายในแต่ละปี ในการศึกษาตัวแบบ LC RH และ APC มีการแจกแจงแบบปัวซองที่มีค่าเฉลี่ยคือ $E_{x,t} m_{x,t}$ ค่า $E_{x,t}$ เป็นค่าที่ได้จากข้อมูล ส่วนค่า $m_{x,t}$ เป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ จากสมการข้างต้น จะได้ว่าฟังก์ชัน log-likelihood ของ $D_{x,t}$ เป็นดังนี้

$$l(m_{x,t}) = \sum_{x,t} (D_{x,t} \ln(E_{x,t} m_{x,t}) - E_{x,t} m_{x,t})$$

เมื่อกระจายเทอมออกเป็น

$$l(m_{x,t}) = \sum_{x,t} (D_{x,t} \ln(E_{x,t}) + D_{x,t} \ln(m_{x,t}) - E_{x,t} m_{x,t})$$

พบว่า เทอม $\sum_{x,t} D_{x,t} \ln(E_{x,t})$ ไม่ขึ้นกับค่าของพารามิเตอร์ ดังนั้นสมการที่ใช้พิจารณา

ค่าของฟังก์ชัน log-likelihood ของ $D_{x,t}$ ที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง คือ

$$l(m_{x,t}) = \sum_{x,t} (D_{x,t} \ln(m_{x,t}) - E_{x,t} m_{x,t})$$

2) การแจกแจงแบบทวินาม(Binomial distribution)

งานวิจัยนี้กำหนดให้ จำนวนการตายในแต่ละปี ($D_{x,t}$) ในการศึกษาตัวแบบ CBD และ GCBD การแจกแจงแบบทวินาม โดยในแต่ละปีมีประชากรคือ $E_{x,t}$ และมีโอกาสที่จะเสียชีวิตคือ $q_{x,t}$ ซึ่งเป็นค่าที่ขึ้นกับตัวแบบ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น ($L(q_{x,t})$) และฟังก์ชัน log-likelihood ($l(q_{x,t})$) ของ $D_{x,t}$ เป็นดังนี้

$$L(q_{x,t}) = \prod_{x,t} \left(\frac{E_{x,t}}{D_{x,t}!(E_{x,t} - D_{x,t})!} q_{x,t}^{D_{x,t}} (1 - q_{x,t})^{E_{x,t} - D_{x,t}} \right)$$

$$l(q_{x,t}) = \sum_{x,t} (D_{x,t} \ln(q_{x,t}) + (E_{x,t} - D_{x,t})(1 - q_{x,t}))$$

3) การแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution)

การแจกแจงแบบปกติเป็นการแจกแจงของตัวแปรชนิดต่อเนื่องที่มีความสำคัญ การวิเคราะห์ข้อมูล ในเชิงสถิติส่วนใหญ่ จะมีพื้นฐานอยู่บนการแจกแจงแบบนี้ เนื่องจากสามารถใช้ทฤษฎีแนวโน้มนำเข้าสู่ศูนย์กลาง (Central Limit Theorem) มาประยุกต์ใช้กับการแจกแจงที่ทำการศึกษา และนำมาเปรียบเทียบกับ การแจกแจงแบบปกติได้โดยง่าย การแจกแจงแบบปกติ มีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ ค่าเฉลี่ย (μ) และค่าความแปรปรวน (σ^2)

ในงานวิจัยนี้จำใช้การแจกแจงแบบปกติเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์ โดยกำหนดให้ความคลาดเคลื่อน (ξ) จากการประมาณค่าอัตราฆณะด้วยตัวแบบพยากรณ์มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนมีค่าคงที่ ค่าความคลาดเคลื่อนดังกล่าว เป็นค่าความต่างระหว่างค่าอัตราฆณะที่ได้จากการประมาณด้วยตัวแบบกับค่าจริง

กำหนดให้ $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าพารามิเตอร์คือ μ และ σ^2 ฟังก์ชันหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X_i เป็นดังนี้

$$f_{X_i}(x_i; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2}$$

และ log-likelihood คือ

$$l(\lambda) = -\frac{1}{2}n \ln(2\pi) - n \ln \sigma - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}$$

ซึ่งค่า log-likelihood ดังกล่าว มีค่าขึ้นอยู่กับค่าของ $-\frac{1}{2}n \ln(2\pi) - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}$

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะพิจารณาฟังก์ชัน log-likelihood ของการแจกแจงแบบปกติในรูปแบบดังนี้

$$l(\mu, \sigma^2) = -\frac{1}{2}n \ln(2\pi) - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad (2.11)$$

2.2.3 การหาค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการทำซ้ำของนิวตัน เรฟสัน (Newton Raphson)

วิธีการทำซ้ำของนิวตัน เรฟสัน เป็นวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) ที่ใช้ในการหาคำตอบของสมการทั้งแบบที่เป็นเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น ถูกคิดโดยโจเซฟ เรฟสัน ในปี ค.ศ. 1690 โดยเป็นการปรับวิธีการหาคำตอบเชิงตัวเลขของนิวตัน (ไอแซค นิวตัน, ค.ศ. 1685) ให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น วิธีนี้เป็นที่นิยมเนื่องจากสามารถหาคำตอบได้เร็วและมีข้อจำกัดเพียงแค่ฟังก์ชันที่จะใช้ในการหาคำตอบต้องหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้ (Raphson, 1690)

กำหนดให้ฟังก์ชัน $f : [a, b] \rightarrow R$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้บนช่วง $[a, b]$, n เป็นจำนวนเต็ม และ $(x_n, f(x_n))$ เป็นจุดบนกราฟของ $y = f(x)$

สมการเส้นสัมผัส (tangent line) ของกราฟดังกล่าว คือ

$$y = f'(x_n)(x - x_n) + f(x_n)$$

ให้ x_{n+1} เป็นค่าประมาณของคำตอบของสมการ $f(x) = 0$ ที่ดีกว่า x_n

จะได้ว่า
$$0 = f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) + f(x_n)$$

นั่นคือ
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

สมการนี้เป็นสมการที่ใช้ในการทำซ้ำเพื่อหาคำตอบของสมการในรูปแบบใดก็ได้ โดยเลือกค่าเริ่มต้น (Initial value) ที่เหมาะสม โดยในงานวิจัยนี้จะใช้ในการหาคำตอบของสมการของฟังก์ชัน

log-likelihood $\left(\frac{\partial}{\partial \theta_i} l(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) = 0 \right)$ เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ตัวที่ i เมื่อ l เป็น

ฟังก์ชัน log-likelihood ที่มีค่าขึ้นกับพารามิเตอร์ k ตัวและ k เป็นจำนวนเต็มใดๆ

สำหรับตัวแบบ LC จะได้ว่า ฟังก์ชันสถานะน่าจะเป็นและฟังก์ชัน log-likelihood ของตัวแบบ มีรูปแบบดังนี้

$$L(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}) = \frac{(E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}})^{\sum_{x,t} D_{x,t}} e^{-(XT) E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}}}}{\prod_{x,t} (D_{x,t}!)}$$

$$l(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}) = \sum_{x,t} \left(D_{x,t} (\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}) - E_{x,t} e^{(\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)})} \right)$$

ยกตัวอย่างการหาค่าพารามิเตอร์ α_x ที่เป็นคำตอบของตัวแบบ LC

เนื่องจาก
$$\frac{\partial}{\partial \alpha_x} l(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}) = \sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} e^{(\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)})} \right)$$

และ
$$\frac{\partial^2}{\partial \alpha_x^2} l(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}) = \sum_{x,t} \left(-E_{x,t} e^{(\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)})} \right)$$

ดังนั้น สมการที่ใช้ในการทำซ้ำเพื่อหาค่า α_x ที่เป็นคำตอบของตัวแบบ LC คือ

$$\alpha_{x,n+1} = \alpha_{x,n} - \frac{\frac{\partial}{\partial \alpha_{x,n}} l}{\frac{\partial^2}{\partial \alpha_{x,n}^2} l} = \alpha_{x,n} - \frac{\sum_{x,t} (D_{x,t} - E_{x,t} e^{(\alpha_{x,n} + \beta_x^{(1)}) K_t^{(1)}})}{\sum_{x,t} (-E_{x,t} e^{(\alpha_{x,n} + \beta_x^{(1)}) K_t^{(1)}})}$$

สมการที่ใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-เรฟสัน สรุปไว้ในภาคผนวก ก

2.3 .เกณฑ์ในการพิจารณาความเหมาะสมของตัวแบบเพื่อใช้พยากรณ์อัตราภาระ

ในงานวิจัยนี้จะใช้เกณฑ์ในการเลือกตัวแบบที่เหมาะสม 2 เกณฑ์ ดังนี้

- 1) ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error : MAPE)
- 2) ค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayesian Information Criterion: BIC) ใช้เปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแบบ แม้ว่าตัวแบบมีจำนวนพารามิเตอร์ไม่เท่ากัน เนื่องจากปกติแล้วตัวแบบที่มีจำนวนพารามิเตอร์มากกว่า มีแนวโน้มที่จะประมาณค่าได้ใกล้เคียงกับข้อมูลมากกว่า ทั้งนี้อาจไม่จำเป็นต้องใช้ตัวแบบที่มีจำนวนพารามิเตอร์มากที่สุดในการประมาณค่า การใช้ BIC เป็นเกณฑ์จะช่วยแก้ปัญหาดังกล่าวได้

2.3.1 ค่าเฉลี่ยร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error : MAPE)

เป็นค่าที่ใช้วัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ได้ดี โดยใช้การพิจารณาผลต่างระหว่างข้อมูลจริงกับข้อมูลที่ถูกระมาณขึ้นมาในรูปแบบของค่าสัมบูรณ์ มีข้อดีคือมีค่าเป็นบวกเสมอ และมีลักษณะเป็นร้อยละ ทำให้ง่ายต่อการเปรียบเทียบและเห็นได้ชัดว่าแต่ละตัวแบบประมาณค่าอัตราภาระได้ดีเท่าใด มีสูตรในการคำนวณดังต่อไปนี้

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{F_k - A_k}{A_k} \right|$$

โดยที่ N แทน จำนวนข้อมูลที่ทำการศึกษา

F_k แทน ข้อมูลจริงตัวที่ k

A_k แทน ข้อมูลที่ได้จากการพยากรณ์ตัวที่ k

$k = 1, 2, 3, \dots, N$

2.3.2 ค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayesian information criterion: BIC)

การเปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแบบ สามารถใช้ค่าของฟังก์ชัน log-likelihood เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบได้ แต่ปกติแล้วตัวแบบที่มีจำนวนพารามิเตอร์มากกว่า มีแนวโน้มที่จะประมาณค่าได้ใกล้เคียงกับข้อมูลมากกว่า นั่นคือ การเปรียบเทียบด้วยค่า log-likelihood เพียงอย่างเดียว อาจทำให้ผลที่ได้ผิดจากวัตถุประสงค์ที่ต้องการและทำให้ไม่ได้ตัวแบบที่มีประสิทธิภาพสูงสุด เกณฑ์แบบ BIC มีพื้นฐานมาจากการพิจารณาค่าของ log-likelihood แต่มีการรวมจำนวนพารามิเตอร์ของตัวแบบไว้พิจารณาด้วย การใช้ BIC เป็นเกณฑ์จึงสามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ เกณฑ์ของ BIC มีรูปแบบดังนี้

$$BIC = -2l + k \ln(n)$$

โดยที่ l แทน ค่าของ log-likelihood ของตัวแบบ
 k แทน จำนวนพารามิเตอร์ของตัวแบบที่ถูกประมาณ
 n แทน จำนวนข้อมูลที่ศึกษา

ตัวแบบที่มีค่า BIC น้อยกว่า เป็นตัวแบบที่มีความเหมาะสมมากกว่า

2.4 ตัวแบบอริมา (AutoRegressive Integrated Moving Average: ARIMA)

หลังจากได้ตัวแบบที่มีความเหมาะสมแล้ว งานวิจัยนี้จะพยากรณ์อัตราการณะด้วยตัวแบบดังกล่าวไปอีก 70 ปีข้างหน้า ค่าพารามิเตอร์ที่จะพยากรณ์คือค่าพารามิเตอร์ที่มีค่าขึ้นกับปีปฏิทิน (t) สำหรับค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ขึ้นกับปีปฏิทินจะไม่ทำการพยากรณ์ เนื่องจากค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวจะมีค่าขึ้นกับอายุ (x) เพียงตัวแปรเดียว ซึ่งตัวแปรอายุมีค่าเหมือนเดิม คือ 0-100 ปี สรุปลพารามิเตอร์ที่จะพยากรณ์แสดงดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่พยากรณ์สำหรับตัวแบบ RH, APC, GAPC

ตัวแบบ	ค่าพารามิเตอร์ที่จะพยากรณ์
RH	$K_t^{(1)}, \gamma_{t-x}$
APC	$K_t^{(1)}, \gamma_{t-x}$
GCPD	$K_t^{(1)}, K_t^{(2)}, K_t^{(3)}, \gamma_{t-x}$

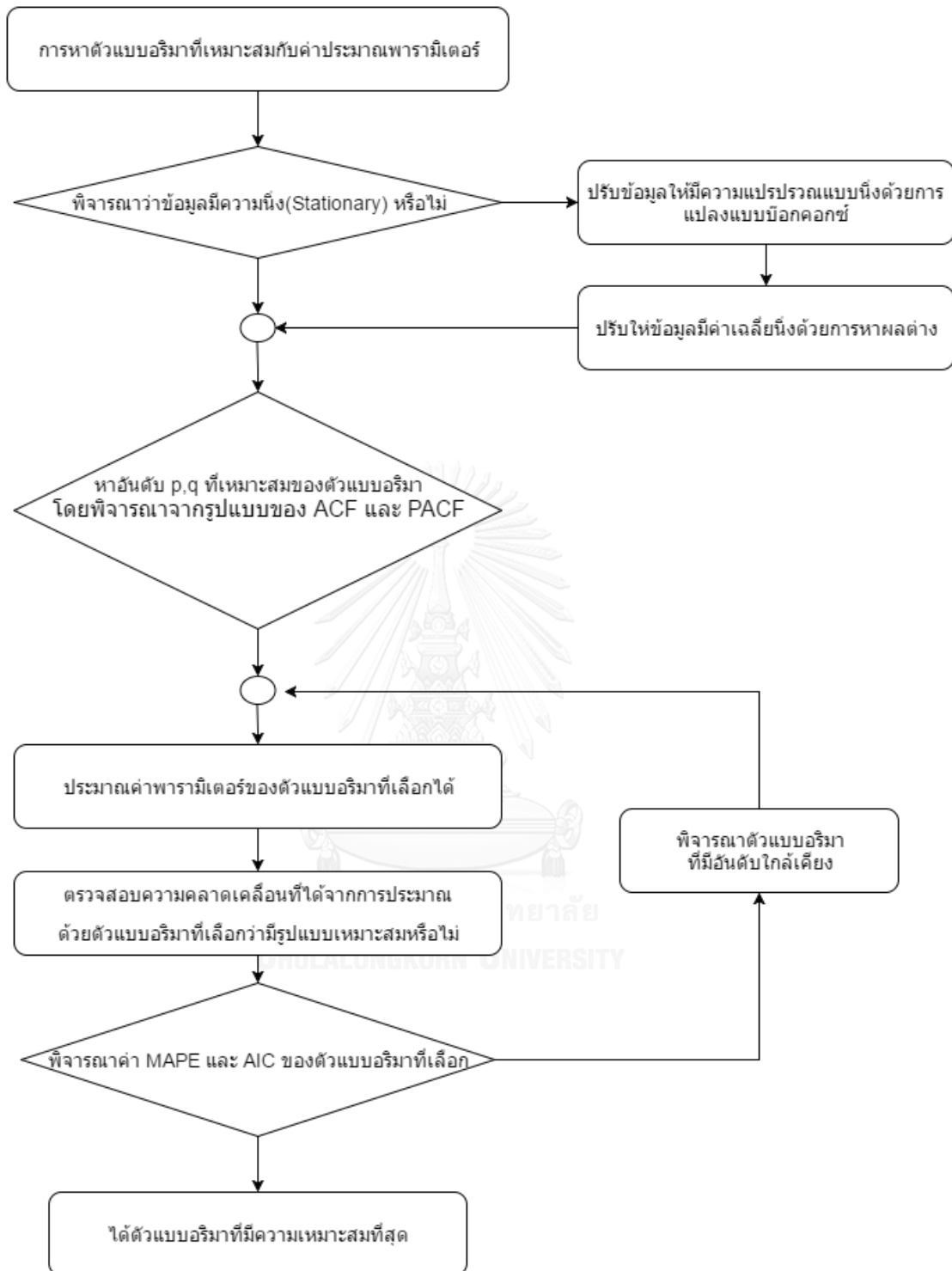
*ทำการประมาณเพียงตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดตัวแบบเดียวเท่านั้น

ในงานวิจัยนี้ใช้ตัวแบบออริมา (Autoregressive integrated moving average : ARIMA) เพื่อใช้พยากรณ์ดัชนีเวลา ตัวแบบออริมาถูกคิดค้นโดยบ็อกซ์และเจนกิน ในปี ค.ศ.1994 มีแนวคิดคือ ค่าของข้อมูลในปัจจุบันเป็นผลมาจากค่าสังเกตในอดีตที่อยู่ในเทอมการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive : AR) และจากค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มในอดีต (moving average : MA) คำว่า integrated ในชื่อของตัวแบบออริมา หมายถึงการที่ต้องหาผลต่างของข้อมูลในปัจจุบันกับค่าในอดีต เพื่อให้ข้อมูลมีความนิ่ง (Stationary) ก่อนนำไปวิเคราะห์ (Box, Jenkins and Reinsel, 1994) เขียนระบุลักษณะของตัวแบบเป็นสัญลักษณ์ได้ คือ $ARIMA(p, d, q)$

โดย p แทน อันดับจากเทอมถดถอยในตัวเองของข้อมูลในอดีต
 d แทน จำนวนครั้งที่หาผลต่าง เพื่อให้ข้อมูลมีความนิ่ง
 q แทน อันดับจากค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มในอดีต

การพยากรณ์ข้อมูลด้วยตัวแบบออริมา ดังแสดงในแผนภาพที่ 2.2 มีขั้นตอนโดยย่อคือ

- 1) พิจารณาข้อมูลว่ามีความนิ่งหรือไม่ ถ้าเป็นข้อมูลแบบไม่นิ่ง งานวิจัยนี้จะใช้การแปลงแบบ บ็อก-ค็อกซ์ และการหาผลต่าง เพื่อปรับให้ข้อมูลเป็นแบบนิ่ง
- 2) พิจารณารูปแบบกราฟของค่า ACF และ PACF ของข้อมูลที่เป็นแบบนิ่งแล้ว เพื่อเลือกอันดับของตัวแบบออริมาที่เหมาะสม
- 3) ประเมินค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบออริมาที่เลือกได้
- 4) ตรวจสอบความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการประมาณด้วยตัวแบบออริมาที่เลือก ว่ามีรูปแบบเหมาะสมหรือไม่
- 5) พิจารณา ค่า MAPE และ AIC ของตัวแบบออริมาที่เลือก
- 6) ทำซ้ำขั้นตอนที่ 3-5 โดยพิจารณาตัวแบบออริมาที่มีอันดับใกล้เคียง
- 7) ได้ตัวแบบออริมาที่เหมาะสมที่สุดสำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์



แผนภาพที่ 2.2 แสดงขั้นตอนการหาตัวแบบอริมาเพื่อใช้พยากรณ์ดัชนีเวลา

2.4.1 การแปลงข้อมูลให้มีความนิ่ง (Stationary) เพื่อใช้กับตัวแบบอริมา

ข้อมูลที่น่ามาพยากรณ์ด้วยตัวแบบอริมาต้องเป็นข้อมูลที่มีความนิ่ง (Stationary) ข้อมูลที่มีความนิ่งมีคุณสมบัติ 2 ข้อคือ

- 1) ค่าความแปรปรวนมีความนิ่ง (Stationary in variance)
- 2) ค่าเฉลี่ยมีความนิ่ง (Stationary in mean)

2.4.1.1 การแปลงข้อมูลให้เป็นข้อมูลที่มีค่าความแปรปรวนแบบนิ่ง

ข้อมูลที่มีค่าความแปรปรวนไม่นิ่ง คือข้อมูลที่มีค่าความเปลี่ยนแปลงขึ้นกับเวลา ข้อมูลลักษณะนี้ไม่สามารถนำมาวิเคราะห์ด้วยตัวแบบอริมาได้โดยตรง ต้องแปลงให้เป็นข้อมูลที่มีความแปรปรวนแบบนิ่งก่อน ในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการแปลงของบ็อกซ์-ค็อกซ์ (Box-Cox transformation) ในการแปลงข้อมูลให้มีการแจกแจงเป็นปกติและความแปรปรวนเป็นแบบนิ่ง (Box and Cox, 1964) โดยมีรูปแบบการแปลงข้อมูลดังนี้

$$Z_{new}(\lambda) = Z_{old}(\lambda) = \begin{cases} \frac{(Z_{old}^\lambda - 1)}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln(Z_{old}), & \lambda = 0 \end{cases}$$

โดย Z_{new} แทน ค่าของข้อมูลที่แปลงแล้ว
 Z_{old} แทน ค่าของข้อมูลก่อนการแปลง
 λ แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของบ็อกซ์-ค็อกซ์

รูปแบบของการแปลงข้อมูลขึ้นกับค่าสัมประสิทธิ์ของบ็อกซ์-ค็อกซ์ (λ) ค่าสัมประสิทธิ์ของบ็อกซ์-ค็อกซ์สามารถหาได้โดยการใช้ฟังก์ชันสถานะน่าจะเป็นสูงสุด โดยมีฟังก์ชันสถานะน่าจะเป็นดังนี้

$$L(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \sum_{k=1}^n \left(\frac{(Z_k(\lambda) - \bar{Z}(\lambda))^2}{n} \right) + (\lambda - 1) \sum_{k=1}^n Z_k(\lambda)$$

โดย n แทน จำนวนข้อมูล

$$\bar{Z} \quad \text{แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล นั่นคือ } \bar{Z}(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Z_k(\lambda)$$

2.4.1.2 การแปลงข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยไม่นิ่ง

ข้อมูลอนุกรมเวลาส่วนใหญ่จะมีแนวโน้ม (Trend) แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงในระยะยาวของอนุกรมเวลา แนวโน้มมีลักษณะได้หลายแบบ เช่น เพิ่มขึ้นหรือลดลงซ้ำๆ เป็นแบบเอ็กโพเนนเชียลหรือมีรูปแบบเป็นเชิงเส้น อนุกรมเวลาที่มีแนวโน้มดังกล่าว เป็นอนุกรมเวลาที่ไม่มีความนิ่ง (Non-stationary)

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ไม่มีความนิ่งสามารถถูกแปลงให้เป็นข้อมูลที่มีความนิ่งเพื่อนำมาใช้กับตัวแบบอริมาได้โดยการหาผลต่างระหว่างข้อมูลในปัจจุบันกับข้อมูลในอดีตย้อนไปหนึ่งช่วงเวลา แล้วพิจารณาว่าผลต่างที่ได้ มีลักษณะเป็นข้อมูลที่นิ่งหรือไม่ โดยอาจพิจารณาได้จากกราฟ time-plot หากยังไม่มี ความนิ่ง ให้ทำซ้ำกระบวนการดังกล่าวจนกว่าจะได้ข้อมูลที่มีความนิ่ง จำนวนของการซ้ำทำจนกว่าจะได้ข้อมูลที่มีความนิ่ง คือค่าของอันดับ d ในตัวแบบ $ARIMA(p, d, q)$

2.4.2 การหาอันดับที่เหมาะสม p, q ของตัวแบบ $ARIMA(p, d, q)$

หลังจากได้ข้อมูลที่มีความนิ่งแล้ว จะนำข้อมูลดังกล่าวมาหาอันดับที่เหมาะสมของเทอมการถดถอยในตัวเอง (p) และอันดับของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม (q) โดยพิจารณาจากกราฟของฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Auto correlation function: ACF) ซึ่งเป็นค่าที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าปัจจุบันกับค่าในอดีตย้อนไป j หน่วย และกราฟของฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial autocorrelation function: PACF) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่พิจารณาความสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขระหว่างค่าปัจจุบันกับค่าในอดีตย้อนไป j หน่วย

กราฟของค่า ACF และ $PACF$ สามารถใช้เป็นเกณฑ์ในการพิจารณาอันดับ p, q ของตัวแบบอริมา สรุปได้ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 แสดงเกณฑ์ในการพิจารณาอันดับ p, q ของตัวแบบอริมา

รูปแบบของตัวแบบ	ACF	PACF
$AR(p)$	ลู่เข้าหาแกน X โดยเป็นแบบเอ็กโปเนนเชียลหรือแบบฟังก์ชันไซน์-โคไซน์	เกิดชัดเจน p ค่าแล้วหายไป (Cut off at lag p)
$MA(q)$	เกิดชัดเจน q ค่าแล้วหายไป (Cut off at lag q)	ลู่เข้าหาแกน X โดยเป็นแบบเอ็กโปเนนเชียลหรือแบบฟังก์ชันไซน์-โคไซน์
$ARMA(p, q)$	ลู่เข้าหาแกน X โดยเป็นแบบเอ็กโปเนนเชียลหรือแบบฟังก์ชันไซน์-โคไซน์	ลู่เข้าหาแกน X โดยเป็นแบบเอ็กโปเนนเชียลหรือแบบฟังก์ชันไซน์-โคไซน์

ที่มา “ARIMA Model Building” http://sfb649.wiwi.huberlin.de/fedc_homepage/

xplora/tutorials/xegbohtmlnode39.html

2.4.3 การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

หลังจากได้ค่าอันดับ p, q ที่เหมาะสมแล้ว งานวิจัยนี้จะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ $ARIMA(p, d, q)$ โดยใช้วิธีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุด โดยมีสมมติฐานว่าความคลาดเคลื่อนจากการประมาณอนุกรมเวลาด้วยตัวแบบอริมา (ξ_t) มีรูปแบบที่เรียกว่า white noise

รูปแบบของตัวแปรสุ่ม แบบ white noise เป็นรูปแบบที่นิยมใช้ในการพิจารณาความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการประมาณค่าด้วยตัวแบบ มีคุณสมบัติ 2 ข้อ คือ

1) เป็นการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ละครวมแปรปรวน (σ_ξ^2) คงที่

2) ความคลาดเคลื่อนของแต่ละเวลา t เป็นอิสระต่อกัน

เนื่องจากค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ ดังนั้นฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นเขียนได้ดังนี้

$$L(\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \eta) = \prod_{t=1}^n \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\xi^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\xi_t}{\sigma} \right)^2} \right)$$

โดย ξ_t แทน ค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแบบ $ARIMA(p, d, q)$ ที่เวลา t

2.4.4 การเลือกตัวแบบอริมาที่เหมาะสม

หลังจากหาค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแล้ว งานวิจัยนี้เปรียบเทียบตัวแบบที่ใช้ในอริมาที่ได้โดยใช้ค่า AIC (Akaike Information Criterion)

$$AIC = 2k - 2\ln(l)$$

โดยที่ l แทน ค่าของ log-likelihood ของตัวแบบ

k แทน จำนวนพารามิเตอร์ของตัวแบบที่ถูกประมาณ

ตัวแบบที่มีค่า AIC น้อยกว่า เป็นตัวแบบที่มีความเหมาะสมมากกว่า

ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาตัวแบบอริมาในหลายรูปแบบเพื่อหาตัวแบบที่มีความเหมาะสมที่สุดสำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์แต่ละชุด

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในต่างประเทศ

ในปี ค.ศ. 1992 โรนัล ลี และ ลอเรน คาร์เตอร์ สร้างตัวแบบพยากรณ์อัตราณณะ โดยมีลักษณะคือ ค่าลอการิทึมของอัตราการตายกลางปีเท่ากับฟังก์ชันเชิงเส้นของค่าพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับอายุ (x) และปีปฏิทิน (t) โดยใช้ข้อมูลอัตราการตายของประเทศสหรัฐอเมริกาในปีค.ศ. 1933-1987 และใช้วิธีแยกเมทริกซ์ด้วยค่าเจาะจง (Singular Value Decomposition) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ เมื่อได้ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบแล้วจึงใช้ตัวแบบการเดินแบบสุ่ม (Random walk with drift) ในการหาค่าพยากรณ์ดัชนีเวลาของตัวแบบอัตราณณะ ในปัจจุบันตัวแบบการเดินแบบสุ่มเป็นตัวแบบที่ได้รับความนิยมในการใช้พยากรณ์ดัชนีเวลา เนื่องจากได้รับอิทธิพลมาจากการวิจัยของลีและคาร์เตอร์งานนี้ ผลจากการศึกษาทำให้พยากรณ์ได้ว่า อายุคาดเฉลี่ย (Life expectancy) ของประชากรที่ทำการศึกษทั้งเพศชายและเพศหญิงจะเพิ่มขึ้นเกิน 86 ปี ในปีค.ศ. 2065 และร้อยละ 46 ของประชากรที่ทำการศึกษจะมีชีวิตรอดเกินอายุ 80 ในปีค.ศ. 2065 อย่างไรก็ตาม ค่าพยากรณ์ดังกล่าวยังสูงกว่าค่าที่พยากรณ์โดย Social security administration's office of actuary ซึ่งถือเป็นมาตรฐานในขณะนั้น

ต่อมาในปีค.ศ. 2006 เรนชอและฮาร์เบอร์แมน (Renshaw, 2006) ปรับปรุงตัวแบบของลีและคาร์เตอร์เพื่อให้สามารถ พยากรณ์ค่าอัตราณณะได้ดีขึ้น โดยรวมผลกระทบรุ่นหรือปีที่เกิดเข้าไว้ในตัวแบบ ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา คือข้อมูลจำนวนประชากรและจำนวนการตายของสหราชอาณาจักรอังกฤษในปีค.ศ. 1961-2003 จำแนกเพศและอายุ และมีสมมติฐานว่าจำนวนการตายมีการแจกแจงแบบปัวซอง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของบรูเนและคณะ (Brouhns et al., 2002) หลังจากหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบของเรนชอและฮาร์เบอร์แมนแล้ว จึงนำอัตราณณะที่ได้มาเปรียบเทียบกับอัตราณณะที่ได้จากตัวแบบของลีและคาร์เตอร์ โดยพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนของตัวแบบทั้งสอง พบว่าความคลาดเคลื่อนของตัวแบบของเรนชอและฮาเบอร์แมนอยู่ในรูปแบบที่ดีกว่าอย่างชัดเจน แสดงให้เห็นผลกระทบรุ่นเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราณณะ นอกเหนือจากอายุและปีปฏิทิน

ในปี ค.ศ. 2006 คาลล์และคณะได้สร้างตัวแบบอัตราณณะ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาตัวแบบที่มีความเหมาะสมต่ออัตราณณะของผู้สูงอายุ และศึกษาผลกระทบของอัตราณณะดังกล่าวต่อความเสี่ยงในการมีชีวิตยืนยาว (longevity risk) ข้อมูลที่ใช้การศึกษาคือข้อมูลอัตราณณะของสหราชอาณาจักรอังกฤษในปี ค.ศ. 1961-2003 แยกเพศ อายุ 60ปีขึ้นไป โดยเป็นแบบจำลอง (logit model) และอยู่ในรูปแบบที่ง่าย ซึ่งแตกต่างจากที่รู้จักกันในปัจจุบัน โดยมีรูปแบบของตัวแบบคือ

$$\text{logit}(q_{x,t}) = A_1(t) + A_2(t)x$$

โดยที่ $q_{x,t}$ แทน อัตราการตายของคนอายุ x ที่ปีปฏิทิน t

$A_1(t), A_2(t)$ แทนฟังก์ชันที่ขึ้นกับปีปฏิทิน

จากผลการศึกษาพบว่าตัวแบบของคาลล์และคณะสามารถประมาณค่าอัตราการตายของผู้สูงอายุได้ดี และทำให้สามารถวางแผนรับความเสี่ยงจากการมีชีวิตยืนยาวในธุรกิจประกันชีวิตและทางการเงินได้ (Cairns et al., 2006)

ต่อมาในปีค.ศ. 2009 ไคเหลียงและคณะศึกษาตัวแบบของคาลล์และคณะ ว่าสามารถใช้รูปแบบอื่นนอกจากรูปแบบโลจิสติกได้หรือไม่ โดยเปรียบเทียบ 3 รูปแบบ คือ รูปแบบโลจิสติก รูปแบบลอการิทึม (logarithm) และรูปแบบโพรบิต (probit) ในการศึกษาใช้ข้อมูลอัตราการตายจากประเทศสหรัฐอเมริกา และจากประเทศอังกฤษและประเทศเวลล์ โดยมีเกณฑ์ในการพิจารณาคือค่าผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Sum Squared Error, SSE) พบว่า สำหรับข้อมูลของประเทศอังกฤษและประเทศเวลล์ รูปแบบโลจิสติกมีประสิทธิภาพมากกว่าเนื่องจากมีค่า SSE ที่ต่ำกว่า ในขณะที่สำหรับข้อมูลของประเทศสหรัฐอเมริการูปแบบโลจิสติกและลอการิทึมมีค่า SSE ไม่ต่างกันมากนัก แสดงให้เห็นว่าตัวแบบของคาลล์และคณะ สามารถใช้รูปแบบลอการิทึมแทนรูปแบบโลจิสติกได้ ขึ้นอยู่กับลักษณะอัตราการตายของกลุ่มประชากรที่ทำการศึกษา (Kailiang et al., 2009)

ในปีค.ศ. 2009 คาลล์และคณะได้เปรียบเทียบคุณสมบัติของตัวแบบ 8 ตัวแบบที่เป็นที่นิยมในการพยากรณ์อัตราการตาย ซึ่งมีตัวแบบของลีและคาร์เตอร์ ตัวแบบของเรนชอและฮาร์เบอร์แมน ตัวแบบอายุ-ปี-รุ่นประชากร ตัวแบบ CBD และตัวแบบ GCBD รวมอยู่ด้วย เกณฑ์ในการพิจารณา คือ ค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayes Information Criterion : BIC) พฤติกรรมของความคลาดเคลื่อนของตัวแบบ ความหยابของตัวแบบ (Robustness of model) การมีเหตุผลทางชีววิทยา (biological reasonable) การรวมผลกระทบรุ่นในตัวแบบ และความเป็นไปได้ของค่าพยากรณ์ข้อมูลที่ใช้การศึกษาคือข้อมูลอัตราการตายของสหราชอาณาจักรอังกฤษในปีค.ศ. 1961-2003 แยกเพศอายุ 60 ปีขึ้นไป ผลจากการศึกษาพบว่า ไม่มีตัวแบบใดเลยที่มีคุณสมบัติดีที่สุดครบทุกเกณฑ์ การใช้งานตัวแบบในสถานการณ์จริงจึงขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้ศึกษา อย่างไรก็ตามถ้าพิจารณาจากค่า BIC เพียงอย่างเดียวตัวแบบ GCBD เป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด (Cairns et al., 2009)

ในปีค.ศ. 2011 มารินาทำงานวิจัยเพื่อศึกษาอัตราการตายของประเทศสวีเดนว่าผลกระทบรุ่นเป็นปัจจัยที่ส่งผลถึงอัตราการตายหรือไม่ ตัวแบบที่ใช้ในการศึกษาคือตัวแบบของลีและคาร์เตอร์และตัวแบบของเรนชอและฮาร์เบอร์แมน โดยใช้ข้อมูลอัตราการตายของประเทศสวีเดนในปีค.ศ. 1751-2007 จำแนกตามเพศและอายุ ผลการศึกษาพบว่าไม่พบรูปแบบที่ชัดเจนของผลกระทบรุ่น การเปลี่ยนแปลงของอัตราการตายในแต่ละปีอาจเป็นเพียงการปรับให้ดีขึ้นของอัตราการตาย (mortality

improvement) ในระยะสั้น ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากการแพทย์และความเป็นอยู่ที่ดีขึ้นในปัจจุบันเท่านั้น (Marina, 2011)

งานวิจัยในประเทศไทย

ในปีพ.ศ. 2552 ณัฐกร สุรเมธากุล ทำการศึกษาตัวแบบเพื่อพยากรณ์อัตราการระงับในอีก 10 ปีข้างหน้า โดยเปรียบเทียบวิธีพยากรณ์ 3 วิธี คือ ตัวแบบของลีและคาร์เตอร์ (Lee-Carter model) , ตัวแบบของลีและคาร์เตอร์โดยใช้ฟัซซีฟอมูลเลชัน (Fuzzy formulation of the Lee-Carter model) และการแปลงของแวง (Wang transform) ข้อมูลที่ใช้ศึกษาคือจำนวนประชากรจากกระทรวงมหาดไทย และจำนวนการตายในปีพ.ศ. 2541-2551 จากกระทรวงสาธารณสุข จำแนกตามเพศและอายุ เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบตัวแบบ คือค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error : MAPE) ผลจากการศึกษาพบว่า ค่าอัตราการระงับของตัวแบบของลีและคาร์เตอร์มีค่า MAPE ต่ำที่สุดทั้งในเพศชายและหญิง และยังพบว่าค่าพยากรณ์อัตราการระงับในอีก 10 ปีข้างหน้ามีลักษณะลดลงช้าๆ โดยในช่วงอายุ 1 ปี และ 20-40 ปี ค่าอัตราการระงับมีแนวโน้มลดลงเร็วกว่าช่วงอายุอื่น (ณัฐกร สุรเมธากุล, 2552)

ต่อมาในปีพ.ศ. 2555 จักรกฤษณ์ ศรีทองดี หาตัวแบบเพื่อพยากรณ์อัตราการระงับในอีก 20 ปีข้างหน้า โดยพิจารณาตัวแบบของลีและคาร์เตอร์ และตัวแบบถดถอยโลจิสติกส์ (Logistic regression model) ข้อมูลที่ใช้ศึกษาคือข้อมูลจำนวนประชากรจากกระทรวงมหาดไทย และจำนวนการตายจากกระทรวงสาธารณสุข ของปีพ.ศ. 2542-2552 จำแนกตามเพศและอายุ และใช้ค่า MAPE ในการเปรียบเทียบตัวแบบ ผลจากการศึกษาพบว่า ค่า MAPE ของค่าอัตราการระงับจากตัวแบบของลีและคาร์เตอร์มีค่าต่ำกว่าค่า MAPE จากตัวแบบถดถอยโลจิสติกส์ และค่าพยากรณ์อัตราการระงับในอีก 20 ปีข้างหน้า มีแนวโน้มลดลงเมื่อเวลาผ่านไป โดยอัตราการระงับของเพศชายจะสูงกว่าของเพศหญิงเล็กน้อย (จักรกฤษณ์ ศรีทองดี, 2555)

ต่อมาในปี พ.ศ. 2556 ศึกษา กิรติภรณ์ ทำการพยากรณ์อัตราการระงับไทยจำแนกตามสาเหตุการตาย โดยพิจารณาสาเหตุการตายตามบัญชีตารางโรคพื้นฐานของบัญชีจำแนกโรค (ICD) สาเหตุการตายที่พิจารณาได้แก่ เนื้องอก, โรคระบบไหลเวียนโลหิต โรคติดเชื้อและปรสิตบางโรค โรคระบบทางเดินหายใจ และสาเหตุการตายจากการป่วยและตาย ข้อมูลที่ใช้คือข้อมูลประชากรและจำนวนการตาย พ.ศ. 2539-2554 จำแนกตามเพศ อายุและสาเหตุการตาย โดยในงานวิจัยใช้วิธีของ Johnson ในการหาความสัมพันธ์เชิงดูยภาพระยะยาวที่ได้จากตัวแบบของลีและคาร์เตอร์ และนำความสัมพันธ์ที่ได้ไปพยากรณ์อัตราการระงับจำแนกตามสาเหตุการตาย ผลจากการศึกษาพบว่า ค่าพยากรณ์อัตราการระงับของทุกสาเหตุการตายยกเว้นการตายด้วยโรคระบบไหลเวียนโลหิต มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อเวลาผ่านไป โดยค่าอัตราการระงับของเพศชายมีค่าสูงกว่าเพศหญิง และหาก

พิจารณาตามอายุพบว่าค่าอัตราจะมีค่าเพิ่มขึ้นแบบเอกโพเนนเชียลแต่ลดลงเมื่อเข้าสู่วัยสูงอายุ ยกเว้นจากสาเหตุการป่วยและตายที่มีค่าลดลงในช่วงอายุ 2-14 ปี และเพิ่มขึ้นจนอายุ 85 ปี (ศึกษา กิริติภรณ์, 2556)



บทที่ 3

การดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยนี้ศึกษาผลกระทบของรุ่นในอัตราณณะไทย โดยมีรายละเอียดของข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยดังต่อไปนี้

3.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อมูลที่เก็บรวบรวมเพื่อใช้ในการหาค่าอัตราณณะสำหรับการศึกษาในงานวิจัยนี้ คือข้อมูลจำนวนประชากรรายปีและจำนวนการตายรายปี โดยมีลักษณะและแหล่งที่มาของข้อมูลดังนี้

3.1.1 จำนวนประชากรรายปี จากกรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย ของปี พ.ศ.2506-2558 จำแนกตามเพศ คือ เพศชายและเพศหญิง และจำแนกตามอายุ โดยลักษณะของข้อมูลมีการเก็บรวบรวมเป็น 2 ลักษณะดังนี้

1) ข้อมูลจำนวนประชากรกลางปี ของปี พ.ศ. 2506-2535 มีการจำแนกอายุเป็นกลุ่มอายุ 5 ปี คือ อายุ 0-4 ปี 5-9 ปี 10-14 ปี ... 65- 69 ปี และ อายุมากกว่า 70 ปี

2) ข้อมูลจำนวนประชากรปลายปี ของปี พ.ศ. 2536-2558 มีการจำแนกเป็นรายอายุ คือ อายุต่ำกว่า 1 ปี 1 ปี 2 ปี ... 100 ปี และมากกว่า 100 ปี

3.1.2 จำนวนการตายรายปี จากสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ สำนักงานปลัดกระทรวงสาธารณสุข ของปี พ.ศ.2506-2557 จำแนกตามเพศ คือ เพศชายและเพศหญิง และจำแนกตามอายุ โดยลักษณะของข้อมูลมีการเก็บรวบรวมเป็น 2 ลักษณะดังนี้

1) ข้อมูลจำนวนการตายของปี พ.ศ. 2506-2538 มีการจำแนกอายุ คือ อายุน้อยกว่า 1 ปี 1 ปี 2 ปี 3 ปี 4 ปี 5-9 ปี 10-14 ปี ... 65- 69 ปี และ อายุมากกว่า 70 ปี

2) ข้อมูลจำนวนการตายของปี พ.ศ. 2539-2557 มีการจำแนกเป็นรายอายุ คือ อายุต่ำกว่า 1 ปี 1 ปี 2 ปี ... 100 ปี และมากกว่า 100 ปี

3.2 ขั้นตอนการเตรียมข้อมูล

3.2.1 การแปลงข้อมูลจำนวนประชากรปลายปีให้เป็นจำนวนประชากรกลางปี

งานวิจัยนี้ใช้จำนวนประชากรกลางปีในการศึกษา แต่ข้อมูลจำนวนประชากรที่ได้จากการทรวมหาดไทย ของปี พ.ศ. 2536-2558 เป็นข้อมูลจำนวนประชากรปลายปี จึงทำการแปลงข้อมูล โดยมีรายละเอียดในการแปลงดังนี้

$$N_{x,t} = \frac{n_{x,t-1} + n_{x,t}}{2} \quad (3.1)$$

โดย $n_{x,t}$ แทน จำนวนประชากรปลายปี ของคนอายุ x ปี ในปีที่ t
 $N_{x,t}$ แทน จำนวนประชากรกลางปี ของคนอายุ x ปี ในปีที่ t

หากคำนวณได้ค่าประชากรกลางปีเป็นเลขทศนิยม จะปัดจุดทศนิยมออก เพื่อให้ได้จำนวนประชากรกลางปีที่เป็นเลขจำนวนเต็ม

3.2.2 การแปลงข้อมูลจำนวนตายและจำนวนประชากรจากรายกลุ่มอายุ 5 ปี ให้เป็นแบบรายอายุ

ข้อมูลจำนวนการตายที่ได้จากสำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ กระทรวงสาธารณสุข และข้อมูลจำนวนประชากรที่ได้จากกระทรวงมหาดไทย มีบางส่วนที่มีการเก็บข้อมูลเป็นรายกลุ่มอายุ 5 ปี เนื่องจากงานวิจัยนี้ต้องการใช้ข้อมูลรายอายุในการศึกษา จึงทำการแปลงข้อมูลรายกลุ่มอายุ 5 ปี ให้เป็นแบบรายอายุก่อน โดยมีรายละเอียดของข้อมูลที่ใช้และวิธีการที่ใช้ดังนี้

3.2.2.1 ข้อมูลจำนวนประชากร มีการเก็บข้อมูลเป็นรายกลุ่มอายุ 5 ปี ในปี พ.ศ. 2506-2535 โดยเก็บข้อมูลเป็น 0-4 ปี, 5-9 ปี, ... , 65-69 ปี และกลุ่มอายุมากกว่า 70 ปี สำหรับกลุ่มอายุ 0-4 ปี, 5-9 ปี, ... , 65-69 ปี งานวิจัยนี้ใช้วิธีการของคาร์ป คิง (Karup-king formula) ในการกระจายให้เป็นรายอายุ ซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการกระจายจำนวนประชากรจากแบบกลุ่มอายุให้เป็นแบบรายอายุ แม้สูตรนี้จะมีรูปแบบที่ง่ายเมื่อเปรียบเทียบกับสูตรอื่นที่นิยมใช้ในทางประชากรศาสตร์ แต่สามารถกระจายข้อมูลเป็นแบบรายปีได้ใกล้เคียงกับจำนวนประชากรที่มีอยู่จริงและให้ผลที่ดีกว่า ในบางกรณีอีกด้วย (Shryock, 1980)

การแปลงข้อมูลจำนวนประชากรรายกลุ่มอายุ 5 ปี ให้เป็นแบบรายอายุ ด้วยวิธีของคาร์ป-คิง มีรูปแบบดังนี้

$$n_i = w_1 G_{j-1} + w_2 G_j + w_3 G_{j+1} \quad (3.2)$$

โดย n_i แทน จำนวนประชากรที่มีอายุเป็นลำดับที่ i ในกลุ่มอายุที่พิจารณา

เช่น ถ้าพิจารณาอายุในกลุ่ม 10-14 ปี จะได้ว่า

อายุ 10 ปี เป็นอายุลำดับที่ 1 หรือ First fifth ($i = 1$)

อายุ 11 ปี เป็นอายุลำดับที่ 2 หรือ Second fifth ($i = 2$)

อายุ 12 ปี เป็นอายุลำดับที่ 3 หรือ Third fifth ($i = 3$)

อายุ 13 ปี เป็นอายุลำดับที่ 4 หรือ Fourth fifth ($i = 4$)

และ อายุ 14 ปี เป็นอายุลำดับที่ 5 หรือ Last fifth ($i = 5$)

$i = 1, 2, 3, 4, 5$

G_j แทน กลุ่มอายุลำดับที่ j เช่น กลุ่มอายุ 0-4 ปีคือกลุ่มอายุลำดับที่ 1

$j = 1, 2, \dots, k$

k แทน ลำดับสุดท้ายของกลุ่มอายุ ในส่วนของการแปลงข้อมูลจำนวนประชากร ให้เป็นแบบรายอายุนี้ กลุ่มอายุ 65-69 เป็นกลุ่มอายุลำดับสุดท้าย ($k = 14$)

w_1, w_2, w_3 แทน ค่าน้ำหนักที่ใช้ในการแปลง

จากสมการ (3.2) จะเห็นว่าไม่สามารถใช้สมการนี้แปลงจำนวนประชากรที่อยู่ในกลุ่มอายุ แรก (First group) และกลุ่มสุดท้าย (Last group) ได้ ค่าน้ำหนักและค่าข้อมูลราย 5 ปีที่ใช้ในการแปลงให้เป็นข้อมูลแบบรายอายุจึงแตกต่างจากที่ใช้ในการแปลงข้อมูลของกลุ่มอายุอื่น ค่าน้ำหนักจาก หลักการของกาบิล (Grabill, 1970) แสดงดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าน้ำหนักจากหลักการของกาบิลที่ใช้ในการแปลงให้เป็นจำนวนการตายรายอายุ

	First group, G ₀			Middle groups, G _j			Last group, G _k		
	G ₀	G ₁	G ₂	G _{i-1}	G _i	G _{i+1}	G _{k-2}	G _{k-1}	G _k
First fifth	0.344	-0.208	0.064	0.064	0.152	-0.016	-0.016	0.112	0.104
Second fifth	0.248	-0.056	0.008	0.008	0.224	-0.032	-0.032	0.104	0.128
Third fifth	0.176	0.048	-0.024	-0.024	0.248	-0.024	-0.024	0.048	0.176
Fourth fifth	0.128	0.104	-0.032	-0.032	0.224	0.008	0.008	-0.056	0.248
Last fifth	0.104	0.112	-0.016	-0.016	0.152	0.064	0.064	-0.208	0.344

ยกตัวอย่างเช่น การหาจำนวนประชากรที่มีอายุ 3 ปี จากข้อมูลจำนวนประชากรรายกลุ่มอายุ 5 ปี ของประเทศไทย พ.ศ.2515 โดยมีรายละเอียดของจำนวนประชากร คือ

- ประชากรที่มีอายุ 0-4 ปี มีจำนวน 31239 คน
- ประชากรที่มีอายุ 5-9 ปี มีจำนวน 5945 คน
- ประชากรที่มีอายุ 10-14 ปี มีจำนวน 3459 คน

เนื่องจากอายุ 3 ปี เป็นอายุลำดับที่ 4 ในกลุ่มอายุแรก(0-4 ปี) จึงต้องใช้ค่าน้ำหนักในส่วนของ First group ในตารางที่ 3.1 ในการคำนวณ แสดงวิธีการคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 n_4 &= .128G_1 + .104G_2 - .032G_3 \\
 &= .128(31239) + .104(5945) - .032(3459) \\
 &= 4506.184
 \end{aligned}$$

นั่นคือ ค่าประมาณจำนวนประชากรที่มีอายุ 3 ปี ในปี พ.ศ. 2515 มีจำนวน 4506 คน

สำหรับจำนวนประชากรที่มีอายุมากกว่า 70 ปี งานวิจัยนี้ใช้ค่าน้ำหนักที่คำนวณได้จากข้อมูลจำนวนประชากรเฉลี่ยปี พ.ศ. 2536-2553 ในการกระจายให้เป็นรายอายุ ค่าน้ำหนักดังกล่าว แสดงไว้ในตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการกระจายจำนวนประชากรที่มีอายุมากกว่า 70 ปี
ของเพศชายและเพศหญิง

อายุ (ปี)	ชาย	หญิง	อายุ (ปี)	ชาย	หญิง	อายุ (ปี)	ชาย	หญิง
70	0.08742	0.07974	81	0.02802	0.03036	92	0.00430	0.00536
71	0.08170	0.07536	82	0.02421	0.02674	93	0.00358	0.00444
72	0.07520	0.07034	83	0.02096	0.02360	94	0.00296	0.00361
73	0.06906	0.06559	84	0.01782	0.02039	95	0.00246	0.00297
74	0.06312	0.06077	85	0.01519	0.01769	96	0.00206	0.00245
75	0.05653	0.05529	86	0.01286	0.01523	97	0.00177	0.00205
76	0.05143	0.05098	87	0.01080	0.01302	98	0.00154	0.00176
77	0.04606	0.04642	88	0.00917	0.01121	99	0.00131	0.00147
78	0.04142	0.04254	89	0.00757	0.00937	100	0.00115	0.00126
79	0.03629	0.03797	90	0.00638	0.00792	100+	0.18021	0.17332
80	0.03211	0.03415	91	0.00531	0.00662			

3.2.2.2 จำนวนการตาย ในปี พ.ศ. 2506-2538 มีรายละเอียดในการเก็บข้อมูลคือ น้อยกว่า 1 ปี 1 ปี 2 ปี 3 ปี 4 ปี 5-9 ปี, 10-14 ปี, ... , 65-69 ปี และอายุมากกว่า 70 ปี สำหรับข้อมูลจำนวนการตายที่มีอายุ น้อยกว่า 1 ปี 1 ปี 2 ปี 3 ปี 4 ปี มีการเก็บข้อมูลเป็นรายอายุอยู่แล้ว จึงนำมาใช้ศึกษาได้เลย แต่ข้อมูลจำนวนการตายที่มีอายุ 5-9 ปี 10-14 ปี ... 65-69 ปี และอายุมากกว่า 70 ปี งานวิจัยนี้ใช้ค่าน้ำหนักที่คำนวณได้จากข้อมูลจำนวนการตายในปี พ.ศ. 2539-2553 ในการกระจายให้เป็นรายอายุตั้งแต่อายุ 5 ปีถึงอายุมากกว่า 100 ปี ค่าน้ำหนักที่ใช้ในการกระจายจำนวนการตายให้เป็นรายอายุ ของเพศชายและหญิง แสดงไว้ในตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการกระจายจำนวนการตายที่มีอายุตั้งแต่ 5 ปี ให้เป็นรายอายุ
ของเพศชายและเพศหญิง

อายุ (ปี)	ชาย	หญิง	อายุ (ปี)	ชาย	หญิง	อายุ (ปี)	ชาย	หญิง
5	0.23883	0.22736	38	0.19950	0.20448	71	0.05758	0.04237
6	0.22716	0.21672	39	0.19944	0.20697	72	0.05844	0.04388
7	0.20171	0.19759	40	0.19825	0.18726	73	0.05819	0.04500
8	0.17630	0.18787	41	0.19812	0.19264	74	0.05749	0.04580
9	0.15602	0.17046	42	0.20037	0.20023	75	0.05746	0.04685
10	0.14368	0.18829	43	0.20097	0.20658	76	0.05667	0.04754
11	0.14210	0.18324	44	0.20228	0.21329	77	0.05467	0.04778
12	0.16341	0.17978	45	0.19691	0.18661	78	0.05355	0.04786
13	0.22639	0.20647	46	0.19940	0.19132	79	0.05095	0.04724
14	0.32442	0.24222	47	0.19857	0.19929	80	0.04886	0.04726
15	0.13883	0.18063	48	0.20236	0.20868	81	0.04685	0.04669
16	0.17640	0.19561	49	0.20276	0.21410	82	0.04363	0.04573
17	0.21274	0.19843	50	0.19673	0.18908	83	0.04060	0.04430
18	0.22975	0.20675	51	0.19880	0.19508	84	0.03713	0.04323
19	0.24228	0.21857	52	0.19923	0.19862	85	0.03412	0.04058
20	0.17987	0.14801	53	0.20069	0.20724	86	0.03086	0.03774
21	0.17900	0.17168	54	0.20455	0.20996	87	0.02704	0.03531
22	0.19360	0.19168	55	0.19518	0.18575	88	0.02377	0.03256
23	0.21353	0.22558	56	0.19623	0.19280	89	0.02053	0.02916
24	0.23401	0.26305	57	0.19811	0.19877	90	0.01750	0.02635
25	0.16879	0.17666	58	0.20256	0.20769	91	0.01469	0.02243
26	0.18255	0.18918	59	0.20792	0.21498	92	0.01204	0.01968

ตารางที่ 3.3 (ต่อ) : แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการกระจายจำนวนการตายที่มีอายุตั้งแต่ 5 ปี ให้เป็นรายอายุของเพศชายและเพศหญิง

