สำนักงานวิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4
ทฤษฎีที่ใช้ในการศึกษา

4.1 ทฤษฎีการไหลในทางน้ำเปิดแบบไม่คงตัว

การไหลในทางน้ำเปิด แบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ คือ (1) การไหลแบบคงตัว (steady flow) และ (2) การไหลแบบไม่คงตัว (unsteady flow) ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะการไหลแบบไม่คงตัว ซึ่งสมการที่ใช้สำหรับการไหลในทางน้ำเปิดแบบไม่คงตัว จะใช้สมการคือ "Saint Venant Equation" (Chow,1988) ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นโดย Barre de Saint Venant ในปี 1871 อธิบายการไหลในทางน้ำเปิดแบบไม่คงตัว 1 มิติ ดังรูปที่ 4-1 โดยมีสมมติฐานของสมการดังนี้

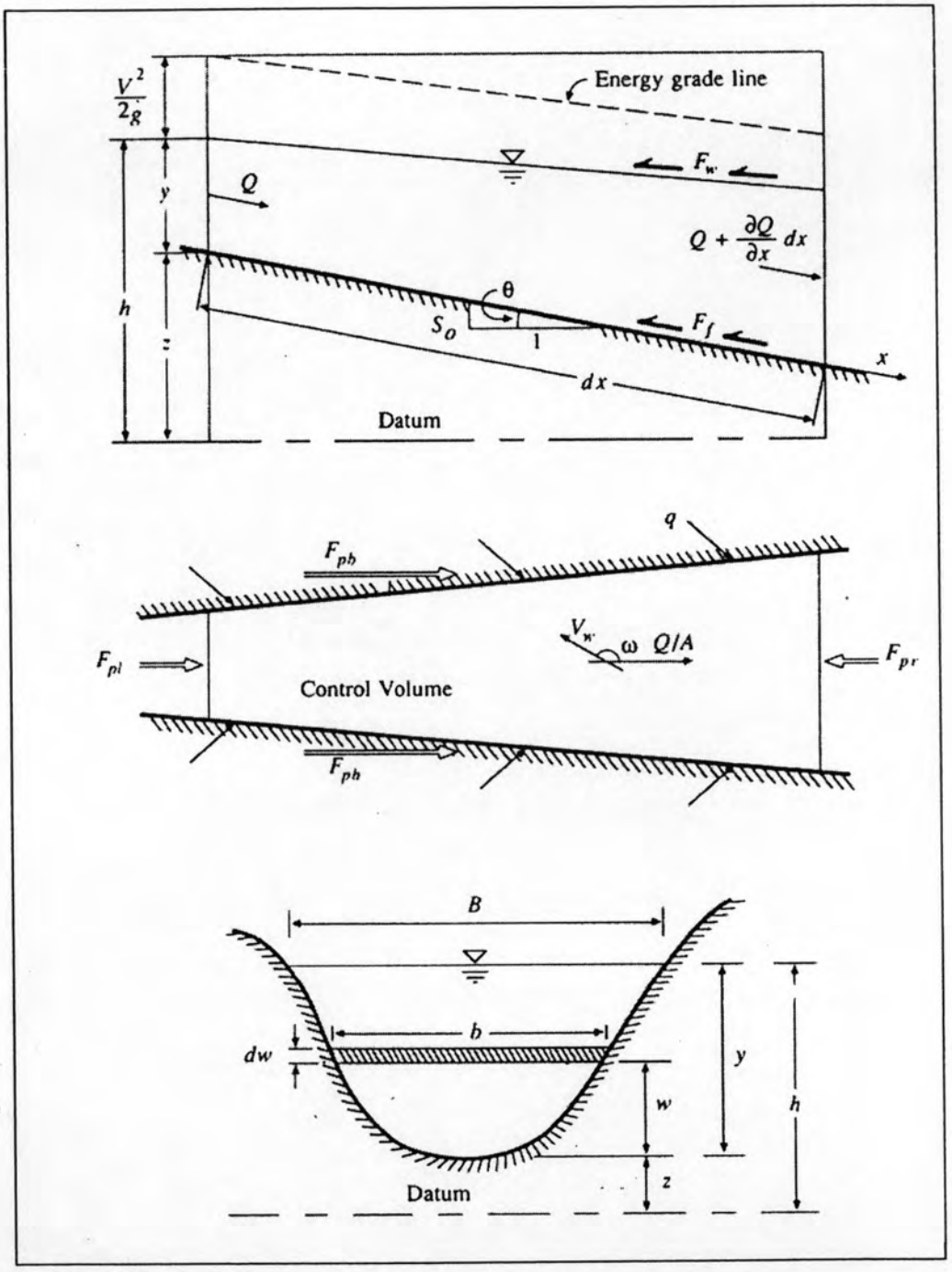
1) การไหลเป็นแบบ 1 มิติ พิจารณาความลึกการไหลและความเร็วการไหลในทิศทางตามยาวของทางน้ำ
2) สมมติการไหลมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากตลอดทางน้ำ ดังนั้นมีความดันเนื่องจากความลึกน้ำ และไม่พิจารณาความเร่งในแนวดิ่ง
3) สมมติทางน้ำเป็นแนวตรงตามความยาว
4) ความลาดชันท้องน้ำน้อยมากและมีค่าคงที่ ไม่มีผลเนื่องจากการกัดเซาะและการทับถม
5) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนสม่ำเสมอคงที่ (steady uniform turbulent flow)
6) ของไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้และมีความหนาแน่นคงที่

