



เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้รวบรวมเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เสนอตามลำดับดังนี้

1. ความรู้สึกเชิงจำนวน

- 1.1 ความหมายและลักษณะของความรู้สึกเชิงจำนวน
- 1.2 ความสำคัญของความรู้สึกเชิงจำนวน
- 1.3 ประเภทของความรู้สึกเชิงจำนวน
- 1.4 การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน
- 1.5 การประเมินความรู้สึกเชิงจำนวน
- 1.6 ประโยชน์ของความรู้สึกเชิงจำนวน

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 2.1 งานวิจัยในประเทศ
- 2.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ความรู้สึกเชิงจำนวน

1. ความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวน

คำว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน ซึ่งตรงกับภาษาอังกฤษว่า Number Sense แต่ในภาษาไทย มีผู้ใช้คำต่าง ๆ กัน เช่น เหตุผลเชิงตัวเลข สำนึกเกี่ยวกับจำนวน ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้คำว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน ที่ปรากฏในคุณภาพผู้เรียนในแต่ละช่วงชั้นในคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งมี นักศึกษาได้กล่าวถึงความหมายและลักษณะของความรู้สึกเชิงจำนวนไว้ดังนี้

สกอตต์ (Scott, 1989: 8) ได้ให้ความหมายความรู้สึกเชิงจำนวนไว้ว่า หมายถึง ความเข้าใจในโครงสร้าง สมบัติ และปฏิบัติการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งเสริมการคิดคำนวณในใจ โดยสามารถคำนวณได้อย่างรวดเร็ว และความสามารถเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวน ก็คือ ความสามารถในการคิดคำนวณในใจอย่างรวดเร็ว

ฮาวเดน (Howden, 1989: 11) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนสามารถอธิบายในแง่ของการเข้าใจ หรือรู้โดยสัญชาตญาณที่ดีเกี่ยวกับจำนวนและความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเหล่านั้น ซึ่งการพัฒนาเกี่ยวกับจำนวนและเป็นไปอย่างช้า ๆ อันเป็นผลมาจากการสำรวจจำนวนต่าง ๆ การได้เห็นจำนวนในบริบทที่หลากหลายและความสัมพันธ์กับจำนวนในวิธีที่ไม่จำกัดเฉพาะที่เคยเรียนในชั้นเรียนปกติ ในแบบเรียนต่าง ๆ ตามหลักสูตร ซึ่งจำกัดแต่วิธีการที่ใช้กระดาษและดินสอ

โฮป (Hope, 1989: 12) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นคุณลักษณะที่พึงปรารถนา ซึ่งควรจะได้รับส่งเสริมแม้ว่าความหมายจะเป็นเหมือนอย่าง สามัญสำนึก เกี่ยวกับจำนวน กล่าวคือ สามารถกล่าวถึงในรูปของความรู้สึกเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนและการคำนวณอย่างหลากหลายและรู้ซึ่งถึงระดับความแม่นยำต่าง ๆ เมื่อมีการคำนวณตลอดกาลใช้วิธีสามัญสำนึกในการคำนวณเพื่อสนับสนุนข้อโต้แย้งหนึ่ง ๆ กล่าวอีกนัยก็คือ ความรู้สึกเชิงจำนวนคือ ความสามารถที่จะประมาณค่าอย่างมีหลักการและเหตุผล ความสามารถที่จะสืบค้นข้อผิดพลาดทางเลขคณิต ความสามารถที่จะเลือกวิธีการในการคำนวณที่มีประสิทธิภาพที่สุดและความสามารถที่จะรู้จัก รูปแบบของจำนวนในลักษณะต่าง ๆ

ไครทิส (Crites, 1992) กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นความสามารถอย่างหนึ่งในการใช้จำนวนทั้งในเชิงสัมพันธ์ และสัมบูรณ์ เพื่อที่จะทำการตัดสินใจในเชิงปริมาณและคุณภาพ ซึ่งไม่ได้จำกัดแต่เพียงการเปรียบเทียบจำนวนเท่านั้น แต่ยังรวมไปถึง การคิดหาผลลัพธ์จากการคำนวณที่ไม่สามารถบอกเหตุผลได้ (Unreasonable Results)

รีส์และคณะ (Revs and others, 1992: 61) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นการเข้าใจหรือรู้โดยสัญชาตญาณเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนและตีความจำนวนได้อย่างหลากหลายรวมถึงความสามารถในการคิดคำนวณได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพเพื่อไม่ให้เกิดข้อผิดพลาดและจดจำได้ถึงผลลัพธ์ที่สมเหตุสมผล คนที่มีความสำนึกเกี่ยวกับจำนวนจะสามารถเข้าใจและใช้จำนวนอย่างมีประสิทธิภาพในชีวิตประจำวัน

เบอร์ตัน (Burton, 1994: 1) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะเข้าใจความหมายของจำนวนและดำเนินการของจำนวน สามารถอธิบายหน่วยของขนาดมีความคล่องตัวที่จะนำมาใช้ในการวัด และมีความรับรู้เชิงสัญชาตญาณเมื่อคำตอบไม่อยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ เข้าใจอย่างถูกต้องถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และรู้ว่าหาข้อมูลในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

ในการศึกษาความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนในประเทศไต้หวัน รีส์และแยง (Reys and Yang, 1998: 225-237) ได้กล่าวถึงลักษณะของการมีความรู้สึกเชิงจำนวนไว้ ดังนี้

1. มีความเข้าใจในความหมายของจำนวนอย่างดี
2. มีความเข้าใจในการแยกและรวมจำนวน
3. มีความเข้าใจในขนาดสัมพัทธ์และขนาดของจำนวน
4. มีการใช้ตัวอ้างอิง
5. มีความเข้าใจถึงผลของการดำเนินการ
6. มีความยืดหยุ่นในการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการระหว่างจำนวนไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

ทอมป์สันและรัธเมลล์ (Thompson and Rathmell, 1998) ได้ให้ความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวนว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1) ความหมายและความสัมพันธ์ต่างๆ ของจำนวน (Number Meaning and Relationships) ในการพัฒนาความเข้าใจนั้น จะต้องพัฒนาตั้งแต่เบื้องต้น เริ่มจากการนับ โดยเข้าใจถึงค่าประจำหลัก สำหรับจำนวนที่มีค่ามากๆ และทศนิยม ตลอดจนเศษส่วน นอกจากนี้จะต้องพัฒนาสำนึกที่ดีเกี่ยวกับการที่จะสามารถประกอบหรือแยกจำนวนออกจากกันได้ เช่น รู้ว่า 5 ประกอบด้วย 4 และ 1 หรือ 2 และ 3 75 สามารถประกอบด้วย 25 และ 50 และสามารถแยก 735 ออกเป็น $700 + 30 + 5$ หรือ $73(10) + 5$ เป็นต้น นอกจากนี้การรู้ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยมที่เท่ากัน เป็นสิ่งจำเป็นเพราะเป็นจำนวนที่ใช้กันอยู่ในชีวิตประจำวัน

2) ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน (Relative Magnitudes of Number) ความรู้สึกเชิงจำนวน ที่ดีนั้นจำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจอันดีเกี่ยวกับขนาดของจำนวนในเชิงเปรียบเทียบกับจำนวนอื่นๆ ที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน เช่น เข้าใจว่า 29 มีค่าเท่ามากกว่า 5 ก็จริง แต่มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับ 90 และ 486 ใกล้เคียงกับ 500 มากกว่า 562 เป็นต้น สิ่งเหล่านี้สำคัญมากสำหรับการเป็นนักประมาณค่าที่ดี ซึ่งต้องอาศัยการรู้จักที่จะประมาณให้ได้ค่าที่เหมาะสม (Nice Number) ที่สุดจากจำนวนต่างๆ ที่กำหนดในโจทย์เพื่อใช้จำนวนที่เหมาะสม

ที่สุดเหล่านั้นในการคิดคำนวณในใจ

3) ผลเชิงสัมพัทธ์ของการปฏิบัติต่าง ๆ บนจำนวน (Relative Effects of Operation on Number) การรู้ผลที่ได้จากการใช้จำนวนในฐานะที่เป็นตัวปฏิบัติการ (Operator) ตัวหนึ่งบนจำนวนอื่น ๆ ตัวอย่าง เช่น รู้ว่าจำนวนบวกที่มีค่าน้อยกว่า 1 คูณจำนวนบวกใด ๆ แล้วผลที่ได้จะมีค่าน้อยลงในทางตรงกันข้าม ถ้าจำนวนบวกที่มีค่ามากกว่า 1 คูณกับจำนวนบวกใด ๆ แล้วผลที่ได้จะมีค่ามากขึ้น แล้วถ้านำความรู้เกี่ยวกับผลเชิงสัมพัทธ์ของการใช้จำนวนในฐานะที่เป็นตัวปฏิบัติการมาเชื่อมโยงกับความรู้ในเรื่องของขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน แล้วจะทำให้เข้าใจในเรื่องของการประมาณค่าดีขึ้น เช่น สามารถเข้าใจได้ว่า ผลคูณของ 2.946 กับ 31 จะได้ประมาณ 3×30

4) การอ้างอิงเกี่ยวกับปริมาณและการจัด ในฐานะที่จำนวนต่าง ๆ ถูกใช้ในชีวิตประจำวัน (Referents for Quantities and Measures as Number Uses in Everyday Situations) หมายถึง การอ้างอิงที่เหมาะสมเกี่ยวกับจำนวนต่างๆ ที่ใช้อยู่ในชีวิตประจำวัน เช่น เป็นไปไม่ได้ที่เด็กจะสูงกว่า 10 เมตร หรือห้องเรียนห้องหนึ่ง ๆ จะจุนักเรียน 3,154 คน เป็นต้น สิ่งเหล่านี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับจำนวนของแต่ละคน ซึ่งช่วยพัฒนาการอ้างอิงที่มีเหตุผล มีหลักการหรือความเป็นไปได้อย่างสูง (Reasonable Referents) เกี่ยวกับปริมาณต่าง ๆ ที่ได้จากการชั่ง ตวง วัด โดยเริ่มรู้ว่าจำนวนไหนสามารถใช้บ่งชี้ปริมาณของวัตถุ หรือสิ่งต่าง ๆ และช่วงไหนที่สามารถยอมรับได้

อุษา คงทอง (2539: 60) กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน คือ ความสามารถในการคิดคำนวณในใจ ได้อย่างยืดหยุ่น โดยรู้จักที่จะนำจำนวนเหล่านั้นมาสัมพันธ์กันในวิธีการหรือรูปแบบต่าง ๆ โดยไม่จำเป็นต้องยึดวิธีที่เคยเรียนในชั้นเรียนปกติ (Traditional Algorithm) ในการแก้ปัญหา ความสามารถในการประมาณค่า และความสามารถในการตัดสินใจปริมาณ ซึ่งกลุ่มของความสามารต่าง ๆ เหล่านี้มีพื้นฐานอยู่บนความรู้ความเข้าใจที่ดีเกี่ยวกับความหมาย และความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของจำนวน ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวนและผลเชิงสัมพัทธ์ของปฏิบัติการต่าง ๆ บนจำนวน ตลอดจนสามารถที่จะพิจารณาถึงความสมเหตุสมผล (Reasonableness) ของคำตอบที่ได้ โดยสามารถพิจารณาถึงชนิดของจำนวนที่เป็นคำตอบ และช่วงของคำตอบที่เป็นไปได้ จากบริบทของปัญหานั้น ๆ