อายุ (ปี)	ชาย	หญิง	อายุ (ปี)	ชาย	หญิง	อายุ (ปี)	ชาย	หญิง
27	0.20103	0.20267	60	0.19130	0.18281	93	0.00985	0.01664
28	0.21812	0.21172	61	0.19572	0.19124	94	0.00778	0.01355
29	0.22952	0.21977	62	0.19878	0.20054	95	0.00587	0.01065
30	0.19502	0.19441	63	0.20309	0.20825	96	0.00452	0.00837
31	0.20058	0.19927	64	0.21110	0.21715	97	0.00338	0.00652
32	0.20160	0.20033	65	0.18953	0.18209	98	0.00251	0.00491
33	0.20195	0.20111	66	0.19558	0.19061	99	0.00186	0.00360
34	0.20085	0.20488	67	0.20081	0.20006	100	0.00134	0.00264
35	0.20156	0.19377	68	0.20350	0.20874	100+	0.00318	0.00670
36	0.20002	0.19517	69	0.21057	0.21850			
37	0.19949	0.19961	70	0.05713	0.04110			

3.3 การกระจายข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุ

จากข้อมูลที่รวบรวมได้ พบว่า ในแต่ละปีมีจำนวนการตายจำนวนหนึ่ง ที่ไม่ทราบอายุของผู้ตายแน่ชัด งานวิจัยนี้จึงจำเป็นต้องกระจายจำนวนการตายดังกล่าว แบ่งเป็น 2 ส่วน โดยสมมติฐานว่า จำนวนการตายไม่ทราบอายุ มีส่วนหนึ่งเป็นของคนที่มีน้อยกว่า 1 ปี(0 ปี) และอีกส่วนเป็นของคนที่มีอายุตั้งแต่ 61 ปีขึ้นไป สำหรับการแบ่งจำนวนการตายเป็น 2 กลุ่มดังกล่าว จะใช้ค่าน้ำหนักซึ่งคำนวณมาจากสัดส่วนของจำนวนการตายที่ทราบอายุในแต่ละปีนั้นๆ แสดงได้ดังตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4 แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการแบ่งจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุ เป็นกลุ่มอายุน้อยกว่า 1 ปี และกลุ่มที่มีอายุตั้งแต่ 61 ปีขึ้นไป สำหรับเพศชายและหญิง

ปี	ชาย		หญิง	
	อายุน้อยกว่า 1 ปี	อายุตั้งแต่ 61 ปี	อายุน้อยกว่า 1 ปี	อายุตั้งแต่ 61 ปี
2506	0.54510	0.45490	0.51208	0.48792
2507	0.51697	0.48303	0.48940	0.51060
2508	0.49735	0.50265	0.46409	0.53591
2509	0.47194	0.52806	0.42444	0.57556
2510	0.48303	0.51697	0.44341	0.55659
2511	0.44788	0.55212	0.41385	0.58615
2512	0.45652	0.54348	0.41958	0.58042
2513	0.39652	0.60348	0.36912	0.63088
2514	0.39166	0.60834	0.35572	0.64428
2515	0.35313	0.64687	0.31840	0.68160
2516	0.34633	0.65367	0.31829	0.68171
2517	0.33320	0.66680	0.31327	0.68673
2518	0.32577	0.67423	0.28440	0.71560
2519	0.32084	0.67916	0.28320	0.71680
2520	0.30791	0.69209	0.26813	0.73187
2521	0.30053	0.69947	0.25133	0.74867
2522	0.29256	0.70744	0.24258	0.75742
2523	0.21057	0.78943	0.19224	0.80776
2524	0.20377	0.79623	0.18269	0.81731
2525	0.18365	0.81635	0.16220	0.83780
2526	0.16416	0.83584	0.14272	0.85728
2527	0.15512	0.84488	0.13582	0.86418
2528	0.14235	0.85765	0.12256	0.87744

ตารางที่ 3.4 (ต่อ) : แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการแบ่งจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุ เป็นกลุ่มอายุน้อยกว่า 1 ปี และกลุ่มที่มีอายุตั้งแต่ 61 ปีขึ้นไป สำหรับเพศชายและหญิง

ปี	ชาย		หญิง	
	อายุน้อยกว่า 1 ปี	อายุตั้งแต่ 61 ปี	อายุน้อยกว่า 1 ปี	อายุตั้งแต่ 61 ปี
2529	0.13537	0.86463	0.11527	0.88473
2530	0.11565	0.88435	0.10094	0.89906
2531	0.10555	0.89445	0.08825	0.91175
2532	0.09034	0.90966	0.07461	0.92539
2533	0.08371	0.91629	0.06825	0.93175
2534	0.07112	0.92888	0.05803	0.94197
2535	0.06304	0.93696	0.04844	0.95156
2536	0.06079	0.93921	0.04552	0.95448
2537	0.05726	0.94274	0.04442	0.95558
2538	0.05034	0.94966	0.03871	0.96129
2539	0.03640	0.96360	0.02948	0.97052
2540	0.02562	0.97438	0.02268	0.97732
2541	0.03137	0.96863	0.02480	0.97520
2542	0.03071	0.96929	0.02471	0.97529
2543	0.03020	0.96980	0.02203	0.97797
2544	0.02978	0.97022	0.02346	0.97654
2545	0.02850	0.97150	0.02257	0.97743
2546	0.02813	0.97187	0.02328	0.97672
2547	0.03129	0.96871	0.02386	0.97614
2548	0.03039	0.96961	0.02364	0.97636
2549	0.02907	0.97093	0.02201	0.97799
2550	0.02804	0.97196	0.02100	0.97900

ตารางที่ 3.4 (ต่อ) : แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการแบ่งจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุ เป็นกลุ่มอายุ 0 ปี และกลุ่มที่มีอายุตั้งแต่ 61 ปีขึ้นไป สำหรับเพศชายและหญิง

ปี	ชาย		หญิง	
	อายุน้อยกว่า 1 ปี	อายุตั้งแต่ 61 ปี	อายุน้อยกว่า 1 ปี	อายุตั้งแต่ 61 ปี
2551	0.02613	0.97387	0.02105	0.97895
2552	0.02501	0.97499	0.01956	0.98044
2553	0.02389	0.97611	0.01796	0.98204

หลังจากกระจายข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุเป็นกลุ่มน้อยกว่า 1 ปี และกลุ่มอายุมากกว่า 61 ปีแล้ว งานวิจัยนี้ใช้วิธีการแบบ Progressive ในการกระจายจำนวนข้อมูลการตายที่ไม่ทราบอายุของกลุ่มที่มีอายุตั้งแต่ 61 ปีขึ้นไป ให้เป็นแบบรายอายุ รายละเอียดของวิธีการแบบ Progressive ซึ่งเป็นวิธีที่มีความเหมาะสมในการปรับข้อมูลการตายที่ไม่ทราบอายุ โดยมีสมมติฐานว่า ข้อมูลดังกล่าวเป็นของผู้ที่มีอายุมาก จากงานวิจัยของ ฟาลาและคาราซมี (Fallah and Kharazmi, 2008) ซึ่งเป็นการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีที่ใช้ในการปรับข้อมูลที่ไม่ทราบอายุของผู้ป่วยที่เป็นโรคมะเร็ง พบว่า วิธี Progressive method เป็นวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่นที่ทำการศึกษา

วิธี Progressive method มีขั้นตอนในการปรับข้อมูลที่ไม่ทราบอายุ คือ แบ่งช่วงอายุที่สูงออกเป็นช่วงย่อยและแบ่งข้อมูลที่ไม่ทราบอายุเข้าไปในช่วงเหล่านั้นแบบเป็นสัดส่วนเพิ่มขึ้นสองเท่าทุกช่วงอายุที่มากขึ้น ในงานวิจัยนี้แบ่งอายุของผู้ที่มีอายุเกิน 60 ปี เป็น 8 ช่วง ช่วงละ 5 ปี และแบ่งจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุให้แต่ละช่วงด้วยค่าน้ำหนัก แสดงดังตารางที่ 3.5

ตารางที่ 3.5 แสดงค่าน้ำหนักที่ใช้ในการปรับจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุด้วยวิธีแบบ Progressive

ช่วงอายุ	ค่าน้ำหนัก
60-64	1/255
65-69	2/255
70-74	4/255
75-79	8/255
80-84	16/255
85-89	32/255
90-94	64/255
95+	128/255

เมื่อกระจายข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุเข้าไปในกลุ่มอายุน้อยกว่า 1 ปี, 61 ปี, 62 ปี, 63 ปี, ... , 100 ปี และกลุ่มอายุมากกว่า 100 ปีแล้ว จึงนำจำนวนการตายดังกล่าวไปรวมกับจำนวนการตายที่ทราบอายุที่ถูกกระจายแล้วจากขั้นตอนในหัวข้อที่ 3.2 จำนวนการตายไม่ทราบอายุที่ถูกกระจายแล้ว ของเพศชายและเพศหญิง แสดงได้ดังภาคผนวก ข

3.4 การปรับข้อมูลจำนวนการตายที่รายงานต่ำกว่าความเป็นจริง

ข้อมูลจำนวนการตายที่ถูกรายงานในแต่ละปี มีจำนวนต่ำกว่าจำนวนการตายที่เกิดขึ้นจริง ดังเห็นได้จากรายงานการศึกษาเพื่อเตรียมการคาดประมาณประชากรของประเทศไทย พ.ศ. 2553-2583 : ประชากรฐานและข้อสมมติ โดย สถาบันวิจัยประชากรและสังคม มหาวิทยาลัยมหิดล ซึ่งพบว่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนจำนวนการตายในอดีตมีค่าต่ำ เช่นในปี พ.ศ.2507 สำหรับจำนวนการตายของคนที่มีอายุมากกว่า 75 ปี มีค่าอยู่ที่ร้อยละ 76.7 นั่นคือรายงานน้อยกว่าที่เกิดขึ้นจริงถึงร้อยละ 14.3 แม้ว่าค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายมีค่าสูงขึ้นเรื่อยๆในแต่ละปี มาจนถึงปัจจุบัน แต่การใช้ข้อมูลที่ต่ำกว่าความจริงในงานวิจัย อาจทำให้ผลการวิจัยเกิดความคลาดเคลื่อนได้ งานวิจัยนี้จึงปรับจำนวนการตายให้สูงขึ้นใกล้เคียงกับที่เกิดขึ้นจริง โดยพิจารณาจากค่าความครบถ้วนในการจดทะเบียนการตายในแต่ละปี ค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายซึ่งถูกรายงานโดยสำนักงานสถิติแห่งชาติ ซึ่งจัดทำทุก 10 ปี สำหรับเพศชายและเพศหญิง แสดงได้ดังตารางที่ 3.6 และ 3.7

ตารางที่ 3.6 แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตาย สำหรับเพศชาย ซึ่งถูกรายงานโดยสำนักงานสถิติแห่งชาติ

ปี	อายุ (ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2507	50.20	69.40	69.40	79.10	79.10	76.70	76.70
2518	67.60	62.00	62.00	61.70	61.70	75.90	75.90
2528	55.30	74.10	74.10	74.50	74.50	82.40	82.40
2538	67.60	80.00	80.00	96.50	96.50	98.80	98.80
2548	65.20	45.45	55.00	55.00	90.88	92.50	94.44

ตารางที่ 3.7 แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตาย สำหรับเพศหญิงซึ่งถูกรายงานโดยสำนักงานสถิติแห่งชาติ

ปี	อายุ (ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2507	47.30	59.10	59.10	69.10	69.10	68.60	68.60
2518	29.90	47.90	47.90	68.70	68.70	70.10	70.10
2528	52.30	73.50	73.50	86.00	86.00	76.40	76.40
2538	62.30	76.20	76.20	99.70	99.70	97.20	97.20
2548	91.67	28.57	80.00	80.00	85.19	93.92	91.64

จากตารางที่ 3.6-3.7 พบว่าค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายในบางปี มีค่าน้อยอย่างเห็นได้ชัดเมื่อเปรียบเทียบกับค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนในปีเดียวกันที่มีอายุใกล้เคียง ยกตัวอย่างเช่น ในค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายของเพศชายที่มีอายุอยู่ในกลุ่ม 1-4 ปี 5-9 ปี และ 10-14 ปี ในปี พ.ศ.2548 มีค่าเพียงร้อยละ 44.5, 55, และ 55 ตามลำดับ งานวิจัยนี้จึงแก้ปัญหาโดยการปรับค่าที่มีปัญหาดังกล่าวด้วยค่าเฉลี่ยของค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนในปีเดียวกันที่มีอายุใกล้เคียงกัน ยกตัวอย่างเช่นการปรับค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายของ เพศชาย ที่มีอายุอยู่ในกลุ่ม 1-4 ปี 5-9 ปี และ 10-14 ปี ในปี พ.ศ.2548 จะใช้แทนด้วยค่าเฉลี่ยของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายของ เพศชาย ที่มีอายุอยู่ในกลุ่มน้อยกว่า 1 ปี และที่มีอายุอยู่ในกลุ่ม 15-59 ปี ของปีพ.ศ. 2548 ความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายหลังจากการปรับค่า สำหรับเพศชายและเพศหญิง แสดงไว้ในตารางที่ 3.8 และ 3.9

ตารางที่ 3.8 แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายหลังการปรับค่าที่มีค่าน้อยผิดปกติ สำหรับเพศชาย

ปี	อายุ (ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2507	50.20	69.40	69.40	79.10	79.10	76.70	76.70
2518	52.75	62.00	62.00	61.70	61.70	75.90	75.90
2528	55.30	74.10	74.10	74.50	74.50	82.40	82.40
2538	67.60	80.00	80.00	96.50	96.50	98.80	98.80
2548	65.20	78.04	78.04	78.04	90.88	92.50	94.44

ตารางที่ 3.9 แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายหลังการปรับค่าที่มีค่าน้อยผิดปกติ สำหรับเพศหญิง

ปี	อายุ (ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2507	47.30	59.10	59.10	69.10	69.10	68.60	68.60
2518	49.80	47.90	47.90	68.70	68.70	70.10	70.10
2528	52.30	73.50	73.50	86.00	86.00	76.40	76.40
2538	62.30	76.20	76.20	99.70	99.70	97.20	97.20
2548	91.67	85.84	80.00	80.00	85.19	93.92	91.64

ค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายในตารางที่ 3.8 และ 3.9 มีเพียงของปี พ.ศ. 2507, 2518, 2528, 2538 และ 2548 เท่านั้น ไม่ได้เป็นค่าที่มีรายละเอียดเป็นรายปี งานวิจัยนี้จึงใช้การถดถอยแบบลอจิสติก (Logistic regression) โดยในรายงานการศึกษาเพื่อเตรียมการคาดประมาณประชากรของประเทศไทย พ.ศ. 2553-2583 : ประชากรฐานและข้อสมมติ โดยสถาบันวิจัยประชากรและสังคม มหาวิทยาลัยมหิดล ได้มีการใช้การถดถอยแบบลอจิสติกในการประมาณค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายให้เป็นรายปีเช่นกัน โดยจากการใช้การถดถอยแบบลอจิสติกในการประมาณค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตาย สามารถทำให้ได้ค่าประมาณที่มีแนวโน้มใกล้เคียงกับค่าร้อยละของความสมบูรณ์ของการจดทะเบียนการตายที่มีลักษณะคือมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยอัตราที่ลดลงและเข้าสู่หาค่าร้อยละ 100 ซึ่งเป็นผลมาจากระบบการจดทะเบียนการตายที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น รายละเอียดของการถดถอยแบบลอจิสติกเป็นดังนี้

$$\ln\left(\frac{Y}{1-Y}\right) = a + bx \quad (3.3)$$

หรือเขียนได้อีกรูปแบบหนึ่ง คือ

$$Y = \frac{e^{a+bx}}{1 + e^{a+bx}} \quad (3.4)$$

โดยที่

X แทน ปีปฏิทินที่ทำการศึกษามีค่าคือ 2506, 2507, ..., 2556

Y แทน ค่าร้อยละของค่าความสมบูรณ์ของการจดทะเบียนการตายในปีที่ X

a และ b แทน พารามิเตอร์ของตัวแบบ มีค่าเท่ากับค่าจุดตัดแกนตั้งและค่าความชันของเส้นตรงในสมการที่ 3.3 ตามลำดับ

ค่าของพารามิเตอร์ของการถดถอยแบบลอจิสติกที่ประมาณได้แสดงได้ดังตารางที่ 3.10 ค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายในแต่ละปี สำหรับเพศชายและเพศหญิง แสดงไว้ในตารางที่ 3.11-3.12 ตามลำดับ

ตารางที่ 3.10 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ของการถดถอยแบบลอจิสติกของค่าความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปี สำหรับเพศชายและเพศหญิง

อายุ	ชาย		หญิง	
	a	b	a	b
<1	-45.65497	0.01819	-109.56093	0.04353
1-4	-42.91677	0.01737	-96.16165	0.03837
5-9	-42.91677	0.01737	-79.78105	0.03186
10-14	-45.14892	0.01837	-85.56137	0.03444
15-59	-92.87420	0.03734	-109.35823	0.04390
60-74	-111.83659	0.04499	-135.61830	0.05430
75+	-124.37856	0.04998	-123.48188	0.04948

ตารางที่ 3.11 แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปีที่ประมาณจากการถดถอยแบบลอจิสติก สำหรับเพศชาย

ปี	อายุ(ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2506	48.51	64.92	64.92	70.74	66.67	71.49	48.51
2507	48.96	65.31	65.31	71.12	67.49	72.39	48.96
2508	49.42	65.70	65.70	71.50	68.31	73.28	49.42
2509	49.87	66.09	66.09	71.87	69.11	74.16	49.87
2510	50.33	66.48	66.48	72.24	69.90	75.01	50.33
2511	50.78	66.87	66.87	72.61	70.68	75.84	50.78
2512	51.24	67.25	67.25	72.97	71.45	76.66	51.24
2513	51.69	67.63	67.63	73.33	72.21	77.45	51.69
2514	52.15	68.01	68.01	73.69	72.95	78.23	52.15
2515	52.60	68.39	68.39	74.04	73.68	78.99	52.60
2516	53.05	68.76	68.76	74.40	74.40	79.72	53.05
2517	53.51	69.14	69.14	74.74	75.10	80.44	53.51
2518	53.96	69.51	69.51	75.09	75.79	81.14	53.96
2519	54.41	69.87	69.87	75.43	76.47	81.82	54.41
2520	54.86	70.24	70.24	75.77	77.14	82.48	54.86
2521	55.31	70.60	70.60	76.11	77.79	83.12	55.31
2522	55.76	70.96	70.96	76.44	78.43	83.74	55.76
2523	56.21	71.31	71.31	76.77	79.05	84.34	56.21
2524	56.66	71.67	71.67	77.09	79.66	84.93	56.66
2525	57.10	72.02	72.02	77.42	80.26	85.50	57.10
2526	57.55	72.37	72.37	77.74	80.85	86.04	57.55
2527	57.99	72.71	72.71	78.05	81.42	86.58	57.99

ตารางที่ 3.11 (ต่อ) : แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปีที่ประมาณจากการถดถอยแบบลอจิสติก สำหรับเพศชาย

ปี	อายุ(ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2528	58.43	73.06	73.06	78.36	81.98	87.09	87.82
2529	58.88	73.40	73.40	78.67	82.52	87.59	88.35
2530	59.32	73.74	73.74	78.98	83.05	88.07	88.85
2531	59.75	74.07	74.07	79.28	83.57	88.53	89.34
2532	60.19	74.40	74.40	79.58	84.08	88.98	89.81
2533	60.63	74.73	74.73	79.88	84.57	89.42	90.25
2534	61.06	75.06	75.06	80.18	85.05	89.83	90.69
2535	61.49	75.38	75.38	80.47	85.52	90.24	91.10
2536	61.92	75.70	75.70	80.75	85.98	90.63	91.50
2537	62.35	76.02	76.02	81.04	86.42	91.00	91.88
2538	62.78	76.34	76.34	81.32	86.85	91.36	92.24
2539	63.20	76.65	76.65	81.59	87.27	91.71	92.59
2540	63.62	76.96	76.96	81.87	87.68	92.05	92.93
2541	64.04	77.27	77.27	82.14	88.08	92.37	93.25
2542	64.46	77.57	77.57	82.41	88.47	92.68	93.56
2543	64.88	77.87	77.87	82.67	88.84	92.98	93.85
2544	65.29	78.17	78.17	82.93	89.21	93.27	94.13
2545	65.70	78.46	78.46	83.19	89.56	93.55	94.40
2546	66.11	78.76	78.76	83.45	89.91	93.81	94.66
2547	66.52	79.04	79.04	83.70	90.24	94.07	94.91
2548	66.92	79.33	79.33	83.95	90.56	94.32	95.15
2549	67.32	79.61	79.61	84.20	90.88	94.55	95.37

ตารางที่ 3.11 (ต่อ) : แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปีที่ประมาณจากการถดถอยแบบลอจิสติก สำหรับเพศชาย

ปี	อายุ(ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2550	67.72	79.89	79.89	84.44	91.18	94.78	95.59
2551	68.12	80.17	80.17	84.68	91.48	95.00	95.79
2552	68.51	80.45	80.45	84.91	91.77	95.21	95.99
2553	68.90	80.72	80.72	85.15	92.04	95.41	96.18

ตารางที่ 3.12 แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปีที่ประมาณจากการถดถอยแบบลอจิสติก สำหรับเพศหญิง

ปี	อายุ(ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2506	38.35	49.91	51.63	68.02	66.06	61.47	62.48
2507	39.39	50.87	52.42	68.76	67.04	62.75	63.63
2508	40.43	51.82	53.22	69.50	68.00	64.01	64.77
2509	41.48	52.78	54.01	70.22	68.95	65.25	65.89
2510	42.54	53.74	54.80	70.94	69.88	66.47	66.99
2511	43.61	54.69	55.59	71.64	70.80	67.67	68.08
2512	44.68	55.64	56.37	72.34	71.70	68.85	69.14
2513	45.76	56.58	57.15	73.02	72.58	70.00	70.19
2514	46.85	57.52	57.93	73.69	73.44	71.13	71.21
2515	47.93	58.46	58.71	74.35	74.29	72.23	72.22
2516	49.02	59.39	59.48	75.01	75.12	73.31	73.20
2517	50.11	60.31	60.24	75.65	75.93	74.35	74.16
2518	51.19	61.22	61.00	76.28	76.72	75.38	75.10

ตารางที่ 3.12(ต่อ) : แสดงคร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปีที่ประมาณจากการถดถอยแบบลอจิสติก สำหรับเพศหญิง

ปี	อายุ(ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2519	52.28	62.13	61.76	76.89	77.50	76.37	76.01
2520	53.37	63.03	62.51	77.50	78.26	77.34	76.90
2521	54.45	63.92	63.25	78.09	78.99	78.27	77.77
2522	55.52	64.80	63.99	78.68	79.71	79.18	78.61
2523	56.60	65.67	64.72	79.25	80.41	80.06	79.43
2524	57.66	66.53	65.44	79.81	81.10	80.92	80.23
2525	58.72	67.38	66.16	80.36	81.76	81.74	81.00
2526	59.77	68.22	66.87	80.90	82.41	82.54	81.75
2527	60.81	69.04	67.57	81.42	83.03	83.31	82.48
2528	61.85	69.86	68.27	81.94	83.64	84.05	83.18
2529	62.87	70.66	68.95	82.44	84.23	84.76	83.86
2530	63.88	71.45	69.63	82.94	84.81	85.45	84.52
2531	64.88	72.22	70.30	83.42	85.37	86.11	85.16
2532	65.86	72.99	70.96	83.89	85.91	86.75	85.77
2533	66.83	73.74	71.61	84.35	86.43	87.36	86.36
2534	67.79	74.47	72.26	84.80	86.94	87.95	86.94
2535	68.74	75.20	72.89	85.24	87.43	88.51	87.49
2536	69.66	75.90	73.52	85.67	87.90	89.05	88.02
2537	70.58	76.60	74.13	86.08	88.36	89.57	88.53
2538	71.47	77.28	74.74	86.49	88.80	90.07	89.02
2539	72.35	77.95	75.34	86.89	89.23	90.54	89.50
2540	73.21	78.60	75.92	87.28	89.65	91.00	89.96

ตารางที่ 3.12 (ต่อ) : แสดงค่าร้อยละของความครบถ้วนของการจดทะเบียนการตายรายปีที่ประมาณจากการถดถอยแบบลอจิสติก สำหรับเพศหญิง

ปี	อายุ(ปี)						
	<1	1-4	5-9	10-14	15-59	60-74	75+
2541	74.06	79.24	76.50	87.65	90.05	91.43	90.39
2542	74.89	79.86	77.07	88.02	90.44	91.85	90.81
2543	75.69	80.47	77.63	88.38	90.81	92.25	91.22
2544	76.49	81.07	78.17	88.73	91.17	92.63	91.61
2545	77.26	81.65	78.71	89.07	91.52	92.99	91.98
2546	78.02	82.22	79.24	89.40	91.85	93.34	92.34
2547	78.75	82.77	79.76	89.72	92.17	93.67	92.68
2548	79.47	83.31	80.27	90.04	92.48	93.98	93.01
2549	80.17	83.84	80.77	90.34	92.78	94.28	93.32
2550	80.86	84.35	81.26	90.64	93.07	94.57	93.63
2551	81.52	84.85	81.74	90.92	93.35	94.84	93.91
2552	82.17	85.34	82.21	91.21	93.62	95.10	94.19
2553	82.80	85.81	82.67	91.48	93.87	95.34	94.46

3.5 การปรับข้อมูลอัตราตายกลางปีของผู้สูงอายุ

หลังจากกระจายข้อมูลจำนวนประชากรและจำนวนการตายให้เป็นรายอายุน้อยกว่า 1 ปี ถึงกลุ่มอายุมากกว่า 100 ปีแล้ว การกระจายข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุ และการปรับข้อมูลจำนวนการตายที่รายงานต่ำกว่าที่เกิดขึ้นจริงแล้ว จึงนำข้อมูลจำนวนประชากรและจำนวนการตายดังกล่าวมาแปลงให้เป็นอัตราตายกลางปี พบว่าอัตราตายกลางปีมีแนวโน้มลดลงสำหรับผู้สูงอายุ ซึ่งขัดกับกฎของอัตรามรณะที่อัตราตายควรจะมีค่าสูงสำหรับคนที่มีอายุมาก งานวิจัยนี้จึงใช้วิธีการของโคลคิสเกอร์ ในการปรับอัตราตายกลางปีของผู้สูงอายุให้มีลักษณะตามที่ต้องการจะเป็น โดยเลือกปรับสำหรับอายุตั้งแต่ 85 ปีขึ้นไปเพราะข้อมูลอัตราตายในทุกปีที่ทำการศึกษามีแนวโน้มลดลงหลังอายุประมาณ 85 ปี นอกจากนี้การปรับด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์ยังทำให้สามารถหาอัตราตายกลางปีของคนอายุ 101 ปีถึง กลุ่มอายุมากกว่า 110 ปีได้ ซึ่งเป็นอายุเดียวกันกับค่าอายุสูงสุดในตารางสำมะโนไทย 2552

ที่จะใช้ในการเปรียบเทียบในตอนท้ายของงานวิจัยอีกด้วย รายละเอียดของการปรับด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์ เป็นดังนี้

การปรับอัตราฆณะด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์ อยู่ภายใต้สมมติฐานว่าอัตราฆณะในคนที่มียุมากเพิ่มขึ้นด้วยอัตราที่ลดลง โดยกำหนดให้อัตรายกลางปีที่อายุ 110 ปี ของเพศชายและเพศหญิงมีค่าเท่ากับ 1

$$\text{กำหนดให้ } k(x) = \ln\left(\frac{m_x}{m_{x-1}}\right) \text{ และ } k(x) = k(x-1) - R$$

โดยที่ m_x แทน อัตราตายกลางปีของคนอายุ x ปี

$k(x)$ แทน ความต่างระหว่างค่าลอการิทึมของอัตราตายกลางปีของคนอายุ x ปี และอายุ $x+1$ ปี

R แทน ค่าคงที่ที่ถูกประมาณ

ในการประมาณค่าของ R เมื่อพิจารณาจากอายุ 85-110 ปี จะได้ว่า

$$k(85) + k(86) + \dots + k(110) = \ln\left(\frac{m_{110}}{m_{84}}\right) = 26k(84) - 351R$$

เพื่อลดความผันผวนของค่า $k(84)$ จึงแทนค่า $k(84)$ ด้วยค่าเฉลี่ยของ $k(82)$ ถึง $k(86)$

$$\tilde{k}(84) = \frac{k(82) + k(83) + k(84) + k(85) + k(86)}{5}$$

นั่นคือ

$$= \frac{k(82) + k(83) + 3k(84) - 3R}{5}$$

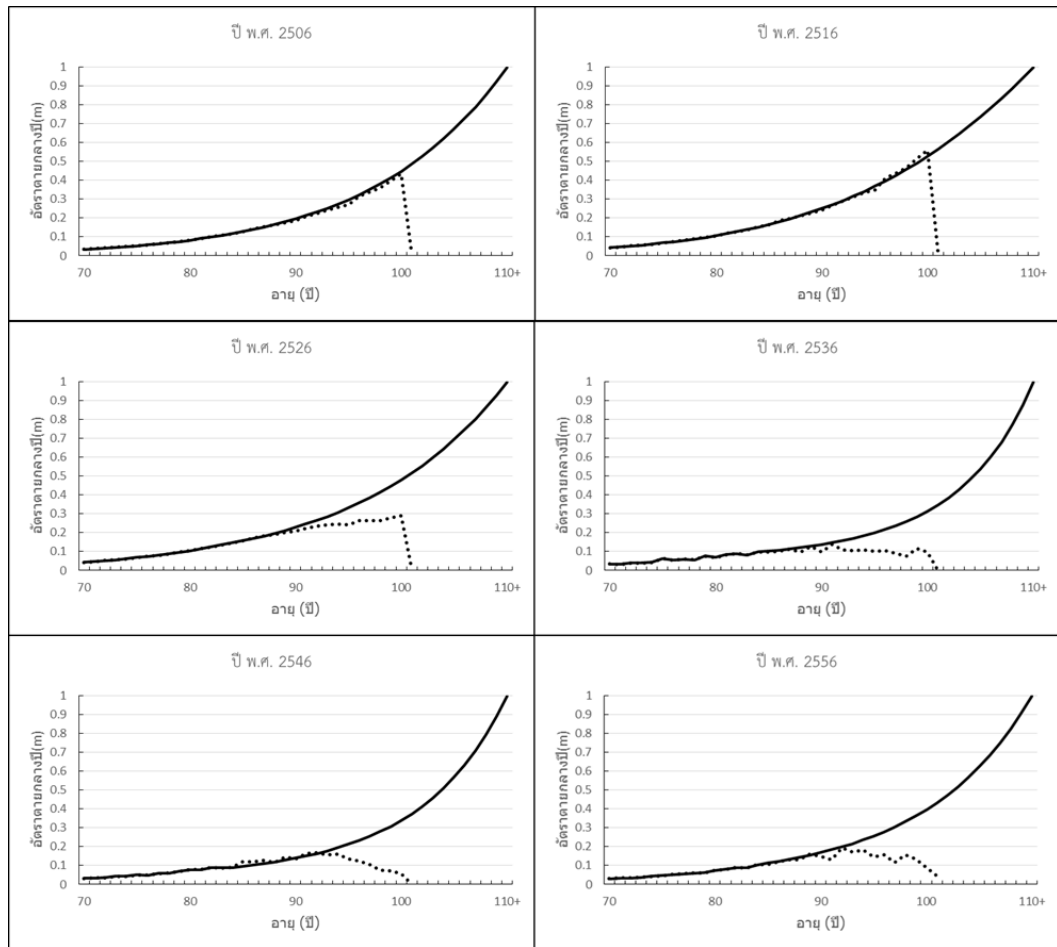
และใช้ค่า $\ln(\tilde{m}_{84})$ แทนค่า $\ln(m_{84})$ โดยที่

$$\ln(\tilde{m}_{84}) = \tilde{k}_{84} + \ln\left(\frac{m_{82} + m_{83} + m_{84}}{3}\right)$$

จะได้ว่าค่าของ R เป็นดังนี้

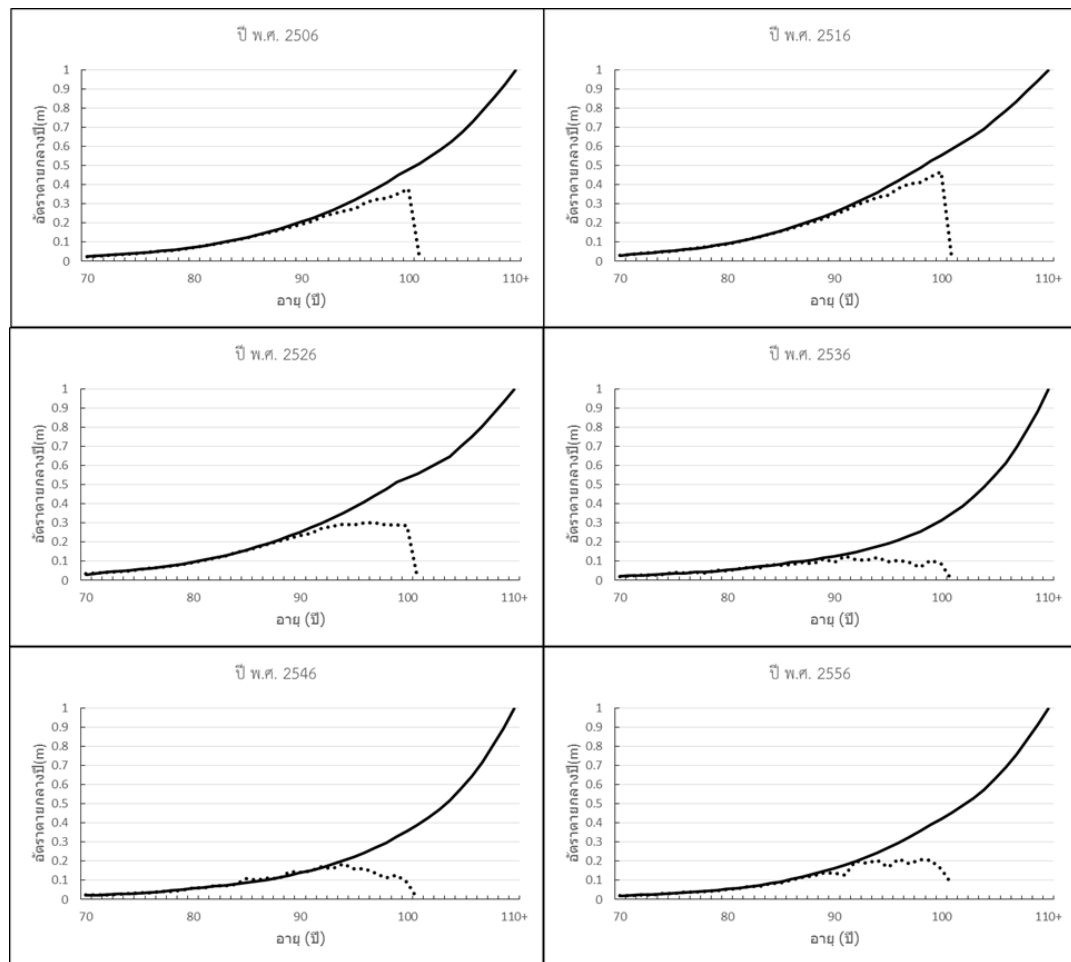
$$R = \frac{\frac{27}{5}(k(82) + k(83) + k(84)) + \ln\left(\frac{m_{82} + m_{83} + m_{84}}{3m_{110}}\right)}{351 + \frac{27(3)}{5}}$$

หลังจากปรับด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์แล้ว อัตราตายกลางปีมีแนวโน้มสูงขึ้นในผู้สูงอายุโดยสังเกตได้จากภาพที่ 3.1 และ 3.2



..... ก่อนปรับ — หลังปรับ

แผนภาพที่ 3.1 แสดงกราฟของอัตราตากลางปีของปี พ.ศ. 2506, 2516, 2526, 2536, 2546, 2553 ของเพศชาย ก่อนและหลังปรับด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์



..... ก่อนปรับ — หลังปรับ

แผนภาพที่ 3.2 แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีของปี พ.ศ. 2506, 2516, 2526, 2536, 2546, 2553 ของเพศหญิง ก่อนและหลังปรับด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์

ข้อมูลอัตราการตายกลางปีหลังจากการปรับด้วยวิธีของโคลคิสเกอร์สำหรับเพศชายและหญิง แสดงไว้ในภาคผนวก ข.

บทที่ 4

การประมาณและการพยากรณ์ค่าอัตราฆณะ

4.1 ค่าประมาณอัตราฆณะของตัวแบบที่ศึกษา

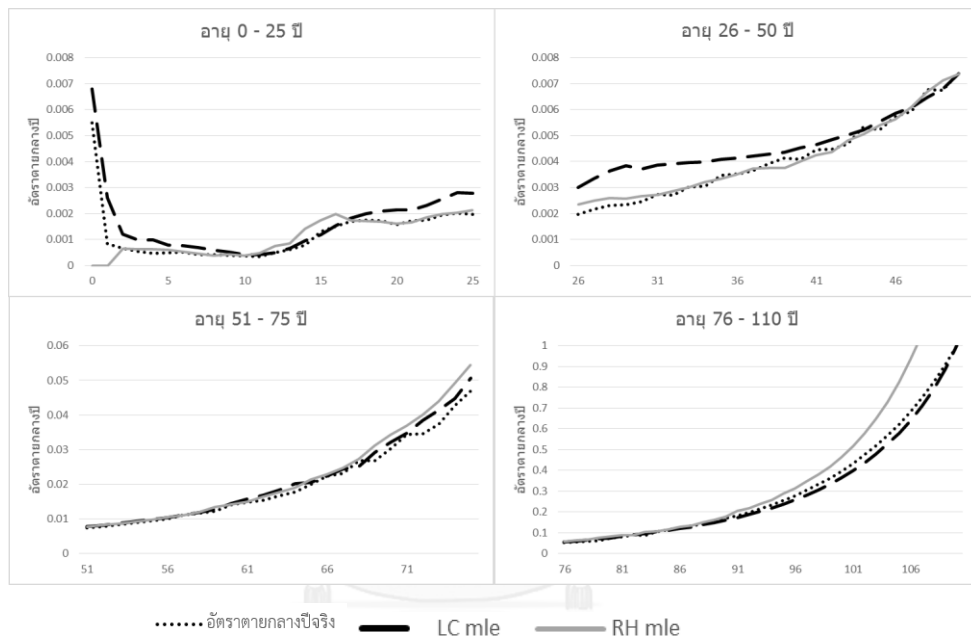
งานวิจัยนี้พิจารณาตัวแบบอัตราฆณะจำนวน 5 ตัวแบบ คือตัวแบบ LC ตัวแบบ RH ตัวแบบ APC ตัวแบบ CBD และตัวแบบ GCBD ซึ่งแต่ละตัวแบบจะใช้วิธีการทำซ้ำของนิวตัน รัฟสัน (Newton raphson method) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ฟังก์ชันภาวะความน่าจะเป็นมีค่าสูงสุด ยกเว้นตัวแบบ LC และ ตัวแบบ RH ซึ่งใช้วิธี SVD เป็นอีกวิธีในการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ ค่าของพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ของแต่ละตัวแบบแสดงไว้ในภาคผนวก ค สำหรับวิธีเลือกตัวแบบใช้การพิจารณาแนวโน้มความใกล้เคียงจากกราฟ แล้วใช้ค่า MAPE และ BIC เป็นเกณฑ์ในการเลือก กราฟของอัตราตายกลางปีที่พยากรณ์มาจากตัวแบบทั้ง 7 กรณี ดังนี้

- ตัวแบบ LC ที่ใช้วิธี SVD ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ (LC.svd)
- ตัวแบบ RH ที่ใช้วิธี SVD ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์ (RH.svd)
- ตัวแบบ LC ที่ใช้วิธี MLE ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์
- ตัวแบบ RH ที่ใช้วิธี MLE ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์
- ตัวแบบ APC ที่ใช้วิธี MLE ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์
- ตัวแบบ CBD ที่ใช้วิธี MLE ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์
- ตัวแบบ GCBD ที่ใช้วิธี MLE ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์

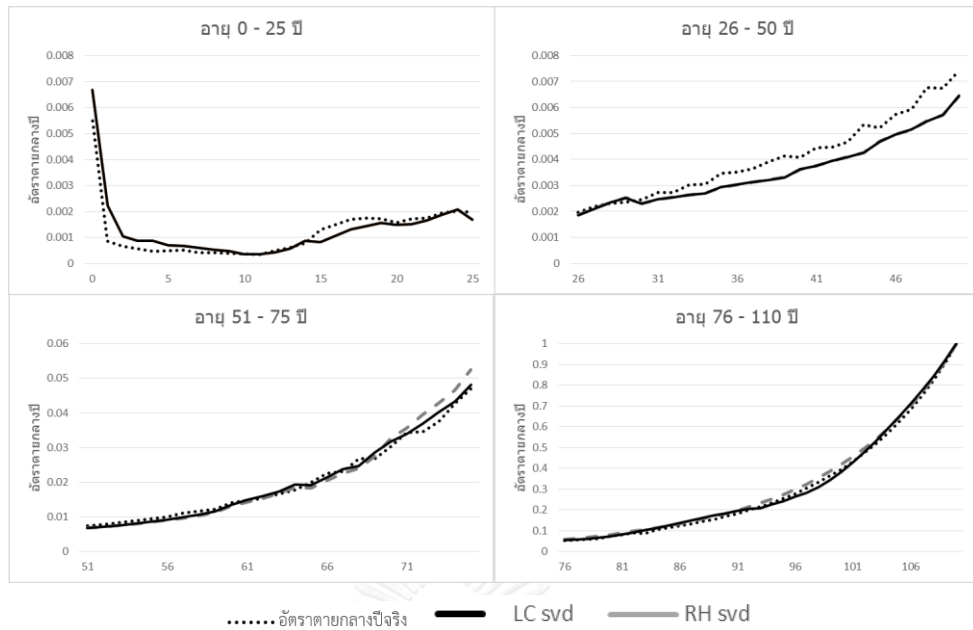
4.2 การเลือกตัวแบบอัตราภาระ

งานวิจัยนี้จะเลือกตัวแบบที่มีความเหมาะสมที่สุดสำหรับการประมาณค่าอัตราภาระของไทย โดยมีเกณฑ์ในการเลือกคือ การพิจารณาจากความใกล้เคียงระหว่างค่าประมาณและค่าจริง โดยใช้กราฟ ค่า MAPE และค่า BIC ของแต่ละตัวแบบ

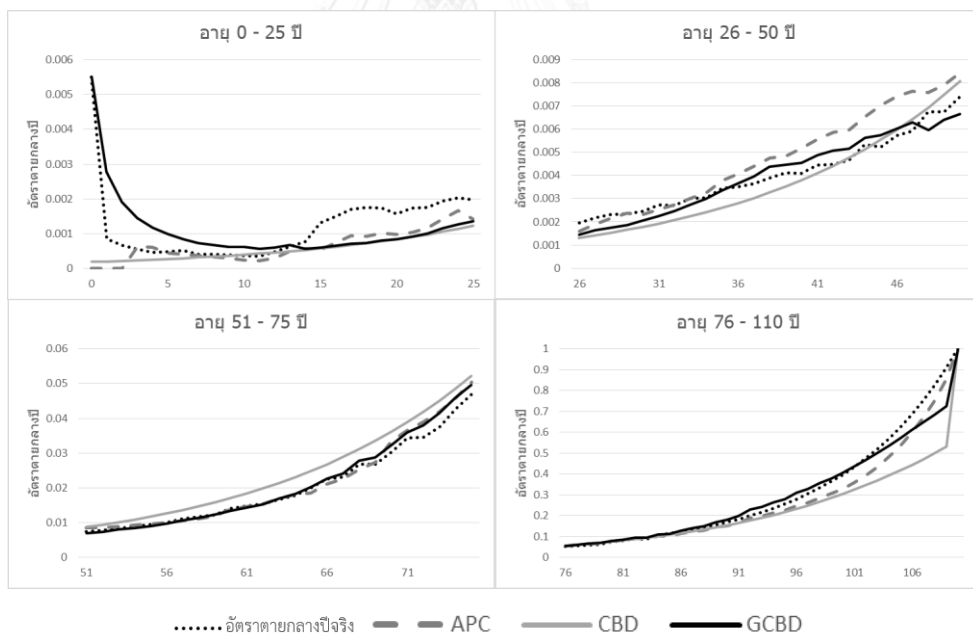
กราฟของอัตราการตายในปี พ.ศ. 2553 เพศชายและเพศหญิงที่ประมาณด้วยตัวแบบที่ศึกษา แสดงได้ดังแผนภาพที่ 4.1-4.6



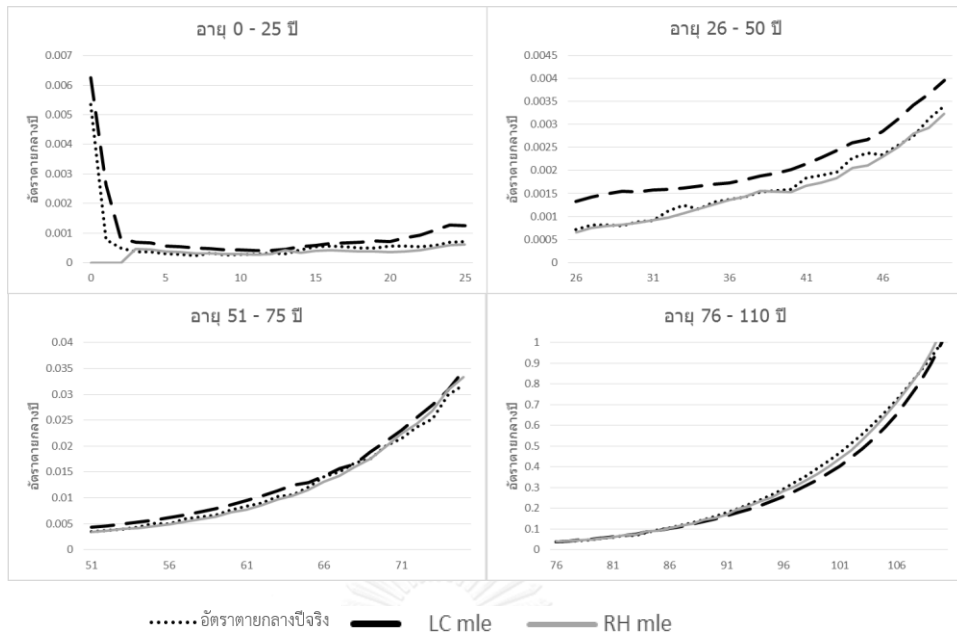
แผนภาพที่ 4.1 แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศชาย ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ LC และ RH ที่ประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธี MLE (Maximum Likelihood Estimation)



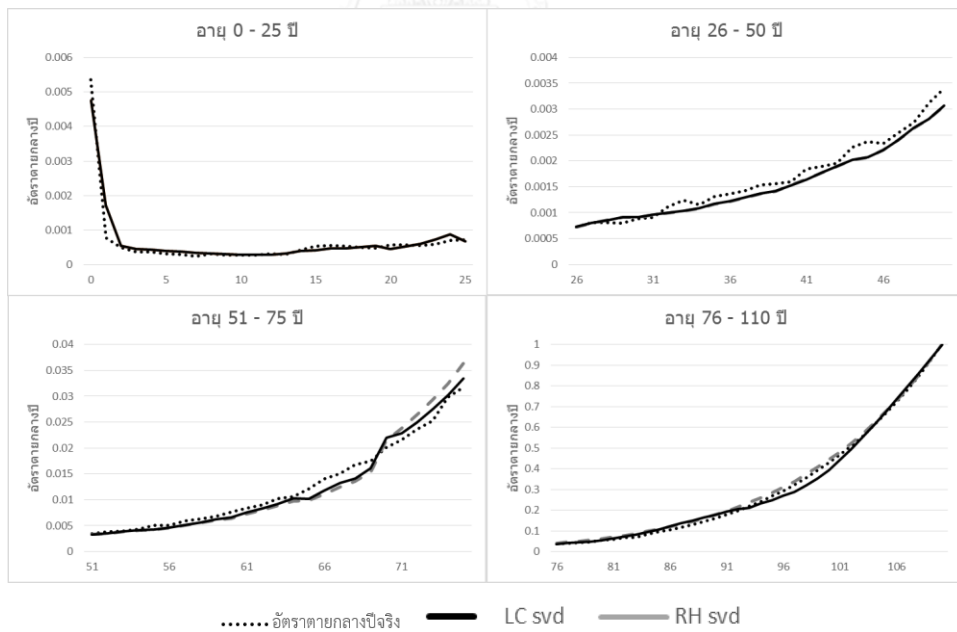
แผนภาพที่ 4.2 แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศชาย ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ LC และตัวแบบ RH ที่ประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี SVD



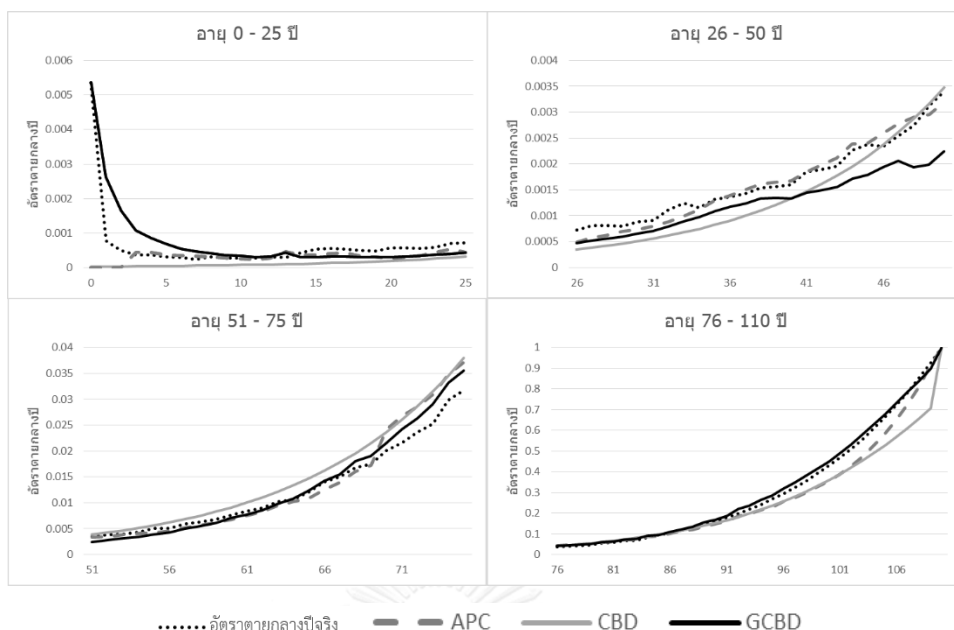
แผนภาพที่ 4.3 แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศชาย ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ APC ตัวแบบ CBD และ GCBD



แผนภาพที่ 4.4 แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศหญิง ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ LC และ RH ที่ประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธี MLE (Maximum Likelihood Estimation)



แผนภาพที่ 4.5 แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศหญิง ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ LC และตัวแบบ RH ที่ประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี SVD



แผนภาพที่ 4.6 แสดงค่าอัตราตายกลางปีของเพศหญิง ในปี พ.ศ. 2553 เปรียบเทียบกับค่าที่ประมาณได้จากตัวแบบ APC ตัวแบบ CBD และ GCBD

เมื่อพิจารณาจากกราฟในแผนภาพที่ 4.1-4.6 พบว่าตัวแบบ RH เป็นตัวแบบที่ประมาณค่าอัตราตายได้ใกล้เคียงที่สุดทั้งในเพศชายและเพศหญิง พบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่าฟังก์ชันภาวะความน่าจะเป็นสูงสุด ให้ผลดีกว่าการประมาณค่าด้วยวิธี SVD นอกจากนี้ ตัวแบบ RH ยังเป็นตัวแบบที่ดีที่สุดเมื่อพิจารณาจากกราฟสำหรับข้อมูลในทุกปีที่ทำการศึกษาอีกด้วย

ตารางที่ 4.1 แสดงค่า MAPE ของการประมาณด้วยตัวแบบที่พิจารณา จำแนกตามเพศ

ตัวแบบ	MAPE		BIC	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
LC	12.33%	16.45%	709249	638110
RH	8.44%	9.08%	306592	279012
APC	15.38%	18.15%	782741	774807
CBD	30.05%	36.64%	6478200	7501316
GCBD	25.91%	23.31%	1445098	1172919
LC.svd	16.37%	15.23%	1822174	2432222
RH.svd	15.20%	12.95%	1474637	1653017

จากตารางที่ 4.1 พบว่า ค่า MAPE ของตัวแบบ LC และตัวแบบ RH มีค่าใกล้เคียงกันอยู่ที่ร้อยละ 8 ถึง 16 โดยมีค่าต่ำที่สุดคือค่า MAPE ของตัวแบบ RH มีค่าเท่ากับร้อยละ 8.44 สำหรับเพศชาย และร้อยละ 9.08 สำหรับเพศหญิงตามลำดับ แสดงให้เห็นว่าตัวแบบ RH สามารถประมาณค่าอัตราการตายกลางปีได้ดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับตัวแบบที่ทำการศึกษาในงานวิจัยนี้ แต่เนื่องจากค่า MAPE ของตัวแบบ LC และตัวแบบ RH มีค่าไม่ต่างกันมากนัก จึงต้องพิจารณาค่า BIC ประกอบจากการพิจารณาค่า BIC ของแต่ละตัวแบบ พบว่าผลที่ได้สอดคล้องกับการพิจารณาค่า MAPE นั่นคือ ตัวแบบ RH เป็นตัวแบบที่ประมาณค่าอัตราการตายกลางปีได้ดีกว่า โดยมีค่า BIC เท่ากับ 306592.2 สำหรับเพศชาย และ 279011.6 สำหรับเพศหญิงตามลำดับ ซึ่งเป็นค่าต่ำสุดเมื่อเปรียบเทียบกับตัวแบบอื่นที่ทำการศึกษา โดยผลดังกล่าวเป็นจริงทั้งในเพศชายและเพศหญิง งานวิจัยนี้จึงจะใช้ตัวแบบ RH ในการพยากรณ์อัตราการตายกลางปีในอนาคต และนำค่าอัตราการตายกลางปีที่ได้มาแปลงเป็นอัตราการระงับไปค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ RH สำหรับเพศชายและเพศหญิง แสดงไว้ในตารางที่ 4.3-4.5

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x , $\beta_x^{(1)}$ และ $\beta_x^{(0)}$ ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

อายุ (x)	ชาย			หญิง		
	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$
0	-4.54998	0.04076	1.00000	-4.13271	-0.01386	1.00000
1	-5.53371	0.03328	1.00000	-4.98642	-0.02864	1.00000
2	-6.33731	0.04473	1.00000	-6.18221	-0.02159	1.00000
3	-6.53644	0.03627	1.00000	-6.37095	-0.02444	1.00000
4	-6.55931	0.03643	1.00000	-6.42917	-0.02632	1.00000
5	-6.79290	0.01313	1.00000	-6.60046	-0.02617	1.00000
6	-6.85197	0.01322	1.00000	-6.66477	-0.02721	1.00000
7	-6.97738	0.01349	1.00000	-6.76977	-0.02899	1.00000
8	-7.12062	0.01414	1.00000	-6.83864	-0.02775	1.00000
9	-7.25588	0.01569	1.00000	-6.95528	-0.02488	1.00000
10	-7.52782	-0.00664	1.00000	-7.06160	-0.06069	1.00000

