บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้เสนอแนวคิด ทฤษฎี ซึ่งได้จากการศึกษาเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอเป็น 5 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การประมาณค่าทางสถิติ

ตอนที่ 2 การแจกแจงแลมดาของตูกี

ตอนที่ 3 เทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชั่นและโปรแกรม MATLAB

ตอนที่ 4 ขนาดอิทธิพลและวิธีที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลมาตรฐาน

ตอนที่ 5 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วง

ตอนที่ 6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตอนที่ 1 การประมาณค่าทางสถิติ

การประมาณค่าเป็นการใช้ข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างมาประมาณค่าพารามิเตอร์ซึ่งเป็นคุณลักษณะของประชากร เพราะการศึกษาลักษณะของประชากรเราไม่สามารถเก็บข้อมูลจากทุกหน่วยของประชากรได้ ซึ่งการประมาณค่าทางสถิติ มี 2 แบบ คือ การประมาณค่าแบบจุด (point estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (interval estimation)

การประมาณค่าแบบจุด เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่า ๆ หนึ่ง หรือจุด ๆ หนึ่ง เช่นใช้ตัวประมาณ $\bar{X}, S, S^2, \hat{P}, r$ มาประมาณค่าของ $\mu, \sigma, \sigma^2, p, \rho$ ตามลำดับ ค่าประมาณแบบจุดอาจจะเท่าหรือไม่เท่ากับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของประชากรก็ได้ โดยค่าประมาณที่ได้จะคลาดเคลื่อนไปจากค่าจริงหรือค่าพารามิเตอร์เพียงใด ขึ้นอยู่กับการเลือกใช้ตัวประมาณที่เหมาะสม ซึ่ง Yamane (1967; อ้างถึงใน สุชาดา บวรกิติวงศ์, 2548) ได้กล่าวถึงสมบัติของตัวประมาณที่ดีว่า 1. ตัวประมาณต้องไม่เอนเอียง (unbiased) 2. ตัวประมาณต้องมีประสิทธิภาพ(efficiency) 3. ตัวประมาณต้องมีความคงเส้นคงวา (consistency) และ 4. ตัวประมาณต้องมีความเพียงพอ (sufficiency) เรานิยมใช้การประมาณแบบจุดเมื่อต้องการประมาณค่าอย่างหยาบ ๆ และเพื่อความรวดเร็วเท่านั้น

การประมาณค่าแบบช่วง เป็นการประมาณโดยอาศัยการประมาณค่าแบบจุดและการแจกแจงของตัวประมาณแบบจุด โดยช่วงประมาณจะบอกค่าต่ำสุดและสูงสุดของค่าพารามิเตอร์

ซึ่งช่วงความเชื่อมั่นจะแคบหรือกว้างขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ถ้าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำ ช่วงประมาณที่ได้จะแคบ แต่ถ้าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูง ช่วงประมาณที่ได้จะกว้าง ผลจากการประมาณแบบช่วงทำให้เราเชื่อมั่นได้ในระดับหนึ่งว่าช่วงประมาณที่ได้คลุมค่าพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษา ช่วงประมาณที่ได้นี้เรียกว่า ช่วงความเชื่อมั่น (confidence interval) สามารถเขียนได้ในรูป $\Pr(L < \mu < U) = 1-\alpha$ หรือเขียนช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ μ คือ (L,U) หรือ $L < \mu < U$ ก็ได้ โดย L คือ ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง(lower confidence limit) และ U คือ ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (upper confidence limit) ระดับความเชื่อมั่นที่นิยมได้แก่ 90%, 95% หรือ 99%การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงในที่นี้จะแยกเป็น 3 กรณี คือ

กรณีที่ 1 การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร

1.1 การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม (μ)

1. การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรเมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ และทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ μ คือ $\overline{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\overline{X}}$ ในทางปฏิบัติ การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรในกรณีนี้ มักจะไม่เกิดขึ้นหรือถ้าจะเกิดขึ้นก็เป็นไปได้ยากมาก เพราะถ้านักวิจัยทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) นั่นย่อมหมายความว่าทราบค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) แล้ว จึงไม่มีความจำเป็นต้องประมาณค่า μ ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง

2. การประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรเมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ และไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร (σ^2) $\overline{X}$ ในกรณีนี้จะมีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงที (t-distribution) เนื่องจากไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร ที่ df = n-1 ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ μ คือ $\overline{X} \pm t_{(n-1,\frac{\alpha}{2})} S_{\overline{X}}$ เมื่อ $S_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

1.2 การประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน $(\mu_1 - \mu_2)$

1. การประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม เมื่อประชากรทั้ง 2 กลุ่มมีการแจกแจงปกติ และทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \pm Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$

2. การประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ที่มีการแจกแจงปกติ และไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม สามารถประมาณได้จาก 2 กรณี คือ

เมื่อนักวิจัยคาดว่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม ไม่ต่างกัน และเมื่อคาดว่าความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มต่างกัน เนื่องจากผู้วิจัยไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากรที่แท้จริง จึงอาจเป็นการยากที่จะคาดเดาว่าความแปรปรวนจากประชากร 2 กลุ่มนี้จะต่างกันหรือไม่ต่างกัน ในทางปฏิบัติอาจใช้การประมาณของผู้วิจัยหรืออาจใช้การทดสอบสมมุติฐานว่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 กลุ่มนั้น แตกต่างกันหรือไม่

2.1 เมื่อผู้วิจัยคาดว่าประชากรทั้ง 2 กลุ่ม มีค่าความแปรปรวนไม่แตกต่างกัน หรือทดสอบสมมุติฐานแล้วพบว่าไม่ต่างกัน $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$ ในทางสถิติจะใช้ค่าความแปรปรวนร่วม (pooled variance) ของประชากรทั้ง 2 กลุ่ม เป็นตัวประมาณค่าความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่ม และใช้สัญลักษณ์ S_p^2 ดังนี้

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

การแจกแจงผลต่างของค่าเฉลี่ยจากตัวอย่าง $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)$ จะมีการแจกแจงที (t-distribution) ที่ df = n_1+n_2-2 ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \pm t_{(n_1+n_2-2,\frac{\alpha}{2})} S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$ เมื่อ $S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}}$

2.2 เมื่อผู้วิจัยคาดว่าประชากรทั้ง 2 กลุ่ม มีความแปรปรวนต่างกัน $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ ในกรณีนี้นักสถิติไม่สามารถใช้ค่าความแปรปรวนร่วม (pooled variance) ได้ จึงต้องอาศัย S_1^2, S_2^2 เป็นค่าประมาณของ σ_1^2 และ σ_2^2 (separated variances) ตามลำดับ การแจกแจงของผลต่างค่าเฉลี่ยจากตัวอย่าง $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)$ จะมีการแจกแจงที (t-distribution) ที่ df = ν ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \pm t_{(\nu,\frac{\alpha}{2})} S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} \quad \text{เมื่อ} \quad S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

1.3 การประมาณผลต่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน $(\mu_1 - \mu_2)$

ในกรณีที่ประชากร 2 กลุ่ม ไม่เป็นอิสระกันหรือมีความสัมพันธ์กัน (dependent populations) และนักวิจัยต้องการประมาณผลต่างของค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากรนี้ สามารถทำได้โดยหาผลต่าง (difference หรือ d) รายคู่ ขนาดตัวอย่างในที่นี้จะเท่ากับจำนวนคู่ของข้อมูลเท่ากับ n นั่นเอง โดยที่ $\bar{d}$ คือค่าเฉลี่ยของผลต่างรายคู่ จะมีการแจกแจงที (t-distribution) ที่ df = n-1 ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น$(1-\alpha)100\%$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ $\bar{d} \pm t_{(n-1,\frac{\alpha}{2})} S_{\bar{d}}$ เมื่อ

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - n\bar{d}^2}{n-1}}$$

กรณีที่ 2 การประมาณค่าสัดส่วนของประชากร

การประมาณค่าสัดส่วนของประชากร (p) ใช้ในกรณีที่ข้อมูลไม่ได้เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ แต่ข้อมูลเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยในการประมาณค่าสัดส่วนของประชากรนั้น จะต้องใช้ตัวอย่างขนาดใหญ่เสมอ เนื่องจากผลสรุปเป็นเปอร์เซ็นต์ จึงไม่มีการใช้สถิติที

2.1 การประมาณค่าสัดส่วนของประชากร 1 กลุ่ม (p)

ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ จากทฤษฎีลิมิตเข้าสู่ส่วนกลางจะได้ว่า ค่าสัดส่วนตัวอย่าง (p) จะมีการแจกแจงโดยประมาณแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย p และความแปรปรวน pq/n แต่เนื่องจากไม่ทราบค่า p จึงไม่ทราบค่าความแปรปรวน pq/n ดังนั้นจึงประมาณค่าความแปรปรวนด้วยค่าความแปรปรวนจากตัวอย่าง $S^2 = \dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}$ ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ p คือ $\hat{p} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}\hat{q}/n}$

2.2 การประมาณผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของประชากร 2 กลุ่ม $(p_1 - p_2)$