นพพร แหยมแสง (2544: 3-4) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน หมายถึง การรับรู้เกี่ยวกับจำนวนในหลาย ๆ ด้าน คือความเข้าใจในความหมายของการใช้จำนวน ทั้งด้านจำนวนเชิงการนับ (Cardinal Number) และจำนวนเชิงอันดับที่ (Ordinal Number) การรู้ความสัมพันธ์

ระหว่างจำนวน ความเข้าใจความหมายของการดำเนินการต่าง ๆ การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการต่าง ๆ ของจำนวน ความสามารถในการใช้ประสบการณ์ มาเป็นเกณฑ์ในการอ้างอิงความเป็นไปได้ของการวัด และความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 2-19) ได้อธิบายศัพท์ที่ปรากฏในมาตรฐานการเรียนรู้ในคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ซึ่งสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสามัญสำนึกและความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวน ที่อาจพิจารณาในด้านต่าง ๆ เช่น เข้าใจถึงความหมายของจำนวนที่ใช้บอกปริมาณ เข้าใจความสัมพันธ์ที่หลากหลายของจำนวนใด ๆ กับจำนวนอื่น ๆ เข้าใจเกี่ยวกับขนาดหรือค่าของจำนวนใด ๆ เมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนอื่น เข้าใจเกี่ยวกับผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับการดำเนินการของจำนวนและการใช้เกณฑ์จากประสบการณ์เทียบเคียงถึงความสมเหตุสมผลของจำนวน ความรู้สึกเชิงจำนวนสามารถพัฒนาและส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนได้ โดยจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่เหมาะสมซึ่งรวมถึงการคิดในใจและการประมาณค่า ผู้เรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนดีนั้นจะเป็นผู้ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้ดีด้วย

รุ่งอรุณ ลียะวณิชย์ (2547: 34) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน คือ ความสามารถคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น โดยการนำจำนวนต่าง ๆ มาสัมพันธ์กันโดยใช้วิธีการหรือรูปแบบที่หลากหลาย โดยไม่จำเป็นว่าจะต้องยึดวิธีที่เคยเรียนมาในชั้นเรียนปกติ (Traditional Algorithm) ในการแก้ปัญหา ความสามารถในการประมาณค่า และความสามารถในการตัดสินใจปริมาณ ซึ่งกลุ่มของความสามารถต่าง ๆ เหล่านี้มีพื้นฐานอยู่บนความรู้ความเข้าใจที่ดีเกี่ยวกับความหมายและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของจำนวน ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน และผลเชิงสัมพัทธ์ของปฏิบัติการต่าง ๆ บนจำนวน ตลอดจนสามารถที่จะพิจารณาถึงความสมเหตุสมผล (Reasonableness) ของคำตอบที่ได้ โดยสามารถพิจารณาถึงชนิดของจำนวนที่เป็นคำตอบ และช่วงของคำตอบที่เป็นไปได้จากบริบทของปัญหานั้น ๆ

ธมนวรรณ ทาแก้ว (2547: 16) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน หมายถึง ความสามารถเกี่ยวกับจำนวนในด้านต่าง ๆ เช่น ความเข้าใจจำนวน ความเข้าใจความสัมพันธ์ที่หลากหลายระหว่างจำนวน ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ ความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของและสถานการณ์ต่าง ๆ การคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น และการประมาณค่า

ดังที่กล่าวมาจึงสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน หมายถึง การรู้และเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของจำนวน มีความสามารถในการดำเนินการเกี่ยวกับจำนวน รวมถึงการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น ซึ่งให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและรวดเร็วโดยไม่มีการจำกัดวิธีในการคิด

2. ความสำคัญของความรู้สึกเชิงจำนวน

ในปัจจุบันวงการศึกษาคณิตศาสตร์ของหลายประเทศกำลังให้ความสนใจเกี่ยวกับ “ความรู้สึกเชิงจำนวน” (Number Sense) กันอย่างแพร่หลาย เพราะถือว่าเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ในขณะนี้ นักการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์และนักวิจารณ์ต่าง ๆ ยอมรับว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนที่ได้รับการปรับปรุงแล้วเป็นสิ่งที่พึงปรารถนาของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง (National Council of Teachers of Mathematics, 1989) จากความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวนดังกล่าว จะเห็นได้ว่าความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นมีความสำคัญและเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ดังที่

โรเนา (Ronau, 1988) ได้กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นพื้นฐานสำคัญของความสำเร็จในการประมาณค่า (Estimation) การหาค่าใกล้เคียง (Approximating) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในปัจจุบันการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ (Sense of Large Numbers) เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง เพราะฉะนั้นสื่อพิมพ์ โทรทัศน์ และรายงานข่าวต่าง ๆ มักจะอ้างถึงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ อยู่เสมอ เช่น เงินงบประมาณประจำปีของประเทศ ซึ่งคิดเป็นเงินที่เยอะมาก หรือระยะทางในอวกาศมีหลายล้านปีแสง หรือหมื่นล้านไมล์ หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์เป็นจิกกะไบต์ เป็นต้น การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ นั้นมีความสำคัญต่อสถานการณ์ในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในสภาพสังคมปัจจุบันเป็นอย่างมาก สมควรที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้ตระหนักและมีความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดีในทุกๆระดับชั้น

ฮาวเดน (Howden, 1989) ได้กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสิ่งที่ช่วยสร้างการเรียนรู้แบบหยั่งเห็นที่เป็นธรรมชาติ (Natural Insights) และช่วยทำให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่สามารถเข้าใจได้ ไม่ได้เป็นแต่เพียงวิชาที่รวมของบรรดากฎเกณฑ์ต่าง ๆ เพื่อการนำไปประยุกต์ใช้เท่านั้น แต่นักเรียนยังสามารถที่จะทำการตัดสินใจเกี่ยวกับความมีเหตุผลหรือความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ และรู้ว่ามีวิธีการในการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี ซึ่งสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ช่วยเพิ่มความมั่นใจในความสามารถของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ความสามารถในการนำจำนวนต่าง ๆ มาสัมพันธ์กันในหลาย ๆ ลักษณะยังเป็นทักษะที่มีประโยชน์มาก

ในการศึกษาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป เช่น "หลักของการกระจาย" (Distribution Principle) ซึ่งนับว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญของการประมาณค่าและการคิดคำนวณในใจ นักเรียนที่ใช้หลักการนี้จะช่วยให้เข้าใจพีชคณิตได้ดีขึ้น เพราะสามารถประยุกต์ใช้กับพีชคณิตได้เป็นอย่างดี

แคสท์เธอร์ (Kasther, 1989: 40) กล่าวว่า ผู้มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ผู้มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะมีความสามารถและความมั่นใจในการตัดสินใจเกี่ยวกับผลลัพธ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
2. ผู้มีความรู้สึกเชิงจำนวนมีการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับประสบการณ์ในชีวิตได้มากขึ้น และนำไปสู่การตัดสินใจที่ง่ายขึ้น
3. ผู้มีความรู้สึกเชิงจำนวนมีความสามารถในเชิงนามธรรมทางคณิตศาสตร์มากขึ้นอย่างต่อเนื่อง จากประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม

เบอร์ตัน (Burton, 1994: 1) กล่าวว่า นักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะเข้าใจความหมายของจำนวนและการดำเนินการของจำนวน สามารถอภิปรายหน่วยของขนาด มีความคล่องตัวที่จะนำมาใช้ในการวัด และมีความรับรู้ได้เมื่อคำตอบไม่อยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ เข้าใจได้อย่างถูกต้องถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และรู้ว่าจะหาข้อมูลในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

อุษา คงทอง (2539: 61-62) กล่าวถึง ความสำคัญของความรู้สึกเชิงจำนวนว่าเป็นพื้นฐานสำคัญของความสำเร็จในการประมาณค่า การหาค่าใกล้เคียงและการแก้ปัญหา การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ เป็นสิ่งจำเป็นมากในปัจจุบัน เพราะมักจะอ้างอิงถึงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ อยู่เสมอ เช่น เงินงบประมาณประจำปีของประเทศ ระยะทางในอวกาศ หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์ เป็นต้น ดังนั้นจึงสมควรอย่างยิ่งที่จะส่งเสริมให้นักเรียนรับการพัฒนาเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวน

สถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท, 2544: 219) ได้ระบุไว้ว่า ผู้เรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนดีนั้น จะเป็นผู้ที่สามารถตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการคำนวณและการแก้ปัญหาได้ด้วยดี

รุ่งอรุณ ลียะวณิชย์ (2546: 36) กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสิ่งที่ควรให้ความสนใจและควรส่งเสริมให้แก่นักเรียน เพราะเป็นสิ่งที่ช่วยสนับสนุนความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านต่าง ๆ เช่น ความสามารถในการคิดคำนวณอย่างรวดเร็ว ความสามารถในการ

คิดคำนวณอย่างยืดหยุ่น ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และความสามารถที่จะทำการตัดสินใจเกี่ยวกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณอย่างมีเหตุผล โดยดูความเป็นไปได้ตามหลักของความเป็นจริง จากบริบทของปัญหานั้น ๆ ตลอดจนจนช่วยส่งเสริมความยืดหยุ่นในการหาวิธีคิด เลือกวิธีคิดเพื่อนำไปใช้หาคำตอบได้หลาย ๆ วิธี นอกจากนี้ความรู้สึกเชิงจำนวนยังมีความสำคัญในแง่ของเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย ซึ่งจะช่วยให้ให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในความสามารถของตนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้

เอมอร์ สิทธิรักษ์ (2546: 13) กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสิ่งที่ควรส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน เพราะเป็นสิ่งที่ช่วยพัฒนาความสามารถทางด้านจำนวนและตัวเลข ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ความสามารถในการหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผล และยังช่วยให้นักเรียนพัฒนาตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นไปอีกด้วย

จากเหตุผลความสำคัญต่าง ๆ ที่กล่าวไว้อาจสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเรา หากนักเรียนมีความรู้สึกเชิงจำนวนดีก็ช่วยให้นักเรียนสามารถหาคำตอบได้รวดเร็ว คำตอบที่ได้มีความสมเหตุสมผล และเหมาะสมกับสถานการณ์นั้น ๆ ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังส่งผลให้นักเรียนมีผลการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

3. ประเภทของความรู้สึกเชิงจำนวน

ในปัจจุบันมีนักศึกษาคณิตศาสตร์ของหลายท่านได้กล่าวเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวนไว้พอสรุปได้ดังนี้

กรีน (Greeno, 1991: 170-173) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นรูปแบบหนึ่งทางความเชี่ยวชาญทางการคิด ซึ่งหมายถึง กลุ่มของความสามารถต่าง ๆ ในการสร้างและให้เหตุผลภายในโมเดลสมองประกอบด้วย

1. การคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น (Flexible Mental Computation) การคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่นนั้นเป็นความรู้สึกเชิงจำนวนรูปแบบหนึ่ง ที่กล่าวถึงความรู้จักเกี่ยวกับการสมมูลกันและสามารถใช้ในการจัดกลุ่มของจำนวนเสียใหม่เพื่อประโยชน์ในการคิดคำนวณในใจ

2. การประมาณค่า (Numerical Computation) เป็นปฏิบัติการที่แสดงให้เห็น ความรู้สึกเชิงจำนวนที่ชัดเจนอีกรูปแบบหนึ่งซึ่งกล่าวถึงการรู้จักที่จะหาค่าใกล้เคียงในใจหัด คำนวณ

