ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย

นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2559
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING GUIDED INQUIRY LEARNING CYCLE AND JOURNAL WRITING ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND REASONING ABILITY OF UPPER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

Mr. Nuttapong Korsawadpat

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2016
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย
โดย	นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร. ศันสนีย์ เณรเทียน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(อาจารย์ ดร. ศันสนีย์ เณรเทียน)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด)

ณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING GUIDED INQUIRY LEARNING CYCLE AND JOURNAL WRITING ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND REASONING ABILITY OF UPPER SECONDARY SCHOOL STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. ศันสนีย์ เณรเทียน, 160 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ จำนวน 56 คน เป็นกลุ่มทดลอง 29 คน และกลุ่มควบคุม 27 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1) นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2559

5783436727 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: LEARNING CYCLE / GUIDED-INQUIRY / JOURNAL WRITING / MATHEMATICAL KNOWLEDGE / MATHEMATICAL REASONING ABILITY

NUTTAPONG KORSAWADPAT: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING GUIDED INQUIRY LEARNING CYCLE AND JOURNAL WRITING ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND REASONING ABILITY OF UPPER SECONDARY SCHOOL STUDENTS. ADVISOR: SANSANEE NENTHIEN, Ph.D., 160 pp.

The purposes of this study were 1) to compare mathematical knowledge of students being taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry learning cycle and journal writing and those being taught by using a conventional approach, 2) to compare the mathematical reasoning ability of students being taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry learning cycle and journal writing and those being taught by using a conventional approach, and 3) to compare the mathematical reasoning ability of students being taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry learning cycle and journal writing between before and after learning. The research was conducted with 56 grade 11^{th} students in the second semester of the academic year 2016 at Mahapruttaram Girls' School. They were divided into two groups, one experimental group with 29 students and one control group with 27 students. Students in experimental and control groups were taught by organizing mathematics learning activities using guided inquiry learning cycle and journal writing and by using a conventional approach, respectively. The experimental materials were lesson plans using guided inquiry learning cycle and journal writing, and conventional lesson plans. The research instruments consisted of a pre- and post-test for mathematical knowledge, and a pre- and post-test for mathematical reasoning ability. The data were analyzed using arithmetic means, standard deviations, and t-test.

The results of the study revealed that

1) the mathematical knowledge of students in the experimental group was no different from those of students in the control group at .05 level of significance, 2) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group was higher than those of students in the control group at .05 level of significance, and 3) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group after learning was higher than those before learning at .05 level of significance.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature .....
Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year: 2016

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงยิ่งจาก อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาเอาใจใส่เป็นอย่างดียิ่งตลอดมา เสียสละเวลาอันมีค่าของอาจารย์ในการให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการทำวิทยานิพนธ์ตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุดด้วยดีตลอดมาจนงานวิจัยนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่กรุณาให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยานิพนธ์มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม อาจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเลือบ อาจารย์ ดร.ธีรพังษ์ พงษ์พัฒนเจริญ อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย และ อาจารย์ สุภาดา ศิริขจร ผู้ทรงคุณวุฒิ ที่ได้เสียสละเวลา ให้ความช่วยเหลือ รวมถึงให้คำแนะนำในการแก้ไขปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์ จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์และเป็นประโยชน์ในการเก็บข้อมูลทำวิทยานิพนธ์ต่อไป

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ และขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลในการทำวิทยานิพนธ์เป็นอย่างดี

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ และขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนพุทธจักรวิทยา โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม โรงเรียนปทุมคงคา และโรงเรียนราชวินิตบางเขน ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือเป็นอย่างดี

ท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ และพี่สาว เป็นอย่างสูงที่ให้การสนับสนุนการศึกษาระดับมหาบัณฑิต คอยให้ความช่วยเหลือในทุก ๆ เรื่อง และคอยเป็นกำลังใจที่สำคัญยิ่งด้วยดีตลอดมา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ญ
สารบัญภาพ ..... ฏ
บทที่ 1 บทนำ 1
ความเป็นมาและความสำคัญ 1
คำถามการวิจัย 4
วัตถุประสงค์ของการวิจัย 4
สมมติฐานของการวิจัย 5
ขอบเขตของการวิจัย 7
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 8
ประโยชน์ที่ได้รับ 12
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 13
1. การสืบสอบแบบแนะแนวทาง 14
1.1 ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง 14
1.2 วงจรการเรียนรู้ (Learning Cycle) 15
2. การเขียนบันทึกการเรียนรู้ 19
2.1 ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ 19
2.2 ความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 20
2.3 ลักษณะคำถามของการบันทึกการเรียนรู้ 23

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

2.4 แนวทางการใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์.....25
3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์.....27
3.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์.....27
3.2 ลักษณะ ประโยชน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....29
3.3 ประโยชน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์.....34
3.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์.....36
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....37
4.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....37
4.2 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....38
4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....39
4.4 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....40
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....43
5.1 งานวิจัยในต่างประเทศ.....43
5.2 งานวิจัยในประเทศ.....44
6. กรอบแนวคิดการวิจัย.....46
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....47
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....47
2. การออกแบบการวิจัย.....48
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....49
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....50
4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....50
4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....60
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....88

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6. การวิเคราะห์ข้อมูล....90

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย....90

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล....93

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์....94

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์....95

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ....97

สรุปผลการวิจัย....103

อภิปรายผลการวิจัย....103

ข้อเสนอแนะ....108

รายการอ้างอิง....111

ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ....121

ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย....123

ภาคผนวก ค เปรียบเทียบคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง....130

ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง....134

ภาคผนวก จ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล....149

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์....160

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 แสดงเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผล 40

ตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 41

ตาราง 3 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย 42

ตาราง 4 รูปแบบการวิจัย 48

ตาราง 5 แสดงเนื้อหา เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ จำแนกตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 53

ตาราง 6 เปรียบเทียบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ.....57

ตาราง 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน).....94

ตาราง 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน) 95

ตาราง 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 18 คะแนน) 96

ตาราง 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคการเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 (คะแนนเต็ม 30 คะแนน) 131

ตาราง 11 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 30 คะแนน) 132

ตาราง 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 18 คะแนน) 133

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพ 1 แสดงลักษณะการดำเนินการของวงจรการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Lawson (1995).....17

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญ

คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มนุษย์ใช้เป็นพื้นฐานของศาสตร์ในหลายแขนง จึงทำให้คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญที่ช่วยให้โลกมีความเจริญก้าวหน้า อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การคิดอย่างเป็นระบบแบบแผน ทำให้บุคคลสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน สามารถแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551; อัมพร ม้าคนอง, 2557) แต่จากการประเมินผลทางการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน พบว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากคะแนนการสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากผลการประเมินระดับชาติที่อยู่ในระดับควรได้รับการปรับปรุงอาทิ รายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2558 และ 2559 โดยสถาบันทดสอบทางการศึกษา พบว่า คะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 32.40 และ 29.31 ตามลำดับ และรายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558 และ 2559 โดยสถาบันทดสอบทางการศึกษา พบว่า คะแนนเฉลี่ยร้อยละของวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 26.59 และ 24.88 คะแนน ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2559a, 2559b, 2560a, 2560b) อยู่ระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 สอดคล้องกับผลการประเมินในโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study: TIMSS) ในปี 2011 และ 2015 พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศไทยที่มีคะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ 427 และ 431 คะแนน ตามลำดับ โดยการประเมินจะแบ่งเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ และด้านการให้เหตุผล และเมื่อเทียบกับค่ากลางของการประเมิน คือ 500 คะแนน นั้น คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยอยู่ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมินทั้งหมด และได้รับการประเมินให้อยู่ในเกณฑ์ระดับ 1 หรือระดับต่ำ (Low International Benchmark) นั่นคือ นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้คณิตศาสตร์อยู่บ้าง แต่ยังไม่สามารถประยุกต์ความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้เท่าที่ควร (มติชนออนไลน์, 2559; สสวท. 2556) เช่นเดียวกันกับผลการวิจัยในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment: PISA) ที่ประเมินเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดในสามด้าน คือ เนื้อหาคณิตศาสตร์ กระบวนการ

ทางคณิตศาสตร์ และการใช้คณิตศาสตร์ของนักเรียนอายุ 15 ปี โดยผลการประเมินในปี 2012 และ 2015 พบว่า คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยคิดเป็น 427 และ 415 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าคะแนนค่าเฉลี่ยนานาชาติ 494 และ 490 คะแนน ตามลำดับ (OECD, 2015; ศูนย์ปฏิบัติการกระทรวงศึกษาธิการ, 2557) จากผลการประเมินที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังมีปัญหาด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาตนเอง เพื่อให้เกิดการเรียนรู้สิ่งใหม่ (NCTM, 1989) เป็นทักษะที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง (สสวท., 2551)

สาเหตุที่ทำให้ผลการประเมินทางคณิตศาสตร์ทั้งในส่วนของ O-NET, TIMSS หรือ PISA ออกมาไม่เป็นไปตามที่คาดหวังไว้นั้นอาจมาจากหลายประการ อาทิ ธรรมชาติของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรม (อัมพร ม้าคนอง, 2557) โดยเฉพาะรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังคงยึดครูเป็นศูนย์กลางเป็นส่วนใหญ่ ทำให้นอกจากเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ทำความเข้าใจได้ยากอยู่แล้ว นักเรียนยังไม่ได้รับโอกาสในการสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองมากนัก จึงคาดว่าน่าจะเป็นเหตุให้นักเรียนไม่มีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้อย่างลึกซึ้งและไม่ได้รับการฝึกกระบวนการคิดต่าง ๆ ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล การคิดอย่างเป็นระบบแบบแผน ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์สำคัญของการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546) และสอดคล้องกับ ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2548) ที่กล่าวว่า การสอนให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จำ เพราะนักเรียนจะเกิดความมั่นใจในการนำความรู้ไปใช้ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ได้อย่างหลากหลาย และทำให้เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

การพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ต้องพัฒนานักเรียนทั้งด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000) พร้อมกับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ผ่านการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2539) โดยแนวทางการเรียนการสอนหนึ่งที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางซึ่งพัฒนามาจากรูปแบบการสอนแบบสืบสอบโดย Lasley and Matczynski (2002) คือ รูปแบบการสอนสืบสอบแบบแนะแนวทาง (Guided-Inquiry) ที่นักเรียนจะได้ค้นพบมโนทัศน์ด้วยตัวเองผ่านกระบวนการอย่างเป็นระบบ โดยใช้มโนทัศน์เดิมที่มีเป็นพื้นฐานในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ นักเรียนจะได้ใช้ทักษะในการสังเกตและใช้การถามคำถามในการสร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสิ่งที่ผู้สอนเตรียมไว้ให้ที่อาจเป็นแผนภูมิ กราฟ ตารางข้อมูล สมการคณิตศาสตร์ สถานการณ์ปัญหา หรือแบบจำลองจากโปรแกรมต่าง ๆ ฯลฯ ที่จะสอดคล้องกับมโนทัศน์

และนักเรียนจะได้ลงมือหาข้อมูลที่จำเป็นผ่านชุดคำถามที่จะช่วยนำนักเรียนไปสู่วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ที่ผู้สอนต้องการ โดยผู้สอนจะคอยแนะแนวทางให้กับนักเรียน ซึ่งอาจเป็นการใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบหรืออาจแนะนำแหล่งเรียนรู้ที่นักเรียนจะสามารถหาข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้ดำเนินการสร้างมโนทัศน์ไปในแนวทางที่ถูกต้องและสามารถบรรลุเป้าหมายในการสร้างมโนทัศน์ผ่านกระบวนการสืบสอบได้รวดเร็วยิ่งขึ้น กระบวนการเรียนรู้หนึ่งตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง คือ การเรียนรู้ตามวงจรการเรียนรู้ (learning cycle) 3 ขั้นตอน ซึ่ง Hanson (2006) ได้เสนอแนะไว้ ประกอบด้วย ขั้นที่หนึ่ง ขั้นการสำรวจ (exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการได้สังเกตสิ่งที่ผู้สอนเตรียมไว้ และลงมือหาข้อมูลที่จำเป็นผ่านชุดคำถาม ขั้นที่สอง ขั้นการสร้างมโนทัศน์ (concept invention / concept formation) เป็นขั้นที่นักเรียนได้ทำการคาดเดาและตรวจสอบจากข้อมูลและความสัมพันธ์ที่ได้จากขั้นการสำรวจจนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ตามความเข้าใจของตนเอง จากนั้นผู้สอนจึงทำการอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งและชัดเจนยิ่งขึ้น หรือเป็นขั้นที่ผู้สอนใช้การแนะแนวทางให้นักเรียนได้สังเกตและขยายความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นจนเป็นมโนทัศน์ที่ชัดเจนและมีความถูกต้อง และขั้นที่สาม ขั้นการนำไปใช้ (application) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากขั้นการสร้างมโนทัศน์มาใช้ เพื่อให้เห็นถึงประโยชน์และสามารถที่จะนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ต่อยอดในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ ๆ เพิ่มเติมได้

อีกแนวทางหนึ่งที่คาดว่าจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ คือ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ (journal writing) ซึ่งการเขียนบันทึกการเรียนรู้นั้นเป็นกระบวนการหนึ่งที่ส่งเสริมการรู้คิดผ่านข้อคำถามที่จะช่วยให้เกิดความรู้ความเข้าใจในหัวข้อที่นักเรียนได้เรียนรู้ (Chai, 2004; Tan & Garces-Bacsal, 2013) ประกอบด้วย การเขียนสรุปสาระสำคัญของเนื้อหาที่เรียนด้วยภาษาของตนเอง การเขียนอธิบายแนวคิดเพื่อตอบคำถามที่เน้นตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง การเขียนระบุสิ่งที่เข้าใจและไม่เข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา และการเขียนสะท้อนความรู้สึกเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของตนเอง (Baxter, Woodward, & Olson, 2005; Dougherty, 1996) นอกจากการเขียนบันทึกการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนสะท้อนและตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ของตนเองแล้ว นักเรียนจะต้องมีการคิดวิเคราะห์ คิดไตร่ตรองเพื่อนำมาเขียนอธิบายความคิดของตนเองอย่างสมเหตุสมผลและผู้อื่นสามารถเข้าใจได้ ซึ่งอาจจะช่วยให้นักเรียนได้เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลอีกด้วย นอกจากนั้นครูสามารถนำการเขียนบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียนมาใช้ในการประเมินความเข้าใจของนักเรียนและให้ข้อมูลป้อนกลับกับนักเรียนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน รวมถึงครูได้ใช้ข้อมูลจากการเขียนบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียนในการประเมินการสอนของตนเอง

จากการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบสืบสอบแบบแนะแนวทางโดยใช้วงจรการเรียนรู้และการเขียนบันทึกการเรียนรู้นั้น พบว่า รูปแบบสืบสอบแบบแนะแนวทางโดยใช้วงจรการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ให้นักเรียนสร้างความรู้จากความรู้พื้นฐานของนักเรียนผ่านการสืบสอบ หาความสัมพันธ์และสรุปตามความเข้าใจของตนเอง โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทาง ในขณะที่การเขียนบันทึกการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนสะท้อนความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้ที่นักเรียนมีอยู่ จึงเป็นเหตุผลที่ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ซึ่งคาดว่าจะสามารถช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบวงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ สามารถพัฒนาความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นหรือไม่

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

Ferguson (2010) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบกับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติที่มีผลต่อความรู้ ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนคณิตศาสตร์เกรด 8 โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์มีการพัฒนาในด้านความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์ (2542) ได้ศึกษาผลของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ คิดเป็นร้อยละ 5.83, 12.17 และ 15.50 ตามลำดับ

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกระบวนการเรียนการสอนจะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ทำการสรุปข้อความรู้จากข้อมูลที่มีและจากการสังเกตเห็นลักษณะร่วมสำคัญของข้อมูล หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงการดำเนินการสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยข้างต้น พบว่า มีวัตถุประสงค์และแนวทางในการจัดกิจกรรมเป็นไปในแนวทางเดียวกันกับการสืบสอบแบบแนะแนวทางและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ คือ ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติด้วยตนเองและมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยดังนี้

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการพัฒนาโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง 6 ขั้น ที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ในเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลและ

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นกระบวนการที่เน้นให้นักเรียนได้สังเกต คิดวิเคราะห์ จัดกลุ่ม อธิบายเหตุผล และหาความสัมพันธ์เพื่อสร้างข้อสรุป และนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยข้างต้น พบว่า มีวัตถุประสงค์และแนวทางในการจัดกิจกรรมเป็นไปในแนวทางเดียวกันกับการสืบสอบแบบแนะแนวทางและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ คือ ต้องการให้นักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ สังเกต สร้างความสัมพันธ์ อธิบายให้เหตุผล ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยดังนี้

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนมัธยมในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจังหวัด (กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (มัธยมศึกษาปีที่ 4 – มัธยมศึกษาปีที่ 6) รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

3. ตัวแปรที่ศึกษามีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง หมายถึง กระบวนการที่เน้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ใหม่ด้วยตนเองผ่านการสังเกตจากตัวแบบ เพื่อค้นหาข้อมูลและหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่จำเป็นในการนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยผู้สอนเป็นผู้ตั้งคำถามที่ช่วยแนะแนวทางให้นักเรียนสามารถบรรลุวัตถุประสงค์ของการสร้างมโนทัศน์ได้ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Hanson (2006) ดังนี้

1.1 ขั้นการสำรวจ (exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนได้สังเกตตัวแบบที่อยู่ในรูปแบบของแผนภูมิ กราฟ ตารางข้อมูล สมการ สถานการณ์ แบบจำลองจากโปรแกรมสำเร็จรูป หรืออื่น ๆ ที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ ค้นหาข้อมูลด้วยตนเองผ่านชุดคำถามที่ครูเตรียมไว้ให้ในการช่วยแนะแนวทางในการสืบสอบเพื่อให้นักเรียนได้ข้อมูลที่จำเป็นในการนำไปสร้างมโนทัศน์ในขั้นต่อไป

1.2 ขั้นการสร้างมโนทัศน์ (concept invention / concept formation) เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้นำข้อมูลที่ได้ในขั้นการสำรวจมาใช้ในการสร้างมโนทัศน์ซึ่งมีอยู่ 2 รูปแบบ คือ concept invention หรือ concept formation ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่นักเรียนได้จากขั้นการสำรวจ ดังนี้