การวิเคราะห์เริ่มต้นจากการพิจารณาสมการต่อเนื่อง (continuity equation) ดังนี้

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t} = 0 \qquad (4\text{-}1)$$

และพิจารณาหลักการสมดุลของแรงโมเมนตัมที่มีผลต่อการไหลในทางน้ำเปิด

การอนุรักษ์โมเมนตัม มาจากกฎข้อที่สองของนิวตันคือ



รูปที่ 4-1 แรงและตัวแปรต่างๆ ในทางน้ำเปิดที่ใช้ในสมการ Saint Venant

$$\sum F_x = \frac{d\vec{M}}{dt}$$

การอนุรักษ์โมเมนตัมสำหรับปริมาตรควบคุมเท่ากับ อัตราสุทธิของโมเมนตัมที่เข้าสู่ระบบปริมาตร (ฟลักซ์โมเมนตัม) บวกด้วยผลรวมของแรงภายนอกทั้งหมดที่กระทำต่อระบบปริมาตร

ซึ่งมี 3 แรงที่ต้องพิจารณาคือ (1) แรงเนื่องจากความดัน (Pressure Force) (2) แรงเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก (Gravity Force) และ (3) แรงเสียดทาน (Friction Force) มีรายละเอียดของแต่ละแรงดังนี้

(1) แรงเนื่องจากความดัน

รูปที่ 4-2 อธิบายกรณีทั่วไปของรูปตัดลำน้ำธรรมชาติ การกระจายความดันถูกสมมติให้แปรผันเชิงเส้นตรงกับความลึกน้ำ (Hydrostatic) ดังนั้นแรงเนื่องจากความดันทั้งหมด หาได้จากการอินทิเกรตความดันกับพื้นที่ตลอดรูปตัดลำน้ำ โดย Shames (1926) กล่าวว่า แรงเนื่องจากความดันที่จุดใดๆ มีค่าดังนี้