3. การตัดสินใจเกี่ยวกับประมาณโดยอาศัยการอ้างอิงเหตุผล (Quantitative Judgement) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้ภาพความรู้สึกเชิงจำนวนชัดเจนขึ้นโดยได้กล่าวถึง การตัดสินใจและสรุปอ้างอิงเกี่ยวกับปริมาณด้วยค่าที่แสดงด้วยตัวเลขต่าง ๆ

ชาวเดอร์ (Sowder, 1992) กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดี นอกจาก 5 ข้อตามความ หมายถึงของ NCTM แล้วความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดียังรวมความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่าง เหมาะสม

ในการศึกษาความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนในประเทศไต้หวัน รีส์และแยง (Reys and Yang, 1998: 225-237) ได้กล่าวถึงลักษณะของการมีความรู้สึกเชิงจำนวนไว้ ดังนี้

1. มีความเข้าใจในความหมายของจำนวนอย่างดี
2. มีความเข้าใจในการแยกและรวมจำนวน
3. มีความเข้าใจในขนาดสัมพัทธ์และขนาดของจำนวน
4. มีการใช้ตัวอ้างอิง
5. มีความเข้าใจถึงผลของการดำเนินการ
6. มีความยืดหยุ่นในการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการระหว่าง จำนวนไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ สหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนจะต้องมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. เข้าใจความหมายของจำนวนเป็นอย่างดี ซึ่งหมายถึงจำนวนเชิงการนับ (Cardinal Number) และจำนวนเชิงอันดับที่ (Ordinal Number)
2. พัฒนาความเข้าใจในเรื่อง ความสัมพันธ์ที่หลากหลายระหว่างจำนวน (Number Relationships)
3. เข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน (Relative Magnitudes of Numbers)
4. รู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการของจำนวน (Relative Effect of Operating on Numbers)
5. พัฒนาการอ้างอิงสำหรับการวัดของวัตถุต่าง ๆ และสถานการณ์ ในสภาพ

แวดล้อมของเด็ก (Reference for Measures of Among Objects and Situations in their Environment)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2542: 2-19) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่าการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน จะต้องมุ่งเน้นพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- 1) ความเข้าใจจำนวนทั้งจำนวนเชิงการนับ และจำนวนเชิงอันดับที่
- 2) ความเข้าใจความสัมพันธ์ที่หลากหลายระหว่างจำนวน
- 3) ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน
- 4) การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ
- 5) ความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของ และสถานการณ์ต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมของนักเรียน
- 6) ความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น
- 7) ความสามารถในการประมาณค่า

การแบ่งประเภทของนักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่าการแบ่งประเภทความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นขึ้นอยู่กับแต่ละกลุ่มที่ต้องการศึกษาและนำไปใช้ประโยชน์ จึงได้มีการแบ่งประเภทของความรู้สึกเชิงจำนวนต่างกันอย่างออกไป ตามความเหมาะสมของการใช้งานของแต่ละกลุ่มนั้น

4. การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน มีนักศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวการจัดการเรียนรู้ที่สำคัญดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 2-19) กล่าวไว้ว่าซึ่งสรุปได้ว่าการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน จะต้องมุ่งเน้นพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในด้านต่าง ๆ โดยมีแนวทางในการพัฒนา ดังนี้

- 1) ความเข้าใจจำนวนเชิงการนับ และจำนวนเชิงอันดับที่ การให้นักเรียนบอกจำนวนของสิ่งต่าง ๆ ที่กำหนดจำนวนในลักษณะเช่นนี้ คือจำนวนเชิงการนับ ซึ่งจะใช้ตอบคำถามว่า "มากเท่าใด" ส่วนจำนวนที่ใช้สำหรับจัดสิ่งของตามลำดับ คือ จำนวนเชิงอันดับที่ ซึ่งใช้ตอบ

คำถาม "อันไหน" การกล่าวถึงจำนวนเชิงอันดับที่ อาจขึ้นอยู่กับเกณฑ์ต่าง ๆ เช่น ขนาด เวลา อายุ หรือตำแหน่งในการแข่งขัน การพัฒนาความคิดรวบยอด (Concept) เกี่ยวกับจำนวนในช่วงต้น จะต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีประสบการณ์ทั้งจำนวนเชิงการนับ และจำนวนเชิงอันดับที่ โดยไม่ต้องให้นักเรียนบอกความแตกต่างระหว่างหมายของจำนวนทั้งสอง แต่จะเป็นการใช้จำนวนอย่างไม่เป็นทางการ โดยการให้นักเรียนตอบคำถาม หรือปฏิบัติกิจกรรมในสถานการณ์ต่าง ๆ และใช้จำนวนเชิงอันดับที่สอดแทรกในกิจกรรมต่าง ๆ อย่างสม่ำเสมอ

2) ความเข้าใจความสัมพันธ์ที่หลากหลายระหว่างจำนวนครูอาจจัดกิจกรรม ดังนี้

2.1) ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นที่หลากหลายเกี่ยวกับจำนวน เช่น เมื่อเห็นตัวเลข 9 นักเรียนคิดถึงสิ่งใดบ้าง สิ่งนี้นักเรียนแสดงความคิดออกมาสามารถบ่งบอกระดับความคิดเกี่ยวกับจำนวนได้อย่างหลากหลาย

2.2) การจัดกิจกรรมให้นักเรียนนับจำนวนสิ่งของที่กำหนด โดยให้จัดเป็นกลุ่มของสิบ และกลุ่มของร้อย กับกลุ่มที่ไม่ครบสิบ กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ต่าง ๆ

2.3) การพัฒนาความเข้าใจเรื่องแบบรูปของจำนวน โดยให้นักเรียนนับจำนวนสิ่งของโดยนับเพิ่มครั้งละเท่า ๆ กัน กำหนดสถานการณ์นับลด ใช้ตารางร้อย เพื่อพัฒนาความเข้าใจเรื่องแบบรูปของจำนวน ให้นักเรียนสังเกตแบบรูปของจำนวนที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร ส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จากสื่อรูปธรรม

ความสามารถของนักเรียนที่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนในรูปแบบต่าง ๆ เป็นทักษะที่เป็นประโยชน์ ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการสังเกต มีหลักเกณฑ์ มีเหตุผล และเป็นประโยชน์กับการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป

3) ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน ในการพัฒนาความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน จำเป็นต้องให้นักเรียนคุ้นเคยกับจำนวนต่าง ๆ โดยจัดกิจกรรม ดังนี้

3.1) ใช้สื่อที่หลากหลาย ที่มีอยู่ในสภาพแวดล้อมใกล้ตัวนักเรียนนำมาให้นักเรียนนับ เพื่อดูว่าสิ่งของจำนวนเหล่านั้นมากน้อยเพียงใด

3.2) ใช้สิ่งของที่มีขายในท้องตลาด นำมาชั่งและให้นักเรียนยก เพื่อให้มีความรู้สึกว่สิ่งของต่าง ๆ ที่มีน้ำหนักนั้น ให้มีความรู้สึกหนักมากน้อยเพียงใด

3.3) ให้นักเรียนช่วยกันวัดระยะทาง และพิจารณาว่า ระยะทางนั้นยาวเพียงใด

3.4) แนะนำให้นักเรียนจดจำสิ่งที่ได้ลงมือปฏิบัติไปแล้ว เพื่อเป็นเกณฑ์ในการอ้างอิงกับสิ่งที่จะคะเน

ครูควรจัดให้นักเรียนได้มีประสบการณ์จากการพิจารณาจำนวนต่าง ๆ ว่า มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มสิบหรือจำนวนเต็มร้อยใด โดยเปรียบเทียบจำนวนสิ่งของ ใช้เส้นจำนวนเพื่อช่วยให้เห็นว่า จำนวนนั้นใกล้เคียงไปทางจำนวนเต็มสิบหรือจำนวนเต็มร้อยใด หรือพิจารณาจำนวนจำนวนหนึ่งว่ามีค่าใกล้เคียงจำนวนใดในสองจำนวนที่กำหนดให้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการคิดคำนวณและการหาค่าประมาณในโอกาสต่อไป

4) การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ เมื่อนักเรียนเข้าใจความหมายของการดำเนินการต่าง ๆ เช่น การบวก การลบ การคูณ และการหาร ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักสังเกต เช่น

4.1) กระตุ้นให้นักเรียนสามารถพิจารณาได้อย่างรวดเร็ว ว่า ผลบวก ผลลบ ผลคูณ หรือผลหารนั้น เขียนแทนด้วยตัวเลข

4.2) กระตุ้นให้นักเรียนเปรียบเทียบจากการหาผลลัพธ์ของ การบวก การลบ การคูณ และการหาร ของจำนวนคู่เดียวกันอย่างสม่ำเสมอ จนนักเรียนตั้งเป็นข้อสังเกตได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

5) ความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของและสถานการณ์ต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ควรพัฒนาไปพร้อม ๆ กับการจัดกิจกรรมในข้อที่ 1-4 กล่าวคือ ครูต้องคอยซักถามและร่วมกันอภิปราย เพื่อให้นักเรียนตระหนักถึงความเป็นไปได้ของคำตอบจากปัญหาต่าง ๆ ซึ่งบทบาทของครู คือ จัดประสบการณ์ในเรื่องการวัด การคะเน และการตรวจสอบการวัด ไม่ว่าจะเป็นเรื่องปริมาตร ระยะทาง หรือน้ำหนัก อย่างสม่ำเสมอ และส่งเสริมให้นักเรียนหาเกณฑ์ ที่นักเรียนคุ้นเคย เป็นเกณฑ์อ้างอิงความเป็นไปได้ของการวัด จากนั้นอาจส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนทำโครงการต่าง ๆ ที่นักเรียนสนใจ เกี่ยวกับเรื่องของจำนวน

6) ความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น ความสามารถนี้เกิดขึ้นหลังจากที่นักเรียนมีประสบการณ์จากการคิด และการหาแนวทางในการคิดต่าง ๆ เพื่อให้สามารถคิดคำนวณในใจได้อย่างสะดวกขึ้น เนื่องจากกระบวนการคิดคำนวณในใจน่าจะแตกต่างจากการคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธีทำในกระดาษ ดังนั้นครูจะต้องจัดกิจกรรมต่าง ๆ ประสมประสานกันไป เช่น

6.1) ให้นักเรียนฝึกคิดเลขในใจสัปดาห์ละสองถึงสามครั้ง ใช้เวลาครั้งละประมาณ 5 ถึง 10 นาที แล้วนำคำตอบที่ได้ของแต่ละคนมาอภิปรายร่วมกันว่า นักเรียนคิดอย่างไร มีวิธีคิดใดที่มีประสิทธิภาพ ในกรณีที่นักเรียนคิดคำนวณในใจเช่นเดียวกับการแสดงวิธีทำในกระดาษครูอาจต้องเป็นผู้เริ่มต้นเสนอความคิดว่าสามารถคิดได้หลายวิธี

6.2) กระตุ้นให้นักเรียนสังเกตแบบรูปของจำนวน

6.3) กระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดที่หลากหลาย

6.4) การคิดคำนวณในใจอย่างเหมาะสม

บทบาทของครู คือต้องจัดกิจกรรมดังกล่าว เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดโดยใช้คำถามและเสนอแนะกระบวนการคิดแบบต่าง ๆ อย่างสม่ำเสมอ เมื่อครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดบ่อย ๆ พร้อม ๆ กับที่ครูแสดงความคิดที่แตกต่างออก ๆ ไปก็จะเป็นการส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีคิดที่เหมาะสมต่อไป