ตารางที่ 4.2 (ต่อ) : แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x , $\beta_x^{(1)}$ และ $\beta_x^{(0)}$ ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

อายุ (x)	ชาย			หญิง		
	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$
11	-7.54915	-0.00570	1.00000	-7.11022	-0.05779	1.00000
12	-7.42079	-0.00389	1.00000	-7.15195	-0.05173	1.00000
13	-7.10098	-0.00214	1.00000	-7.03251	-0.04570	1.00000
14	-6.73627	-0.00088	1.00000	-6.87474	-0.04290	1.00000
15	-6.81723	-0.05388	1.00000	-6.87953	-0.07086	1.00000
16	-6.57966	-0.05241	1.00000	-6.81071	-0.06480	1.00000
17	-6.39379	-0.05032	1.00000	-6.81295	-0.05504	1.00000
18	-6.31927	-0.04771	1.00000	-6.79197	-0.04303	1.00000
19	-6.27110	-0.04438	1.00000	-6.75627	-0.03186	1.00000
20	-6.33829	-0.05251	1.00000	-6.97380	-0.07887	1.00000
21	-6.34553	-0.04857	1.00000	-6.84157	-0.06694	1.00000
22	-6.27499	-0.04375	1.00000	-6.74620	-0.05498	1.00000
23	-6.18361	-0.03960	1.00000	-6.59821	-0.04406	1.00000
24	-6.09974	-0.03540	1.00000	-6.45842	-0.03370	1.00000
25	-6.33543	-0.05821	1.00000	-6.74856	-0.11162	1.00000
26	-6.25703	-0.05395	1.00000	-6.68751	-0.10164	1.00000
27	-6.15710	-0.05004	1.00000	-6.62446	-0.09237	1.00000
28	-6.07268	-0.04615	1.00000	-6.58633	-0.08317	1.00000
29	-6.01897	-0.04269	1.00000	-6.55455	-0.07462	1.00000
30	-6.12461	-0.04746	1.00000	-6.57985	-0.07101	1.00000
31	-6.08499	-0.04358	1.00000	-6.55327	-0.06088	1.00000
32	-6.06657	-0.03991	1.00000	-6.54437	-0.05283	1.00000

ตารางที่ 4.2 (ต่อ) : แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x , $\beta_x^{(1)}$ และ $\beta_x^{(0)}$ ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

อายุ (x)	ชาย			หญิง		
	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$
33	-6.05225	-0.03668	1.00000	-6.53610	-0.04600	1.00000
34	-6.04573	-0.03399	1.00000	-6.51419	-0.04125	1.00000
35	-5.97725	-0.02544	1.00000	-6.46385	-0.02690	1.00000
36	-5.95786	-0.02238	1.00000	-6.43881	-0.02102	1.00000
37	-5.93782	-0.02027	1.00000	-6.40196	-0.01720	1.00000
38	-5.91768	-0.01860	1.00000	-6.36534	-0.01476	1.00000
39	-5.90147	-0.01753	1.00000	-6.34503	-0.01314	1.00000
40	-5.82016	-0.01093	1.00000	-6.29823	-0.01060	1.00000
41	-5.79331	-0.00972	1.00000	-6.25115	-0.00807	1.00000
42	-5.75521	-0.00875	1.00000	-6.19526	-0.00587	1.00000
43	-5.72373	-0.00823	1.00000	-6.14616	-0.00484	1.00000
44	-5.69082	-0.00776	1.00000	-6.09892	-0.00373	1.00000
45	-5.60449	-0.00365	1.00000	-6.10206	-0.01259	1.00000
46	-5.55687	-0.00327	1.00000	-6.05306	-0.01208	1.00000
47	-5.52520	-0.00313	1.00000	-5.98533	-0.01263	1.00000
48	-5.46980	-0.00337	1.00000	-5.91076	-0.01382	1.00000
49	-5.43177	-0.00377	1.00000	-5.86071	-0.01361	1.00000
50	-5.31989	-0.00065	1.00000	-5.79788	-0.01534	1.00000
51	-5.26694	-0.00083	1.00000	-5.73565	-0.01504	1.00000
52	-5.22550	-0.00059	1.00000	-5.68920	-0.01339	1.00000
53	-5.17444	-0.00066	1.00000	-5.61460	-0.01245	1.00000

ตารางที่ 4.2 (ต่อ) : แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x , $\beta_x^{(1)}$ และ $\beta_x^{(0)}$ ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

อายุ (x)	ชาย			หญิง		
	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$
54	-5.11111	-0.00045	1.00000	-5.56851	-0.00994	1.00000
55	-5.04633	-0.00020	1.00000	-5.54261	-0.02120	1.00000
56	-4.99298	0.00036	1.00000	-5.46889	-0.01840	1.00000
57	-4.93194	0.00080	1.00000	-5.39910	-0.01517	1.00000
58	-4.86085	0.00190	1.00000	-5.31553	-0.01231	1.00000
59	-4.78060	0.00251	1.00000	-5.23897	-0.00927	1.00000
60	-4.63245	0.00626	1.00000	-5.17824	-0.01351	1.00000
61	-4.54208	0.00821	1.00000	-5.07534	-0.00782	1.00000
62	-4.46731	0.00971	1.00000	-4.97976	-0.00387	1.00000
63	-4.37981	0.01065	1.00000	-4.89150	-0.00144	1.00000
64	-4.28034	0.01218	1.00000	-4.80352	0.00217	1.00000
65	-4.28125	0.00860	1.00000	-4.79225	-0.00538	1.00000
66	-4.17288	0.01158	1.00000	-4.68466	0.00156	1.00000
67	-4.06890	0.01342	1.00000	-4.57701	0.00589	1.00000
68	-3.99892	0.01823	1.00000	-4.49365	0.01624	1.00000
69	-3.86259	0.01741	1.00000	-4.37166	0.01334	1.00000
70	-3.67967	0.02468	1.00000	-4.05927	0.07103	1.00000
71	-3.58654	0.02655	1.00000	-3.96307	0.07376	1.00000
72	-3.47762	0.02764	1.00000	-3.85865	0.07574	1.00000
73	-3.38561	0.02883	1.00000	-3.76283	0.07768	1.00000
74	-3.29619	0.03007	1.00000	-3.66637	0.07869	1.00000
75	-3.16468	0.03073	1.00000	-3.55152	0.08091	1.00000

ตารางที่ 4.2 (ต่อ) : แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x , $\beta_x^{(1)}$ และ $\beta_x^{(0)}$ ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

อายุ (x)	ชาย			หญิง		
	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$
76	-3.06228	0.03276	1.00000	-3.44616	0.08427	1.00000
77	-2.97496	0.03436	1.00000	-3.34634	0.08689	1.00000
78	-2.87556	0.03573	1.00000	-3.25513	0.08880	1.00000
79	-2.77493	0.03692	1.00000	-3.15000	0.08987	1.00000
80	-2.67712	0.03812	1.00000	-3.04072	0.09183	1.00000
81	-2.55574	0.04051	1.00000	-2.92292	0.09401	1.00000
82	-2.46008	0.04181	1.00000	-2.81104	0.09469	1.00000
83	-2.36897	0.04320	1.00000	-2.71809	0.09757	1.00000
84	-2.27342	0.04473	1.00000	-2.59022	0.09816	1.00000
85	-2.18001	0.04644	1.00000	-2.49046	0.09986	1.00000
86	-2.08698	0.04808	1.00000	-2.39285	0.10151	1.00000
87	-1.99240	0.04943	1.00000	-2.29557	0.10223	1.00000
88	-1.89649	0.05059	1.00000	-2.19846	0.10257	1.00000
89	-1.80046	0.05161	1.00000	-2.10313	0.10240	1.00000
90	-1.70304	0.05240	1.00000	-2.00808	0.10168	1.00000
91	-1.60532	0.05306	1.00000	-1.91462	0.10057	1.00000
92	-1.50679	0.05355	1.00000	-1.82213	0.09902	1.00000
93	-1.40611	0.05363	1.00000	-1.72955	0.09658	1.00000
94	-1.30557	0.05368	1.00000	-1.63869	0.09399	1.00000
95	-1.20427	0.05352	1.00000	-1.54877	0.09108	1.00000
96	-1.10271	0.05325	1.00000	-1.46046	0.08800	1.00000
97	-1.00006	0.05276	1.00000	-1.37264	0.08460	1.00000

ตารางที่ 4.2 (ต่อ) : แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x , $\beta_x^{(1)}$ และ $\beta_x^{(0)}$ ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

อายุ (x)	ชาย			หญิง		
	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$	α_x	$\beta_x^{(1)}$	$\beta_x^{(0)}$
98	-0.89700	0.05210	1.00000	-1.28637	0.08086	1.00000
99	-0.79309	0.05126	1.00000	-1.20110	0.07690	1.00000
100	-0.68825	0.05022	1.00000	-1.11679	0.07257	1.00000
101	-0.58257	0.04894	1.00000	-1.03398	0.06765	1.00000
102	-0.47586	0.04743	1.00000	-0.95209	0.06234	1.00000
103	-0.36816	0.04565	1.00000	-0.87282	0.05608	1.00000
104	-0.25937	0.04351	1.00000	-0.79672	0.04852	1.00000
105	-0.14928	0.04111	1.00000	-0.72325	0.04013	1.00000
106	-0.03794	0.03843	1.00000	-0.65296	0.03052	1.00000
107	0.07452	0.03543	1.00000	-0.58395	0.02011	1.00000
108	0.18927	0.03224	1.00000	-0.51040	0.01032	1.00000
109	0.30327	0.02858	1.00000	-0.42574	0.00254	1.00000
110	0.41293	0.02413	1.00000	-0.32473	-0.00213	1.00000

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ κ_t ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

ปีปฏิทิน(t)	κ_t		ปีปฏิทิน(t)	κ_t	
	ชาย	หญิง		ชาย	หญิง
2506	11.52045	0.87982	2530	2.79159	2.88608
2507	9.96793	0.10938	2531	2.02421	2.63888
2508	7.41579	-0.81483	2532	2.21592	3.07937
2509	8.91859	0.47823	2533	1.51977	2.94198
2510	9.37624	0.88147	2534	1.78410	3.28898
2511	9.23609	1.28751	2535	1.89295	3.48175
2512	11.33121	2.50226	2536	-8.83340	-4.24733
2513	11.95324	2.62445	2537	-8.80715	-3.92866
2514	11.70040	2.86054	2538	-8.96974	-3.76301
2515	13.64315	4.16478	2539	-9.77309	-3.93820
2516	10.97933	3.35744	2540	-14.23096	-5.52124
2517	10.75703	3.53441	2541	-12.37748	-3.98647
2518	7.94576	3.10722	2542	-12.02895	-4.08477
2519	8.37384	3.06336	2543	-13.12327	-4.33098
2520	8.38459	3.07982	2544	-10.13071	-2.77457
2521	7.59256	3.09057	2545	-10.89468	-3.64233
2522	7.19520	3.32823	2546	-12.89519	-4.44423
2523	5.09311	2.53418	2547	-11.41433	-3.93063
2524	3.60085	1.89141	2548	-10.24106	-3.15358
2525	4.49270	2.46550	2549	-12.67343	-4.33030
2526	4.26725	2.85018	2550	-10.32717	-3.42161
2527	1.62143	1.49410	2551	-11.17475	-3.50900

ตารางที่ 4.3 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ κ_t ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

ปีปฏิทิน(t)	κ_t		ปีปฏิทิน(t)	κ_t	
	ชาย	หญิง		ชาย	หญิง
2528	1.96181	1.93089	2552	-11.78142	-4.32024
2529	1.50231	2.06312	2553	-11.38264	-3.75394

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชาย และเพศหญิง จากวิธี MLE

รุ่น (t-x)	ชาย	หญิง	รุ่น (t-x)	ชาย	หญิง
2399	-0.70219	0.36360	2475	0.51311	0.48254
2400	-0.69575	0.35914	2476	0.51529	0.49666
2401	-0.68773	0.35344	2477	0.52280	0.49933
2402	-0.67883	0.34863	2478	0.50127	0.45293
2403	-0.66922	0.34512	2479	0.51401	0.47826
2404	-0.65830	0.34334	2480	0.49469	0.43302
2405	-0.64634	0.34299	2481	0.49306	0.42920
2406	-0.63344	0.34311	2482	0.51737	0.43937
2407	-0.61966	0.34348	2483	0.49410	0.40882
2408	-0.60518	0.34377	2484	0.46077	0.37978
2409	-0.59006	0.34383	2485	0.50372	0.41571
2410	-0.57431	0.34380	2486	0.43928	0.35039
2411	-0.55794	0.34350	2487	0.45498	0.35402
2412	-0.54105	0.34305	2488	0.41721	0.30610
2413	-0.52359	0.34235	2489	0.38654	0.25115
2414	-0.50576	0.34158	2490	0.38932	0.24934

ตารางที่ 4.4 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

รุ่น (t-x)	ชาย	หญิง	รุ่น (t-x)	ชาย	หญิง
2415	-0.48727	0.34051	2491	0.36750	0.20454
2416	-0.46824	0.33907	2492	0.37423	0.18638
2417	-0.44888	0.33719	2493	0.39486	0.19615
2418	-0.42918	0.33487	2494	0.37548	0.14964
2419	-0.40909	0.33228	2495	0.37276	0.13484
2420	-0.38879	0.32925	2496	0.38525	0.12576
2421	-0.36816	0.32584	2497	0.35959	0.07610
2422	-0.34725	0.32224	2498	0.36001	0.06933
2423	-0.32605	0.31900	2499	0.35781	0.04099
2424	-0.30462	0.31605	2500	0.37352	0.04282
2425	-0.28274	0.31379	2501	0.34764	0.01196
2426	-0.26012	0.31140	2502	0.34607	-0.01029
2427	-0.23744	0.30983	2503	0.36801	0.00522
2428	-0.21422	0.30913	2504	0.37933	-0.02495
2429	-0.19033	0.30918	2505	0.32880	-0.02054
2430	-0.16556	0.31051	2506	0.30869	-0.04707
2431	-0.14048	0.31211	2507	0.29605	-0.06749
2432	-0.11376	0.31388	2508	0.27652	-0.10708
2433	-0.08682	0.31678	2509	0.26742	-0.10583
2434	-0.05987	0.32015	2510	0.19415	-0.17667

ตารางที่ 4.4 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

รุ่น (t-x)	ชาย	หญิง	รุ่น (t-x)	ชาย	หญิง
2435	-0.03302	0.32420	2511	0.19463	-0.18145
2436	-0.00602	0.32887	2512	0.16227	-0.18079
2437	0.02392	0.33589	2513	0.10847	-0.22733
2438	0.05247	0.34340	2514	0.11785	-0.18258
2439	0.07981	0.34729	2515	0.11198	-0.15652
2440	0.10511	0.35206	2516	0.05444	-0.21325
2441	0.12977	0.35730	2517	-0.00449	-0.24452
2442	0.15696	0.36501	2518	-0.05397	-0.30923
2443	0.18244	0.37394	2519	-0.14967	-0.39536
2444	0.20683	0.38305	2520	-0.22076	-0.48223
2445	0.23096	0.39269	2521	-0.29247	-0.58934
2446	0.26048	0.41413	2522	-0.34228	-0.67598
2447	0.28300	0.42441	2523	-0.38294	-0.74844
2448	0.30193	0.43453	2524	-0.42503	-0.82805
2449	0.32100	0.44343	2525	-0.45072	-0.86891
2450	0.33825	0.45140	2526	-0.46372	-0.91682
2451	0.35220	0.45346	2527	-0.50718	-1.02344
2452	0.36935	0.46291	2528	-0.52053	-1.05275
2453	0.38413	0.46791	2529	-0.52774	-1.11673
2454	0.40808	0.48446	2530	-0.56039	-1.13997
2455	0.43053	0.49858	2531	-0.62734	-1.22616
2456	0.43946	0.50296	2532	-0.63516	-1.28043
2457	0.46977	0.52638	2533	-0.64395	-1.28917
2458	0.45967	0.50706	2534	-0.60362	-1.26522

ตารางที่ 4.4 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ RH ที่ประมาณได้ สำหรับเพศชายและเพศหญิง จากวิธี MLE

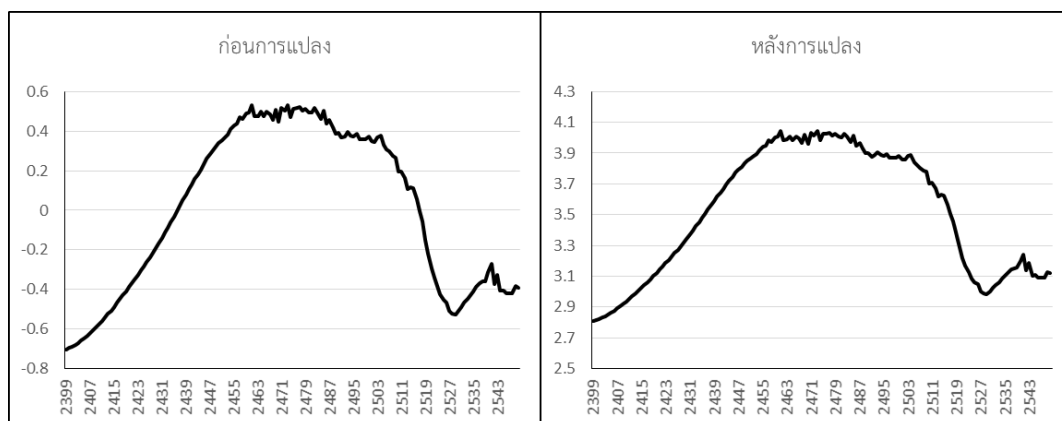
รุ่น (t-x)	ชาย	หญิง	รุ่น (t-x)	ชาย	หญิง
2459	0.48779	0.53594	2535	-0.57529	-1.26971
2460	0.49401	0.53250	2536	-0.39731	-1.24721
2461	0.53236	0.56414	2537	-0.36809	-1.22780
2462	0.47442	0.51307	2538	-0.35885	-1.23393
2463	0.47637	0.51242	2539	-0.35663	-1.26444
2464	0.49864	0.53569	2540	-0.10805	-0.90504
2465	0.47339	0.50653	2541	-0.26893	-1.20239
2466	0.49860	0.52769	2542	-0.37100	-1.34249
2467	0.48355	0.50261	2543	-0.32475	-1.30393
2468	0.45581	0.46645	2544	-0.40726	-1.28616
2469	0.50821	0.51712	2545	-0.40325	-1.32568
2470	0.44614	0.44401	2546	-0.42103	-1.38368
2471	0.51841	0.50352	2547	-0.41858	-1.39245
2472	0.50427	0.47419	2548	-0.41913	-1.36221
2473	0.53049	0.48040	2549	-0.38258	-1.39862
2474	0.47061	0.46069	2550	-0.39011	-1.39011

4.3 การพยากรณ์ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ RH เพื่อใช้พยากรณ์ค่าอัตราภาระ

งานวิจัยนี้จะพยากรณ์อัตราภาระในอนาคต เพื่อใช้เปรียบเทียบกับค่าอัตราภาระจากตาราง บำนาญ และนำค่าที่พยากรณ์ได้จากตัวแบบที่พิจารณาผลกระทบรุ่นไปใช้ในการคำนวณเบี้ย ประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตที่เป็นตัวอย่าง โดยผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่างจะใช้ค่าอัตรา ภาระของคนที่มีอายุ 40 – 110 ปีในการคำนวณเบี้ยประกัน ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงจำเป็นต้องพยากรณ์ ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตราภาระให้เพียงพอต่อการหาค่าอัตราภาระไปข้างหน้า 70 ปี ในที่นี้ใช้ ตัวแบบอริมา (ARIMA model) ในการพยากรณ์ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตราภาระ

จากหัวข้อที่ 4.1 พบว่า ตัวแบบ RH เป็นตัวแบบที่มีความเหมาะสมในการใช้ประมาณค่าอัตรา ภาระของประเทศไทย เนื่องจากตัวแบบ RH มีค่าพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับปีปฏิทิน 2 ตัว คือ ค่าพารามิเตอร์ของปีปฏิทิน k_t และ ค่าพารามิเตอร์ของผลกระทบรุ่น γ_{t-x} ดังนั้นต้องหารูปแบบของ ตัวแบบอริมาที่เหมาะสมกับข้อมูลค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการพยากรณ์ 4 ชุด คือ k_t ของเพศชาย, k_t ของเพศหญิง, γ_{t-x} ของเพศชาย และ γ_{t-x} ของเพศหญิง ในที่นี้จะแสดงวิธีโดยละเอียดของการหาตัว แบบอริมาที่มีความเหมาะสมสำหรับชุดพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชายเท่านั้น และได้สรุปผลรูปแบบ ของตัวแบบอริมาที่มีความเหมาะสมสำหรับพารามิเตอร์แต่ละชุดไว้ในตารางที่ 4.13

ตัวแบบอริมาเป็นตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่มีสมมุติฐานเบื้องต้น คือ อนุกรมเวลา ที่จะนำมาพยากรณ์ต้องมีความแปรปรวนนิ่งและมีค่าเฉลี่ยนิ่ง สำหรับการทำให้ข้อมูลที่จะนำมา พยากรณ์มีความแปรปรวนเป็นแบบนิ่ง งานวิจัยนี้ใช้การแปลงของบ็อกคอกซ์ (Box-Cox transformation) ในการแก้ปัญหา โดยการแปลงแบบบ็อกคอกซ์จะทำให้ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ ต้องการนำมาพยากรณ์มีลักษณะใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งจะทำให้ความแปรปรวนมี ลักษณะนิ่งตามไปด้วย อย่างไรก็ตาม การแปลงแบบบ็อกคอกซ์ไม่สามารถใช้กับข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า 0 ได้ แต่ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ RH หลายค่ามีค่าน้อยกว่า 0 ดังจะเห็นได้จากตารางที่ 4.5 งานวิจัยนี้จึงแก้ปัญหาโดยการเพิ่มค่าของอนุกรมเวลาทุกตัวด้วย 5 เท่าของค่าต่ำสุดของอนุกรมเวลา ชุดนั้น ยกตัวอย่างเช่น สำหรับอนุกรมเวลาที่เป็นค่าพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชาย ค่าที่น้อยที่สุดใน อนุกรมเวลาคือ -0.72811 ดังนั้นจึงเพิ่มค่าทุกค่าของอนุกรมเวลาชุดนี้ด้วย 5 เท่าของ 0.72811 ก่อน นำไปแปลงแบบบ็อกคอกซ์ โดยการเพิ่มค่าอนุกรมเวลาดังกล่าวไม่ทำให้รูปแบบของอนุกรมเวลาเกิด การเปลี่ยนแปลง ดังจะเห็นได้จากแผนภาพที่ 4.7 เหตุผลที่ต้องเพิ่มค่าอนุกรมเวลาสูงถึง 5 เท่าของ ค่าที่ต่ำที่สุดในอนุกรมเวลา เพราะในงานวิจัยนี้จะทำการพยากรณ์ไปข้างหน้าถึง 70 ปี หากพิจารณา จากแนวโน้มที่มีการลดลงของอนุกรมเวลาที่นำมาพยากรณ์ อาจทำนายได้ว่าค่าของอนุกรมเวลาเมื่อ ถูกพยากรณ์จะมีค่าติดลบมากขึ้น ส่งผลให้ไม่สามารถแปลงกลับมาเป็นค่าพารามิเตอร์ก่อนการแปลง ด้วยการแปลงของบ็อกคอกซ์ได้ การเพิ่มค่าให้สูงก่อนการแปลงจะช่วยแก้ปัญหาในนี้ได้



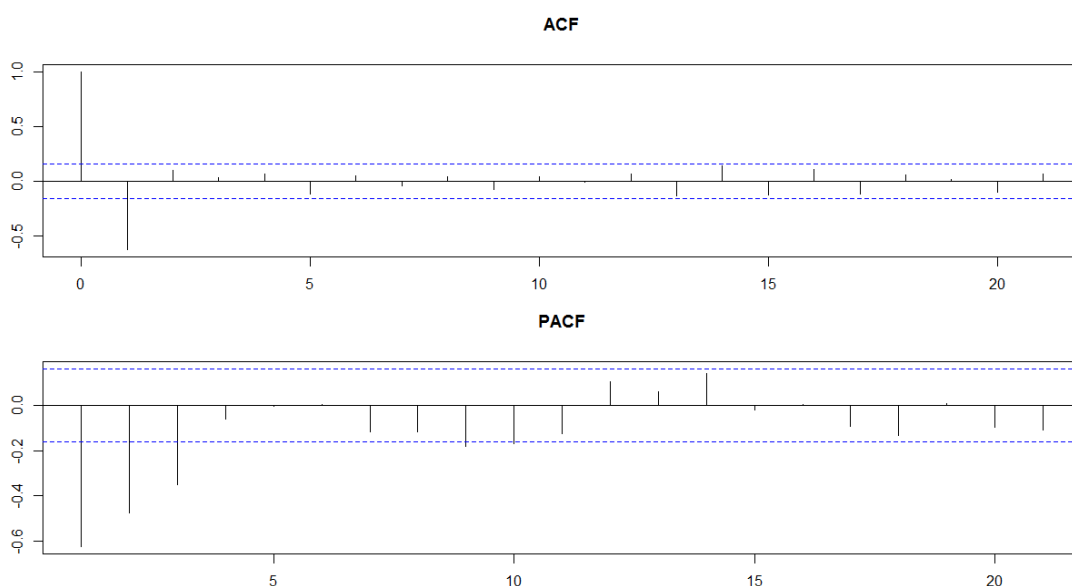
แผนภาพที่ 4.7 แสดงค่าของอนุกรมเวลา y_{t-x} ของเพศชาย ก่อนและหลังการแปลงด้วยวิธีของบ็อกคอกซ์

จากแผนภาพที่ 4.7 พบว่า ค่าของพารามิเตอร์รุ่น y_{t-x} ของเพศชาย ในรุ่นที่มีค่าลดลงอย่างผิดปกติในช่วงรุ่น 2523-2528 และเพิ่มขึ้นอีกครั้งในช่วงรุ่น 2529-2540 ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนระบบการเก็บรวบรวมข้อมูลการตายในปีพ.ศ.2540 ทำให้รูปแบบอัตราฆาตกรรมก่อนและหลังปีพ.ศ. 2540 มีรูปแบบต่างกัน ซึ่งส่งผลกระทบต่อค่าพารามิเตอร์รุ่น เนื่องจากอัตราฆาตกรรมของคนที่อายุต่ำกว่า 1 ปีในปีพ.ศ.2540 เป็นอัตราฆาตกรรมของรุ่น 2540 อัตราฆาตกรรมของคนอายุ 1 ปีในปีพ.ศ.2540 เป็นอัตราฆาตกรรมของรุ่น 2539 อัตราฆาตกรรมของคนอายุ 2 ปีในปีพ.ศ.2540 เป็นอัตราฆาตกรรมของรุ่น 2538 และอื่นๆ การที่รูปแบบของอัตราฆาตกรรมตั้งแต่ปีพ.ศ.2540 เปลี่ยนแปลงไปจากในอดีตอาจทำให้เกิดความคาดเคลื่อนในการประมาณค่าพารามิเตอร์รุ่นหลายค่า ดังนั้นจึงควรระมัดระวังในการใช้ค่าของอัตราฆาตกรรมที่พยากรณ์ได้จากค่าพารามิเตอร์รุ่นดังกล่าว เพราะอาจทำให้เกิดความคาดเคลื่อนกับค่าอัตราฆาตกรรมที่เกิดขึ้นจริง

นอกจากนี้การที่อนุกรมเวลาที่จะนำมาพยากรณ์ต้องมีความแปรปรวนแบบนิ่งแล้ว อนุกรมเวลาดังกล่าวยังต้องมีค่าเฉลี่ยนิ่งด้วย โดยในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการหาผลต่างของอนุกรมเวลาในการแก้ปัญหา และใช้การทดสอบ KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test) ในการทดสอบเพื่อหาจำนวนครั้งของความต่างที่เพียงพอที่ทำให้อนุกรมเวลามีค่าเฉลี่ยนิ่ง สำหรับอนุกรมเวลา y_{t-x} ของเพศชาย พบว่าต้องหาผลต่างสองครั้ง เพื่อให้อนุกรมเวลาที่ผ่านการหาผลต่างมีค่าเฉลี่ยเป็นแบบนิ่ง โดยพิจารณาจากค่า p-value ของการทดสอบ KPSS ของอนุกรมเวลาหลังการหาผลต่างครั้งที่ 2 มีค่ามากกว่า 0.1 ซึ่งที่มีค่าสูงกว่า 0.05 แสดงให้เห็นว่าอนุกรมเวลาดังกล่าวมีค่าเฉลี่ยนิ่งแล้ว

หลังจากทราบค่าอันดับ d ในตัวแบบ $ARIMA(p,d,q)$ ว่ามีค่าเป็น 2 แล้ว จึงพิจารณารูปแบบของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาที่ผ่านการหาผลต่างแล้วสองครั้ง เพื่อพิจารณาหาอันดับ p, q ที่เหมาะสม โดยกราฟของค่า ACF และ PACF ดังกล่าว แสดงไว้ในภาพที่ 4.8 จากการ

พิจารณารูปแบบของค่า ACF และ PACF ในแผนภาพที่ 4.8 แล้ว พบว่ารูปแบบของตัวแบบอริมาที่เหมาะสม น่าจะเป็นตัวแบบ $ARIMA(1,2,0)$ อย่างไรก็ตาม การพิจารณาแต่เพียงรูปแบบของค่า ACF และ PACF อาจทำให้ไม่ได้รูปแบบของตัวแบบอริมาที่เหมาะสมที่สุด งานวิจัยนี้จึงพิจารณาตัวแบบอริมาที่มีอันดับใกล้เคียง นั่นคือ ตัวแบบ $ARIMA(1,2,1)$ $ARIMA(0,2,0)$ $ARIMA(0,2,1)$ $ARIMA(2,2,0)$ และ $ARIMA(2,2,1)$ ด้วย โดยใช้ค่า MAPE และ AIC ของแต่ละรูปแบบของตัวแบบอริมาเป็นเกณฑ์ในการเลือก ค่า MAPE และค่า AIC ของแต่ละรูปแบบของตัวแบบอริมา แสดงไว้ในตารางที่ 4.6



แผนภาพที่ 4.8 แสดงกราฟของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลา y_{t-x} ของเพศชาย ที่ผ่านการหาผลต่าง 2 ครั้ง

ตารางที่ 4.5 แสดงค่า MAPE และค่า AIC ของแต่ละรูปแบบของตัวแบบอริมา

เกณฑ์การเลือก	รูปแบบของตัวแบบอริมา					
	ARIMA(0,2,0)	ARIMA(0,2,1)	ARIMA(1,2,0)	ARIMA(1,2,1)	ARIMA(2,2,0)	ARIMA(2,2,1)
MAPE	3.8084%	2.9988%	3.2537%	3.0381%	2.9980%	3.0757%
AIC	-208.06	-323	-279.93	-331.68	-316.04	-332.07

จากตารางที่ 4.6 พบว่าค่า MAPE ของ 6 ตัวแบบอริมาที่มีค่าใกล้เคียงกันอยู่ที่ประมาณร้อยละ 2 แต่เมื่อพิจารณาค่า AIC พบว่า ตัวแบบ $ARIMA(2,2,0)$ และ $ARIMA(1,2,1)$ เป็นตัวแบบที่มีค่า AIC ต่ำที่สุด โดยตัวแบบ $ARIMA(2,2,0)$ มีค่า AIC เท่ากับ -332.07 และตัวแบบ $ARIMA(1,2,1)$ มีค่า AIC เท่ากับ -331.68 ตามลำดับ แต่การพยากรณ์ด้วยตัวแบบอริมา ต้องมีการตรวจสอบเศษที่เหลือจากการประมาณค่า ว่ามีลักษณะเป็นอิสระต่อกันหรือไม่ งานวิจัยนี้เลือกการทดสอบของ Ljung เป็นเกณฑ์ในการทดสอบ โดยค่า p-value ของการทดสอบของ Ljung ที่มากกว่า 0.5 แสดงถึงการเป็นอิสระต่อกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ของค่าที่นำมาทดสอบผลการทดสอบด้วยการทดสอบของ Ljung ของการใช้ตัวแบบ $ARIMA(2,2,0)$ และ $ARIMA(1,2,1)$ หลังการทดสอบพบว่าสำหรับตัวแบบ $ARIMA(2,2,0)$ มีค่าไคสแควร์จากการทดสอบคือ 4.5772 และค่า p-value คือ 0.0324 ส่วนตัวแบบ $ARIMA(1,2,1)$ มีค่าไคสแควร์จากการทดสอบคือ 0.14476 และค่า p-value คือ 0.7036 แสดงให้เห็นว่าเศษที่เหลือจากการประมาณค่าอนุกรมเวลาของค่าพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชายด้วยตัวแบบ $ARIMA(2,2,0)$ ไม่เป็นอิสระต่อกัน แต่เศษที่เหลือจากการประมาณค่าอนุกรมเวลาของค่าพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชายด้วยตัวแบบ $ARIMA(1,2,1)$ เป็นอิสระต่อกัน งานวิจัยนี้จึงเลือกตัวแบบ $ARIMA(1,2,1)$ เป็นตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์ค่าพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชาย โดยทำการพยากรณ์ไปข้างหน้า 70 ปี แล้วนำค่าพยากรณ์ที่ได้ มาแปลงกลับด้วยการแปลงแบบบ็อกคอกซ์ แล้วลบบอกด้วยค่า 2.106559 ที่ได้ทำการบวกเพิ่มไว้ก่อนการทำการแปลงแบบบ็อกคอกซ์ จึงได้ค่าพยากรณ์ของพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชาย ที่จะใช้ในการพยากรณ์อัตราในระยะในอีก 70 ปีข้างหน้า ค่าของพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชายที่พยากรณ์ได้ แสดงไว้ในตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.6 แสดงค่าพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชายที่พยากรณ์มาจากตัวแบบ $ARIMA(1,2,1)$

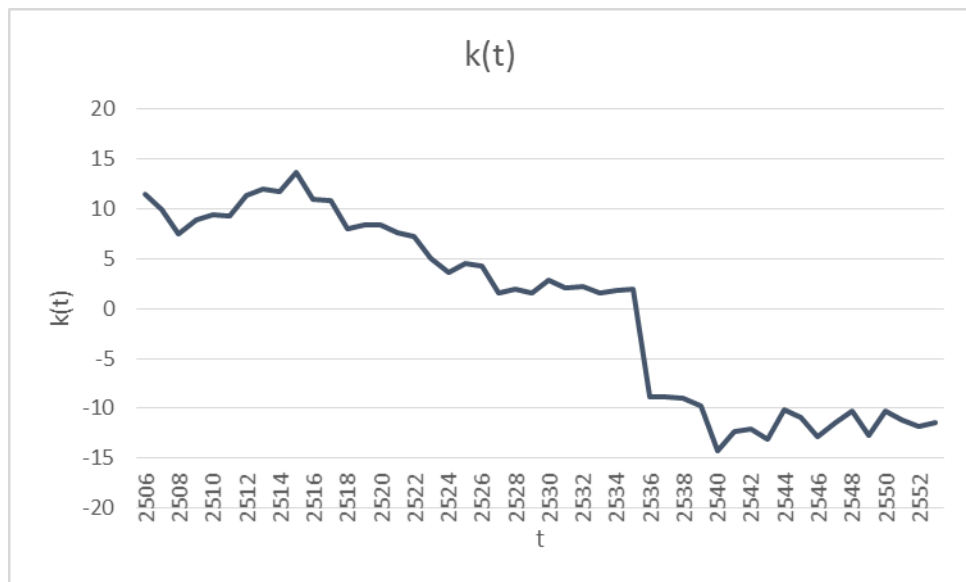
รุ่น t-x	พารามิเตอร์	รุ่น t-x	พารามิเตอร์	รุ่น t-x	พารามิเตอร์
2551	0.71964	2576	0.73514	2601	0.75110
2552	0.71950	2577	0.73578	2602	0.75173
2553	0.72039	2578	0.73642	2603	0.75237
2554	0.72096	2579	0.73707	2604	0.75300
2555	0.72163	2580	0.73771	2605	0.75364
2556	0.72227	2581	0.73835	2606	0.75427
2557	0.72292	2582	0.73899	2607	0.75491
2558	0.72356	2583	0.73963	2608	0.75554

ตารางที่ 4.6 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของเพศชายที่พยากรณ์มาจากตัวแบบ $ARIMA(1,2,1)$

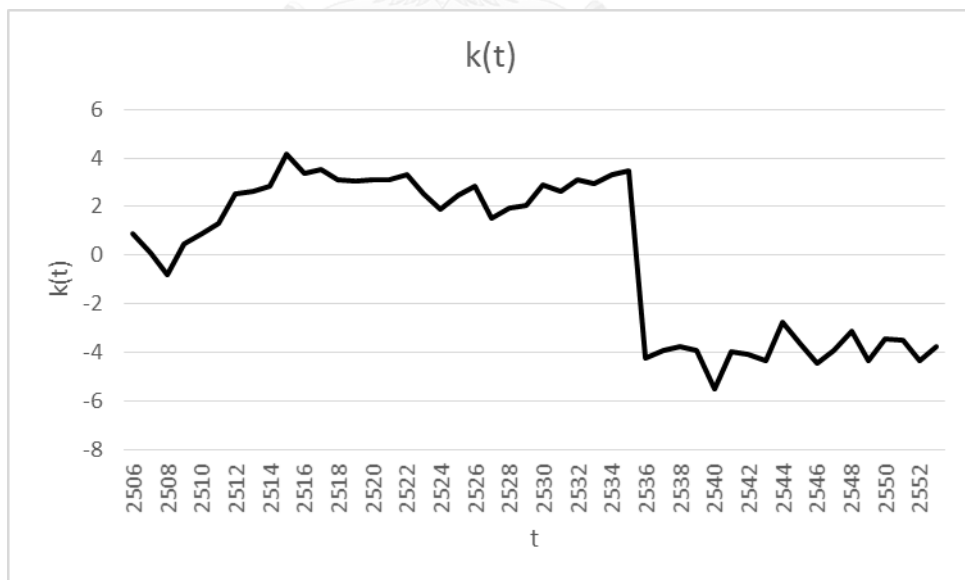
รุ่น t-x	พารามิเตอร์	รุ่น t-x	พารามิเตอร์	รุ่น t-x	พารามิเตอร์
2559	0.72421	2584	0.74026	2609	0.75618
2560	0.72485	2585	0.74090	2610	0.75681
2561	0.72550	2586	0.74154	2611	0.75744
2562	0.72614	2587	0.74218	2612	0.75807
2563	0.72679	2588	0.74282	2613	0.75871
2564	0.72743	2589	0.74346	2614	0.75934
2565	0.72807	2590	0.74410	2615	0.75997
2566	0.72872	2591	0.74473	2616	0.76060
2567	0.72936	2592	0.74537	2617	0.76124
2568	0.73001	2593	0.74601	2618	0.76187
2569	0.73065	2594	0.74665	2619	0.76250
2570	0.73129	2595	0.74728	2620	0.76313
2571	0.73193	2596	0.74792		
2572	0.73258	2597	0.74856		
2573	0.73322	2598	0.74919		
2574	0.73386	2599	0.74983		
2575	0.73450	2600	0.75046		

สำหรับพารามิเตอร์อีก 3 ชุดที่จะต้องพยากรณ์คือ $K_{t,male}$ $K_{t,female}$ และ $\gamma_{t-x,female}$ มีวิธีในการหาตัวแบบอริมาที่เหมาะสมเหมือนกับการหาตัวแบบอริมาที่เหมาะสมสำหรับชุดพารามิเตอร์ $\gamma_{t-x,male}$ แต่เมื่อพิจารณากราฟของอนุกรมเวลาของชุดพารามิเตอร์ $K_{t,male}$ และ $K_{t,female}$ ในแผนภาพที่ 4.9 และ 4.10 พบว่า ค่าของอนุกรมเวลาลดลงอย่างมากในช่วงก่อนปี 2540 ซึ่งอาจเป็นผลกระทบมาจากการเปลี่ยนระบบการจดทะเบียนข้อมูลจำนวนประชากรและจำนวนการตาย เนื่องจากจำนวนประชากรที่รวบรวมโดยกรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทยมีการเปลี่ยนระบบการเก็บข้อมูลในปี พ.ศ. 2538 และจำนวนการตายที่รวบรวมโดยสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ สำนักปลัดกระทรวงสาธารณสุข มีการเปลี่ยนระบบการเก็บข้อมูลในปี พ.ศ. 2540 การใช้ค่าพารามิเตอร์ $K_{t,male}$ และ $K_{t,female}$ ที่มีค่า t น้อยกว่า 2540 ในการพยากรณ์อนุกรมเวลา อาจทำให้ค่าพยากรณ์มีความผิดพลาดได้ งานวิจัยนี้จึงเลือกใช้ค่าพารามิเตอร์ $K_{t,male}$ และ $K_{t,female}$ ที่

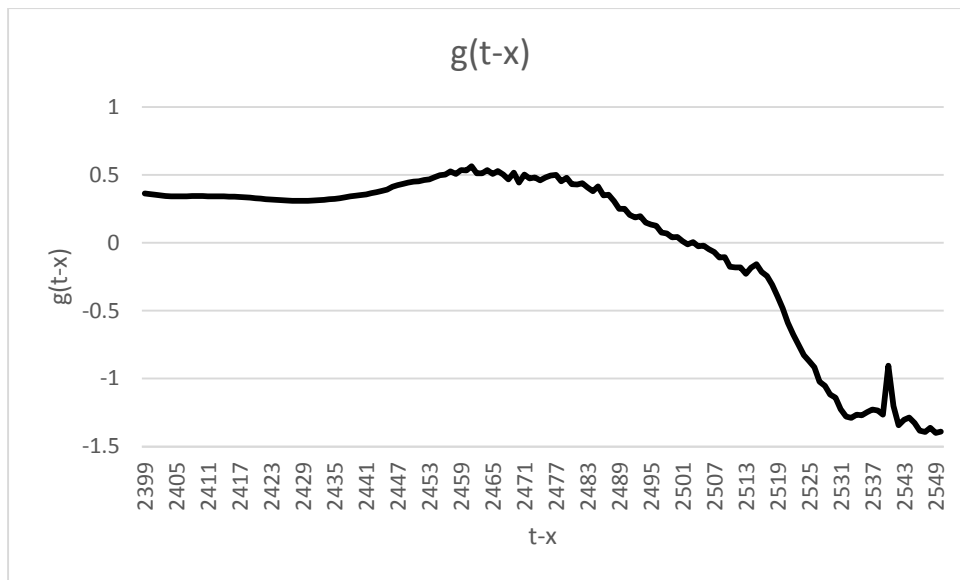
มีค่า t มากกว่าหรือเท่ากับ 2538 ในการพยากรณ์สำหรับพารามิเตอร์ในแต่ละชุดเท่านั้น แผนภาพที่ 4.12-4.13 แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าพารามิเตอร์ $K_{t,male}$ และ $K_{t,female}$ ที่จะนำมาใช้ในการพยากรณ์



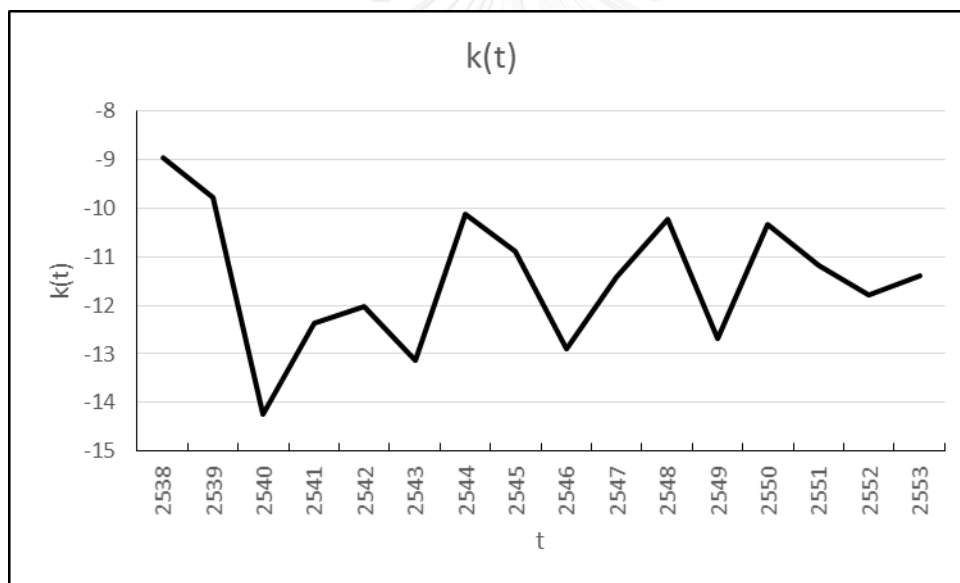
แผนภาพที่ 4.9 แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของชุดพารามิเตอร์ $K_{t,male}$ ของปี พ.ศ. 2506-2553



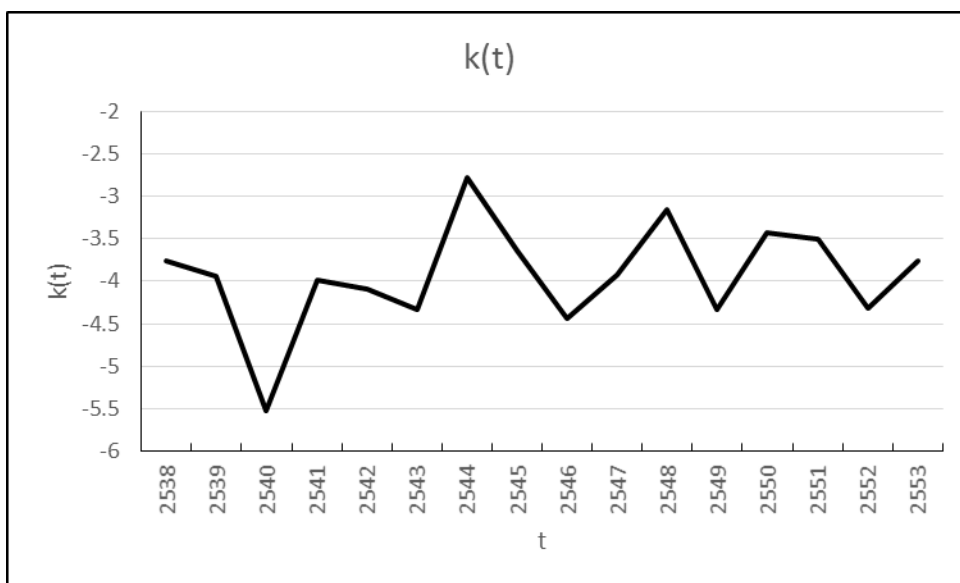
แผนภาพที่ 4.10 แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าประมาณพารามิเตอร์ $K_{t,female}$ ของปี พ.ศ. 2506-2553



แผนภาพที่ 4.11 แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าประมาณพารามิเตอร์ $\gamma_{t-x, female}$



แผนภาพที่ 4.12 แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าประมาณพารามิเตอร์ $K_{t, male}$ ของปี พ.ศ. 2538-2553



แผนภาพที่ 4.13 แสดงกราฟของอนุกรมเวลาของค่าประมาณพารามิเตอร์ $K_{t,female}$ ของปี พ.ศ. 2538-2553

ค่าประมาณพารามิเตอร์อีก 3 ค่าที่จะต้องพยากรณ์คือ $K_{t,male}$, $K_{t,female}$ และ $\gamma_{t-x,female}$ มีผลสรุปจำนวนการหาผลต่างที่เหมาะสมด้วยการทดสอบ KPSS เพื่อให้อนุกรมเวลามีความนิ่ง ก่อนนำไปหาตัวแบบอริมาที่เหมาะสม สรุปได้ดังนี้

- อนุกรมเวลาของ $K_{t,male}$ มีจำนวนการหาผลต่างที่เหมาะสมคือ 0
- อนุกรมเวลาของ $K_{t,female}$ มีจำนวนการหาผลต่างที่เหมาะสมคือ 0
- อนุกรมเวลาของ $\gamma_{t-x,female}$ มีจำนวนการหาผลต่างที่เหมาะสมคือ 2

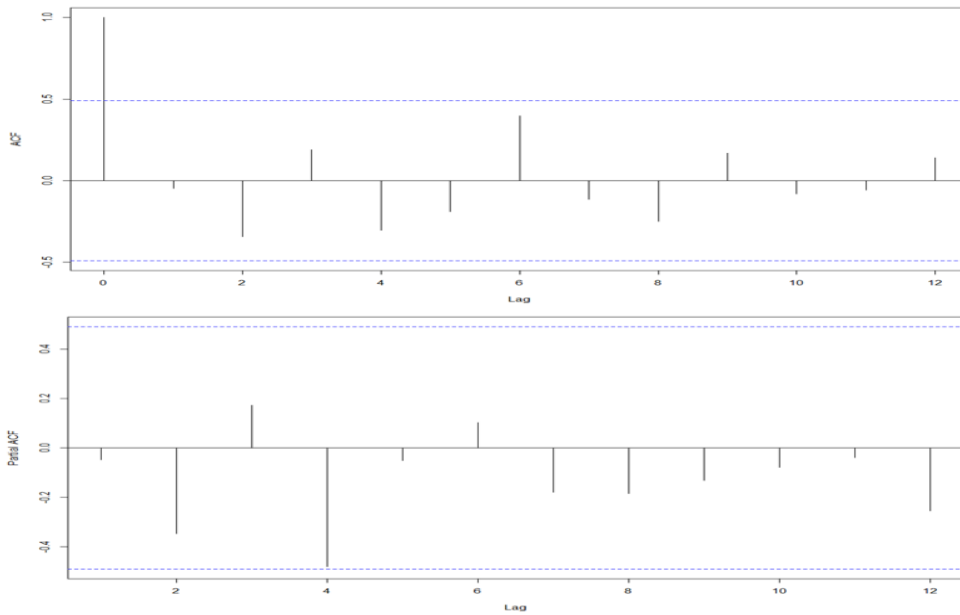
โดยผลการทดสอบ KPSS ของแต่ละชุดพารามิเตอร์ แสดงไว้ในตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.7 แสดงผลของการทดสอบ KPSS เพื่อหาอันดับของการหาผลต่างที่เหมาะสมของชุด

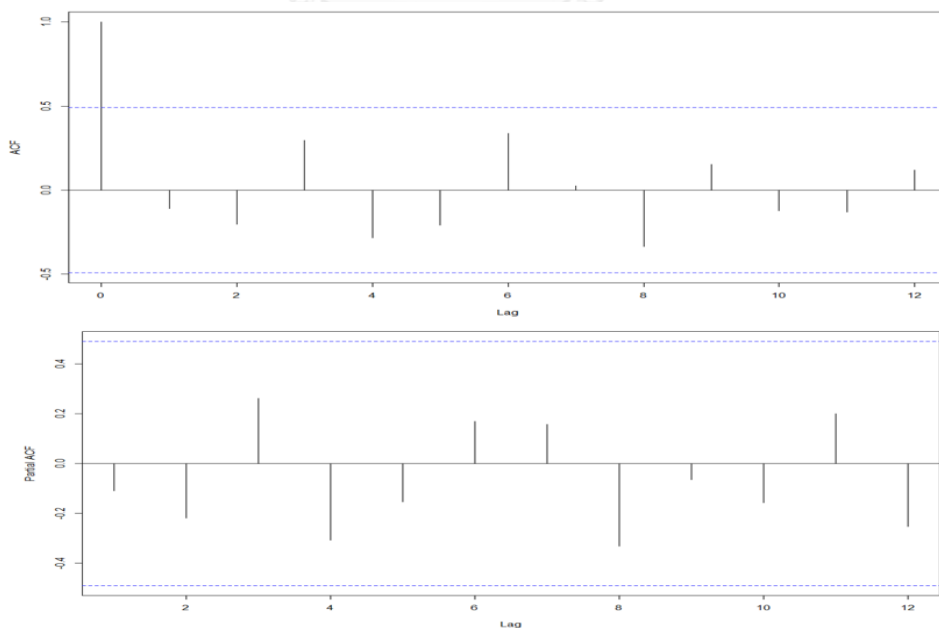
พารามิเตอร์ $K_{t,male}$, $K_{t,female}$ และ $\gamma_{t-x,female}$

ชุดของพารามิเตอร์	จำนวนครั้งในการหาผลต่าง	KPSS level	p-value
$K_{t,male}$	0	0.07260	มากกว่า 0.1
$K_{t,female}$	0	0.16277	มากกว่า 0.1
$\gamma_{t-x,female}$	0	3.65000	น้อยกว่า 0.01
	1	1.28800	น้อยกว่า 0.01
	2	0.01458	มากกว่า 0.1

หลังจากทราบอันดับที่เหมาะสมในการหาผลต่างของแต่ละชุดพารามิเตอร์ $K_{t,male}$ $K_{t,female}$ และ $\gamma_{t-x,female}$ แล้ว งานวิจัยนี้จึงพิจารณาค่า ACF และ PACF ของพารามิเตอร์แต่ละชุด เพื่อหาอันดับ p และ q ในตัวแบบ $ARIMA(p,d,q)$ ที่เหมาะสม กราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาของพารามิเตอร์ทั้ง 3 ชุดที่ผ่านการหาผลต่าง ตามผลที่ได้จากการทดสอบ KPSS แสดงไว้ในภาพที่ 4.9-4.11

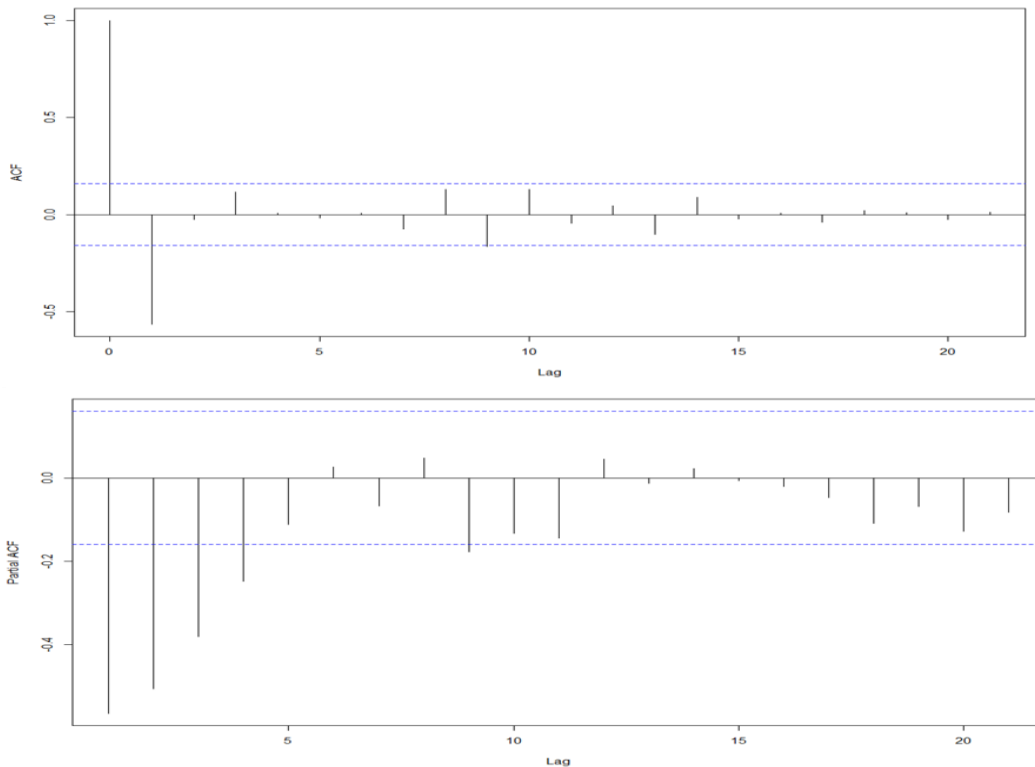


แผนภาพที่ 4.14 แสดงค่ากราฟของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาของพารามิเตอร์ $K_{t,male}$