$$F_p = \int_0^h \rho\, g(h-y)T(y)\,dy \qquad (4\text{-}2)$$

เมื่อ h คือ ความลึกน้ำทั้งหมด

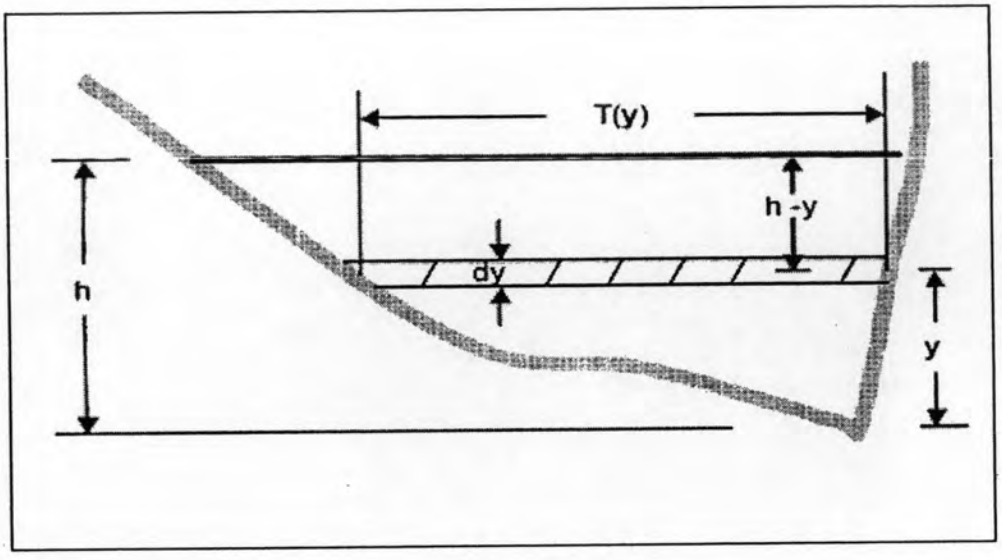
y คือ ระยะทางจากพื้นท้องน้ำถึงระดับที่พิจารณา

T(y) คือ ความกว้างของหน้าตัดลำน้ำ ณ ระดับ y

ถ้า F_p คือ แรงเนื่องจากความดันในทิศแกน X ที่จุดกึ่งกลางของปริมาตรควบคุม (Control volume)

จะได้แรงดันน้ำช่วงด้านเหนือน้ำของจุดกึ่งกลางของปริมาตรควบคุมคือ

$$F_p - \frac{\partial F_p}{\partial x}\frac{\Delta x}{2} \qquad (4\text{-}3)$$



รูปที่ 4-2 ลักษณะทั่วไปของหน้าตัดลำน้ำธรรมชาติ

และแรงดันน้ำช่วงด้านท้ายน้ำของจุดกึ่งกลางของปริมาตรควบคุมคือ

$$F_P + \frac{\partial F_P}{\partial x}\frac{\Delta x}{2} \tag{4-4}$$

ผลรวมของแรงดันน้ำสำหรับปริมาตรควบคุม คือ

$$F_{Pn} = \left| F_P - \frac{\partial F_P}{\partial x}\frac{\Delta x}{2} \right| - \left| F_P + \frac{\partial F_P}{\partial x}\frac{\Delta x}{2} \right| + F_B \tag{4-5}$$

เมื่อ F_{Pn} คือ แรงดันน้ำสุทธิสำหรับปริมาตรควบคุม และ F_B คือแรงกระทำจากตลิ่งต่อของไหลในทิศทางแกน X จากสมการที่ (4-5) จะได้

$$F_{Pn} = \frac{\partial F_P}{\partial x}\Delta x + F_B \tag{4-6}$$

ทำการแก้สมการที่ (4-2)ด้วยกฎของ Liebnitz และนำผลมาแทนในสมการที่ (4-6) จะได้

$$F_{Pn} = -\rho g \Delta x \left[\frac{\partial h}{\partial x}\int_0^h T(Y)\,dy + \int_0^h (h-y)\frac{\partial T(y)}{\partial x}dy \right] + F_B \tag{4-7}$$

การอินทิเกรตครั้งที่หนึ่งในสมการที่ (4-7) คือพื้นที่หน้าตัด A การอินทิเกรตครั้งที่สอง (คูณด้วย $-\rho g\Delta x$) คือแรงดันเนื่องจากน้ำกระทำต่อตลิ่งลำน้ำ ซึ่งมีขนาดเท่ากันกับ F_B แต่มีทิศทางตรงกันข้าม ดังนั้นแรงดันสุทธิเขียนได้ดังนี้

$$F_{Pn} = -\rho gA\frac{\partial h}{\partial x}\Delta x \qquad (4\text{-}8)$$

(2) แรงเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

เนื่องจากความโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อของไหลในปริมาตรควบคุมในแนวแกน X คือ

$$F_g = \rho gA\sin\theta\,\Delta x \qquad (4\text{-}9)$$

โดย θ คือมุมระหว่างพื้นท้องน้ำกับแนวราบ โดยทั่วไปแม่น้ำธรรมชาติมุม θ มีค่าน้อยและ $\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{-\partial z_0}{\partial x}$ เมื่อ z_0 คือระดับพื้นท้องน้ำ ดังนั้นแรงเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลกมีค่าดังนี้