7) ความสามารถในการประมาณค่า

7.1) ตัวอย่างปัญหาการประมาณค่า ครูกำหนดสถานการณ์ให้นักเรียนคิดคำนวณหาค่าประมาณต่าง ๆ แล้วมาอภิปรายร่วมกันว่านักเรียนแต่ละคนคิดอย่างไร ของใครคิดได้สะดวกรวดเร็ว และมีค่าใกล้เคียงเชื่อถือได้ ในการหาค่าประมาณมิได้หมายความว่า ทุกคนต้องคิดเช่นเดียวกัน แต่เป็นเพียงแนวทางหนึ่งเท่านั้น ครูและนักเรียนอาจคิดแตกต่างกันได้ แต่ขอให้ค่านิ่งว่าเป็นวิธีการที่สามารถคำนวณได้โดยไม่ต้องใช้กระดาษและดินสอและคำตอบมีค่าใกล้เคียงสมเหตุสมผล และช่วยในการตัดสินใจได้

7.2) เทคนิคบางประการในการประมาณค่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการประมาณค่า ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนพยายามหาแนวคิดที่เป็นของตนเอง อย่างไรก็ตามครูอาจมีส่วนอย่างมากที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีหลักการคิดอย่างเป็นระบบ เช่น กระตุ้นให้นักเรียนเห็นว่า นอกจากวิธีการที่นักเรียนนำเสนอแล้ว ครูก็มีวิธีการคิดที่มีประสิทธิภาพด้วย

นพพร แหยมแสง (2544: 1 – 5; อ้างอิงมาจาก Burn) ได้เสนอวิธีการสร้างความรู้สึกเชิงจำนวนไว้ 7 ประการ คือ

1) เชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนกับประสบการณ์ในโลกจริง โดยเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สัมพันธ์กับประสบการณ์ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเรียนรู้ว่าจำนวนเป็นสิ่งที่มีความหมายสำหรับการแก้ปัญหา เนื่องจากความรู้สึกเชิงจำนวนจะพัฒนาตลอดเวลา นักเรียนจำเป็นต้องมีโอกาสสม่ำเสมอที่จะให้เหตุผล และฟังผู้อื่นอธิบายความคิดของเขา

2) หาวิธีคิดคำนวณที่หลากหลาย เนื่องจากวิธีคิดเพียงวิธีเดียวในชั้นเรียน ไม่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะคิดอย่างยืดหยุ่น และพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน

3) ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดคำนวณในใจ เนื่องจากเราจำเป็นต้องคิดคำนวณในใจในสถานการณ์ต่าง ๆ อยู่เป็นประจำ เช่น ในภัตตาคาร หรือในการเลือกซื้อสินค้า เนื่องจากเรามีเงินอยู่จำกัด

4) ส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายถึงยุทธวิธีในการคิดคำนวณ ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายเหตุผลจะช่วยให้ นักเรียนขยายความคิด และเกิดการหยั่งเห็นว่าพวกเขาคิดอย่างไร

5) การประมาณค่า การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนอาจต้องอาศัยการประมาณค่าจากสถานการณ์ปัญหา

6) ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล สิ่งสำคัญของการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนนั้น คือ ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดอย่างสม่ำเสมอ มิใช่ถามเฉพาะตอนที่นักเรียนทำผิด ลักษณะของคำถาม เช่น “ทำไมจึงคิดเช่นนั้น” “บอกเหตุผลอื่น ๆ อีก” และอื่น ๆ

7) ต้องใช้กิจกรรมการวัดที่หลากหลาย ปัญหาที่เกี่ยวกับการวัดจะช่วยสร้างความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียน เพราะนักเรียนจะสามารถตรวจสอบการประมาณค่า และการคำนวณโดยการวัดจริง หาวิธีที่จะตรวจสอบความคิดของเขากับสื่อกายภาพมากกว่าที่จะฟังคำตอบจากครู หรือคำตอบจากหนังสือ ส่งเสริมให้เด็กกล้าเสี่ยง และพยายามหาแนวทางใหม่ ๆ เช่น ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมกันสำรวจความยาวของวัตถุต่าง ๆ ด้วยการนำลูกบาศก์ที่ครูเตรียมมาให้ ใช้กะประมาณความยาวของวัตถุก่อน แล้วจึงใช้การวัดจริง

โซว์เดอร์ และเคลิน (Sowder and Kelin, 1988: 41- 57) กล่าวว่า การประมาณค่าเกี่ยวกับจำนวนและการคำนวณในใจ เป็นยุทธวิธีที่จะนำไปสู่การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน ซึ่งยุทธวิธีทั้งสองจะช่วยให้ นักเรียนสามารถนามโนมติ และการดำเนินการต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้อย่างยืดหยุ่น และทำให้นักเรียนเข้าใจความหมายของจำนวนเหล่านั้นจากปัญหาที่ได้อุป สำหรับการสำรวจปัญหาเกี่ยวกับขนาดของจำนวนโดยใช้การเปรียบเทียบจำนวนและลำดับของจำนวนจะทำให้ นักเรียนสามารถเข้าใจในเรื่องจำนวนได้อย่างดียิ่งขึ้น

รีส์และคณะ (Reys and others, 1991: 5 – 11) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า การสอนเพื่อการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นต้องแทรกอยู่ในทุก ๆ ส่วนของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งต้องจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนเห็นว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย มีประโยชน์ ครูเป็นผู้ที่มีความสำคัญมากในการสร้างความรู้สึกเชิงจำนวน โดยการจัดบรรยากาศในการเรียนการสอน การใช้แบบฝึกทักษะที่ครูสร้างขึ้น และโดยกิจกรรมที่ครูเลือกสรร โดยได้เสนอกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ว่าควรมีลักษณะดังนี้

1) สร้างบรรยากาศและสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน อันดับแรกครูควรสร้างสิ่งแวดล้อมในห้องเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทดลอง ได้ตั้งคำถาม ได้ค้นหาคำตอบ ได้ตัดสินใจ ความสมเหตุสมผล ได้ร่วมกันค้นสมมติฐาน ได้ร่วมกันให้เหตุผลและได้สรุปผลตัวอย่าง เช่นใน

ระดับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ครูอาจตั้งคำถามว่า “ถ้าจำนวนเต็มบอกคุณด้วยเศษส่วนที่น้อยกว่าหนึ่งผลคูณจะเป็นอย่างไร” ให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นของตัวเอง และได้มีโอกาสสรุปกระบวนการหาคำตอบ โดยครูเป็นเพียงผู้เสนอแนะจุดประสงค์เพื่อหาคำตอบเพียงอย่างเดียว ในการแก้ปัญหาควรเปลี่ยนไปเป็นการอภิปรายวิธีการหาคำตอบ และพิจารณาความสมเหตุสมผลมากกว่า

2) การมอบหมายงานให้นักเรียนเขียน การเขียนเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งช่วยให้นักเรียนแสดงแนวคิดเกี่ยวกับจำนวน งานเขียนที่ครูอาจมอบหมายให้นักเรียนทำ เช่น การเขียนจดหมายเล่าเรื่องถึงการเรียนคณิตศาสตร์ในวันนี้ การเขียนสรุปผลการปฏิบัติงานกลุ่ม การเขียนอธิบายถึงเหตุผลที่ยืนยันคำตอบว่าสมเหตุสมผล เป็นต้น

3) ใช้กระบวนการตั้งคำถามและอภิปรายในห้องเรียน การใช้คำถามเป็นกระบวนการสำคัญในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน ดังตัวอย่าง การใช้คำถามในการสอนเกี่ยวกับเศษส่วนโดยถามนักเรียนว่า “ครูกำลังนึกถึงเศษส่วนอยู่สองจำนวน ซึ่งผลบวกมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 ใครบอกครูได้บ้างว่าเป็นเศษส่วนอะไร” นักเรียนบางคนตอบหรือถามต่อว่า “ทั้งคู่ต้องน้อยกว่า 1 หรือ ทั้งคู่มีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{2}$ ” ซึ่งได้รับการตอบจากเพื่อนนักเรียนด้วยกันคนหนึ่งบอกว่า ไม่จำเป็นที่ทั้งคู่จะน้อยกว่า $\frac{1}{2}$ เพราะว่า จำนวนหนึ่งสามารถเป็น $\frac{3}{4}$ และอีกจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยมาก ๆ การใช้สื่อการสอนโดยเฉพาะสื่อที่ช่วยให้นักเรียนสร้างรูปแบบความคิดเกี่ยวกับจำนวนหรือสรุปแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนได้เช่น เครื่องคิดเลข ตารางร้อย ตารางเศษส่วน รูปสัตว์ต่างๆ รูปเรขาคณิตของจริงที่พบในชีวิตประจำวัน เป็นต้น

แมคไบรด์ และแลมบี (Mcbride and Lamb, 1986) ได้กล่าวเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวนไว้ว่า นักเรียนที่ได้รับการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนจะเป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็ว เมื่อเขาได้เริ่มเรียนรู้โครงสร้าง หลักการและการปฏิบัติการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์แล้ว ซึ่งคุณลักษณะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ สามารถสอนได้ โดยการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีคิดลัดเกี่ยวกับจำนวน เพราะวิธีคิดลัดส่วนมากง่ายต่อการเรียนรู้ และสามารถสอนให้นักเรียนรู้เรื่องได้ในเวลาอย่างรวดเร็ว เป็นการช่วยให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จ และจำได้ในทันทีทันใด

โฮป (Hope, 1989) กล่าวว่า ถ้าการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน ถูกพิจารณาในฐานะที่เป็นเป้าหมายสำคัญของหลักสูตรในโรงเรียน ครูจำเป็นจะต้องสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนและคำนึงถึงว่าความรู้สึกเชิงจำนวน เป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาขึ้นได้ โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ที่มี

เป้าหมายและมีความหมายในเรื่องต่าง ๆ ดังนี้

- 1) การคำนวณ (Calculating)
- 2) การวัด (Measuring)
- 3) การประมาณค่า (Estimating)

การคำนวณกับความรู้สึกเชิงจำนวน นั้น โสภ กล่าวไว้ว่า เวลาที่อยู่นอกโรงเรียน จะไม่สามารถแยกการคิดคำนวณออกจากการดำเนินชีวิตประจำวัน เพราะนักเรียนจะต้องเผชิญกับปัญหาในชีวิตประจำวันอยู่ตลอดเวลา และจะต้องอาศัยการคำนวณอยู่ตลอดเวลา ซึ่งต่างกับในโลกของโรงเรียนนักเรียนมักเกี่ยวข้องกับจำนวนต่าง ๆ ในลักษณะที่แยกตัวอย่างโดดเดี่ยวออกจากสิ่งแวดล้อมประจำวัน การคำนวณดำเนินไป เพื่อจุดมุ่งหมายเฉพาะอย่างของตัวเอง และผลที่ได้ก็คือ เป็นการยากที่นักเรียนจะสามารถประยุกต์ไปสู่ปัญหาในทางปฏิบัติได้ ดังนั้นครูจำเป็นต้องให้นักเรียนเข้าใจในสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1) การคำนวณ กระทำเพื่อเป้าหมายในเชิงปฏิบัติ กล่าวคือ การคำนวณจะต้องไม่แยกตัวออกจากงานที่ปฏิบัติ ไม่ว่าจะการคำนวณนั้นจะคำนวณด้วยเครื่องคิดเลข ด้วยกระดาษและดินสอ หรือคำนวณในใจก็ตาม นักเรียนจะต้องคำนวณเพื่อเป้าหมายในเชิงปฏิบัติไม่ใช่คำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องอย่างเดียว โดยขาดเหตุผลหรือวิจารณ์ญาณในการคิด จะทำให้นักเรียนได้พฤติกรรมแบบเครื่องจักร ซึ่งเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียน และจะทำให้นักเรียนมีปัญหาในการคำนวณโดยไม่ใช้กระดาษและดินสอ เพราะเมื่อการคำนวณสิ่งใดที่มีเป้าหมายในทางปฏิบัติแล้ว เขาก็จะมีแนวโน้มที่จะเป็นนักคำนวณที่มีความแม่นยำมากขึ้น