เราใช้ค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เป็นค่าประมาณแบบจุดของ $p_1 - p_2$ และเนื่องจากไม่ทราบค่า p_1 และ p_2 จึงประมาณค่าความแปรปรวน $\dfrac{p_1q_1}{n_1} + \dfrac{p_2q_2}{n_2}$ ด้วย $\dfrac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}$ ดังนั้น ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $p_1 - p_2$ คือ

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{1-\alpha/2}\sqrt{(\hat{p}_1\hat{q}_1/n_1) + (\hat{p}_2\hat{q}_2/n_2)}$$

กรณีที่ 3 การประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร

3.1 การประมาณค่าความแปรปรวนของประชากร 1 กลุ่ม σ^2

เนื่องจาก S^2 เป็นค่าประมาณแบบจุดของ σ^2 และเมื่อสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ จะได้ว่า $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ df = n-1 ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ σ^2 คือ $[\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}, \dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}}]$

3.2 การประมาณอัตราส่วนระหว่างค่าความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่ม $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$

ค่าอัตราส่วนความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่ม $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ จะประมาณได้ด้วยอัตราส่วนของความแปรปรวนของตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรทั้งสอง $\dfrac{S_1^2}{S_2^2}$ โดยที่ $\dfrac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$ มีการแจก

แจงแบบ F ที่df=n_1-1,n_2-1 ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ σ_1^2/σ_2^2 คือ

$$\frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{1}{F_{1-\alpha/2;n1-1,n2-1}},\frac{S_1^2}{S_2^2}F_{1-\alpha/2;n2-1,n1-1}$$

อวยพร เรืองตระกูล (2549) ได้กล่าวถึงสถานการณ์ที่ใช้ในการประมาณค่าว่า

1. ประมาณค่าหลังจากผลการทดสอบปฏิเสธสมมติฐานหลัก ซึ่งแสดงว่าตัวแปรต้นมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม ดังนั้นนักวิจัยจึงอยากทราบปริมาณอิทธิพลของตัวแปรต้นว่ามีต่อตัวแปรตามเท่าไร จึงใช้การประมาณในการหาคำตอบภายหลังจากปฏิเสธสมมติฐานหลัก
2. การประมาณค่าจะใช้ในกรณีที่นักวิจัยแน่ใจว่าตัวแปรต้นมีอิทธิพลต่อตัวแปรตามและต้องการหาขนาดอิทธิพล
3. การประมาณค่าจะใช้ในกรณีที่ต้องการทราบข้อมูลพื้นฐานบางอย่างเกี่ยวกับประชากร

ตอนที่ 2 การแจกแจงแลมดาของตูกี

การวิจัยนี้ใช้การแจกแจงแลมดาของตูกี (Tukey's Lamda Distribution) ที่เป็นการสร้างตัวแปรสุ่มที่ขึ้นอยู่กับความเบ้(skewness : α_3) และความโด่ง (kurtosis : α_3) โดยตัวแปรสุ่มนี้มีการแจกแจงที่เรียกว่า "การแจกแจงแลมดาของตูกี" โดยที่ตัวแปรสุ่มนั้นจะถูกกำหนดจากค่าพารามิเตอร์ 4 ค่า ซึ่งสัมพันธ์กับค่าความเบ้และค่าความโด่ง ดังนี้

$$X = R(p) = \lambda_1 + \left[p^{\lambda_3} - (1-p^{\lambda_4})\right]/\lambda_2 \quad ; 0<p<1 \qquad (1)$$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแลมดาตูกี ด้วยพารามิเตอร์ $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ และ λ_4 ฟังก์ชันความหนาแน่นของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$\begin{aligned} f(x) &= f[R(p)] \\ &= \lambda_2[\lambda_3 p^{\lambda_3-1} + \lambda_4(1-p)^{\lambda_4-1}]^{-1} \quad ; \quad 0 \le p \le 1 \end{aligned} \qquad (2)$$

โดยที่ p เป็นเลขสุ่มที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1

λ_1 คือพารามิเตอร์ที่กำหนดตำแหน่ง (Location parameter)

λ_2 คือพารามิเตอร์มาตราส่วน (Scale parameter)

λ_3,λ_4 คือพารามิเตอร์สัณฐาน (Shape parameter) ซึ่งขึ้นกับค่าความเบ้และความโด่งที่กำหนด ถ้าการแจกแจงเป็นแบบสมมาตร จะได้ว่า $\lambda_3=\lambda_4$

โดยที่

$$R'(p) = dR(p)/dp$$

Ramberg และ Sohmeiser ได้แสดงค่าโมเมนต์ที่ k เมื่อ $\lambda_1 = 0$ ได้ดังสมการ

$$E(X)^k = \lambda_2^{-k} \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} (-1)^i \beta(\lambda_3(k-i)+1, \lambda_4 i+1) \tag{3}$$

โดยที่ β คือ ค่าเบต้าฟังก์ชัน (bata function)

จากสมการ (3) โมเมนต์ที่ k จะหาค่าไม่ได้เมื่อค่าเบต้าฟังก์ชันมีค่าเป็นลบ ดังนั้น โมเมนต์ที่ k จะหาค่าได้ก็ต่อเมื่อ -1/k < min (λ_3, λ_4)

ดังนั้นจากสมการ (3) สามารถหาค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ของโมเมนต์ที่ 3 รอบค่าเฉลี่ย $(\mu_3 = E(X-\mu)^3)$ และโมเมนต์ที่ 4 รอบค่าเฉลี่ย $(\mu_4 = E(X-\mu)^4)$ จากการแจกแจงได้ดังนี้

$$\mu = \lambda_1 + A/\lambda_2$$
$$\sigma^2 = (B - A^2)/\lambda_2^2$$
$$\mu_3 = (C - 3AB + 2A^3)/\lambda_2^3$$
$$\mu_4 = (D - 4AC + 6A^2B - 3A^4)/\lambda_2^4$$

โดยที่

$$A = 1/(1+\lambda_3) - 1/(1+\lambda_4)$$
$$B = 1/(1+2\lambda_3) + 1/(1+2\lambda_4) - 2\beta(1+\lambda_3, 1+\lambda_4)$$
$$C = 1/(1+3\lambda_3) - 3\beta(1+2\lambda_3, 1+\lambda_4) + 3\beta(1+\lambda_3, 1+2\lambda_4) - 1/(1+3\lambda_4)$$
$$D = 1/(1+4\lambda_3) - 4\beta(1+3\lambda_3, 1+\lambda_4) + 6\beta(1+2\lambda_3, 1+2\lambda_4) - 4\beta(1+\lambda_3, 1+3\lambda_4) + 1/(1+4\lambda_4)$$

ดังนั้นค่าความเบ้และค่าความโด่ง เป็นไปตามสมการดังนี้

$$\alpha_3 = \mu_3/\sigma^3 \tag{4}$$

และ

$$\alpha_4 = \mu_4/\sigma^4 \tag{5}$$

เราสามารถหาค่า $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ เมื่อกำหนดค่าความเบ้และค่าความโด่งต่าง ๆ ได้จากตาราง Remberg โดยที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับ 1 แต่ถ้าค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 จะต้องแปลงค่า λ_1 และ λ_2 จากตารางดังนี้

$$\lambda_1(\mu,\sigma) = \lambda_1(0,1)\sigma + \mu \tag{6}$$

$$\lambda_2(\mu,\sigma) = \lambda_2(0,1)\sigma \tag{7}$$

ค่าประมาณความเบ้ $\hat{\alpha}_3$ และค่าประมาณความโด่ง $\hat{\alpha}_4$ จากข้อมูลตัวอย่างเป็นดังนี้