แผนภาพที่ 4.15 แสดงค่ากราฟของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาของพารามิเตอร์

$K_{t,female}$



แผนภาพที่ 4.16 แสดงค่ากราฟของค่า ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาของพารามิเตอร์

$\gamma_{t-x, female}$

จากภาพที่ 4.9-4.11 พบว่า อันดับที่เหมาะสมของตัวแบบอริมาที่จะใช้ในการพยากรณ์ค่าพารามิเตอร์แต่ละชุดเมื่อพิจารณาจากรูปแบบของค่า ACF และ PACF เป็นดังนี้

- อนุกรมเวลาของ $K_{t, male}$ มีรูปแบบของตัวแบบอริมาคือ **ARIMA(0,0,0)**
- อนุกรมเวลาของ $K_{t, female}$ มีรูปแบบของตัวแบบอริมาคือ **ARIMA(0,0,0)**
- อนุกรมเวลาของ $\gamma_{t-x, female}$ มีรูปแบบของตัวแบบอริมาคือ **ARIMA(0,2,1)**

โดยสำหรับชุดพารามิเตอร์ $K_{t, male}$ และ $K_{t, female}$ ที่ได้ผลของตัวแบบอริมาที่เหมาะสมมีอันดับ $d = 0$ นั้น งานวิจัยนี้จะพิจารณาว่า รูปแบบของตัวแบบอริมาที่เหมาะสมกับชุดพารามิเตอร์ $K_{t, male}$ และ $K_{t, female}$ ควรจะมีพจน์ที่เป็นดริฟท์(drift term) หรือไม่ นอกจากนี้ การพิจารณาเพียงรูปแบบของค่า ACF และ PACF อาจเกิดความผิดพลาดในการพิจารณาได้ง่าย เนื่องจากไม่มีเกณฑ์ในการตัดสินที่แน่นอน งานวิจัยนี้จึงพิจารณาตัวแบบอริมาที่มีอันดับ p และ q ใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการพิจารณารูปแบบของค่า ACF และ PACF และมีเกณฑ์ในการเลือกตัวแบบคือค่า MAPE และ ค่า AIC เศษที่เหลือจากการพยากรณ์ค่าประมาณพารามิเตอร์ $K_{t, male}$ $K_{t, female}$ และ

$\gamma_{t-x, female}$ ด้วยตัวแบบอริมาข้างต้นมีลักษณะเป็นอิสระต่อกันจึงไม่ขัดกับสมมุติฐานเบื้องต้นของการพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบอริมา โดยพิจารณาได้จากค่า p-value จากผลการทดสอบ Ljung Box ที่มีค่ามากกว่า 0.05 รายละเอียดในตารางที่ 4.12

ตารางที่ 4.8 แสดงผลการทดสอบความเป็นอิสระต่อกันของเศษที่เหลือจากการประมาณค่าด้วยตัวแบบ ARIMA ที่เลือกได้สำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์แต่ละชุด

ชุดของพารามิเตอร์	ตัวแบบ ARIMA	ค่าไคสแคว	p-value
$K_{t, male}$	<i>ARIMA(0,0,0) with drift</i>	2.59180	0.10740
$K_{t, female}$	<i>ARIMA(0,0,0) with drift</i>	1.67120	0.19610
$\gamma_{t-x, female}$	<i>ARIMA(2, 2,1)</i>	0.13548	0.98730

ตารางที่ 4.9 แสดงรูปแบบของตัวแบบอริมาที่เหมาะสมสำหรับค่าประมาณพารามิเตอร์แต่ละชุด

ชุดของพารามิเตอร์	รูปแบบของตัวแบบอริมา	MAPE	AIC
$K_{t, male}$	<i>ARIMA(0,0,0) with drift</i>	2.54537%	190.51
$K_{t, female}$	<i>ARIMA(0,0,0) with drift</i>	3.62533%	134.70
$\gamma_{t-x, male}$	<i>ARIMA(1, 2,1)</i>	3.03810%	-331.68
$\gamma_{t-x, female}$	<i>ARIMA(2, 2,1)</i>	0.76036%	68.30

ค่าพยากรณ์ของพารามิเตอร์ $K_{t, male}$ พารามิเตอร์ $K_{t, female}$ และ พารามิเตอร์ $\gamma_{t-x, female}$ แสดงไว้ในตารางที่ 4.14-4.16 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.10 แสดงค่าประมาณพยากรณ์ของพารามิเตอร์ $K_{t, male}$

ปี (t)	$K_{t, male}$	ปี (t)	$K_{t, male}$	ปี (t)	$K_{t, male}$
2554	-10.95427	2579	-9.84279	2604	-8.57339
2555	-11.08665	2580	-9.79151	2605	-8.52315
2556	-11.03430	2581	-9.74027	2606	-8.47295

ตารางที่ 4.10 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพยากรณ์ของพารามิเตอร์ $K_{t, male}$

ปี (t)	$K_{t,male}$	ปี (t)	$K_{t,male}$	ปี (t)	$K_{t,male}$
2557	-10.98201	2582	-9.68908	2607	-8.42279
2558	-10.92976	2583	-9.63793	2608	-8.37267
2559	-10.87755	2584	-9.58682	2609	-8.32259
2560	-10.82539	2585	-9.53575	2610	-8.27255
2561	-10.77328	2586	-9.48473	2611	-8.22255
2562	-10.72121	2587	-9.43374	2612	-8.17259
2563	-10.66919	2588	-9.38280	2613	-8.12266
2564	-10.61721	2589	-9.33190	2614	-8.07278
2565	-10.56527	2590	-9.28105	2615	-8.02294
2566	-10.51338	2591	-9.23023	2616	-7.97314
2567	-10.46153	2592	-9.17946	2617	-7.92337
2568	-10.40973	2593	-9.12873	2618	-7.87365
2569	-10.35797	2594	-9.07804	2619	-7.82396
2570	-10.30626	2595	-9.02739	2620	-7.77432
2571	-10.25459	2596	-8.97678	2621	-7.72471
2572	-10.20296	2597	-8.92621	2622	-7.67514
2573	-10.15138	2598	-8.87569	2623	-7.62561
2574	-10.09984	2599	-8.82520	2624	-7.57612
2575	-10.04834	2600	-8.77476	2625	-7.52666
2576	-9.99689	2601	-8.72436	2626	-7.47725
2577	-9.94548	2602	-8.67399		
2578	-9.89411	2603	-8.62367		

ตารางที่ 4.11 แสดงค่าประมาณพยากรณ์ของค่าประมาณพารามิเตอร์ $K_{t,female}$

ปี (t)	$K_{t,female}$	ปี (t)	$K_{t,female}$	ปี (t)	$K_{t,female}$
2554	-3.06023	2579	-2.47965	2604	-1.47490
2555	-3.48354	2580	-2.43869	2605	-1.43551
2556	-3.44088	2581	-2.39780	2606	-1.39619
2557	-3.39830	2582	-2.35697	2607	-1.35692
2558	-3.35579	2583	-2.31621	2608	-1.31771
2559	-3.31335	2584	-2.27551	2609	-1.27855
2560	-3.27098	2585	-2.23488	2610	-1.23946
2561	-3.22870	2586	-2.19432	2611	-1.20042
2562	-3.18648	2587	-2.15381	2612	-1.16144
2563	-3.14434	2588	-2.11338	2613	-1.12252
2564	-3.10226	2589	-2.07301	2614	-1.08366
2565	-3.06027	2590	-2.03270	2615	-1.04485
2566	-3.01834	2591	-1.99245	2616	-1.00610
2567	-2.97648	2592	-1.95227	2617	-0.96740
2568	-2.93470	2593	-1.91215	2618	-0.92877
2569	-2.89298	2594	-1.87209	2619	-0.89018
2570	-2.85134	2595	-1.83210	2620	-0.85166
2571	-2.80977	2596	-1.79217	2621	-0.81318
2572	-2.76826	2597	-1.75230	2622	-0.77477
2573	-2.72683	2598	-1.71249	2623	-0.73641
2574	-2.68546	2599	-1.67274	2624	-0.69810
2575	-2.64416	2600	-1.63305	2625	-0.65985
2576	-2.60293	2601	-1.59342	2626	-0.62165
2577	-2.56177	2602	-1.55386		
2578	-2.52068	2603	-1.51435		

ตารางที่ 4.12 แสดงค่าพยากรณ์ของค่าประมาณพารามิเตอร์ $\gamma_{t-x, female}$

รุ่น (t-x)	$\gamma_{t-x, female}$	รุ่น (t-x)	$\gamma_{t-x, female}$	รุ่น (t-x)	$\gamma_{t-x, female}$
2554	-1.40618	2579	-1.73636	2604	-2.08677
2555	-1.42258	2580	-1.74992	2605	-2.10131
2556	-1.43304	2581	-1.76353	2606	-2.11589
2557	-1.44599	2582	-1.77716	2607	-2.13051
2558	-1.45935	2583	-1.79084	2608	-2.14518
2559	-1.47200	2584	-1.80455	2609	-2.15990
2560	-1.48489	2585	-1.81829	2610	-2.17465
2561	-1.49790	2586	-1.83207	2611	-2.18946
2562	-1.51086	2587	-1.84589	2612	-2.20431
2563	-1.52386	2588	-1.85975	2613	-2.21921
2564	-1.53691	2589	-1.87364	2614	-2.23415
2565	-1.54997	2590	-1.88757	2615	-2.24914
2566	-1.56307	2591	-1.90154	2616	-2.26418
2567	-1.57621	2592	-1.91555	2617	-2.27926
2568	-1.58937	2593	-1.92960	2618	-2.29440
2569	-1.60257	2594	-1.94368	2619	-2.30958
2570	-1.61580	2595	-1.95781	2620	-2.32481
2571	-1.62906	2596	-1.97197	2621	-2.34009
2572	-1.64235	2597	-1.98618	2622	-2.35542
2573	-1.65568	2598	-2.00043	2623	-2.37081
2574	-1.66904	2599	-2.01471	2624	-2.38624
2575	-1.68244	2600	-2.02904	2625	-2.40173
2576	-1.69587	2601	-2.04341	2626	-2.41727
2577	-1.70933	2602	-2.05782		
2578	-1.72283	2603	-2.07227		

4.4 ช่วงการประมาณของอัตราตายกลางปี

ตัวแบบอริมาที่เหมาะสมเพื่อใช้พยากรณ์ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ RH เป็นดังตารางที่ 4.10-4.12 งานวิจัยนี้หาช่วงการประมาณที่ร้อยละ 95 ของอัตราตายกลางปี เพื่อตรวจสอบความแม่นยำของการประมาณค่าอัตราฆณะด้วยตัวแบบที่เลือกได้ โดยใช้คุณสมบัติของการแจกแจงปกติ เนื่องจากค่าประมาณของพารามิเตอร์จากตัวแบบ RH ที่ถูกประมาณด้วยตัวแบบอริมา มี 2 ชุด คือ K_t และ γ_{t-x} มีขั้นตอนการหาช่วงการประมาณของอัตราตายกลางปีดังนี้

- 1) หาช่วงการประมาณค่าประมาณพารามิเตอร์ K_t และ γ_{t-x} โดยใช้คุณสมบัติของการแจกแจงแบบปกติ จะได้ว่าช่วงการประมาณที่ร้อยละ 95 คือ

$$[Y - 1.96\sigma_Y, Y + 1.96\sigma_Y]$$

โดยที่

Y แทน ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้จากตัวแบบอริมา

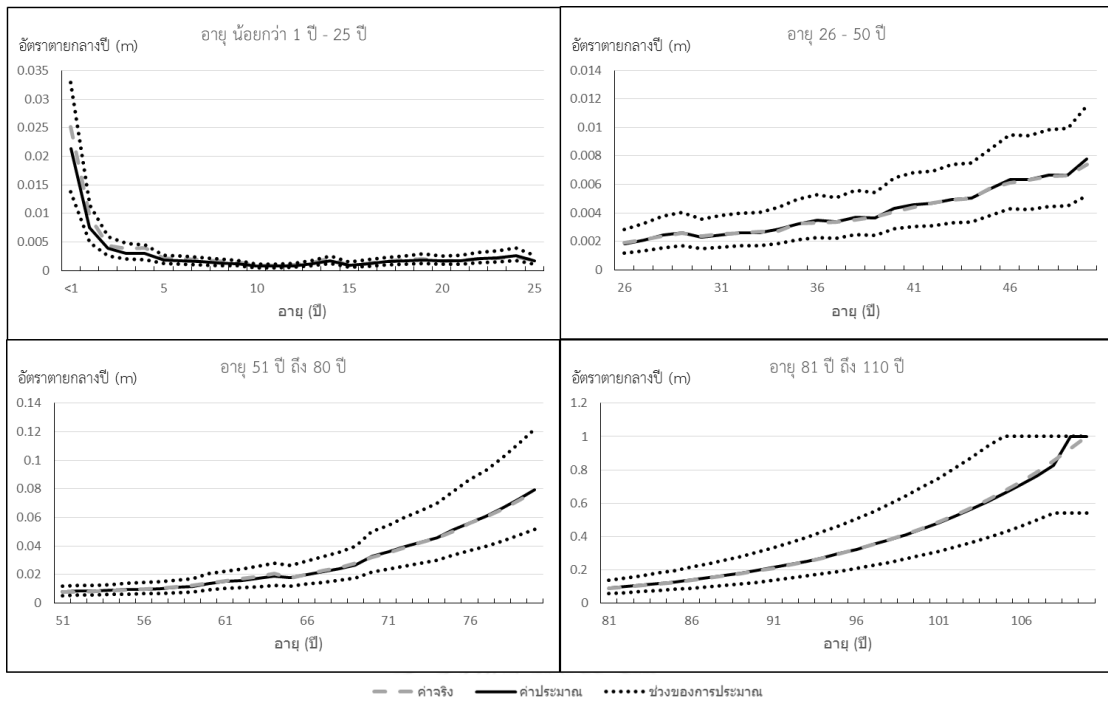
σ_Y แทน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าประมาณพารามิเตอร์จากตัวแบบอริมา

- 2) หาค่าขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงการประมาณของอัตราตายกลางปี โดยหาค่าของ $m_{x,t}$ ซึ่งแบ่งเป็น 4 กรณี ดังนี้

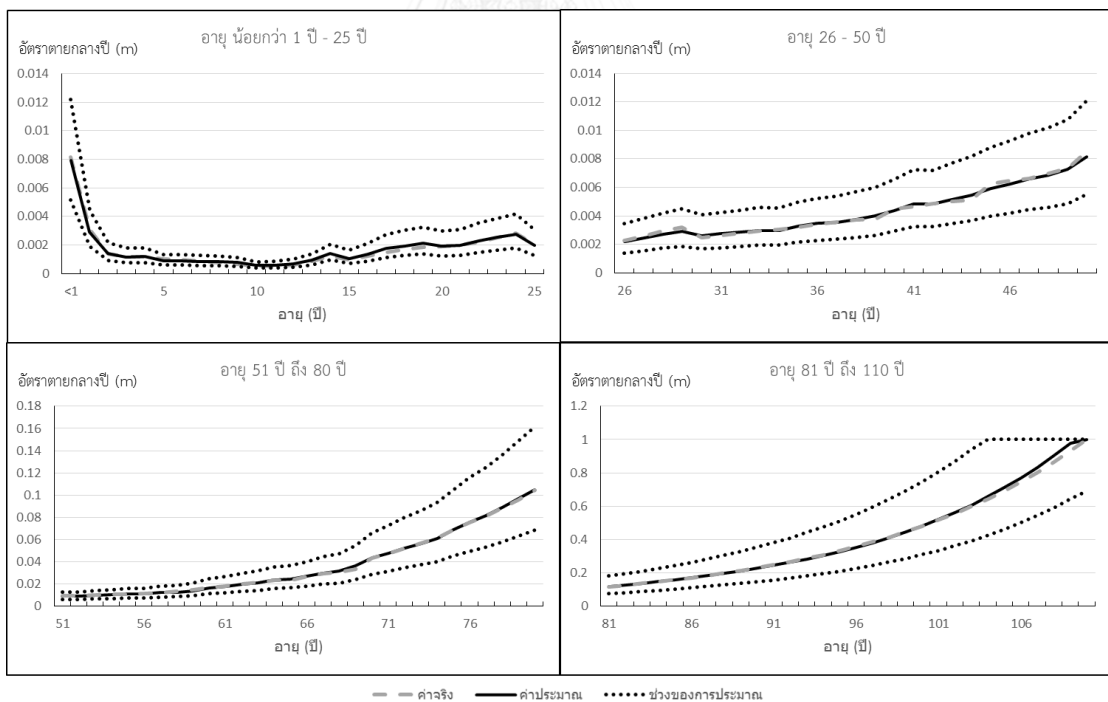
- ใช้ค่าขอบเขตบนของช่วงการประมาณของค่าประมาณพารามิเตอร์ K_t และค่าขอบเขตบนของช่วงการประมาณของค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x}
- ใช้ค่าขอบเขตบนของช่วงการประมาณของค่าประมาณพารามิเตอร์ K_t และค่าขอบเขตล่างของช่วงการประมาณของค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x}
- ใช้ค่าขอบเขตล่างของช่วงการประมาณของค่าประมาณพารามิเตอร์ K_t และค่าขอบเขตบนของช่วงการประมาณของค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x}
- ใช้ค่าขอบเขตล่างของช่วงการประมาณของค่าประมาณพารามิเตอร์ K_t และค่าขอบเขตล่างของช่วงการประมาณของค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x}

จากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าอัตราตายกลางปี เพื่อหาค่าขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงการประมาณของอัตราตายกลางปี

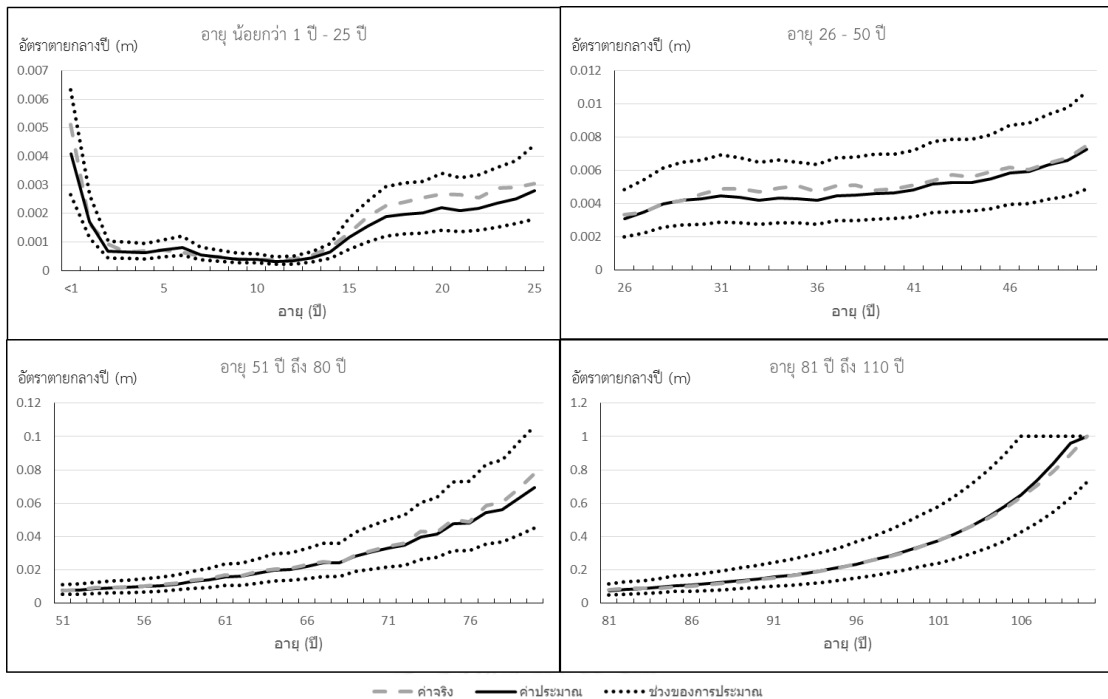
ในที่นี้พบว่าอัตราตายกลางปีที่ได้จากการประมาณ มีค่าอยู่ในช่วงความเชื่อมั่นในทุกอายุและปีปฏิทินที่ทำการศึกษา แผนภาพที่ 4.17-4.19 แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศชายในปี 2506 2526 และ 2546 ตามลำดับ แผนภาพที่ 4.20-4.22 แสดงกราฟของอัตราตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศหญิงในปี 2506 2526 และ 2546 ตามลำดับ



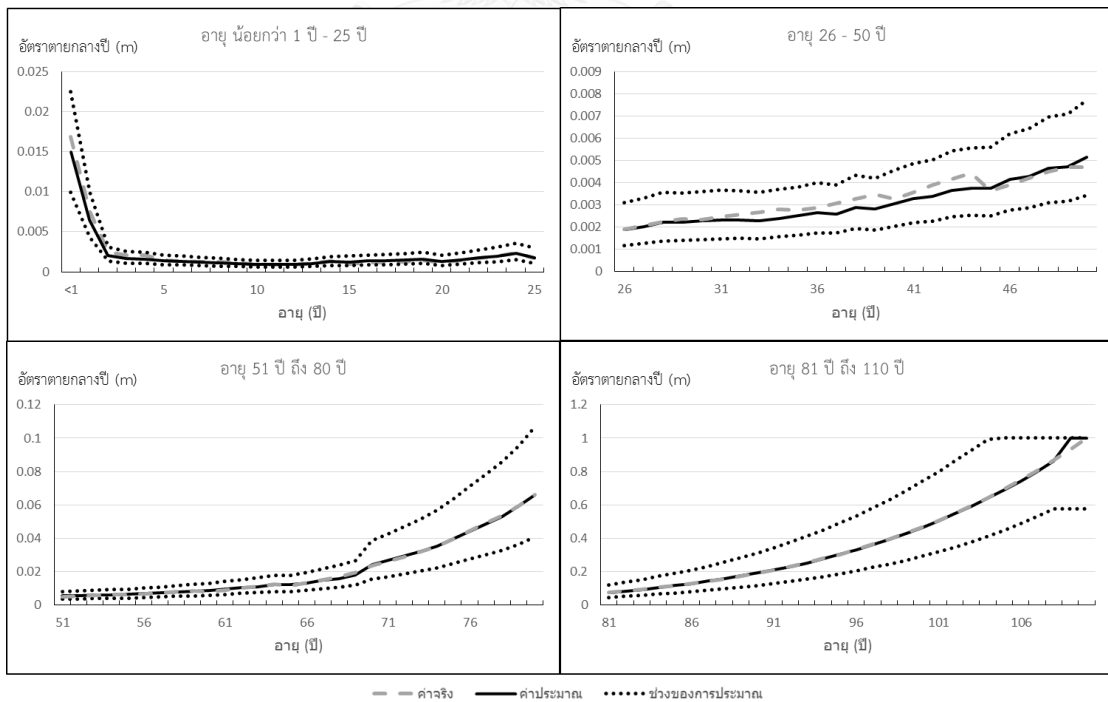
แผนภาพที่ 4.17 แสดงกราฟของอัตราการตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราการตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศชายในปี พ.ศ. 2506



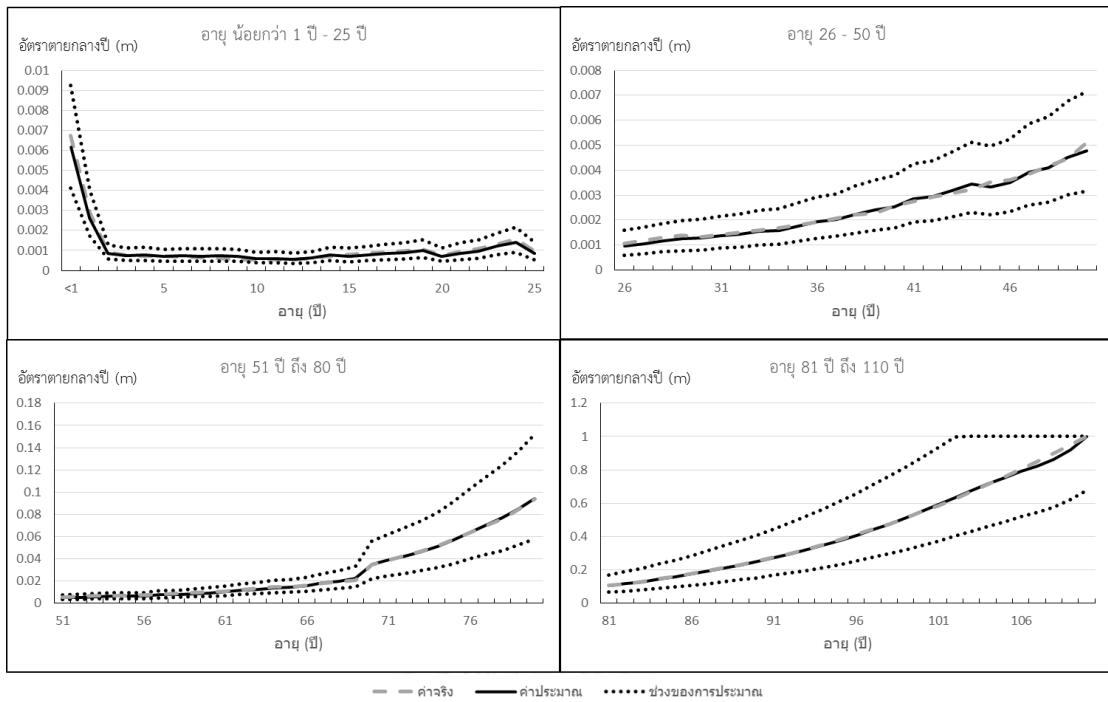
แผนภาพที่ 4.18 แสดงกราฟของอัตราการตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราการตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศชายในปี พ.ศ. 2526



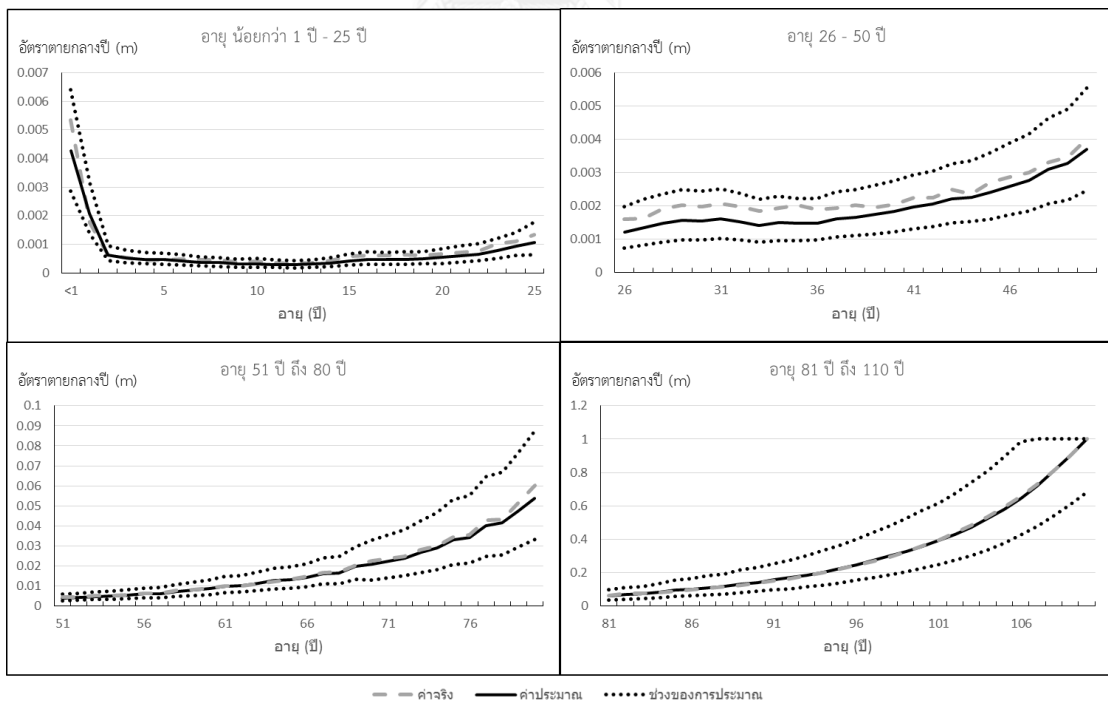
แผนภาพที่ 4.19 แสดงกราฟของอัตราการตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราการตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศชายในปี พ.ศ. 2546



แผนภาพที่ 4.20 แสดงกราฟของอัตราการตายกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราการตายกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศหญิงในปี พ.ศ. 2506



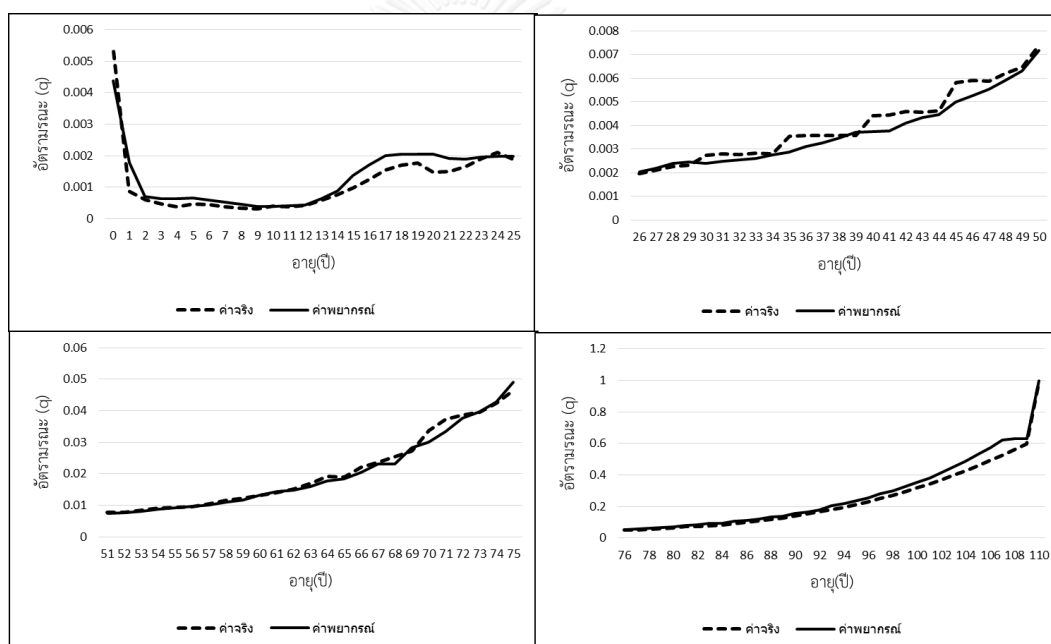
แผนภาพที่ 4.21 แสดงกราฟของอัตราการตายนกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราการตายนกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศหญิงในปี พ.ศ. 2526



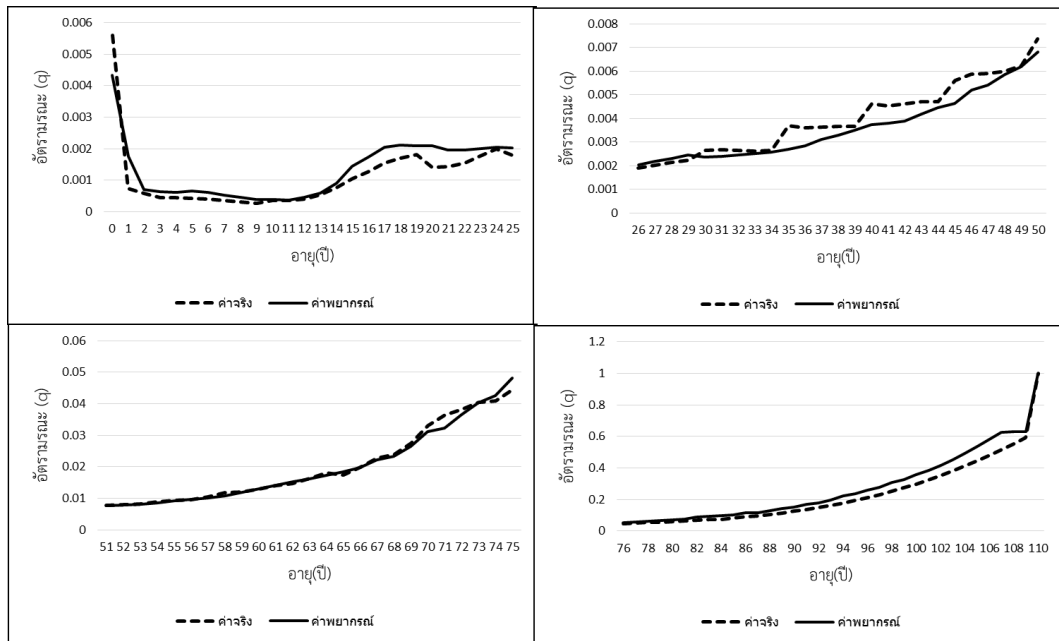
แผนภาพที่ 4.22 แสดงกราฟของอัตราการตายนกลางปีจริง ค่าประมาณของอัตราการตายนกลางปี และช่วงการทำนายที่ร้อยละ 95 ของเพศหญิงในปี พ.ศ. 2546

4.4 การเปรียบเทียบอัตราการระยะที่พยากรณ์ได้กับอัตราการระยะจริงของปี พ.ศ. 2554-2557

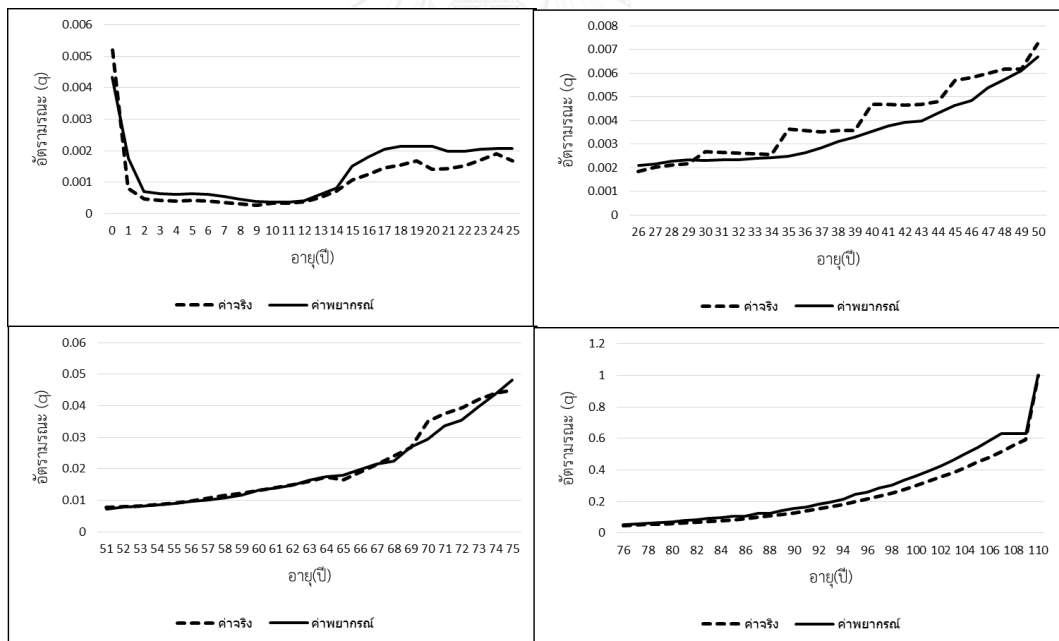
งานวิจัยนี้ได้นำค่าอัตราการระยะที่พยากรณ์ได้มาเปรียบเทียบกับอัตราการระยะจริงในปี พ.ศ. 2554-2557 อัตราการระยะจริงดังกล่าวเป็นอัตราการระยะที่คำนวณมาจากจำนวนประชากรปลายปีของ พ.ศ. 2554-2558 จากกรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย และจำนวนการตายในปี พ.ศ. 2554-2557 จากสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ สำนักปลัดกระทรวงสาธารณสุข โดยรายละเอียดการแปลงจำนวนประชากรปลายปีและจำนวนการตายให้เป็นอัตราการระยะเป็นดังเนื้อหาใน บทที่ 3 การเปรียบเทียบดังกล่าวมีวัตถุประสงค์เพื่อพิจารณาว่าค่าอัตราการระยะที่พยากรณ์ได้ มีความใกล้เคียงกับอัตราการระยะจริงมากเพียงใด ผลการเปรียบเทียบอัตราการระยะที่พยากรณ์ได้กับอัตราการระยะจริงในปี พ.ศ. 2554-2557 สำหรับเพศชายและเพศหญิง แสดงได้ดังแผนภาพที่ 4.23-4.30



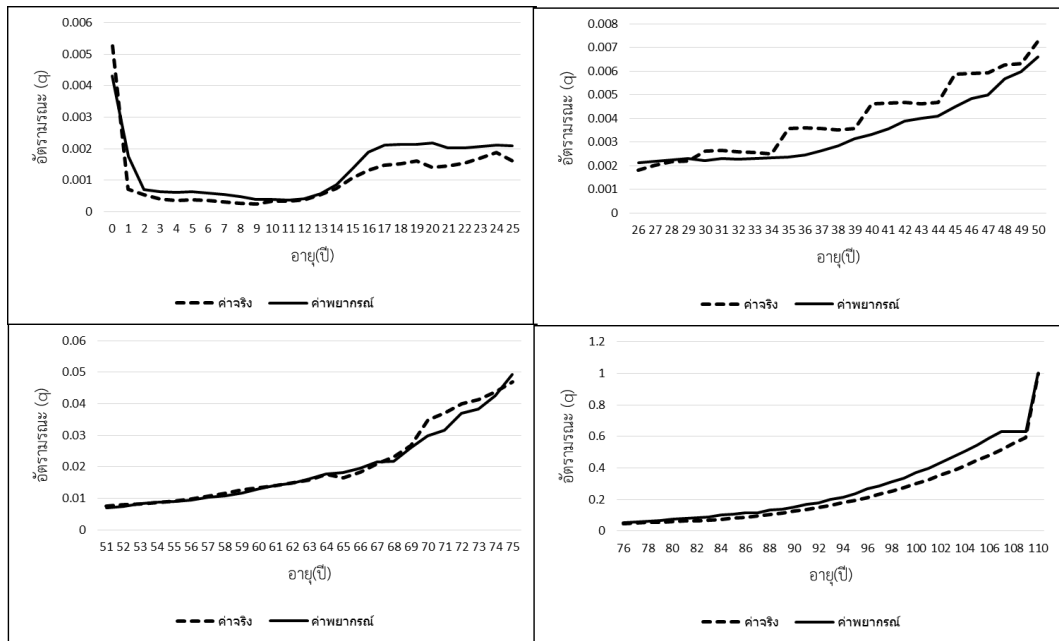
แผนภาพที่ 4.23 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการระยะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราการระยะจริง ในปี พ.ศ. 2554 สำหรับเพศชาย



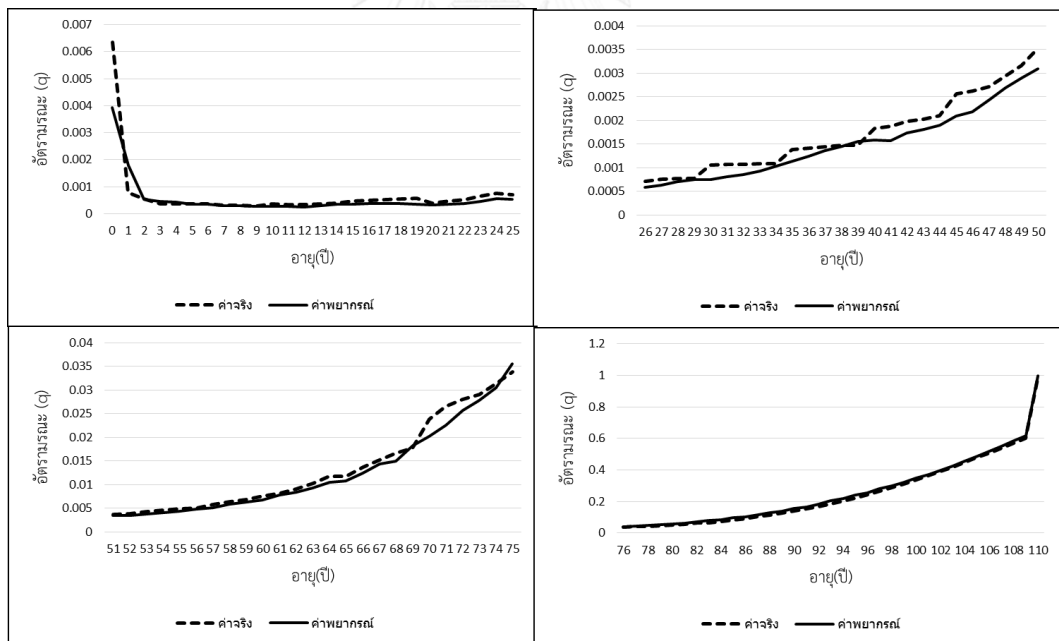
แผนภาพที่ 4.24 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการเสียชีวิตที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราการเสียชีวิตจริง
ในปี พ.ศ. 2555 สำหรับเพศชาย



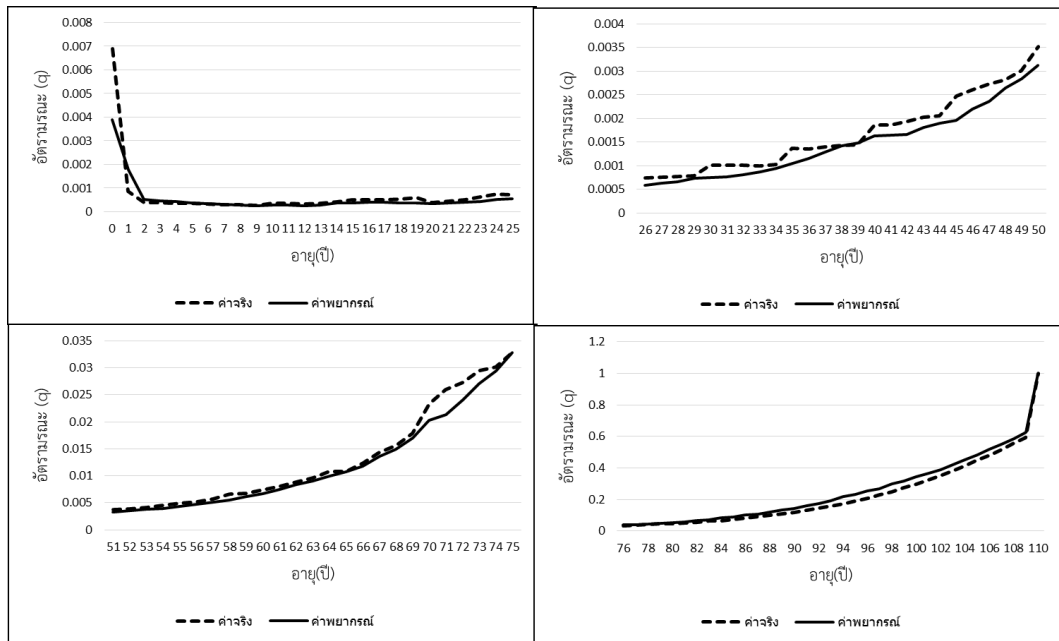
แผนภาพที่ 4.25 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการเสียชีวิตที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราการเสียชีวิตจริง
ในปี พ.ศ. 2556 สำหรับเพศชาย



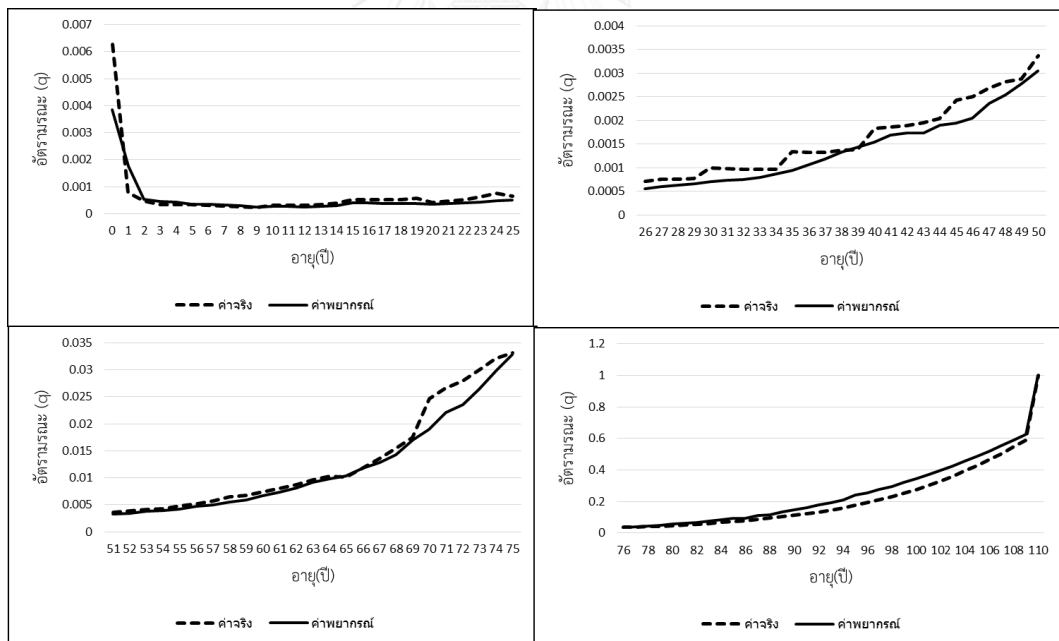
แผนภาพที่ 4.26 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการเสียชีวิตที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราการเสียชีวิตจริง
ในปี พ.ศ. 2557 สำหรับเพศชาย



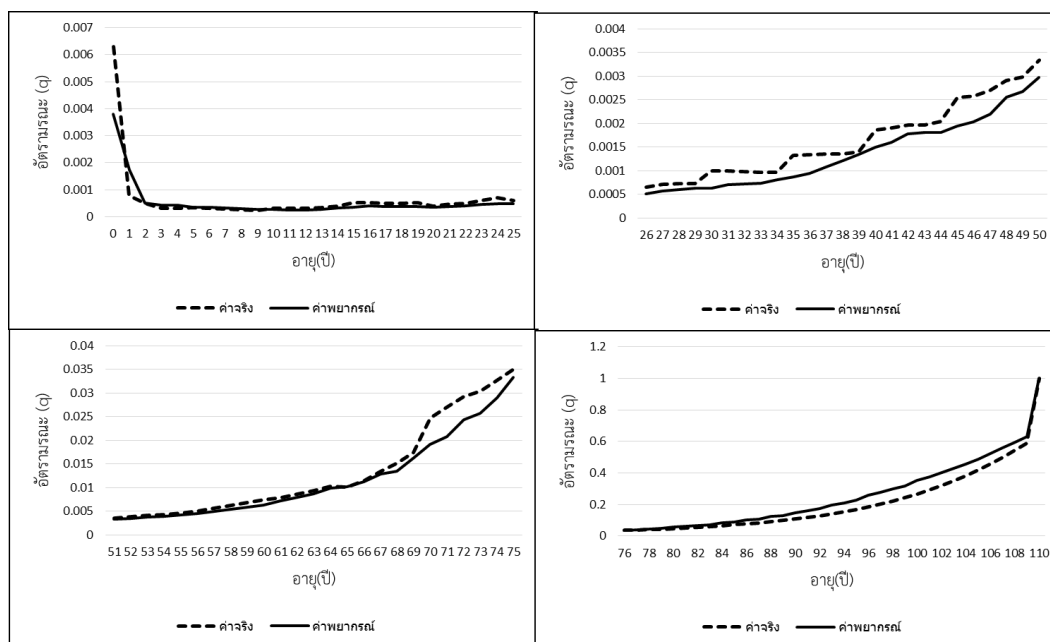
แผนภาพที่ 4.27 แสดงการเปรียบเทียบอัตราการเสียชีวิตที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราการเสียชีวิตจริง
ในปี พ.ศ. 2554 สำหรับเพศหญิง



แผนภาพที่ 4.28 แสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราส่วนจริงในปี พ.ศ. 2555 สำหรับเพศหญิง



แผนภาพที่ 4.29 แสดงการเปรียบเทียบอัตราส่วนที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราส่วนจริงในปี พ.ศ. 2556 สำหรับเพศหญิง



แผนภาพที่ 4.30 แสดงการเปรียบเทียบอัตราประมณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราประมณะจริง ในปี พ.ศ. 2557 สำหรับเพศหญิง

จากแผนภาพที่ 4.23-4.30 พบว่าค่าอัตราประมณะที่พยากรณ์ได้มีความใกล้เคียงกับอัตราประมณะจริงมากในช่วงอายุ 51-75 ปี สำหรับเพศชาย และช่วงอายุ 0-25 ปี และ 76-110 ปี สำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุอื่นๆ พบว่าค่าอัตราประมณะจริงมีลักษณะไม่เรียบทำให้มีความคลาดเคลื่อนกับค่าที่พยากรณ์ได้ในบางช่วงของอายุ อย่างไรก็ตามพบว่าค่าของอัตราประมณะที่พยากรณ์ได้และค่าอัตราประมณะจริงมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันทั้งเพศชายและเพศหญิง เมื่อพิจารณาค่า MAPE ของอัตราประมณะที่พยากรณ์ได้เปรียบเทียบกับค่าจริงพบว่าค่า MAPE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อพยากรณ์ในระยะเวลานานขึ้น จึงควรระมัดระวังในการใช้ค่าอัตราประมณะจากการพยากรณ์ในระยะยาว ค่า MAPE ในการเปรียบเทียบอัตราประมณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราประมณะจริงในปี พ.ศ. 2554-2557 สำหรับเพศชายและเพศหญิง แสดงไว้ในตารางที่ 4.19

ตารางที่ 4.13 แสดงค่า MAPE ในการเปรียบเทียบอัตราประมณะที่พยากรณ์ได้กับค่าอัตราประมณะจริง ในปี พ.ศ. 2554-2557 สำหรับเพศชายและเพศหญิง

เพศ	ค่า MAPE (ร้อยละ)			
	ปี พ.ศ.2554	ปี พ.ศ. 2555	ปี พ.ศ. 2556	ปี พ.ศ. 2557
ชาย	10.77216	13.84136	15.56694	17.35931
หญิง	13.88444	16.12475	18.10226	19.96560

4.5 การปรับค่าอัตราการมรณะของประชากรให้เป็นอัตราการมรณะของผู้เอาประกันภัย

ค่าอัตราการมรณะในตารางบำนาญไทย 2552 ที่ใช้ในการคำนวณเบี้ยประกันภัย เป็นค่าอัตราการมรณะที่คำนวณมาจากประสบการณ์ของผู้เอาประกันภัย ซึ่งค่าดังกล่าวมีความแตกต่างจากค่าอัตราการมรณะของประชากร เนื่องจากงานวิจัยนี้จะนำอัตราการมรณะที่พยากรณ์ได้จากข้อมูลที่มาจากการมาเปรียบเทียบกับค่าอัตราการมรณะจากตารางบำนาญไทย จึงจำเป็นต้องมีการปรับให้ค่าที่พยากรณ์นี้เป็นค่าอัตราการมรณะของผู้เอาประกันภัย งานวิจัยนี้เปรียบเทียบค่าระหว่างอัตราการมรณะจากตารางบำนาญไทย 2552 และอัตราการมรณะจากประชากรของปี พ.ศ. 2552 เพื่อหาสัดส่วนในแต่ละอายุที่แตกต่างกัน นอกจากนี้ ค่าอัตราการมรณะของประชากรที่นำมาเปรียบเทียบเพื่อหาสัดส่วน คือค่าเฉลี่ยของอัตราการมรณะของประชากรในปี พ.ศ. 2551-2553 เพื่อลดความผันผวนของข้อมูลที่อาจเกิดขึ้น หากใช้อัตราการมรณะของประชากรในปี พ.ศ. 2552 เพียงปีเดียวมาเปรียบเทียบ ส่วนรูปแบบของการหาค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราการมรณะเป็นดังนี้

$$q_x^{(A)} = K_x q_x^{(P)}$$

โดยที่

$q_x^{(A)}$ แทน อัตราการมรณะของคนที่มียอายุ x ปี จากตารางบำนาญไทย 2552

$q_x^{(P)}$ แทน ค่าเฉลี่ยของอัตราการมรณะของประชากรในปี พ.ศ. 2551-2553 ของคนที่มียอายุ x ปี

K_x แทน ค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราการมรณะของคนอายุ x ปี

โดยแบ่งการหาค่าสัดส่วนในการปรับอัตราการมรณะเป็น 2 กรณีคือ ค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราการมรณะของเพศชาย ($K_{x,male}$) และค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราการมรณะของเพศหญิง ($K_{x,female}$) ค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราการมรณะทั้งของเพศชายและเพศหญิง แสดงได้ดังตารางที่ 4.14 แผนภาพที่ 4.31 แสดงกราฟของค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราการมรณะทั้งของเพศชายและเพศหญิง

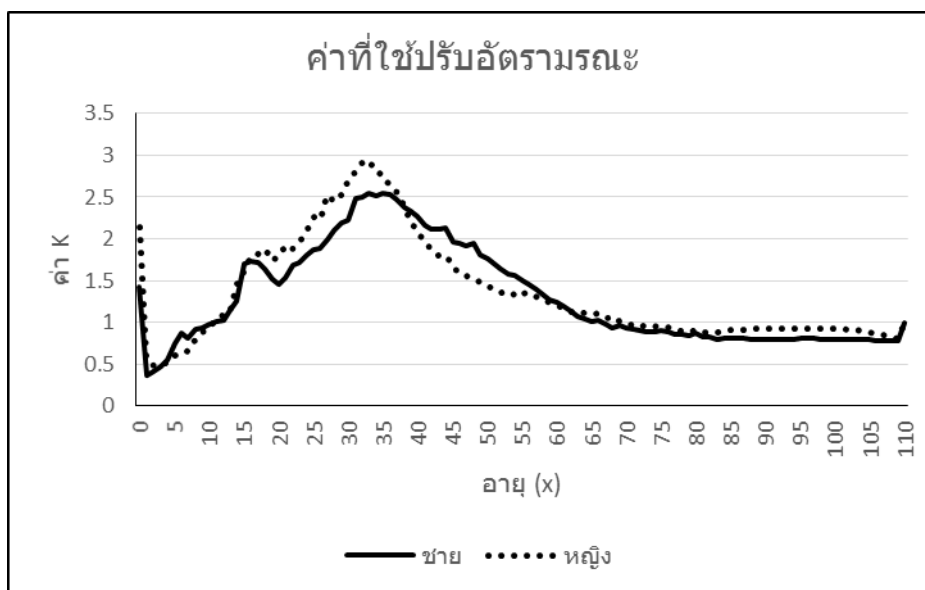
ตารางที่ 4.14 แสดงค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราฆณะ (K_x) ของเพศชาย ($K_{x,male}$)

และเพศหญิง ($K_{x,female}$)