รูปแบบที่ 1 concept invention ครูทำการอธิบายคำศัพท์ ชื่อมโนทัศน์ หรือให้ข้อมูลที่จำเป็นเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนมีข้อมูลเพียงพอในการสร้างมโนทัศน์ จากนั้นใช้คำถามในการแนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนทำการคาดเดาและเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้จากการสำรวจกับสิ่งที่ครูอธิบายเพิ่มเติมในการหาข้อสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์

รูปแบบที่ 2 concept formation นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นการสำรวจมาขยายความเข้าใจ หาความสัมพันธ์และดำเนินการสรุปเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ผ่านการใช้คำถามของครูในการแนะแนวทาง

1.3 ขั้นการนำไปใช้ (application) เป็นขั้นที่นักเรียนจะนำมโนทัศน์ที่ได้มาฝึกใช้กับโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในการใช้มโนทัศน์ และฝึกการประยุกต์มโนทัศน์ดังกล่าวไปใช้ร่วมกับมโนทัศน์อื่นในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนยิ่งขึ้น โดยครูจะคอยแนะแนวทางจากการใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนใช้มโนทัศน์ได้ถูกต้อง

2. การเขียนบันทึกการเรียนรู้ หมายถึง การเขียนแสดงความคิดและความเข้าใจของนักเรียนด้วยภาษาของตนเองในประเด็นต่าง ๆ หลังจากที่ได้เรียนรู้และได้รับประสบการณ์ ในงานวิจัยนี้การเขียนบันทึกประกอบด้วย 2 ส่วน โดยปรับจากแนวคิดของ Ashlock (2006; อ้างถึงใน Bicer, A., Capraro, M. R., and Capraro, M. M., 2013) ดังนี้

ส่วนที่ 1 การเขียนสรุปความรู้ หมายถึง การเขียนสรุปสาระสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ที่ได้เรียนรู้ด้วยภาษาของตนเอง และการเขียนอธิบายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ส่วนที่ 2 การเขียนสะท้อนความรู้สึก หมายถึง การเขียนเกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเองในสิ่งที่เข้าใจและยังไม่เข้าใจ หรือเขียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาหรือกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นการสืบสอบอย่างเป็นระบบต่อเนื่องโดยการใช้คำถามของครูเพื่อแนะแนวทางนักเรียนในการสังเกตตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) ค้นหาข้อมูลและหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่จำเป็น จนนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง และใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้หลังได้รับการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอน โดยให้นักเรียนเขียนแสดงความคิดและความเข้าใจด้วยภาษาของตนเองเพื่อใช้ในการตรวจสอบความเข้าใจมโนทัศน์และเขียนความรู้สึกของนักเรียน ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นการสำรวจ (exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนได้สังเกตตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ครูเตรียมไว้ให้ในรูปแบบของแผนภูมิ กราฟ ตารางข้อมูล สมการ สถานการณ์ทาง

คณิตศาสตร์ แบบจำลองจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ หรืออื่น ๆ ที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ ค้นหาข้อมูลที่จำเป็นภายใต้ความรู้พื้นฐานที่มีด้วยตนเอง โดยมีครูใช้ชุดคำถามหรือใช้การแนะนำแหล่งเรียนรู้แก่นักเรียนที่จะช่วยแนะให้นักเรียนสามารถดึงข้อมูลหรือสืบค้นข้อมูลสำคัญที่จะนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ในขั้นต่อไป จากนั้นครูให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเองในสิ่งที่เข้าใจและยังไม่เข้าใจ ระบุข้อมูลสำคัญจากการสำรวจและความรู้พื้นฐานที่นักเรียนใช้ในการสำรวจ

3.2 ขั้นการสร้างมโนทัศน์ (concept invention / concept formation) เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้นำข้อมูลที่ได้ในขั้นการสำรวจมาใช้ในการสร้างมโนทัศน์ โดยครูจะเลือกใช้รูปแบบ concept invention หรือ concept formation ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาและข้อมูลที่นักเรียนได้จากขั้นการสำรวจ โดยครูจะใช้รูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง ดังนี้

รูปแบบที่ 1 concept invention ข้อมูลที่ได้จากขั้นการสำรวจของนักเรียนยังไม่เพียงพอที่จะนำมาสรุปเพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่ ครูทำการอธิบายคำศัพท์เฉพาะใหม่ชื่อมโนทัศน์ หรือให้ข้อมูลจำเป็นเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นเพิ่มเติม จากนั้นใช้การแนะแนวทางผ่านคำถามเพื่อให้นักเรียนทำการคาดเดา เชื่อมโยงข้อมูลที่ได้จากการสำรวจกับสิ่งที่ครูอธิบายเพิ่มเติมในการสรุปเป็นมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเอง

รูปแบบที่ 2 concept formation ข้อมูลที่ได้จากขั้นการสำรวจของนักเรียนเพียงพอที่จะนำมาสรุปเพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่ ครูใช้คำถามในการแนะแนวทางให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการสังเกตและสืบสอบมาขยายความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้นเพื่อหาความสัมพันธ์และสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเอง

จากนั้นครูให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้โดยการเขียนสรุปมโนทัศน์ด้วยภาษาของตนเอง และให้เขียนตอบคำถามที่ครูเตรียมไว้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจมโนทัศน์ จากนั้นครูสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนและเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์มากขึ้น

3.3 ขั้นการนำไปใช้ (application) เป็นขั้นที่นักเรียนจะนำมโนทัศน์ที่ได้มาฝึกใช้กับโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในการใช้มโนทัศน์ และฝึกการประยุกต์มโนทัศน์ดังกล่าวไปใช้ร่วมกับมโนทัศน์อื่นในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนยิ่งขึ้น โดยครูจะคอยแนะแนวทางจากการใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนใช้มโนทัศน์ได้ถูกต้อง จากนั้นครูให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเองในสิ่งที่เข้าใจและยังไม่เข้าใจ รวมถึงเขียนสะท้อนความรู้สึกเกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์ในคาบนั้นในส่วนของเนื้อหาหรือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ของคู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2556 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

5. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของนักเรียนที่เกิดจากการได้เรียนรู้และได้รับประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และความสัมพันธ์เกี่ยวกับที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2. ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณการดำเนินการโดยใช้สัญลักษณ์ และความรู้เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการตามขั้นตอนที่มีความเฉพาะในแต่ละสาระวิชาคณิตศาสตร์

ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการคิด วิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาหรือหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ และหาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อนำไปสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปใหม่ที่อธิบายได้ด้วยหลักของเหตุและผล และสามารถจำแนกข้อเท็จจริงโดยการสร้างข้อโต้แย้งในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้ ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์เพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2. ความสามารถในการสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุป หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดที่ใช้ในการสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ข้อมูลและความสัมพันธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์

3. ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเพื่อยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป โดยใช้ความรู้พื้นฐาน ข้อมูล และข้อคาดการณ์ในการอธิบายได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล

ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

2. เป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูในการส่งเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

3. เป็นแนวทางในการปรับใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

1. การสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    1.1 ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง
    1.2 วงจรการเรียนรู้ (Learning Cycle)
2. การเขียนบันทึกการเรียนรู้
    2.1 ความหมายของเทคนิคการเขียนบันทึกการเรียนรู้
    2.2 ความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์
    2.3 ลักษณะคำถามของการบันทึกการเรียนรู้
    2.4 แนวทางการใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์
3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์
    3.2 ลักษณะ ประโยชน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.3 ประโยชน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์
    3.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.2 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.4 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

5.2 งานวิจัยในประเทศ

1. การสืบสอบแบบแนะแนวทาง

1.1 ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง

การสืบสอบแบบแนะแนวทาง (Guided Inquiry) เป็นรูปแบบการสอนที่ถูกพัฒนามาจากรูปแบบการสอนแบบสืบสอบโดยใช้คำถามของครูในการแนะแนวทาง และมุ่งเน้นการเรียนรู้ที่มีนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ ดังนี้

NCTM (1996) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ว่า เป็นกระบวนการที่นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการแนะแนวทางจากการใช้คำถามของผู้สอนจนกระทั่งนักเรียนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ในแบบของตนเองที่ถูกต้องได้

Farrell, Moog, and Spencer (1999) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ว่า เป็นกระบวนการที่นักเรียนจะได้เรียนรู้ร่วมกับการใช้คำถามในการแนะแนวทางจากผู้สอนในการตั้งคำถาม หาคำตอบจากการสังเกต วิเคราะห์ข้อมูล และหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดที่นักเรียนได้จากกระบวนการกับทฤษฎีที่มีอยู่

Gialamas, Cherif, Keller, and Hansen (2000) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ว่า เป็นกระบวนการที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกระบวนการเรียนรู้ โดยครูคอยใช้คำถามที่ช่วยแนะแนวทางนักเรียนให้เกิดการวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินผล ในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ และหาความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์กับศาสตร์วิชาอื่นและชีวิตจริง

Kuhlthau, Maniotes, and Caspari (2007) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ว่า เป็นกระบวนการที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนไปสู่การเรียนรู้อย่างอิสระ นักเรียนจะเรียนรู้ผ่านกระบวนการสืบสอบในการสร้างมโนทัศน์จนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์นั้น ร่วมกับการคอยใช้คำถามในการแนะแนวทางของครู

Schwarz and Gwekwerere (2007) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ผู้สอนคอยสนับสนุนนักเรียนโดยการใช้คำถามเพื่อให้นักเรียน

สามารถวิเคราะห์ สร้างแนวคิด และขยายความคิดจนเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ในรูปแบบของตนเองได้

Carlson (2008) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติ ใช้การสังเกตและสื่อสารกันระหว่างการดำเนินกระบวนการเรียนรู้กับเพื่อนนักเรียนและครู ร่วมกับการให้คำแนะนำของครู

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ได้อธิบายความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทางไว้ว่า เป็นกระบวนการใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาร่วมกับการแนะแนวทางของครู ที่ทำให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสังเกต ถามคำถาม สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์จนค้นพบเป็นความรู้ใหม่ และสามารถนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ

จากการศึกษาความหมายของการสืบสอบแบบแนะแนวทาง สรุปได้ว่า การสืบสอบแบบแนะแนวทางเป็นกระบวนการที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติ การสังเกต สำรวจ ถามคำถามในการสร้างแนวคิด สามารถขยายแนวคิดนั้นและเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยมีครูคอยใช้คำถามในการแนะแนวทาง

1.2 วงจรการเรียนรู้ (Learning Cycle)

วงจรการเรียนรู้ได้ถูกนำมาใช้ในการเรียนรู้วิทยาศาสตร์โดย Karplus *et al*. (1967; อ้างถึงใน Brown and Abell, 2006) ซึ่งกล่าวไว้ว่าวงจรการเรียนรู้นั้นประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ 1) exploration เป็นขั้นเริ่มต้นในการช่วยเหลือให้นักเรียนได้สร้างประสบการณ์ในการสำรวจตรวจสอบสถานการณ์ทางวิทยาศาสตร์ 2) concept introduction เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้สร้างแนวคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางวิทยาศาสตร์ดังกล่าว โดยการเสนอแลกเปลี่ยนความคิดหรืออภิปรายกับนักเรียนด้วยกันหรือกับครู และ 3) concept application เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้นำแนวคิดที่สร้างขึ้นไปใช้ในการแก้ปัญหา จากขั้นตอนดังกล่าว ได้มีนักการศึกษานำไปปรับใช้และให้ความหมายของวงจรการเรียนรู้ ดังนี้

Barman (1989; อ้างถึงใน Abruscato, 1992) ได้แบ่งขั้นตอนของวงจรการเรียนรู้ออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการสำรวจ (exploration) เป็นขั้นที่มีบทบาทสำคัญในการเรียนรู้ โดยนักเรียนจะสำรวจวัสดุอุปกรณ์ที่ครูจัดเตรียมไว้อย่างกระตือรือร้น ซึ่งอาจจะศึกษาเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล

ตามความเหมาะสม โดยครูจะทำหน้าที่เป็นผู้สังเกตและตั้งคำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนดำเนินการไปสู่เป้าหมายสำคัญของขั้นนี้ได้

2. ขั้นการสร้างมโนทัศน์ (concept introduction) เป็นขั้นที่ครูจะมีบทบาทสำคัญ โดยครูทำหน้าที่รวบรวมข้อมูลที่ได้จากการสำรวจจากนักเรียนแต่ละกลุ่มหรือแต่ละคน จากนั้นแนะนำคำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่นักเรียนศึกษาเพิ่มเติม โดยครูอาจจะใช้สื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ เช่น ตำราเรียน วีดิทัศน์ หรือสื่ออื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนนำไปใช้เชื่อมโยงเข้ากับผลที่ได้จากการสำรวจในขั้นต้นที่จะช่วยนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์

3. ขั้นการนำไปใช้ (concept application) เป็นขั้นที่นักเรียนจะมีบทบาทสำคัญ โดยนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้จากขั้นก่อนหน้านี้ไปใช้แก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่ครูกำหนดให้

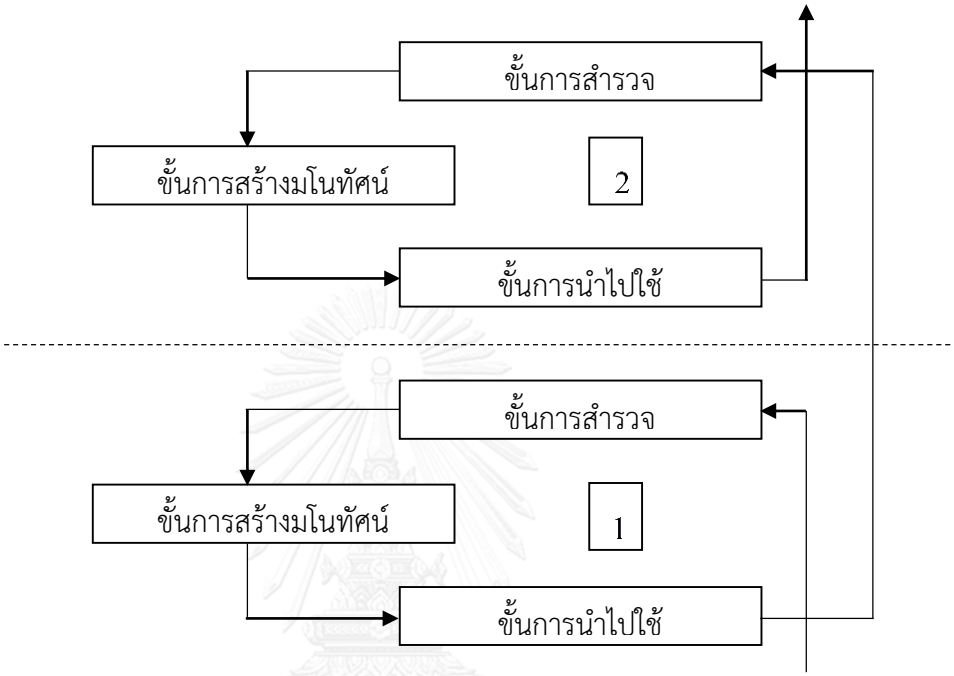
Lawson (1995) ได้อธิบายกระบวนการของวงจรการเรียนรู้ที่ได้นำไปใช้ในวิชาชีววิทยา โดยแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการสำรวจ (exploration) ขั้นนี้นักเรียนจะได้รับประสบการณ์จากสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรมจากการลงมือปฏิบัติ ได้เรียนรู้ด้วยตนเองผ่านตัวอย่างสถานการณ์ใหม่ และนักเรียนจะทำการสังเกต สำรวจองค์ประกอบและแนวคิดต่าง ๆ ของสถานการณ์ดังกล่าว โดยครูจะคอยให้คำแนะนำเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ในขั้นนี้นักเรียนจะได้ค้นพบข้อมูลที่จะทำให้นักเรียนเกิดข้อสงสัย เนื่องจากไม่สามารถใช้แนวคิดแบบเดิมได้ในสถานการณ์ใหม่ และนักเรียนจะได้คิดหรือพบแนวคิดใหม่ที่จะสามารถนำไปใช้ในการทดลองเพื่อตรวจสอบต่อไปได้

2. ขั้นแนะนำมโนทัศน์ (term introduction) ขั้นนี้ผู้สอนจะทำการแนะนำ อธิบายคำศัพท์ หรือหลักการทางวิทยาศาสตร์ที่เกี่ยวข้องใหม่ที่จำเป็น เพื่อเป็นการสรุปมโนทัศน์ใหม่ที่ได้จากสิ่งที่นักเรียนได้ค้นพบในขั้นการสำรวจ นักเรียนจะได้ทำความเข้าใจความเกี่ยวข้องกันของข้อมูลที่นักเรียนพบกับสิ่งที่ครูได้นำมาอธิบาย และสรุปเป็นมโนทัศน์ตามความเข้าใจของนักเรียน โดยนักเรียนอาจไม่ได้ค้นพบข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมด ซึ่งในการแนะนำ อธิบายคำศัพท์ครูอาจใช้การอธิบายจากตำรา วีดิทัศน์ หรือสื่อต่าง ๆ ในการสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่

3. ขั้นการนำไปใช้ (concept application) ขั้นนี้นักเรียนมีโอกาสนำมโนทัศน์หรือแบบแผนการให้เหตุผลที่ได้เรียนรู้ไปใช้ในสถานการณ์อื่นเพิ่มเติม นักเรียนลงมือปฏิบัติเพื่อค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นของนักเรียน ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้จึงเป็นขั้นที่ใช้เวลา และให้ประสบการณ์เพิ่มเติมแก่นักเรียน หากนักเรียนไม่มีโอกาสนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่แล้ว นักเรียนจะมีความเข้าใจ

ในมโนทัศน์นั้นเฉพาะสถานการณ์ที่ศึกษาในขั้นการสำรวจเท่านั้น เพราะนักเรียนบางคนอาจสร้างความหมายแบบนามธรรม หรือนำมโนทัศน์ไปใช้สรุปอ้างอิงในสถานการณ์อื่นยังไม่ได้ ขั้นการนำไปใช้จึงเป็นการเรียนรู้จากการทำซ้ำหรือการฝึกปฏิบัติเพิ่มเติม ซึ่งกิจกรรมในขั้นนี้จะช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนช้า



ภาพ 1 แสดงลักษณะการดำเนินการของวงจรการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Lawson (1995)

เกรียงไกร อภัยวงศ์ (2548) ได้ให้ความหมายของวงจรการเรียนรู้ว่า เป็นวงจรที่ประกอบด้วยขั้นตอนหลักที่เรียงลำดับอย่างต่อเนื่องกัน 3 ขั้นตอน ที่ใช้ในวิชาชีววิทยา ดังนี้

1. ขั้นการสำรวจ (exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยอาศัยประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม

2. ขั้นสร้างมโนทัศน์ (concept introduction) เป็นขั้นที่นักเรียนสร้างมโนทัศน์โดยนำคำศัพท์หรือหลักการทางวิทยาศาสตร์ หรือความรู้ที่เกี่ยวข้องมาเชื่อมโยงเข้ากับผลการสำรวจแล้วสรุปสร้างเป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง

3. ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ (concept application) เป็นขั้นที่นักเรียนจัดระบบโครงสร้างทางความคิดของตนเอง โดยการนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้จะเป็นพื้นฐานในการศึกษาสำรวจในวงจรต่อไป

ต่อมา Hanson (2006) ได้นำวงจรการเรียนรู้ของ Abraham (2005; อ้างถึงใน Hanson, 2006) มาปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง ดังนี้

1. ขั้นการสำรวจ (exploration) นักเรียนจะได้รับตัวแบบไว้สำหรับสำรวจหรือชิ้นงานครูที่เตรียมไว้สำหรับใช้ในการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ จากนั้นครูจะใช้ชุดคำถามที่เตรียมไว้ในการคอยแนะแนวทางนักเรียนในการสำรวจตัวแบบดังกล่าวหรือดำเนินการทำชิ้นงานที่ครูมอบหมายที่จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ให้มากขึ้น โดยตัวแบบในที่นี้อาจเป็นแผนภูมิ กราฟ ตารางข้อมูล สมการ สถานการณ์ โปรแกรมสร้างแบบจำลอง กระบวนการพิสูจน์ หรือการนำหลาย ๆ อย่างที่กล่าวมารวมกัน การยกตัวอย่างสถานการณ์หรือการทำการทดลองนั้นสามารถทำได้ในขั้นนี้ โดยในขั้นนี้นักเรียนจะพบข้อสงสัย คำถามที่ไม่สามารถหาคำตอบได้จากการใช้แนวการคิดแบบเดิม

2. ขั้นการสร้างมโนทัศน์ (concept invention / concept formation) เป็นขั้นที่นักเรียนจะได้นำข้อมูลจากการสังเกต สืบสอบในขั้นการสำรวจมาใช้ในการสร้างมโนทัศน์ โดยแบ่งเป็น 2 รูปแบบ ดังนี้

รูปแบบที่ 1 (concept invention) ในขั้นการสำรวจจะยังไม่มีการนำเสนอเกี่ยวกับมโนทัศน์อย่างชัดเจน และในขั้นนี้ครูจะใช้การแนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนสามารถที่จะทำการสรุปและคาดเดามโนทัศน์ใหม่จากพื้นฐานความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นครูจึงดำเนินการให้ข้อมูลเพิ่มเติมที่จำเป็นรวมถึงชื่อของมโนทัศน์ดังกล่าวที่นักเรียนเป็นคนค้นพบรูปแบบของมโนทัศน์ โดยทั้งขั้นการสำรวจและขั้นการสร้างมโนทัศน์นั้นจะเป็นช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ให้มากขึ้น

รูปแบบที่ 2 (concept formation) ในขั้นการสำรวจจะมีการนำเสนอที่เกี่ยวกับมโนทัศน์อย่างชัดเจนในบางส่วน และในขั้นนี้ครูจะใช้คำถามในการช่วยนักเรียนในการสำรวจสิ่งนำเสนอดังกล่าวจนพัฒนาเป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งนั้นและสรุปเป็นมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

3. ขั้นการนำไปใช้ (application) ขั้นนี้นักเรียนมีโอกาสนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ในสถานการณ์อื่นเพิ่มเติมในการทำแบบฝึกหัด แก้ปัญหา และตั้งคำถามวิจัย โดย

- การนำมโนทัศน์ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัดจะเป็นการนำมโนทัศน์มาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่คล้าย ๆ กันกับรูปแบบของการเรียนรู้มโนทัศน์ในขั้นการสำรวจที่จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้น

- การนำมโนทัศน์ไปใช้ในแก้ปัญหาจะเป็นการนำมโนทัศน์มาใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความแปลกใหม่ และสามารถนำไปแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริงได้

- การนำมโนทัศน์ไปใช้ในตั้งคำถามวิจัยจะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำการขยายองค์ความรู้จากการตั้งคำถาม หรือสมมติฐานใหม่ในการเรียนรู้มโนทัศน์ต่อไป

จากการศึกษาความหมายของวงจรการเรียนรู้ข้างต้น งานวิจัยนี้จะใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางของ Hanson (2006)

2. การเขียนบันทึกการเรียนรู้

2.1 ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้

จากการศึกษาความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ มีนักวิชาการและนักการศึกษาให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ดังนี้

Burton (1985) ได้ให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ว่า เป็นเทคนิคที่ใช้ในการเรียนการสอนที่ใช้เวลาน้อย แต่เกิดประโยชน์กับนักเรียนเป็นอย่างมาก การเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นการบันทึกที่ช่วยให้ค้นพบแบบแผนการคิดที่ทำให้เกิดการเจริญเติบโตในการเรียนรู้

Nahrgang and Petersen (1986) ได้ให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ว่า เป็นการบันทึกในลักษณะที่คล้ายกับการเขียนบันทึกประจำวัน ในการเขียนบันทึกการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสได้แสดงความเข้าใจของตนเองในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนและยังช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสในการใช้ภาษาและประสบการณ์ของตนเองอย่างเป็นลำดับ

Mett (1987) ได้ให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ว่า เป็นเครื่องมือที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและเขียนอย่างอิสระในการแสดงความคิดหรือตั้งคำถามสรุปสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยภาษาของนักเรียนเอง โดยไม่เน้นถึงรูปแบบการเขียนสะกดคำ หรือการเว้นวรรคตอน

Borasi and Rose (1989) ได้ให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ว่า เป็นการเขียนสรุปบันทึกสาระสำคัญลงในสมุดบันทึกที่นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่นักเรียนคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ หรือวิชาอื่น ๆ

McIntosh (1991) ได้ให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ว่า เป็นเอกสารให้นักเรียนเขียนความหมายของคำ ความคิดรวบยอด หรือสูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยภาษาของตนเองขึ้นมาใหม่ นักเรียนเขียนสิ่งที่สงสัย หรือเขียนคำถามที่นักเรียนต้องการคำตอบด้วยประโยค หรือคำวลีสั้น ๆ ที่แสดงความคิดของนักเรียน โดยมีแผนภาพ แผนภูมิ หรือไดอะแกรมประกอบ

Kennedy, Tipps, and Johnson (1994) ได้ให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ว่า เป็นการเขียนแสดงความคิดเห็นของนักเรียนในประเด็นต่าง ๆ ของงานของนักเรียนลงในบันทึกที่ประกอบด้วยส่วนที่แสดงความรู้สึกโดยใช้ภาษาของตนเอง และส่วนที่แสดงถึงกระบวนการหาคำตอบ

Norwood and Carter (1994) ได้ให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ว่า เป็นการเขียนแสดงให้เห็นความคิดและความเข้าใจของนักเรียนที่เกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วก่อนนำเข้าสู่การเรียนเรื่องใหม่ โดยดูว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่เรียนก่อนหน้ามากน้อยเพียงใด ในขณะที่การปฏิสัมพันธ์ในห้องเรียนหรือการทดสอบไม่สามารถแสดงความเข้าใจของนักเรียนให้เห็นอย่างชัดเจน

Roberta (1996) ได้ให้ความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ว่า เป็นการเขียนบันทึกเกี่ยวกับสิ่งที่ตนเองได้เรียนรู้ และได้รับจากประสบการณ์ของนักเรียน

จากการศึกษาความหมายของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า การเขียนบันทึกการเรียนรู้ หมายถึง การเขียนแสดงให้เห็นความคิดและความเข้าใจของนักเรียนในประเด็นต่าง ๆ อย่างอิสระในสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้และได้รับประสบการณ์ด้วยภาษาของตนเอง

2.2 ความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากการศึกษาความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีนักการศึกษากล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

Nahrgang and Peterson (1986) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนสามารถแสดงความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ประสบการณ์ของนักเรียนเอง

2. เป็นเครื่องมือในการวินิจฉัยของครู การเขียนบันทึกการเรียนรู้สามารถบอกความเข้าใจ ข้อบกพร่องหรือความเข้าใจในมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนของนักเรียนได้ และแสดงถึงสิ่งที่นักเรียนต้องได้รับการปรับปรุงแก้ไข

3. ช่วยให้นักเรียนได้แสดงถึงทักษะทางปัญญาหลายอย่าง เช่น การสังเคราะห์ การแปลความ การตีความ

Mett (1987) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ทำให้นักเรียนทบทวนและสามารถจัดความคิดในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้น

2. เป็นเครื่องมือที่ช่วยปรับปรุงการสื่อสารในห้องเรียน

Borasi and Rose (1989) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนความคิดและความรู้สึกต่อการเรียน ทำให้เข้าใจในเนื้อหามากขึ้น และทำให้นักเรียนมีโอกาสปรับปรุงการเรียนรู้และทักษะต่าง ๆ

2. ช่วยให้ครูที่ได้อ่านบันทึกนั้นมีการประเมินผลที่ดีขึ้น ทราบถึงปัญหาหรือสิ่งที่ยากสำหรับนักเรียนแต่ละคน ทั้งด้านความรู้และทัศนคติ อีกทั้งเป็นการสะท้อนการสอนของครู และเป็นแนวทางสำหรับครูในการปรับปรุงการสอนในระยะยาว

3. ช่วยให้ครูสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนหลังจากนักเรียนได้

Bagley and Gallenberger (1992) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. เป็นทางหนึ่งสำหรับให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงความคิดเห็นหน้าชั้นเรียนสามารถแสดงแนวคิดหรือถามคำถาม

2. นักเรียนสามารถเขียนแสดงแนวคิด ความคิดเห็นได้อย่างอิสระโดยการเขียนด้วยภาษาของตนเอง

3. นักเรียนสามารถเขียนสรุป สร้าง หาความสัมพันธ์ และเชื่อมโยงความคิดภายในวิชาคณิตศาสตร์ หรือเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นได้

4. นักเรียนสามารถให้คำจำกัดความหรืออธิบายแนวคิดโดยใช้ภาษาของตนเอง

5. นักเรียนสามารถใช้วิธีต่าง ๆ ในการสรุปความคิดรวบยอดได้อย่างอิสระ

6. เป็นการทบทวนเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากขึ้น

7. นักเรียนได้สรุปเป้าหมาย วิธีการ สิ่งที่ได้ สิ่งที่ยังไม่เข้าใจหรือข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

8. นักเรียนสามารถแสดงทัศนคติ หรือแสดงความรู้สึกเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเข้าใจและยังไม่เข้าใจ

Norwood and Carter (1994) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. นักเรียนได้ใช้ทักษะที่หลากหลาย เช่น ทักษะการอ่าน ฟัง แสดงความคิดเห็นและถามคำถาม เพื่อตีความและประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์

2. นักเรียนได้เห็นถึงการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ หรือการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น

3. นักเรียนได้มีโอกาสในการสะท้อนความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ใหม่และนำมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่

Cooney, Bell, Fisher-Cauble, and Sanchez (1996) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า การเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นเครื่องมือประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน นักเรียนได้แสดงถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และกระตุ้นให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ รวมทั้งเป็นเครื่องมือสำหรับครูในการทบทวนและตรวจการสอนของตนเอง

Meier and Rishel (1998) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกอธิบายและเขียนด้วยภาษาของตนเอง

2. นักเรียนรู้สึกเป็นเจ้าของแนวคิดที่เสนอไป

3. ช่วยให้นักเรียนได้บันทึกความก้าวหน้าและความรู้ความเข้าใจหลังจากได้เรียนเนื้อหาไปแล้ว

4. ฝึกให้นักเรียนรวบรวม และสร้างความคิด

Connor-Greene (2000) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้กำลังใจนักเรียนในการเรียนรู้ จากการที่ครูใช้ข้อความที่เสริมแรงทางบวกในการให้คำแนะนำนักเรียน

2. เป็นเครื่องมือที่ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาวิชาเพิ่มขึ้น

Hiemstra (2001) กล่าวว่า การเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความสำคัญ ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนมีกำลังใจในการเรียนรู้ เนื่องจากครูสามารถใช้ภาษาที่เสริมกำลังใจได้

2. ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทางความคิด เนื่องจากนักเรียนจะมีการประมวลความรู้ที่ได้เรียนมาก่อน แล้วนำมาสรุปเป็นภาษาของตนเองอย่างอิสระได้

3. ส่งเสริมให้นักเรียนรับรู้และรับฟังความคิดเห็นของตนเอง อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนกล้าแสดงออกอีกด้วย

4. ทำให้นักเรียนสามารถนำประสบการณ์ของตนเองไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

5. ลดความวิตกกังวลและความเครียดในห้องเรียนของนักเรียนได้

จากการศึกษาความสำคัญของการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การเขียนบันทึกการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนสามารถแสดงความรู้ ความเข้าใจ และทบทวนความคิดในการเรียนคณิตศาสตร์ รวมทั้งได้ใช้ทักษะที่หลากหลาย เช่น ทักษะการอ่าน ฟัง แสดงความคิดเห็น และถามคำถาม เพื่อให้คำจำกัดความ อธิบาย หรืออภิปรายแนวคิด ความคิดรวบยอด โดยใช้ภาษาของตนเอง

2.3 ลักษณะคำถามของการบันทึกการเรียนรู้

จากการศึกษาลักษณะคำถามของการบันทึกการเรียนรู้ มีนักวิจัยและนักการศึกษากล่าวถึงลักษณะคำถามของบันทึกการเรียนรู้ ดังนี้

Norwood and Carter (1994) ได้เสนอคำถามของการบันทึกการเรียนรู้คำถามที่สร้างขึ้นลักษณะของคำถามจะต้องสนับสนุนให้นักเรียนมีการใช้ความคิด วิเคราะห์หรือแสดงความคิดเห็นในเรื่องที่ได้อ่านหรือเรียน และสามารถนำความคิดนั้นไปเชื่อมโยงหาความสัมพันธ์กับสิ่งที่ได้เรียนมาแล้วกับสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ได้

Ruddell and Ruddell (1995) ได้เสนอคำถามของการบันทึกการเรียนรู้ ลักษณะของคำถามจะต้องสนับสนุนให้นักเรียนได้เขียนแสดงความคิดเห็น แนวคิด อภิปราย เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้

Alm (1996) ได้เสนอคำถามของการบันทึกการเรียนรู้ ลักษณะของคำถามจะต้องเป็นคำถามปลายเปิดให้นักเรียนได้เขียนสะท้อนความคิด ประสบการณ์ และความรู้สึกที่ได้เรียนในชั้นเรียน

Dougherty (1996) ได้เสนอคำถามของการบันทึกการเรียนรู้ ลักษณะของคำถามจะต้องเกี่ยวกับการวัดความรู้ ความเข้าใจของนักเรียนในคณิตศาสตร์เกี่ยวกับวิธีการ ความรู้สึก และเจตคติในการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละคาบ ซึ่งประกอบไปด้วยคำถาม 3 ส่วนหลัก ดังนี้

1. คำถามที่ให้นักเรียนแสดงความรู้ ความเข้าใจ ความคิดรวบยอด โดยมีพฤติกรรมที่แสดงความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

- นักเรียนสามารถให้คำจำกัดความสำหรับความคิดรวบยอดนั้นได้
- นักเรียนสามารถบอกตัวอย่างหรือสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างนั้นได้
- นักเรียนสามารถใช้โมเดล หรือสัญลักษณ์เพื่อแทนความคิดรวบยอดได้
- นักเรียนสามารถเรียนรู้ความหมายที่หลากหลายและสรุปความคิดรวบยอดได้
- นักเรียนสามารถบอกคุณสมบัติของความคิดรวบยอดที่กำหนดให้ได้
- นักเรียนสามารถเปรียบเทียบความแตกต่างของความคิดรวบยอดนั้นได้

2. คำถามที่ให้นักเรียนแสดงถึงความเข้าใจในกระบวนการและกลวิธี โดยมีพฤติกรรมที่แสดงความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

- นักเรียนสามารถบอกกระบวนการในการแก้ปัญหาได้
- นักเรียนสามารถให้เหตุผลในขั้นตอนของกระบวนการในการแก้ปัญหาได้
- นักเรียนสามารถใช้กลวิธีที่เชื่อถือได้และมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา
- นักเรียนสามารถบอกได้ว่าในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการในตอนใดที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้อง
- นักเรียนสามารถสร้างกระบวนการในการแก้ปัญหาใหม่ หรือขยายปรับปรุงกระบวนการเดิมได้

3. คำถามที่ให้นักเรียนแสดงความรู้สึกหรือเจตคติในการเรียน เช่น ถามว่าในวันนี้สิ่งที่นักเรียนเข้าใจดีที่สุดคือเรื่องใด สิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจในวันนี้คือเรื่องใด หรือนักเรียนรู้สึกอย่างไรในการเรียนคณิตศาสตร์วันนี้

Ashlock (2006; อ้างถึงใน Bicer, A., Capraro, M. R., and Capraro, M. M., 2013) ได้เสนอคำถามของการบันทึกการเรียนรู้ให้เกิดประโยชน์ต่อนักเรียนและครู สามารถนำไปใช้ได้ในหลากหลายรูปแบบ โดยมีแนวทางในการนำไปใช้ ดังนี้

- การเขียนสรุปความรู้ เป็นส่วนที่ให้นักเรียนเขียนสรุปเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามของมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ด้วยภาษาของตนเอง

- การเขียนแสดงความเข้าใจ เป็นการให้นักเรียนเขียนอธิบายถึงผลของการเรียนรู้ในส่วนที่ตนเองยังไม่เข้าใจ

- การเขียนแสดงความรู้สึก เป็นการให้นักเรียนได้แสดงความรู้สึกเกี่ยวกับเนื้อหาหรือกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบ

จากการศึกษาลักษณะคำถามของการบันทึกการเรียนรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า ลักษณะคำถามที่ใช้ในการเขียนบันทึกการเรียนรู้จะเป็นคำถามปลายเปิดที่ทำให้นักเรียนได้เขียนบันทึกความเข้าใจหรือไม่เข้าใจโดยการคิดทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ไป และเขียนเกี่ยวกับความรู้สึกที่ได้เรียนในชั้นเรียน

2.4 แนวทางการใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวทางการใช้บันทึกการเรียนรู้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษากล่าวถึงแนวทางการใช้บันทึกการเรียนรู้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ดังนี้

Fulwiler (1982) กล่าวถึงแนวทางการนำบันทึกการเรียนรู้มาใช้ ดังนี้

1. ใช้ในการเริ่มต้นในชั้นเรียน โดยการเขียนทบทวนความรู้เก่าหรือเขียนเกี่ยวกับสิ่งที่กำลังจะเรียน