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}}$$

$$\hat{\alpha}_4 = \frac{m_4}{(m_2)^2}$$

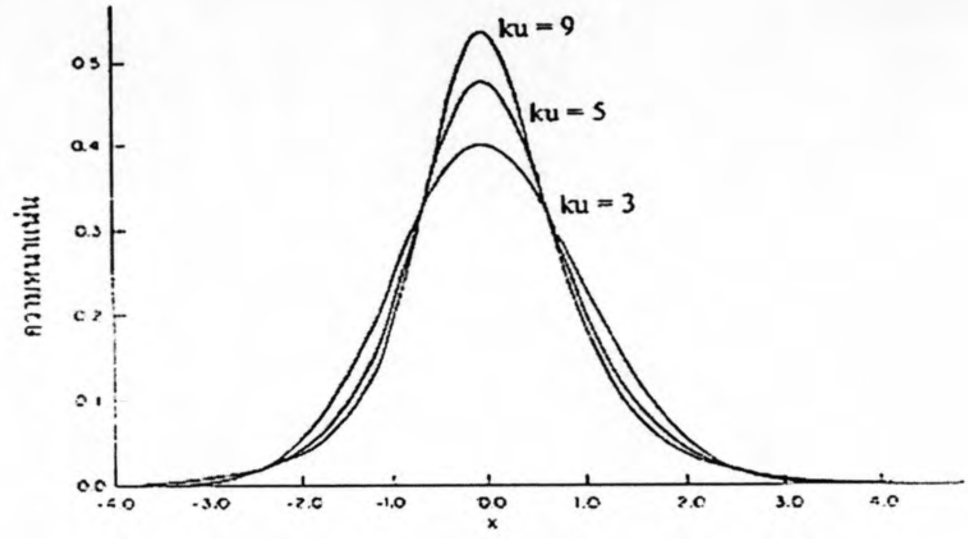
โดยที่

$$m_2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 / n$$

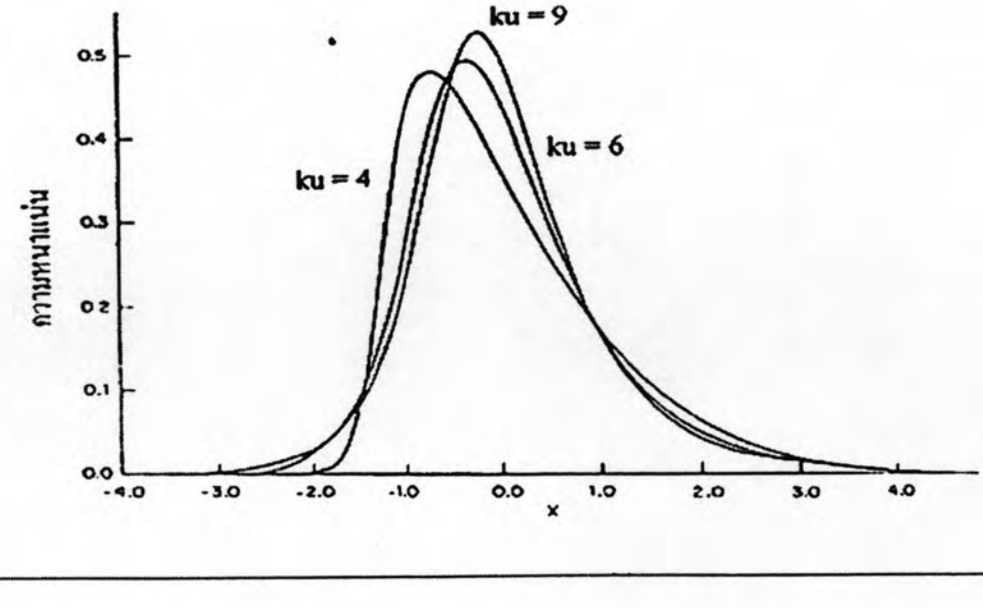
$$m_3 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^3 / n$$

กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแลมดาตูกี ที่ค่าความเบ้ และความโด่งต่าง ๆ แสดงดังแผนภาพที่ 2.1 – 2.3

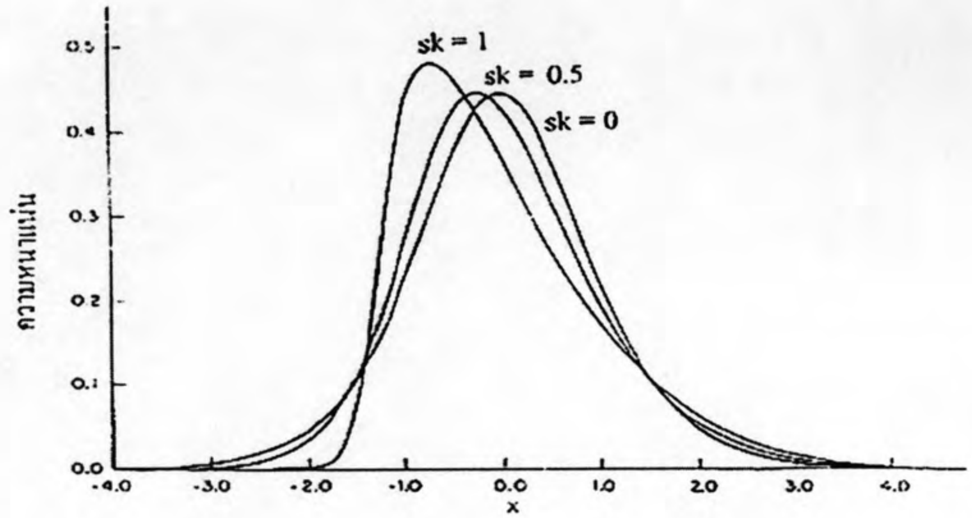
แผนภาพที่ 2.1 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแลมดาตูกี ที่มีความเบ้เท่ากับ 0, ความโด่งเท่ากับ 3, 5 และ 9



แผนภาพที่ 2.2 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแลมดาตูกี ที่มีความเบ้เท่ากับ 1, ความโด่งเท่ากับ 4, 6 และ 9



แผนภาพที่ 2.3 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแลมดาตูกี ที่มีความเบ้เท่ากับ 0, 0.5 และ 1 ความโด่งเท่ากับ 4



ความเบ้

ความเบ้ (skewness) บ่อยครั้งที่การแจกแจงจะไม่สมมาตรรอบ ๆ ค่าสูงสุด คือเบ้ไปทางใดทางหนึ่ง ถ้าข้อมูลส่วนใหญ่มีค่าน้อยหรือข้อมูลส่วนใหญ่อยู่ทางด้านซ้ายมือของการแจกแจง ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า เบ้ขวา มีค่าความเบ้เป็นบวก (Positively skewed) แต่ถ้าข้อมูลส่วนใหญ่มีค่ามาก หรือข้อมูลส่วนใหญ่อยู่ด้านขวามือของการแจกแจง จะเรียกว่า เบ้ซ้าย มีค่าความเบ้เป็นลบ (Negatively skewed) ค่าที่ใช้อธิบายความไม่สมมาตรนี้ เรียกว่า สัมประสิทธิ์ความเบ้ หรือเรียกสั้น ๆ ว่าความเบ้ ซึ่งกำหนดโดย

$$\alpha_3 = \frac{E[(X-\mu)^3]}{\sigma^3} = \mu_3 / \sigma^3$$

ซึ่งเป็นปริมาณไม่มีทิศทาง ค่า α_3 จะเป็นบวกหรือลบขึ้นกับการแจกแจงที่เบ้ไปทางขวาหรือทางซ้าย ถ้าการแจกแจงเป็นแบบสมมาตร $\alpha_3 = 0$

ความโด่ง

ความโด่ง (kurtosis) เป็นค่าที่ใช้วัดระดับของจุดสูงสุดของการแจกแจง เรียกว่า สัมประสิทธิ์ความโด่ง หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ความโด่ง ซึ่งกำหนดโดย

$$\alpha_4 = \frac{E[(X-\mu)^4]}{\sigma^4} = \mu_4 / \sigma^4$$

ซึ่งเป็นปริมาณที่ไม่มีทิศทาง ค่าดังกล่าวมักถูกนำมาเปรียบเทียบกับโค้งปกติ (สัมประสิทธิ์ความโด่งเท่ากับ 3) ความโด่งของเส้นโค้งการแจกแจงมี 3 ลักษณะ คือ

1.การแจกแจงที่มีลักษณะเส้นโค้งปกติ เรียกว่า Mesokurtic

2. การแจกแจงที่มีลักษณะแบนกว่าโค้งปกติ เรียกว่า Platykurtic

3. การแจกแจงที่มีลักษณะสูงกว่าโค้งปกติ เรียกว่า Leptokurtic

ตอนที่ 3 เทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชั่นและโปรแกรม MATLAB

3.1 เทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชั่น (Monte Carlo Simulation Technique)

เทคนิคมอนติคาร์โลเป็นการจำลองข้อมูลทางคณิตศาสตร์ที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบัน ซึ่งหลักการของเทคนิคนี้เป็นการจำลองเลขสุ่ม (Random Number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา โดยการสร้างตัวเลขสุ่มมีหลายวิธีด้วยกัน แต่วิธีที่ดีลักษณะของตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้นมาจะต้องมีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง (0,1) และตัวเลขสุ่มแต่ละตัวเป็นอิสระกัน เลขสุ่มมีประโยชน์หลายประการคือ

1) ทำให้การเลือกตัวอย่างไม่มีความเอนเอียงในการสำรวจหรือทดลองในเรื่องนั้น ๆ ทั้งนี้เพราะเลขสุ่มมาจากแนวคิดเกี่ยวกับการคำนวณความน่าจะเป็น

2)เลขสุ่มจะทำให้ได้มาซึ่งรูปแบบต่าง ๆ หรือวิธีการที่สลับซับซ้อนโดยการสร้างสถานการณ์จำลอง(Simulation)

3)การใช้เลขสุ่มอาจทำเพื่อศึกษาคุณสมบัติทางทฤษฎีของกระบวนการทางสถิติที่มีความสำคัญสำหรับการประมาณค่า ตลอดจนนำไปสู่คำอธิบายเกี่ยวกับอำนาจการทดสอบทางสถิติ(Power of Statistic Tests)

4)เพื่อหาคำตอบในปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจะพิจารณาจากการแจกแจงความน่าจะเป็นของปัญหานั้น ๆ