อายุ (ปี)	$K_{x,male}$	$K_{x,female}$	อายุ (ปี)	$K_{x,male}$	$K_{x,female}$	อายุ (ปี)	$K_{x,male}$	$K_{x,female}$
0	1.43196	2.13534	37	2.46505	2.56022	74	0.88723	0.95942
1	0.35942	0.57017	38	2.38270	2.39912	75	0.89958	0.94391
2	0.40464	0.47709	39	2.33637	2.21631	76	0.88942	0.93680
3	0.46560	0.48384	40	2.26308	2.08363	77	0.85242	0.91323
4	0.55490	0.52601	41	2.16017	1.96754	78	0.84945	0.89240
5	0.74592	0.60966	42	2.11952	1.86912	79	0.83919	0.87289
6	0.86800	0.61178	43	2.12294	1.80834	80	0.86773	0.90793
7	0.80839	0.66977	44	2.12624	1.80235	81	0.83277	0.87208
8	0.92227	0.79321	45	1.96970	1.67198	82	0.82527	0.87404
9	0.93620	0.87294	46	1.94811	1.59319	83	0.79846	0.87161
10	0.98074	0.97583	47	1.92128	1.55335	84	0.81549	0.90002
11	1.00925	0.99850	48	1.94614	1.52871	85	0.81103	0.90635
12	1.02731	1.09540	49	1.80838	1.47348	86	0.80728	0.91203
13	1.14552	1.10210	50	1.76213	1.43707	87	0.80423	0.91706
14	1.26048	1.46070	51	1.69774	1.39551	88	0.80185	0.92141
15	1.69570	1.60153	52	1.63496	1.35179	89	0.80011	0.92505
16	1.72471	1.79671	53	1.57933	1.37759	90	0.79900	0.92797
17	1.71485	1.81109	54	1.55604	1.32235	91	0.79869	0.93038
18	1.63323	1.88272	55	1.50467	1.36803	92	0.79891	0.93198
19	1.52230	1.73977	56	1.45003	1.30509	93	0.79965	0.93280

ตารางที่ 4.18 (ต่อ) แสดงค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะ (K_x) ของเพศชาย ($K_{x,male}$) และเพศหญิง ($K_{x,female}$)

อายุ (ปี)	$K_{x,male}$	$K_{x,female}$	อายุ (ปี)	$K_{x,male}$	$K_{x,female}$	อายุ (ปี)	$K_{x,male}$	$K_{x,female}$
20	1.45144	1.78402	57	1.40092	1.30933	94	0.80091	0.93286
21	1.52713	1.92824	58	1.33405	1.27367	95	0.80268	0.93219
22	1.68842	1.87717	59	1.27223	1.23838	96	0.80495	0.93084
23	1.71342	1.96245	60	1.24043	1.20429	97	0.80363	0.92882
24	1.81320	2.09265	61	1.20172	1.17575	98	0.80196	0.92648
25	1.86838	2.26051	62	1.14019	1.11759	99	0.79982	0.92556
26	1.88538	2.23598	63	1.07395	1.13434	100	0.79711	0.92419
27	1.99920	2.52189	64	1.04556	1.11406	101	0.79372	0.92138
28	2.09513	2.45326	65	1.00882	1.09806	102	0.79268	0.91535
29	2.19554	2.52844	66	1.01922	1.10535	103	0.79139	0.90719
30	2.22538	2.70857	67	0.97377	1.07333	104	0.78976	0.89534
31	2.47734	2.80242	68	0.93699	1.00872	105	0.78770	0.88104
32	2.50535	2.91729	69	0.96284	1.01549	106	0.78515	0.86390
33	2.54997	2.93052	70	0.92994	1.00229	107	0.78198	0.84598
34	2.51222	2.79575	71	0.92281	0.95717	108	0.77797	0.82665
35	2.54435	2.76300	72	0.89577	0.97679	109	0.77312	0.80677
36	2.52993	2.63027	73	0.89446	0.93910	110	1.00000	1.00000



แผนภาพที่ 4.31 แสดงกราฟของค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะทั้งของเพศชายและเพศหญิง

จากแผนภาพที่ 4.31 พบว่าลักษณะกราฟของค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะทั้งของเพศชาย ($K_{x,male}$) และเพศหญิง ($K_{x,female}$) มีความไม่เรียบ เพื่อลดความผันผวนของค่าดังกล่าว จึงใช้ค่าเฉลี่ยของค่า K_x ในอายุที่ใกล้เคียงกัน 5 อายุเป็นตัวแทน เขียนเป็นสมการได้คือ

$$K_x^{(5)} = \begin{cases} K_x & ; x = 0, 1, 109, 110 \\ \left(\frac{1}{5}\right) \sum_{x-2}^{x+2} K_x & ; x = 2, 3, \dots, 108 \end{cases}$$

โดยที่

K_x แทน ค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะก่อนการปรับให้เรียบ

$K_x^{(5)}$ แทน ค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะหลังการปรับให้เรียบ

x แทน อายุที่พิจารณา มีค่าเท่ากับ $0, 1, 2, \dots, 110$

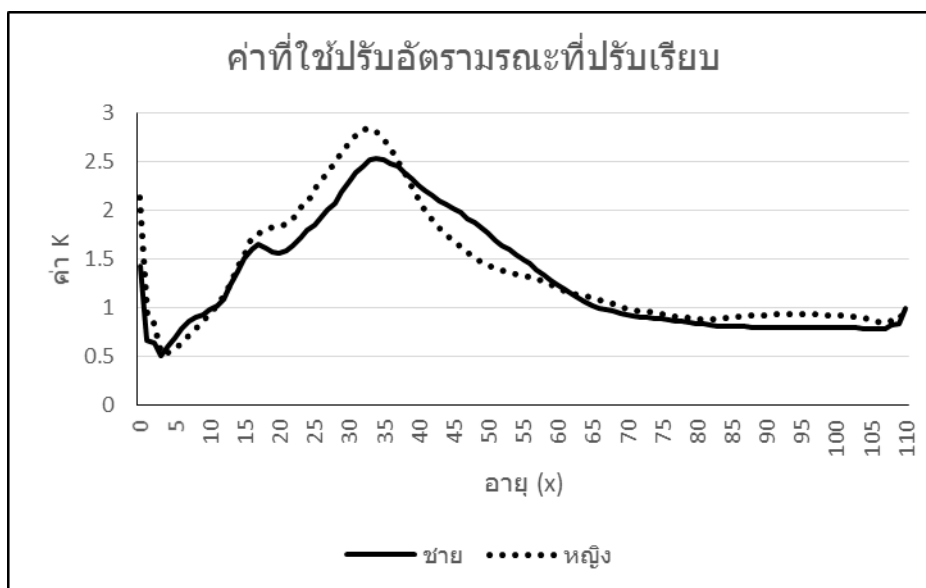
ค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะทั้งของเพศชายและเพศหญิงหลังการปรับให้เรียบ แสดงได้ดังตารางที่ 4.15 แผนภาพที่ 4.32 แสดงกราฟของค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะทั้งของเพศชายและเพศหญิง

ตารางที่ 4.15 แสดงค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตรากรรมณะ ($K_x^{(5)}$) ของเพศชาย ($K_{x,male}^{(5)}$)
และเพศหญิง ($K_{x,female}^{(5)}$)

อายุ (ปี)	$K_{x,male}^{(5)}$	$K_{x,female}^{(5)}$	อายุ (ปี)	$K_{x,male}^{(5)}$	$K_{x,female}^{(5)}$	อายุ (ปี)	$K_{x,male}^{(5)}$	$K_{x,female}^{(5)}$
0	1.43196	2.13534	37	2.45168	2.51378	74	0.89329	0.95120
1	0.66541	0.91661	38	2.39543	2.37791	75	0.88462	0.93849
2	0.64331	0.83849	39	2.32147	2.24536	76	0.87562	0.92915
3	0.50610	0.53335	40	2.25237	2.10714	77	0.86601	0.91185
4	0.60781	0.54168	41	2.20041	1.98899	78	0.85964	0.90465
5	0.68856	0.58021	42	2.15839	1.90620	79	0.84831	0.89171
6	0.77990	0.64209	43	2.09971	1.82387	80	0.84288	0.88387
7	0.85616	0.71148	44	2.05730	1.74900	81	0.83268	0.87971
8	0.90312	0.78471	45	2.01765	1.68584	82	0.82794	0.88514
9	0.93137	0.86205	46	1.98229	1.62992	83	0.81660	0.88482
10	0.97515	0.94718	47	1.91872	1.56414	84	0.81151	0.89281
11	1.01980	1.00895	48	1.87721	1.51716	85	0.80730	0.90141
12	1.08466	1.12651	49	1.82713	1.47762	86	0.80798	0.91137
13	1.22765	1.25165	50	1.76987	1.43731	87	0.80490	0.91638
14	1.37074	1.41129	51	1.69651	1.40709	88	0.80249	0.92070
15	1.50825	1.55443	52	1.64604	1.37686	89	0.80078	0.92437
16	1.60580	1.71055	53	1.59455	1.36305	90	0.79971	0.92736
17	1.65816	1.76636	54	1.54500	1.34497	91	0.79927	0.92963
18	1.60931	1.80286	55	1.49820	1.33648	92	0.79943	0.93120
19	1.56979	1.82917	56	1.44914	1.31569	93	0.80017	0.93204
20	1.56450	1.84238	57	1.39238	1.29890	94	0.80142	0.93213
21	1.58054	1.85833	58	1.33953	1.26615	95	0.80236	0.93150

ตารางที่ 4.19 (ต่อ) แสดงค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะ ($K_x^{(5)}$) ของเพศชาย ($K_{x,male}^{(5)}$) และเพศหญิง ($K_{x,female}^{(5)}$)

อายุ (ปี)	$K_{x,male}^{(5)}$	$K_{x,female}^{(5)}$	อายุ (ปี)	$K_{x,male}^{(5)}$	$K_{x,female}^{(5)}$	อายุ (ปี)	$K_{x,male}^{(5)}$	$K_{x,female}^{(5)}$
22	1.63872	1.92891	59	1.28987	1.24029	96	0.80283	0.93024
23	1.72211	2.02420	60	1.23772	1.20194	97	0.80261	0.92878
24	1.79376	2.08575	61	1.18570	1.17407	98	0.80149	0.92718
25	1.85592	2.21470	62	1.14037	1.14921	99	0.79925	0.92529
26	1.93226	2.31286	63	1.09405	1.12796	100	0.79706	0.92259
27	2.00873	2.40001	64	1.05755	1.11388	101	0.79494	0.91873
28	2.08013	2.48963	65	1.02426	1.10503	102	0.79293	0.91269
29	2.19852	2.60291	66	0.99687	1.07990	103	0.79105	0.90406
30	2.29975	2.68200	67	0.98033	1.06019	104	0.78933	0.89256
31	2.39072	2.77745	68	0.96455	1.04103	105	0.78720	0.87869
32	2.45405	2.83091	69	0.94527	1.01140	106	0.78451	0.86258
33	2.51785	2.84180	70	0.92967	0.99209	107	0.78118	0.84487
34	2.52836	2.80737	71	0.92116	0.97817	108	0.82364	0.86866
35	2.52030	2.73595	72	0.90604	0.96696	109	0.83327	0.86985
36	2.48685	2.62967	73	0.89997	0.95528	110	1.00000	1.00000



แผนภาพที่ 4.32 แสดงกราฟของค่าสัดส่วนที่ใช้ปรับอัตราณณะทั้งของเพศชายและเพศหญิง หลังการปรับเรียบ

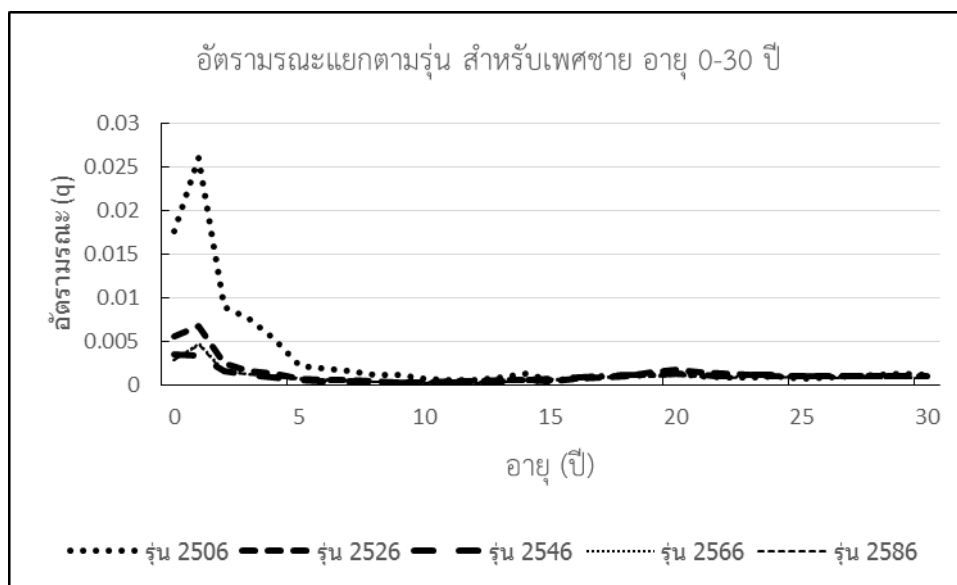
4.6 การพิจารณาผลกระทบของรุ่นในอัตราณณะของประชากรไทย

งานวิจัยนี้ใช้ข้อมูลอัตราณณะของประชากรไทยของปี พ.ศ. 2506-2556 ในการศึกษาผลกระทบของรุ่น และพยากรณ์อัตราณณะไปข้างหน้าอีก 70 ปี ทำให้มีค่าอัตราณณะและค่าอัตราณณะที่พยากรณ์ถึงปีพ.ศ. 2626 ในหัวข้อนี้จะใช้ค่าอัตราณณะดังกล่าว เพื่อพิจารณาความแตกต่างและแนวโน้มของอัตราณณะในแต่ละรุ่น โดยแบ่งช่วงอายุเพื่อง่ายต่อการสรุปผลเป็น 4 ช่วง คือ ช่วงอายุ 0-30 ปี ช่วงอายุ 31-60 ปี ช่วงอายุ 61-90 ปี และช่วงอายุ 91-110 ปี ในแต่ละช่วงอายุจะใช้รุ่นที่พิจารณาแตกต่างกัน โดยพิจารณาอัตราณณะในรุ่นที่เกิดต่างกันเป็นเวลาช่วงละ 20 ปี มีรายละเอียดดังนี้

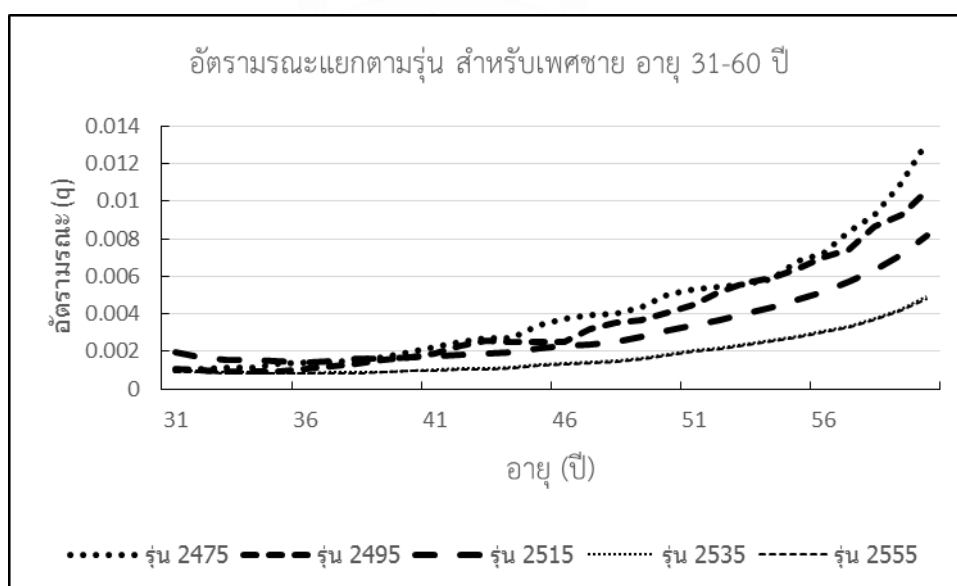
- ช่วงอายุ 0-30 ปี พิจารณาอัตราณณะของรุ่นที่เกิดปี 2506 2526 2546 2566 และ 2586
- ช่วงอายุ 31-60 ปี พิจารณาอัตราณณะของรุ่นที่เกิดปี 2475 2495 2515 2535 และ 2555
- ช่วงอายุ 61-90 ปี พิจารณาอัตราณณะของรุ่นที่เกิดปี 2445 2465 2485 2505 และ 2525
- ช่วงอายุ 91-110 ปี พิจารณาอัตราณณะของรุ่นที่เกิดปี 2415 2435 2455 2475 และ 2495

เมื่อพิจารณาแผนภาพที่ 4.33-4.40 พบว่าอัตราณณะมีแนวโน้มลดลง ทั้งในเพศชายและเพศหญิง สำหรับเพศชาย อัตราณณะมีการลดลงอย่างเห็นได้ชัดเมื่อเวลาผ่านไปในช่วงอายุ 31-60 ปี และช่วงอายุ 61-90 ปี ส่วนในช่วงอายุ 0-30 ปี และช่วงอายุ 91-110 ปี อัตราณณะมีแนวโน้มที่ใกล้เคียงกัน สำหรับเพศหญิงพบว่า อัตราณณะมีแนวโน้มใกล้เคียงกันในช่วงอายุ 0-30 ปี แต่ในช่วง

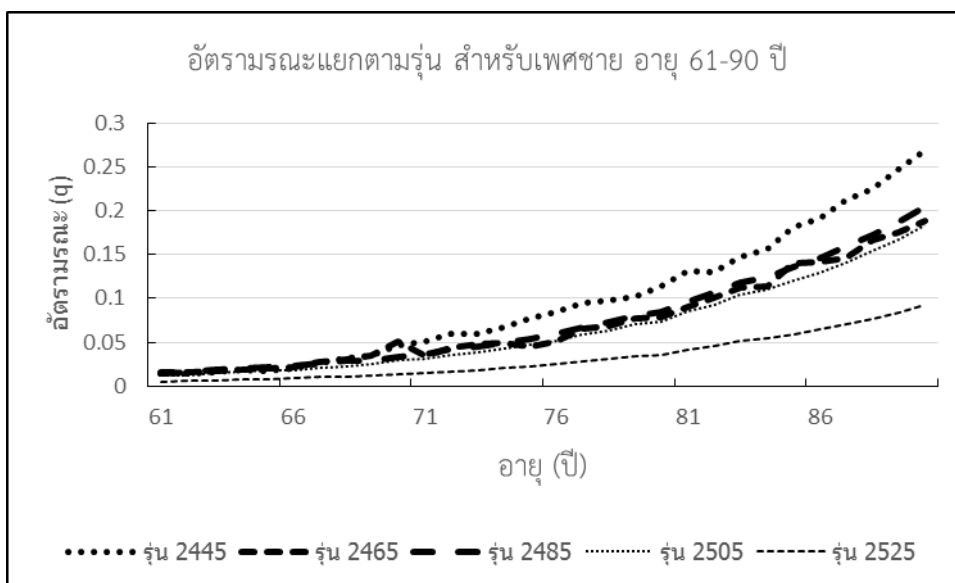
อายุตั้งแต่ 31 ปีขึ้นไปอัตราธรรมะมีแนวโน้มลดลงอย่างเห็นได้ชัด โดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วงอายุ 90-110 ปี ที่อัตราธรรมะมีแนวโน้มที่จะลดลงอย่างมาก นอกจากนี้จากแผนภาพที่ 4.36 และ 4.40 พบว่าอัตราธรรมะของรุ่น 2435 มีรูปแบบที่แตกต่างไปจากอัตราธรรมะในรุ่นอื่นๆ ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการเปลี่ยนระบบการเก็บข้อมูลจำนวนการตายในปี พ.ศ. 2540



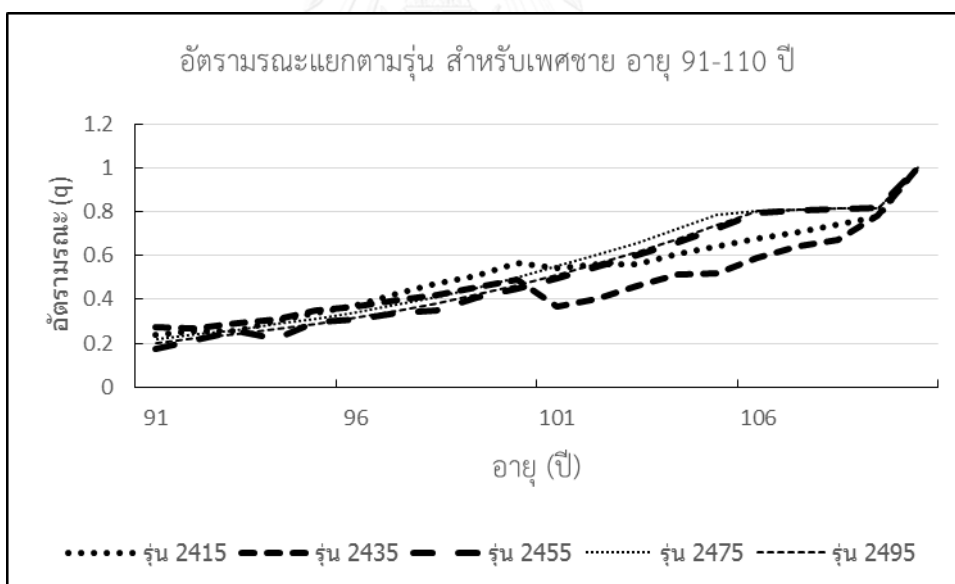
แผนภาพที่ 4.33 แสดงอัตราธรรมะสำหรับเพศชาย สำหรับช่วงอายุ 0-30 ปี ของรุ่น 2506 2526 2546 2566 และ 2586



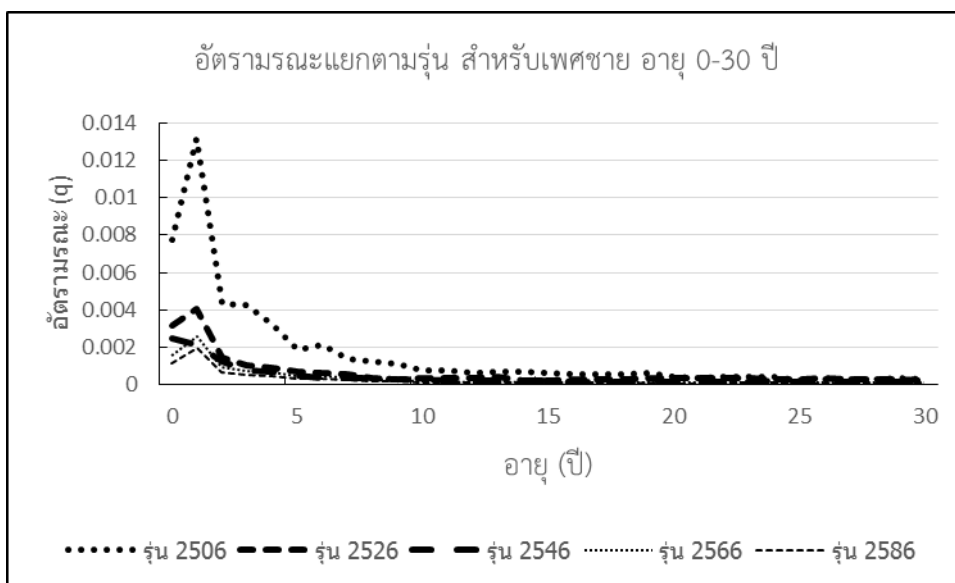
แผนภาพที่ 4.34 แสดงอัตราธรรมะสำหรับเพศชาย สำหรับช่วงอายุ 31-60 ปี ของรุ่น 2475 2495 2515 2535 และ 2555



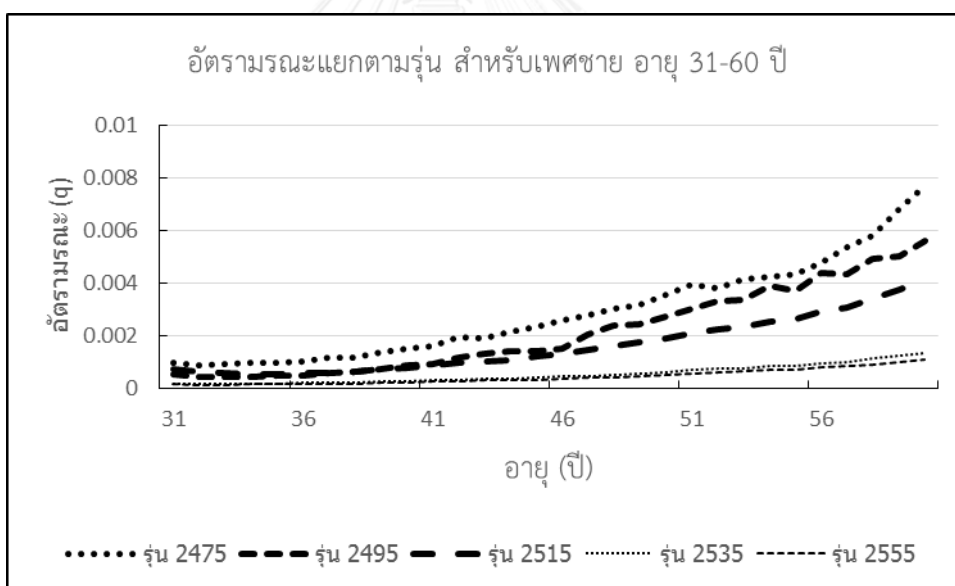
แผนภาพที่ 4.35 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศชาย สำหรับช่วงอายุ 61-90 ปี ของรุ่น 2445 2465 2485 2505 และ 2525



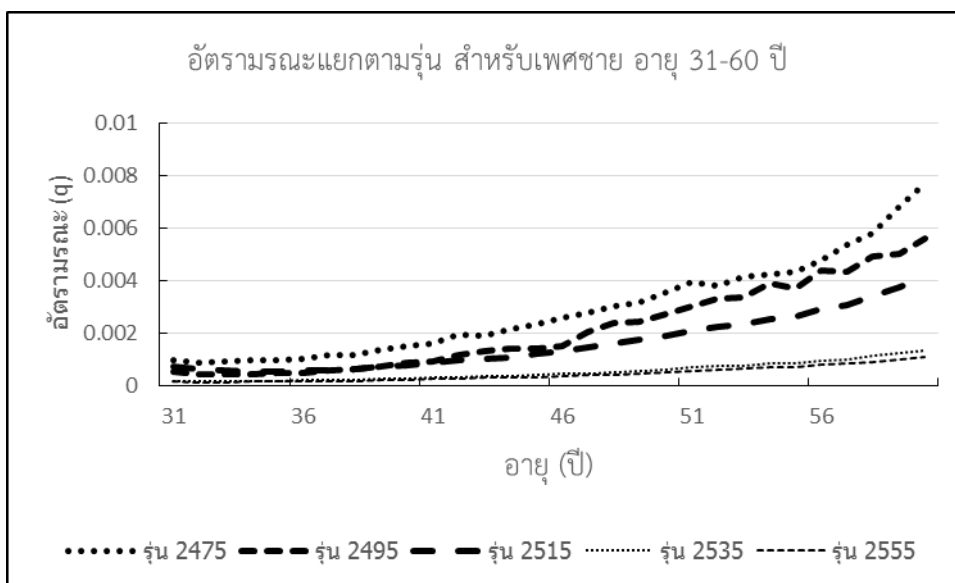
แผนภาพที่ 4.36 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศชาย สำหรับช่วงอายุ 91-110 ปี ของรุ่น 2415 2435 2455 2475 และ 2495



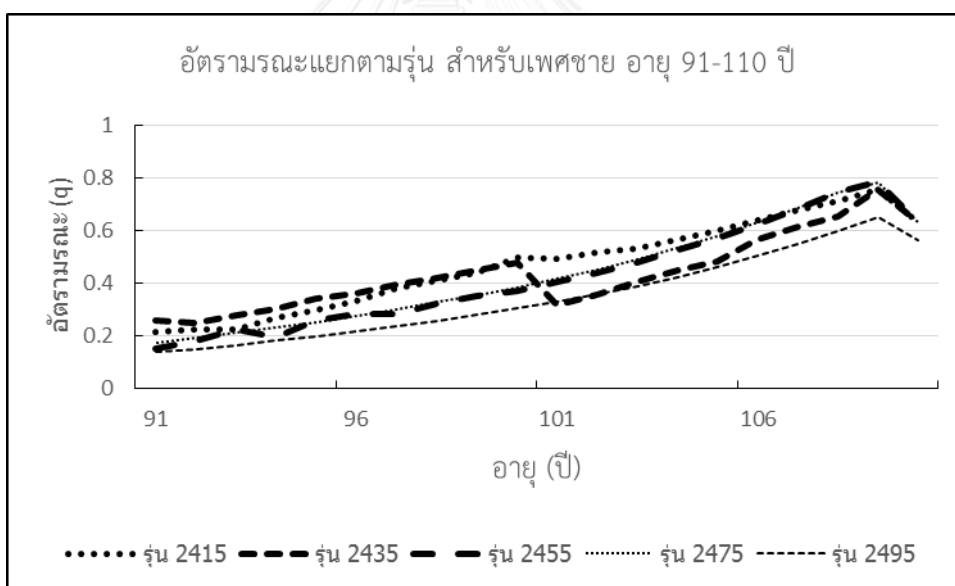
แผนภาพที่ 4.37 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุ 0-30 ปี ของรุ่น 2506 2526 2546 2566 และ 2586



แผนภาพที่ 4.38 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุ 31-60 ปี ของรุ่น 2475 2495 2515 2535 และ 2555



แผนภาพที่ 4.39 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุ 61-90 ปี ของรุ่น 2445 2465 2485 2505 และ 2525



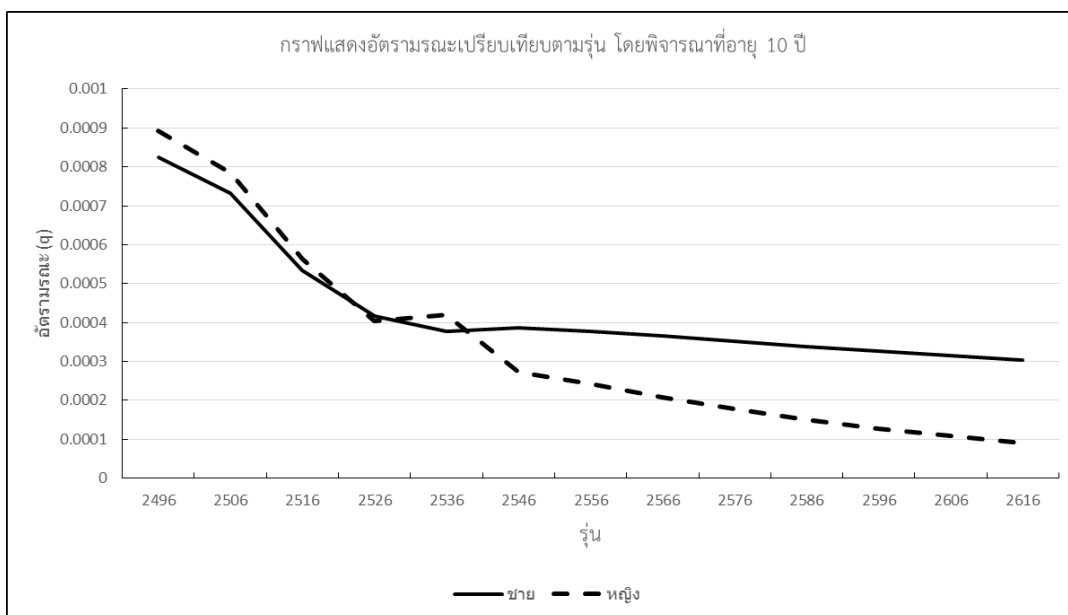
แผนภาพที่ 4.40 แสดงอัตราภาระสำหรับเพศหญิง สำหรับช่วงอายุ 91-110 ปี ของรุ่น 2415 2435 2455 2475 และ 2495

แผนภาพ 4.41-4.50 แสดงกราฟของอัตราการมรณะในแต่ละรุ่น โดยแยกพิจารณาสำหรับอายุ 10 ปี 20 ปี 30 ปี ... 100 ปี โดยมีรายละเอียดของรุ่นของอัตราการมรณะที่ใช้ในการพิจารณาในแต่ละอายุซึ่งมีระยะห่างต่อรุ่น 10 ปี ดังนี้

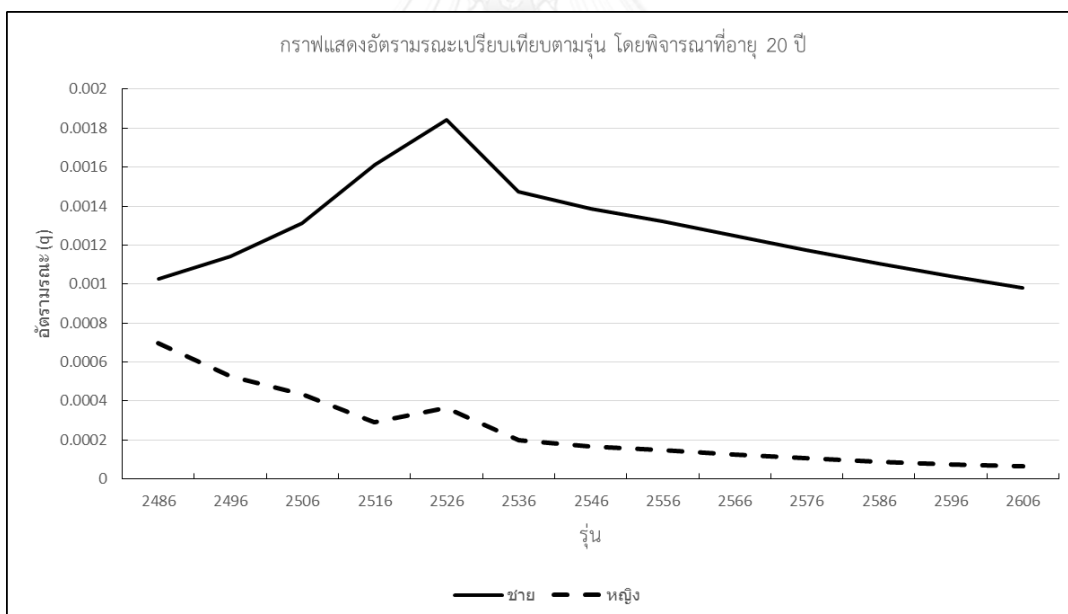
- อายุ 10 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2496 –รุ่นเกิด 2616
- อายุ 20 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2486 –รุ่นเกิด 2606
- อายุ 30 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2476 –รุ่นเกิด 2596
- อายุ 40 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2466 –รุ่นเกิด 2586
- อายุ 50 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2456 –รุ่นเกิด 2576
- อายุ 60 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2446 –รุ่นเกิด 2566
- อายุ 70 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2436 –รุ่นเกิด 2556
- อายุ 80 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2426 –รุ่นเกิด 2546
- อายุ 90 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2416 –รุ่นเกิด 2536
- อายุ 100 ปี พิจารณาอัตราการมรณะของรุ่นเกิด 2406 –รุ่นเกิด 2526

จากแผนภาพที่ 4.41 พบว่ารุ่นเกิด 2496 ถึงรุ่นเกิด 2536 ของคนอายุ 10 ปี มีบางรุ่นที่อัตราการมรณะของเพศหญิงมีค่าสูงกว่าของเพศชาย แสดงให้เห็นว่าอัตราการมรณะในอดีตของคนที่มีอายุน้อย มีรูปแบบแตกต่างจากปัจจุบันที่อัตราการมรณะของเพศหญิงต่ำกว่าเพศชายเสมอ นอกจากกรณีดังกล่าวแล้วพบว่า อัตราการมรณะของเพศชายมีค่าสูงกว่าเพศหญิงในทุกอายุและทุกรุ่น โดยอัตราการมรณะมีแนวโน้มลดลงสำหรับรุ่นที่เกิดหลังและรูปแบบของการลดลงของอัตราการมรณะเมื่อเปรียบเทียบกับตามรุ่นของเพศชายและเพศหญิงมีรูปแบบคล้ายกันในทุกช่วงอายุ

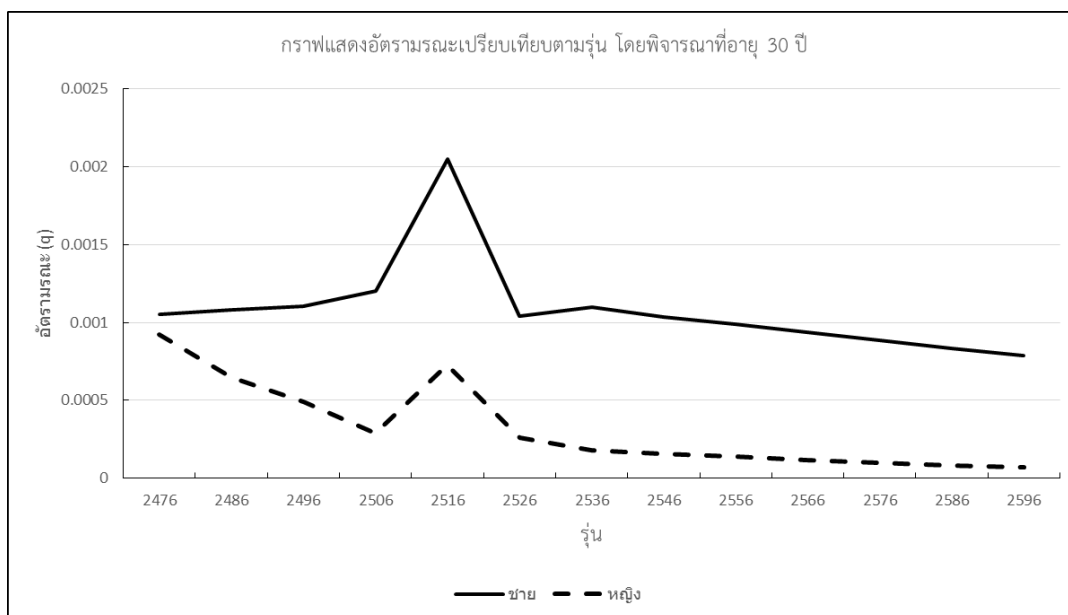
อัตราการมรณะของแต่ละรุ่นมีค่าแตกต่างกัน โดยมีแนวโน้มลดลงสำหรับคนที่เกิดในรุ่นหลัง ทั้งในเพศชายและเพศหญิง เห็นได้จากแผนภาพที่ 4.51 ซึ่งแสดงค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปี (Life expectancy at age 60) ของรุ่นเกิด 2446 ถึงรุ่นเกิด 2516 ทั้งเพศชายและเพศหญิง โดยอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปี เพิ่มขึ้นจาก 16.79 ปีในรุ่นเกิด 2446 เป็น 21.70 ปีในรุ่นเกิด 2516 สำหรับเพศชาย และเพิ่มขึ้นจาก 19.03 ปีในรุ่นเกิด 2446 เป็น 26.34 ปีในรุ่นเกิด 2516 สำหรับเพศหญิง



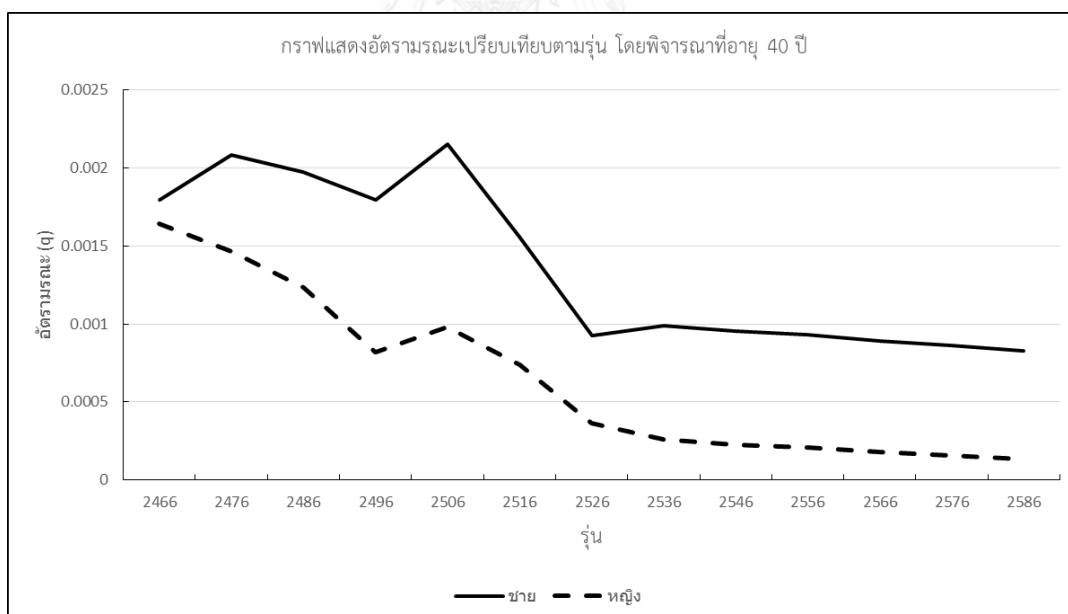
แผนภาพที่ 4.41 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 10 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



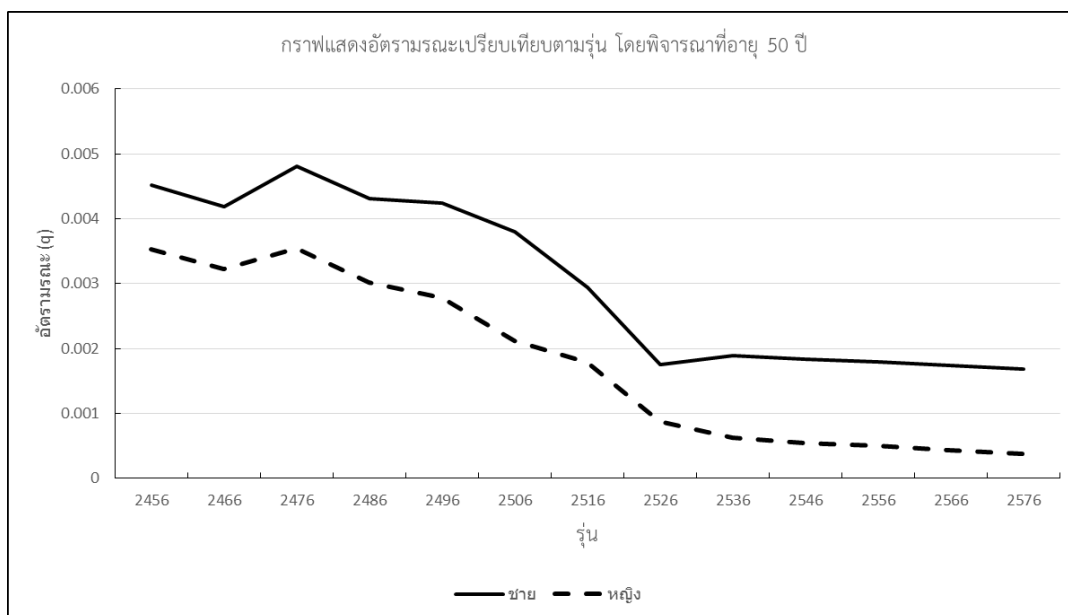
แผนภาพที่ 4.42 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 20 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



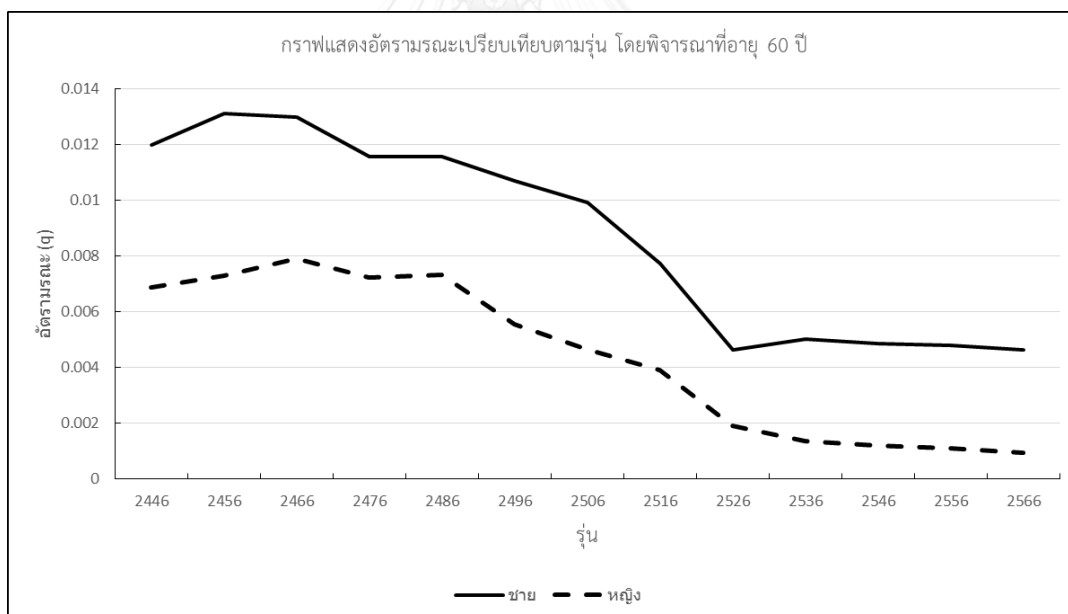
แผนภาพที่ 4.43 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบกับรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 30 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



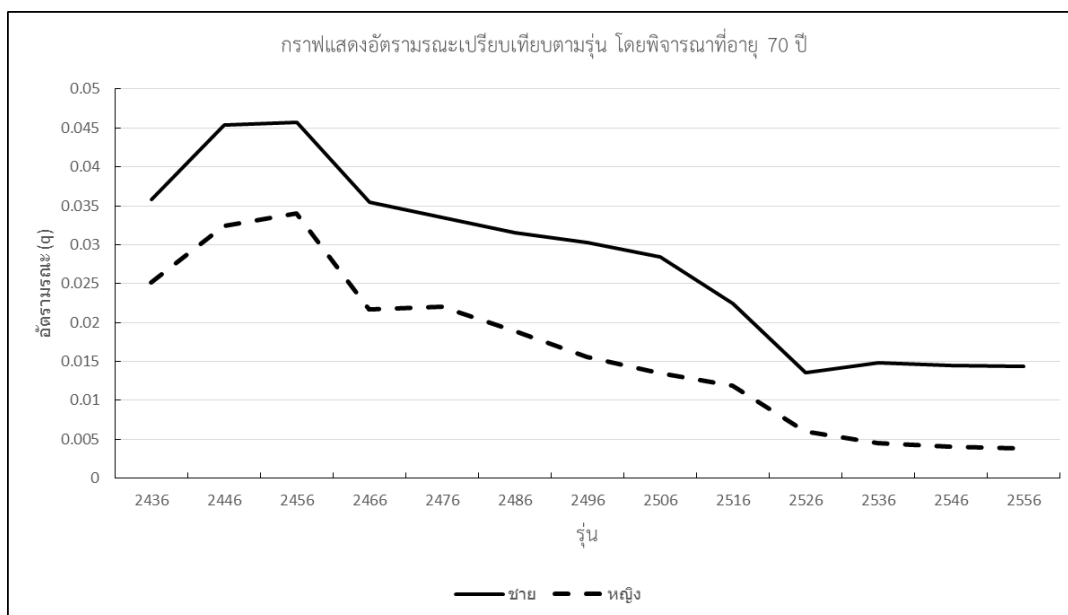
แผนภาพที่ 4.44 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบกับรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 40 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



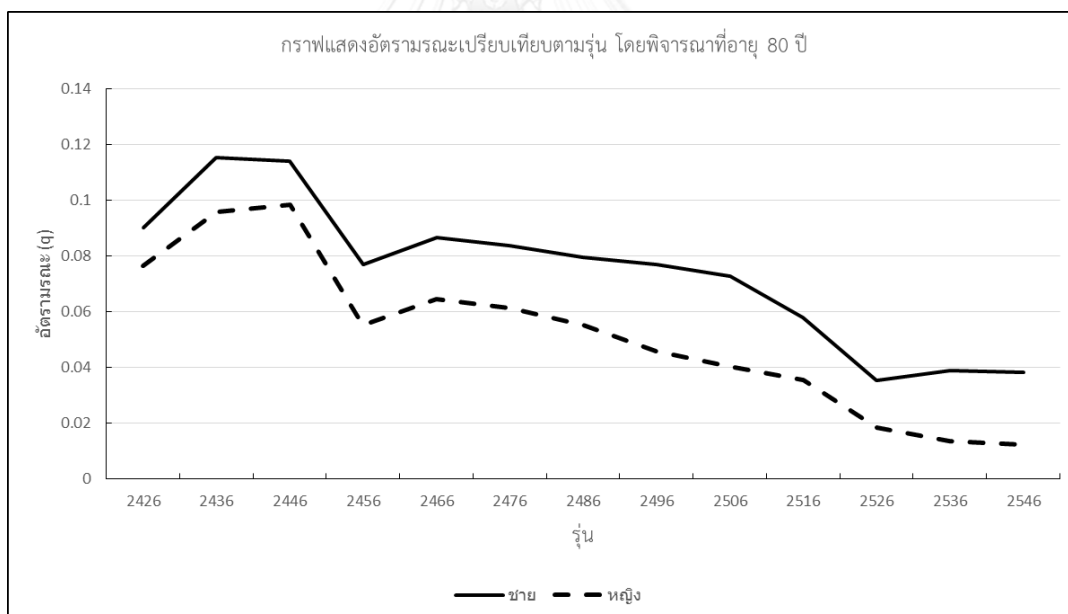
แผนภาพที่ 4.45 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิดโดยพิจารณาที่อายุ 50 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



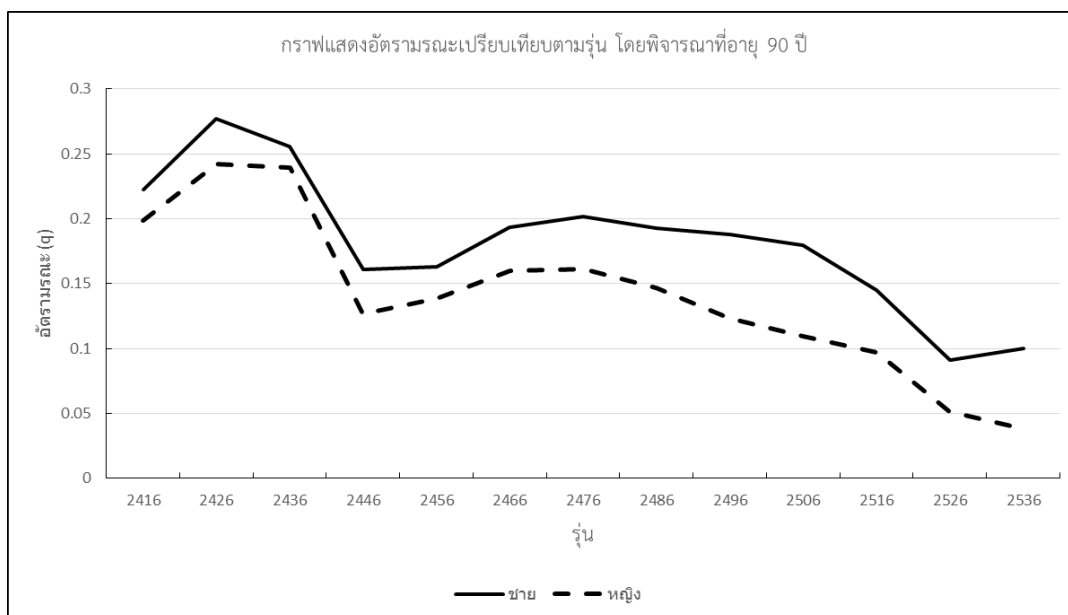
แผนภาพที่ 4.46 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิดโดยพิจารณาที่อายุ 60 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



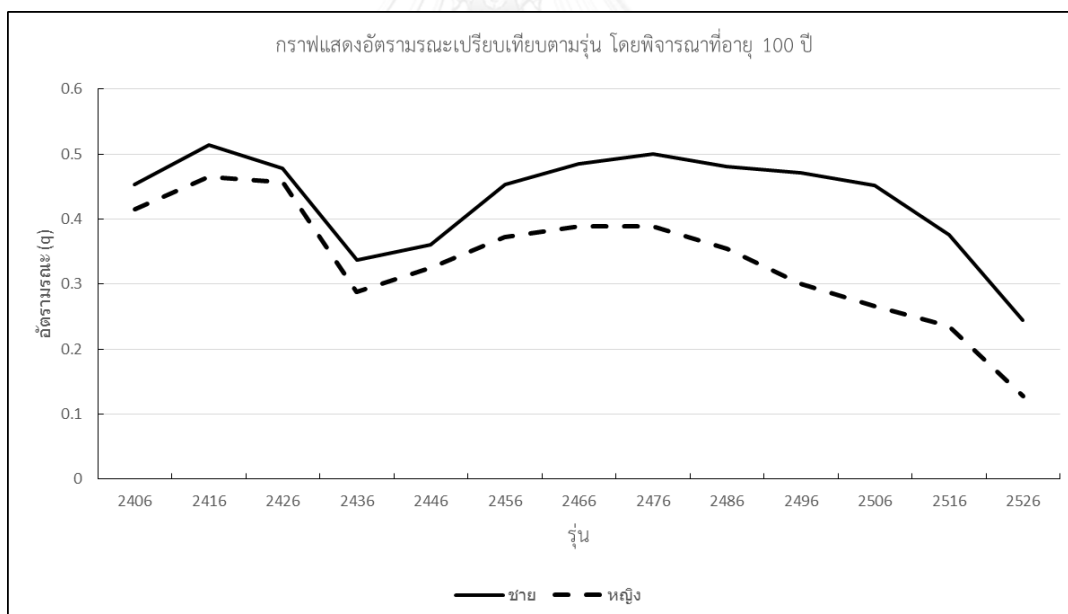
แผนภาพที่ 4.47 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 70 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



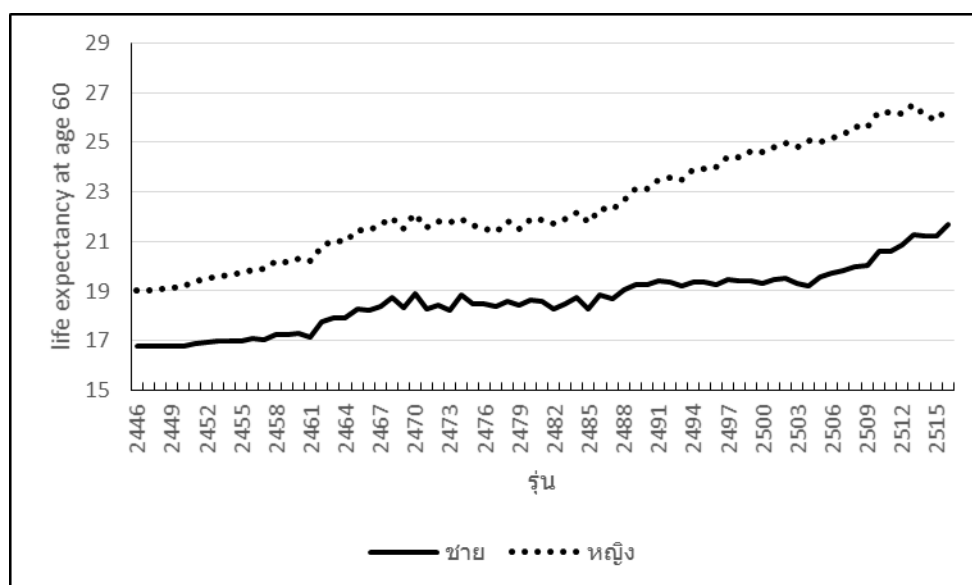
แผนภาพที่ 4.48 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบตามรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 80 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