2) การเลือกวิธีการคำนวณ ต้องขึ้นอยู่กับโจทย์ที่กำหนดให้ โดยนักเรียนจะต้องได้รับการส่งเสริมให้รู้จักพิจารณาโจทย์ในเชิงปฏิบัติ (Practical Context) ก่อนที่จะลงมือเลือกวิธีใดวิธีหนึ่งเพื่อนำมาคำนวณ

3) การคำนวณสามารถปรับให้ง่ายขึ้นได้ หมายถึง นักเรียนจะต้องเข้าใจว่ามีวิธีการในการคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องได้มากมายหลายวิธี โดยนักเรียนสามารถปรับโจทย์ให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น เพื่อสะดวกในการคำนวณหาคำตอบ

4) บริบทของโจทย์ปัญหา สามารถช่วยในการประเมินความเป็นไปได้ของคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณ

5) คำตอบที่ได้ ต้องถูกต้องความ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องเรียนรู้ที่จะตัดสินใจเกี่ยวกับวิธีการตีความผลที่ได้จากการคำนวณ โดยครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนฝึกตีความคำตอบจากโจทย์ปัญหาต่างๆ ที่คำนวณได้ จากแบบฝึกหัดที่ครูเสนอให้

การวัดกับความรู้สึกเชิงจำนวน โยป กล่าวเสนอว่า ครูผู้สอนจะต้องแน่ใจว่านักเรียนมีโอกาสที่จะใช้การวัดในสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวันได้ และเป็นสิ่งที่สำคัญมากที่นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจบางประการเกี่ยวกับเรื่องของการวัดดังนี้

1) การวัดจะต้องกระทำโดยมีจุดมุ่งหมายที่ชัดเจน ตัวอย่างปัญหาปลายเปิดที่ดีต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างมโนทัศน์ วางแผน อภิปราย ค้นคว้า และคิดพอก ๆ กับการลงมือปฏิบัติจริง

2) การเลือกเครื่องมือวัดขึ้นอยู่กับบริบทที่กำหนดให้ นักเรียนเองต้องเรียนรู้เครื่องมือวัดแต่ละชนิด ซึ่งจะมีลักษณะเด่นเฉพาะตัวของมันเองแตกต่างกันออกไป นักเรียนจะต้องเรียนรู้วิธีการเลือกเครื่องมือวัดให้เหมาะสมกับสถานการณ์หรือสิ่งที่จะวัด นักเรียนจะต้องเรียนรู้วิธีอ่านและคำนวณเกี่ยวกับเครื่องมือวัด และประยุกต์วิธีในการวัด

3) หน่วยของการวัดมักมีความคลุมเครือ จำนวนต่าง ๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวันไม่ได้กำหนดหน่วยใดหน่วยหนึ่งเพียงหน่วยเดียวเสมอไป และความหมายของการแสดงถึงลักษณะความสำคัญของจำนวนเหล่านี้ขึ้นอยู่กับความเข้าใจในบริบทที่จำนวนเหล่านั้นปรากฏอยู่ ตามความเข้าใจของบุคคลใดบุคคลหนึ่ง หน่วยของจำนวนต่าง ๆ บางหน่วยจะมีความหมายเฉพาะสำหรับกลุ่มคนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเท่านั้น

การประมาณค่ากับความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวข้องกันคือ การประมาณค่าตัวเลขที่เหมาะสมเป็นสิ่งจำเป็นมาก เพราะสามารถส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวนได้เป็นอย่างดี ครูผู้สอนจำเป็น จะต้องเน้นมโนทัศน์ของการประมาณค่า โดยเริ่มตั้งแต่ขั้นเล็ก ๆ จนกระทั่งถึงระดับมัธยมศึกษาเพราะ

1) การประมาณค่าเกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบปริมาณต่าง ๆ โดยนักเรียนจะต้องเรียนรู้และเข้าใจความหมายของคำว่า ระหว่าง ประมาณ ใกล้ ใกล้เคียง เด็กจะสามารถเรียนรู้ค่าต่าง ๆ เหล่านี้ได้ดีจากการเปรียบเทียบปริมาณในรูปของอันดับ

2) คำตอบที่ได้จากการคำนวณในแต่ละครั้ง สามารถถูกประมาณค่าได้หลายวิธี ซึ่งการประมาณค่านี้จำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจเป็นอย่างดีเกี่ยวกับ "ขนาดสัมพัทธ์" ของปริมาณต่าง ๆ พอกับวิธีที่จะแปลงรูปแบบของจำนวนจากรูปแบบหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งได้เพื่อให้ง่ายต่อการคิดคำนวณ ตัวอย่างเช่น ให้นักเรียนประมาณค่า ส่วนลด 35% ของสินค้าชิ้นหนึ่ง ซึ่งติดราคาไว้ 23.85 บาท โจทย์ปัญหานี้อาจคิดคำนวณโดยการประมาณได้ดังนี้

2.1) แปลงรูปเสียใหม่เป็น 30 % ของ 20 บาท โดยคิด 10 % ของ 20 บาท ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2 บาท ก่อน จากนั้นคูณ 2 ด้วย 3 จะได้ค่าประมาณ 6 บาท

2.2) วิธีนี้ทำเหมือนวิธีแรก เพียงแต่ปัด 23.85 บาท เป็น 24 บาท ซึ่งวิธีนี้จะทำให้ได้ค่าโดยประมาณเป็น 7.20

2.3) แปลงรูปใหม่เป็น 35 % ของ 24 บาท แล้วคิด 10 % ของ 24 บาท ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2.40 บาท แล้วคูณด้วย 3 เท่า ได้เป็น 7.20 บาท ต่อจากนั้นก็ทำให้ละเอียดขึ้นอีก โดยการบวกด้วย 1.20 บาท (เพราะ 5 % เท่ากับครึ่งหนึ่งของ 10 %)

3) ความละเอียดที่ต้องการจากการประมาณค่าขึ้นอยู่กับการใช้ประโยชน์ นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกหัดในการกำหนดความละเอียดแม่นยำที่พึงปรารถนา ครูต้องมีความระมัดระวังการกำหนดระดับความแม่นยำที่ไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง ตัวอย่างเช่น ในการประมาณค่าสมุด 5 เล่ม ราคาเล่มละ 18.95 บาท การใช้ $5 \times 20 = 100$ บาท นั้นจะมีประโยชน์มากกว่าที่จะคิดโดยใช้ $5 \times 19 = 95$ บาท

ธอร์นตัน และทักเกอร์ (Thornton and Tucker, 1989) ได้เสนอแนวคิดและแนวทางในการพัฒนาสำนึกด้านจำนวน โดยเริ่มจากการวางแผนประสบการณ์ต่าง ๆ ที่จะช่วยให้นักเรียนได้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดของจำนวน การปฏิบัติการบนจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ ได้ดีขึ้น พร้อมกับได้ยกตัวอย่าง 2 ตัวอย่าง ที่แสดงให้เห็นถึงการใช้สำนึกด้านจำนวนที่ดีของเด็กสองคน ดังนี้

เด็กคนที่ 1

แม่ของจอห์นนี่ให้เงินมา 10 เหรียญ เพื่อให้เขาไปซื้อขนม และขนมปัง ในการนี้ จอห์นนี่รู้ว่านม 1 แกลลอน ราคาประมาณ 2 เหรียญและขนมปังราคาแถวละ 1 เหรียญ พอไปถึงร้าน จอห์นนี่ซื้อนมมา 3 แกลลอน และขนมปัง 3 แถว จอห์นนี่มั่นใจมากขณะยื่นเข้าแถวเพื่อรอชำระเงิน เพราะเขาแน่ใจว่าเขาเงินไปพอจ่ายค่าของทั้งหมด

เด็กคนที่ 2

ซู-หลิน คิดตรวจคำตอบของปัญหา $36 + 48$ ที่เธอได้คำนวณไว้แล้ว เธอคิดในใจว่า “คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแน่นอน เพราะจำนวน 2 จำนวนมีค่าน้อยกว่า 50 ดังนั้นผลบวกของมันจะต้องต่ำกว่า 100”

ธอร์นตันและทักเกอร์ได้สรุปจากทั้งสองเหตุการณ์ว่า”เป้าหมายสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนก็คือ การช่วยให้นักเรียนคิดคำนวณในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเมื่อนักเรียนมีความมั่นใจเกี่ยวกับจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนแล้ว เขาก็จะพัฒนาสำนึกอย่างหนึ่งขึ้นมา เพื่อที่จะใช้ในการควบคุมสถานการณ์เกี่ยวกับจำนวน (Numerical Situations) เมื่อได้เผชิญกับปัญหาไม่ว่าจะเป็นในโรงเรียนหรือนอกโรงเรียน โดยนักเรียนจะแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยเจตคติที่เป็นบวก และสามารถหาคำตอบได้ดีขึ้น โดยนักเรียนบางคนอาจบรรลุสำนึกแห่งความมั่นใจนี้เป็นธรรมชาติ

ชาวเดอร์ (Sowder, 1989) มีความเห็นว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน สามารถพัฒนาได้ด้วย กิจกรรมต่างๆ ที่เหมาะสม การสอนวิธีลัดและการให้นักเรียนรู้ที่จะพิจารณาคำตอบที่ได้โดยใช้วิธีการต่างๆ กัน และจำนวนที่เป็นคำตอบนั้นจะต้องมีความหมาย ซึ่งสิ่งนี้จำเป็นจะต้องอาศัยการ ตรวจสอบอย่างมีวิจารณญาณ โดยใช้กิจกรรมการฝึกทักษะการประมาณค่าและกิจกรรมการฝึก คิดคำนวณในใจ

แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน

ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นเป็นหน้าที่ของครูจะต้องดำเนินการดังนี้

- 1) เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริง โดยเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สัมพันธ์กับประสบการณ์ ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสิ่งที่มีความประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหา
- 2) หาวิธีคิดคำนวณที่หลากหลาย ซึ่งช่วยนักเรียนรู้จักที่จะคิดอย่างยืดหยุ่น
- 3) ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดคำนวณในใจ
- 4) ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการคำนวณ
- 5) ส่งเสริมให้นักเรียนใช้การประมาณค่าในการแก้ปัญหาสถานการณ์
- 6) ใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล เช่น "ทำไมจึงคิดเช่นนั้น" มีวิธีคิดอย่างอื่น? ได้อีกหรือไม่

7) ใช้กิจกรรมการวัดที่หลากหลาย ปัญหาที่เกี่ยวกับการวัดจะช่วยให้สร้าง ความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียน เพราะนักเรียนจะสามารถตรวจสอบการประมาณค่าและการ คำนวณโดยการวัดจริง หาวิธีที่จะตรวจสอบความคิดของเขากับการปฏิบัติจริงมากกว่าที่จะฟัง คำตอบจากครูหรือจากหนังสือ ส่งเสริมให้เด็กกล้าคาดเดาและตรวจสอบคำตอบหรือพยายามหา หนทางใหม่ในการแก้ปัญหา