หลักการของเทคนิคมอนติคาร์โล คือ การนำเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่สนใจศึกษาถึงผลสรุปของปัญหานั้น ๆ โดยมีขั้นตอนที่สำคัญ 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างเลขสุ่ม(Generate Random Number) จะกำหนดให้มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มหรือการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1) และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน จากนั้นนำเลข

สุ่มนี้ไปสร้างตัวแปรตามลักษณะการแจกแจงที่ต้องการในปัญหาที่ศึกษา เพื่อเป็นข้อมูลของปัญหานั้น ๆ

ขั้นตอนที่ 2 การประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่ม ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับปัญหาที่ศึกษา ซึ่งเป็นขั้นตอนที่นำเลขสุ่มมาใช้ในการหาค่าต่างๆ ตามปัญหาที่ต้องการตามหลักสูตรการคำนวณในปัญหาที่ศึกษา

ขั้นตอนที่ 3 การทดลอง เมื่อประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษาโดยใช้เลขสุ่มแล้วขั้นต่อไปคือ การทำวิธีการนั้นซ้ำๆ กัน (Replication) จำนวนหลายครั้ง โดยถือว่าการทำซ้ำ ๆ กันนั้นเป็นวิธีการรวบรวมข้อมูลให้มีจำนวนมากเพื่อลดความไม่แน่นอนของคำตอบ

จากหลักการของเทคนิคมอนติคาร์โล จะเห็นว่าการใช้เลขสุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของปัญหา เป็นวิธีการที่จะนำไปสู่แนวคิดในทางทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณโดยเฉพาะทฤษฎีความน่าจะเป็นที่จะนำไปสู่การอ้างอิงผลสรุปในสถานการณ์ของข้อมูลจริง เพราะไม่มีผลกระทบจากเรื่องอื่น ๆ เข้ามาเกี่ยวข้องในการทดลองเมื่อทำซ้ำ ๆ กันเป็นจำนวนมากแล้ว ความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่มที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์หาค่าต่าง ๆ ในแต่ละครั้งจะหมดไป (Counter Baiance)

การทำ Monte Carlo Simulation สามารถทำได้โดยการเขียนคำสั่งในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาต่างๆ ที่มีให้เลือกใช้อย่างหลากหลาย แต่ละโปรแกรมจะมีจุดเด่นจุดด้อยที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับความต้องการใช้งานของผู้ใช้ และโปรแกรมที่เป็นที่ยอมรับอย่างมากในการใช้งานเชิงการคำนวณในปัจจุบันโปรแกรมหนึ่งก็คือ โปรแกรม MATLAB

3.2 โปรแกรม MATLAB

MATLAB เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับงานทางวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ ปัจจุบันโปรแกรมส่วนใหญ่ได้วิเคราะห์ภายใต้โปรแกรมไมโครซอฟต์วินโดว์ส ทำให้การนำไปใช้ ในโปรแกรมต่างๆ ง่ายขึ้น จึงเป็นโปรแกรมที่ได้รับความนิยมค่อนข้างมาก โครงสร้างพื้นฐานการคำนวณของโปรแกรมอยู่ในรูปของเวกเตอร์หรือเมทริกซ์ ซึ่งเป็นที่มาของชื่อโปรแกรมด้วย กล่าวคือ MATLAB ย่อมาจาก matrix laboratory ซึ่งตัวโปรแกรมได้พัฒนามาด้วยการแก้ปัญหาจากผู้ใช้เป็นระยะเวลาหลายปีจึงทำให้โปรแกรม MATLAB เป็นหลักสูตรพื้นฐานในการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ วิศวกรรศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ แขนงต่าง ๆ ตลอดจนในด้านอุตสาหกรรมได้ใช้โปรแกรม MATLAB เป็นเครื่องมือสำหรับใช้ในงานวิจัย พัฒนาและวิเคราะห์ (มนัส สังวรศิลป์ และวรรัตน์ ภัทรอมรกุล, 2543 อ้างถึงใน ปุณยนุช พินฐู, 2548)

ปุณยนุช พินซู (2548) กล่าวถึงข้อดีของโปรแกรม MATLAB ดังนี้

1. มีฟังก์ชันคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้ในการคำนวณมากมายและผู้ใช้สามารถสร้างฟังก์ชันขึ้นมาใช้งานเองได้

2. ขั้นตอนการพัฒนาฟังก์ชันต่าง ๆ และการทำงานทำได้ง่ายและไม่ยุ่งยาก สามารถแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนได้ง่าย และรวดเร็วกว่าโปรแกรมอื่น ๆ เช่น C, FORTRAN, Basic เป็นต้น

3. มีแบบจำลองเชื่อมโยง (Simulink) ซึ่งเป็นชุดสำเร็จรูป (package) ที่สามารถนำไปสร้างบล็อกไดอะแกรม เพื่อใช้ทดสอบและประเมินผลระบบที่ไม่นิ่งคือเป็นระบบที่แปรเปลี่ยน (Dynamic) ต่าง ๆ ก่อนนำไปใช้จริง

4. สามารถวิเคราะห์และตรวจสอบข้อมูลได้ง่ายและรวดเร็ว

5. นำไปใช้งานทางด้านกราฟิกได้ดีทั้งในด้านการแสดงภาพตั้งแต่สองมิติรูปแบบต่าง ๆ รวมทั้งภาพสามมิติในรูปแบบพื้นผิว (surface) และ รูปแบบที่มีระดับสูงต่ำ (contour) ตลอดจนสามารถนำภาพมาต่อกันและเก็บไว้เพื่อที่จะสร้างเป็นภาพเคลื่อนไหวได้อีกด้วย

6. ประยุกต์ใช้ในการสร้างกราฟิก รูปแบบพื้นผิวต่าง ๆ ได้โดยการเลือกใช้วัตถุ(object) และเมนูต่าง ๆ โดยโปรแกรม MATLAB จะมีเครื่องมือให้เลือกใช้ เช่น เมนู รายการ ปุ่มกดต่าง ๆ เพื่อให้ผู้ใช้สามารถเลือกนำไปใช้ในการทำงานปฏิสัมพันธ์กันระหว่างผู้ใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์

7. ทำการประมวลผลร่วมกับโปรแกรมอื่นได้ เช่น FORTRAN, Borland C/C++, Microsoft Visual C++ และ Watcom C/C++ ด้วยการเขียนฟังก์ชันที่เป็นไฟล์หลัก โดยโปรแกรม MATLAB จะเรียกใช้โปรแกรมย่อยจากโปรแกรมภาษา C และ FORTRAN

ลัญฉกร วุฒิสิทธิกุลกิจ และคณะ (2549) กล่าวถึงจุดเด่นของโปรแกรม MATLAB ดังนี้

1. มีชุดคำสั่งจำนวนมากสำหรับใช้ในการประมวลผลข้อมูลที่บรรจุอยู่ในเมทริกซ์

2. ครอบคลุมทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นพื้นฐานและการประยุกต์อย่างกว้างขวาง

3. สามารถใช้โปรแกรมในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพสูง

4. มีการพัฒนา GUI (Graphical User Interface) ที่เป็นระบบระเบียบทำให้การสร้างโปรแกรมประยุกต์ตามความต้องการของผู้ใช้สามารถทำได้ง่าย

ขั้นตอนการใช้ MATLAB

ปุณยนุช พินชู และสุชาดา บวรกิติวงศ์(2549)ได้แสดงตัวอย่างการใช้งาน MATLAB ดังนี้

1. เขียน Script M-file ซึ่งเป็นคำสั่งให้ทำการทดลองตามแบบการทดลองที่กำหนดและ SAVE เก็บไว้เป็น text file ที่มีนามสกุลเป็น .m แยกออกเก็บไว้เป็นไฟล์ต่าง ๆ และเพื่อความไม่สับสนในกรณีที่ต้องทำการทดสอบหลายแบบการทดลอง ควรจดบันทึกชื่อ file และรายละเอียดไว้ เพื่อความสะดวกในการส่งประมวลผลข้อมูล

วิธีการเขียน Script คำสั่ง ทำได้ดังนี้

1) เปิดโปรแกรม MATLAB แล้วเลือกเมนู File > NEW > M-file แล้วจะปรากฎหน้าต่าง Untitled

2) กำหนดฟังก์ชันคำสั่งตามที่ต้องการ (ในภาษา MATLAB ตัวอักษรเล็กและใหญ่จะมีความหมายต่างกัน)

3) เก็บข้อมูลไว้ใน text file โดยเลือกคำสั่ง File > Save as... แล้วกำหนดชื่อที่ต้องการ เช่น Test1 แล้วกด Save ข้อมูลที่ได้ก็จะกลายเป็นชื่อไฟล์ Test1.m

2. ประมวลผล (run) ข้อมูลโดยการเปิดโปรแกรม MATLAB แล้วพิมพ์ชื่อไฟล์ข้อมูลที่ต้องการประมวลผลแล้วกด Enter ถ้า Script คำสั่งไม่ซับซ้อนมากผลลัพธ์ก็จะแสดงออกมาทันที แต่ถ้าคำสั่งมีความซับซ้อนและกำหนดให้มีจำนวนการคำนวณซ้ำมาก การประมวลผลก็จะใช้เวลานานขึ้น (ประมาณ 2 – 5 นาที)