2. ใช้ในการเขียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในชั้นเรียน

3. ใช้เน้นจุดสำคัญ หรือใช้ในการเปลี่ยนบทบาทของผู้เรียนจากจดบรรยายเป็นผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน เช่น ในระหว่างที่สอน ครูให้นักเรียนเขียนอธิบายสิ่งที่กำลังพูดถึง

4. ใช้ในการวิเคราะห์นักเรียน โดยให้นักเรียนเขียนในสิ่งที่ไม่เข้าใจในชั้นเรียนเพื่อครูจะได้ทราบถึงปัญหาและหาทางแก้ไข

5. ใช้เป็นการบ้าน อาทิ ให้เขียนตอบคำถามในสิ่งที่ได้เรียนในชั้นเรียน

6. เป็นรายงานแสดงความก้าวหน้าของนักเรียน

Miller (1991) กล่าวถึงแนวทางการนำบันทึกการเรียนรู้มาใช้สำหรับครูในการเริ่มต้นการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ดังนี้

1. ตัดสินใจเกี่ยวกับระยะเวลาที่จะให้นักเรียนเขียน

2. เมื่อเตรียมการสอน ให้นักเรียนเขียนคำถามเกี่ยวกับบทเรียนนั้นไว้

3. สามารถใช้ในสถานการณ์ได้โดยไม่ต้องมีการเตรียมแผน

4. ให้นักเรียนได้เขียนถึงคนอื่น เช่น เพื่อนหรือสมาชิกในครอบครัว

5. ให้นักเรียนเขียนตอนเริ่มต้นชั้นเรียน เพื่อให้เชื่อมโยงความรู้เดิมได้

6. ให้นักเรียนเขียนตอนท้ายคาบ เพื่อทบทวนความเข้าใจในสิ่งที่เรียน

7. ครูต้องมีการตอบสนองต่องานของนักเรียน

8. ให้นักเรียนเห็นว่าการร่วมมือกันทำให้บรรยากาศการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ

9. อย่าลงโทษ ถ้านักเรียนไม่เขียน

10. ต้องมีความอดทน และให้นักเรียนเห็นประโยชน์ของการเขียนบันทึกการเรียนรู้

Berenson and Carter (1995) กล่าวถึงแนวทางการนำบันทึกการเรียนรู้มาใช้สำหรับครูในการเริ่มต้นการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ดังนี้

1. เริ่มต้นการเขียนด้วยคำถามเกี่ยวกับความรู้สึกที่ไม่มีถูกหรือผิด

2. กระตุ้นให้นักเรียนเขียนบ่อย ๆ โดยการแสดงให้เห็นถึงความคาดหวังของครูหรือแสดงงานเขียนของเพื่อนร่วมห้อง

3. มีการตอบสนองต่องานเขียนของนักเรียน

4. กำหนดเวลาการเขียนในแต่ละวันหรือสัปดาห์

Meier and Rishel (1998) กล่าวถึงแนวทางการนำบันทึกการเรียนรู้มาใช้สำหรับครูในการเริ่มต้นการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ดังนี้

1. ให้คำถามที่มีคำตอบสั้น ๆ

2. เริ่มต้นด้วยงานง่าย ๆ

3. ให้การบ้านเป็นการเขียนในสิ่งที่นักเรียนเรียนแล้วยังสับสน

4. ให้สมมติว่าได้เรียนเนื้อหาจนจบแล้ว แล้วให้นักเรียนเขียนอธิบายสิ่งที่เรียนรู้ให้เพื่อนเข้าใจ

5. ให้นักเรียนเขียนจดหมายถึงครูเกี่ยวกับเรื่องราวที่จะสอน

6. ให้นักเรียนเขียนอิสระตอนเริ่มต้นชั้นเรียน

7. ให้นักเรียนเขียนประสบการณ์ของตนเองเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทั้งที่ดีและไม่ดี

3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยอธิบายใน 2 ส่วน คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Conceptual Knowledge) และ ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Procedural Knowledge) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้อธิบายความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Hiebert and Lefevre (1986; อ้างถึงใน Star and Gabriel, 2016) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงกันระหว่างมโนทัศน์ย่อยต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

Rittle-Johnson, Siegler, and Alibali (2001) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความเข้าใจอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับทฤษฎีบท และสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ได้

Lauritzen (2012) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการรับมือกับปัญหา โดยจะเกี่ยวข้องกับความรู้ ความเข้าใจในเรื่องของความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ประมวลมาจากประสบการณ์ของผู้เรียน ซึ่งเกิดจากการเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหา และสามารถอธิบายได้ด้วยภาษาหรือสัญลักษณ์

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามในวิชาคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ย่อย ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนมาแล้วได้

3.1.2 ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้อธิบายความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Rittle-Johnson and Siegler (2001) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการดำเนินการเฉพาะอย่างเป็นขั้นตอนในการแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องมีความเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ใช้หรือที่มาของกระบวนการ

Clark and Lyons (2004) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการ แนวทางในการทำงานให้บรรลุเป้าหมาย

Lauritzen (2012) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถเกี่ยวกับกระบวนการดำเนินการ สามารถนำเสนอรูปแบบของกระบวนได้ในหลายรูปแบบ ซึ่งเป็นความสามารถที่ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ และไม่ต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ใช้หรือเป็นที่มาของกระบวนการ

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการ แนวทางในการคิดคำนวณตามขั้นตอนที่มีแสดงถึงความเฉพาะในแต่ละสาระของวิชาคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการและขั้นตอนในการคำนวณ รวมไปถึงความรู้เกี่ยวกับวิธีการระบุปัญหา การคำนวณตามกฎและเงื่อนไขของกฎ และความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยการคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณ การดำเนินการโดยการใช้สัญลักษณ์ และความรู้เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการตามขั้นตอนที่มีความเฉพาะในแต่ละสาระวิชาคณิตศาสตร์

3.2 ลักษณะ ประโยชน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.2.1 ลักษณะของมโนทัศน์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Joyce, Weil, and Calhoun (1986) ได้ให้ความหมายของลักษณะของมโนทัศน์ว่าประกอบด้วยองค์ประกอบ 3 องค์ประกอบ คือ

1. ชื่อมโนทัศน์ หมายถึง ชื่อเฉพาะที่ใช้เรียกสิ่งของประเภทเดียวกัน

2. ลักษณะ หมายถึง สิ่งที่ใช้แยกมโนทัศน์เฉพาะออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ มี 2 ประเภท คือ สิ่งที่จำเป็น คือ สิ่งที่ต้องมีในมโนทัศน์ ใช้ในการแยกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ และสิ่งที่ไม่จำเป็น คือ สิ่งที่สังเกตได้ในมโนทัศน์แต่ไม่จำเป็นสำหรับการแยกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ

3. คุณค่าของลักษณะ หมายถึง ระดับคุณค่าของลักษณะที่จะใช้ในการจำแนกประเภทของมโนทัศน์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Bruner (1978) ได้ให้ความหมายของลักษณะของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. มโนทัศน์เป็นกลุ่มของสิ่งที่มีลักษณะร่วมกัน

2. มโนทัศน์บางอย่างมีลักษณะเป็นรูปธรรม

3. มโนทัศน์บางอย่างมีลักษณะเป็นนามธรรม

4. แต่ละมโนทัศน์จะมีลักษณะเด่นที่ทำให้แตกต่างจากมโนทัศน์อื่น

5. มีคุณค่าของลักษณะที่เป็นสิ่งแสดงคุณค่าของลักษณะนั้น เช่น เมื่อกล่าวถึงสี คุณค่าของลักษะ คือ ชมพู น้ำตาล ฟ้า ฯลฯ

6. มีความเด่นของลักษณะที่เด่นมากกว่าลักษณะอื่น ๆ ในมโนทัศน์นั้น

Arends (1998) ได้ให้ความหมายของลักษณะของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. มโนทัศน์ต้องมีชื่อและนิยาม

2. มโนทัศน์ต้องมีลักษณะสำคัญ

3. มโนทัศน์ต้องมีลักษณะที่ไม่สำคัญ

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้ให้ความหมายของลักษณะของมโนทัศน์ไว้ว่า เป็นลักษณะของมโนทัศน์ที่ประกอบด้วย ลักษณะ และ คุณค่าของลักษณะ ซึ่งช่วยในการแยกมโนทัศน์นั้นออกจากมโนทัศน์อื่น

จากการศึกษาความหมายของลักษณะของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า ลักษณะของมโนทัศน์ประกอบไปด้วย ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะ และคุณค่าของลักษณะที่ใช้ในการบอกความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่น ๆ

3.2.2 ประโยชน์ของมโนทัศน์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

De Cecco (1968) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ หรือเหตุการณ์ที่มีอยู่มากมาย ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม เพื่อให้สื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ โดยการจัดให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้ เมื่อได้เรียนรู้ไปแล้วก็สามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำอีก

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้รู้ว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้ตัดสินใจต่อไปได้

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เนื่องจากมีการใช้สื่อในการเรียนการสอนมาก ซึ่งมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านสื่อได้ง่าย

Ausubel, Novak, and Hanesian (1968) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่าเป็นสิ่งจำเป็นในการดำเนินชีวิต เนื่องจากพฤติกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อสาร การแก้ปัญหาล้วนแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

Cooney, Davis, and Henderson (1975) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. สามารถใช้มโนทัศน์ในการให้เหตุผลในสิ่งต่าง ๆ ได้

2. มโนทัศน์ทำให้สามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์ทำให้ค้นพบความรู้ใหม่

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการสรุปให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ค้นพบหลักการ และความรู้อื่น ๆ ได้

จากการศึกษาประโยชน์ของมโนทัศน์ข้างต้นแสดงให้เห็นว่า มโนทัศน์มีความสำคัญสำหรับนักเรียน เป็นสิ่งที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย สื่อสารได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล และเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ ค้นพบมโนทัศน์ใหม่ ๆ

3.2.3 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

De Cecco (1968) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การสัมผัส (sensation) นักเรียนอาจเกิดมโนทัศน์ได้เมื่อสัมผัสสิ่งเร้าโดยใช้อวัยวะรับสัมผัส

2. การรับรู้ (perception) เมื่อนักเรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้วย่อมมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสเพื่อจะได้เกิดมโนทัศน์

3. การจำ (memory) หลังจากนักเรียนรับรู้ถึงสิ่งเร้าแล้วย่อมจำได้ว่ามีลักษณะอย่างไร

4. การจำแนกแยกแยะ (discrimination) เมื่อนักเรียนจำสิ่งเร้าได้แล้วย่อมคิดที่จะจำแนกสิ่งเร้านั้นว่าคืออะไร

5. การสรุปรวบยอดและการแผ่ขยาย (generalization) หลังจากที่นักเรียนจำแนกเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นแล้วก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้านั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ดังกล่าว De Cecco (1968) ได้เสนอวิธีการสอนให้เกิดมโนทัศน์ 9 ขั้นตอน ดังนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังว่าหลังจากเรียนมโนทัศน์แล้วจะทำอะไรได้บ้าง

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน ถ้ามโนทัศน์นั้นมีหลายลักษณะ ผู้สอนควรพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นและเพิ่มลักษณะเด่นเพื่อให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย

3. ผู้สอนควรใช้ภาษาที่ทำให้นักเรียนเข้าใจง่ายและถูกต้อง

4. เสนอตัวอย่างให้นักเรียนศึกษาทั้งทางบวกและลบของมโนทัศน์ที่มากพอที่จะทำให้นักเรียนสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้นและจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไปได้

5. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและลบในระยะเวลาที่ใกล้เคียงกันหรือเสนอพร้อมกัน

6. เสนอตัวอย่างทางบวกของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน ให้นักเรียนพิจารณาเพื่อต้องการให้นักเรียนสรุปความคิดทั่วไปและตอบสองต่อสิ่งเร้าใหม่

7. เสนอตัวอย่างใหม่ ๆ ทั้งทางบวกและลบหลาย ๆ ตัวอย่าง และให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกเท่านั้น

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น ๆ

9. ให้โอกาสนักเรียนใช้มโนทัศน์

Ausubel (1968) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. วิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของกระบวนการของสิ่งเร้า

2. ตั้งสมมติฐานโดยพิจารณาลักษณะที่มีร่วมกัน

3. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น

4. เลือกข้อสมมติฐานที่ทำให้รวมกลุ่มสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางอย่างร่วมกันได้

5. หาลักษณะของสิ่งเร้ามาสัมพันธ์กันกับแนวความคิดของตน

6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่เพื่อหาความสัมพันธ์

7. สรุปลักษณะให้ครอบคลุมส่วนย่อยทั้งหมดของมโนทัศน์ใหม่

8. หาสัญลักษณ์ของภาษา

Gunter, Ester, and Sduvad (1995) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. ผู้สอนต้องเลือกมโนทัศน์ให้เหมาะสมกับบทเรียนและให้นิยามของมโนทัศน์ที่ชัดเจน

2. ผู้สอนต้องกำหนดลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์

3. ผู้สอนต้องเตรียมตัวอย่างทางบวกมาครอบคลุมลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์และต้องมีตัวอย่างทางลบด้วย

4. ผู้สอนต้องอธิบายให้นักเรียนทราบว่าถึงสิ่งที่นักเรียนจะต้องทำ

5. ผู้สอนต้องเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทั้งทางบวกและลบให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบได้

6. ผู้สอนต้องวัดและประเมินผลการเรียนรู้มโนทัศน์ของผู้เรียนเสมอ

7. ผู้สอนต้องฝึกให้นักเรียนให้คำจำกัดความของสิ่งเร้าต่าง ๆ ให้ถูกต้องด้วยตนเอง

8. ผู้สอนต้องเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ให้มากพอเพื่อให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ให้ได้ทุกคน

9. ผู้สอนต้องใช้การซักถามถึงการเกิดมโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งอาจจะใช้การอธิปรายเพื่อให้นักเรียนจำได้

Cangelosi (2003) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยเรียกว่า กิจกรรมการเรียนแบบอุปนัย มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเรียงและจัดประเภท (sorting and categorizing) เป็นขั้นที่ผู้สอนเสนองานให้นักเรียนเรียงและจัดประเภทด้วยตนเอง ในขณะที่ผู้สอนทำการจัดสภาพแวดล้อมและคอยให้คำแนะนำกับนักเรียน

2. ขั้นตอบกลับและอธิบาย (reflecting and explaining) เป็นขั้นที่นักเรียนจำเป็นต้องทำการอธิบายมโนทัศน์ด้านลักษณะที่ใช้ในการจัดประเภท ผู้สอนกระตุ้นให้คิดเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจคำอธิบายที่ของนักเรียนมากขึ้น

3. ขั้นทำให้เป็นหลักการทั่วไปและการเชื่อมต่อ (generalizing and articulating) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนอธิบายมโนทัศน์ในรูปของลักษณะ เพื่อเป็นการพัฒนานิยามของมโนทัศน์ไปด้วย อย่างไรก็ตามนักเรียนไม่จำเป็นต้องพูดเชื่อมโยงมโนทัศน์ได้ถูกต้อง

4. ขั้นตรวจสอบและสกัด (verifying and refining) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนทำการตรวจสอบรายละเอียดและนิยามในขั้นที่ 3

3.3 ประโยชน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์หรือความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญที่ช่วยให้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น จากการศึกษาการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้มีนักการศึกษากล่าวไว้ดังนี้

3.3.1 ประโยชน์ของความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Marzano and Rebra (1997) กล่าวว่า ขั้นตอนวิธีการในการดำเนินการเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์บางอย่างอยู่ในรูปความจำในขั้นตอนที่จะหาคำตอบที่ถูกต้อง เช่น การหาคำตอบของสมการ ในการคำนวณเบื้องต้นผู้เรียนต้องการรูปแบบเพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบและการพัฒนารูปแบบในการคำนวณ มี 3 ขั้นตอน คือ

1. construct models phase เป็นขั้นที่นำรูปแบบเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้จากตัวอย่าง โดยอาจนำมาอภิปรายหรือสรุปเป็นขั้นตอนที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. shape phase เป็นขั้นตอนที่จะลดความซับซ้อนของขั้นตอน มีขั้นตอนน้องลง เพื่อทำให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น

3. internalize phase เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องการได้รับการฝึกเพื่อที่จะทำให้กระบวนการที่ทำได้นั้นเป็นอัตโนมัติ โดยครูต้องมีขั้นตอนให้ผู้เรียนได้ทำตามก่อน จนนักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนของตนเองได้ แล้วฝึกบ่อย ๆ จนผู้เรียนสามารถที่จะทำตามขั้นตอนได้อัตโนมัติ

3.3.2 แนวทางการพัฒนาการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Hiebeart (1989, อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546) ได้เสนอขั้นตอนการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่หนึ่ง ขั้นการพัฒนาความหมายสำหรับสัญลักษณ์ เป็นขั้นของการเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพบเป็นประจำกับแนวคิดหรือวัตถุที่สัญลักษณ์เหล่านั้นถูกใช้แทน ในทางคณิตศาสตร์จะใช้สัญลักษณ์สองประเภทใหญ่ ๆ คือ ตัวเลขและเครื่องหมายแสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่สอง ขั้นพัฒนาความหมายสำหรับกฎและการดำเนินการ เป็นขั้นของการพัฒนาความหมายของสิ่งที่จะกลายเป็นกฎหรือขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่สาม ขั้นตรวจสอบความเป็นเหตุเป็นผล เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถคาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียงความเป็นจริงได้จากการใช้ความหมายในขั้นที่หนึ่ง

Usiskin (1998) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงความสำคัญของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์จากเทคโนโลยี โดยเทคโนโลยีทำให้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างมีความสำคัญมากขึ้น ลดลงหรือไม่เปลี่ยนแปลง

2. ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับกระบวนการ 3 ชนิด คือ ทำได้โดยใช้สมองคิด ทำได้โดยการใช้ปากกาและดินสิ และทำได้โดยการช่วยเหลือของครู

3. จะมีนักเรียนที่ทำวิธีที่แตกต่างไปจากที่ครูสอนเสมอ

4. ในการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ครูต้องมีการเตรียมตัวสำหรับวิธีในการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้นอย่างดี

5. ครูต้องมีการตั้งจุดมุ่งหมายในการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูต้องทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่นักเรียนพบเจอในชีวิตประจำวัน และเข้าใจความหมายของกฎและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่อไป

จิตวรรณ เอกพันธ์ (2558) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในสัญลักษณ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้นอย่างลึกซึ้ง ดำเนินการด้วยวิธีที่หลากหลาย ที่จะทำให้นักเรียนสามารถนำขั้นตอนวิธีการนั้นไปใช้กับสถานการณ์ในช่วงเวลาต่าง ๆ ได้