$$F_g = -\rho gA\frac{\partial z_0}{\partial x}\Delta x \qquad (4\text{-}10)$$

แรง F_g นี้จะมีค่าเป็นบวกเมื่อความลาดชันพื้นท้องน้ำมีค่าเป็นลบ แรงเนื่องจากความเสียดทานระหว่างลำน้ำและของไหลมีค่าดังนี้

$$F_f = -\tau_0 P\Delta x \qquad (4\text{-}11)$$

เมื่อ τ_0 คือแรงเค้นเฉือน (shear stress) เฉลี่ย (แรงต่อหน่วยพื้นที่) ที่กระทำต่อผิวของไหลและ P คือระยะเส้นขอบเปียก (wetted perimeter) โดยเครื่องหมายลบแสดงว่าแรงเสียดทานกระทำในทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางไหลของน้ำ

τ_0 มีความสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์การไหล (drag coefficient,C_D.) ดังนี้

$$\tau_0 = \rho C_D V^2 \qquad (4\text{-}12)$$

โดยค่าสัมประสิทธิ์การไหล C_D มีความสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์ของ Chezy C ดังนี้

$$C_D = \frac{g}{C^2} \tag{4-13}$$

สมการของ Chezy คือ

$$V = C\sqrt{RS_f} \tag{4-14}$$

แทนสมการที่ (4-12),(4-13) และ (4-14)ในสมการที่ (4-11) จะได้แรงเนื่องจากความเสียดทานคือ

$$F_f = -\rho g A S_f \Delta x \tag{4-15}$$

เมื่อ S_f คือความลาดชันของแรงเสียดทาน (friction slope) ซึ่งมีค่าเป็นบวก เมื่อไหลไปตามทิศทางบวกของแกน X และค่าความลาดชันของแรงเสียดทานจะต้องสัมพันธ์กับอัตราการไหลและระดับน้ำด้วย

ความลาดชันของแรงเสียดทานสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของแมนนิ่งดังนี้

$$S_f = \frac{Q|Q|n^2}{2.208R^{4/3}A^2} \tag{4-16}$$

เมื่อ R คือค่ารัศมีชลศาสตร์ (hydraulic radius) และ n คือค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของแมนนิ่ง

(3) ฟลักซ์โมเมนตัม

ฟลักซ์โมเมนตัม (Momentum Flux) ที่เข้าสู่ปริมาตรควบคุมมีค่าดังนี้

$$\rho\left[QV - \frac{\partial QV}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right] \tag{4-17}$$

และฟลักซ์โมเมนตัมที่ออกจากปริมาตรควบคุมคือ

$$\rho\left[QV+\frac{\partial QV}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right] \tag{4-18}$$

ดังนั้นฟลักซ์โมเมนตัมสุทธิที่เข้าสู่ปริมาตรควบคุมมีค่าเท่ากับ

$$-\rho\frac{\partial QV}{\partial x}\Delta x \tag{4-19}$$

เพราะว่าโมเมนตัมของของไหลในปริมาตรควบคุมคือ $\rho g\Delta x$ ดังนั้นอัตราสะสมของโมเมนตัมคือ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Q\Delta x)=\rho\Delta x\frac{\partial Q}{\partial t} \tag{4-20}$$

ปรับรูปสมการอนุรักษ์โมเมนตัมโดยนำสมการที่ (4-19) บวกกับสมการที่ (4-8) บวกสมการที่ (4-10) บวกสมการที่ (4-15) ให้เท่ากับสมการที่ (4-20) จะได้

$$\rho\Delta x\frac{\partial Q}{\partial t}=-\rho\frac{\partial QV}{\partial x}\Delta x-\rho gA\frac{\partial h}{\partial x}\Delta x-\rho gA\frac{\partial z_0}{\partial x}\Delta x-\rho gAS_f\Delta x \tag{4-21}$$

ค่าระดับผิวน้ำ z เท่ากับ z_0+h ดังนั้น

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial z_0}{\partial x} \tag{4-22}$$

เมื่อ $\frac{\partial z}{\partial x}$ คือความลาดชันผิวน้ำ (water surface slope) แทนสมการที่ (4-22) ในสมการที่ (4-21)หารตลอดด้วย $\rho\Delta x$ แล้วจัดเทอมใหม่จะได้สมการโมเมนตัม ดังนี้