ในการที่จะทำให้นักเรียนมีสำนึกในการคุมสถานการณ์ความรู้สึกเชิงจำนวนอย่างเป็น ธรรมชาติ ไม่ว่าจะอยู่ในโรงเรียนหรือ สถานที่อื่น ๆ ธอร์นตันและทักเกอร์ ได้ให้ความสำคัญกับครู เป็นอย่างมาก พวกเขาเน้นว่าในการวางแผนการเรียนการสอนในบทเรียนคณิตศาสตร์ในชีวิต ประจำวันครูผู้สอนควรปฏิบัติดังนี้

- 1) ระลึกความสำคัญของการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน
- 2) สร้างบรรยากาศทางบวก เพื่อให้นักเรียนได้งอกงามในด้านความเข้าใจและการ ประยุกต์ใช้เกี่ยวกับจำนวน

3) สร้างสถานการณ์ที่กระตุ้นพัฒนาการเกี่ยวกับความรู้เชิงจำนวน สำหรับการพัฒนาระบบประสาทในทางบวกสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์นั้น ธอร์นตันและ ทักเกอร์ เสนอแนะว่า ครูควรได้พิจารณาถึงสิ่งต่างๆ ดังต่อไปนี้

3.1) นักเรียนมีความเต็มใจมากกว่าการถูกบังคับ ในการที่จะสำรวจสถานการณ์ด้วยจำนวนซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วยสิ่งที่เขาคุ้นเคย

3.2) นักเรียนมีวิธีการที่จะเข้าถึงปัญหา หรือสถานการณ์ด้านจำนวนที่แตกต่างกันตลอดไป ดังนั้น การยอมรับและส่งเสริม การตอบสนองที่หลากหลายของนักเรียนจึงเป็นตัวเร่งให้นักเรียนมีพัฒนาการคิดอย่างยืดหยุ่น (Flexible Thinking) มากขึ้น และทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการประมาณค่า

3.3) การใช้การเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) จะช่วยให้นักเรียนมีโอกาสได้ฟังความคิดเห็นเกี่ยวกับจำนวนซึ่งกันและกัน ผลที่ตามมาคือนักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการต่าง ๆ ที่ทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

3.4) นักเรียนจะต้องมีโอกาสได้เสี่ยงและทำการตัดสินใจเกี่ยวกับจำนวนด้วยตนเอง ภายใต้บรรยากาศในการยอมรับและไม่บีบบังคับ เพราะการให้โอกาสให้แก่ นักเรียนเช่นนี้ จะช่วยให้นักเรียนมีความชำนาญในการตัดสินใจเกี่ยวกับจำนวนมากขึ้น

3.5) เนื้อหาวิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ และการอ่านจะน่าสนใจขึ้น ถ้าได้สอดแทรกสำนึกด้านจำนวนเข้าไป ตัวอย่างเช่น ในการไปทัศนศึกษาในวิชาสังคมศึกษาครั้งหนึ่ง ครูอาจถามนักเรียนว่า ในการไปทัศนศึกษาพิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่ง เงิน 30 บาทต่อนักเรียน 1 คน เพียงพอหรือไม่ที่จะใช้จ่ายทั้งวัน เพราะเหตุใด

สำหรับในเรื่องการวางแผน การเรียนประจำวันนั้น ธอร์นตันและทักเกอร์เน้นว่าครูจำเป็นต้องพิจารณาต่าง ๆ ต่อไปนี้

- 1) การเชื่อมโยงความรู้ในหัวข้อใหม่กับความรู้เก่าที่เรียนไปแล้วเข้าด้วยกัน
- 2) การใช้วิธีการในเชิงของการจัดกระทำ
- 3) การทำให้สอดคล้องกับประสบการณ์จริงในชีวิตของนักเรียน
- 4) การส่งเสริมการอภิปรายโดยใช้เทคนิคในการถามอย่างเหมาะสม
- 5) การตรวจสอบความเข้าใจ

สรุปแล้วการพิจารณาความรู้เชิงจำนวน ตามแนวคิดของธอร์นตันและทักเกอร์นั้น เน้นที่การวางแผนบทเรียนคณิตศาสตร์ประจำวันตามหลักสูตรปกติเป็นสำคัญโดยผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการจัดประสบการณ์ได้สอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนและสร้างบรรยากาศที่ดีในชั้นเรียนก็คือตัวครูและนักเรียน จะต้องมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากที่สุด ในลักษณะของการเรียนรู้ร่วมกัน

ธอมเทอร์และแทคเคอร์ (Thorntor and Tucker, 1989: 18) กล่าวว่า ในการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนให้แก่แก่นักเรียนนั้นต้องเริ่มจากการวางแผนประสบการณ์ต่าง ๆ ที่จะช่วยให้นักเรียนได้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดของจำนวน ปฏิบัติการความรู้เชิงจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่างๆ ได้ดีขึ้นเป้าหมายที่สำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนคือการช่วยให้นักเรียนสามารถคิดคำนวณในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเมื่อนักเรียนมีความมั่นใจความรู้เชิงจำนวน (Numerical Situations) เมื่อได้เผชิญกับปัญหาในขณะที่อยู่ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน โดยนักเรียนจะแก้ปัญหาด้วยเจตคติที่เป็นบวก และสามารถหาคำตอบได้ดีขึ้น ซึ่งบุคคลที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดสำนึกแห่งความมั่นใจอย่างเป็นธรรมชาติ คือ ครู เขาเน้นว่าในการวางแผนการสอนคณิตศาสตร์ประจำวันต้องนึกถึง

1. ระลึกถึงความสำคัญของการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน
2. สร้างบรรยากาศทางบวก เพื่อให้นักเรียนเข้าใจและนำไปประยุกต์ใช้ได้ดี
3. สร้างสถานการณ์ที่กระตุ้นให้เกิดพัฒนาการเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวน

สำหรับการพัฒนาบรรยากาศในทางบวกสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น ธอมเทอร์และแทคเคอร์ (Thornton and Tucker) แนะนำครูควรพิจารณาสิ่งต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนมีความเต็มใจมากกว่าถูกบังคับ
2. นักเรียนมีวิธีการที่เข้าถึงปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้แตกต่างกัน ดังนั้นการยอมรับและส่งเสริมการตอบสนองที่หลากหลายของนักเรียน จึงเป็นตั้งเร่งการตอบสนองที่หลากหลายของนักเรียน เป็นตัวเร่งให้นักเรียนมีพัฒนาการคิดอย่างยืดหยุ่นมากขึ้น และทำให้ประสบความสำเร็จในการประมาณค่า
3. ใช้การเรียนแบบกระบวนการกลุ่มจะช่วยให้ผู้เรียนได้ฟังความคิดเห็นเกี่ยวกับจำนวนซึ่งกันและกัน ผลที่ตามมาคือนักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการต่าง ๆ ที่ทำให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้มากกว่า 1 วิธี
4. นักเรียนจะต้องได้มีโอกาสเสี่ยง และทำการตัดสินใจเกี่ยวกับจำนวนด้วยตัวเอง ภายใต้บรรยากาศแห่งการยอมรับและไม่บีบบังคับ

รุ่งอรุณ ลีชะวาณิชย์ (2547: 36) ได้กล่าวไว้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสิ่งที่ควรให้ความสนใจและควรส่งเสริมให้แก่แก่นักเรียน เพราะเป็นสิ่งที่ช่วยสนับสนุนความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านต่าง ๆ เช่น ความสามารถในการคิดคำนวณอย่างรวดเร็ว ความสามารถในการคิดคำนวณอย่างยืดหยุ่น ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และความสามารถที่จะทำการตัดสินใจเกี่ยวกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณช่วยส่งเสริมความยืดหยุ่นในการกาวิธีคิด เลือกวิธีคิดเพื่อนำไปใช้หาคำตอบได้

หลาย ๆ วิธี นอกจากนี้ความรู้สึกเชิงจำนวนยังมีความสำคัญในแง่ของเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเกิดความมั่นใจในความสามารถของตนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้

อุดมศักดิ์ ลูกเสือ (2546: 13) สรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสิ่งที่ควรส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน เพราะเป็นสิ่งที่ช่วยพัฒนาความสามารถทางด้านจำนวนและตัวเลข ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ความสามารถในการหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผล และยังช่วยให้นักเรียนพัฒนาตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปอีกด้วย

จากที่กล่าวมาจึงสรุปได้ว่า การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนนั้น ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลายและสอดแทรกการสอนความรู้สึกเชิงจำนวนอยู่ตลอดเวลา ครูควรใช้คำถามเกี่ยวกับตัวเลขที่ช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนได้ ฝึกให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้ เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้กันและกัน ให้ได้ความคิดที่หลากหลายในการหาคำตอบ

5. การประเมินผลความรู้สึกเชิงจำนวน

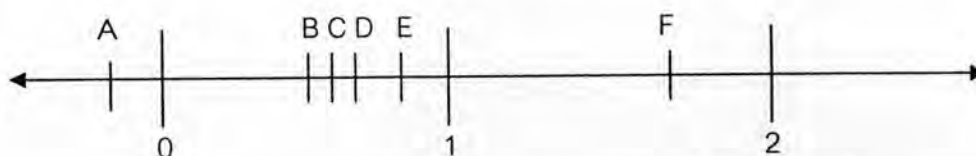
การประเมินผลความสามารถเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวนมีความสำคัญมากเพราะทำให้ทราบว่า นักเรียนมีการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนมากน้อยเพียงใด ในการเลือกใช้วิธีการวัดและการประเมินอย่างไรให้เหมาะสมนั้น ครูควรทราบก่อนว่า ผู้ที่มีความรู้เชิงจำนวนที่ดีควรมีความสามารถอย่างไรบ้าง โดยมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวได้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 20) เสนอความสามารถ 9 ประการของผู้ที่มีความรู้เชิงจำนวนที่คือ

- 1) ความสามารถในการจัดรูปใหม่ เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ เช่น นักเรียนสามารถคิดได้ว่า 12×15 สามารถคิดคำนวณได้จาก 6×30
- 2) ความสามารถที่จะจดจำได้ถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน เช่น การรู้ว่า ผลต่างระหว่าง 3 กับ 5 เหมือนกับผลต่างระหว่าง 123 และ 125
- 3) ความสามารถที่เกี่ยวกับขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน เช่น นักเรียนตระหนักว่า เขาไม่สามารถหยิบเหรียญบาท 200 อัน ได้ในครั้งเดียว

- 4) ความสามารถที่จะใช้สิ่งอ้างอิง เช่น 50 เป็นจำนวนที่มากเมื่อเทียบกับจำนวน 1
- 5) ความสามารถที่จะเชื่อมโยงจำนวน การดำเนินการและความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์อย่างมีความหมาย
- 6) ความสามารถที่จะเข้าใจผลของการดำเนินการ ของจำนวนเช่นนักเรียนรู้ว่าผลต่างของ 289 กับ 348 คือ 59 ดังนั้น ผลต่างของ 289 กับ 358 คือ 69
- 7) ความสามารถที่จะสร้างที่จะสร้างวิธีคิดคำนวณในใจ เช่น การหาผลต่างของ 28 กับ 65 โดยคิดจากผลต่างของ 30 กับ 67
- 8) ความสามารถที่จะใช้จำนวนได้อย่างยืดหยุ่น เพื่อประมาณคำตอบในการคิดคำนวณและจดจำได้ เมื่อใช้การประมาณได้อย่างเหมาะสม เช่นบอกได้ว่าผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักสองจำนวนนั้นมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 100 และสามารถอธิบายเหตุผลได้
- 9) ความสามารถในการพัฒนาความเข้าใจอย่างแจ่มชัดเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะเชื่อว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย และสามารถพัฒนาความหมายนั้นได้จากการทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับจำนวน

รีส์ และคณะ (Reys and other, 1991: 11-13) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า การประเมินผลความรู้สึกเชิงจำนวนด้วยการฟังนักเรียนอธิบายความคิดจากการอภิปรายในห้องเรียน การสนทนากับนักเรียน การสนทนาในขณะที่ทำงานกลุ่มของนักเรียน การสังเกตเด็กที่แสดงออกถึงความเข้าใจ การประเมินจากการเขียนของนักเรียนแต่ละคน โดยใช้แบบสังเกตที่สร้างขึ้น และบันทึกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนระหว่างการอภิปรายหรือทำกิจกรรมในห้องเรียน เช่น ครูให้นักเรียนบอกจำนวนที่แทนด้วยจุด B โดยนักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบด้วย ดังเช่น



นักเรียนอาจบอกว่า จำนวนที่แทนจุด B มีค่าใกล้เคียง $\frac{1}{2}$ มากกว่า $\frac{1}{3}$ หรือประมาณ 0.45 เพราะอะไร เป็นต้น นอกจากนี้ ครูสามารถตั้งคำถามอื่น ๆ เช่น ถ้าครูนำ 26 มาคูณกับจำนวนที่แทนจุด C คำตอบควรจะเป็นจำนวนอะไร และระหว่างการอภิปรายในห้องครูสามารถตรวจสอบระดับความเข้าใจในจำนวน หรือวัดระดับพัฒนาการสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนได้ และจากผลการสนทนาทำให้ครูสามารถวางแผนสำหรับชั่วโมงต่อไปได้ด้วย

เฟนเนลล์ และคณะ (Fennell and others, 1993: 49-69) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า สิ่งสำคัญในการประเมินผลพัฒนาความรู้เชิงปริมาณก็คือประเมินจากคำตอบ จากวิธีการ และจากความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในคำตอบนั้น ครูจึงควรประเมินด้วย การตั้งคำถาม การสังเกต การสัมภาษณ์ และการประเมินผลงานของนักเรียน การประเมินแต่ละแบบสามารถทำได้ทุกวันในห้องเรียน ซึ่งรายละเอียดของการวัดและวิธีมีดังนี้

- 1) การใช้คำถาม นักเรียนอาจตอบคำถามของครูโดยการพูด หรือการเขียน ซึ่งช่วยให้ทราบว่า นักเรียนมีความเข้าใจและมีเหตุผลอย่างไร
- 2) การสังเกต เป็นเครื่องมืออีก อย่างหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการประเมินพัฒนาการของนักเรียนเช่น สังเกตจากการพูดคุยของนักเรียนกับเพื่อนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือสังเกตจากการปฏิบัติ นอกจากนี้การที่ครูให้นักเรียนทำงานหรือตอบคำถามของครู แล้วอาจจัดให้มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งสังเกตการณ์ทำงานการตอบของเพื่อน ก็ถือว่าเป็นการสังเกตแบบหนึ่ง
- 3) การสัมภาษณ์ เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพทำให้ทราบความคิดหรือแนวคิดของนักเรียนและสามารถช่วยให้ทั้งครูและนักเรียนมีโอกาสสื่อสารซึ่งกันและกัน
- 4) การตรวจผลงานของนักเรียน ผลงานของนักเรียนสามารถแสดงถึงความรู้นักเรียนที่เครื่องมือบางอย่างไม่สามารถวัดได้

เบิร์นส์ (Burns, 1997: 50) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า การประเมินความรู้เชิงปริมาณด้วยการให้นักเรียนอธิบายเหตุผลของเขาโดยการหรือการเขียน ข้อมูลที่ได้จากนักเรียนจะมีประโยชน์กับครูเป็นอย่างมาก และครูควรตั้งคำถามที่ต้องการเหตุผล ไม่ใช่ต้องการคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ครูไม่สามารถจะจัดให้มีการสัมภาษณ์นักเรียนทุกคนเป็นรายบุคคลได้เพราะว่า มีเวลาที่จำกัดครูควรมีการเตรียมคำถามที่ดีในการถามนักเรียนระหว่างการเรียนการสอนจะเป็นสิ่งที่ช่วยให้ครูประเมินได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจมากน้อยเพียงใด

รุ่งอรุณ ลียะวณิชย์ (2546: 44) กล่าวว่า การประเมินความรู้เชิงปริมาณ ต้องกระทำในหลายรูปแบบโดยครูกระทำควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยไม่มุ่งเน้นไปที่การสอบกลางภาค หรือปลายภาคเท่านั้น ในการประเมินผลควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอน กระทำเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการแก้ข้อบกพร่องต่าง ๆ ทั้งของครูและของนักเรียน คือครูจะได้ปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และเป็นข้อมูลในการช่วยเหลือให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนมากที่สุด

ธมนวรรณ ทาแก้ว (2547: 22) กล่าวว่า การประเมินความรู้สึกเชิงจำนวนควรใช้วิธีการประเมินซึ่งประกอบด้วย การวัดการทำแบบทดสอบ การสังเกต จากการทำกิจกรรมทั้งงานกลุ่มและงานเดี่ยว จากการอภิปรายในห้องเรียน และจากการเขียนของนักเรียน

ดังที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การประเมินความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นสามารถทำได้ตลอดเวลา และหลากหลายรูปแบบ ตั้งแต่การสังเกต ตั้งคำถาม สอบถาม ตรวจผลงาน ผลจากการทำแบบทดสอบ และสามารถประเมินโดยจำแนกตามรายด้านของความรู้สึกเชิงจำนวนได้อีกด้วยว่า นักเรียนแต่ละคนนั้นมีหรือขาดความรู้สึกเชิงจำนวนในด้านใด

6. ประโยชน์ของความรู้สึกเชิงจำนวน

แมคไบรด์ และแลมบ์ (McBride and Lamb, 1986) ได้กล่าวเกี่ยวกับ ความรู้สึกเชิงจำนวนไว้อีกว่า นักเรียนที่ได้รับการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน จะเป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็ว เมื่อเขาได้เริ่มเรียนรู้โครงสร้าง หลักการและปฏิบัติการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์แล้ว ซึ่งลักษณะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ สามารถสอนได้ โดยการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีคิดลัดเกี่ยวกับจำนวน เพราะวิธีคิดลัดส่วนมากมักง่ายต่อการเรียนรู้ และสามารถสอนให้นักเรียนรู้เรื่องได้ในเวลาอย่างรวดเร็ว เป็นการช่วยให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จและจำได้ในทันทีทันใด

โซว์เดอร์และเคลิน (Sowder and Kelin, 1988: 4) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสิ่งเบื้องต้นสำหรับจำนวนต่าง ๆ เด็ก ๆ ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนจะพัฒนาในด้านความหมายเกี่ยวกับจำนวนความสัมพันธ์เกี่ยวกับจำนวน ความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาดของจำนวนและรู้ผลการกระทำระหว่างจำนวน และการสรุปความเกี่ยวกับปริมาณและการวัดโดยใช้การสอนด้วยวิธีการประเมินค่า

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 38) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้สึกเชิงจำนวนว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนมีความสำคัญยิ่ง เพราะจะนำไปสู่การหยั่งรู้เกี่ยวกับจำนวน ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของจำนวน ช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับความสมเหตุสมผลจากการคำนวณและการนำเสนอคำตอบของปัญหาเกี่ยวกับจำนวน สิ่งเหล่านี้จะเกิดขึ้นได้เมื่อมีความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดี

รีและคณะ (Reys and other, 1991: 3 – 5) กล่าวสนับสนุนว่า ผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวน จะสามารถนำจำนวนไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างมีประสิทธิภาพและเหมาะสมตามสถานการณ์ สามารถนำไปใช้ในการคิดคำนวณในใจ การแก้โจทย์ปัญหา การคิดขั้นสูง การประมาณค่า และสามารถพิจารณาความสมเหตุสมผลได้

ดังที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนในวิชา คณิตศาสตร์และชีวิตประจำวันมาก เพราะทำให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย มองเห็นความสัมพันธ์ของจำนวน และนำไปสู่กระบวนการคิดที่หลากหลาย สามารถช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับการหาคำตอบตามสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล และเหมาะสมกับสถานการณ์นั้น ๆ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.งานวิจัยในประเทศ

สุนทรี สุกาญจนาศรชฐ์ (2533) ได้วิจัยเรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดเลขในใจของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 45 คน การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อ พัฒนาทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกรุงเทพคริสเตียนวิทยาลัย จำนวน 45 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือโปรแกรมคอมพิวเตอร์และแบบสอบ ทักษะการคิดคำนวณในใจ การพัฒนาทักษะนี้จัดเป็น 4 ขั้นตอน คือ การแนะนำใช้คอมพิวเตอร์ การประเมินผลก่อนใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ การทดลองใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และการ ประเมินผลหลังใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แล้วนำข้อมูลมาทำการทดสอบค่าที (t – test) ผลการ ทดลอง พบว่า

- 1) ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนแต่ละเรื่อง ได้แก่ คะแนนทักษะการบวกเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะการลบเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะ การคูณเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะการหารเลขในใจอย่างง่าย และคะแนนทักษะการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนที่มีหลายหลัก หลังการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยของ คะแนนทักษะการคิดเลขในใจก่อนการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05
- 2) อัตราเร็วเฉลี่ยในการคิดเลขในใจของนักเรียนแต่ละเรื่อง ได้แก่ อัตราเร็วในการ บวกเลขในใจ อัตราเร็วในการลบเลขในใจ อัตราเร็วในการคูณเลขในใจ อัตราเร็วในการหารเลขใน

ใจ และอัตราเร็วในการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนที่มีหลายหลัก หลังการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีค่าสูงกว่าอัตราเร็วเฉลี่ยในการคิดเลขในใจก่อนการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

อุษา คงทอง (2538: 235-239) ได้ศึกษา ผลของสำนึกทางด้านจำนวนและตัวแปรคัตสรรที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพมหานคร ผลการศึกษา พบว่า จากการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น สำนึกทางด้านจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 27.22 จากคะแนนเต็ม 6 คะแนน ตัวแปรที่ส่งผลทางตรงสูงสุดต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ด้านความรู้และทักษะ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ ความรู้พื้นฐานเดิม และสำนึกเกี่ยวกับจำนวนตามลำดับ และหลังจากได้ทดลองใช้โปรแกรมที่ผู้วิจัยพัฒนาพบว่าเมื่อกำหนดให้ตัวแปร ความสามารถในการแก้ปัญหาและ/หรือ ความรู้พื้นฐานเดิมเป็นตัวแปรร่วมพบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวนมีคะแนนเฉลี่ยของสำนึกทางด้านจำนวนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนและฝึกจากโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

นพพร แหยมแสง (2544: 107-108) ได้ศึกษา การพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษา พบว่า จากการเก็บข้อมูลด้านสภาพและปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสำนึกเกี่ยวกับจำนวนคิดเป็นร้อยละ 38.73 และ 44.26 ตามลำดับ และด้านของความรู้ลึกเชิงจำนวนที่เป็นปัญหามากที่สุด คือ ด้านความเข้าใจความหมายของการดำเนินการ และด้านการรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ และนำบทเรียนที่สร้างขึ้นมาพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่ามีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/7 และคิดเป็นร้อยละ 76.47 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นอกจากนั้นยังทราบว่าหลังจากการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนกลุ่มทดลองมีสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสูงกว่ากลุ่มควบคุม