3.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวไว้ ดังนี้

Frayer, Fredrick, and Klausmeier (1969) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นต้องวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการประเมินแล้วจึงค่อยออกข้อสอบให้ตรงกับความรู้ที่ได้วิเคราะห์ไว้

Wilson (1971) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการประเมินเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนรู้ตามความเข้าใจของตนเอง และรู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรต้นสงศ์ (2520) กล่าวว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ การวัดเพื่อดูมีความเข้าใจมโนทัศน์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา เช่น

1. ไก่ 50 ตัว ราคา 600 บาท จะหาราคาไก่ 1 ตัว จะคิดได้โดยวิธีใดที่เร็วที่สุด

ก. วิธีบวก ข. วิธีลบ ค. วิธีคูณ ง. วิธีหาร

2. ขายของอย่างหนึ่งได้กำไรร้อยละ 5 หมายความว่าอย่างไร

ก. ทุน 95 ขายไป 100 ข. ทุน 100 ขายไป 105

ค. ทุน 100 ขายไป 95 ง. ทุน 105 ขายไป 100

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ซึ่งจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดอย่างสร้างสรรค์ และคิดอย่างเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ที่ใช้ในการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมอย่างเหมาะสม

4.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการหาข้อสรุปจากการสังเกตและคาดเดาจากข้อมูลที่กำหนดให้ เพื่อสร้างข้อคาดการณ์ โดยนักเรียนต้องสามารถอธิบาย แสดงเหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปข้างต้นจะต้องมีความเกี่ยวข้องกับการสร้างความรู้ใหม่ต่อไป

O'Daffer and Thornquist (1993) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ทักษะที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิด และแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น

TIMSS (2015) ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการคิดหาคำอธิบายหรือสร้างความสัมพันธ์ สร้างข้อคาดการณ์ หาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลโดยใช้ข้อมูลพื้นฐานหรือหลักฐาน และสามารถจำแนกข้อเท็จจริงโดยการสร้างข้อโต้แย้งในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้

อลิสรา ชมชื่น (2550) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของเหตุและผล จำแนกข้อเท็จจริงในการตัดสินความถูกต้อง หรือสรุปเป็นความคิดรวบยอดที่สมเหตุสมผลและขยายไปสู่ความคิดอื่น

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด และแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ และสร้างข้อสรุปอย่างเป็นเหตุเป็นผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การสร้างข้อสรุปของข้อมูล และการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

วรนารถ อยู่สุข (2555) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วยความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

เกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ (2556) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ การอธิบายแนวคิด การคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ และใช้เหตุผลในการแสดงแนวคิดหาข้อสรุป หาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

จากการศึกษาความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ สร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปจากข้อมูล และอธิบายยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

4.2 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Artzt and Yaloz-Femia (1999) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล

Baroody and Coslick (1993) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาขึ้นไปมากกว่าการจดจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ เช่น กฎ และกระดำเนินการ อีกทั้งช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบ มีความหมาย และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสาขาอื่นได้

NCTM (2000) ได้ให้ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญในการคิดหาคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล การคิดหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดนั้นและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

เกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ (2556) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์

จากการศึกษาความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่สำคัญในการคิดหาคำอธิบายในการหาข้อสรุปอย่างเป็นเหตุเป็นผล รวมถึงการใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นได้

4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาขึ้นได้ โดยอาจมีผู้สอนคอยแนะแนวทางหรือจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Guilford and Hoepfner (1971) กล่าวว่า ในการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นสิ่งที่ฝึกได้ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลควบคู่ไปกับการเรียนเนื้อหาวิชาปกติ

Rowan and Morrow (1993) กล่าวว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญที่ครูต้องแสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกกลัวที่จะเสนอเหตุผลของตนเอง

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวว่า ครูควรจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสำคัญ โดยเสนอแนวทางในการพัฒนาไว้ ดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบ

2. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง

3. ครูควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองก่อน แล้วครูจึงช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ไหนอย่างไร

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) กล่าวว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล

วรนารถ อยู่สุข (2555) กล่าวว่า ครูต้องจัดแวดล้อมให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ ร่วมกับการให้เหตุผลผ่านการอธิบายและเขียนบรรยายเกี่ยวกับข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปและตัดสินใจหรือยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

จากการศึกษาแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ครูต้องเป็นผู้จัดบรรยากาศในห้องเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเสนอความคิดเห็นของตนที่ได้จากการคิดวิเคราะห์ผ่านการอธิบายหรือการเขียน และปลูกฝังให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการค้นหาเหตุผลมาสนับสนุนหรือคัดค้านแนวคิดหรือข้อสรุปที่เกิดขึ้นมากกว่าคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4.4 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สสวท. (2551) ได้กล่าวเกี่ยวกับเกณฑ์การประเมินผู้เรียนด้านการให้เหตุผล เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียน ดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผล

คะแนน / ความหมาย	**ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น**
4 / ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 / ดี	มีการอ้างอิงถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 / พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
1 / ควรแก้ไข	มีความพยายามในการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 / ต้องปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

วรนารถ อยู่สุข (2555) ได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบ

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์

2. ความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

โดยมีรายละเอียดดับตาราง 2

ตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ลักษณะคำตอบ	คะแนน
1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูล	
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้ทั้งหมด แต่ยังขาดข้อมูลหรือยังไม่สมบูรณ์นัก	2
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้ทั้งหมด	1
นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้เลย	0

ลักษณะคำตอบ	คะแนน
2. ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป	
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3

ลักษณะคำตอบ	คะแนน
2. ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป	
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่ง แต่ยังไม่สมบูรณ์	2
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่ถึงครึ่ง	1
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่สามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดในการอธิบายได้	
นักเรียนไม่สามารถอธิบายข้อสรุปได้เลย	0

เกษณีย์ ยอดไฟอิทนทร์ (2556) ได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่วัดตามองค์ประกอบ คือ 1. การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มาอธิบาย อ้างอิง หรือแสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน และ 2. การหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยมีรายละเอียดดังตาราง 3

ตาราง 3 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัย

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนน
การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มาอธิบาย อ้างอิงหรือแสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน และคำตอบถูกต้อง	3
การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มาอธิบาย อ้างอิงหรือแสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน และคำตอบถูกต้อง	2
การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มาอธิบาย อ้างอิงหรือแสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	
การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มาอธิบาย อ้างอิงหรือแสดงแนวคิดได้ไม่ถูกต้องบางส่วน และคำตอบถูกต้อง	1

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนน
การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มาอธิบาย อ้างอิงหรือแสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	
การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มาอธิบาย อ้างอิงหรือแสดงแนวคิดได้ไม่ถูกต้องบางส่วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	0
การนำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มาอธิบาย อ้างอิงหรือแสดงแนวคิดไม่ได้และคำตอบไม่ถูกต้อง	

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

Goos (2004) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 รัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย โดยเป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ทำการศึกษาเป็นระยะเวลากว่า 2 ปี วิเคราะห์ข้อมูลจากการสังเกต การสัมภาษณ์นักเรียนและครู การวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบและจากการอัดวีดีโอเทป ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

Staples (2007) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัต ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนของนักเรียนจำนวน 20 คน เป็นเวลา 12 สัปดาห์ และทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากเอกสารตัวอย่างงานของนักเรียน การสัมภาษณ์ครูและนักเรียน และอัดวิดีโอเทปเพื่อศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนแบบสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

Brown, Wilson and Fitzallen (2007) ได้ทำการศึกษาผลการใช้แนวคิดการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในรัฐเทสมาเนีย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประเทศออสเตรเลีย ผ่านการใช้ชุดการสอนแบบสืบสอบจำนวน 5 ชุด ผลการวิจัยพบว่า แนวการสอนแบบสืบสอบของครูมีประสิทธิภาพในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5.2 งานวิจัยในประเทศ

ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์ (2542) ได้ศึกษาผลของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ คิดเป็นร้อยละ 5.83, 12.17 และ 15.50 ตามลำดับ

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ หลังการทดลอง 1 พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

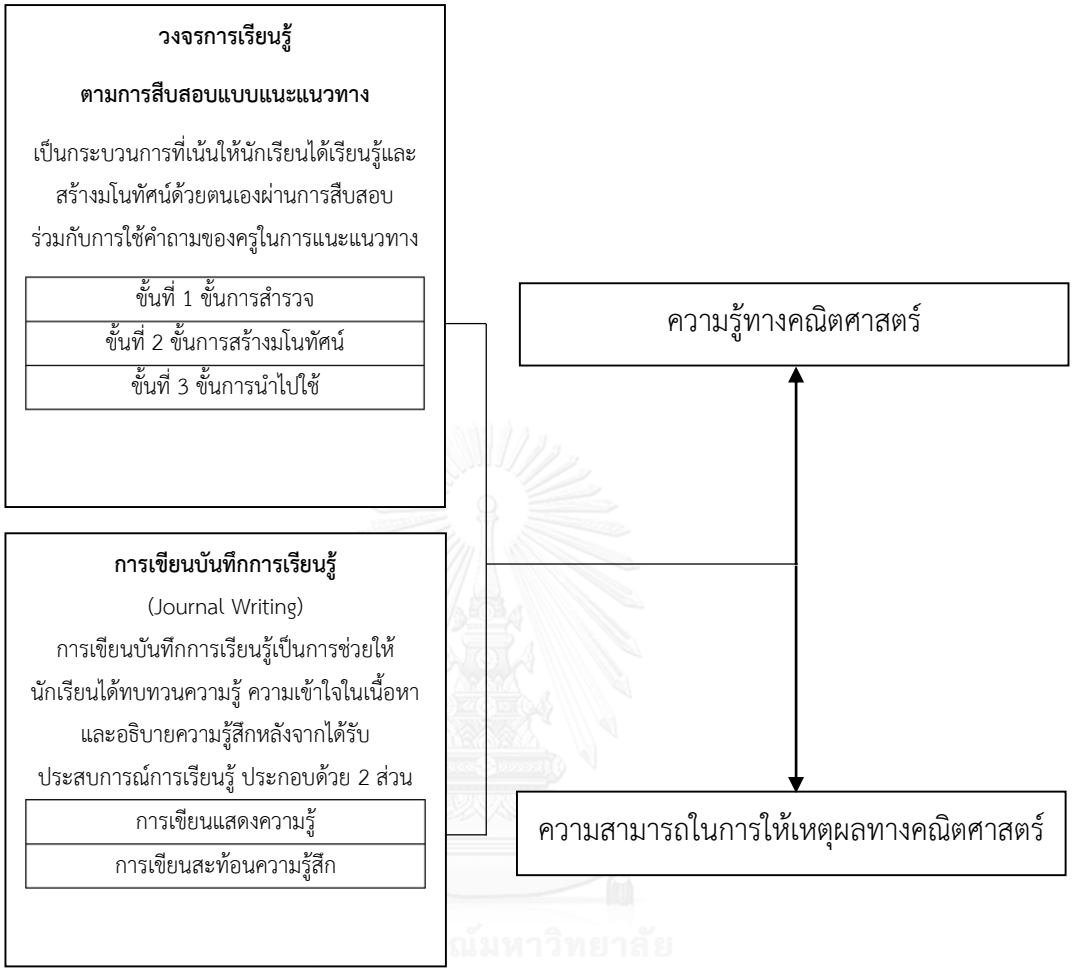
เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง 6 ขั้น ที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ในเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6. กรอบแนวคิดการวิจัย



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
    4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
    4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูล งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับวงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทาง การเขียนบันทึกการเรียนรู้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และหลักสูตรของโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ จากหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ของคู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2556 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และหนังสือคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต เกี่ยวกับระเบียบวิธีวิจัย การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Study) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบของการทดลองแสดงได้ดังตาราง 4

ตาราง 4 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	X	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
C	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	~X	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรของการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนมัธยมในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจังหวัด (กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ ทั้งหมด 10 ห้องเรียน โดยเป็นห้องเรียน วิทย์-คณิตจำนวน 4 ห้องเรียน ศิลป์-คำนวณ 2 ห้องเรียน และ ศิลป์-ภาษา 4 ห้องเรียน ผู้วิจัยทำการสุ่มนักเรียน 2 ห้อง เพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ตามขั้นตอน ดังนี้

1) ผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยใช้คะแนนสอบปลายภาครายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนห้องวิทย์-คณิต และศิลป์-คำนวณ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2) ผู้วิจัยเลือกนักเรียนห้องที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง 5/1 และห้อง 5/2

3) ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน

4) ผู้วิจัยเลือกห้องเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้วิธีสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) ด้วยวิธีการจับสลาก ได้ผลว่า นักเรียนห้อง ม.5/2 เป็นกลุ่มทดลองที่

ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และนักเรียนห้อง ม.5/1 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือ

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้

4.1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

4.2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.2 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

4.2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

4.2.4 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ จำนวน 13 แผน รวมทั้งสิ้น 18 คาบ โดยผู้วิจัยมีแผนการดำเนินงาน ดังนี้

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

4.1.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้จากหนังสือ เอกสาร วารสาร และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

4.1.1.2 เลือกเนื้อหาจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้เนื้อหาเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

4.1.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และการแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.1.4 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ จำนวน 13 แผน ใช้สอน 18 คาบ ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อดังนี้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ทั้งนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นเตรียมความพร้อมก่อนเรียน 2) ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนย่อย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นการสำรวจ ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ และขั้นที่ 3 ขั้นการนำไปใช้ 3) ขั้นสรุป โดยรูปแบบการสอนที่ใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ปรากฏอยู่ในขั้นจัดกิจกรรมสำหรับเนื้อหาในแต่ละแผน

4.1.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบจำนวน 13 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้อง เหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการพิจารณา อาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

ก. การเขียนขั้นตอนและวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรอธิบายให้มีความละเอียดชัดเจน

ข. ปรับเปลี่ยนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีความสอดคล้องกับเนื้อหาที่จะสอนมากขึ้น

ค. แบบบันทึกการเรียนรู้ต้องสอดคล้องกับเนื้อหาในแต่ละแผน

4.1.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ง หน้า 134)

4.1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

4.1.2.1 เลือกเนื้อหาจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้เนื้อหาเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

4.1.2.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และการแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.2.3 ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ของคู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2556 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ และเขียนแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ จำนวน 13 แผน ใช้สอน 18 คาบ ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อดังนี้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ทั้งนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นเตรียมความพร้อมก่อนเรียน 2) ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3) ขั้นสรุป

4.1.2.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบจำนวน 13 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้อง เหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการพิจารณา อาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

ก. การเขียนขั้นตอนและวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรอธิบายให้มีความละเอียดชัดเจน

ข. เลือกรูปแบบวิธีสอนและเทคนิคการสอนให้มีความหลากหลายและเหมาะสมกับแต่ละเนื้อหา

4.1.2.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม

ตาราง 5 แสดงเนื้อหา เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ จำแนกตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	**เนื้อหา**	**มโนทัศน์**	**จำนวนคาบ**
1	**ระบบพิกัดฉากสามมิติ** - ระบบมือขวาหรือระบบมือซ้าย - ระนาบอ้างอิง - อัฐภาค - สามสิ่งอันดับ	สามสิ่งอันดับในแต่ละอัฐภาคของระบบพิกัดฉากสามมิติ	2
2	- ระยะทางระหว่างจุดสองจุดในระบบพิกัดฉากสามมิติ	สูตรการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดในระบบพิกัดฉากสามมิติ	1
3	**เวกเตอร์** - ปริมาณสเกลาร์ (scalar quantity) - ปริมาณเวกเตอร์ (vector quantity) - การขนานกันของเวกเตอร์ - การเท่ากันของเวกเตอร์ - นิเสธของเวกเตอร์	การขนานกันของเวกเตอร์	1
4	- การบวกเวกเตอร์ - เวกเตอร์ศูนย์ - การลบเวกเตอร์	การบวกเวกเตอร์	2