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial QV}{\partial x}+gA\left(\frac{\partial z}{\partial x}+S_f\right)=0 \tag{4-23}$$

4.2 ทฤษฎีการไหลของน้ำผ่านบานประตูน้ำ

การไหลของน้ำผ่านบานประตูเขื่อนเจ้าพระยามี 3 ประเภท คือ (1) การไหลของน้ำผ่านบานประตูแบบ free flow (2) การไหลของน้ำผ่านบานประตูแบบ submerge flow และ (3) การไหลของน้ำผ่านธรณีประตูเมื่อบานประตูที่ยกพ้นน้ำ ทฤษฎีการไหลสำหรับการไหลของน้ำแต่ละประเภทดังกล่าว มีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 การไหลของน้ำผ่านบานประตูแบบ free flow

เขื่อนเจ้าพระยาเป็นเขื่อนผันน้ำ ประกอบด้วยบานประตูโค้ง 16 บาน แต่ละบานกว้าง 12.50 เมตร โดยมีระดับเก็บกักด้านเหนือน้ำสูงสุด 16.50 เมตร (รทก.) ระดับธรณีประตู 9.00 เมตร (รทก.) และระดับพื้น stilling basin ท้ายน้ำ 4.60 เมตร (รทก.) รายละเอียดดังแสดงในรูปที่ 4-3 เมื่อใช้เขื่อนเจ้าพระยายกระดับน้ำทางด้านเหนือน้ำให้สูงขึ้นจะต้องปล่อยให้น้ำไหลผ่านเขื่อนเจ้าพระยาจำนวนหนึ่ง ซึ่งในการออกแบบไว้ครั้งแรกการปิด - เปิดประตูเขื่อนจะยอมให้ระดับน้ำเหนือและระดับน้ำท้ายเขื่อนต่างกันได้ไม่เกิน 9.00 เมตร กล่าวคือ เมื่อระดับน้ำเหนือน้ำอยู่ที่ 16.50 เมตร (รทก.) จะต้องปล่อยน้ำจำนวนหนึ่งให้ไหลผ่านเขื่อน แล้วมีระดับน้ำท้ายน้ำอยู่ที่ 7.50 เมตร (รทก.) เป็นต้น จะเห็นว่ากรณีดังกล่าวปริมาณน้ำที่ไหลผ่านเขื่อนเจ้าพระยาจะเป็น free flow ดังรูปที่ 4-4 การวิเคราะห์การไหลกรณีที่ท้ายน้ำเป็น free flow จากรูปที่ 4-4 เขียนสมการของ energy ระหว่างรูปตัด 1 - 1 และรูปตัด 2 - 2 จะได้

$$V^2_1/2g + y_1 = V^2_1/2g + y_2 + h_f \qquad (4\text{-}24)$$

เมื่อ V_1 และ V_2 คือ อัตราความเร็วของการไหลที่รูปตัด 1 - 1 และ 2 - 2 ตามลำดับ y_1 และ y_2 คือ ความลึกของน้ำที่รูปตัด 1 - 1 และ 2 - 2 ตามลำดับ h_f คือ การสูญเสีย head เนื่องจากการไหลลอดใต้บานประตู และจากสมการ continuity จะได้

$$y_1V_1 = y_2V_2 = q \qquad (4\text{-}25)$$

โดยที่ q มีค่าเท่ากับปริมาณน้ำที่ไหลผ่านต่อความกว้าง 1 หน่วย จากสมการ (4-24) และ (4-25) จะได้

$$y_1 + V^2_1/2g = y_2 + (q/y_2)^2/2g + h_f$$

$$q^2/2gy^2_2 = (y_1 - y_2) + V^2_1/2g - h_f$$

$$q = y_2\sqrt{2g\,(y_1 - y_2) + V^2_1 / 2g - h_f} \qquad (4\text{-}26)$$

$$q = y_2V_2 = C_cG_oV_2$$

หรือ $y_2 = C_cG_o$

เมื่อ C_c = ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของน้ำผ่านบานประตูน้ำ

กรณีที่การไหลเป็น free flow y_2 มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับ y_1 และยากแก่การวัดและ h_f มีค่าน้อยควรให้รวมอยู่ในค่า C_c