แผนภาพที่ 4.49 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบกับรุ่นเกิด โดยพิจารณาที่อายุ 90 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



แผนภาพที่ 4.50 แสดงกราฟของอัตราภาระเปรียบเทียบกับรุ่นเกิดโดยพิจารณาที่อายุ 100 ปี ของเพศชายและเพศหญิง



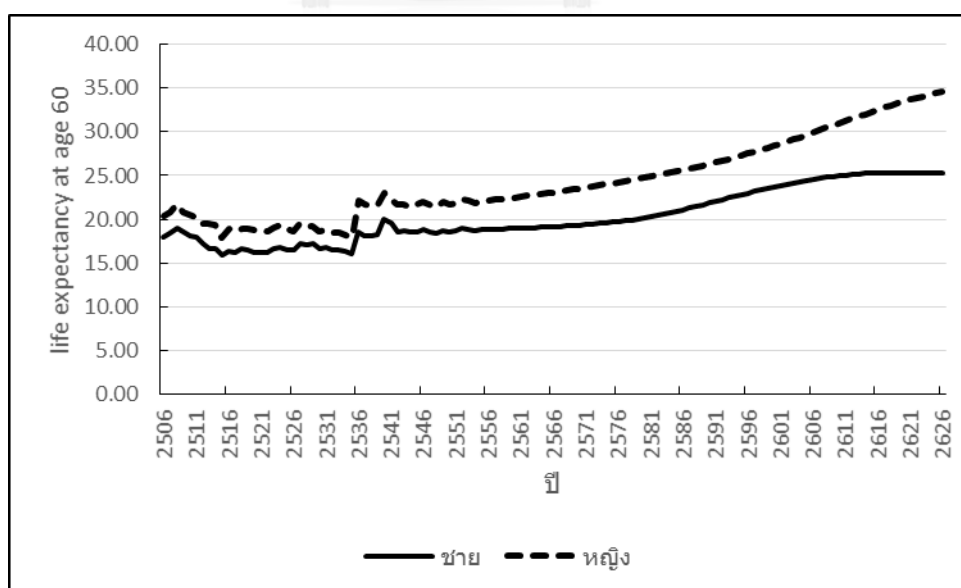
แผนภาพที่ 4.51 แสดงค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ของรุ่นเกิด 2446 ถึงรุ่นเกิด 2516 สำหรับเพศชายและเพศหญิง

ตารางที่ 4.16 แสดงค่าของอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 (Life expectancy at age 60) ของรุ่นเกิด 2446 ถึงรุ่นเกิด 2516 ของเพศชายและเพศหญิง

รุ่น	ชาย	หญิง	รุ่น	ชาย	หญิง	รุ่น	ชาย	หญิง
2446	16.79595	19.03761	2470	18.90925	22.15049	2494	19.34986	23.86094
2447	16.76062	19.03770	2471	18.27811	21.57867	2495	19.35982	23.95778
2448	16.76883	19.06769	2472	18.44762	21.83544	2496	19.24707	24.00827
2449	16.75864	19.10812	2473	18.22724	21.75316	2497	19.44168	24.39484
2450	16.78463	19.18180	2474	18.86011	21.89992	2498	19.42603	24.42627
2451	16.87358	19.37678	2475	18.46684	21.67465	2499	19.43159	24.63692
2452	16.91531	19.47344	2476	18.47238	21.49378	2500	19.29306	24.59676
2453	16.96519	19.61401	2477	18.37649	21.41242	2501	19.48920	24.82880
2454	16.97111	19.66801	2478	18.59845	21.81442	2502	19.48960	24.98942
2455	16.97738	19.73295	2479	18.45263	21.52604	2503	19.30110	24.83494
2456	17.07384	19.86683	2480	18.61264	21.90089	2504	19.19840	25.06159
2457	17.02881	19.88046	2481	18.57643	21.87131	2505	19.59228	24.99966

ตารางที่ 4.20 (ต่อ) แสดงค่าของอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 (Life expectancy at age 60) ของรุ่นเกิด 2446 ถึงรุ่นเกิด 2516 ของเพศชายและเพศหญิง

รุ่น	ชาย	หญิง	รุ่น	ชาย	หญิง	รุ่น	ชาย	หญิง
2458	17.24947	20.18839	2482	18.26596	21.71327	2506	19.74243	25.19618
2459	17.22317	20.14448	2483	18.47941	21.94480	2507	19.83238	25.34190
2460	17.31266	20.32141	2484	18.72423	22.15478	2508	19.97840	25.64888
2461	17.15856	20.22482	2485	18.28883	21.78725	2509	20.03982	25.61292
2462	17.75941	20.81656	2486	18.85900	22.32048	2510	20.62585	26.18490
2463	17.92326	21.02863	2487	18.69824	22.26431	2511	20.60903	26.19957
2464	17.89933	21.00381	2488	19.02468	22.65203	2512	20.86229	26.16823
2465	18.27832	21.44181	2489	19.27793	23.09388	2513	21.29437	26.53700
2466	18.21277	21.43179	2490	19.24397	23.09204	2514	21.20328	26.13201
2467	18.39249	21.64711	2491	19.43453	23.45017	2515	21.23869	25.88674
2468	18.71946	21.97371	2492	19.37475	23.58790	2516	21.70406	26.34006
2469	18.30429	21.52439	2493	19.19729	23.49284			



แผนภาพที่ 4.52 แสดงค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปีที่คำนวณจากอัตราณณะในปี พ.ศ.2506-2526 ของเพศชายและเพศหญิง

จากการพิจารณาค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปี (Life expectancy at age 60) พบว่า ค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปี เพิ่มขึ้นจาก 16.79 ปีในรุ่นเกิด 2446 เป็น 21.70 ปีในรุ่นเกิด 2516 สำหรับเพศชาย เพิ่มขึ้นเฉลี่ยร้อยละ 0.3756 ต่อปี และเพิ่มขึ้นจาก 19.03 ปีในรุ่นเกิด 2446 เป็น 26.34 ปีในรุ่นเกิด 2516 เพิ่มขึ้นเฉลี่ยร้อยละ 0.4709 ต่อ สำหรับเพศหญิง เมื่อพิจารณาร่วมกับค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปีที่คำนวณจากอัตราณณะในปี พ.ศ 2506-2626 พบว่าค่าอายุคาดเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรุ่นมีอัตราการเพิ่มที่มากกว่าค่าอายุคาดเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นตามปีปฏิทิน โดยค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปีที่คำนวณจากอัตราณณะในแต่ละปีเพิ่มขึ้นต่อปีร้อยละ 0.2733 สำหรับเพศชาย และร้อยละ 0.4476 สำหรับเพศหญิง

4.7 อัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับการคำนวณมูลค่าเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตแบบเงินรายปี

ในหัวข้อนี้จะนำอัตราณณะที่พยากรณ์ได้และถูกแปลงให้เป็นอัตราณณะของผู้เอาประกันภัย ตามหัวข้อที่ 4.4 มาใช้คำนวณเบี้ยประกันภัยที่ต้องจ่ายรายงวด ของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตแบบเงินรายปีที่เลือกมาเป็นตัวอย่าง โดยจะเปรียบเทียบค่าของเบี้ยประกันภัยรายปีที่คำนวณจากอัตราณณะของรุ่นที่แตกต่างกัน ทั้งเพศชายและเพศหญิง เพื่อพิจารณาผลกระทบของความแตกต่างของอัตราณณะในแต่ละรุ่นต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าเบี้ยประกันภัยรายงวดของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตที่เลือกมาเป็นตัวอย่าง มูลค่าของเบี้ยประกันภัยที่เปรียบเทียบเป็นเบี้ยประกันภัยสุทธิ (net premium) ที่ยังไม่รวมค่าใช้จ่ายอื่นๆของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิต ผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตที่เลือกมาเป็นตัวอย่างในงานวิจัยนี้มี 2 แบบ โดยทั้งสองแบบเป็นผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตที่มีการจ่ายผลประโยชน์เป็นรายปีจนกว่าผู้เอาประกันภัยจะเสียชีวิต อัตราดอกเบี้ย (i) ที่ใช้ในการคำนวณมูลค่าของเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ตัวอย่างทั้งสองแบบ ใช้อัตราเฉลี่ยที่ได้จากข้อมูลอัตราดอกเบี้ยของตราสารหนี้ที่ไม่มีดอกเบี่ยในระยะเวลา 25 ปี จากสมาคมตลาดตราสารหนี้ไทย แสดงดังตารางที่ 4.22 โดยอัตราดอกเบี้ยที่ใช้คือร้อยละ 2.9544 ต่อปี

ตารางที่ 4.17 แสดงอัตราดอกเบี้ย (*i*) ของตราสารหนี้ที่ไม่มีดอกเบี้ย

TTM (ปี)	อัตราดอกเบี้ย (ร้อยละ)	TTM (ปี)	อัตราดอกเบี้ย (ร้อยละ)	TTM (ปี)	อัตราดอกเบี้ย (ร้อยละ)
1	1.5	10	2.8	19	3.58
2	1.6	11	2.88	20	3.65
3	1.71	12	2.96	21	3.71
4	1.88	13	3.02	22	3.76
5	2.3	14	3.09	23	3.8
6	2.43	15	3.29	24	3.84
7	2.55	16	3.3	25	3.87
8	2.69	17	3.41	ค่าเฉลี่ย	2.9544
9	2.74	18	3.5		

มีรายละเอียดของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตทั้ง 2 แบบดังนี้

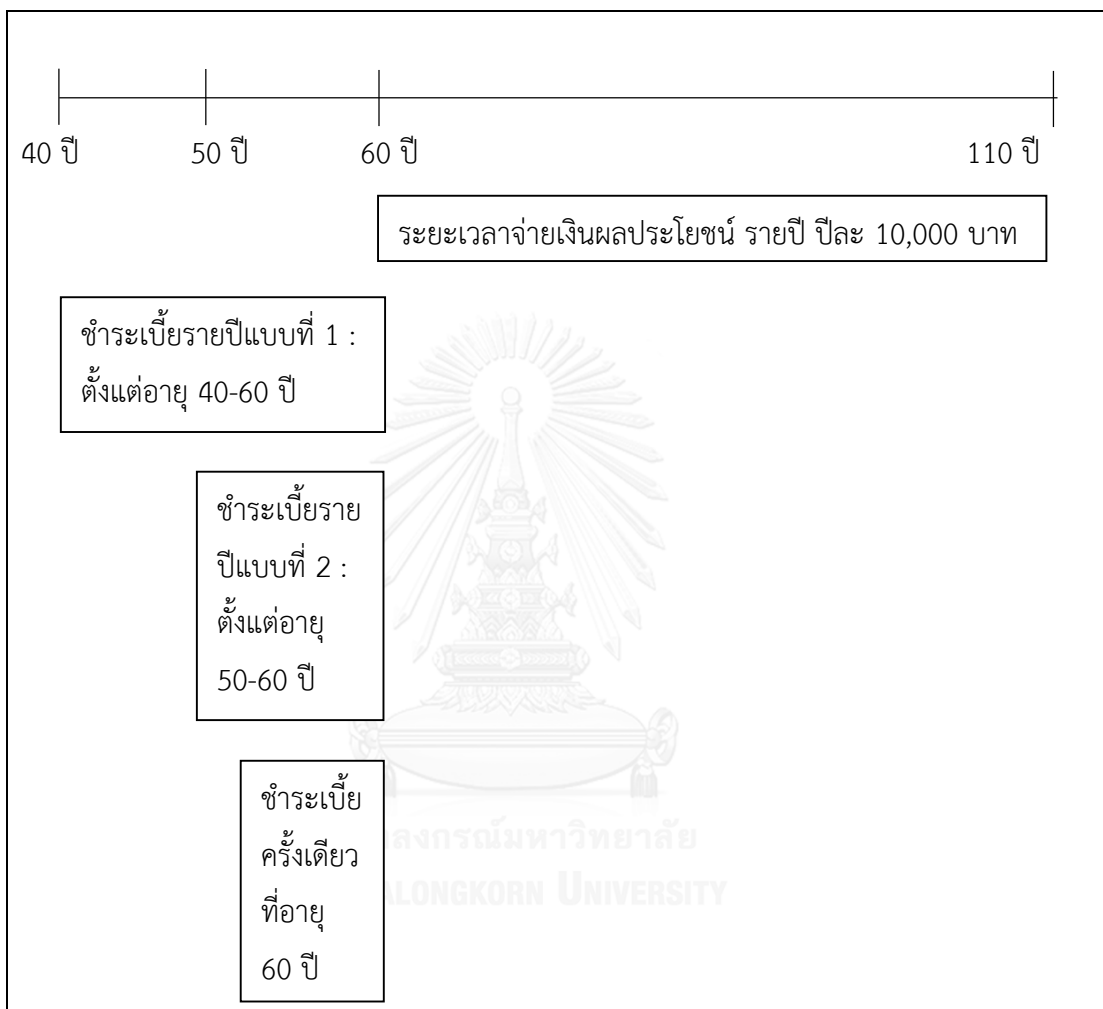
4.5.1 ผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตแบบเงินรายปีตัวอย่างแบบ A เป็นผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตอย่างง่าย มีรูปแบบในการจ่ายเงินผลประโยชน์ที่ไม่ซับซ้อน เหมาะที่จะใช้ในการพิจารณาผลกระทบของความแตกต่างของอัตราดอกเบี้ยในแต่ละรุ่นต่อการเปลี่ยนแปลงของค่าเบี้ยประกันภัย โดยมีรูปแบบในการจ่ายเงินผลประโยชน์คือ จ่ายเป็นรายปี ทุกสิ้นปี ปีละ 10000 บาท ตั้งแต่ผู้เอาประกันมีอายุ 60 ปีขึ้นไปจนกว่าจะเสียชีวิต โดยไม่มีการจ่ายเงินผลประโยชน์กรณีเสียชีวิตก่อนอายุ 60 ปี และแบ่งรูปแบบของการชำระเบี้ยประกันภัยเป็น 3 กรณี แต่ละกรณีจะใช้อัตราดอกเบี้ยของรุ่นที่แตกต่างกัน มีรายละเอียดดังนี้

- จ่ายเบี้ยประกันภัยรายปีตั้งแต่อายุ 40 ปี จนถึงอายุ 60 ปี โดยพิจารณาอัตราดอกเบี้ยของรุ่น 2466 2476 2486 2496 2506 2516 และ 2526

- จ่ายเบี้ยประกันภัยรายปีตั้งแต่อายุ 50 ปี จนถึงอายุ 60 ปี โดยพิจารณาอัตราดอกเบี้ยของรุ่น 2456 2466 2476 2486 2496 2506 และ 2516

- จ่ายเบี้ยประกันภัยครั้งเดียวที่อายุ 60 ปี โดยพิจารณาอัตราธรรมะของรุ่น 2446 2456 2466 2476 2486 2496 และ 2506

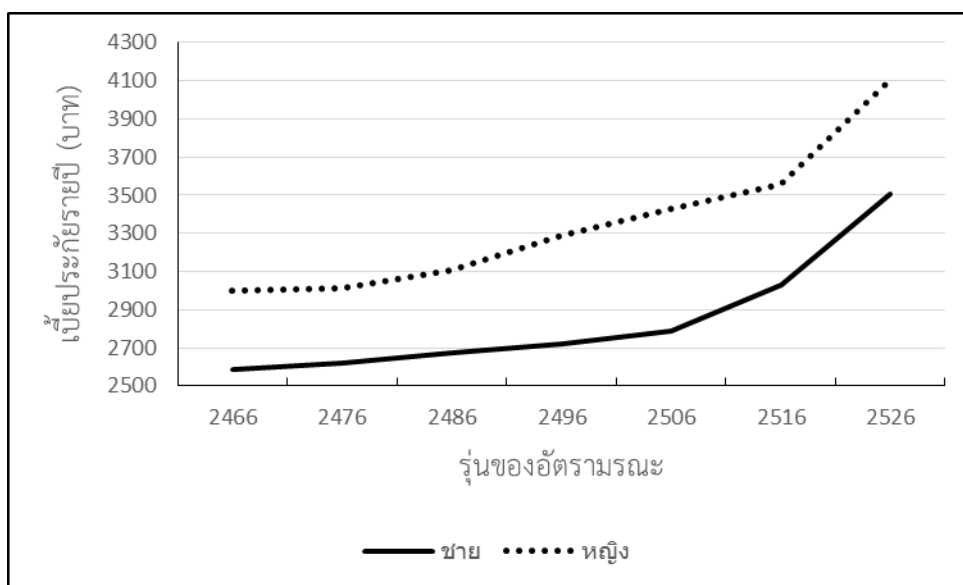
สรุปรูปแบบของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง A ได้ดังนี้



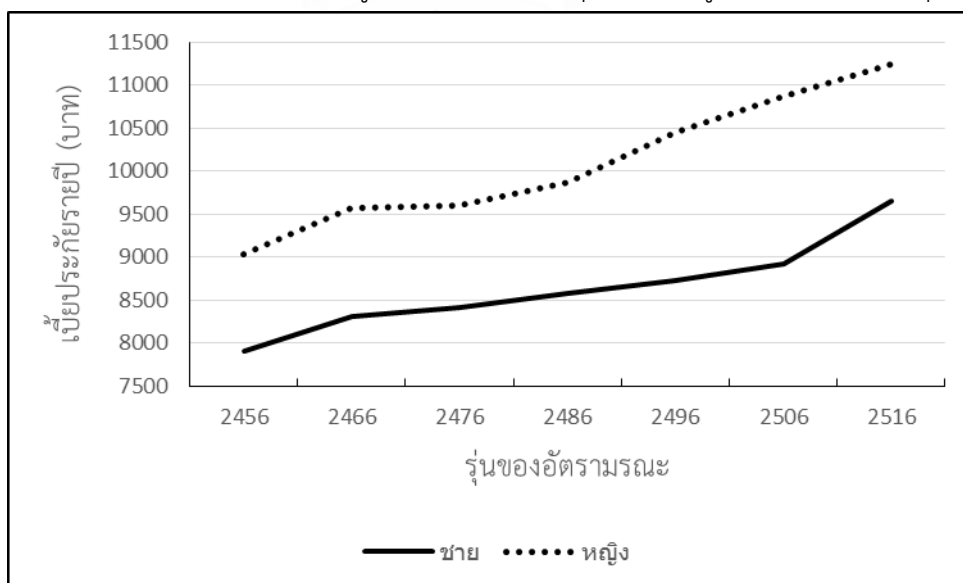
แผนภาพที่ 4.53 แสดงรูปแบบของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง A

จากแผนภาพที่ 4.54-4.56 พบว่าค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวดของทั้ง 3 รูปแบบการชำระเบี้ยประกันภัยของเพศหญิงมีค่าสูงกว่าค่าเบี้ยประกันภัยรายงวดของเพศชายในทุกส่วนของอัตราธรรมะที่พิจารณา เนื่องจากผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง A มีการจ่ายเงินผลประโยชน์รายงวดในกรณีที่ผู้เอาประกันภัยมีชีวิตรอด และอัตราธรรมะของเพศหญิงมีค่าต่ำกว่าอัตราธรรมะของเพศชายตามผลที่ได้ในหัวข้อที่ 4.5 ทำให้เบี้ยประกันภัยของเพศหญิงมีค่าสูงกว่า โดยเบี้ยประกันภัยที่คำนวณได้ของเพศหญิงมีค่าสูงกว่าเพศชายเฉลี่ยร้อยละ 17.96563 16.71278 และ 14.49371 สำหรับรูปแบบการชำระเบี้ยประกันภัยตั้งแต่อายุ 40 ปี 50 ปี และ 60 ปี ตามลำดับ ความแตกต่างระหว่างเบี้ย

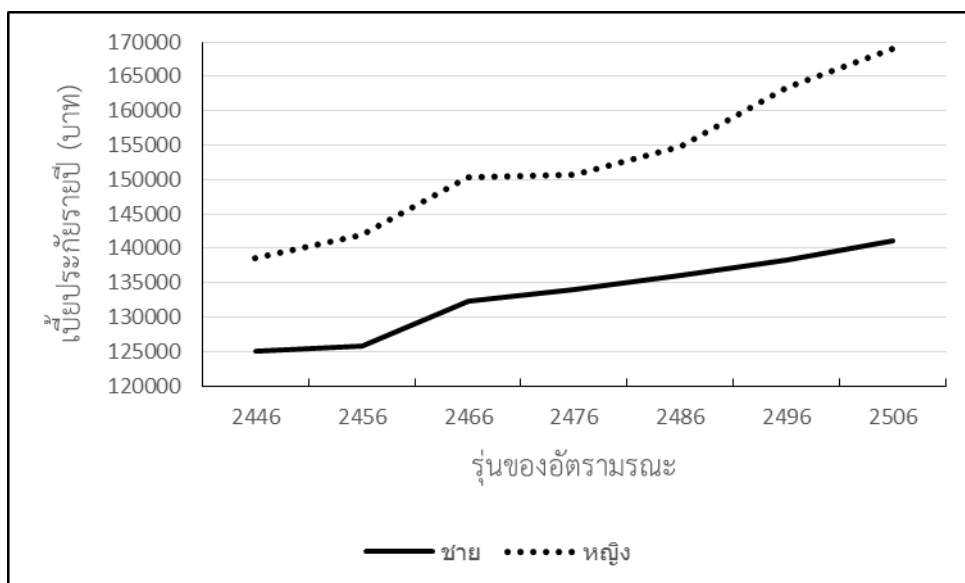
ประกันภัยที่คำนวณได้ของเพศชายและเพศหญิงที่มีค่าลดลงเมื่อระยะเวลาในการชำระเบี้ยประกันภัยสั้นลง เป็นผลเนื่องมาจากการจ่ายเบี้ยประกันภัยที่สั้นลง ทำให้เบี้ยประกันภัยที่คำนวณได้รับผลกระทบจากความแตกต่างระหว่างอัตราภาระของเพศชายและเพศหญิงน้อยลง นอกจากนี้แผนภาพที่ 4.54-4.56 แสดงให้เห็นว่าค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวดมีค่าสูงขึ้นเมื่อคำนวณด้วยอัตราภาระของรุ่นที่เกิดทีหลัง ซึ่งสอดคล้องกับการลดลงของอัตราภาระในแต่ละรุ่นของเพศชายและเพศหญิง



แผนภาพที่ 4.54 แสดงค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวด ของแบบประกันภัยตัวอย่าง A ที่มีการจ่ายเบี้ยประกันภัยรายปี ตั้งแต่ผู้เอาประกันภัยมีอายุ 40 ปี จนผู้เอาประกันภัยมีอายุ 60 ปี



แผนภาพที่ 4.55 แสดงค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวด ของแบบประกันภัยตัวอย่าง A ที่มีการจ่ายเบี้ยประกันภัยรายปี ตั้งแต่ผู้เอาประกันภัยมีอายุ 50 ปี จนผู้เอาประกันภัยมีอายุ 60 ปี



แผนภาพที่ 4.56 แสดงค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวด ของแบบประกันภัยตัวอย่าง A ที่มีการจ่ายเบี้ยประกันภัยครั้งเดียว เมื่อผู้เอาประกันภัยมีอายุ 60 ปี

ตารางที่ 4.18 แสดงค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวดของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง A

จ่ายเบี้ยประกันตั้งแต่อายุ 40 ปี ถึงอายุ 60 ปี			จ่ายเบี้ยประกันตั้งแต่อายุ 50 ปี ถึงอายุ 60 ปี			จ่ายเบี้ยประกันครั้งเดียว ที่อายุ 60 ปี		
รุ่น	ค่าของเบี้ยประกันรายงวด (บาท)		รุ่น	ค่าของเบี้ยประกันรายงวด (บาท)		รุ่น	ค่าของเบี้ยประกันรายงวด (บาท)	
	ชาย	หญิง		ชาย	หญิง		ชาย	หญิง
2466	2587.65	2999.24	2456	7905.79	9040.60	2446	125102.05	138507.24
2476	2618.40	3011.19	2466	8307.02	9565.05	2456	125709.62	141964.84
2486	2673.23	3103.64	2476	8420.91	9603.69	2466	132364.80	150364.57
2496	2718.03	3291.47	2486	8571.37	9875.45	2476	133968.15	150683.44
2506	2788.06	3432.43	2496	8722.76	10458.83	2486	136058.74	154809.21
2516	3029.43	3556.58	2506	8924.36	10869.45	2496	138329.06	163353.22
2526	3506.63	4107.74	2516	9646.04	11240.81	2506	141055.03	169072.35

4.5.2 ผลลัพธ์ประกันชีวิตตัวอย่าง B เป็นผลลัพธ์ประกันชีวิตที่มีจำหน่ายจริงของบริษัทประกันชีวิตแห่งหนึ่ง รายละเอียดของการชำระเบี้ยประกันภัยและรูปแบบของการจ่ายเงินผลประโยชน์เป็นดังตารางที่ 4.23 โดยเป็นผลลัพธ์ประกันชีวิตที่มีการจ่ายเงินผลประโยชน์เป็นแบบบำนาญรายปีตั้งแต่อายุ 60 ปี จนถึงอายุ 85 ปี และมีการรับรองการจ่ายเงินผลประโยชน์ 15 ปีแรก ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาค่าปัจจุบันทางคณิตศาสตร์ประกันภัย (Actuarial Present Value : APV) ที่อายุ 60 ปี (ปีที่จ่ายเบี้ยประกันภัยครบแล้ว รับเงินบำนาญเป็นปีแรก) ของเงินผลประโยชน์ที่จะต้องจ่ายในอนาคต เพื่อใช้หาค่าเบี้ยประกันภัยของแผนประกันตัวอย่าง B โดยเปรียบเทียบค่าเบี้ยประกันภัยระหว่างแบบที่ใช้อัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับแบบที่ใช้อัตราณณะตามตารางบำนาญไทย 2552 แยกตามเพศ เนื่องจากอัตราณณะของเพศชายและเพศหญิงมีค่าต่างกัน จึงแยกพิจารณาที่ละเพศด้วย สรุปการเปรียบเทียบค่าเบี้ยประกันภัยที่ควรเรียกเก็บ เพื่อให้บริษัทมีเงินสำรองไว้เพื่อใช้จ่ายเป็นเงินผลประโยชน์ในอนาคตได้ดังนี้

1) พิจารณาผู้เอาประกันภัยเพศชาย อายุ 60 ปี จำนวนเงินเอาประกันภัย 100,000 บาท เปรียบเทียบจำนวนเบี้ยประกันภัยระหว่างแบบที่ใช้อัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับแบบที่ใช้อัตราณณะตามตารางบำนาญไทย 2552 แยกตามเพศ

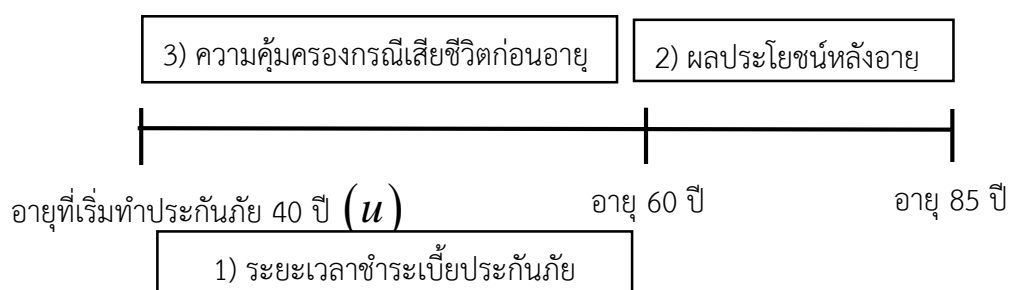
2) พิจารณาผู้เอาประกันภัยเพศหญิง อายุ 60 ปี จำนวนเงินเอาประกันภัย 100,000 บาท เปรียบเทียบจำนวนเบี้ยประกันภัยระหว่างแบบที่ใช้อัตราณณะที่พยากรณ์ได้กับแบบที่ใช้อัตราณณะตามตารางบำนาญไทย 2552 แยกตามเพศ

หลังจากนั้นจะเปรียบเทียบค่าเบี้ยประกันภัยของแบบประกันภัยตัวอย่าง B ที่คำนวณจากอัตราณณะของรุ่นที่ต่างกัน พิจารณาแยกเพศชายและเพศหญิง โดยมีรุ่นของอัตราณณะที่พิจารณาคือ รุ่น 2466 2476 2486 2496 2506 2516 2526 และ 2536

ตารางที่ 4.19 แสดงรายละเอียดของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตประเภทบำนาญที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

จำนวนเงินเอาประกันภัย	100,000 บาทขึ้นไป
อายุที่รับประกันภัย	40 ปี
ระยะเวลาชำระเบี้ยประกันภัย	ถึงอายุ 60 ปี
ระยะเวลาเอาประกันภัย	ถึงอายุ 85 ปี
ผลประโยชน์กรณีมีชีวิตอยู่ หลังอายุ 60 ปี	12% ณ สิ้นปีกรมธรรม์ที่อายุ 60 ปีจนถึงอายุ 85 ปี หากผู้เอาประกันภัยเสียชีวิตลงก่อนที่จะได้รับเงินบำนาญครบ 15 ปี (ปีกรมธรรม์ที่มีอายุครบ 60 – 74 ปี) บริษัทจะรับรองการจ่ายเงินเป็นจำนวนเดียวกับมูลค่าปัจจุบันของเงินบำนาญที่ยังไม่ได้จ่ายจนครบ 15 ปีให้แก่ผู้รับผลประโยชน์
ผลประโยชน์กรณีเสียชีวิตก่อนอายุ 60 ปี	100% ของจำนวนเงินเอาประกันภัย
<p>เบี้ยประกันภัยเฉพาะสัญญาหลักสามารถนำไปลดหย่อนภาษีได้ สูงสุด 300,000 บาทต่อปี (ภายใต้เงื่อนไขของกรมสรรพากร)</p>	

การหาจำนวนเบี้ยประกันภัยของแผนประกันชีวิตตัวอย่าง B จะพิจารณาค่าปัจจุบันทางคณิตศาสตร์ประกันภัยของเบี้ยประกันภัยและผลประโยชน์ของแผนประกันชีวิต โดยพิจารณาในปีที่ผู้เอาประกันภัยมีอายุ 60 ปี มีรายละเอียดแสดงดังแผนภาพที่ 4.57



แผนภาพที่ 4.57 แสดงรายละเอียดของการพิจารณาค่าปัจจุบันทางคณิตศาสตร์ประกันภัยของเบี้ยประกันภัยและผลประโยชน์ของแผนประกันชีวิตตัวอย่าง B

รายละเอียดการหาค่า APV ในแต่ละส่วนมีดังนี้

1) แบบประกันภัยนี้มีการจ่ายเบี้ยประกันภัยเป็นรายปี โดยจ่ายเบี้ยประกันภัยตอนต้น ตั้งแต่อายุที่รับประกันภัยจนถึงอายุ 60 ปี มีค่าปัจจุบันทางคณิตศาสตร์ประกันภัยพิจารณาที่อายุ 60 ปี คือ

$$P\ddot{a}_{\overline{u}|60-u}(1+i)^{60-u}$$

โดย P แทน ค่าเบี้ยประกันภัยของแบบประกันภัยตัวอย่าง

u แทน อายุที่เริ่มทำประกันภัย

$\ddot{a}_{\overline{c:d}|}$ แทน ค่าปัจจุบันทางคณิตศาสตร์ประกันภัยของเงินรายงวดจ่ายต้นปี

โดยจ่ายตั้งแต่อายุ c ปี เป็นระยะเวลา d ปี

เมื่อ c, d เป็นจำนวนเต็มใดๆ

2) เงินผลประโยชน์หลังอายุ 60 ปี มีการจ่ายเป็นรายปี เท่ากับร้อยละ 12 ของจำนวนเงินเอาประกันภัย โดยรับรองจ่ายในกรณีที่เสียชีวิตก่อนอายุ 74 เป็นค่าปัจจุบันของเงินประโยชน์ 15 ปีแรกที่ยังไม่ได้จ่าย มีรูปแบบของค่าปัจจุบันทางคณิตศาสตร์พิจารณาที่อายุ 60 ปี ดังนี้

$$a_{\overline{15}|} + \sum_{k=15}^{25} a_{\overline{k+1}|k} p_x q_{x+k}$$

โดย $a_{\overline{c}|}$ แทน ค่าปัจจุบันของเงินรายงวด ที่จ่ายทุกปีเป็นเวลา c ปี

${}_d p_e$ แทน ความน่าจะเป็นที่คนอายุ e ปี จะอยู่รอดเกินอายุ $e + d$ ปี

${}_d q_e$ แทน ความน่าจะเป็นที่คนอายุ e ปี เสียชีวิตก่อนอายุ $e + d$ ปี

เมื่อ c, d, e เป็นจำนวนเต็มใดๆ

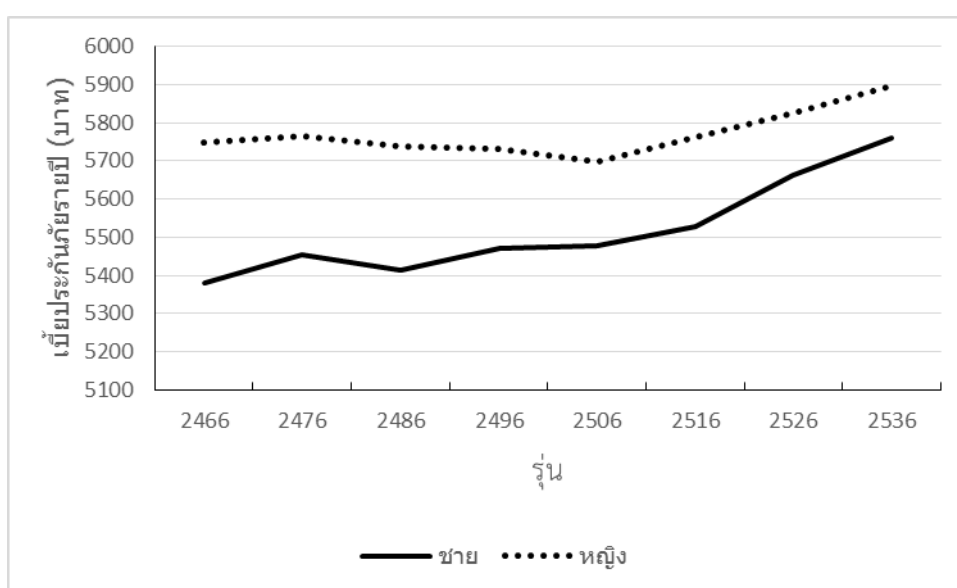
3) ความคุ้มครองกรณีเสียชีวิตก่อนอายุ 60 ปี มูลค่าของความคุ้มครองกรณีเสียชีวิตก่อนอายุ 60 ปี มีค่าเท่ากับจำนวนเงินเอาประกันภัย 100,000 บาท ค่าปัจจุบันทางคณิตศาสตร์ประกันภัยของความคุ้มครองกรณีเสียชีวิตก่อนอายุ 60 ปี พิจารณาที่อายุ 60 ปี มีค่าดังนี้

$$\left(\sum_{k=u}^{60} 100,000 {}_{k-x} p_x q_x \right) (1+i)^{60-u}$$

จากค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันภัยรับและเงินผลประโยชน์ พิจารณาที่อายุ 60 จะหาค่าเบี้ยประกันภัยของแผนประกันชีวิตแบบบำนาญตัวอย่างได้จากความสัมพันธ์ คือ

$\begin{aligned} & \text{APV(เงินผลประโยชน์หลังอายุ 60 ปี) + APV(ความคุ้มครองกรณีเสียชีวิตก่อนอายุ 60 ปี)} \\ & = \text{APV(เบี้ยประกันภัยที่ได้รับจากผู้เอาประกันภัย)} \end{aligned}$

เมื่อพิจารณามูลค่าเบี้ยประกันภัยสุทธิ(net premium) ของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตB พบว่ามูลค่าเบี้ยประกันภัยที่คำนวณจากอัตราธรรมะของรุ่นที่เกิดในปี 2516 มีค่า 5,526.61000 บาท สำหรับเพศชาย และ 5,761.27188 บาท สำหรับเพศหญิง ซึ่งมีความมากกว่ามูลค่าเบี้ยประกันภัยที่คำนวณจากอัตราธรรมะจากตารางบำนาญไทย ที่มีค่า 5,122.06262 บาท สำหรับเพศชาย และ 5,396.83198 บาท ซึ่งเกิดจากการลดลงของอัตราธรรมะในแต่ละรุ่น การที่บริษัทประกันชีวิตเรียกเก็บเบี้ยประกันชีวิตตามมูลค่าที่คำนวณจากตารางบำนาญไทย อาจทำให้เบี้ยประกันภัยที่เก็บมาไม่เพียงพอต่อการจ่ายเงินผลประโยชน์ในอนาคต



แผนภาพที่ 4.58 แสดงกราฟของมูลค่าเบี้ยประกันภัยที่คำนวณได้ของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง B ของเพศชายและเพศหญิง โดยใช้อัตราธรรมะของรุ่นเกิด 2466 2476 2486 2496 2506 2516 2526 และ 2536

ตารางที่ 4.20 แสดงมูลค่าเบี้ยประกันภัยที่คำนวณได้จากผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่างB ของเพศชายและเพศหญิง โดยใช้อัตราณณะของรุ่นเกิด 2466 2476 2486 2496 2506 2516 2526 และ 2536

รุ่นเกิด	ค่าของเบี้ยประกันรายงวด (บาท)	
	ชาย	หญิง
2466	5382.03603	5749.76887
2476	5453.25760	5763.90931
2486	5414.62037	5739.20578
2496	5469.47858	5730.19022
2506	5477.22897	5698.42548
2516	5526.61000	5761.27188
2526	5661.99929	5823.86533
2536	5761.04174	5895.05557

เมื่อพิจารณามูลค่าเบี้ยประกันภัยที่คำนวณได้จากแผนภาพที่ 4.58 พบว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเช่นเดียวกับมูลค่าเบี้ยประกันชีวิตของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิต A คือเบี้ยประกันชีวิตของเพศหญิงมีค่าสูงกว่าเพศชาย และมีแนวโน้มที่เพิ่มสูงขึ้นเมื่อคำนวณด้วยอัตราณณะของรุ่นที่เกิดหลัง โดยมูลค่าเบี้ยประกันภัยรายงวดของแบบประกันชีวิตตัวอย่างB มีค่าต่ำกว่ามูลค่าเบี้ยประกันภัยรายงวดของแบบประกันชีวิตตัวอย่างA เนื่องจากผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตB มีการรับประกันการจ่ายผลประโยชน์ 15 ปีแรก อย่างไรก็ตามความแตกต่างระหว่างเบี้ยประกันภัยของเพศชายและเพศหญิงเมื่อคำนวณด้วยอัตราณณะในรุ่นเดียวกันของแบบประกันชีวิตตัวอย่างB มีค่าร้อยละ 4.595 โดยเฉลี่ย ซึ่งน้อยกว่าความแตกต่างระหว่างเบี้ยประกันภัยของเพศชายและเพศหญิงเมื่อคำนวณด้วยอัตราณณะในรุ่นเดียวกันของแบบประกันชีวิตตัวอย่างA โดยเกิดจากระยะเวลาจ่ายเงินผลประโยชน์ที่สั้นกว่าของผลิตภัณฑ์ชีวิตตัวอย่างB และการการันตีเงินผลประโยชน์ 15 ปีแรก

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ศึกษาผลกระทบของรุ่นในอัตราณณะไทย โดยเลือกตัวแบบอัตราณณะที่เหมาะสมต่ออัตราณณะไทยจาก 5 ตัวแบบ ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะดังรายละเอียดต่อไปนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาผลกระทบของรุ่นในอัตราณณะไทย เพื่อพิจารณาความแตกต่างของอัตราณณะในรุ่นเกิดที่ต่างกัน และหาแนวโน้มของอัตราณณะในแต่ละรุ่น วิธีการศึกษาคือการเลือกตัวแบบอัตราณณะที่เหมาะสมต่ออัตราณณะไทยจาก 5 ตัวแบบ คือ ตัวแบบของลี คาร์เตอร์ (Lee-Carter model : LC) ตัวแบบของเรนชอร์และฮาร์เบอร์แมนเรนชอ และฮาเบอร์แมน (Renshaw and Haberman model: RH) ตัวแบบอายุ-เวลา-รุ่นประชากร (Age-Period-Cohort model: APC) ตัวแบบของแคร์น เบรค ดอร์ว (Cairns-Blake-Dowd model : CBD) และตัวแบบของแคร์น เบรค ดอร์ว แบบพิจารณาผลกระทบรุ่น (Generalized Cairns-Blake-Dowd model: GCBD) ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา คือข้อมูลจำนวนตาย จำแนกตามเพศและอายุ ในปี พ.ศ.2506-2557 จากสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ สำนักปลัดกระทรวงสาธารณสุข และข้อมูลจำนวนประชากรปลายปี จำแนกตามเพศและอายุ ในปี พ.ศ.2506-2558 จากกรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย การวิจัยพบว่าตัวแบบของเรนชอร์และฮาร์เบอร์แมน (RH model) เป็นตัวแบบที่มีความเหมาะสมต่ออัตราณณะไทย โดยพิจารณาจากค่า MAPE และค่า BIC ที่มีค่าน้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับตัวแบบอัตราณณะอื่นที่ศึกษา นอกจากนี้เมื่อพิจารณากราฟเปรียบเทียบระหว่างค่าอัตราณณะจริงและค่าที่ประมาณได้จากแต่ละตัวแบบที่ศึกษา พบว่า ตัวแบบ RH สามารถประมาณค่าอัตราณณะได้ใกล้เคียงกับค่าของอัตราณณะจริงในทุกช่วงอายุเมื่อเปรียบเทียบกับค่าประมาณที่ได้จากตัวแบบอื่น งานวิจัยนี้จึงเลือกตัวแบบ RH เป็นตัวแบบอัตราณณะที่ใช้ในการพยากรณ์อัตราณณะของไทย

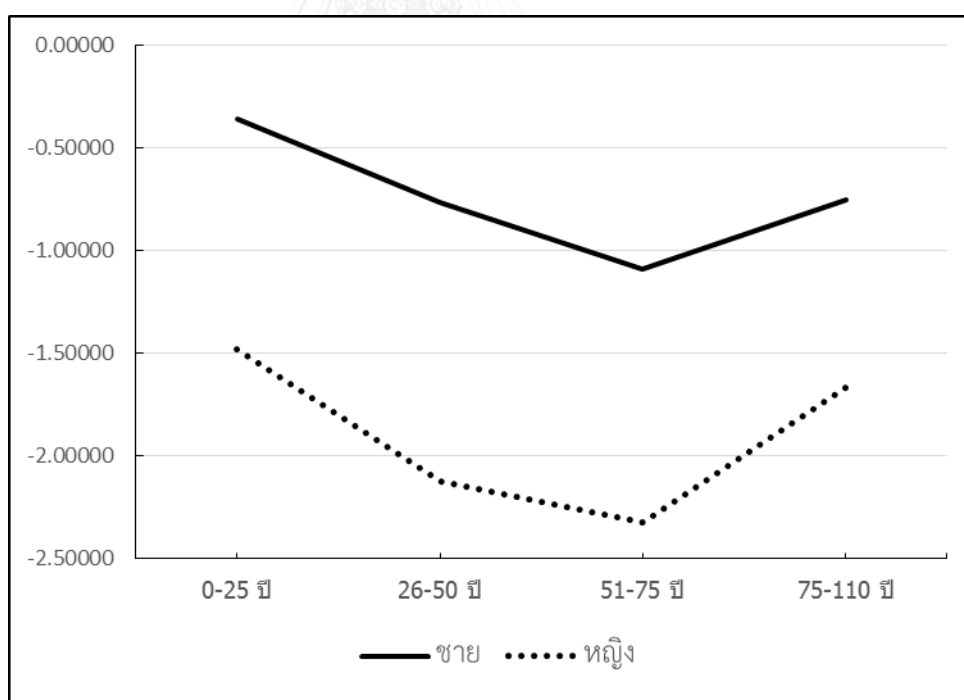
หลังจากเลือกตัวแบบ RH เป็นตัวแบบอัตราณณะที่ใช้ในการพยากรณ์อัตราณณะไทยแล้ว งานวิจัยนี้ได้หาตัวแบบอริมาที่มีความเหมาะสมกับค่าประมาณพารามิเตอร์แต่ละชุดของตัวแบบ จากการศึกษาได้ตัวแบบอริมาที่เหมาะสมเป็นดังนี้

- ค่าประมาณพารามิเตอร์ $K_{t,male}$ มีตัวแบบที่เหมาะสมคือ $ARIMA(0,0,0)$ with drift
- ค่าประมาณพารามิเตอร์ $K_{t,female}$ มีตัวแบบที่เหมาะสมคือ $ARIMA(0,0,0)$ with drift
- ค่าประมาณพารามิเตอร์ $\gamma_{t-x,male}$ มีตัวแบบที่เหมาะสมคือ $ARIMA(1,2,1)$
- ค่าประมาณพารามิเตอร์ $\gamma_{t-x,female}$ มีตัวแบบที่เหมาะสมคือ $ARIMA(2,2,1)$

ผลจากการพยากรณ์แสดงให้เห็นว่า อัตราธรรมะมีแนวโน้มลดลงในแต่ละรุ่นเกิด เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของอัตราธรรมะโดยแบ่งเป็น 4 ช่วงอายุ คือ 0-25 ปี 26-50 ปี 51-75 ปี และ 75-110 ปี พบว่า อัตราธรรมะมีแนวโน้มลดลงในอัตราที่แตกต่างกันในแต่ละอายุ โดยเมื่อพิจารณาอัตราธรรมะของช่วงอายุ คือ 0-25 ปี 26-50 ปี 51-75 ปี อัตราธรรมะของคนที่มียุมาก ลดลงมากกว่าอัตราธรรมะของคนที่มีอายุน้อย ส่วนอัตราธรรมะในช่วงอายุ 75-110 ปี มีการลดลงที่น้อยลงเมื่อเทียบกับอัตราธรรมะในช่วงอายุก่อนหน้า การลดลงของอัตราธรรมะในแต่ละช่วงอายุ สรุปได้ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 แสดงค่าร้อยละของการลดลงของอัตราธรรมะในช่วงอายุ 0-25 ปี 26-50 ปี 51-75 ปี และ 76-110 ปี ของเพศชายและเพศหญิง

อายุ \ เพศ	0-25 ปี	26-50 ปี	51-75 ปี	75-110 ปี
ชาย	-0.35633	-0.76785	-1.08783	-0.75006
หญิง	-1.47742	-2.12425	-2.32589	-1.66722



แผนภาพที่ 5.1 แสดงอัตราการลดลงของอัตราธรรมะในช่วงอายุ 0-25 ปี 26-50 ปี 51-75 ปี และ 76-110 ปี ของเพศชายและเพศหญิง

จากการพิจารณาค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปี (Life expectancy at age 60) พบว่า ค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปี เพิ่มขึ้นจาก 16.79 ปีในรุ่นเกิด 2446 เป็น 21.70 ปีในรุ่นเกิด 2516 สำหรับเพศชาย เพิ่มขึ้นเฉลี่ยร้อยละ 0.3756 ต่อปี และเพิ่มขึ้นจาก 19.03 ปีในรุ่นเกิด 2446 เป็น 26.34 ปีในรุ่นเกิด 2516 เพิ่มขึ้นเฉลี่ยร้อยละ 0.4709 ต่อ สำหรับเพศหญิง เมื่อพิจารณาร่วมกับค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปีที่คำนวณจากอัตราณณะในปี พ.ศ 2506-2626 พบว่าค่าอายุคาดเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรุ่นมีอัตราการเพิ่มที่มากกว่าค่าอายุคาดเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นตามปีปฏิทิน โดยค่าอายุคาดเฉลี่ยที่อายุ 60 ปีที่คำนวณจากอัตราณณะในแต่ละปีเพิ่มขึ้นต่อปีร้อยละ 0.2733 สำหรับเพศชาย และร้อยละ 0.4476 สำหรับเพศหญิง

งานวิจัยนี้ได้นำค่าอัตราณณะที่พยากรณ์ได้มาใช้ในการหามูลค่าเบี้ยประกันภัยของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง 2 ผลิตภัณฑ์ ผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง A เป็นผลิตภัณฑ์แบบเงินรายงวดที่มีรูปแบบในการจ่ายเงินผลประโยชน์คือ จ่ายเป็นรายปี ทุกสิ้นปี ตั้งแต่ผู้เอาประกันภัยมีอายุ 60 ปีขึ้นไปจนกว่าจะเสียชีวิต โดยมีรูปแบบการชำระเบี้ยประกันภัย 3 แบบ คือ ชำระเป็นรายปีตั้งแต่อายุ 40 ปีถึง 60 ปี ชำระเป็นรายปีตั้งแต่อายุ 50 ปีถึง 60 ปี และชำระครั้งเดียวเมื่ออายุ 60 ปี ผลจากการคำนวณมูลค่าเบี้ยประกันภัยด้วยอัตราณณะของรุ่นที่ต่างกันแสดงให้เห็นว่า มูลค่าของเบี้ยประกันภัยมีแนวโน้มที่สูงขึ้นสำหรับคนที่เกิดในรุ่นหลัง ซึ่งเป็นผลมาจากการที่อัตราณณะมีค่าลดลงในแต่ละรุ่น การที่ผู้ทำประกันมีชีวิตยืนยาวขึ้น ทำให้บริษัทประกันชีวิตต้องจ่ายเงินผลประโยชน์เป็นระยะเวลานานขึ้น นอกจากนี้พบว่ามูลค่าของเบี้ยประกันภัยรายงวดของเพศหญิงมีค่าสูงกว่าเบี้ยประกันภัยรายงวดของเพศชาย ซึ่งเป็นผลมาจากการที่อัตราณณะของเพศหญิงมีค่าต่ำกว่าเพศชาย โดยเบี้ยประกันภัยที่คำนวณได้ของเพศหญิงมีค่าสูงกว่าเพศชายเฉลี่ยร้อยละ 17.96563 16.71278 และ 14.49371 สำหรับแผนประกันชีวิตตัวอย่าง A ที่มีการจ่ายเงินผลประโยชน์ตั้งแต่อายุ 40 ปี 50 ปี และ 60 ปีตามลำดับ ผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง B มีความแตกต่างจากผลิตภัณฑ์ประกันชีวิตตัวอย่าง A คือ มีการรับรองการจ่ายเงินผลประโยชน์ 15 ปีแรกและจ่ายเงินผลประโยชน์รายงวดจนผู้เอาประกันมีอายุ 85 ปี ผลลัพธ์ที่ได้เป็นเช่นเดียวกับมูลค่าเบี้ยประกันชีวิตของผลิตภัณฑ์ประกันชีวิต A คือ เบี้ยประกันชีวิตของเพศหญิงมีค่าสูงกว่าเพศชาย และมีแนวโน้มที่เพิ่มสูงขึ้นเมื่อคำนวณด้วยอัตราณณะของรุ่นที่เกิดหลัง อย่างไรก็ตามความแตกต่างระหว่างเบี้ยประกันภัยของเพศชายและเพศหญิงเมื่อคำนวณด้วยอัตราณณะในรุ่นเดียวกัน มีค่าลดลงเหลือร้อยละ 4.595 ซึ่งเกิดจากระยะเวลาจ่ายเงินผลประโยชน์ที่สั้นกว่าเมื่อเปรียบเทียบผลิตภัณฑ์ชีวิตตัวอย่าง B และการรับรองการจ่ายเงินผลประโยชน์ 15 ปีแรก

5.2 อภิปรายผลการวิจัย

เมื่อเปรียบเทียบผลสรุปที่ได้จากงานวิจัยนี้กับงานวิจัยที่มีเนื้อหาใกล้เคียงพบว่า ผลสรุปที่ได้สอดคล้องกับงานวิจัยอัตรามรณะไทยของ จักรกฤษณ์ ศรีทองดี (จักรกฤษณ์ ศรีทองดี, 2555) ซึ่งสรุปผลการพยากรณ์อัตรามรณะว่า อัตรามรณะในอีก 20 ปีข้างหน้ามีแนวโน้มลดลง โดยอัตรามรณะของเพศหญิงต่ำกว่าเพศชาย นอกจากนี้ อัตรามรณะที่พยากรณ์จากงานวิจัยนี้ มีการเพิ่มขึ้นแบบเอกโปเนนเชียลแต่ลดลงเมื่อเข้าสู่วัยผู้สูงอายุเช่นเดียวกับผลสรุปจากงานวิจัยของศึกษา กิริติภรณ์ (ศึกษา กิริติภรณ์, 2556) แต่ผลสรุปของงานวิจัยนี้แตกต่างจากงานวิจัยของ ญัฐกร สุระเมธากุล (ญัฐกร สุระเมธากุล, 2552) ที่ทำการศึกษาอัตรามรณะของไทย โดยใช้ตัวแบบอัตรามรณะที่ไม่มีผลกระทบของรุ่นและใช้ข้อมูลจำนวนประชากรและจำนวนการตาย ในปีพ.ศ.2541-2551 พบว่า อัตรามรณะในช่วงอายุ 1ปีและ 20-40 ปี มีแนวโน้มลดลงมากกว่าช่วงอื่น แต่จากงานวิจัยนี้พบว่า อัตรามรณะในช่วงอายุ 51-75 ปี มีการลดลงของอัตรามรณะมากกว่าช่วงอื่น ความแตกต่างของผลสรุปดังกล่าวอาจเกิดจากการที่ใช้ตัวแบบอัตรามรณะและข้อมูลที่แตกต่างกันในการศึกษา

สำหรับงานวิจัยของอัตรามรณะในต่างประเทศ งานวิจัยของเรนชอและฮาร์เบอร์แมน (Haberman & Renshaw, 2008) ซึ่งศึกษาอัตรามรณะของประชากรในสหราชอาณาจักรพบว่าตัวแบบ RH ซึ่งเป็นตัวแบบที่มีผลกระทบของรุ่นเป็นปัจจัย สามารถประมาณค่าอัตรามรณะได้ดีกว่าตัวแบบอัตรามรณะที่ไม่มีการพิจารณาผลกระทบของรุ่น แสดงให้เห็นว่ารุ่นเป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตรามรณะ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยนี้ที่สรุปว่า ตัวแบบ RH ซึ่งเป็นตัวแบบที่มีผลกระทบของรุ่นสามารถประมาณค่าอัตรามรณะไทยได้ดี ในปี ค.ศ.2009 คาลล์และคณ (Cairns et.al) ทำการเปรียบเทียบตัวแบบอัตรามรณะ 8 ตัวแบบ ซึ่งมีตัวแบบทั้ง 5 ตัวแบบที่ศึกษาในงานวิจัยนี้รวมอยู่ด้วย โดยถ้าพิจารณาจากค่า BIC เป็นเกณฑ์พบว่า ตัวแบบ GCBD ประมาณค่าอัตรามรณะของสหราชอาณาจักรได้ดี แต่เนื่องจากงานวิจัยดังกล่าว ใช้ข้อมูลของคนที่มีอายุมากกว่า 60 ปีในการศึกษาและอัตรามรณะเป็นของสหราชอาณาจักรซึ่งอาจมีรูปแบบแตกต่างจากของไทย ผลสรุปที่ได้จึงแตกต่างจากงานวิจัยนี้ที่ได้ว่าตัวแบบ RH ประมาณค่าอัตรามรณะไทยของช่วงอายุ 0-110 ปีได้ดีที่สุดใน 5 ตัวแบบที่ศึกษา

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยในอนาคต

ในงานวิจัยนี้มีการกำหนดเงื่อนไขเบื้องต้นของการแจกแจงของจำนวนการตาย ตามรูปแบบของ link function ของตัวแบบอัตราฆณะ โดยตัวแบบอัตราฆณะ LC RH และ APC ที่มี link function อยู่ในรูปแบบลอการิทึม มีการกำหนดให้การแจกแจงของจำนวนการตายเป็นแบบปัวซอง และ ตัวแบบอัตราฆณะ CBD และ GCBD ที่มี link function อยู่ในรูปแบบของลอจิส มีการกำหนดให้การแจกแจงของจำนวนการตายเป็นแบบทวินาม การกำหนดชนิดการแจกแจงของจำนวนการตายดังกล่าว ทำให้ง่ายต่อการเขียนฟังก์ชันภาวะความน่าจะเป็นสูงสุดซึ่งถูกใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์และทำให้เศษที่เหลือจากการประมาณด้วยอัตราฆณะมีค่าเป็น 0 อย่างไรก็ตามการกำหนดดังกล่าวไม่ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดในการประมาณค่าด้วยตัวแบบเสมอไป การพิจารณาว่าจำนวนการตายมีลักษณะเป็นแบบอื่น ทำให้ยากต่อการเขียนฟังก์ชันภาวะความน่าจะเป็นสูงสุด แต่อาจทำให้สามารถประมาณค่าอัตราฆณะได้ใกล้เคียงกว่าผลการประมาณในงานวิจัยนี้

งานวิจัยนี้พิจารณาตัวแบบอัตราฆณะจำนวน 5 ตัวแบบที่เป็นที่นิยมในการใช้ประมาณค่าอัตราฆณะ คือตัวแบบ LC RH APC CBD และ GCBD พิจารณาตั้งแต่อายุ 0 ปี ถึง 110 ปี การใช้ตัวแบบอื่นที่นอกเหนือจากนี้หรือการกำหนดช่วงอายุที่สนใจ เช่น พิจารณาอัตราฆณะของผู้ที่มีอายุ 60 ปีขึ้นไป อาจทำให้ประมาณค่าอัตราฆณะได้ใกล้เคียงขึ้น

ข้อมูลจำนวนการตายที่ใช้ในงานวิจัยนี้ มีการเปลี่ยนระบบการเก็บข้อมูลในปี พ.ศ. 2540 ส่งผลให้ค่าอัตราฆณะก่อนและหลังปี พ.ศ. 2540 มีลักษณะแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด โดยสังเกตได้จากค่าพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับปีปฏิทินก่อนและหลังปี พ.ศ. 2540 ที่มีลักษณะลดลงอย่างมาก งานวิจัยนี้จึงพยากรณ์ค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวโดยใช้ค่าพารามิเตอร์หลังปี พ.ศ. 2540 ทั้งนี้การใช้เพียงอัตราฆณะหลังปี พ.ศ. 2540 ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตราฆณะอาจทำให้ได้ค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับค่าอัตราฆณะจริง แต่มีข้อเสียคือมีจำนวนข้อมูลที่นำมาพิจารณาน้อยทำให้ขาดความแม่นยำในการหารูปแบบของอัตราฆณะในอนาคต

5.3.2 ข้อเสนอแนะสำหรับบริษัทประกันชีวิต

ปัจจุบันคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย (คปภ.) กำหนดให้มูลค่าของเบี้ยประกันชีวิตแบบบำนาญต้องถูกคำนวณโดยอ้างอิงอัตราณณะจากตารางบำนาญไทย 2552 จากผลสรุปของงานวิจัยนี้พบว่าอัตราณณะมีแนวโน้มลดลงในแต่ละรุ่นเกิด ทำให้มูลค่าเบี้ยประกันภัยที่คำนวณโดยอัตราณณะของคนที่เกิดในรุ่นหลังมีแนวโน้มสูงขึ้น การที่บริษัทประกันชีวิตคำนวณเบี้ยประกันภัยสุทธิด้วยอัตราณณะจากตารางบำนาญไทย 2552 อาจทำให้เบี้ยประกันภัยที่เรียกเก็บมีมูลค่าไม่เพียงพอต่อการจ่ายเป็นเงินผลประโยชน์ในอนาคต บริษัทประกันชีวิตจึงควรคำนึงถึงความเสี่ยงที่เกิดจากการมีชีวิตยืนยาวมากขึ้น (Longevity risk) ของผู้ทำประกันภัย เพื่อให้บริษัทมีความมั่นคงในการประกอบกิจการในระยะยาว



รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- จักรกฤษณ์ ศรีทองดี. (2555). การพยากรณ์อัตราการมรณะไทยด้วยตัวแบบโบลจิสติกส์. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณัฐกร สุระเมธากุล. (2552). การคาดประมาณอัตราการมรณะไทย: การเปรียบเทียบ 3 วิธีการ (ลี-คาร์เตอร์ ฟิชชีลี-คาร์เตอร์ และการแปลงของแวง). (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศีกษา กิริติภรณ์. (2556). การพยากรณ์แนวโน้มการมรณะจำแนกตามสาเหตุการตายในประเทศไทย. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Cairns, A. J. G., Blake, D., & Dowd, K. (2006). A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: Theory and calibration. *Journal of Risk and Insurance*, 73, 687-718.
- Cairns, A. J. G., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G. D., Epstein, D., Ong, A., & Balevich, I. (2009). A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from england & wales and the united states. *NORTH AMERICAN ACTUARIAL JOURNAL*, 13, 1-35.
- Danan, G., Nan, L., Patrick, G., Thomas, S., Kirill, A., & Gerhard, H. (2013). Old age mortality in Eastern and South-Eastern Asia. *Demographic Research*, 29, 999-1038.
- Forfar, D. O. (2009). Forecasting U.K. population mortality allowing for age, period and cohort effects. *British Actuarial Journal*, 15, 73-89.
- Haberman, S., & Renshaw, A. (2008). Mortality, longevity and experiments with the Lee-Carter model. *Lifetime Data Anal*, 14(3), 286-315. doi: 10.1007/s10985-008-9084-2
- Renshaw, A., and Haberman, S. (2006). A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors., 36, 556-570.