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
	- การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์		
5	**เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก** - เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสองมิติ - การเขียนเวกเตอร์ในรูป $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ - เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากที่มีจุดเริ่มต้นที่จุดกำเนิด - เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ - การเขียนเวกเตอร์ในรูป $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ - เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากที่มีจุดเริ่มต้นที่ไม่ใช่จุดกำเนิด - บทนิยามการเท่ากันของเวกเตอร์ - บทนิยามการบวกเวกเตอร์ - บทนิยามเวกเตอร์ศูนย์ - บทนิยามนิเสธของเวกเตอร์ - บทนิยามการลบเวกเตอร์ - บทนิยามการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	การบวกเวกเตอร์ในรูปแบบ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	1
6	- ขนาดของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสองมิติ - ขนาดของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ	การหาขนาดของเวกเตอร์	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
	- เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบพิกัดฉากสองมิติ - เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบพิกัดฉากสามมิติ		
7	- โคไซน์แสดงทิศทาง	การหาโคไซน์ของมุมระหว่างเวกเตอร์กับแกนในระบบพิกัดฉากสามมิติ	2
8	**ผลคูณเชิงสเกลาร์** - บทนิยามผลคูณเชิงสเกลาร์	การหามุมระหว่างเวกเตอร์	1
9	- สมบัติที่สำคัญของผลคูณเชิงสเกลาร์	สมบัติที่สำคัญของผลคูณเชิงสเกลาร์ ข้อ 2. ถ้า θ เป็นมุมระหว่าง $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ ซึ่ง $0° \le \theta \le 180°$ แล้ว $\bar{u} \cdot \bar{v} = \lvert\bar{u}\rvert\lvert\bar{v}\rvert\cos\theta$	1
10	**ผลคูณเชิงเวกเตอร์** - บทนิยามผลคูณเชิงเวกเตอร์	การหาเวกตอร์ที่ตั้งฉากกับ 2 เวกเตอร์ใด ๆ ที่ไม่ขนานกันและไม่เวกเตอร์ศูนย์	2
11	- สมบัติที่สำคัญของผลคูณเชิงเวกเตอร์	สมบัติที่สำคัญของผลคูณเชิงเวกเตอร์ ข้อ 1.1 เกี่ยวกับการสลับ	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
		ที่ของผลคูณเชิงเวกเตอร์	
12	- การใช้เวกเตอร์ในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	สูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้เวกเตอร์	1
13	- การใช้เวกเตอร์ในการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน	สูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้เวกเตอร์	2
รวม			**18**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 6 เปรียบเทียบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ**
ขั้นเตรียมความพร้อม - ครูทบทวนความรู้ เชื่อมโยงประสบการณ์เดิมของนักเรียนกับเนื้อหาที่กำลังจะสอนผ่านการยกตัวอย่าง การถามคำถาม และการอภิปรายในชั้นเรียน - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เกี่ยวกับเนื้อหาที่จะสอนในคาบนั้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความสงสัยและอยากที่จะค้นหาคำตอบ	
ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ **2.1 ขั้นการสำรวจ (exploration)** - ครูให้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แก่นักเรียนในการทำการสังเกต ค้นคว้าหาข้อมูลที่สำคัญที่จะนำไปใช้ในการสร้างมโนทัศน์ - ครูใช้ชุดคำถามที่เตรียมมาหรือแนะนำแหล่งเรียนรู้แก่นักเรียนที่จะช่วยแนะให้นักเรียนสามารถดึงข้อมูลสำคัญที่ต้องการได้ - ครูให้นักเรียนทำการสังเกตและทำการค้นคว้าหาข้อมูลสำคัญจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังกล่าว โดยอาจให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มย่อย 2-3 คน - หลังจากนักเรียนทำการสำรวจเรียบร้อยแล้ว ครูแจกแบบบันทึกการรู้ให้นักเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเข้าใจและยังไม่เข้าใจและเขียนระบุข้อมูลสำคัญที่ได้จากการสำรวจ	**ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้** ครูดำเนินการจัดการเรียนการสอนตามคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ควบคู่กับแนวทางการจัดการเรียนรู้ของคู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2556 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนเรียนรู้เนื้อหาใหม่และสามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาตามความสามารถและความแตกต่าง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
2.2 ขั้นการสร้างมโนทัศน์ (concept invention / concept formation) ขั้นนี้เลือกการดำเนินการสร้างมโนทัศน์จาก 2 รูปแบบ โดยจะเลือกใช้เพียงแบบใดแบบหนึ่งเท่านั้น ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาและข้อมูลที่นักเรียนได้จากขั้นการสำรวจ **<u>แบบที่ 1</u>** - ครูอธิบายคำศัพท์เฉพาะใหม่ ชื่อมโนทัศน์ หรือให้ข้อมูลที่จำเป็นที่จะต้องใช้ในการสร้างมโนทัศน์เพิ่มเติม - ครูใช้การแนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนทำการเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้จากขั้นการสำรวจกับสิ่งที่ครูอธิบายหรือให้เพิ่มเติมก่อนหน้านี้ในการคาดเดาและสรุปเป็น มโนทัศน์ **<u>แบบที่ 2</u>** - ครูใช้การแนะแนวทางในการให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากขั้นการสำรวจมาขยายความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น เพื่อหาความสัมพันธ์และสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์ - จากนั้นเมื่อนักเรียนทำการสรุปมโนทัศน์เรียบร้อยแล้วครูทำการอธิบายสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์	ระหว่างบุคคลของนักเรียนได้ โดยดำเนินการจัดกิจกรรม ดังนี้ - ครูนำเสนอเนื้อหาใหม่โดยการอธิบายหรือการใช้กิจกรรมร่วมกับใช้การถาม-ตอบ - ครูยกตัวอย่างประกอบที่หลากหลาย และใช้การถาม-ตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจเรื่องที่เรียนได้ชัดเจนขึ้น - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย เพื่อช่วยเหลือการเรียนรู้ของนักเรียน - ครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาใหม่ - ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนที่เกี่ยวข้อง แล้วทำให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่างโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย - ครูให้นักเรียนฝึกฝนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และช่วยเหลือการทำงานของนักเรียนโดยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นแนวคิด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
นั้นเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และความชัดเจนในมโนทัศน์นั้นมากขึ้น - ให้นักเรียนทำการเขียนบันทึกการเรียนรู้สรุปมโนทัศน์ที่ได้ด้วยภาษาของตนเองตอบคำถามที่ตนเอง - ครูให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้ในการตอบคำถามที่ครูเตรียมไว้ให้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ที่ได้สรุปไป **2.3 ขั้นการนำไปใช้ (application)** - ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ใช้มโนทัศน์ที่ได้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ คุ้นเคย และมั่นใจในการนำมโนทัศน์มาใช้ โดยครูคอยเป็นผู้แนะแนวทางสำหรับนักเรียนที่ทำไม่ได้ - ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นการนำมโนทัศน์ที่ได้สรุปไว้มาประยุกต์ใช้ให้นักเรียนได้เกิดการคิดวิเคราะห์ ครูอาจคอยให้คำแนะนำโดยการใช้คำถามให้กับนักเรียนเป็นรายบุคคล หรือรายกลุ่ม หรือหากนักเรียนส่วนใหญ่พบปัญหาเหมือนกัน ครูสามารถทำการนำปัญหาดังกล่าวมาให้นักเรียนทั้งห้องช่วยกันคิดหาแนวทางต่อไป - ครูให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเข้าใจและยังไม่เข้าใจต่าง ๆ รวมทั้งเขียนสะท้อนความรู้สึกของนักเรียนในการเรียนคาบเรียนนี้	หรือครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น - ครูให้นักเรียนนำเสนอข้อสรุปและแนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยครูสุ่มเรียกนักเรียนให้มาแสดงแนวคิดบนกระดาน และให้นักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมกันเสนอความคิดเพิ่มเติม เพื่อเพิ่มความเข้าใจ - ครูช่วยอธิบายเพิ่มเติม ให้แนวคิดหรือวิธีทำมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น - ครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในการแก้ปัญหา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ**
และข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากนั้นให้นักเรียนส่งแบบบันทึกการเรียนรู้ดังกล่าว	
ขั้นสรุป - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และมอบหมายการบ้านให้นักเรียนให้นักเรียนทำเพิ่มเติม พร้อมทั้งกำหนดให้นักเรียนนำส่งในครั้งถัดไป	

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้มีเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดของขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้

4.2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน โดยผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและเป็นเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว คือ เมทริกซ์ และเรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งเป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) โดยมีวิธีดำเนินการสร้าง ดังนี้

4.2.1.1 ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการ และวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

4.2.1.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

4.2.1.3 ศึกษาเนื้อหาของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และเรขาคณิตวิเคราะห์

4.2.1.4 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ ได้แก่

1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และความสัมพันธ์เกี่ยวกับที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2) ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณ และความรู้เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการตามขั้นตอนที่มีความเฉพาะในแต่ละสาระวิชาคณิตศาสตร์

4.2.1.5 ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 40 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ) โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 149)

4.2.1.6 ผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม ความเหมาะสมของข้อตัวเลือก ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้เสนอ ดังนี้

ก. ควรเขียนข้อความที่แสดงความเป็นนิเสธให้มีความชัดเจน เช่น ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง แก้ไขเป็น ข้อใดกล่าว<u>ไม่</u>ถูกต้อง

ข. ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ค. ปรับการเขียนข้อคำถามให้มีลักษณะที่แตกต่างกัน

ง. ปรับให้ตัวเลือกมีความหลากหลาย และปรับให้ตัวลวงดีขึ้นไม่ง่ายจนเกินไป

จ. วิเคราะห์ความรู้เชิงมโนทัศน์และเชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการออกข้อสอบให้ครอบคลุมเนื้อหา

4.2.1.7 ผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 121) ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดกับนิยามเชิงปฏิบัติการ ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม พร้อมทั้งข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ก. ความถูกต้องของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม

<u>โจทย์เดิม</u>

ข้อใดคือเป็นกระบวนการในการหาไมเนอร์ของ a_{ij} เมื่อเมทริกซ์ $A=[\ a_{ij}\ ]_{mxn}$ และ i และ j เป็นจำนวนเต็มบวก **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

ข้อใดคือกระบวนการหาไมเนอร์ของ a_{ij} เมื่อเมทริกซ์ $A=[\ a_{ij}\ ]_{mxn}$ **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

<u>โจทย์เดิม</u>

กำหนด $A = \begin{bmatrix} a & f & h \\ b & e & i \\ c & d & j \end{bmatrix}$ ข้อใดใช้สัญลักษณ์แทนไมเนอร์ของเมทริกซ์ A <u>**ไม่**</u>ถูกต้อง **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. $M_{11}(A) = a\begin{vmatrix} e & i \\ d & j \end{vmatrix}$

ข. $M_{12}(A) = \begin{vmatrix} b & i \\ c & j \end{vmatrix}$

ค. $M_{31}(A) = h\begin{vmatrix} b & e \\ c & d \end{vmatrix}$

ง. $M_{32}(A) = \begin{vmatrix} a & f \\ c & d \end{vmatrix}$

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

กำหนด $A = \begin{bmatrix} a & f & h \\ b & e & i \\ c & d & j \end{bmatrix}$ ข้อใดถูกต้อง **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. $M_{11}(A) = a\begin{vmatrix} e & i \\ d & j \end{vmatrix}$

ข. $M_{12}(A) = \begin{vmatrix} b & i \\ c & j \end{vmatrix}$

ค. $M_{31}(A) = h\begin{vmatrix} b & e \\ c & d \end{vmatrix}$

ง. $M_{32}(A) = \begin{vmatrix} a & f \\ c & d \end{vmatrix}$

โจทย์เดิม

กำหนด $A=[\ a_{ij}\ ]_{mxn}$ ข้อใด**ไม่ใช่**กระบวนการในการหาตัวประกอบร่วมเกี่ยวของ a_{ij} ได้ถูกต้อง **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนด $A=[\ a_{ij}\ ]_{mxn}$ ข้อใด**ไม่ใช่**หนึ่งกระบวนการในการหาตัวประกอบร่วมเกี่ยวของ a_{ij} **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

โจทย์เดิม

กำหนด $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$ ข้อใด**ไม่ใช่**การดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนด $A = \begin{bmatrix} a & f & h \\ b & e & i \\ c & d & j \end{bmatrix}$ ข้อใดเป็นขั้นตอนการดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

โจทย์เดิม

กำหนดให้ c เป็นค่าคงที่ และ A เป็นเมทริกซ์ขนาด n x n ข้อใดต่อไปนี้สามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ได้ถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัว และ A เป็นเมทริกซ์ขนาด n x n ข้อใดต่อไปนี้สามารถหาดีเทอร์มิแนนต์ได้ถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ข. ความถูกต้องและชัดเจนของภาษาของตัวเลือก

โจทย์เดิม

กำหนดเมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ และเมทริกซ์ $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

ข้อใดคือ เมทริกซ์ AB **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. $\begin{bmatrix} 1(2)+1(5) & 4(2)+2(5) \\ 1(2)+1(3) & 4(2)+2(3) \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 1(2)+1(2) & 4(2)+2(2) \\ 1(5)+1(3) & 4(5)+2(3) \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 1(2)+4(2) & 4(2)+2(2) \\ 1(5)+4(3) & 4(5)+2(3) \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 1(2)+4(5) & 1(2)+1(5) \\ 1(2)+4(3) & 1(2)+2(3) \end{bmatrix}$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดเมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ และเมทริกซ์ $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

ข้อใดคือ เมทริกซ์ AB

ก. $\begin{bmatrix} 1(2)+1(5) & 4(2)+2(5) \\ 1(2)+1(3) & 4(2)+2(3) \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 1(2)+1(2) & 4(2)+2(2) \\ 1(5)+1(3) & 4(5)+2(3) \end{bmatrix}$

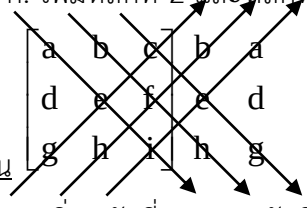
ค. $\begin{bmatrix} 1(2)+4(2) & 1(5)+4(3) \\ 1(2)+2(2) & 1(5)+2(3) \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 1(2)+4(5) & 1(2)+1(5) \\ 1(2)+4(3) & 1(2)+2(3) \end{bmatrix}$

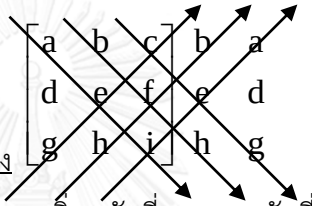
โจทย์เดิม

กำหนด $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$ ข้อใด**ไม่ใช่**การดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

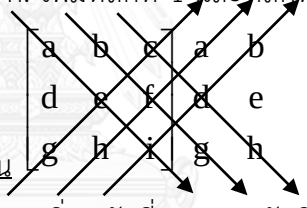
ก. เพิ่มหลักที่ 2 และหลักที่ 1 ตามลำดับ แล้วหาผลคูณตามเส้นทแยงมุมเส้นลง ลบ เส้นทแยงมุมขึ้น



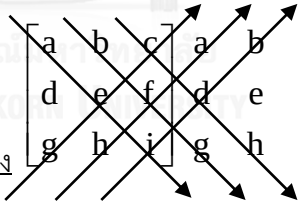
ข. เพิ่มหลักที่ 2 และหลักที่ 1 ตามลำดับ แล้วหาผลคูณตามเส้นทแยงมุมเส้นขึ้น ลบ เส้นทแยงมุมลง



ค. เพิ่มหลักที่ 1 และหลักที่ 2 ตามลำดับ แล้วหาผลคูณตามเส้นทแยงมุมเส้นลง ลบ เส้นทแยงมุมขึ้น



ง. เพิ่มหลักที่ 1 และหลักที่ 2 ตามลำดับ แล้วหาผลคูณตามเส้นทแยงมุมเส้นขึ้น ลบ เส้นทแยงมุมลง



โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนด $A = \begin{bmatrix} a & f & h \\ b & e & i \\ c & d & j \end{bmatrix}$ ข้อใดเป็นขั้นตอนการดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. เพิ่มหลักที่ 2 และ 1 ต่อจากหลักที่ 3 ตามลำดับ แล้วหาผลบวกของผลคูณตามเส้นทแยงมุมเส้นลง ลบ เส้นทแยงมุมขึ้น

ข. เพิ่มหลักที่ 2 และ 1 ต่อจากหลักที่ 3 ตามลำดับ แล้วหาผลบวกของผลคูณตามเส้นทแยงมุมเส้นขึ้น ลบ เส้นทแยงมุมลง

ค. เพิ่มหลักที่ 1 และ 2 ต่อจากหลักที่ 3 ตามลำดับ แล้วหาผลบวกของผลคูณตามเส้นทแยงมุมเส้นลง ลบ เส้นทแยงมุมขึ้น

ง. เพิ่มหลักที่ 1 และ 2 ต่อจากหลักที่ 3 ตามลำดับ แล้วหาผลบวกของผลคูณตามเส้นทแยงมุมเส้นขึ้น ลบ เส้นทแยงมุมลง

โจทย์เดิม

กำหนด A เป็นเมทริกซ์ขนาด 3 x 3 ข้อใดเป็นลักษณะของเมทริกซ์ A ที่ทำให้ det(A) = 0 **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. A เป็นเมทริกซ์ศูนย์

ข. เมทริกซ์ A มีสมาชิกแถวใดแถวหนึ่งหรือหลักใดหลักหนึ่งเหมือนกัน

ค. เมทริกซ์ A มีสมาชิกแถวหนึ่งหรือหลักใดหลักหนึ่งเป็น 0

ง. ถูกทุกข้อ

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนด A เป็นเมทริกซ์ขนาด 3 x 3 ข้อใดเป็นลักษณะของเมทริกซ์ A ที่ทำให้ det(A) = 0 **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. สมาชิกทุกตัวในเมทริกซ์ A เป็นศูนย์

ข. A มีสมาชิกในแถวที่เหมือนกัน 2 แถว

ค. A มีสมาชิกในหลักที่เหมือนกัน 2 หลัก

ง. ถูกทุกข้อ

โจทย์เดิม

กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส และ $\det(A) \neq 0$ การสร้างเมทริกซ์ B ในข้อใดทำให้ det(B) = det(A) **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. สลับสมาชิกแถวที่ 1 กับหลักที่ 2 ของเมทริกซ์ A

ข. สลับสมาชิกหลักที่ 3 กับแถวที่ 2 ของเมทริกซ์ A

ค. สลับแถวของเมทริกซ์ A เป็นหลัก และสลับหลักของเมทริกซ์ A

ง. ไม่มีข้อทำให้ det(B) = det(A)

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส และ det(A) ≠ 0 การสร้างเมทริกซ์ B ในข้อใดทำให้ det(B) = det(A) **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. สลับสมาชิกแถวที่ 1 กับหลักที่ 2 ของเมทริกซ์ A

ข. สลับสมาชิกหลักที่ 3 กับแถวที่ 2 ของเมทริกซ์ A

ค. ทรานสโพสเมทริกซ์ A

ง. ไม่มีข้อทำให้ det(B) = det(A)

4.2.1.8 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม กรุงเทพมหานครฯ และโรงเรียนพุทธจักรวิทยา กรุงเทพมหานครฯ จำนวน 40 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและเป็นนักเรียนที่ได้เรียนเนื้อหา เรื่อง เมทริกซ์ และเรขาคณิตวิเคราะห์ มาแล้ว เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งสองฉบับเกี่ยวกับค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง

4.2.1.9 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน 40 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนมาวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบเกี่ยวกับค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก ต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ค่าอำนาจจำแนก จะต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป และค่าความเที่ยงของแบบวัด ต้องมีค่า 0.60 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงเป็น	มีค่า	0.63
ค่าความยากเป็น	มีค่า	0.05 – 0.68
ค่าอำนาจจำแนกเป็น	มีค่า	0.00 – 0.72

ต่อจากนั้นผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ

4.2.1.10 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่เป็นไปตามเกณฑ์และครอบคลุมตารางวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงเป็น	มีค่า	0.71
ค่าความยากเป็น	มีค่า	0.23 – 0.65

ค่าอำนาจจำแนกเป็น มีค่า 0.23 – 0.72

4.2.1.11 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.2 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) โดยมีวิธีดำเนินการสร้าง ดังนี้

4.2.2.1 ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการ และวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

4.2.2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

4.2.2.3 ศึกษาเนื้อหาของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

4.2.2.4 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ ได้แก่

1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และความสัมพันธ์เกี่ยวกับที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2) ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณ และความรู้เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการตามขั้นตอนที่มีความเฉพาะในแต่ละสาระวิชาคณิตศาสตร์

4.2.2.5 ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน 40 ข้อ ใช้จริง 30 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 149)

4.2.2.6 ผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม ความเหมาะสมของข้อตัวเลือก ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้เสนอ ดังนี้

ก. ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ข. ปรับให้ตัวเลือกมีความหลากหลาย และปรับให้ตัวลวงดีขึ้นไม่ง่ายจนเกินไป

4.2.2.7 ผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดกับนิยามเชิงปฏิบัติการ ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม พร้อมทั้งข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ก. ความถูกต้องของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม

<u>โจทย์เดิม</u>

กำหนดให้ $\bar{u}$ เป็นเวกเตอร์ ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ $\bar{u}$ **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