ดังนั้น สมการที่ (4-26) กลายเป็น

$$q = C_cG_o\sqrt{2g(y_1 + V^2_1 / 2g}$$

$$Q = C_cLG_o\sqrt{2g(y_1 + V^2_1 / 2g} \qquad (4\text{-}27)$$

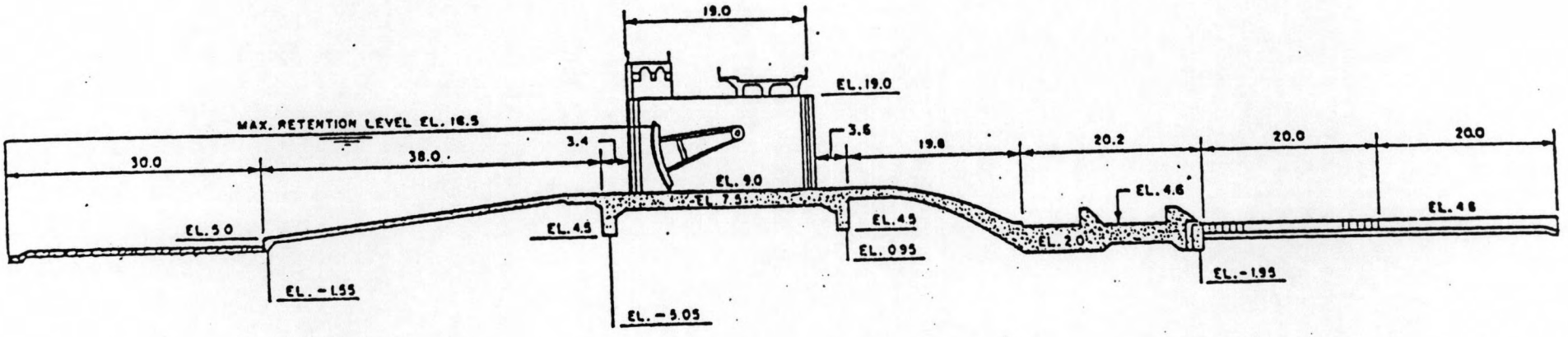
L = ความกว้างบานประตู (เมตร)

G_o = ระยะยกบานประตู (เมตร)

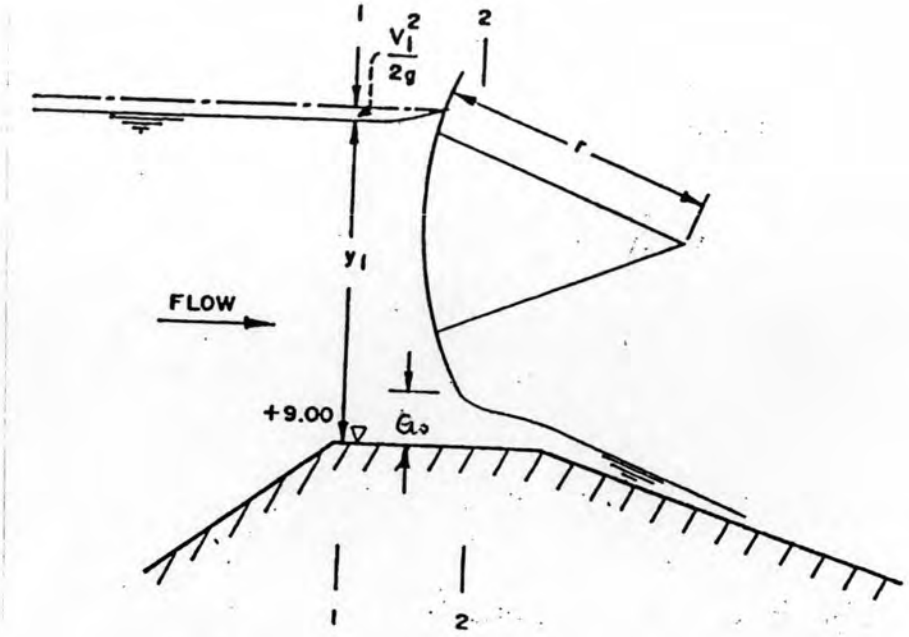
เนื่องจากกรณีการไหลเป็น free flow ปริมาณน้ำที่ไหลผ่านไม่มาก เมื่อเทียบกับค่าปริมาณน้ำสูงสุดที่ออกแบบค่า $V_1^2/2g$ จึงมีค่าไม่มากนัก จึงให้รวมอยู่ในค่า C_f ซึ่งใช้แทนด้วยค่า C_f จะได้