เอมอร สิทธิรักษ์ (2546: 73) ได้ศึกษา การพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวน เรื่อง เศษส่วน และทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษา พบว่า พัฒนาการสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนทั้ง 5 ด้าน หลังการทดลองมีค่าเพิ่มขึ้น และยังคงมีความคงทนอยู่เมื่อเวลาผ่านไป 1 เดือน ผลการพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนและทศนิยมของนักเรียน และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กลุ่มทดลองอยู่ในระดับดี จากการสังเกตพฤติกรรม และจากเพิ่มละสมงาน พบว่านักเรียนตระหนักถึงคุณค่าของสำนึกเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนชอบการคิดคำนวณในใจอย่างยืดหยุ่น การใช้ตัวอ้างอิง การประมาณค่า เพราะสามารถนำไปใช้ในการหาคำตอบได้รวดเร็วและสามารถนำไปพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ดียิ่งขึ้น

อุดมศักดิ์ ลูกเสือ (2546: 40) ได้ศึกษา การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนเรื่องเศษส่วนและทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษา พบว่า คะแนนด้านของความรู้สึกเชิงจำนวน ภายหลังกการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนสูงกว่าก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนที่ระดับนัยสำคัญ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนและทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามปกติ

รุ่งอรุณ ลียะวณิชย์ (2546: 98) ได้ศึกษาผลของการใช้เกมคณิตศาสตร์ในการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและสำนึกด้านจำนวนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ในการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามปกติที่รับนัยสำคัญทางสถิติ .01 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ในการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์มีสำนึกด้านจำนวนดีกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้การสอนตามปกติ

ธมนวรรณ ทาแก้ว (2547: 71) ได้ศึกษาผลการนำเสนอโปรแกรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษา พบว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทุกด้านของความรู้สึกเชิงจำนวน นักเรียนมีความคิดเห็นเกี่ยวกับโปรแกรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนโดยภาพรวมอยู่ในระดับเหมาะสมมาก โดยนักเรียนมีความคิดเห็นด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับจากโปรแกรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก ส่วนด้านระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้จากโปรแกรมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

หทัยกาญจน์ อินบุญมา (2547: 62) ได้ศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวนเรื่องการประมาณค่าชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษา พบว่า ผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวนเรื่องการประมาณค่าสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. งานวิจัยต่างประเทศ

ฮอดฟอร์ดและสกอตต์ (Hosford and Scott) ได้พัฒนาโปรแกรมส่งเสริมด้านความรู้สึกเชิงจำนวน ซึ่งประกอบด้วย การคิดคำนวณในใจ และการประมาณค่า โดยใช้เวลาทดลองทั้งหมด 12 สัปดาห์ ซึ่งจะใช้เวลาสอน 10 นาทีของทุกคาบการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนปกติ โดยในแต่ละสัปดาห์สอนเนื้อหาและกลวิธี 3 วัน กล่าวคือ ทำการฝึกทักษะสองวัน และอีกหนึ่งวันทำการทดสอบ ผลที่ได้จากการนำโปรแกรมนี้ไปทดลองใช้กับนักเรียนเกรด 7 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยโปรแกรมการพัฒนามีคะแนนด้านความรู้สึกเชิงจำนวนสูงขึ้น

เรย์ และคณะ (Reys and Other, 1982) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการที่ใช้ในการประมาณค่า โดยมีวัตถุประสงค์ในการวิจัย คือ เพื่ออธิบายกระบวนการในการประมาณค่า ในทางคำนวณที่ใช้กลวิธีการคิดและเทคนิคเมื่อประมาณค่าของนักประมาณค่าที่ดี เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือแบบทดสอบประเมินค่าทางการคำนวณ (Assessing Computation Estimation หรือ ACE Test) เพื่อคัดเลือกนักประมาณค่าที่ดีจำนวน 59 คน จากตัวอย่างประชากรจำนวน 1200 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนระดับ 7 – 12 และผู้ใหญ่ที่คัดเลือกมาทำการสังเกตขณะเขาทำแบบฝึกหัดการประมาณค่าหลายชุด จากนั้นจึงสัมภาษณ์นักประมาณค่าที่ดีเพื่อทราบกลวิธีและกระบวนการที่เขาใช้ในการแก้ปัญหาในการประมาณค่า ผลการวิจัยพบว่า ทุกคนมีการระลึกได้อย่างรวดเร็ว และถูกต้องในเรื่องข้อเท็จจริงพื้นฐาน และความเข้าใจในค่าประจำหลัก เพื่อการวินิจฉัยที่ถูกต้อง สิ่งที่ใช้ในการคิดในใจประกอบด้วย การปิดเศษ ทักษะการปิดเศษจากการคูณด้วย 10 และการอดทนต่อความผิดพลาดในกระบวนการประมาณค่า นอกจากนี้ส่วนใหญ่มุ่งเข้าใจและสามารถใช้ลักษณะตัวเลขพื้นฐาน และใช้กลวิธีหนึ่งหรือมากกว่านั้นในเรื่อง การปรับใหม่ เป็นการเปลี่ยนข้อมูล ตัวเลขให้อยู่ในรูป ที่จัดการได้โดยใช้การคิดคำนวณในใจ แต่คงโครงสร้างเดิมไว้ การแปลงค่า กระบวนการนี้เป็นการประมาณค่าได้เปลี่ยนโครงสร้างหรือสมการให้เป็นรูปที่จัดการได้ง่ายขึ้น และการทดแทนเป็นการปรับเพื่อทดแทนความไม่ถูกต้องที่เกิดจากการแปลงค่า และการปรับใหม่ มีประมาณ 20 – 30 % ของผู้ที่ถูกสัมภาษณ์ใช้กลวิธีหลาย ๆ อย่าง มีความมั่นใจในความสามารถในการประมาณค่าของตนและใช้กระบวนการทดแทนในระดับกลาง

สกอตต์ (Scott, 1987: 14010 A) ได้ศึกษาผลของโปรแกรมพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 โดยเน้นการพัฒนาที่ทักษะการคิดคำนวณในใจอย่างรวดเร็วและถูกต้อง และทักษะการประมาณค่า ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกด้วยโปรแกรมมีการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนเพิ่มขึ้น และความสามารถทางด้านความรู้สึกเชิงจำนวนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่มีความสามารถคล้ายคลึงกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีเจตคติทางบวกต่อคณิตศาสตร์และมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์

ลินชาร์ด (Lynchard, 1988: 1686-A) ได้ศึกษานักเรียนเกรด 6 พบว่า ความสามารถในการประมาณค่า มีความสัมพันธ์ในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ในทักษะพื้นฐาน ความสามารถในการด้านมิติสัมพันธ์ การคิดแบบอิสระ/ ฟังพา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ทอมป์สัน (Tompson, 1990: 1675 - A) ได้ศึกษานักเรียนเกรด 4 ในเรื่องผลการสอนการคิดคำนวณในใจต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการคิดคำนวณ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการคิดคำนวณ ของนักเรียน ในกลุ่มทดลองและในกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัย ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เกย์ (Gay, 1990 : 454 - A) ได้ศึกษาความรู้สึกเชิงจำนวนเรื่องเปอร์เซ็นต์กับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นโดยศึกษาความรู้สึกเชิงจำนวนในด้านความเข้าใจความหมายของจำนวนในรูปของเปอร์เซ็นต์และการรู้ผลเชิงสัมพันธ์ของเปอร์เซ็นต์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของเปอร์เซ็นต์ด้วยภาพที่ต่อเนื่องดีกว่าภาพที่แยกจากกัน และนักเรียนใช้ 50% กับ 100% เป็นตัวอ้างอิง นอกจากนี้นักเรียนบางคนใช้เศษส่วน การประมาณค่า และการคิดในใจในการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์อย่างได้ผล

ลี (Lee, 1993: 2886-A) ได้ศึกษาการใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนกับความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีปัญหา 7 ข้อ โดยถามนักเรียน ว่า มีแนวคิดอย่างไร โดยการให้วาดรูปประกอบแสดงแนวคิด หรือบอกตัวอย่างในชีวิตจริงที่สอดคล้องกับ

ปัญหา ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่แสดงถึงการเป็นผู้ที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดี ยังมีปัญหาทางการประมาณค่าทั้งจำนวนนับและเศษส่วน มีปัญหาความเข้าใจในความหมายของการคูณและการหาร ถึงแม้จะสามารถคิดคำนวณจากประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้ได้ การศึกษาไม่พบความแตกต่างระหว่างเพศในการแสดงความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์

มาร์โควิตส์ และชาวเลอร์ (Markovits and Sowder, 1994: 4-29) ได้ศึกษาผลของโปรแกรมการสอนกับนักเรียนเกรด 7 โดยมีจุดประสงค์เพื่อ พัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนด้วยโปรแกรมการสอนเน้นที่ขนาดของจำนวน การคิดคำนวณในใจและการประมาณค่าครูผู้สอน ในโปรแกรม เป็นครูประจำชั้นที่มีประสบการณ์ในเรื่องทั้งสามที่สอน โดยกิจกรรมการสอนเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการสำรวจ ทดลอง เกี่ยวกับจำนวน ทั้งความหมายของการจำนวนความสัมพันธ์ของจำนวน และสร้างขั้นตอนวิธี การวัดผลใช้การทดสอบ และสัมภาษณ์ก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง นอกจากนี้จะทดสอบอีกครั้งหลังจากการทดลองมา 6 เดือน เพื่อดูความคงทน ผลการ ศึกษา พบว่า นักเรียนยังคงชอบใช้ยุทธวิธีที่แสดงถึงการมีความรู้สึกเชิงจำนวน แสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงในด้านการใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนคงอยู่ในระยะยาว (6 เดือน)

รีส์ และแยง (Reys and Yang, 1998: 225-237) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง ผลสัมฤทธิ์ด้านการคิดคำนวณกับความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนเกรด 6 และเกรด 8 ในไต้หวัน โดยการสำรวจผลการศึกษา พบว่า นักเรียนเกรด 6 และเกรด 8 ในไต้หวันทำคะแนนการทดสอบการคิดคำนวณโดยกระดาษ – ดินสอ สูงกว่าคะแนนทดสอบความรู้สึกเชิงจำนวน ซึ่งอาศัยการคิดในใจโดยไม่มีการทด

แยง (Yang, 2002: 152 – 157) ได้ศึกษาการเรียนการสอน เรื่องเศษส่วนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ และการเรียนแบบร่วมมืออภิปรายภายในชั้น ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในประเทศไต้หวัน พบว่า การอภิปรายและการสื่อสารมีส่วนช่วยให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า นักการศึกษาหลายท่านได้ทำวิจัยเกี่ยวกับ การพัฒนาโปรแกรมส่งเสริมด้านความรู้สึกเชิงจำนวนในเรื่องต่าง ๆ ซึ่งจะเห็นว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนนั้นเป็นเรื่องสำคัญเรื่องหนึ่งที่ต้องส่งเสริมและพัฒนาให้เกิดกับผู้เรียน หากมีการส่งเสริมที่ถูกวิธีแล้ว จะมีผลให้นักเรียนมีความรู้สึกเชิงจำนวนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น และนอกจากนี้ยังส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การคิด

คำนวณในใจ การประมาณค่า การนำความรู้ความสามารถต่าง ๆ ไปใช้ในชีวิตประจำวัน รวมทั้ง
ยังทำให้นักเรียนมีเจตคติทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์ และมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์
ยิ่งขึ้น