Shryock, H. S., S. Larmon, E. (1980). *The methods and materials of demography*:
Department of Commerce, Bureau of the Census.





ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก ก

ลักษณะของตัวแบบอัตราณณะที่ศึกษา ฟังก์ชัน log-likelihood
และสมการที่ใช้ในการทำซ้ำเพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก ก1. การเปรียบเทียบลักษณะตัวแบบ

ตัวแบบในงานวิจัยนี้มีรูปแบบคล้ายกัน คืออยู่ใน GAPC family เหมือนกัน ต่างกันเพียงค่าพารามิเตอร์ สรุปได้ดังตารางที่ ก1

ตารางที่ ก1 แสดงการเปรียบเทียบลักษณะตัวแบบอัตรามรณะที่ศึกษา

ชนิดของตัวแบบ	รูปแบบของตัวแบบ	ค่าพารามิเตอร์เมื่อเปรียบเทียบกับรูปแบบทั่วไปของตัวแบบใน GAPC family
รูปแบบทั่วไปของตัวแบบใน GAPC family	$\eta_{x,t} = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$	-
ตัวแบบ LC	$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}$	$\eta_{x,t} = \ln(m_{x,t})$ $N = 1$ $\beta_x^{(0)} = 0$
ตัวแบบ RH*	$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$	$\eta_{x,t} = \ln(m_{x,t})$ $N = 1$ $\beta_x^{(0)} \neq 0$
ตัวแบบ APC*	$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}$	$\eta_{x,t} = \ln(m_{x,t})$ $N = 1$ $\beta_x^{(0)} \neq 0$ $\beta_x^{(1)} = 1$
ตัวแบบ CBD	$\ln\left(\frac{q_{x,t}}{1-q_{x,t}}\right) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x})$	$\eta_{x,t} = \ln\left(\frac{q_{x,t}}{1-q_{x,t}}\right)$ $N = 2$ $\beta_x^{(0)} = 0$ $\beta_x^{(1)} = 1$ $\beta_x^{(2)} = x - \bar{x}$

*ตัวแบบที่มีการพิจารณาผลกระทบรุ่น

ตารางที่ ก1(ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบลักษณะตัวแบบอัตราณณะที่ศึกษา

ชนิดของตัวแบบ	รูปแบบของตัวแบบ	ค่าพารามิเตอร์เมื่อเปรียบเทียบกับรูปแบบทั่วไปของตัวแบบใน GAPC family
ตัวแบบ CBD แบบรวม ผลกระทบรุ่น*	$\ln\left(\frac{q_{x,t}}{1-q_{x,t}}\right) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x - \bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x - \bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}$	$\eta_{x,t} = \ln\left(\frac{q_{x,t}}{1-q_{x,t}}\right)$ $N = 3$ $\beta_x^{(0)} \neq 0$ $\beta_x^{(1)} = 1$ $\beta_x^{(2)} = x - \bar{x}$ $\beta_x^{(3)} = (x - \bar{x})^2 - \sigma_x^2$

*ตัวแบบที่มีการพิจารณาผลกระทบรุ่น



ภาคผนวก ก2. ฟังก์ชัน log-likelihood ของตัวแบบอัตราผลตอบแทนที่ศึกษา

ตารางที่ ก2 แสดงฟังก์ชัน log-likelihood ของตัวแบบอัตราผลตอบแทนที่ศึกษา

	ฟังก์ชัน log-likelihood
ตัวแบบ LC	$l(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}) = \sum_{x,t} \left(D_{x,t} (\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}) - E_{x,t} e^{(\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)})} \right)$
ตัวแบบ RH*	$l(\alpha_x, \beta_x^{(1)}, \kappa_t^{(1)}, \beta_x^{(0)}, \gamma_{t-x}) = \sum_{x,t} \left(\begin{array}{l} D_{x,t} (\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}) \\ - E_{x,t} e^{(\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x})} \end{array} \right)$
ตัวแบบ APC*	$l(\alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \gamma_{t-x}) = \sum_{x,t} \left(\begin{array}{l} D_{x,t} (\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}) \\ - E_{x,t} e^{(\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x})} \end{array} \right)$
ตัวแบบ CBD	$l(\kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}) = \sum_{x,t} \left(\begin{array}{l} D_{x,t} (\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x})) \\ + E_{x,t} \ln(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x})}) \end{array} \right)$
ตัวแบบ CBD แบบ รวม ผลกระทบ รุ่น*	$l(\kappa_t^{(1)}, \kappa_t^{(2)}) = \sum_{x,t} \left(\begin{array}{l} D_{x,t} (\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x}) \\ + \kappa_t^{(3)} ((x - \bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}) \\ + E_{x,t} \ln(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x - \bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}) \end{array} \right)$

*ตัวแบบที่มีการพิจารณาผลกระทบรุ่น

ภาคผนวก ก3 สมการที่ใช้ในการทำซ้ำเพื่อหาค่าพารามิเตอร์

สมการในการทำซ้ำด้วยวิธีของนิวตันแรฟสันเพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละตัว เป็นตารางที่ ก3

ตารางที่ ก3 แสดงสมการที่ใช้ในการซ้ำด้วยวิธีของนิวตันแรฟสันเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์

<p>ตัวแบบ LC</p> $\alpha_{x,n+1} = \alpha_{x,n} - \frac{\sum_{x,t} (D_{x,t} - E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}})}{\sum_{x,t} (-E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}})}$ $\beta_{x,n+1}^{(1)} = \beta_{x,n}^{(1)} - \frac{\sum_{x,t} (D_{x,t} \kappa_t^{(1)} - E_{x,t} \kappa_t^{(1)} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}})}{\sum_{x,t} (-E_{x,t} (\kappa_t^{(1)})^2 e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}})}$ $\kappa_{t,n+1}^{(1)} = \kappa_{t,n}^{(1)} - \frac{\sum_{x,t} (D_{x,t} \beta_x^{(1)} - E_{x,t} \beta_x^{(1)} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}})}{\sum_{x,t} (-E_{x,t} (\beta_x^{(1)})^2 e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)}})}$
<p>ตัวแบบ RH</p> $\alpha_{x,n+1} = \alpha_{x,n} - \frac{\sum_{x,t} (D_{x,t} - E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}})}{\sum_{x,t} (-E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}})}$ $\beta_{x,n+1}^{(1)} = \beta_{x,n}^{(1)} - \frac{\sum_{x,t} (D_{x,t} \kappa_t^{(1)} - E_{x,t} \kappa_t^{(1)} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}})}{\sum_{x,t} (-E_{x,t} (\kappa_t^{(1)})^2 e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}})}$

ตาราง ก3 (ต่อ) แสดงสมการที่ใช้ในการจำลองด้วยวิธีของนิวตันเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์

$$\begin{aligned}
 \kappa_{t,n+1}^{(1)} &= \kappa_{t,n}^{(1)} - \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} \beta_x^{(1)} - E_{x,t} \beta_x^{(1)} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}} \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} \left(\beta_x^{(1)} \right)^2 e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}} \right)} \\
 \beta_{x,n+1}^{(0)} &= \beta_{x,n}^{(0)} - \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} \gamma_{t-x} - E_{x,t} \gamma_{t-x} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}} \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} \left(\gamma_{t-x} \right)^2 e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}} \right)} \\
 \gamma_{t-x,n+1} &= \gamma_{t-x,n} - \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} \beta_x^{(0)} - E_{x,t} \beta_x^{(0)} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}} \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} \left(\beta_x^{(0)} \right)^2 e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}} \right)}
 \end{aligned}$$

ตัวแบบ APC

$$\begin{aligned}
 \alpha_{x,n+1} &= \alpha_{x,n} - \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} e^{\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}} \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} e^{\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}} \right)} \\
 \kappa_{t,n+1}^{(1)} &= \kappa_{t,n}^{(1)} - \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} e^{\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}} \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} e^{\alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}} \right)} \\
 \gamma_{t-x,n+1} &= \gamma_{t-x,n} - \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} \beta_x^{(0)} e^{\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}} \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} e^{\alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}} \right)}
 \end{aligned}$$

ตาราง ก3 (ต่อ) แสดงสมการที่ใช้ในการจำลองด้วยวิธีของนิวตันเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์

ตัวแบบ CBD

$$\kappa_{t,n+1}^{(1)} = \kappa_{t,n}^{(1)} - \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} \left(\frac{e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})}}{1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})}} \right) \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} \frac{\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})} \right) e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})} - e^{2(\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}))}}{\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})} \right)^2} \right)}$$

$$\kappa_{t,n+1}^{(2)} = \kappa_{t,n}^{(2)} - \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} \left(\frac{((x-\bar{x})e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})})}{1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})}} \right) \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} (x-\bar{x})^2 \left(\frac{\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})} \right) e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})} - e^{2(\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}))}}{\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x})} \right)^2} \right) \right)}$$

ตาราง ก3 (ต่อ) แสดงสมการที่ใช้ในการำซ้ำด้วยวิธีของนิวตันเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์

ตัวแบบ GCBD

$$\kappa_{t,n+1}^{(1)} = \kappa_{t,n}^{(1)}$$

$$\frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} \left(\frac{e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}}{1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}} \right) \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} \left(\frac{\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}} \right) e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}}{-e^{2(\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x})}} \right)^2 \right)}$$

$$\kappa_{t,n+1}^{(2)} = \kappa_{t,n}^{(2)}$$

$$\frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} \left(\frac{e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}}{1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}} \right) (x - \bar{x}) \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} (x - \bar{x})^2 \frac{\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}} \right) e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}}{-e^{2(\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)}(x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)}((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x})}} \right)^2 \right)}$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตาราง ก3 (ต่อ) แสดงสมการที่ใช้ในการำซ้ำด้วยวิธีของนิวตันเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์

$$\begin{aligned}
 & \kappa_{t,n+1}^{(3)} = \kappa_{t,n}^{(3)} \\
 & \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} \left(\frac{e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}}{1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}} \right) ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2)^2 \frac{\left(\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}} \right) e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}} \right)}{-e^{2(\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x})}}{\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}} \right)^2} \right)} \\
 & \gamma_{t-x,n+1} = \gamma_{t-x,n} \\
 & \frac{\sum_{x,t} \left(D_{x,t} - E_{x,t} \left(\frac{e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}}{1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}}} \right) \right)}{\sum_{x,t} \left(-E_{x,t} \frac{\left(\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}} \right) e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}} \right)}{-e^{2(\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x})}}{\left(1 + e^{\kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x-\bar{x}) + \kappa_t^{(3)} ((x-\bar{x})^2 - \sigma_x^2) + \gamma_{t-x}} \right)^2} \right)}
 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข
คำอัตราตายกลางปีที่ถูกปรับให้เหมาะสมต่องานวิจัย
ของเพศชายและเพศหญิง ของปี พ.ศ. 2506 2516 2526 2536 2546 และ 2556

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ ข1 แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ถูกปรับให้เหมาะสมต่อการวิจัยของปี พ.ศ. 2556
2526 2546 และ 2556

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
0	0.02557	0.01722	0.00817	0.00479	0.00511	0.00520
1	0.00960	0.00608	0.00307	0.00204	0.00161	0.00081
2	0.01145	0.00268	0.00136	0.00084	0.00091	0.00048
3	0.00392	0.00234	0.00118	0.00074	0.00065	0.00042
4	0.00398	0.00236	0.00117	0.00074	0.00068	0.00041
5	0.00213	0.00148	0.00102	0.00072	0.00070	0.00043
6	0.00209	0.00140	0.00097	0.00069	0.00063	0.00040
7	0.00191	0.00126	0.00086	0.00064	0.00051	0.00035
8	0.00172	0.00114	0.00075	0.00052	0.00049	0.00031
9	0.00156	0.00105	0.00067	0.00043	0.00041	0.00027
10	0.00081	0.00072	0.00052	0.00041	0.00037	0.00033
11	0.00082	0.00074	0.00052	0.00040	0.00037	0.00033
12	0.00097	0.00088	0.00060	0.00043	0.00041	0.00038
13	0.00142	0.00126	0.00084	0.00060	0.00054	0.00052
14	0.00217	0.00187	0.00122	0.00083	0.00083	0.00072
15	0.00084	0.00107	0.00096	0.00134	0.00132	0.00107
16	0.00116	0.00141	0.00122	0.00174	0.00186	0.00126
17	0.00149	0.00176	0.00149	0.00199	0.00226	0.00144
18	0.00169	0.00196	0.00166	0.00215	0.00239	0.00155
19	0.00185	0.00212	0.00182	0.00230	0.00256	0.00168
20	0.00149	0.00166	0.00191	0.00234	0.00268	0.00142
21	0.00159	0.00170	0.00197	0.00236	0.00267	0.00143
22	0.00180	0.00190	0.00221	0.00246	0.00254	0.00152

ตารางที่ ข1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ถูกปรับให้เหมาะสมต่อการวิจัยของปี พ.ศ.
2556 2526 2546 และ 2556

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
23	0.00204	0.00217	0.00252	0.00267	0.00288	0.00170
24	0.00223	0.00247	0.00285	0.00296	0.00291	0.00191
25	0.00169	0.00152	0.00203	0.00236	0.00305	0.00169
26	0.00185	0.00171	0.00227	0.00245	0.00333	0.00186
27	0.00207	0.00196	0.00260	0.00282	0.00345	0.00202
28	0.00231	0.00224	0.00293	0.00314	0.00398	0.00211
29	0.00251	0.00251	0.00322	0.00327	0.00417	0.00217
30	0.00234	0.00241	0.00246	0.00268	0.00458	0.00267
31	0.00249	0.00267	0.00266	0.00292	0.00489	0.00267
32	0.00258	0.00286	0.00280	0.00299	0.00487	0.00264
33	0.00265	0.00300	0.00294	0.00314	0.00472	0.00261
34	0.00270	0.00307	0.00307	0.00312	0.00494	0.00257
35	0.00310	0.00366	0.00321	0.00323	0.00505	0.00364
36	0.00314	0.00385	0.00340	0.00350	0.00471	0.00359
37	0.00323	0.00400	0.00357	0.00357	0.00508	0.00352
38	0.00337	0.00410	0.00371	0.00357	0.00508	0.00358
39	0.00357	0.00412	0.00380	0.00378	0.00480	0.00359
40	0.00407	0.00473	0.00448	0.00408	0.00488	0.00470
41	0.00435	0.00479	0.00467	0.00415	0.00510	0.00469
42	0.00464	0.00495	0.00489	0.00437	0.00538	0.00465
43	0.00485	0.00511	0.00503	0.00470	0.00570	0.00469
44	0.00500	0.00534	0.00515	0.00473	0.00559	0.00482
45	0.00627	0.00586	0.00628	0.00492	0.00590	0.00573

ตารางที่ ข1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ถูกปรับให้เหมาะสมต่อการวิจัยของปี พ.ศ.

2556 2526 2546 และ 2556

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
46	0.00666	0.00614	0.00648	0.00545	0.00617	0.00584
47	0.00687	0.00634	0.00663	0.00572	0.00604	0.00603
48	0.00717	0.00671	0.00699	0.00633	0.00645	0.00619
49	0.00725	0.00701	0.00733	0.00708	0.00675	0.00619
50	0.00798	0.00741	0.00852	0.00762	0.00750	0.00729
51	0.00816	0.00782	0.00900	0.00889	0.00762	0.00769
52	0.00837	0.00822	0.00943	0.00789	0.00803	0.00800
53	0.00873	0.00871	0.00992	0.00880	0.00914	0.00829
54	0.00933	0.00938	0.01053	0.00918	0.00919	0.00867
55	0.00987	0.01065	0.01086	0.01016	0.00964	0.00924
56	0.01035	0.01149	0.01143	0.01041	0.01022	0.00992
57	0.01095	0.01233	0.01214	0.01133	0.01109	0.01063
58	0.01179	0.01324	0.01313	0.01180	0.01175	0.01174
59	0.01281	0.01408	0.01433	0.01303	0.01387	0.01239
60	0.01499	0.01641	0.01624	0.01446	0.01447	0.01314
61	0.01657	0.01788	0.01809	0.01618	0.01658	0.01411
62	0.01796	0.01915	0.01970	0.01617	0.01636	0.01493
63	0.01960	0.02076	0.02138	0.02024	0.01893	0.01617
64	0.02175	0.02306	0.02333	0.02061	0.02034	0.01757
65	0.01855	0.02305	0.02347	0.02121	0.02093	0.01667
66	0.02109	0.02592	0.02636	0.02093	0.02309	0.01913
67	0.02355	0.02886	0.02890	0.02710	0.02495	0.02160
68	0.02603	0.03211	0.03079	0.02746	0.02394	0.02429

ตารางที่ ข1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ถูกปรับให้เหมาะสมต่อการวิจัยของปี พ.ศ.

2556 2526 2546 และ 2556

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
69	0.02940	0.03702	0.03289	0.03317	0.02870	0.02718
70	0.03382	0.04313	0.04349	0.03359	0.03165	0.03571
71	0.03713	0.04735	0.04726	0.03297	0.03414	0.03830
72	0.04091	0.05217	0.05210	0.04009	0.03590	0.04010
73	0.04437	0.05659	0.05650	0.04023	0.04284	0.04287
74	0.04798	0.06120	0.06108	0.04386	0.04267	0.04493
75	0.05289	0.06840	0.06870	0.06450	0.04987	0.04599
76	0.05843	0.07556	0.07508	0.05386	0.04895	0.04911
77	0.06311	0.08162	0.08098	0.05998	0.05867	0.05220
78	0.06884	0.08902	0.08825	0.05545	0.06067	0.05595
79	0.07505	0.09706	0.09601	0.07624	0.06874	0.05861
80	0.08162	0.10556	0.10422	0.06922	0.07821	0.06149
81	0.09195	0.11893	0.11581	0.08306	0.07868	0.06474
82	0.09987	0.12918	0.12525	0.09039	0.08979	0.06928
83	0.10821	0.13996	0.13509	0.08190	0.08753	0.07580
84	0.11769	0.15224	0.14605	0.09876	0.09015	0.07939
85	0.12820	0.16584	0.15739	0.10351	0.09652	0.08678
86	0.13960	0.18046	0.16961	0.10885	0.10353	0.09493
87	0.15199	0.19616	0.18276	0.11486	0.11127	0.10391
88	0.16542	0.21301	0.19692	0.12161	0.11982	0.11381
89	0.18000	0.23106	0.21216	0.12919	0.12928	0.12475
90	0.19582	0.25038	0.22856	0.13770	0.13976	0.13682
91	0.21297	0.27103	0.24622	0.14727	0.15138	0.15017

ภาคผนวก ค
ค่าประมาณพารามิเตอร์ของแต่ละตัวแบบอัตราณณะที่ศึกษา
ของเพศชายและเพศหญิง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตาราง ค1 แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ LC ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
0	-4.68153	-4.89098	0.04354	0.01080
1	-5.72095	-5.80073	0.04450	0.01488
2	-6.40844	-6.90349	0.04301	0.01192
3	-6.62334	-7.06392	0.04195	0.01200
4	-6.62531	-7.09727	0.04274	0.01258
5	-6.91246	-7.24515	0.03129	0.01431
6	-6.95250	-7.28250	0.03192	0.01455
7	-7.05960	-7.36178	0.03278	0.01476
8	-7.18493	-7.40296	0.03436	0.01527
9	-7.30132	-7.49151	0.03672	0.01584
10	-7.59924	-7.58371	0.02154	0.01112
11	-7.60476	-7.60350	0.02286	0.01155
12	-7.45852	-7.61452	0.02484	0.01232
13	-7.12267	-7.46572	0.02720	0.01332
14	-6.74581	-7.28463	0.02892	0.01402
15	-6.84185	-7.26884	-0.01464	0.00990
16	-6.58972	-7.16780	-0.01352	0.01029
17	-6.38807	-7.13668	-0.01177	0.01106
18	-6.29567	-7.07984	-0.01000	0.01210
19	-6.22522	-7.00697	-0.00852	0.01280
20	-6.26558	-7.19752	-0.01654	0.00307
21	-6.24885	-7.02816	-0.01479	0.00381

ตาราง ค1 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ LC ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
22	-6.15569	-6.89922	-0.01240	0.00491
23	-6.04124	-6.71900	-0.01046	0.00609
24	-5.93474	-6.54794	-0.00781	0.00732
25	-6.15021	-6.81618	-0.03625	-0.00749
26	-6.05282	-6.72788	-0.03396	-0.00608
27	-5.93263	-6.63689	-0.03158	-0.00483
28	-5.82846	-6.57297	-0.02899	-0.00355
29	-5.75497	-6.51506	-0.02659	-0.00231
30	-5.84447	-6.51574	-0.03441	-0.00211
31	-5.78619	-6.46515	-0.03154	-0.00080
32	-5.75131	-6.43502	-0.02889	0.00040
33	-5.71992	-6.40625	-0.02606	0.00145
34	-5.69888	-6.36583	-0.02411	0.00210
35	-5.61837	-6.29696	-0.01647	0.00493
36	-5.58834	-6.25697	-0.01372	0.00601
37	-5.55785	-6.20445	-0.01200	0.00668
38	-5.52947	-6.15449	-0.01065	0.00719
39	-5.50551	-6.12085	-0.00980	0.00752
40	-5.41637	-6.06038	-0.00253	0.00841
41	-5.38211	-5.99870	-0.00135	0.00873
42	-5.33713	-5.92818	-0.00068	0.00893
43	-5.29982	-5.86521	-0.00074	0.00884
44	-5.26116	-5.80426	-0.00092	0.00876
45	-5.16948	-5.79575	0.00356	0.00754
46	-5.11721	-5.73380	0.00325	0.00731
47	-5.08142	-5.65380	0.00289	0.00689

ตาราง ค1 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ LC ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
48	-5.02281	-5.56817	0.00223	0.00636
49	-4.98177	-5.50678	0.00142	0.00597
50	-4.86887	-5.43383	0.00568	0.00564
51	-4.81435	-5.36127	0.00472	0.00513
52	-4.77150	-5.30481	0.00449	0.00500
53	-4.71950	-5.22101	0.00375	0.00470
54	-4.65614	-5.16642	0.00366	0.00477
55	-4.59140	-5.13249	0.00371	0.00222
56	-4.53843	-5.05114	0.00388	0.00239
57	-4.47807	-4.97393	0.00358	0.00247
58	-4.40860	-4.88403	0.00397	0.00256
59	-4.33006	-4.80156	0.00362	0.00257
60	-4.18467	-4.73537	0.00668	0.00121
61	-4.09768	-4.62843	0.00771	0.00181
62	-4.02635	-4.52893	0.00854	0.00221
63	-3.94243	-4.43717	0.00810	0.00214
64	-3.84756	-4.34675	0.00840	0.00243
65	-3.85321	-4.33312	0.00482	0.00072
66	-3.75152	-4.22462	0.00706	0.00189
67	-3.65510	-4.11691	0.00761	0.00228
68	-3.59354	-4.03367	0.01199	0.00418
69	-3.46610	-3.91298	0.00947	0.00326
70	-3.29631	-3.60337	0.01923	0.01514
71	-3.21382	-3.50863	0.02000	0.01534
72	-3.11643	-3.40642	0.01987	0.01533
73	-3.03643	-3.31305	0.02007	0.01546

ตาราง ค1 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ LC ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
74	-2.95957	-3.21893	0.02008	0.01528
75	-2.84168	-3.10735	0.01957	0.01521
76	-2.75358	-3.00516	0.02032	0.01548
77	-2.68141	-2.90951	0.02084	0.01572
78	-2.59767	-2.82261	0.02137	0.01597
79	-2.51260	-2.72103	0.02082	0.01573
80	-2.43037	-2.61513	0.02088	0.01588
81	-2.32631	-2.50090	0.02229	0.01600
82	-2.24790	-2.39247	0.02247	0.01592
83	-2.17452	-2.30354	0.02294	0.01642
84	-2.09548	-2.17808	0.02368	0.01634
85	-2.02052	-2.08250	0.02456	0.01660
86	-1.94485	-1.98768	0.02529	0.01679
87	-1.86858	-1.89368	0.02587	0.01691
88	-1.79179	-1.80054	0.02633	0.01698
89	-1.71457	-1.70832	0.02665	0.01700
90	-1.63696	-1.61703	0.02687	0.01697
91	-1.55901	-1.52668	0.02698	0.01689
92	-1.48077	-1.43728	0.02698	0.01678
93	-1.40224	-1.34881	0.02689	0.01663
94	-1.32342	-1.26121	0.02670	0.01645
95	-1.24431	-1.17443	0.02642	0.01624
96	-1.16487	-1.08839	0.02604	0.01599
97	-1.08508	-1.00302	0.02554	0.01570
98	-1.00494	-0.91824	0.02492	0.01536
99	-0.92447	-0.83406	0.02415	0.01496

ตาราง ค1 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ LC ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
100	-0.84372	-0.75056	0.02320	0.01449
101	-0.76282	-0.66802	0.02203	0.01390
102	-0.68197	-0.58700	0.02060	0.01316
103	-0.60140	-0.50842	0.01886	0.01220
104	-0.52131	-0.43344	0.01679	0.01096
105	-0.44164	-0.36309	0.01435	0.00938
106	-0.36183	-0.29721	0.01158	0.00746
107	-0.28043	-0.23282	0.00859	0.00535
108	-0.19503	-0.16570	0.00552	0.00322
109	-0.10249	-0.08916	0.00261	0.00140
110	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000



ตาราง ค2 แสดงค่าพารามิเตอร์ k_t ของตัวแบบ LC ของเพศชายและเพศหญิง

t	ชาย	หญิง	t	ชาย	หญิง
2506	3.19691	1.95317	2530	6.21970	15.64630
2507	0.87667	-2.80531	2531	5.52311	14.49956
2508	-3.24796	-8.81311	2532	6.56730	17.69714
2509	0.36927	-1.08474	2533	6.14011	17.34927
2510	1.68388	0.75219	2534	7.25165	19.91145
2511	2.10002	2.77061	2535	7.98101	21.39756
2512	6.44009	9.79184	2536	-9.21639	-22.74829
2513	7.97106	9.66378	2537	-8.29303	-20.13611
2514	8.47845	11.18274	2538	-7.90026	-18.50022
2515	12.66626	19.56677	2539	-8.87787	-18.98017
2516	9.45123	14.85206	2540	-16.85775	-28.52751
2517	10.10258	16.56507	2541	-13.39047	-19.11628
2518	6.30074	13.70973	2542	-11.44011	-18.19534
2519	7.79077	13.62879	2543	-12.74793	-19.43268
2520	8.46798	14.19246	2544	-7.59848	-10.40475
2521	8.05131	14.58576	2545	-8.27604	-15.03347
2522	8.13774	16.08549	2546	-11.01263	-19.59090
2523	5.38926	12.02817	2547	-8.20418	-16.58019
2524	3.48252	8.20802	2548	-6.15377	-12.75632
2525	5.74825	12.07413	2549	-9.59312	-19.36865
2526	6.14767	14.87863	2550	-5.99749	-14.64811
2527	2.14008	6.55741	2551	-7.13202	-15.35133
2528	3.40442	9.46303	2552	-8.10351	-20.00843
2529	3.21869	10.21330	2553	-7.25572	-17.14255

ตาราง ค3 แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ RH ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
0	-4.55870	-4.12430	0.03987	-0.01968
1	-5.59357	-5.03829	0.03845	-0.00845
2	-6.34612	-6.17652	0.04390	-0.02551
3	-6.54442	-6.36529	0.03561	-0.02862
4	-6.56650	-6.42467	0.03577	-0.02925
5	-6.79872	-6.59510	0.01307	-0.03001
6	-6.85692	-6.65846	0.01304	-0.03193
7	-6.98183	-6.76396	0.01333	-0.03330
8	-7.12456	-6.83359	0.01396	-0.03135
9	-7.25900	-6.94918	0.01534	-0.02942
10	-7.53026	-7.05632	-0.00628	-0.06527
11	-7.55083	-7.10515	-0.00548	-0.06225
12	-7.42178	-7.14634	-0.00380	-0.05670
13	-7.10142	-7.02764	-0.00213	-0.04993
14	-6.74292	-6.87738	-0.00013	-0.04399
15	-6.82306	-6.88189	-0.05158	-0.07281
16	-6.58497	-6.81312	-0.05020	-0.06658
17	-6.39858	-6.81547	-0.04821	-0.05653
18	-6.32359	-6.79453	-0.04572	-0.04425
19	-6.27503	-6.75871	-0.04254	-0.03287
20	-6.34192	-6.97631	-0.05046	-0.08089
21	-6.34886	-6.84423	-0.04667	-0.06862

ตาราง ค3 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ RH ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
22	-6.27803	-6.74894	-0.04204	-0.05640
23	-6.18639	-6.60106	-0.03805	-0.04517
24	-6.10228	-6.46135	-0.03402	-0.03455
25	-6.33772	-6.75141	-0.05613	-0.11423
26	-6.25912	-6.69043	-0.05203	-0.10400
27	-6.15901	-6.62746	-0.04826	-0.09448
28	-6.07441	-6.58935	-0.04452	-0.08508
29	-6.02056	-6.55765	-0.04120	-0.07628
30	-6.12602	-6.58303	-0.04583	-0.07252
31	-6.08626	-6.55648	-0.04209	-0.06214
32	-6.06774	-6.54759	-0.03856	-0.05393
33	-6.05333	-6.53936	-0.03544	-0.04694
34	-6.04673	-6.51748	-0.03286	-0.04208
35	-5.97817	-6.46716	-0.02458	-0.02745
36	-5.95873	-6.44213	-0.02163	-0.02144
37	-5.93863	-6.40529	-0.01960	-0.01755
38	-5.91845	-6.36869	-0.01800	-0.01506
39	-5.90221	-6.34838	-0.01696	-0.01341
40	-5.82089	-6.30160	-0.01058	-0.01084
41	-5.79403	-6.25452	-0.00941	-0.00827
42	-5.75591	-6.19864	-0.00848	-0.00602
43	-5.72442	-6.14956	-0.00798	-0.00496
44	-5.69149	-6.10231	-0.00752	-0.00382
45	-5.60515	-6.10542	-0.00355	-0.01293
46	-5.55753	-6.05642	-0.00318	-0.01241
47	-5.52585	-5.98864	-0.00304	-0.01298

ตาราง ค3 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ RH ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
48	-5.47045	-5.91404	-0.00327	-0.01421
49	-5.43244	-5.86396	-0.00366	-0.01400
50	-5.32057	-5.80113	-0.00065	-0.01579
51	-5.26762	-5.73892	-0.00082	-0.01547
52	-5.22618	-5.69248	-0.00058	-0.01378
53	-5.17514	-5.61789	-0.00064	-0.01281
54	-5.11181	-5.57181	-0.00045	-0.01023
55	-5.04703	-5.54592	-0.00020	-0.02175
56	-4.99368	-5.47220	0.00035	-0.01888
57	-4.93264	-5.40242	0.00078	-0.01557
58	-4.86155	-5.31885	0.00184	-0.01263
59	-4.78128	-5.24228	0.00244	-0.00950
60	-4.63312	-5.18156	0.00608	-0.01385
61	-4.54273	-5.07865	0.00797	-0.00801
62	-4.46793	-4.98306	0.00943	-0.00395
63	-4.38040	-4.89479	0.01035	-0.00145
64	-4.28090	-4.80680	0.01184	0.00225
65	-4.28178	-4.79552	0.00836	-0.00548
66	-4.17336	-4.68791	0.01126	0.00163
67	-4.06933	-4.58024	0.01306	0.00607
68	-3.99928	-4.49686	0.01772	0.01667
69	-3.86288	-4.37484	0.01694	0.01371
70	-3.67986	-4.06240	0.02397	0.07268
71	-3.58665	-3.96617	0.02579	0.07549
72	-3.47764	-3.86172	0.02685	0.07752
73	-3.38554	-3.76587	0.02802	0.07951

ตาราง ค3 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ RH ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
74	-3.29602	-3.66938	0.02923	0.08055
75	-3.16439	-3.55450	0.02989	0.08283
76	-3.06187	-3.44909	0.03186	0.08628
77	-2.97443	-3.34923	0.03343	0.08896
78	-2.87488	-3.25798	0.03477	0.09091
79	-2.77412	-3.15280	0.03593	0.09201
80	-2.67614	-3.04347	0.03711	0.09402
81	-2.55459	-2.92563	0.03945	0.09625
82	-2.45875	-2.81369	0.04072	0.09695
83	-2.36746	-2.72069	0.04208	0.09989
84	-2.27170	-2.59277	0.04358	0.10051
85	-2.17808	-2.49295	0.04525	0.10226
86	-2.08483	-2.39528	0.04686	0.10394
87	-1.99002	-2.29794	0.04818	0.10468
88	-1.89387	-2.20077	0.04933	0.10503
89	-1.79758	-2.10538	0.05033	0.10486
90	-1.69989	-2.01028	0.05111	0.10413
91	-1.60189	-1.91675	0.05177	0.10300
92	-1.50306	-1.82421	0.05226	0.10141
93	-1.40207	-1.73157	0.05236	0.09892
94	-1.30121	-1.64065	0.05243	0.09628
95	-1.19957	-1.55067	0.05229	0.09331
96	-1.09766	-1.46231	0.05204	0.09016
97	-0.99464	-1.37443	0.05159	0.08669
98	-0.89119	-1.28811	0.05097	0.08287
99	-0.78687	-1.20279	0.05017	0.07882

ตาราง ค3 (ต่อ) แสดงค่าพารามิเตอร์ α_x และ β_x ของตัวแบบ RH ของเพศชายและเพศหญิง

x	α_x		β_x	
	ชาย	หญิง	ชาย	หญิง
100	-0.68161	-1.11844	0.04917	0.07439
101	-0.57547	-1.03558	0.04795	0.06936
102	-0.46828	-0.95366	0.04649	0.06391
103	-0.36006	-0.87437	0.04478	0.05750
104	-0.25073	-0.79825	0.04273	0.04976
105	-0.14004	-0.72476	0.04042	0.04117
106	-0.02804	-0.65453	0.03785	0.03131
107	0.08506	-0.58513	0.03496	0.02074
108	0.20067	-0.51203	0.03190	0.01061
109	0.31525	-0.42694	0.02837	0.00273
110	0.42534	-0.32577	0.02405	-0.00203



ตารางที่ ค4 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ k_t ของตัวแบบ RH ของเพศชายและเพศหญิง

t	ชาย	หญิง	t	ชาย	หญิง
2506	11.98596	0.87561	2530	2.82851	2.81741
2507	10.38422	0.12276	2531	2.03655	2.57522
2508	7.75086	-0.78107	2532	2.23270	3.00506
2509	9.28551	0.48143	2533	1.51673	2.87039
2510	9.73690	0.87252	2534	1.78758	3.20896
2511	9.58512	1.26929	2535	1.89743	3.39675
2512	11.72004	2.45360	2536	-9.12440	-4.15143
2513	12.34456	2.57213	2537	-9.09698	-3.84132
2514	12.07980	2.80220	2538	-9.25921	-3.68060
2515	14.06502	4.07491	2539	-10.08195	-3.85279
2516	11.32755	3.28495	2540	-14.63052	-5.40063
2517	11.09484	3.45799	2541	-12.83806	-3.87795
2518	8.20342	3.04027	2542	-12.39169	-3.99425
2519	8.63664	2.99674	2543	-13.52555	-4.23859
2520	8.63330	3.01116	2544	-10.44305	-2.71756
2521	7.81733	3.02131	2545	-11.23404	-3.56685
2522	7.40167	3.25333	2546	-13.29126	-4.35112
2523	5.23773	2.47755	2547	-11.77100	-3.85128
2524	3.69827	1.84955	2548	-10.56790	-3.09333
2525	4.60832	2.40981	2549	-13.07071	-4.24299
2526	4.37098	2.78470	2550	-10.66049	-3.35598
2527	1.64230	1.45950	2551	-11.52751	-3.44100
2528	1.98568	1.88588	2552	-12.14977	-4.22960
2529	1.50710	2.01418	2553	-11.73856	-3.67682

ตารางที่ ค5 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ RH ของเพศชายและเพศหญิง

$t - x$	ชาย	หญิง	$t - x$	ชาย	หญิง
2396	-0.72219	0.36367	2418	-0.4400279	0.33557564
2397	-0.72219	0.36367	2419	-0.4194094	0.33305183
2398	-0.72219	0.36367	2420	-0.398581	0.33008413
2399	-0.72219	0.36367	2421	-0.3774162	0.32675972
2400	-0.71648	0.36051	2422	-0.3559898	0.32323347
2401	-0.70759	0.35435	2423	-0.3342755	0.32007677
2402	-0.69807	0.34945	2424	-0.312342	0.31721299
2403	-0.68787	0.34583	2425	-0.2899832	0.31503687
2404	-0.67640	0.34398	2426	-0.2668782	0.312731
2405	-0.66391	0.34356	2427	-0.2437419	0.31124819
2406	-0.65048	0.34363	2428	-0.2200807	0.31062329
2407	-0.63620	0.34397	2429	-0.1957652	0.31075735
2408	-0.62120	0.34424	2430	-0.1705823	0.31216925
2409	-0.60559	0.34429	2431	-0.1450984	0.31384397
2410	-0.58933	0.34426	2432	-0.1179945	0.31569091
2411	-0.57245	0.34397	2433	-0.0906947	0.31866715
2412	-0.55504	0.34353	2434	-0.0633869	0.3221018
2413	-0.53706	0.34285	2435	-0.0361962	0.32622382
2414	-0.51872	0.34211	2436	-0.0088734	0.33096511
2415	-0.49970	0.34107	2437	0.02139313	0.33806137
2416	-0.48015	0.33967	2438	0.05024571	0.34565448
2417	-0.46026	0.33784	2439	0.0778964	0.34961818

ตารางที่ ค5(ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบRH ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2440	0.10348	0.35446	2497	0.35979	0.07883
2441	0.12840	0.35976	2498	0.36019	0.07198
2442	0.15585	0.36753	2499	0.35801	0.04359
2443	0.18155	0.37652	2500	0.37378	0.04537
2444	0.20615	0.38568	2501	0.34796	0.01444
2445	0.23047	0.39536	2502	0.34644	-0.00784
2446	0.26016	0.41684	2503	0.36847	0.00768
2447	0.28285	0.42717	2504	0.37989	-0.02253
2448	0.30193	0.43733	2505	0.32853	-0.01523
2449	0.32114	0.44627	2506	0.30918	-0.04192
2450	0.33851	0.45429	2507	0.29749	-0.06131
2451	0.35257	0.45639	2508	0.27788	-0.10392
2452	0.36981	0.46589	2509	0.26891	-0.10174
2453	0.38467	0.47093	2510	0.19599	-0.17272
2454	0.40870	0.48752	2511	0.19607	-0.17909
2455	0.43120	0.50168	2512	0.16382	-0.17732
2456	0.44019	0.50611	2513	0.11043	-0.22411
2457	0.47055	0.52957	2514	0.11938	-0.18146
2458	0.46048	0.51030	2515	0.11483	-0.15273
2459	0.48864	0.53923	2516	0.05768	-0.21078
2460	0.49487	0.53582	2517	0.00011	-0.24124
2461	0.53323	0.56751	2518	-0.04903	-0.30648
2462	0.47530	0.51648	2519	-0.14428	-0.39275
2463	0.47725	0.51585	2520	-0.21460	-0.47973
2464	0.49952	0.53914	2521	-0.28574	-0.58746
2465	0.47426	0.51000	2522	-0.33439	-0.67225
2466	0.49945	0.53118	2523	-0.37418	-0.74467

ตารางที่ ค5(ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบRH ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2467	0.48441	0.50613	2524	-0.41609	-0.82679
2468	0.45667	0.47000	2525	-0.44133	-0.86809
2469	0.50907	0.52069	2526	-0.45322	-0.91266
2470	0.44700	0.44759	2527	-0.49617	-1.02284
2471	0.51928	0.50712	2528	-0.50902	-1.05219
2472	0.50512	0.47784	2529	-0.51625	-1.11862
2473	0.53134	0.48405	2530	-0.54830	-1.14085
2474	0.47146	0.46435	2531	-0.61480	-1.22923
2475	0.51395	0.48619	2532	-0.62189	-1.28302
2476	0.51611	0.50031	2533	-0.63027	-1.29416
2477	0.52364	0.50295	2534	-0.58940	-1.27150
2478	0.50209	0.45652	2535	-0.55672	-1.25109
2479	0.51483	0.48181	2536	-0.37609	-1.24512
2480	0.49550	0.43654	2537	-0.34556	-1.22568
2481	0.49386	0.43268	2538	-0.33492	-1.23063
2482	0.51814	0.44279	2539	-0.33043	-1.25493
2483	0.49486	0.41220	2540	-0.33648	-1.30906
2484	0.46152	0.38312	2541	-0.23956	-1.19789
2485	0.50443	0.41902	2542	-0.34173	-1.33662
2486	0.43997	0.35366	2543	-0.29511	-1.30507
2487	0.45563	0.35724	2544	-0.37753	-1.27880
2488	0.41783	0.30930	2545	-0.37143	-1.31610
2489	0.38713	0.25432	2546	-0.38777	-1.37808
2490	0.38986	0.25249	2547	-0.38499	-1.38819
2491	0.36801	0.20766	2548	-0.38325	-1.34811
2492	0.37466	0.18948	2549	-0.34421	-1.39196
2493	0.39524	0.19921	2550	-0.35074	-1.37851

ตารางที่ ค5(ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบRH ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2494	0.37581	0.15263	2551	-0.35074	-1.37851
2495	0.37303	0.13771	2552	-0.35074	-1.37851
2496	0.38549	0.12856	2553	-0.35074	-1.37851



ตารางที่ ค6 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x ของตัวแบบ APC ของเพศชายและเพศหญิง

x	ชาย	หญิง	x	ชาย	หญิง	x	ชาย	หญิง
0	-4.7336	-4.8757	21	-6.4834	-7.2173	42	-5.4394	-6.144
1	-5.7714	-5.763	22	-6.3921	-7.0972	43	-5.3891	-6.076
2	-6.4863	-6.8988	23	-6.2789	-6.9255	44	-5.3385	-6.0103
3	-6.7202	-7.0739	24	-6.173	-6.7619	45	-5.2342	-5.9992
4	-6.7331	-7.1182	25	-6.345	-7.0369	46	-5.1703	-5.9321
5	-7.0564	-7.2731	26	-6.2508	-6.958	47	-5.123	-5.847
6	-7.107	-7.3218	27	-6.1331	-6.8756	48	-5.0532	-5.7562
7	-7.2223	-7.4114	28	-6.0304	-6.8175	49	-5.0031	-5.6901
8	-7.3535	-7.461	29	-5.9574	-6.765	50	-4.8799	-5.6128
9	-7.4726	-7.5564	30	-6.0273	-6.7694	51	-4.8176	-5.5357
10	-7.8026	-7.6721	31	-5.9698	-6.7211	52	-4.7682	-5.4748
11	-7.8119	-7.6997	32	-5.9338	-6.6927	53	-4.7104	-5.3868
12	-7.668	-7.7174	33	-5.9014	-6.6644	54	-4.6412	-5.3277
13	-7.3322	-7.5732	34	-5.8759	-6.6229	55	-4.5716	-5.2913
14	-6.9562	-7.3977	35	-5.7971	-6.5506	56	-4.5144	-5.2059
15	-7.0709	-7.3998	36	-5.7587	-6.5054	57	-4.4505	-5.1246
16	-6.822	-7.3049	37	-5.7188	-6.4483	58	-4.3771	-5.0303
17	-6.6227	-7.2779	38	-5.6793	-6.3927	59	-4.2957	-4.9433
18	-6.5315	-7.2245	39	-5.6427	-6.3534	60	-4.1466	-4.8729
19	-6.4634	-7.1595	40	-5.5434	-6.2864	61	-4.0562	-4.7608
20	-6.4974	-7.3765	41	-5.497	-6.2196	62	-3.9825	-4.6568

ตารางที่ ค6 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ α_x ของตัวแบบ APC ของเพศชายและเพศหญิง

x	ชาย	หญิง	x	ชาย	หญิง	x	ชาย	หญิง
63	-3.8969	-4.5604	79	-2.4317	-2.7312	95	-1.2244	-1.1692
64	-3.7999	-4.4648	80	-2.3503	-2.6216	96	-1.1495	-1.0813
65	-3.8054	-4.4467	81	-2.2457	-2.5038	97	-1.0728	-0.9922
66	-3.7014	-4.333	82	-2.1682	-2.3927	98	-0.9946	-0.9022
67	-3.6022	-4.2186	83	-2.0958	-2.3004	99	-0.9141	-0.8108
68	-3.5367	-4.1289	84	-2.0199	-2.174	100	-0.8308	-0.7173
69	-3.4079	-4.0018	85	-1.9473	-2.0762	101	-0.7443	-0.6213
70	-3.2289	-3.6636	86	-1.8761	-1.9812	102	-0.6539	-0.5227
71	-3.1438	-3.5625	87	-1.8043	-1.8871	103	-0.5592	-0.4213
72	-3.0443	-3.4541	88	-1.7322	-1.794	104	-0.4593	-0.316
73	-2.9626	-3.355	89	-1.6609	-1.7028	105	-0.3543	-0.208
74	-2.8844	-3.2561	90	-1.589	-1.6121	106	-0.2442	-0.0965
75	-2.7653	-3.1387	91	-1.5175	-1.523	107	-0.1288	0.0183
76	-2.6754	-3.0307	92	-1.4459	-1.4347	108	-0.0079	0.1363
77	-2.6016	-2.929	93	-1.3721	-1.3455	109	0.11876	0.25767
78	-2.5169	-2.8367	94	-1.2988	-1.2574	110	0.25155	0.38238

ตารางที่ ค7 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ k_t ของตัวแบบ APC ของเพศชายและเพศหญิง

t	ชาย	หญิง	t	ชาย	หญิง
2506	0.00013	0.13686	2530	0.07849	0.18480
2507	-0.04267	0.06363	2531	0.06664	0.16020
2508	-0.11571	-0.03165	2532	0.10142	0.20284
2509	-0.04846	0.07280	2533	0.09665	0.19358
2510	-0.00308	0.09304	2534	0.12461	0.22250
2511	0.00105	0.11583	2535	0.14351	0.23779
2512	0.08792	0.20939	2536	-0.15516	-0.32559
2513	0.12963	0.19481	2537	-0.10331	-0.28784
2514	0.13457	0.20588	2538	-0.06986	-0.26675
2515	0.21951	0.34745	2539	-0.07347	-0.27609
2516	0.16769	0.25134	2540	-0.28188	-0.43160
2517	0.19201	0.27685	2541	-0.23698	-0.30866
2518	0.13122	0.22825	2542	-0.13292	-0.26709
2519	0.14241	0.21868	2543	-0.16419	-0.28670
2520	0.18312	0.22934	2544	-0.09981	-0.17747
2521	0.18648	0.22725	2545	-0.11243	-0.24121
2522	0.19083	0.24078	2546	-0.16691	-0.31126
2523	0.13974	0.19269	2547	-0.13241	-0.27268
2524	0.10335	0.13224	2548	-0.11733	-0.23675
2525	0.13676	0.18319	2549	-0.19137	-0.33381
2526	0.13403	0.21587	2550	-0.15015	-0.28336
2527	0.03558	0.09018	2551	-0.18062	-0.30373
2528	0.04285	0.12242	2552	-0.21309	-0.37654
2529	0.02162	0.11490	2553	-0.20002	-0.34662

ตารางที่ ค8 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ APC ของเพศชายและเพศหญิง

$t - x$	ชาย	หญิง	$t - x$	ชาย	หญิง
2396	-0.10620	-0.34851	2418	0.00334	-0.08536
2397	-0.10620	-0.34851	2419	-0.00525	-0.08634
2398	-0.10620	-0.34851	2420	-0.01382	-0.08707
2399	-0.10620	-0.34851	2421	-0.02247	-0.08754
2400	-0.06933	-0.30013	2422	-0.03103	-0.08757
2401	-0.03611	-0.25888	2423	-0.03896	-0.08631
2402	-0.00822	-0.22267	2424	-0.04629	-0.08471
2403	0.01459	-0.19133	2425	-0.05291	-0.08224
2404	0.03231	-0.16491	2426	-0.05957	-0.07982
2405	0.04546	-0.14297	2427	-0.06575	-0.07706
2406	0.05445	-0.12522	2428	-0.07094	-0.07374
2407	0.05984	-0.11121	2429	-0.07569	-0.07028
2408	0.06214	-0.10056	2430	-0.07975	-0.06630
2409	0.06184	-0.09278	2431	-0.08367	-0.06243
2410	0.05948	-0.08734	2432	-0.08511	-0.05869
2411	0.05532	-0.08397	2433	-0.08603	-0.05444
2412	0.04991	-0.08205	2434	-0.08670	-0.05009
2413	0.04344	-0.08131	2435	-0.08704	-0.04558
2414	0.03647	-0.08117	2436	-0.08685	-0.04079
2415	0.02872	-0.08181	2437	-0.08490	-0.03402
2416	0.02048	-0.08290	2438	-0.08256	-0.02641
2417	0.01199	-0.08412	2439	-0.08174	-0.02244