กำหนดให้ $\bar{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่ไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์ ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ $\bar{u}$ **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>โจทย์เดิม</u>

กำหนดให้เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ ขนานกับเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าว<u>ไม่</u>ถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. มี λ ที่ทำให้ $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$

ข. มี λ ที่ทำให้ $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$

ค. มี λ ที่ทำให้ $\lambda\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix}d\\e\\f\end{bmatrix}$

ง. มีข้อผิดมากกว่า 1 ข้อ

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

กำหนดให้เวกเตอร์ $\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}$ ขนานกับเวกเตอร์ $\begin{bmatrix}d\\e\\f\end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. มี λ ที่ทำให้ $\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix}d\\e\\f\end{bmatrix}$

ข. มี λ ที่ทำให้ $\lambda\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}d\\e\\f\end{bmatrix}$

ค. มี λ ที่ทำให้ $\lambda\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix}d\\e\\f\end{bmatrix}$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ง. มีข้อผิดมากกว่า 1 ข้อ

<u>โจทย์เดิม</u>

กำหนดให้ $\bar{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่ A(a,b,c) และจุดสิ้นสุดที่ B(d,e,f) และข้อความต่อไปนี้

1. ตรวจสอบว่า $\bar{u}$ ต้องไม่เป็นเวกเตอร์ศูนย์
2. ดำเนินการหาขนาดของ $\bar{u}$
3. ดำเนินการหาเวกเตอร์ $\bar{u}$

4. ดำเนินการหา $\frac{\bar{u}}{|\bar{u}|}$

จงเรียงลำดับกระบวนการในการหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ $\overrightarrow{AB}$ **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

กำหนดให้ $\bar{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่ A(a,b,c) และจุดสิ้นสุดที่ B(d,e,f) และข้อความต่อไปนี้

1. ตรวจสอบว่า $\bar{u}$ ต้องไม่เป็นเวกเตอร์ศูนย์

2. ดำเนินการหาขนาดของ $\bar{u}$

3. ดำเนินการหาเวกเตอร์ $\bar{u}$

4. ดำเนินการหา $\frac{1}{|\bar{u}|}\bar{u}$

จงเรียงลำดับกระบวนการในการหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ $\bar{u}$ **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ข. ความถูกต้องและชัดเจนของภาษาของตัวเลือก

<u>โจทย์เดิม</u>

กำหนดให้จุด M(a,b,c) และ N(d,e,f) ต้องการหาระยะทางระหว่างจุด M และ N ข้อใดกล่าวถูกต้อง **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. หาก a, b, c, d, e และ f มีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด จะไม่สามารถหาระยะทางระหว่าง M และ N ได้

ข. หาก M และ N มีพิกัดเดียวกัน แล้วระยะทางระหว่างจุด M และ N จะเป็นศูนย์

ค. ระยะทางระหว่าง M และ N เป็นค่าลบ เมื่อ M และ N อยู่ต่างอัฐภาคกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ง. หาก a, b, c, d, e และ f มีค่าน้อยกว่าศูนย์ทั้งหมด ระยะทางระหว่าง M และ N จะมีค่าน้อยกว่าศูนย์เช่นกัน

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดให้จุด M(a,b,c) และ N(d,e,f) ต้องการหาระยะทางระหว่างจุด M และ N ข้อใดกล่าวถูกต้อง **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. หาก a, b, c, d, e และ f มีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด จะไม่สามารถหาระยะทางระหว่าง M และ N ได้

ข. หาก M และ N มีพิกัดเดียวกัน แล้วระยะทางระหว่างจุด M และ N จะเป็นศูนย์

ค. ระยะทางระหว่าง M และ N น้อยกว่าศูนย์ เมื่อ M และ N อยู่ต่างอัฐภาคกัน

ง. หาก a, b, c, d, e และ f มีค่าน้อยกว่าศูนย์ทั้งหมด ระยะทางระหว่าง M และ N จะมีค่าน้อยกว่าศูนย์เช่นกัน

โจทย์เดิม

กำหนดให้ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ เป็นเวกเตอร์ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. $\bar{u}\times\bar{v}=\bar{v}\times\bar{u}$

ข. $\left(\bar{u}+\bar{w}\right)\times\bar{v}=\bar{u}\times\bar{v}+\bar{w}\times\bar{v}$

ค. $\bar{u}\times\left(k\bar{v}\right)=\bar{v}\times\left(k\bar{u}\right)$

ง. $\bar{u}\times\bar{u}=\bar{0}$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดให้ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. $\bar{u}\times\bar{v}=\bar{v}\times\bar{u}$

ข. $\bar{u}\times\bar{u}=\bar{0}$

ค. $\bar{u}\times\left(k\bar{v}\right)=\bar{v}\times\left(k\bar{u}\right)$

ง. $\left(\bar{u}+\bar{w}\right)\times\bar{v}=\bar{u}\times\left(\bar{v}+\bar{w}\right)$

4.2.2.8 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานครฯ จำนวน 38 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและเป็นนักเรียนที่ได้เรียนเนื้อหา เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ มาแล้ว เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งสองฉบับเกี่ยวกับค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง

4.2.2.9 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน 38 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนมาวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบเกี่ยวกับค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก ต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ค่าอำนาจจำแนก จะต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป และค่าความเที่ยงของแบบวัด ต้องมีค่า 0.60 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงเป็น	มีค่า	0.71
ค่าความยากเป็น	มีค่า	0.11 – 0.68
ค่าอำนาจจำแนกเป็น	มีค่า	0.00 – 0.52

ต่อจากนั้นผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ

4.2.2.10 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่เป็นไปตามเกณฑ์และครอบคลุมตารางวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงเป็น	มีค่า	0.81

ค่าความยากเป็น มีค่า 0.21 – 0.66

ค่าอำนาจจำแนกเป็น มีค่า 0.21 – 0.52

4.2.2.11 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน โดยผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและเป็นเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว คือ เมทริกซ์ และเรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ โดยในแต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 3 คำถาม (คำถามละ 2 คะแนน) โดยมีวิธีดำเนินการสร้าง ดังนี้

4.2.3.1 ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการ และวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้องและข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

4.2.3.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

4.2.3.3 ศึกษาเนื้อหาของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และเรขาคณิตวิเคราะห์ เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

4.2.3.4 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็นความสามารถย่อย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1) ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล

2) ความสามารถในการสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุป

3) ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป

4.2.3.5 ผู้วิจัยสร้างแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 5 ข้อ ใช้จริง 3 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน โดยแบ่งตามเนื้อหา ดังนี้

เรื่อง เมทริกซ์ จำนวน 3 ข้อ ใช้จริง 2 ข้อ

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ 2 ข้อ ใช้จริง 1 ข้อ

(รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 149)

มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
2	นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน
1	นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องบางส่วน
0	นักเรียนเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย

ความสามารถในการสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุป	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
2	นักเรียนเขียนอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน
1	นักเรียนเขียนอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องบางส่วน
0	นักเรียนเขียนอธิบายไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนอธิบายเลย

ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
2	นักเรียนยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้ถูกต้อง และใช้ข้อมูลสนับสนุนได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน
1	นักเรียนยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้ถูกต้องหรือไม่ถูกต้อง และใช้ข้อมูลสนับสนุนได้อย่างถูกบางส่วน
0	นักเรียนยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปไม่ถูกต้อง และใช้ข้อมูลสนับสนุนไม่ถูกต้อง
	นักเรียนยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้ถูกต้อง แต่ไม่มีข้อมูลสนับสนุน
	นักเรียนไม่เขียน

4.2.3.6 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม ความเหมาะสมของข้อตัวเลือก ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้เสนอ ดังนี้

ก. ปรับภาษาของสถานการณ์ปัญหาให้มีความชัดเจน

ข. ปรับรูปแบบการนำเสนอข้อมูลที่สถานการณ์กำหนดให้

ค. ปรับภาษาที่ใช้ในการตั้งข้อคำถามย่อยให้ตรงกับองค์ประกอบที่ต้องการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามนิยาม

ง. ปรับเกณฑ์การตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.2.3.7 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 121) ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดกับนิยามเชิงปฏิบัติการ ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม พร้อมทั้งข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ก. ความชัดเจนของสถานการณ์และความหลากหลายของตัวอย่างในสถานการณ์

<u>โจทย์เดิม</u>

นักวิทยาศาสตร์พบกล่องใบหนึ่งที่ด้านหนึ่งของกล่องมีหน้าจอแสดงผลเป็นตัวเลขด้วยกัน 4 ช่อง หลังจากนักวิทยาศาสตร์พยายามที่จะเปิดกล่องดังกล่าวก็พบว่าเมื่อทำการกรอกตัวเลขที่ถูกต้องครบทุกตำแหน่งแล้วจึงจะสามารถเปิดได้ โดยตัวเลขชุดแรกที่เปิดได้ก็คือ 2, 3 ,-7 และ 4 จากนั้นนักวิทยาศาสตร์ก็ยังคงดำเนินการทดลองต่อไปโดยการเปลี่ยนตัวเลขในแต่ละตำแหน่ง และพบตัวเลขด้วยกันอีก 7 ชุด ดังนี้

รหัสชุดที่	หน้าจอแสดงผล	สถานะ
1	$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$	เปิด
2	$\begin{bmatrix} 1 & 1.5 \\ -3.5 & 2 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
3	$\begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 14 & -8 \end{bmatrix}$	เปิด
4	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -14 & 8 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
5	$\begin{bmatrix} -6 & -9 \\ 21 & -12 \end{bmatrix}$	เปิด
6	$\begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -21 & 12 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
7	$\begin{bmatrix} -8 & -12 \\ 28 & -16 \end{bmatrix}$	เปิด
8	$\begin{bmatrix} -1 & -1.5 \\ 3.5 & -2 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

นักวิทยาศาสตร์พบกล่องใบหนึ่งที่ด้านหนึ่งของกล่องมีหน้าจอแสดงผลเป็นตัวเลขด้วยกัน 4 ช่อง (เช่น $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ หลังจากนักวิทยาศาสตร์พยายามที่จะเปิดกล่องดังกล่าวพบว่า เมื่อทำการใส่รหัสที่ถูกต้องครบทุกตำแหน่งแล้วจึงจะสามารถเปิดได้ โดยรหัสชุดที่ 1 ที่เปิดได้คือ $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$ จากนั้นนักวิทยาศาสตร์ได้ทำการดำเนินการทดลองต่อไป และพบรหัสชุดที่สามารถเปิดได้ 4 ชุด และพบรหัสชุดที่ไม่สามารถเปิดได้ 4 ชุด ดังนี้

รหัสชุดที่	หน้าจอแสดงผล	สถานะ
1	$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$	เปิด
2	$\begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 14 & -8 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
3	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -14 & 8 \end{bmatrix}$	เปิด
4	$\begin{bmatrix} -6 & -9 \\ 21 & -12 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
5	$\begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -21 & 12 \end{bmatrix}$	เปิด
6	$\begin{bmatrix} -8 & -12 \\ 28 & -16 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
7	$\begin{bmatrix} 8 & 12 \\ -28 & 16 \end{bmatrix}$	เปิด
8	$\begin{bmatrix} -10 & -15 \\ 35 & -20 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
9	$\begin{bmatrix} 10 & 15 \\ -35 & 20 \end{bmatrix}$	เปิด

โจทย์เดิม

คอยคิงได้พบหนังสือที่รวมเกมแก้ปัญหาไว้ ภายในหนังสือมีเกมหนึ่งที่คอยคิงเห็นแล้วสนใจอยากจะลองทำดู เป็นเกมเกี่ยวกับการหาคู่ของเมทริกซ์ที่กำหนดมาให้ คือ เมื่อมีเมทริกซ์หนึ่งมาให้ คอยคิงจะต้องทำการหาคู่ที่สอดคล้องกับเมทริกซ์นั้น โดยในเกมนั้นมีตัวอย่างของคู่เมทริกซ์เมื่อกำหนดเมทริกซ์ตั้งต้นมาให้ ดังนี้

เมทริกซ์ตั้งต้น	**คู่ของเมทริกซ์ตั้งต้น**
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -3 & -3 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

คอยคิงได้พบหนังสือที่รวมเกมแก้ปัญหาไว้ ภายในหนังสือมีเกมหนึ่งที่คอยคิงเห็นแล้วสนใจอยากจะลองทำดู ซึ่งเป็นเกมเกี่ยวกับการหาคู่ของเมทริกซ์ตั้งต้นที่กำหนดมาให้ กล่าวคือ เมื่อกำหนดเมทริกซ์ตั้งต้นมาให้ คอยคิงจะต้องทำการหาคู่ที่สอดคล้องกับเมทริกซ์ตั้งต้นนั้น โดยในเกมมีตัวอย่างของคู่เมทริกซ์ ดังนี้

เมทริกซ์ตั้งต้น	**คู่ของเมทริกซ์ตั้งต้น**
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -7 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$

เมทริกซ์ตั้งต้น	คู่ของเมทริกซ์ตั้งต้น
$\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -3 & -3 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

ข. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ในข้อคำถามย่อย

ข้อคำถามเดิม

สมาชิกที่มีตำแหน่งตรงกันในของเมทริกซ์ตั้งต้นและคู่ของเมทริกซ์ตั้งต้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไข

สมาชิกที่มีตำแหน่งเดียวกันของเมทริกซ์ตั้งต้นและคู่ของเมทริกซ์ตั้งต้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

ข้อคำถามเดิม

หากต้องการเดินทางจากพิกัดลวงไปยังพิกัดสมบัติจากตัวอย่างที่ให้นั้น มีระยะทางต่างกันหรือไม่ในแต่ละเส้นทางการเดิน เพราะอะไร **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไข

จากตัวอย่างที่ให้นั้น พิกัดสมบัติจะอยู่ในลักษณะใดของพิกัดลวง และระยะทางจากพิกัดลวงไปยังพิกัดขุมทรัพย์มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

ข้อคำถามเดิม

จงอธิบายว่าจำนวนในรหัสชุดต่าง ๆ ที่สามารถทำให้กล่องเปิดได้นั้นมีความสัมพันธ์อย่างไรกับจำนวนในรหัสชุดที่ 1 และจำนวนในรหัสที่ไม่สามารถเปิดกล่องได้มีความสัมพันธ์อย่างไรกับจำนวนในรหัสชุดที่ 1 **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไข

จงอธิบายว่าตัวเลขในรหัสชุดต่าง ๆ ที่สามารถทำให้กล่องเปิดได้นั้นมีความสัมพันธ์อย่างไรกับตัวเลขในรหัสชุดที่ 1 และตัวเลขในรหัสที่ไม่สามารถเปิดกล่องได้มีความสัมพันธ์อย่างไรกับตัวเลขในรหัสชุดที่ 1 **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

4.2.3.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม กรุงเทพมหานครฯ และโรงเรียนพุทธจักรวิทยา กรุงเทพมหานครฯ จำนวน 40 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและเป็นนักเรียนที่ได้เรียนเนื้อหา เรื่อง เมทริกซ์ และเรขาคณิตวิเคราะห์ มาแล้ว เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งสองฉบับเกี่ยวกับค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง

4.2.3.9 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน 40 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนมาวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบเกี่ยวกับค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก ต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ค่าอำนาจจำแนก จะต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป และค่าความเที่ยงของแบบวัด ต้องมีค่า 0.60 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงเป็น มีค่า 0.72

ค่าความยากเป็น มีค่า 0.13 – 0.42

ค่าอำนาจจำแนกเป็น มีค่า 0.17 – 0.65

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 4 ข้อ ต่อจากนั้นผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 3 ข้อ

4.2.3.10 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จำนวน 3 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงเป็น มีค่า 0.73

ค่าความยากเป็น มีค่า 0.36 – 0.42

ค่าอำนาจจำแนกเป็น มีค่า 0.38 – 0.65

4.2.3.11 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 3 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

4.2.4 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ เป็นแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ โดยในแต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 3 คำถาม (คำถามละ 2 คะแนน) โดยมีวิธีดำเนินการสร้าง ดังนี้

4.2.4.1 ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการ และวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

4.2.4.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต

4.2.4.3 ศึกษาเนื้อหาของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

4.2.4.4 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็นความสามารถย่อย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1) ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล

2) ความสามารถในการสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุป

3) ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป

4.2.4.5 ผู้วิจัยสร้างแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 5 ข้อ ใช้จริง 3 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก จ หน้า 149)

4.2.4.6 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม ความเหมาะสมของข้อตัวเลือก ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้เสนอ ดังนี้

ก. ปรับสถานการณ์ให้มีความน่าสนใจมากขึ้น

ข. ปรับภาษาที่ใช้ในการตั้งข้อคำถามย่อยให้ตรงกับองค์ประกอบที่ต้องการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามนิยาม

ค. ใช้สถานการณ์และความรู้ที่หลากหลาย

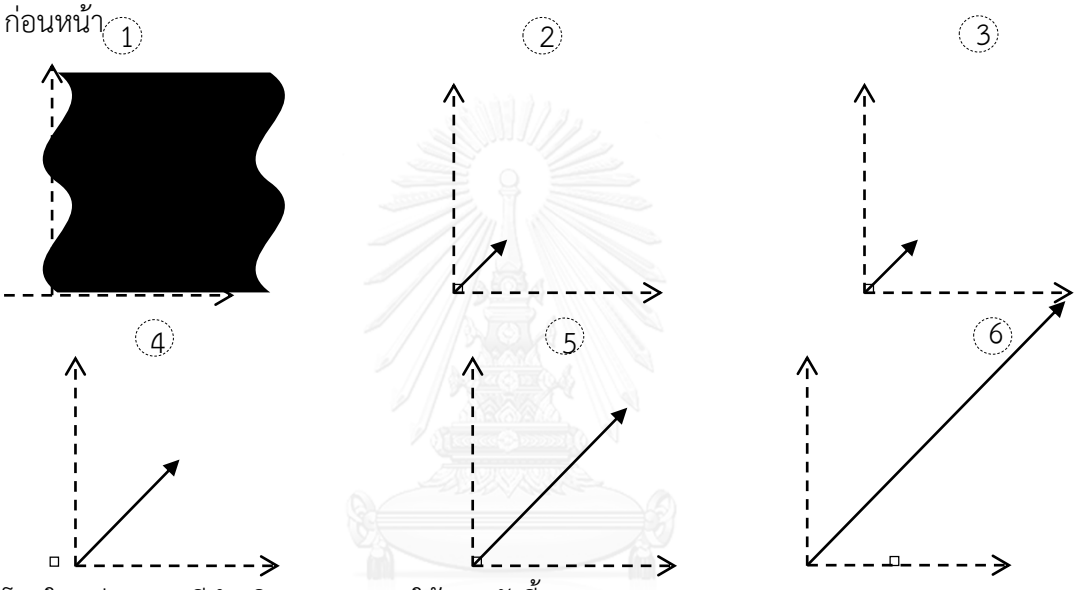
4.2.4.7 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดกับนิยามเชิงปฏิบัติการ ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม พร้อมทั้งข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ก. ความชัดเจนของสถานการณ์และความหลากหลายของตัวอย่างในสถานการณ์