$$Q = C_fLG_o\sqrt{2gy_1} \qquad (4\text{-}28)$$

C_f = สัมประสิทธิ์การไหลผ่านแบบประตูน้ำ เมื่อการไหลเป็น free flow



รูปที่ 4-3 รูปตัดทั่วไปของเขื่อนเจ้าพระยา



รูปที่ 4-4 ลักษณะการไหลของน้ำผ่านบานประตูเขื่อนเจ้าพระยา

4.2.2 การไหลของน้ำผ่านประตูน้ำแบบ submerge flow

การคำนวณปริมาณน้ำผ่านประตูระบายเมื่อท้ายน้ำ submerged ซึ่งมักเป็นกรณีที่เกิดขึ้นทั่วไปในโครงการเจ้าพระยา เนื่องจากความลาดเทของคลองมีน้อย จึงทำให้การ operate อาคารที่อยู่ในคลองส่งน้ำสายเดียวกันมีผลกระทบไปถึงท้ายน้ำของอาคารเหนือน้ำ

U.S. Army Corps of Engineer, Waterways Experiment Station (5) ได้พัฒนาสูตรสำหรับใช้คำนวณปริมาณน้ำผ่านประตูระบายกรณีที่เป็น Submerged flow โดยได้ดัดแปลงมาจากสูตรของ standard orifice

$$Q = C_s L G_o \sqrt{2gh} \qquad (4\text{-}29)$$

โดยสูตรนี้กำหนดไว้ในโปรแกรม HEC - RAS ให้ใช้เมื่อค่าอัตราส่วน ผลต่างระหว่างระดับน้ำด้านท้ายน้ำและระดับสันธรณีประตู หารด้วย ผลต่างระหว่างระดับน้ำด้านเหนือน้ำและระดับสันธรณีประตูมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.80 ช่วง transition) แต่ถ้าค่าอัตราส่วนอยู่ระหว่าง 0.67 ถึง 0.80 ให้ใช้สูตรข้างล่างนี้ (US Army Corps of Engineers,2002)

$$Q = C_s L(G_o)^m \sqrt{2g}\ (3h)^n \qquad (4\text{-}30)$$

G_o = ระยะยกบานประตู (เมตร)

m = เลขยกกำลังของระยะยกบานประตู (Gate opening exponent ซึ่งมีค่าตามเกณฑ์ทั่วไปเท่ากับ 1)

Q = ปริมาณน้ำ (ลูกบาศก์เมตร / วินาที)

C_s = สัมประสิทธิ์ปริมาณน้ำเมื่อการไหลเป็น submerged flow

L = ความกว้างของช่องบานประตู (เมตร)

g = อัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (เมตร /วินาที^{2})

h = ผลต่างของ head ทั้งหมดระหว่างเหนือน้ำและท้ายน้ำ ซึ่งรวมถึง approach velocity head ด้วย (เมตร)

n = เลขยกกำลังของค่าผลต่างของ head (head exponent ซึ่งมีค่าตามเกณฑ์ทั่วไปเท่ากับ 0.5)

4.2.3 การไหลของน้ำผ่านธรณีประตูเมื่อยกบานประตูน้ำพันน้ำ

เมื่อยกบานประตูพันน้ำสภาพการไหลผ่านธรณีประตูเปรียบเสมือนการไหลผ่านฝาย ดังนั้น สมการคำนวณหาอัตราการไหลผ่านบานประตูน้ำที่ยกบานพันน้ำจะใช้สมการเช่นเดียวกับสมการคำนวณการไหลผ่านฝาย นั่นคือ

$$Q = C_w L y_1^{1.5} \qquad (4\text{-}31)$$

เมื่อ C_w = สัมประสิทธิการไหลผ่านธรณีประตู มีค่าระหว่าง 1.38 -1.7 ขึ้นอยู่กับรูปร่างของสันธรณีประตู (Heastad, 2003)

L = ความกว้างของบานประตู (เมตร)

y_1 = ค่าผลต่างระหว่างระดับเส้นชั้นพลังงานด้านเหนือน้ำ และระดับสันธรณีประตู (เมตร)