ตารางที่ ค8 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ APC

ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2440	-0.08284	-0.01926	2497	0.10087	0.16601
2441	-0.08378	-0.01618	2498	0.12576	0.17389
2442	-0.08111	-0.01153	2499	0.15048	0.16042
2443	-0.07991	-0.00723	2500	0.19597	0.18135
2444	-0.07933	-0.00336	2501	0.20259	0.17082
2445	-0.07874	0.00035	2502	0.24117	0.17196
2446	-0.07249	0.01451	2503	0.30513	0.21202
2447	-0.07213	0.01801	2504	0.36363	0.20921
2448	-0.07472	0.02090	2505	0.37099	0.26227
2449	-0.07579	0.02297	2506	0.44961	0.30996
2450	-0.07832	0.02399	2507	0.46692	0.32704
2451	-0.08263	0.01951	2508	0.47793	0.31540
2452	-0.08277	0.02284	2509	0.50781	0.31768
2453	-0.08434	0.02171	2510	0.46774	0.26300
2454	-0.07571	0.03355	2511	0.50229	0.26907
2455	-0.06761	0.04358	2512	0.50390	0.26991
2456	-0.07157	0.04394	2513	0.47905	0.24287
2457	-0.05332	0.06350	2514	0.51270	0.29119
2458	-0.07414	0.04199	2515	0.53256	0.31070
2459	-0.05608	0.06817	2516	0.48926	0.29179
2460	-0.05862	0.06265	2517	0.45117	0.27488
2461	-0.02802	0.09223	2518	0.42125	0.23972
2462	-0.09242	0.04037	2519	0.34988	0.17187
2463	-0.09603	0.03877	2520	0.29426	0.10191
2464	-0.07802	0.06202	2521	0.23572	0.01096
2465	-0.10646	0.03305	2522	0.19313	-0.06066

ตารางที่ ค8 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ APC

ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2466	-0.08325	0.05511	2523	0.15732	-0.10011
2467	-0.09804	0.04185	2524	0.11541	-0.15820
2468	-0.12502	0.01700	2525	0.08777	-0.21040
2469	-0.07016	0.08103	2526	0.07022	-0.24682
2470	-0.12887	0.02264	2527	0.02054	-0.31273
2471	-0.05180	0.10043	2528	-0.00531	-0.35275
2472	-0.06193	0.08732	2529	-0.02948	-0.42072
2473	-0.03024	0.11222	2530	-0.07378	-0.45365
2474	-0.08426	0.11240	2531	-0.15667	-0.52324
2475	-0.03567	0.15324	2532	-0.19444	-0.57612
2476	-0.02622	0.18960	2533	-0.23493	-0.56842
2477	-0.00987	0.21605	2534	-0.23520	-0.53726
2478	-0.02257	0.19384	2535	-0.24911	-0.43705
2479	-0.00054	0.24294	2536	-0.13674	-0.14312
2480	-0.00888	0.22534	2537	-0.18806	-0.13893
2481	0.00023	0.24793	2538	-0.25761	-0.14943
2482	0.03786	0.28643	2539	-0.31701	-0.15149
2483	0.02865	0.28680	2540	-0.32364	-0.15131
2484	0.00985	0.28772	2541	-0.24660	-0.10647
2485	0.06315	0.33850	2542	-0.39824	-0.25927
2486	0.01086	0.28865	2543	-0.36258	-0.23329
2487	0.03789	0.30670	2544	-0.43962	-0.25764
2488	0.01135	0.27241	2545	-0.45019	-0.24161
2489	-0.00882	0.23024	2546	-0.48099	-0.26694
2490	0.00814	0.24355	2547	-0.47832	-0.30364
2491	0.00009	0.21331	2548	-0.48087	-0.27086

ตารางที่ ค8 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ APC

ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2492	0.02520	0.20942	2549	-0.47044	-0.25689
2493	0.06338	0.23240	2550	-0.45042	-0.27603
2494	0.06121	0.19810	2551	-0.45042	-0.27603
2495	0.07467	0.19677	2552	-0.45042	-0.27603
2496	0.10483	0.20124	2553	-0.45042	-0.27603



ตารางที่ ค9 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_t^{(1)}$ และ $k_t^{(2)}$ ของตัวแบบ CBD ของเพศชายและเพศหญิง

t	ชาย		หญิง	
	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$
2506	-4.16103	0.06362	-4.50841	0.07504
2507	-4.22051	0.06528	-4.56534	0.07510
2508	-4.29233	0.06613	-4.67036	0.07674
2509	-4.24966	0.06669	-4.58983	0.07697
2510	-4.24229	0.06868	-4.61635	0.07940
2511	-4.25986	0.06999	-4.62803	0.08117
2512	-4.21907	0.07235	-4.57239	0.08268
2513	-4.21531	0.07479	-4.65331	0.08656
2514	-4.21566	0.07512	-4.64556	0.08684
2515	-4.13917	0.07542	-4.48531	0.08535
2516	-4.16280	0.07363	-4.58460	0.08622
2517	-4.13079	0.07295	-4.53915	0.08517
2518	-4.16523	0.07154	-4.62165	0.08756
2519	-4.18033	0.07325	-4.64382	0.08844
2520	-4.16037	0.07475	-4.63921	0.08897
2521	-4.14664	0.07398	-4.65164	0.08967
2522	-4.15184	0.07476	-4.67251	0.09170
2523	-4.18875	0.07400	-4.69075	0.09042
2524	-4.22429	0.07417	-4.77348	0.09192
2525	-4.22240	0.07632	-4.74331	0.09309
2526	-4.23914	0.07738	-4.72327	0.09389

ตารางที่ ค9 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_t^{(1)}$ และ $k_t^{(2)}$ ของตัวแบบ CBD

ของเพศชายและเพศหญิง

kt	ชาย		หญิง	
	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$
2527	-4.35907	0.07896	-4.89008	0.09627
2528	-4.39291	0.08168	-4.89561	0.09837
2529	-4.45422	0.08421	-4.97991	0.10236
2530	-4.41080	0.08544	-4.93104	0.10386
2531	-4.42864	0.08585	-4.99162	0.10577
2532	-4.37715	0.08509	-4.95309	0.10636
2533	-4.36666	0.08416	-4.96715	0.10675
2534	-4.33039	0.08388	-4.94534	0.10747
2535	-4.30959	0.08399	-4.94232	0.10843
2536	-4.38428	0.07036	-5.03945	0.08648
2537	-4.30530	0.06855	-4.98940	0.08598
2538	-4.25293	0.06710	-4.96841	0.08600
2539	-4.24182	0.06620	-4.97140	0.08588
2540	-4.41532	0.06595	-5.13447	0.08684
2541	-4.44173	0.06966	-5.11797	0.09109
2542	-4.27387	0.06544	-4.91170	0.08394
2543	-4.28636	0.06481	-4.90658	0.08315
2544	-4.31654	0.06989	-4.96408	0.09016
2545	-4.30978	0.06897	-4.94195	0.08669
2546	-4.32587	0.06724	-4.97143	0.08542
2547	-4.33376	0.06969	-4.97352	0.08722
2548	-4.36496	0.07259	-5.05301	0.09242
2549	-4.39670	0.07066	-5.06714	0.08925
2550	-4.43336	0.07521	-5.13332	0.09436

ตารางที่ ค9 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_t^{(1)}$ และ $k_t^{(2)}$ ของตัวแบบ CBD
ของเพศชายและเพศหญิง

kt	ชาย		หญิง	
	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$
2551	-4.45531	0.07504	-5.16451	0.09512
2552	-4.49242	0.07549	-5.21173	0.09422
2553	-4.47567	0.07556	-5.22586	0.09633



ตารางที่ ค10 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_t^{(1)}, k_t^{(2)}$ และ $k_t^{(3)}$ ของตัวแบบ GCBD

ของเพศชายและเพศหญิง

t	ชาย			หญิง		
	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(3)}$	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(3)}$
2506	-3.77905	0.06209	0.00133	-4.04194	0.06752	0.00158
2507	-3.84892	0.06176	0.00129	-4.11196	0.06561	0.00157
2508	-3.94888	0.06031	0.00121	-4.22240	0.06425	0.00152
2509	-3.89741	0.06114	0.00123	-4.13539	0.06499	0.00155
2510	-3.89771	0.06189	0.00116	-4.15339	0.06558	0.00150
2511	-3.91384	0.06225	0.00115	-4.15576	0.06603	0.00148
2512	-3.85761	0.06429	0.00113	-4.09016	0.06739	0.00146
2513	-3.85614	0.06554	0.00108	-4.14497	0.06858	0.00143
2514	-3.85518	0.06549	0.00107	-4.13124	0.06838	0.00144
2515	-3.76957	0.06653	0.00107	-3.99927	0.06870	0.00138
2516	-3.83899	0.06366	0.00099	-4.09812	0.06738	0.00136
2517	-3.82454	0.06284	0.00094	-4.07370	0.06650	0.00132
2518	-3.90383	0.06022	0.00084	-4.14854	0.06652	0.00127
2519	-3.89056	0.06142	0.00087	-4.16163	0.06643	0.00125
2520	-3.89789	0.06200	0.00076	-4.17368	0.06626	0.00118
2521	-3.89295	0.06112	0.00073	-4.17767	0.06617	0.00116
2522	-3.90519	0.06125	0.00069	-4.18423	0.06706	0.00113
2523	-3.95495	0.05984	0.00065	-4.22737	0.06520	0.00107
2524	-4.00014	0.05931	0.00060	-4.29873	0.06500	0.00103
2525	-3.97565	0.06097	0.00060	-4.25684	0.06596	0.00101
2526	-3.97858	0.06154	0.00060	-4.21862	0.06648	0.00101

ตารางที่ ค10 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_t^{(1)}, k_t^{(2)}$ และ $k_t^{(3)}$ ของตัวแบบ GCBD ของเพศชายและเพศหญิง

t	ชาย			หญิง		
	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(3)}$	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(3)}$
2527	-4.10870	0.06165	0.00054	-4.37791	0.06637	0.00094
2528	-4.12436	0.06357	0.00052	-4.36727	0.06787	0.00092
2529	-4.16788	0.06521	0.00051	-4.41097	0.07016	0.00090
2530	-4.10628	0.06653	0.00050	-4.34016	0.07162	0.00090
2531	-4.12585	0.06678	0.00047	-4.39098	0.07265	0.00086
2532	-4.07875	0.06657	0.00045	-4.34981	0.07348	0.00084
2533	-4.05839	0.06582	0.00045	-4.35294	0.07354	0.00082
2534	-4.01652	0.06595	0.00043	-4.31168	0.07418	0.00081
2535	-3.98187	0.06632	0.00043	-4.29861	0.07508	0.00079
2536	-4.19185	0.05418	0.00026	-4.65030	0.05755	0.00051
2537	-4.11753	0.05319	0.00024	-4.60512	0.05763	0.00048
2538	-4.03825	0.05215	0.00028	-4.54738	0.05708	0.00052
2539	-4.00616	0.05149	0.00031	-4.53604	0.05690	0.00051
2540	-4.17664	0.04997	0.00029	-4.64943	0.05597	0.00054
2541	-4.15562	0.05311	0.00033	-4.54707	0.05882	0.00063
2542	-4.04199	0.05130	0.00023	-4.44279	0.05561	0.00052
2543	-4.07092	0.05115	0.00018	-4.46629	0.05589	0.00044
2544	-3.98637	0.05534	0.00035	-4.36127	0.06017	0.00067
2545	-3.99970	0.05503	0.00030	-4.40713	0.05841	0.00054
2546	-4.05664	0.05397	0.00021	-4.48305	0.05832	0.00044
2547	-4.03223	0.05662	0.00025	-4.47359	0.06058	0.00043
2548	-4.03472	0.05964	0.00027	-4.49196	0.06485	0.00047
2549	-4.13451	0.05882	0.00014	-4.60040	0.06425	0.00032
2550	-4.10480	0.06319	0.00023	-4.59230	0.06831	0.00040
2551	-4.16176	0.06413	0.00017	-4.64815	0.07042	0.00036
2552	-4.21935	0.06564	0.00014	-4.76146	0.07177	0.00027

ตารางที่ ค10 (ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ $k_t^{(1)}$, $k_t^{(2)}$ และ $k_t^{(3)}$ ของตัวแบบ GCBD ของเพศชายและเพศหญิง

t	ชาย			หญิง		
	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(3)}$	$k_t^{(1)}$	$k_t^{(2)}$	$k_t^{(3)}$
2553	-4.25875	0.06809	0.00007	-4.82315	0.07637	0.00023



ตารางที่ ค11 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ GCBD

ของเพศชายและเพศหญิง

$t - x$	ชาย	หญิง	$t - x$	ชาย	หญิง
2396	-0.72219	0.36367	2418	-0.4400279	0.33557564
2397	-0.72219	0.36367	2419	-0.4194094	0.33305183
2398	-0.72219	0.36367	2420	-0.398581	0.33008413
2399	-0.72219	0.36367	2421	-0.3774162	0.32675972
2400	-0.71648	0.36051	2422	-0.3559898	0.32323347
2401	-0.70759	0.35435	2423	-0.3342755	0.32007677
2402	-0.69807	0.34945	2424	-0.312342	0.31721299
2403	-0.68787	0.34583	2425	-0.2899832	0.31503687
2404	-0.67640	0.34398	2426	-0.2668782	0.312731
2405	-0.66391	0.34356	2427	-0.2437419	0.31124819
2406	-0.65048	0.34363	2428	-0.2200807	0.31062329
2407	-0.63620	0.34397	2429	-0.1957652	0.31075735
2408	-0.62120	0.34424	2430	-0.1705823	0.31216925
2409	-0.60559	0.34429	2431	-0.1450984	0.31384397
2410	-0.58933	0.34426	2432	-0.1179945	0.31569091
2411	-0.57245	0.34397	2433	-0.0906947	0.31866715
2412	-0.55504	0.34353	2434	-0.0633869	0.3221018
2413	-0.53706	0.34285	2435	-0.0361962	0.32622382
2414	-0.51872	0.34211	2436	-0.0088734	0.33096511
2415	-0.49970	0.34107	2437	0.02139313	0.33806137
2416	-0.48015	0.33967	2438	0.05024571	0.34565448
2417	-0.46026	0.33784	2439	0.0778964	0.34961818

ตารางที่ ค11(ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ GCBD

ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2440	0.10348	0.35446	2497	0.35979	0.07883
2441	0.12840	0.35976	2498	0.36019	0.07198
2442	0.15585	0.36753	2499	0.35801	0.04359
2443	0.18155	0.37652	2500	0.37378	0.04537
2444	0.20615	0.38568	2501	0.34796	0.01444
2445	0.23047	0.39536	2502	0.34644	-0.00784
2446	0.26016	0.41684	2503	0.36847	0.00768
2447	0.28285	0.42717	2504	0.37989	-0.02253
2448	0.30193	0.43733	2505	0.32853	-0.01523
2449	0.32114	0.44627	2506	0.30918	-0.04192
2450	0.33851	0.45429	2507	0.29749	-0.06131
2451	0.35257	0.45639	2508	0.27788	-0.10392
2452	0.36981	0.46589	2509	0.26891	-0.10174
2453	0.38467	0.47093	2510	0.19599	-0.17272
2454	0.40870	0.48752	2511	0.19607	-0.17909
2455	0.43120	0.50168	2512	0.16382	-0.17732
2456	0.44019	0.50611	2513	0.11043	-0.22411
2457	0.47055	0.52957	2514	0.11938	-0.18146
2458	0.46048	0.51030	2515	0.11483	-0.15273
2459	0.48864	0.53923	2516	0.05768	-0.21078
2460	0.49487	0.53582	2517	0.00011	-0.24124
2461	0.53323	0.56751	2518	-0.04903	-0.30648
2462	0.47530	0.51648	2519	-0.14428	-0.39275
2463	0.47725	0.51585	2520	-0.21460	-0.47973
2464	0.49952	0.53914	2521	-0.28574	-0.58746
2465	0.47426	0.51000	2522	-0.33439	-0.67225

ตารางที่ ค11(ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ GCBD

ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2466	0.49945	0.53118	2523	-0.37418	-0.74467
2467	0.48441	0.50613	2524	-0.41609	-0.82679
2468	0.45667	0.47000	2525	-0.44133	-0.86809
2469	0.50907	0.52069	2526	-0.45322	-0.91266
2470	0.44700	0.44759	2527	-0.49617	-1.02284
2471	0.51928	0.50712	2528	-0.50902	-1.05219
2472	0.50512	0.47784	2529	-0.51625	-1.11862
2473	0.53134	0.48405	2530	-0.54830	-1.14085
2474	0.47146	0.46435	2531	-0.61480	-1.22923
2475	0.51395	0.48619	2532	-0.62189	-1.28302
2476	0.51611	0.50031	2533	-0.63027	-1.29416
2477	0.52364	0.50295	2534	-0.58940	-1.27150
2478	0.50209	0.45652	2535	-0.55672	-1.25109
2479	0.51483	0.48181	2536	-0.37609	-1.24512
2480	0.49550	0.43654	2537	-0.34556	-1.22568
2481	0.49386	0.43268	2538	-0.33492	-1.23063
2482	0.51814	0.44279	2539	-0.33043	-1.25493
2483	0.49486	0.41220	2540	-0.33648	-1.30906
2484	0.46152	0.38312	2541	-0.23956	-1.19789
2485	0.50443	0.41902	2542	-0.34173	-1.33662
2486	0.43997	0.35366	2543	-0.29511	-1.30507
2487	0.45563	0.35724	2544	-0.37753	-1.27880
2488	0.41783	0.30930	2545	-0.37143	-1.31610
2489	0.38713	0.25432	2546	-0.38777	-1.37808
2490	0.38986	0.25249	2547	-0.38499	-1.38819
2491	0.36801	0.20766	2548	-0.38325	-1.34811

ตารางที่ ค11(ต่อ) แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ γ_{t-x} ของตัวแบบ GCBD

ของเพศชายและเพศหญิง

$t-x$	ชาย	หญิง	$t-x$	ชาย	หญิง
2492	0.37466	0.18948	2549	-0.34421	-1.39196
2493	0.39524	0.19921	2550	-0.35074	-1.37851
2494	0.37581	0.15263	2551	-0.35074	-1.37851
2495	0.37303	0.13771	2552	-0.35074	-1.37851
2496	0.38549	0.12856	2553	-0.35074	-1.37851



ตารางที่ ง1 แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณด้วยตัวแบบ RH ของปี พ.ศ. 2506-2553

อายุ (ปี)	ปีปฏิทิน							
	2506	2507	2508	2509	2510	2511	2512	2513
0	0.02301	0.02133	0.01885	0.01986	0.0188	0.01871	0.01973	0.01917
1	0.00805	0.0075	0.0068	0.00701	0.00705	0.00652	0.007	0.00692
2	0.00433	0.00384	0.00336	0.00354	0.00355	0.00349	0.00357	0.00367
3	0.00318	0.00304	0.00264	0.00273	0.00274	0.00267	0.00286	0.00272
4	0.00305	0.00294	0.00271	0.00272	0.00271	0.00267	0.00282	0.00286
5	0.00185	0.00181	0.00179	0.00184	0.00176	0.00172	0.00175	0.00173
6	0.00179	0.00171	0.00165	0.00172	0.00175	0.00166	0.00167	0.00167
7	0.00156	0.00155	0.00146	0.00149	0.00153	0.00154	0.00151	0.00149
8	0.00136	0.00133	0.0013	0.0013	0.0013	0.00133	0.00139	0.00133
9	0.00121	0.00118	0.00113	0.00118	0.00116	0.00115	0.00122	0.00124
10	0.00073	0.00072	0.00073	0.00073	0.00073	0.00072	0.00071	0.00072
11	0.00072	0.00073	0.00072	0.00072	0.00071	0.00073	0.0007	0.0007
12	0.00083	0.00084	0.00086	0.00083	0.00083	0.00083	0.00083	0.00081
13	0.00119	0.00117	0.00118	0.00119	0.00116	0.00116	0.00115	0.00117
14	0.00171	0.00175	0.00172	0.00171	0.00173	0.00169	0.00168	0.00168
15	0.00085	0.00093	0.00109	0.00099	0.00096	0.00098	0.00085	0.00082
16	0.00112	0.00119	0.00137	0.00129	0.00124	0.00124	0.00113	0.00106
17	0.00138	0.00149	0.00166	0.00155	0.00155	0.00153	0.00137	0.00135
18	0.00158	0.00165	0.00187	0.0017	0.00167	0.00172	0.00153	0.00148
19	0.00179	0.00184	0.002	0.00188	0.0018	0.00182	0.0017	0.00162
20	0.0015	0.00165	0.00182	0.00163	0.00159	0.00157	0.00142	0.0014
21	0.00166	0.00168	0.00193	0.00173	0.00164	0.00165	0.00146	0.00143
22	0.0018	0.00201	0.00211	0.00201	0.0019	0.00185	0.00169	0.00161

ตารางที่ ง1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณด้วยตัวแบบRH ของปี พ.ศ. 2506-2553

อายุ (ปี)	ปีปฏิทิน							
	2506	2507	2508	2509	2510	2511	2512	2513
0	0.02301	0.02133	0.01885	0.01986	0.0188	0.01871	0.01973	0.01917
1	0.00805	0.0075	0.0068	0.00701	0.00705	0.00652	0.007	0.00692
2	0.00433	0.00384	0.00336	0.00354	0.00355	0.00349	0.00357	0.00367
3	0.00318	0.00304	0.00264	0.00273	0.00274	0.00267	0.00286	0.00272
4	0.00305	0.00294	0.00271	0.00272	0.00271	0.00267	0.00282	0.00286
5	0.00185	0.00181	0.00179	0.00184	0.00176	0.00172	0.00175	0.00173
6	0.00179	0.00171	0.00165	0.00172	0.00175	0.00166	0.00167	0.00167
7	0.00156	0.00155	0.00146	0.00149	0.00153	0.00154	0.00151	0.00149
8	0.00136	0.00133	0.0013	0.0013	0.0013	0.00133	0.00139	0.00133
9	0.00121	0.00118	0.00113	0.00118	0.00116	0.00115	0.00122	0.00124
10	0.00073	0.00072	0.00073	0.00073	0.00073	0.00072	0.00071	0.00072
11	0.00072	0.00073	0.00072	0.00072	0.00071	0.00073	0.0007	0.0007
12	0.00083	0.00084	0.00086	0.00083	0.00083	0.00083	0.00083	0.00081
13	0.00119	0.00117	0.00118	0.00119	0.00116	0.00116	0.00115	0.00117
14	0.00171	0.00175	0.00172	0.00171	0.00173	0.00169	0.00168	0.00168
15	0.00085	0.00093	0.00109	0.00099	0.00096	0.00098	0.00085	0.00082
16	0.00112	0.00119	0.00137	0.00129	0.00124	0.00124	0.00113	0.00106
17	0.00138	0.00149	0.00166	0.00155	0.00155	0.00153	0.00137	0.00135
18	0.00158	0.00165	0.00187	0.0017	0.00167	0.00172	0.00153	0.00148
19	0.00179	0.00184	0.002	0.00188	0.0018	0.00182	0.0017	0.00162
20	0.0015	0.00165	0.00182	0.00163	0.00159	0.00157	0.00142	0.0014
21	0.00166	0.00168	0.00193	0.00173	0.00164	0.00165	0.00146	0.00143
22	0.0018	0.00201	0.00211	0.00201	0.0019	0.00185	0.00169	0.00161
23	0.00214	0.0022	0.00255	0.00225	0.00224	0.00217	0.00194	0.0019
24	0.0025	0.00258	0.00274	0.00271	0.0025	0.00255	0.00228	0.00216

ตารางที่ ง1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณด้วยตัวแบบRH ของปี พ.ศ. 2506-2553

อายุ (ปี)	ปีปฏิทิน							
	2506	2507	2508	2509	2510	2511	2512	2513
25	0.00148	0.00166	0.00189	0.00167	0.0017	0.00161	0.00144	0.00134
26	0.00169	0.00183	0.00216	0.00194	0.00183	0.00193	0.00161	0.00159
27	0.00199	0.00211	0.00239	0.00227	0.00217	0.00212	0.00199	0.00181
28	0.00224	0.00243	0.00268	0.0025	0.00251	0.00247	0.00217	0.0022
29	0.00251	0.00262	0.00296	0.00273	0.00267	0.00275	0.00246	0.00231
30	0.00212	0.0023	0.00254	0.0024	0.0023	0.00231	0.00214	0.00203
31	0.0023	0.00247	0.00278	0.00255	0.00253	0.0025	0.00228	0.00227
32	0.00234	0.0026	0.00289	0.00274	0.00263	0.00268	0.00242	0.00236
33	0.00262	0.00261	0.00299	0.00284	0.00281	0.00277	0.0026	0.00249
34	0.00265	0.00287	0.00295	0.00292	0.00288	0.00292	0.00266	0.00264
35	0.00318	0.00326	0.00357	0.00324	0.00334	0.00336	0.00321	0.00309
36	0.00312	0.00347	0.00363	0.0036	0.00336	0.00351	0.00336	0.00334
37	0.00347	0.00337	0.00381	0.00365	0.00371	0.0035	0.0035	0.00347
38	0.00343	0.00372	0.00366	0.00383	0.00374	0.00385	0.00349	0.0036
39	0.00363	0.00362	0.00399	0.00365	0.0039	0.00385	0.00381	0.00355
40	0.00431	0.00432	0.00432	0.00447	0.00418	0.0045	0.00434	0.00443
41	0.00437	0.00455	0.0046	0.00441	0.00463	0.00435	0.00458	0.00449
42	0.00471	0.00466	0.00489	0.00475	0.0046	0.00485	0.00448	0.00479
43	0.00479	0.00496	0.00494	0.005	0.00491	0.00478	0.00495	0.00463
44	0.00496	0.00503	0.00525	0.00506	0.00517	0.0051	0.00488	0.00512
45	0.00601	0.0057	0.00577	0.00587	0.00571	0.00586	0.00573	0.00556
46	0.00609	0.00636	0.00606	0.00604	0.00616	0.00601	0.00613	0.00602
47	0.00626	0.00633	0.00663	0.00623	0.00623	0.00637	0.00617	0.00632
48	0.00642	0.00663	0.00673	0.00696	0.00656	0.00657	0.00668	0.0065
49	0.0067	0.00667	0.00693	0.00693	0.00719	0.00679	0.00675	0.00689

ตารางที่ ง1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณด้วยตัวแบบRH ของปี พ.ศ. 2506-2553

อายุ (ปี)	ปีปฏิทิน							
	2506	2507	2508	2509	2510	2511	2512	2513
50	0.00754	0.00778	0.00771	0.00792	0.00797	0.00828	0.00781	0.00782
51	0.00786	0.00794	0.0082	0.00811	0.00834	0.00839	0.0087	0.00821
52	0.00803	0.00822	0.00831	0.00856	0.00847	0.00871	0.00875	0.00909
53	0.00825	0.00846	0.00866	0.00873	0.009	0.00891	0.00915	0.0092
54	0.00868	0.00881	0.00904	0.00924	0.00932	0.0096	0.0095	0.00977
55	0.00913	0.00929	0.00943	0.00966	0.00988	0.00996	0.01027	0.01016
56	0.00956	0.00969	0.00984	0.01	0.01024	0.01047	0.01057	0.0109
57	0.01004	0.0102	0.01032	0.01051	0.01067	0.01093	0.01119	0.0113
58	0.01071	0.01088	0.01101	0.0112	0.01141	0.01157	0.0119	0.01218
59	0.01146	0.01164	0.01178	0.01203	0.01222	0.01242	0.01268	0.013
60	0.01357	0.01375	0.01379	0.01418	0.01447	0.01466	0.01511	0.0154
61	0.01475	0.015	0.01502	0.0155	0.01586	0.01612	0.01663	0.017
62	0.01579	0.01593	0.01601	0.01661	0.017	0.01731	0.01797	0.01833
63	0.017	0.01713	0.01708	0.01787	0.01837	0.01869	0.01948	0.01996
64	0.01863	0.01875	0.01863	0.01943	0.02013	0.02055	0.02149	0.02207
65	0.01738	0.01762	0.01768	0.01836	0.01888	0.01942	0.02023	0.02072
66	0.01956	0.01969	0.01964	0.0205	0.02112	0.0216	0.02279	0.02348
67	0.02161	0.02171	0.0215	0.02255	0.02327	0.0238	0.02508	0.02604
68	0.02384	0.02382	0.02332	0.02456	0.02545	0.02604	0.02772	0.02872
69	0.0263	0.02634	0.0259	0.02726	0.02817	0.02887	0.03072	0.03182
70	0.03333	0.03305	0.03193	0.03406	0.03533	0.03608	0.03905	0.04067
71	0.03638	0.03587	0.03454	0.03698	0.03847	0.03931	0.0426	0.0445
72	0.03999	0.03935	0.03768	0.04047	0.04217	0.04317	0.04692	0.04892
73	0.04327	0.04251	0.04057	0.04352	0.04544	0.04657	0.05084	0.05308
74	0.04672	0.04581	0.04358	0.04684	0.04879	0.05006	0.05486	0.05744

ตารางที่ ง1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณด้วยตัวแบบRH ของปี พ.ศ. 2506-2553

อายุ (ปี)	ปีปฏิทิน							
	2506	2507	2508	2509	2510	2511	2512	2513
75	0.05228	0.0512	0.04863	0.05232	0.0545	0.05575	0.06127	0.06426
76	0.05782	0.05635	0.05323	0.05744	0.05991	0.06125	0.0674	0.07088
77	0.0627	0.06093	0.05723	0.0619	0.0646	0.06604	0.07291	0.07652
78	0.06869	0.06655	0.06228	0.06738	0.07035	0.07191	0.07961	0.08362
79	0.07524	0.07272	0.06778	0.07344	0.07659	0.07826	0.08686	0.09131
80	0.08225	0.0793	0.07364	0.07986	0.08331	0.08497	0.09453	0.09944
81	0.09332	0.08963	0.08268	0.08994	0.09384	0.09564	0.10676	0.11245
82	0.10197	0.09768	0.0898	0.09782	0.10205	0.10391	0.11626	0.12236
83	0.1111	0.10614	0.09716	0.10605	0.11065	0.11257	0.12621	0.1329
84	0.12181	0.11607	0.10579	0.11565	0.12074	0.12274	0.13797	0.14529
85	0.13357	0.1269	0.11513	0.12613	0.13169	0.13383	0.15089	0.15896
86	0.14634	0.13864	0.12522	0.13749	0.14359	0.14578	0.16492	0.17383
87	0.16008	0.1513	0.13615	0.14974	0.15645	0.15874	0.17995	0.18982
88	0.17503	0.16509	0.14807	0.1631	0.17044	0.17286	0.19636	0.20712
89	0.19113	0.17993	0.16092	0.17747	0.1855	0.18805	0.21401	0.22578
90	0.20854	0.19601	0.17488	0.19305	0.20179	0.20449	0.23304	0.24592
91	0.22734	0.21338	0.19	0.20987	0.21939	0.22223	0.25354	0.26758
92	0.24766	0.23216	0.2064	0.22807	0.23837	0.24139	0.27559	0.29086
93	0.26933	0.25227	0.2241	0.24758	0.25869	0.26186	0.29895	0.31543
94	0.29282	0.27416	0.24335	0.26872	0.2807	0.28404	0.32418	0.34199
95	0.31803	0.29766	0.26423	0.29151	0.30432	0.30784	0.35111	0.37021
96	0.34522	0.32308	0.28683	0.3162	0.32982	0.33348	0.38	0.40048
97	0.37444	0.35047	0.31138	0.34281	0.35738	0.36112	0.41086	0.43272
98	0.40579	0.37995	0.33793	0.37148	0.38693	0.39088	0.4438	0.46698
99	0.43946	0.41176	0.36677	0.40243	0.41878	0.42287	0.4791	0.50352

ตารางที่ ง1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณด้วยตัวแบบRH ของปี พ.ศ. 2506-2553

อายุ (ปี)	ปีปฏิทิน							
	2506	2507	2508	2509	2510	2511	2512	2513
100	0.47561	0.44604	0.39811	0.43585	0.45307	0.45732	0.51671	0.54249
101	0.51424	0.48281	0.43202	0.47178	0.48982	0.49419	0.5566	0.58358
102	0.55555	0.52232	0.46879	0.51041	0.52922	0.53371	0.59883	0.62694
103	0.59958	0.56469	0.50864	0.55183	0.5713	0.57594	0.64339	0.67242
104	0.64598	0.60962	0.55154	0.59589	0.61577	0.62051	0.68965	0.71936
105	0.69531	0.65815	0.59832	0.64343	0.66354	0.6683	0.73851	0.7687
106	0.74758	0.70994	0.64937	0.69462	0.7147	0.71942	0.78987	0.8202
107	0.80292	0.76486	0.70436	0.74952	0.76913	0.77372	0.84336	0.87335
108	1.00000	0.82568	0.76538	0.80984	0.82923	0.83346	0.90149	0.93082
109	1.00000	1.00000	0.82948	0.87148	0.89007	0.89443	0.9588	0.98671
110	1.00000	1.00000	1.00000	0.92862	0.945	0.94939	1	1



ภาคผนวก ง

อัตราตายกลางปีของเพศชายและเพศหญิงที่ประมาณด้วยตัวแบบRH ของปี พ.ศ. 2506 2516
2526 2536 2546 และ 2556

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ ง1 แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศชาย ของพ.ศ.
2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2553
0	0.02301	0.01746	0.00791	0.00500	0.00410	0.00432
1	0.00805	0.00637	0.00290	0.00196	0.00172	0.00176
2	0.00433	0.00325	0.00140	0.00078	0.00066	0.00069
3	0.00318	0.00241	0.00115	0.00067	0.00066	0.00065
4	0.00305	0.00249	0.00118	0.00064	0.00061	0.00064
5	0.00185	0.00157	0.00089	0.00061	0.00072	0.00064
6	0.00179	0.00148	0.00090	0.00057	0.00065	0.00060
7	0.00156	0.00141	0.00085	0.00049	0.00055	0.00053
8	0.00136	0.00124	0.00081	0.00042	0.00047	0.00046
9	0.00121	0.00113	0.00075	0.00037	0.00040	0.00039
10	0.00073	0.00068	0.00055	0.00036	0.00040	0.00042
11	0.00072	0.00069	0.00057	0.00035	0.00038	0.00039
12	0.00083	0.00084	0.00066	0.00041	0.00041	0.00048
13	0.00119	0.00116	0.00091	0.00057	0.00054	0.00062
14	0.00171	0.00166	0.00139	0.00085	0.00075	0.00084
15	0.00085	0.00086	0.00106	0.00132	0.00135	0.00141
16	0.00112	0.00113	0.00135	0.00177	0.00164	0.00174
17	0.00138	0.00138	0.00176	0.00225	0.00189	0.00201
18	0.00158	0.00153	0.00194	0.00260	0.00198	0.00206
19	0.00179	0.00166	0.00210	0.00278	0.00202	0.00204
20	0.00150	0.00146	0.00192	0.00297	0.00219	0.00205
21	0.00166	0.00149	0.00198	0.00301	0.00209	0.00191
22	0.00180	0.00170	0.00228	0.00312	0.00216	0.00190

ตารางที่ ง1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศชาย ของพ.ศ.
2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
23	0.00214	0.00198	0.00252	0.00326	0.00234	0.00195
24	0.00250	0.00221	0.00273	0.00361	0.00251	0.00198
25	0.00148	0.00135	0.00196	0.00360	0.00280	0.00204
26	0.00169	0.00156	0.00221	0.00375	0.00308	0.00213
27	0.00199	0.00180	0.00245	0.00431	0.00348	0.00235
28	0.00224	0.00211	0.00271	0.00457	0.00396	0.00248
29	0.00251	0.00240	0.00290	0.00477	0.00420	0.00258
30	0.00212	0.00202	0.00263	0.00453	0.00426	0.00256
31	0.00230	0.00233	0.00274	0.00465	0.00447	0.00266
32	0.00234	0.00237	0.00285	0.00482	0.00437	0.00273
33	0.00262	0.00258	0.00299	0.00470	0.00421	0.00286
34	0.00265	0.00274	0.00298	0.00452	0.00432	0.00300
35	0.00318	0.00314	0.00329	0.00449	0.00428	0.00321
36	0.00312	0.00332	0.00347	0.00458	0.00419	0.00332
37	0.00347	0.00353	0.00356	0.00451	0.00448	0.00351
38	0.00343	0.00362	0.00377	0.00455	0.00451	0.00372
39	0.00363	0.00381	0.00400	0.00458	0.00461	0.00376
40	0.00431	0.00441	0.00439	0.00480	0.00465	0.00375
41	0.00437	0.00458	0.00484	0.00482	0.00480	0.00400
42	0.00471	0.00460	0.00484	0.00498	0.00518	0.00425
43	0.00479	0.00507	0.00517	0.00522	0.00525	0.00436
44	0.00496	0.00513	0.00548	0.00526	0.00528	0.00482
45	0.00601	0.00594	0.00593	0.00549	0.00546	0.00506

ตารางที่ 1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศชาย ของพ.ศ.
2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
46	0.00609	0.00582	0.00624	0.00587	0.00585	0.00539
47	0.00626	0.00640	0.00657	0.00603	0.00593	0.00562
48	0.00642	0.00640	0.00685	0.00659	0.00631	0.00608
49	0.00670	0.00681	0.00726	0.00713	0.00658	0.00667
50	0.00754	0.00800	0.00817	0.00764	0.00725	0.00712
51	0.00786	0.00821	0.00859	0.00860	0.00757	0.00736
52	0.00803	0.00880	0.00859	0.00857	0.00789	0.00766
53	0.00825	0.00905	0.00959	0.00933	0.00847	0.00828
54	0.00868	0.00964	0.00996	0.01016	0.00882	0.00867
55	0.00913	0.01093	0.01079	0.01055	0.00931	0.00924
56	0.00956	0.01117	0.01062	0.01109	0.00997	0.00968
57	0.01004	0.01185	0.01203	0.01197	0.01051	0.01051
58	0.01071	0.01252	0.01232	0.01257	0.01147	0.01100
59	0.01146	0.01380	0.01375	0.01384	0.01280	0.01187
60	0.01357	0.01618	0.01645	0.01541	0.01393	0.01345
61	0.01475	0.01793	0.01771	0.01655	0.01586	0.01410
62	0.01579	0.01920	0.01970	0.01687	0.01605	0.01484
63	0.01700	0.02068	0.02111	0.01938	0.01790	0.01638
64	0.01863	0.02289	0.02343	0.02057	0.01984	0.01773
65	0.01738	0.02161	0.02442	0.02152	0.02026	0.01903
66	0.01956	0.02454	0.02653	0.02173	0.02176	0.02129
67	0.02161	0.02731	0.02949	0.02524	0.02404	0.02277
68	0.02384	0.03029	0.03138	0.02462	0.02393	0.02466

ตารางที่ ง1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศชาย ของพ.ศ.
2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
69	0.02630	0.03376	0.03621	0.02922	0.02832	0.02732
70	0.03333	0.04293	0.04350	0.03340	0.03073	0.03123
71	0.03638	0.04670	0.04770	0.03517	0.03285	0.03434
72	0.03999	0.05144	0.05226	0.03983	0.03462	0.03691
73	0.04327	0.05576	0.05622	0.04226	0.03968	0.03999
74	0.04672	0.06026	0.06090	0.04562	0.04160	0.04396
75	0.05228	0.06737	0.06847	0.05481	0.04771	0.04913
76	0.05782	0.07446	0.07545	0.05740	0.04790	0.05435
77	0.06270	0.08063	0.08149	0.06138	0.05448	0.05780
78	0.06869	0.08797	0.08882	0.06512	0.05611	0.06272
79	0.07524	0.09578	0.09687	0.07199	0.06282	0.06558
80	0.08225	0.10388	0.10498	0.07620	0.06924	0.07573
81	0.09332	0.11719	0.11626	0.08349	0.07392	0.08106
82	0.10197	0.12734	0.12558	0.08880	0.08204	0.08914
83	0.11110	0.13786	0.13504	0.09381	0.08632	0.08941
84	0.12181	0.15016	0.14579	0.10034	0.09294	0.10286
85	0.13357	0.16356	0.15691	0.10667	0.10577	0.10510
86	0.14634	0.17824	0.16920	0.11378	0.10937	0.11640
87	0.16008	0.19397	0.18238	0.12148	0.11742	0.12791
88	0.17503	0.21114	0.19630	0.12984	0.12378	0.13547
89	0.19113	0.22963	0.21091	0.13899	0.13585	0.15118
90	0.20854	0.24961	0.22640	0.14876	0.14381	0.16152
91	0.22734	0.27103	0.24367	0.15833	0.15583	0.17643

ตารางที่ ง1(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศชาย ของพ.ศ.
2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
92	0.24766	0.29419	0.26233	0.16983	0.16710	0.20517
93	0.26933	0.31876	0.28250	0.18315	0.18022	0.21815
94	0.29282	0.34527	0.30414	0.19734	0.19623	0.23959
95	0.31803	0.37352	0.32747	0.21282	0.21390	0.25825
96	0.34522	0.40379	0.35309	0.23039	0.23431	0.28966
97	0.37444	0.43610	0.38089	0.25000	0.25682	0.31313
98	0.40579	0.47042	0.41111	0.27123	0.28169	0.34661
99	0.43946	0.50704	0.44406	0.29465	0.31003	0.37966
100	0.47561	0.54600	0.47995	0.32050	0.34119	0.41656
101	0.51424	0.58716	0.51869	0.35066	0.37428	0.46286
102	0.55555	0.63071	0.56096	0.38494	0.41454	0.51505
103	0.59958	0.67665	0.60688	0.42393	0.46102	0.57725
104	0.64598	0.72415	0.65641	0.46887	0.51508	0.64818
105	0.69531	0.77425	0.71034	0.52053	0.57716	0.72958
106	0.74758	0.82672	0.76895	0.58101	0.65153	0.82497
107	0.80292	0.88113	0.83245	0.65130	0.73894	0.93399
108	1.00000	0.93995	0.90273	0.73363	0.84028	1.00000
109	1.00000	0.99743	0.97664	0.82973	0.95945	1.00000
110	1.00000	1.00000	1.00000	0.94144	1.00000	1.00000

ตารางที่ ง2 แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศหญิง ของพ.ศ.
252506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
0	0.01512	0.01237	0.00616	0.00489	0.00428	0.00403
1	0.00652	0.00531	0.00264	0.00217	0.00206	0.00183
2	0.00198	0.00160	0.00085	0.00064	0.00063	0.00055
3	0.00168	0.00126	0.00075	0.00052	0.00052	0.00047
4	0.00156	0.00123	0.00076	0.00050	0.00047	0.00044
5	0.00134	0.00104	0.00070	0.00045	0.00046	0.00038
6	0.00130	0.00098	0.00073	0.00046	0.00042	0.00035
7	0.00117	0.00094	0.00071	0.00043	0.00037	0.00032
8	0.00112	0.00088	0.00073	0.00042	0.00035	0.00032
9	0.00101	0.00082	0.00070	0.00038	0.00031	0.00029
10	0.00092	0.00067	0.00058	0.00044	0.00032	0.00029
11	0.00089	0.00066	0.00059	0.00044	0.00030	0.00027
12	0.00087	0.00064	0.00056	0.00043	0.00028	0.00029
13	0.00103	0.00076	0.00062	0.00051	0.00030	0.00031
14	0.00120	0.00089	0.00076	0.00063	0.00035	0.00034
15	0.00119	0.00082	0.00070	0.00077	0.00041	0.00039
16	0.00134	0.00093	0.00077	0.00090	0.00047	0.00041
17	0.00135	0.00095	0.00085	0.00094	0.00046	0.00039
18	0.00147	0.00104	0.00089	0.00099	0.00047	0.00037
19	0.00161	0.00113	0.00099	0.00104	0.00048	0.00037
20	0.00124	0.00081	0.00071	0.00106	0.00053	0.00035
21	0.00153	0.00098	0.00086	0.00121	0.00060	0.00038
22	0.00164	0.00113	0.00098	0.00124	0.00066	0.00042

ตารางที่ ๓2(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศหญิง ของ พ.ศ. 2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
23	0.00197	0.00143	0.00121	0.00131	0.00078	0.00051
24	0.00236	0.00169	0.00141	0.00151	0.00093	0.00058
25	0.00163	0.00099	0.00086	0.00157	0.00107	0.00062
26	0.00176	0.00114	0.00097	0.00161	0.00121	0.00066
27	0.00197	0.00125	0.00106	0.00177	0.00135	0.00075
28	0.00202	0.00142	0.00117	0.00176	0.00146	0.00079
29	0.00220	0.00158	0.00124	0.00183	0.00155	0.00082
30	0.00214	0.00155	0.00129	0.00179	0.00154	0.00086
31	0.00219	0.00176	0.00137	0.00181	0.00160	0.00091
32	0.00218	0.00176	0.00144	0.00176	0.00152	0.00097
33	0.00225	0.00187	0.00155	0.00177	0.00142	0.00106
34	0.00230	0.00200	0.00159	0.00175	0.00149	0.00117
35	0.00252	0.00219	0.00177	0.00177	0.00147	0.00127
36	0.00245	0.00230	0.00193	0.00182	0.00147	0.00135
37	0.00274	0.00253	0.00203	0.00186	0.00161	0.00143
38	0.00271	0.00257	0.00224	0.00196	0.00165	0.00155
39	0.00287	0.00277	0.00241	0.00200	0.00174	0.00154
40	0.00309	0.00292	0.00253	0.00218	0.00184	0.00152
41	0.00318	0.00304	0.00286	0.00228	0.00196	0.00166
42	0.00347	0.00317	0.00293	0.00243	0.00204	0.00174
43	0.00356	0.00341	0.00318	0.00266	0.00220	0.00183
44	0.00374	0.00356	0.00345	0.00275	0.00226	0.00205
45	0.00389	0.00355	0.00332	0.00290	0.00240	0.00211

ตารางที่ ง2(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศหญิง ของ พ.ศ. 2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
46	0.00396	0.00352	0.00350	0.00318	0.00259	0.00230
47	0.00425	0.00404	0.00391	0.00341	0.00277	0.00252
48	0.00445	0.00412	0.00410	0.00390	0.00309	0.00280
49	0.00477	0.00450	0.00452	0.00430	0.00327	0.00292
50	0.00495	0.00488	0.00477	0.00460	0.00368	0.00323
51	0.00525	0.00509	0.00501	0.00522	0.00395	0.00338
52	0.00543	0.00553	0.00516	0.00523	0.00417	0.00360
53	0.00576	0.00583	0.00569	0.00578	0.00469	0.00399
54	0.00601	0.00617	0.00596	0.00618	0.00481	0.00413
55	0.00605	0.00641	0.00610	0.00658	0.00528	0.00455
56	0.00651	0.00675	0.00624	0.00703	0.00587	0.00487
57	0.00695	0.00734	0.00726	0.00778	0.00622	0.00543
58	0.00751	0.00783	0.00757	0.00815	0.00705	0.00589
59	0.00804	0.00871	0.00854	0.00909	0.00788	0.00638
60	0.00843	0.00891	0.00920	0.00981	0.00850	0.00722
61	0.00919	0.01002	0.01014	0.01047	0.00980	0.00775
62	0.01005	0.01102	0.01162	0.01108	0.01023	0.00856
63	0.01090	0.01193	0.01249	0.01222	0.01138	0.00969
64	0.01184	0.01312	0.01378	0.01306	0.01260	0.01046
65	0.01180	0.01282	0.01436	0.01404	0.01305	0.01149
66	0.01315	0.01458	0.01580	0.01430	0.01414	0.01308
67	0.01463	0.01635	0.01788	0.01682	0.01616	0.01428
68	0.01599	0.01823	0.01944	0.01664	0.01636	0.01594

ตารางที่ ๖2(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศหญิง ของ พ.ศ. 2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
69	0.01788	0.02019	0.02221	0.01973	0.01961	0.01756
70	0.02553	0.03315	0.03495	0.02164	0.02069	0.01990
71	0.02804	0.03605	0.03861	0.02306	0.02218	0.02236
72	0.03106	0.03990	0.04250	0.02613	0.02388	0.02439
73	0.03413	0.04380	0.04626	0.02787	0.02658	0.02674
74	0.03751	0.04797	0.05084	0.03058	0.02896	0.03070
75	0.04208	0.05379	0.05684	0.03576	0.03312	0.03330
76	0.04682	0.06014	0.06364	0.03795	0.03416	0.03827
77	0.05178	0.06672	0.07028	0.04161	0.04014	0.04176
78	0.05682	0.07327	0.07673	0.04393	0.04145	0.04478
79	0.06322	0.08108	0.08463	0.04952	0.04751	0.04848
80	0.07076	0.09040	0.09396	0.05351	0.05387	0.05475
81	0.07994	0.10197	0.10411	0.05939	0.05877	0.06071
82	0.08966	0.11384	0.11554	0.06530	0.06746	0.06974
83	0.09894	0.12572	0.12668	0.06963	0.07141	0.07134
84	0.11286	0.14274	0.14293	0.07853	0.08099	0.08702
85	0.12534	0.15833	0.15747	0.08534	0.09347	0.09082
86	0.13886	0.17525	0.17352	0.09324	0.09912	0.10318
87	0.15361	0.19337	0.19073	0.10164	0.10927	0.11629
88	0.16976	0.21332	0.20956	0.11085	0.11681	0.12531
89	0.18715	0.23469	0.22869	0.12080	0.13110	0.14201
90	0.20607	0.25787	0.24922	0.13189	0.14128	0.15299
91	0.22636	0.28276	0.27151	0.14240	0.15520	0.16879

ตารางที่ ๓2(ต่อ) แสดงอัตราตายกลางปีของเพศชายที่ประมาณจากตัวแบบ RH ของเพศหญิง ของ พ.ศ. 2506 2516 2526 2546 และ 2553

อายุ(ปี)	ปีปฏิทิน					
	2506	2516	2526	2536	2546	2556
92	0.24822	0.30924	0.29530	0.15573	0.16902	0.19599
93	0.27192	0.33746	0.32062	0.17105	0.18436	0.21022
94	0.29732	0.36756	0.34753	0.18770	0.20321	0.23326
95	0.32461	0.39966	0.37641	0.20633	0.22311	0.25067
96	0.35372	0.43354	0.40692	0.22715	0.24656	0.28241
97	0.38505	0.46939	0.43940	0.25041	0.27112	0.30506
98	0.41834	0.50661	0.47389	0.27626	0.29784	0.33577
99	0.45386	0.54568	0.51065	0.30366	0.32678	0.36592
100	0.49173	0.58621	0.54960	0.33416	0.35873	0.39800
101	0.53181	0.62730	0.59016	0.36894	0.38986	0.43822
102	0.57470	0.66951	0.63231	0.40791	0.42910	0.48064
103	0.61980	0.71021	0.67436	0.45193	0.47326	0.53156
104	0.66671	0.74768	0.71448	0.50213	0.52344	0.58542
105	0.71570	0.78269	0.75350	0.55901	0.58025	0.64444
106	0.76570	0.81326	0.78920	0.62371	0.64628	0.70956
107	0.81656	0.84148	0.82338	0.69754	0.72177	0.78245
108	1.00000	0.87637	0.86406	0.78261	0.80826	0.85516
109	1.00000	0.92893	0.92191	0.88099	0.90380	0.94911
110	1.00000	1.00000	1.00000	0.99572	1.00000	1.00000



```

#logistic reg for completeness of death register

#import data frame name "lgt"

fit.lgt <- NULL

for (i in 2:8) { fit.lgt <- rbind( fit.lgt,coef(glm(lgt[[i]]/100~lgt[[1]],family = binomial())))}

fit.lgt

write.csv(fit.lgt,file = "lgt_fit.csv")

#import data

data_dxt <- read.csv("C:/Users/Administrator/Desktop/thesis 20.2/data_dxt.csv")

data_ext <- read.csv("C:/Users/Administrator/Desktop/thesis 20.2/data_ext.csv")

#LC model

data_age <- 0:110

data_year <- 2506:2553

LCfit<-fit(lc(), Dxt = data_dxt,Ext = data_ext,ages = data_age, years =
data_year,ages.fit = 0:110)

#RH model - run afer runing LC

wxt <- genWeightMat(data_age, data_year, clip = 3)

RHfit <- fit(rh(), Dxt = data_dxt,Ext = data_ext,ages = data_age, years =
data_year,ages.fit = 0:110, wxt = wxt, start.ax = LCfit$ax,start.bx = LCfit$bx, start.kt =
LCfit$kt)

#APC model

wxt <- genWeightMat(data_age, data_year, clip = 3)

APCfit <- fit(apc(), Dxt = data_dxt,Ext = data_ext,ages = data_age, years =
data_year,ages.fit = 0:110,wxt = wxt)

#CBD model

```

```

CBDfit <- fit(cbd(link = "logit"), Dxt = data_dxt, Ext = data_ext, ages = data_age, years =
data_year, ages.fit = 0:109)

#GCBD model

wxt <- genWeightMat(data_age, data_year, clip = 3)

GCBDfit <- fit(m7(), Dxt = data_dxt, Ext = data_ext, ages = data_age, years =
data_year, ages.fit = 0:109)

#SVD_LC

SVD.lc <- svd(log(data_dxt/data_ext), nu = length(data_year), nv = length(data_age))

SVD.lc.out <- (SVD.lc$u[,1]*SVD.lc$d[1]) %*% t(SVD.lc$v[,1])

write.csv(exp(SVD.lc.out), "svd_lc.csv")

#SVD_RH

SVD.error <- log(data_dxt/data_ext) - SVD.lc.out

write.csv(SVD.error, "svd_error.csv")

#then import RH data

SVD.rh <- svd(RH_data, nu = 111, nv = 158)

SVD.rh.out <- (SVD.rh$u[,1]*SVD.rh$d[1]) %*% t(SVD.rh$v[,1])

write.csv(SVD.rh.out, "svd_rh.csv")

#ARIMA

my.kt <- as.vector(RHfit$kt)

my.gc <- as.vector(RHfit$gc)

my.gc <- my.gc[!is.na(my.gc)]

my.index <- my.gc

my.index

focus.para <- my.index - 5 * min(my.index)

```



```
#par(mar=c(1,1,1,1))  
plot(focus.para,type="l")  
#par(mfrow=c(2,1))  
acf(focus.para)  
pacf(focus.para)  
bc.lambda<- BoxCox.lambda(focus.para)  
focus.bc<- BoxCox(focus.para,lambda = bc.lambda)  
focus.bc.beforediff<- BoxCox(focus.para,lambda = bc.lambda)  
focus.autoarima<- auto.arima(focus.bc)  
auto.arima(focus.bc,trace = TRUE)  
plot(forecast(focus.autoarima))  
plot(focus.para,type="l")  
plot(focus.bc,type="l")  
#loop this  
kpss.test(focus.bc)  
focus.bc<- diff(focus.bc)  
#d=? : 2  
acf(focus.bc)  
pacf(focus.bc)  
focus.autoarima  
focus.arima<- Arima(focus.bc.beforediff,order=c(2,2,1),include.drift = FALSE)  
focus.arima  
accuracy(focus.arima)  
Box.test(focus.arima$residuals, lag = 3, type = "Ljung-Box")
```

```
plot(focus.arma$residuals,type="l")

focus.acc<- accuracy(focus.arma)

focus.acc

forecast(focus.arma,80)

plot(forecast(focus.arma,80))

lam.kt<- bc.lambda

out.kt<- focus.arma

finish.kt<- (((forecast(out.kt,90)$mean*lam.kt)+1)^(1/lam.kt))+5*min(my.index))

write.csv(finish.kt,"arma_kt.csv")

lam.gc<- bc.lambda

out.gc<- focus.arma

finish.gc<- (((forecast(out.gc,90)$mean*lam.gc)+1)^(1/lam.gc))+5*min(my.index))

write.csv(finish.gc,"arma_gc.csv")
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย สุทธิวัฒน์ แสงคล้าย เกิดเมื่อวันที่ 25 พฤษภาคม พ.ศ. 2534 เป็นคนจังหวัดนนทบุรี สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ เมื่อปีการศึกษา 2555 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2556

การติดต่อ e-mail : hyouga@windowslive.com