คำสั่งที่สำคัญในการเขียน Script

คำสั่ง	ความหมาย
Count	คำสั่งสำหรับการนับ เช่น countB ก็คือให้นับ B
for K=1:1:N Module end	เป็นคำสั่งเริ่มต้นและสิ้นสุดของการคำนวณซ้ำ โดยที่ K= ค่าเริ่มต้น: ค่าที่เพิ่มขึ้น: ค่าสิ้นสุด เมื่อ Module คือ กลุ่มของคำสั่งจัดการข้อมูลภายในการทดสอบ 1 ครั้ง หรือ 1 lop
X=normrnd(0,1,[1 n]);	คำสั่งให้สร้างเลขสุ่มกลุ่ม x ที่มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ มีความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง และมีจำนวน n ตัว หรือตั้งแต่ 1 ถึง n ดังนั้นถ้าต้องการข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ แต่มีค่าเฉลี่ย มีความแปรปรวน และจำนวนที่ต่างกันไป ก็กำหนดขึ้นมาได้ตามต้องการ หรือถ้าต้องการให้ข้อมูลมีการแจกแจงเป็นแบบอื่น ๆ ผู้ใช้จะต้องเปลี่ยนไปใช้คำสั่งอื่น (ศึกษาเพิ่มเติมจากคู่มือ MATLAB) ทั้งนี้ในการสร้างกลุ่มเลขสุ่มใหม่ทุกครั้ง ตัวเลขจะเปลี่ยนใหม่ทุกครั้ง ไม่ซ้ำเดิม จึงเป็นเหตุผลที่ว่าหากต้องการทดสอบเปรียบเทียบสถิติหลายตัว จะต้องนำทุกตัวซ้อนเข้าไปใน Module เดียวกันให้ได้ ผลการทดลองจึงจะมีความถูกต้องมากที่สุด

If x>A
d1=1;
else
d1=0;
end;
	คำสั่งเงื่อนไขต่อเนื่องจากผลการคำนวณในสูตรการคำนวณ ถ้าผลการคำนวณที่ได้มากกว่าค่าที่ตั้งไว้ แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง (null hypothesis) ที่ถูกต้อง จะกำหนดให้ค่าของกลุ่มนั้นเป็น 1 แต่ถ้าน้อยกว่าจะกำหนดให้เป็น 0

ตอนที่ 4 ขนาดอิทธิพลและวิธีที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลมาตรฐาน

4.1 ขนาดอิทธิพล

ในการทำวิจัยค่าขนาดอิทธิพลเป็นค่าสถิติค่าหนึ่งที่นักวิจัยไทยไม่ค่อยให้ความสำคัญ สังเกตได้จากทุกครั้งที่มีการรายงายผลการวิจัย คนส่วนใหญ่มักจะรายงานเฉพาะผลการทดสอบว่ายอมรับหรือปฏิเสธสมมุติฐานเท่านั้น ถ้าผลการทดสอบยอมรับสมมุติฐานว่าง เป็นอันว่าค่าเฉลี่ยทั้ง k ตัวไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ทำให้การทดสอบยุติ แต่ถ้าผลการทดสอบปฏิเสธสมมุติฐานว่าง นักวิจัยจะตรวจสอบรายคู่ต่อไป ว่ามีค่าเฉลี่ยคู่ใดบ้างที่ต่างกัน โดยไม่ได้ระบุค่าขนาดอิทธิพล เนื่องจากไม่คิดว่าเป็นสิ่งจำเป็น (สุชาดา บวรกิติวงศ์, 2548) ดังนั้นในการวิจัยควรมีการรายงานขนาดอิทธิพลเนื่องจากเป็นสิ่งจำเป็น เพราะทำให้เราทราบว่าตัวแปรต้นที่เราศึกษามีผลต่อตัวแปรตามมากน้อยเพียงใด ถ้าขนาดอิทธิพลมีค่ามาก หมายความว่า ปัจจัยที่ศึกษาส่งผลต่อค่าเฉลี่ยมาก ค่าขนาดอิทธิพลจะเป็นค่าที่ให้รายละเอียดเพิ่มเติมจากผลการทดสอบ ขนาดอิทธิพลที่นิยมใช้มีหลายค่า เช่น $d, \Delta, \eta^2, \omega^2, \tau^2$ เป็นต้น

Glass (1981) กล่าวว่า ค่าขนาดอิทธิพลมีวิธีการพื้นฐานโดยการประมาณค่าจากความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและค่าเฉลี่ยของกลุ่มควบคุมหารด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มควบคุม

Glass, McGaw และ Smith (1981) เสนอสูตรการประมาณค่าขนาดอิทธิพล โดยนำเสนอวิธีการประมาณค่าจากการคำนวณโดยตรงจากค่าสถิติที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้ว่า ค่าขนาดอิทธิพลมีค่าเท่ากับอัตราส่วนระหว่างผลต่างของค่าเฉลี่ยกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังสมการ

d = [E - C] / SY

เมื่อ E และ C = ค่าเฉลี่ยกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

S = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ถ้ามีข้อตกลงเบื้องต้นว่าโค้งการแจกแจงความถี่ของคะแนนเป็นโค้งปกติ ค่าขนาดอิทธิพลก็คือค่าคะแนนมาตรฐาน (z) เมื่อเปิดตารางพื้นที่ภายใต้โค้งปกติจะได้พื้นที่จากซ้ายสุดมาถึงตำแหน่งค่าเฉลี่ยกลุ่มทดลอง

Huberty (2002) กล่าวว่า ขนาดอิทธิพลไม่ใช่สิ่งที่เพิ่งเกิดขึ้นใหม่มีการบันทึกในประวัติศาสตร์และเมื่อไม่นานมานี้มีตำราที่ให้การยอมรับขนาดอิทธิพลของสิ่งทดลอง

Thompson (2002b) กล่าวว่า ขนาดอิทธิพลเป็นระดับของผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน

Cohen (อ้างถึงใน Thompson, 2007) กล่าวว่า ขนาดอิทธิพลเป็นลักษณะของการประเมินค่าผลลัพธ์จากตัวอย่างที่แตกต่างกันกับผลลัพธ์ที่คาดไว้ที่ระบุในสมมติฐานหลัก เขาใช้สัญลักษณ์ d แทนขนาดอิทธิพล

Thompson (2007) แสดงสูตรสำหรับการคำนวณขนาดอิทธิพลของ Glass(Δ) ดังนี้

$$\Delta = (M_E - M_C) / SD_C$$

Cohen(1988 อ้างถึงใน อวยพร เรืองตระกูล,2549) เสนอสูตรในการคำนวณหาขนาดอิทธิพลที่วัดด้วยค่า r^2 ดังนี้

$$r^2 = \frac{t^2}{t^2 + df}$$

และ Cohen ได้เสนอเกณฑ์ในการพิจารณาค่า r^2 ดังนี้

ขนาดอิทธิพล	ความหมาย
$0.01 < r^2 < 0.09$	มีอิทธิพลน้อย
$0.09 < r^2 < 0.25$	มีอิทธิพลปานกลาง
$r^2 > 0.25$	มีอิทธิพลมาก

สุชาดา บวรกิติวงศ์(2548) กล่าวว่า ค่าขนาดอิทธิพล คือ ค่าขนาดความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเป็นกี่เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

การแปลความหมาย

ถ้าขนาดอิทธิพลมีค่ามากกว่า 0.4 แปลว่า ผลต่างของค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับมาก

ถ้าขนาดอิทธิพลมีค่าอยู่ระหว่าง 0.25–0.4 แปลว่า ผลต่างของค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับปานกลาง

ถ้าขนาดอิทธิพลมีค่าน้อยกว่า 0.25 แปลว่า ผลต่างของค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับน้อย

อวยพร เรืองตระกูล (2549) กล่าวว่า วิธีการวัดขนาดอิทธิพลที่ง่ายที่สุดและตรงที่สุดคือวิธีการของ Cohen

Cohen's d = mean difference / standard deviation

การแปลความหมายของขนาดอิทธิพล

r^2	**ความหมาย**
0 < d < 0.2	**มีอิทธิพลน้อย**
0.2 <d < 0.8	**มีอิทธิพลปานกลาง**
d > 0.8	**มีอิทธิพลมาก**

4.2 วิธีที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลมาตรฐาน

Viechtbauer(2007) เสนอวิธีในการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลของตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน(Two-Independent Sample) และตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน(Two-Dependent Sample) ดังต่อไปนี้

เพื่อความสะดวกผู้วิจัยจึงขออธิบายสัญลักษณ์ต่าง ๆ ดังนี้

สัญลักษณ์

δ_2 แทน ขนาดอิทธิพลของประชากรสำหรับตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน

δ_D แทน ขนาดอิทธิพลของประชากรสำหรับตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่เป็นอิสระกันที่อยู่บนพื้นฐานของคะแนน D

d แทน ตัวประมาณที่เอนเอียงของขนาดอิทธิพล

g แทน ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของขนาดอิทธิพล

B แทน วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ใช้ตัวประมาณที่เอนเอียงของความแปรปรวน

U แทน วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ใช้ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของความแปรปรวน

L1 แทน วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ใช้ตัวประมาณความแปรปรวนที่มาจากตัวอย่างขนาดใหญ่ที่มีจำนวนตัวอย่างทั้งหมดเท่ากับ m

L2 แทน วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ใช้ตัวประมาณความแปรปรวนที่มาจากตัวอย่างขนาดใหญ่ที่มีจำนวนตัวอย่างทั้งหมดเท่ากับ N

H แทน วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่มีการเปลี่ยนขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นในหน่วยมาตรฐานกลับไปยังหน่วยของข้อมูลดิบ

Two-Independent Sample

ในกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน ในการทำการทดลองจะมีการกำหนดกลุ่มทดลอง (E) และกลุ่มควบคุม (C) สมมุติว่าคะแนนในแต่ละกลุ่มตัวอย่างมาจากการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_E และ μ_C และมีความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 สมมติฐานหลักคือ $H_0 : \mu_E - \mu_C = 0$ ซึ่งสามารถทดสอบโดยใช้ตัวสถิติที ถ้า $\overline{X}_E - \overline{X}_C$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\mu_E - \mu_C$ เมื่อ $\overline{X}_E$ และ $\overline{X}_C$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างขนาด n_E และ n_C ตามลำดับ ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ $\mu_E - \mu_C$ คือ

$$(\overline{X}_E - \overline{X}_C) \pm t_{(n_E+n_C-2,\frac{\alpha}{2})} S_p \sqrt{\frac{1}{n_E} + \frac{1}{n_C}} \tag{1}$$

ในที่นี้ $t_{m,1-\alpha/2}$ คือ $100\times(1-\alpha/2)^{th}$ ของการแจกแจงที ที่มี df = m และ S_p^2 คือ pooled variance

การวัดหน่วยที่เป็นมาตรฐานสามารถให้ข้อมูลได้มากกว่าการวัดในหน่วยของคะแนนดิบ เพราะยอมให้มีการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ใช้หน่วยการวัดที่แตกต่างกันได้

ขนาดอิทธิพลของประชากร (δ_2) คือ ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากรในหนึ่งหน่วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน นิยามโดย

$$\delta_2 = \frac{\mu_E - \mu_C}{\sigma} \tag{2}$$

ตัวประมาณที่เอนเอียงของขนาดอิทธิพล (δ_2) คือ d_2 นิยามโดย

$$d_2 = \frac{\overline{X}_E - \overline{X}_C}{s_p} \tag{3}$$

ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของขนาดอิทธิพล (δ_2) คือ g_2 นิยามโดย

$$g_2 = c(m)\left(\frac{\overline{X}_E - \overline{X}_C}{s_p}\right) \tag{4}$$

เมื่อ

$$c(m) = \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}{\sqrt{\frac{m}{2}}\,\Gamma\left(\frac{m-1}{2}\right)} \approx 1 - \frac{3}{4m-1} \tag{5}$$

Two-Dependent Sample

บ่อยครั้งที่ผู้วิจัยจะเลือกวัดกลุ่มข้อมูลที่เหมือนกัน เช่น การวัดคะแนนก่อนการทดสอบ (X_1) และคะแนนหลังการทดสอบ(X_2) โดยคะแนนการวัดของทั้งสองชุดจะขึ้นแก่กัน ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_1 และ μ_2 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ดังนั้นนิยาม D = X_2 - X_1 ซึ่ง D มีการแจกแจงปกติ ที่มี $\mu_D = \mu_2 - \mu_1$ และ $\sigma_D^2 = 2\sigma^2(1-\rho)$ เมื่อ ρ คือความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่วัดก่อนและหลังการทดสอบ

สมมติฐานหลัก คือ $H_0 : \mu_2 - \mu_1 = 0$ สามารถทดสอบโดยใช้ตัวสถิติที เมื่อ $\overline{D} = \overline{X}_2 - \overline{X}_1$ โดยที่ $\overline{D}$ คือค่าเฉลี่ยของผลต่างรายคู่ ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ คือ

$$\overline{D} \pm t_{(n-1),1-\alpha/2} \frac{s_D}{\sqrt{n}} \tag{6}$$

เมื่อ s_D^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนน D

ขนาดอิทธิพลของประชากร(δ_D) ที่อยู่บนพื้นฐานของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน D คือ

$$\delta_D = \frac{\mu_D}{\sigma_D} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\sigma\sqrt{2(1-\rho)}} \tag{7}$$

และ

$$\delta_{D2} = \frac{\mu_D}{\sigma} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\sigma} \tag{8}$$

ในที่นี้ δ_{D2} เหมือนกับ δ_2 สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่อิสระต่อกัน และเมื่อ ρ = 0.5 จะได้ว่า $\delta_D = \delta_{D2}$

ตัวประมาณที่เอนเอียงของขนาดอิทธิพล(δ_D) คือ d_D นิยามโดย

$$d_D = \frac{\overline{D}}{s_D} \tag{9}$$

ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของขนาดอิทธิพล(δ_D) คือ g_D นิยามโดย

$$g_D = c(m)\left(\frac{\overline{D}}{s_D}\right) \tag{10}$$

ดังนั้น ความแปรปรวนและตัวประมาณความแปรปรวนสำหรับขนาดอิทธิพลของตัวอย่าง 2 กลุ่มที่อิสระต่อกัน(δ_2) และตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่อิสระต่อกัน (δ_D) ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แสดงดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ความแปรปรวนและตัวประมาณความแปรปรวนสำหรับขนาดอิทธิพลของตัวอย่างสอง กลุ่มที่อิสระต่อกัน(δ_2) และ ตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่อิสระต่อกัน (δ_D)

variance	Note
$\sigma_d^2 = \dfrac{m[1+\tilde{n}\delta^2]}{(m-2)\tilde{n}} - \dfrac{\delta^2}{[c(m)]^2}$	Exact variance of d
$\sigma_g^2 = \dfrac{[c(m)]^2 m[1+\tilde{n}\delta^2]}{(m-2)\tilde{n}} - \delta^2$	Exact variance of g
$\hat{\sigma}_d^{2(B)} = \dfrac{m[1+\tilde{n}d^2]}{(m-2)\tilde{n}} - \dfrac{d^2}{[c(m)]^2}$	Biased estimate of σ_d^2
$\hat{\sigma}_g^{2(B)} = \dfrac{[c(m)]^2 m[1+\tilde{n}g^2]}{(m-2)\tilde{n}} - g^2$	Biased estimate of σ_g^2
$\hat{\sigma}_d^{2(U)} = \dfrac{1}{\tilde{n}[c(m)]^2} + \left(1 - \dfrac{(m-2)}{m[c(m)]^2}\right)d^2$	Unbiased estimate of σ_d^2
$\hat{\sigma}_g^{2(U)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \left(1 - \dfrac{(m-2)}{m[c(m)]^2}\right)g^2$	Unbiased Estimate of σ_g^2
$\hat{\sigma}_{d/g}^{2(\infty)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{\delta^2}{2m}$	Large sample variance
$\hat{\sigma}_d^{2(L1)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{d^2}{2m}$	Estimate of $\sigma_{d/g}^{2(\infty)}$
$\hat{\sigma}_g^{2(L1)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{g^2}{2m}$	Estimate of $\sigma_{d/g}^{2(\infty)}$
$\hat{\sigma}_d^{2(L2)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{d^2}{2N}$	Estimate of $\sigma_{d/g}^{2(\infty)}$
$\hat{\sigma}_g^{2(L2)} = \dfrac{1}{\tilde{n}} + \dfrac{g^2}{2N}$	Estimate of $\sigma_{d/g}^{2(\infty)}$

โดยที่ $d = d_2, g = g_2, \delta = \delta_2, \tilde{n} = n_E n_C /(n_E + n_C), m = n_E + n_C - 2, N = n_E + n_C$ เมื่อตัวอย่าง 2 กลุ่มเป็นอิสระต่อกัน (δ_2)

$d = d_D, g = g_D, \delta = \delta_D, \tilde{n} = n, m = n-1, N = n$ เมื่อตัวอย่าง 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน(δ_D)

ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล (δ)

การหาขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลเป็นปัญหาที่ยังไม่ได้รับการแก้ไข เพราะรูปร่างการแจกแจงของ d และ g ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์โดยตรง ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลของวิธี B, U, L1 และ L2 แสดงในตารางที่ 3

การประมาณขอบเขตของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลที่มีการเปลี่ยนรูปความแปรปรวนให้คงที่ โดยทั่วไปรวมอยู่ในตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน ตัวแปรสุ่มคือ

$$z_g = h(g) = \sqrt{2}\sinh^{-1}\frac{g}{a} = \sqrt{2}\log\left(\frac{g}{a} + \sqrt{\frac{g^2}{a^2}+1}\right) \qquad (14)$$

กรณีตัวอย่างสองกลุ่มเป็นอิสระต่อกัน $a = \sqrt{4 + 2(n_E/n_C) + 2(n_C/n_E)}$

กรณีตัวอย่างสองกลุ่มไม่เป็นอิสระต่อกัน (δ_D) $a = \sqrt{2}$

ขอบเขตบนและขอบเขตล่างสำหรับช่วงความเชื่อมั่นที่ใช้การแจกแจงของ z_g คือ

$$z_g \pm q \times \sqrt{1/N} \qquad (15)$$

เมื่อเปลี่ยนรูปขอบเขตกลับไปยังหน่วยเดิม จะได้

$$g = h^{-1}(z_g) = a\sinh\left(\frac{z_g}{\sqrt{2}}\right) = a\left(\frac{\exp[z_g/\sqrt{2}] - \exp[z_g/\sqrt{2}]}{2}\right) \qquad (16)$$

วิธีนี้ (H) สามารถประยุกต์ใช้ค่าประมาณที่เอนเอียง d ในการแทนของ g

ดังนั้น วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล (δ) ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แสดงดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพล (δ)

วิธี	สูตร
gB	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(B)}$
dB	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(B)}$
gU	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(U)}$
dU	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(U)}$
gL1	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(L1)}$
dL1	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(L1)}$
gL2	$g \pm q \times \hat{\sigma}_g^{(L2)}$
dL2	$d \pm q \times \hat{\sigma}_d^{(L2)}$
gH	$h^{-1}(z_g \pm q \times \sqrt{1/N})$
dH	$h^{-1}(z_d \pm q \times \sqrt{1/N})$

โดยที่ $q = 100 \times (1-\alpha/2)^{th}$

ตอนที่ 5 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วง

การเปรียบเทียบสูตรการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับขนาดอิทธิพลมาตรฐานของตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและไม่เป็นอิสระกันต่อกัน เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแลมดาของตูกี เราต้องตรวจสอบก่อนว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการคำนวณ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองเท่ากับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่ แล้วจึงนำค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจากการประมาณดังกล่าวมาเปรียบเทียบกัน โดยมีเกณฑ์การพิจารณาคือ วิธีการประมาณใดที่มีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดจะเป็นวิธีการประมาณที่เหมาะสมที่สุด

5.1 การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจะทำการพิจารณาว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองแต่ละวิธีการประมาณนั้นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หรือไม่ โดยทำการนับจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ นำค่าที่ได้นี้หารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด ค่าที่ได้นี้คือค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของแต่ละวิธีการประมาณ ในการตรวจสอบว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่นั้น อาศัยการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ตัวสถิติ Z มีรายละเอียดดังนี้

กำหนดให้ X เป็นจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ในการทดลองแบบ Ber(p) จำนวน n ครั้งที่เป็นอิสระกัน โดยที่ p เป็นความน่าจะเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้จะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ เมื่อจำนวนครั้งของการทดลองมีค่ามาก X จะมีการแจกแจงโดยประมาณเป็น N(np, npq) และกำหนด $\hat{P} = X/n$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง โดยที่ $\hat{P}$ จะมีการแจกแจงโดยประมาณเป็น $N(p, \frac{pq}{n})$ และ $0 \le p \le 1$

ดังนั้นในการพิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลองของวิธีการใดมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดนั้น จะใช้การทดสอบสมมติฐานด้วยตัวสถิติ Z เพื่อให้อำนาจของการทดสอบ(power of test) มีค่ามาก สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$H_0 : p \le p^*$$

$$H_1 : p > p^*$$

เราจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\frac{\hat{P} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} > Z_{1-\alpha}$

$$\hat{P} > p + Z_{1-\alpha}\sqrt{p(1-p)/3000}$$

1.ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.90

$H_0 : p \le 0.90$

$H_1 : p > 0.90$

จะได้ว่า เราจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\hat{P} > 0.90 + 1.28\sqrt{(0.90 \times 0.10)/3000}$

$\hat{P} > 0.9070$

เพราะฉะนั้น ถ้าวิธีการใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.9070 แสดงว่าวิธีการนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นตามที่กำหนด

2.ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

$H_0 : p \le 0.95$

$H_1 : p > 0.95$

จะได้ว่า เราจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\hat{P} > 0.95 + 1.65\sqrt{(0.95 \times 0.05)/3000}$

$\hat{P} > 0.9566$

เพราะฉะนั้น ถ้าวิธีการใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.9566 แสดงว่าวิธีการนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นตามที่กำหนด

3. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.99

$H_0 : p \le 0.99$

$H_1 : p > 0.99$

จะได้ว่า เราจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $\hat{P} > 0.99 + 2.32\sqrt{(0.99 \times 0.01)/3000}$

$\hat{P} > 0.9942$

เพราะฉะนั้น ถ้าวิธีการใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่า 0.9942 แสดงว่าวิธีการนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นตามที่กำหนด

5.2 การหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

การคำนวณหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ทำได้โดยเมื่อคำนวณช่วงความเชื่อมั่นจากแต่ละวิธีการประมาณและตรวจสอบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์แล้ว จึงหาผลต่างระหว่างขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (U) และขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (L) ผลต่างที่ได้จะบวกสะสมเอาไว้ต่อมาจึงหาค่าเฉลี่ยเมื่อทำการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นครบ 3,000 ครั้ง ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ใช้ในการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการประมาณต่อไป มีรูปแบบการคำนวณดังนี้

$$\text{ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น} = \frac{\sum_{i}^{3000}(U_i - L_i)}{3000}$$

ตอนที่ 6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ภรมนัส ประยูรรัตน (2535) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับความแปรปรวนของการแจกแจงปกติ 3 วิธี คือ วิธีไคสแควร์ วิธีช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด และวิธีของเบส์ กำหนดขนาดตัวอย่าง 2 ถึง 50 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนเป็น 5%, 10%, 15% และ 20% และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เท่ากับ 90%, 95%, 99% และ 99.5% จำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำ ๆ กัน 2000 ครั้ง สำหรับแต่ละสถานการณ์ ผลการวิจัยพบว่า ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณด้วยวิธีช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด ในทุกสถานการณ์ของการทดลอง

ภาวนา มาศผล (2540) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุ เมื่อเกิดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 3 วิธี คือ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยการแจงแจงที โดยใช้ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุด(OLS) วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยการแจกแจงที โดยใช้ตัวประมาณริดจ์รีเกรสชัน (RHKB,RLW) และวิธีบูตสแตรป โดยใช้ตัวประมาณริดจ์รีเกรสชัน (BHKB,BLW) กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 30 40 และ 50 ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.0 0.5 0.7 และ 0.9 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 90% 95% และ 99% ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยทำการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล มีการกระทำซ้ำ 500 ครั้ง ผลการวิจัยพบว่า ทุกวิธีการประมาณให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกระดับ และความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นให้ค่าแตกต่างกันตามขนาดของตัวอย่าง

ธนภัทร ศรภักดี (2541) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของสองกลุ่มประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน 3 วิธี คือ วิธีการประมาณแบบช่วงด้วยค่าสัมบูรณ์ที่มากที่สุดของตัวสถิติสติวเดนท์ที (Mt) วิธีการประมาณแบบช่วงด้วยผลรวมเชิงเส้นของตัวสถิติสติวเดนท์ที (Ct) และวิธีการประมาณแบบช่วงด้วยผลรวมเชิงเส้นของตัวสถิติเอฟ (CF) กำหนดขนาดตัวอย่าง n1 และ n2 เป็นสองกรณี คือ ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้ง ผลการวิจัยพบว่า ทุกกรณีของขนาดตัวอย่าง (n1, n2) ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของวิธี Ct มีค่าต่ำสุด แต่ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างที่ไม่เท่ากันมีความแตกต่างกันมากและขนาดตัวอย่างของประชากรที่หนึ่งมีขนาดเล็ก การประมาณแบบช่วงด้วยวิธี CF ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วง

ความเชื่อมั่นต่ำสุด และพบว่าค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแปรผันตามอัตราส่วนความแปรปรวนแต่แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

วีรวรรณ ศักดาจิวะเจริญ (2544) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา 4 วิธี คือ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติที วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของจอห์นสัน วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของฮอลล์ และวิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของเชน ซึ่งประชากรที่ใช้มีการแจกแจงไคกำลังสอง การแจกแจงลอกนอร์มอล การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงไวบูลล์ เขากำหนดระดับความเบ้ 0.5 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 และ 5.0 ใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 20 30 50 และกำหนดสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.9 0.95 และ 0.99 ใช้การจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ที่มีการทำซ้ำ 3,000 ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งมีการกระทำจำนวนรอบของวิธีบูตสแตรปเท่ากับ 2,000 ครั้ง ผลการวิจัยพบว่า กรณีที่ใช้บูตสแตรปในการหาช่วงความเชื่อมั่น ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองมีค่าสูงกว่ากรณีที่ไม่ใช้บูตสแตรป วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของจอห์นสันเหมาะสมสำหรับการทดสอบสมมติฐานทางเดียวด้านมากกว่าและการทดสอบสมมติฐานสองทาง ส่วนกรณีการทดสอบสมมติฐานทางเดียวด้านน้อยกว่าวิธีนี้เหมาะสมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าน้อย คือเท่ากับ 0.5 แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้มีค่าเพิ่มขึ้น คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 1.0 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยตัวสถิติของเชนเป็นวิธีที่เหมาะสม ส่วนค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างแปรผันตามขนาดตัวอย่าง ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ราตรี จรัสมาธุสร (2547) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วนความน่าจะเป็นในตัวแบบการถดถอยโลจิสติก โดยทำการเปรียบเทียบ 4 วิธี คือ วิธีแบบฉบับ(CLASSIC) วิธีปริมาณหลัก (PIVOT) และวิธีเบส์ (BAYES) โดยเปรียบเทียบค่าระดับความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 และ 100 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่ากับ 0.90, 0.95 และ 0.99 จำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ซึ่งทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ ผลการวิจัยพบว่า 1. ค่าระดับความเชื่อมั่นของทั้ง 3 วิธี ในทุกสถานการณ์ทดลอง ให้ค่าไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด 2. ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ในทุกสถานการณ์ทดลอง วิธี PIVOT ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำสุด ขณะที่วิธี CLASSIC และวิธี BAYES ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกันและในทุกสถานการณ์ทดลอง

เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ทั้ง 3 วิธีการประมาณให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน

วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล (2550) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ 3 วิธี คือ วิธีการประมาณแบบปกติ วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง และวิธีการประมาณด้วยช่วงแบบเบส์ กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 40, 100 และ 200 ค่าพารามิเตอร์ θ มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 10 กำหนดร้อยละของค่าผิดปกติเท่ากับ 5 และ 10 ใช้วิธีการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำ ๆ กัน 1000 ครั้ง ผลการวิจัยพบว่า วิธีการประมาณแบบปกติให้ผลดีเมื่อค่าพารามิเตอร์ θ เท่ากับ 1 ในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง ให้ผลดีเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 40 สำหรับกรณีที่ร้อยละของค่าผิดปกติเท่ากับ 5 และ 10 ตามลำดับ และวิธีการประมาณด้วยช่วงแบบเบส์ ให้ผลดีเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 40 และ 200 เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 100 และ 200 เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติเท่ากับ 10 ในเกือบทุกระดับของค่าพารามิเตอร์

Tate and Klett (1959; อ้างถึงใน ภรมนัส ประยูรรัตน, 2535: 3) ทำการศึกษาเกี่ยวกับช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมที่สุด สำหรับความแปรปรวนของการแจกแจงแบบปกติ โดยเขาได้นำวิธีทางคณิตศาสตร์มาหาความยาวที่สั้นที่สุดของช่วงความเชื่อมั่น ที่มีรูปแบบเป็น $[(n-1)s^2/b,(n-1)s^2/a]$ ซึ่งจากการศึกษาจะได้ค่า a และ b เรียกว่า ตัวหารสำหรับช่วงความเชื่อมั่นโดยวิธีช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด และเรียกการประมาณช่วงความเชื่อมั่นวิธีนี้ว่า วิธีช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด (Confidence Interval of Minimum Length)

Cohen (1972) ศึกษาการปรับปรุงช่วงความเชื่อมั่นสำหรับความแปรปรวนของการแจกแจงปกติ โดยเขาศึกษาจากผลงานของ Tate and Klett (1959) พบว่า ไม่จำเป็นที่ช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด จะต้องมีรูปแบบการประมาณแบบช่วงอยู่บนพื้นฐานของค่าความแปรปรวนจากตัวอย่างเพียงค่าเดียวเสมอไป เขาได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นสำหรับความแปรปรวนของการแจกแจงปกติอีกรูปแบบหนึ่ง และเขาได้สรุปว่าช่วงความเชื่อมั่นรูปแบบนี้ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นสูงกว่า $1-\alpha$ และมีความยาวของช่วงใกล้เคียงกับช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดตามที่ Tate and Klett เสนอไว้ ส่วนช่วงความเชื่อมั่นที่มีรูปแบบการประมาณแบบช่วงอยู่บนพื้นฐานของค่าความแปรปรวนจากตัวอย่างเพียงค่าเดียว ช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด คือ ช่วงความเชื่อมั่นที่อยู่ในรูป $[rs^2/b, rs^2/a]$ เขากล่าวว่า ถ้าทราบค่าความแปรปรวนตัวอย่างเพียงค่าเดียว ซึ่งเราทราบกันดีว่า rs^2/σ^2 มีการแจกแจงไคสแควร์ ที่องศาอิสระเท่ากับ r แล้วจะไม่มีช่วงความเชื่อมั่นในรูปแบบ

ใด ที่จะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นสูงกว่าหรือเท่ากับ $1-\alpha$ และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงเท่ากันหรือสั้นกว่า ช่วงความเชื่อมั่นโดยวิธีช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดของ Tate and Klett

Fairweather (1972) ทำการศึกษาหาช่วงความเชื่อมั่นจากการใช้ผลรวมเชิงเส้นของตัวสถิติที ที่เป็นอิสระกันและเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นไทล์ของผลรวมเชิงเส้นของตัวสถิติที สำหรับประชากรสองกลุ่มในหลายรูปแบบของขนาดตัวอย่าง ระหว่างค่าจริงกับค่าโดยประมาณ ผลการวิจัยพบว่า ค่าประมาณมีความแตกต่างจากค่าจริงน้อยมากและความแตกต่างจะเพิ่มขึ้นตามค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

Crivelliet(1995) ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุแบบช่วงในกรณีที่ตัวแปรอิสระเกิดพหุสัมพันธ์ 4 วิธี คือ 1)การประมาณแบบช่วงโดยใช้ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุด(OLS) 2)การประมาณแบบช่วงด้วยการแจกแจงทีโดยใช้ตัวประมาณริดจ์รีเกรสชัน(HORT) 3)การประมาณแบบช่วงด้วยการแจกแจงปกติโดยใช้ตัวประมาณริดจ์รีเกรสชัน(HORN) และ 4)การประมาณแบบช่วงด้วยวิธีบูตสแตรปโดยใช้ตัวประมาณริดจ์รีเกรสชัน(HORB) กำหนดสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 95% ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมี 3 ระดับ คือ ระดับความสัมพันธ์ต่ำ ระดับความสัมพันธ์สูง และ ระดับความสัมพันธ์สูงมาก ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 0.01 0.1 และ 1.0 ผลการวิจัยพบว่าโดยส่วนใหญ่แล้ว วิธี HORB จะให้ค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดลองสูงกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด(0.95) และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสูงกว่าวิธี HORT และ HORN ในทุกสถานการณ์ แต่จะมีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าวิธี OLS ในกรณีที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 0.1 และ 1.0 ในทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ และในกรณีที่ค่าความแปรปรวนเท่ากับ 0.01 วิธี HORB จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าวิธี OLS เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์สูงมาก ส่วนวิธี OLS, HORT และ HORN ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นจากการทดลองต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

Viechtbauer (2007) ที่ทำการวิจัยเรื่อง การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของขนาดอิทธิพลมาตรฐานสำหรับตัวอย่าง2 กลุ่มที่เป็นอิสระกันและไม่เป็นอิสระกัน ที่ใช้วิธีการประมาณซ้ำ (iterative estimation) โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation) ที่ทำภายใต้ข้อตกลงที่ว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ และมีการแจกแจงที เขาใช้วิธีในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 10 วิธี คือ gB, dB, gU, dU, gL1, dL1, gL2, dL2, gH และdH ผลการวิจัยพบว่า วิธี dL1 ข้อมูลมีการแจกแจงปกติ มีความถูกต้องมากที่สุด ในตัวอย่าง 2 กลุ่มที่อิสระกันและไม่อิสระกัน ซึ่งความถูกต้องของวิธี B, U, L1, L2 และ H ขึ้นอยู่กับจำนวนตัวอย่าง

ทั้งหมด ($N = n_E + n_C$) และวิธีทั้งหมดครอบคลุมความน่าจะเป็นและช่วงความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น ตามที่ N มีค่าเพิ่มขึ้น

กรอบแนวคิดในการวิจัย

เนื่องจากงานวิจัยชิ้นนี้ทำการศึกษาต่อจากงานวิจัยของ Viechtbauer (2007) ที่ทำการวิจัยเรื่อง การประมาณช่วงความเชื่อมั่นของขนาดอิทธิพลมาตรฐานสำหรับตัวอย่าง2 กลุ่มที่เป็นอิสระกันและไม่เป็นอิสระกัน ที่ทำภายใต้ข้อตกลงที่ว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ที่ใช้วิธีในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมด 10 วิธี ผู้วิจัยจึงกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างและจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ส่งผลต่อความยาวของช่วงความเชื่อมั่นตามงานวิจัยของ Viechtbauer (2007) และงานวิจัยนี้ทำภายใต้การแจกแจงแลมดาตูกี เนื่องจากเป็นการแจกแจงแบบเบ้ขวา