<u>โจทย์เดิม</u>

วิลเลี่ยมและคริสได้เดินทางไปเมืองหลวงเพื่อเข้าชมนิทรรศการยิ่งใหญ่ที่จัดขึ้น เมื่อเข้าไปก็พบเจอกับรูปภาพต่าง ๆ มากมาย ภายในห้องมีรูปภาพเวกเตอร์อยู่ด้วยกัน 6 ภาพ วางเรียงกันเป็นแนวหน้ากระดาน โดยภาพที่ 1 เป็นภาพที่ถูกผ้าม่านปิดไว้ และภาพที่ 2 เป็นภาพที่มีอยู่ก่อนแล้ว ส่วนภาพที่เหลือเป็นภาพที่ถูกสร้างขึ้นโดยมีแรงบันดาลใจมากจาก 2 ภาพก่อนหน้า



โดยในแต่ละภาพมีคำอธิบายประกอบใต้ภาพดังนี้

ภาพที่ 1 มองไม่เห็นข้อความเนื่องจากถูกผ้าม่านปิดไว้

ภาพที่ 2 ขนาด $\sqrt{2}$ หน่วย

ภาพที่ 3 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

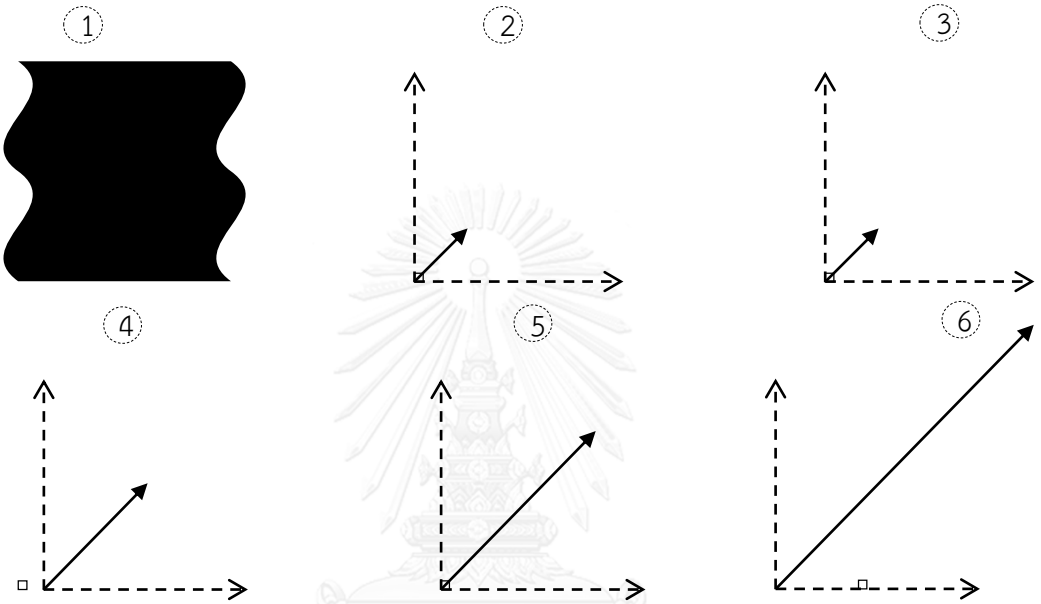
ภาพที่ 4 จุดเริ่มต้น ณ (0,0,0) และจุดสิ้นสุด ณ (0,2,2)

ภาพที่ 5 $0\bar{\mathrm{i}} + 3\bar{\mathrm{j}} + 3\bar{\mathrm{k}}$

ภาพที่ 6 $\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

วิลเลี่ยมและคริสได้เดินทางไปเมืองหลวงเพื่อเข้าชมนิทรรศการยิ่งใหญ่ที่จัดขึ้น ซึ่งในนิทรรศการเขาได้พบเจอกับรูปภาพต่าง ๆ มากมาย ภายในห้องมีรูปภาพเวกเตอร์อยู่ด้วยกัน 6 ภาพ วางเรียงกันเป็นแนวหน้ากระดาน โดยสองภาพแรกเป็นภาพต้นฉบับที่มีอยู่ก่อนแล้ว แต่ภาพแรกได้ถูกผ้าม่านบังไว้ ส่วนภาพที่เหลือเป็นภาพที่ถูกสร้างขึ้นโดยมีแรงบันดาลใจมาจาก 2 ภาพก่อนหน้า



โดยในแต่ละภาพมีคำอธิบายประกอบใต้ภาพดังนี้

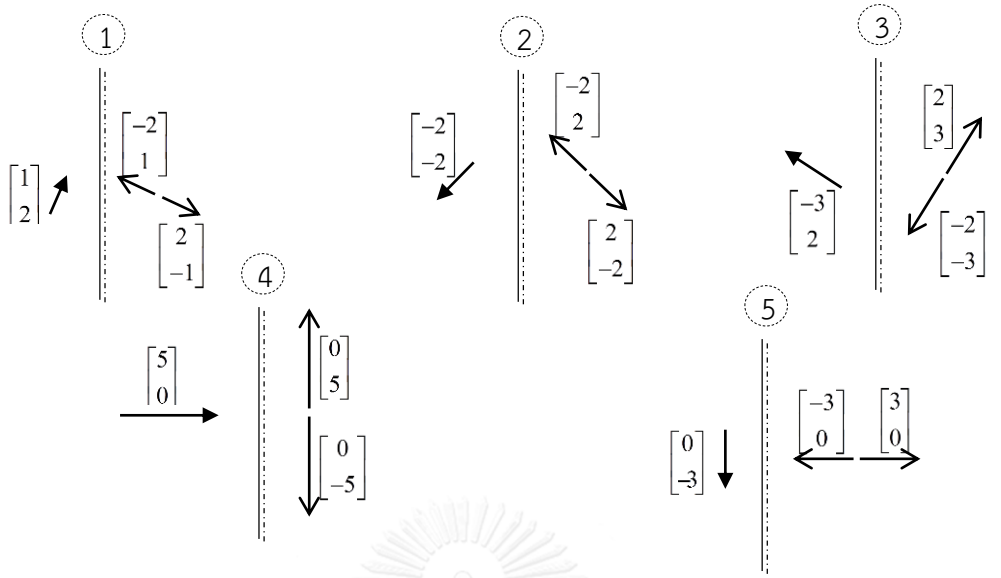
ภาพที่ 1 มองไม่เห็นข้อความเนื่องจากถูกผ้าม่านปิดไว้

ภาพที่ 2 $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ ภาพที่ 3 $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

ภาพที่ 4 $\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$ ภาพที่ 5 $\begin{bmatrix}3\\3\end{bmatrix}$ ภาพที่ 6 $\begin{bmatrix}5\\5\end{bmatrix}$

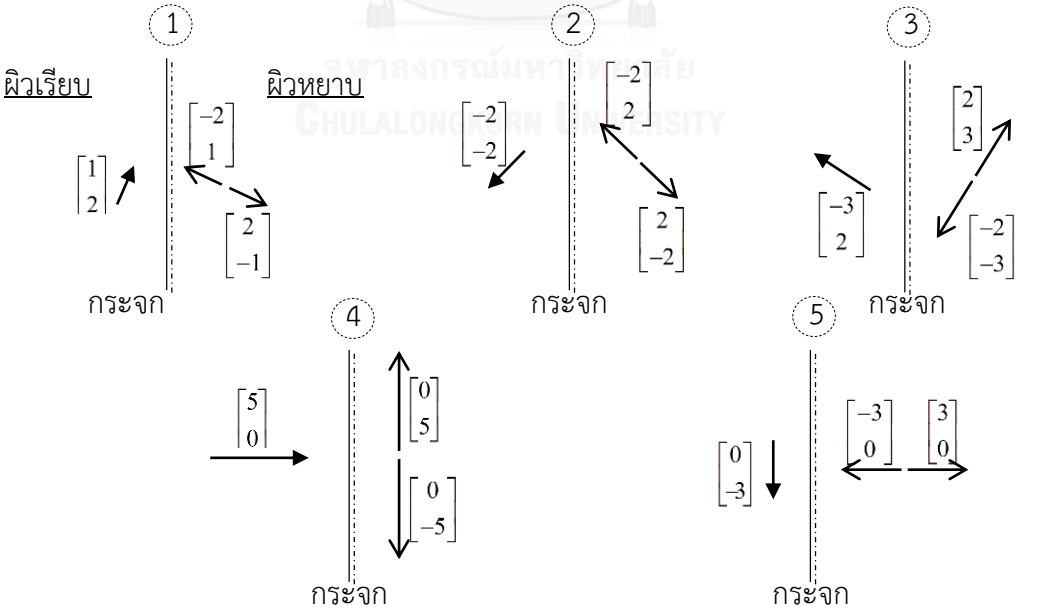
<u>โจทย์เดิม</u>

คังซอลได้พบกับกระจกบานหนึ่งที่เมื่อเขาวางวัตถุชิ้นหนึ่งไว้ที่ฝั่งผิวเรียบแล้วจะทำให้เกิดภาพอีกฝั่งหนึ่งที่เป็นผิวหยาบและรูปร่างของวัตถุที่ปรากฏนั้นก็เปลี่ยนไปจากวัตถุเดิม จากนั้นคังซอลจึงทำการทดลองโดยการนำเวกเตอร์แบบต่าง ๆ มาทำการทดลองเพื่อสังเกตหลักการทำงานของกระจกดังกล่าว ผลปรากฏได้ดังรูป



โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

คังซอลได้พบกับกระจกบานหนึ่งที่เมื่อเขาวางวัตถุชิ้นหนึ่งไว้ที่ฝั่งผิวเรียบแล้วจะทำให้เกิดภาพอีกฝั่งหนึ่งที่เป็นผิวหยาบและรูปร่างของวัตถุที่ปรากฏนั้นก็เปลี่ยนไปจากวัตถุเดิม จากนั้นคังซอลจึงทำการทดลองโดยการนำเวกเตอร์แบบต่าง ๆ มาวางไว้ที่ฝั่งผิวเรียบแล้วสังเกตหลักการทำงานของกระจกดังกล่าว ผลปรากฏได้ดังรูป



ข. ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ในข้อคำถามย่อย

ข้อคำถามเดิม

ภาพที่ 2 ถึงภาพที่ 6 คำอธิบายใต้ภาพอธิบายอะไรเกี่ยวกับภาพที่ปรากฏ จงอธิบาย **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไข

คำอธิบายใต้ภาพของภาพที่ 2 ถึงภาพที่ 6 มีความสัมพันธ์อย่างไรกับภาพที่ปรากฏ จงอธิบาย **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

ข้อคำถามเดิม

จากตัวอย่างการแปลงเวกเตอร์ เมื่อใส่เวกเตอร์ตั้งต้นแล้วคำสั่งใดบ้างที่ทำให้ได้เวกเตอร์ใหม่เหมือนกัน **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไข

จากตัวอย่างการแปลงเวกเตอร์ เมื่อใส่เวกเตอร์ตั้งต้นแล้วคำสั่งใดบ้างที่ทำให้ได้เวกเตอร์ผลลัพธ์กับเวกเตอร์ตั้งต้นเป็นเวกเตอร์เดียวกัน **(ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล)**

Chulalongkorn University

4.2.4.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนปทุมคงคา กรุงเทพมหานครฯ จำนวน 49 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและเป็นนักเรียนที่ได้เรียนเนื้อหา เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติมาแล้ว เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งสองฉบับเกี่ยวกับค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง

4.2.4.9 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน 49 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนมาวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบเกี่ยวกับค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก

ต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ค่าอำนาจจำแนก จะต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป และค่าความเที่ยงของแบบวัด ต้องมีค่า 0.60 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงเป็น	มีค่า	0.61
ค่าความยากเป็น	มีค่า	0.21 – 0.89
ค่าอำนาจจำแนกเป็น	มีค่า	0.11 – 0.51

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 3 ข้อ

4.2.4.10 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน จำนวน 3 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ดังนี้

ค่าความเที่ยงเป็น	มีค่า	0.68
ค่าความยากเป็น	มีค่า	0.21 – 0.63
ค่าอำนาจจำแนกเป็น	มีค่า	0.27 – 0.51

4.2.4.11 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 3 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียน

บันทึกการเรียนรู้ เพื่อใช้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เพื่อใช้สำหรับกลุ่มควบคุม

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

5.1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัยจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อขอความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร

5.2 ขั้นดำเนินการทดลอง

5.2.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องทำแบบวัดความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จากนั้นนำคะแนนของนักเรียนทั้งสองห้องมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

5.2.2 ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองแบบวัดของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบวัดทั้งสองของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

5.2.3 ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มทดลอง และดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติกับกลุ่มควบคุม

5.2.4 ผู้วิจัยทำการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยทำการสอนกลุ่มละ 4 คาบต่อสัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ตามชั่วโมงปกติที่ทางโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์จัดไว้สำหรับการสอนเนื้อหา เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

5.2.5 เมื่อดำเนินการทดลองสอนครบตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง โดยใช้แบบวัดความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

คำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน แล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ SPSS (Statistical Package for the Social Science) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Independent Sample t-test)

6.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Independent Sample t-test)

6.3 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Paired Sample t-test)

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

7.1 สถิติที่ใช้ตรวจคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

7.1.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของ Cronbach ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1-\frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^{\,2}}{S_t^{\,2}}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบวัด

k แทน จำนวนข้อสอบของแบบวัด

$S_i^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของแบบวัดในแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของแบบวัดทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544)

7.1.2 หาความยาก (p) ของแบบวัดความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของ Whitney and Sabers ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{min})}{n_t(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

7.1.3 หาอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของ Whitney and Sabers ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ SPSS (Statistical Package for the Social Science) เพื่อหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) การทดสอบค่าที (t-test) และการทดสอบค่าเอฟ (F-test)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวม ผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ซึ่งนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์

การเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2.1 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์

การเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงดังตาราง 7

ตาราง 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนหลังเรียน		t	Sig.
		$\bar{x}$	S.D.		
กลุ่มทดลอง	29	23.90	2.257	.967	.169
กลุ่มควบคุม	27	23.26	2.669		

$* p < .05$

จากตาราง 7 พบว่า คะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 23.90 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.257 และคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 23.26 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.669 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (Independent Sample t-test) พบว่า คะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้และกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2.1 การเปรียบเทียบการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตาราง 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ กับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนหลังเรียน		t	Sig.
		$\bar{x}$	S.D.		
กลุ่มทดลอง	29	14.45	2.369	2.324	.012*
กลุ่มควบคุม	27	13.00	2.287		

$* p < .05$

จากตาราง 8 พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14.45 จากคะแนนเต็ม 18 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.369 และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 13.00 จากคะแนนเต็ม 18 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.287 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (Independent Sample t-test) พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตาราง 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ก่อนเรียนและหลังเรียน (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)

นักเรียนกลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	S.D.	t	Sig.
คะแนนก่อนเรียน	29	10.62	3.717	5.107	.000*
คะแนนหลังเรียน	29	14.45	2.369		

$* p < .05$

จากตาราง 9 พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 10.62 จากคะแนนเต็ม 18 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.717 และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 14.45 จากคะแนนเต็ม 18 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.369 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที (Paired Sample t-test) พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย มีวัตถุประสงค์ในการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ประชากรของการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนมัธยมในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจังหวัด (กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ จากการสำรวจพบว่า ในปี 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 10 ห้องเรียน โดยเป็นห้องเรียนวิทย์-คณิต จำนวน 4 ห้อง ห้องเรียนศิลป์-คำนวณ จำนวน 2 ห้อง และห้องเรียนศิลป์-ภาษา จำนวน 4 ห้อง โดยผู้วิจัยนำคะแนนสอบปลายภาครายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนห้องเรียนวิทย์-คณิตและศิลป์-คำนวณ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแล้วทำการเลือกนักเรียนห้องที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง 5/1 และ

ห้อง 5/2 และนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบที (t-test) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยเลือกห้องเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้วิธีสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) ด้วยวิธีการจับสลาก ได้ผลว่า นักเรียนห้อง ม.5/2 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ และนักเรียนห้อง ม.5/1 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองจำนวน 13 แผน และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 13 แผน ใช้ในการสอนทั้งหมด 18 คาบ โดยทั้ง 2 รูปแบบเป็นแผนที่ใช้สอนคาบเดี่ยวจำนวน 8 แผน และแผนที่ใช้สอนคาบคู่จำนวน 5 แผน ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ประกอบไปด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ บันทึกหลังการสอน สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมความพร้อมก่อนเรียน ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และขั้นสรุป โดยในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองจะเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษา

ตรวจสอบพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยพิจารณาพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความคิด ความเข้าใจของนักเรียนที่เกิดจากการได้เรียนรู้และได้รับประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และความสัมพันธ์เกี่ยวกับที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณ การดำเนินการโดยใช้สัญลักษณ์ และความรู้เกี่ยวกับวิธีการดำเนินการตามขั้นตอนที่มีความเฉพาะในแต่ละสาระวิชาคณิตศาสตร์ ลักษณะของแบบวัดเป็นข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน (ใช้จริง 30 ข้อ) ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาตามหลักสูตรของโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ จากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนเสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแล้วแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหาที่ต้องการจะวัด ความชัดเจนของภาษาในการเขียนข้อคำถาม และข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อผู้วิจัยดำเนินการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำแล้วจึงนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และใช้ฉบับหลังเรียนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง สำหรับผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า

- แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.71 ค่าความยากเป็น 0.23 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.23 – 0.72

- แบบวัดวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.81 ค่าความยากเป็น 0.21 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.21 – 0.52

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือ 1) ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล 2) ความสามารถในการสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุป และ 3) ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป ลักษณะของแบบวัดเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน (ใช้จริง 3 ข้อ) ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาตามหลักสูตรของโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์ จากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนเสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแล้วแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหาที่ต้องการจะวัด ความชัดเจนของภาษาในการเขียนข้อคำถาม ความสอดคล้องของคำถามย่อยกับนิยามเชิงปฏิบัติการ และข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อผู้วิจัยดำเนินการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำแล้วจึงนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และใช้ฉบับหลังเรียนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง สำหรับผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.73 ค่าความยากเป็น 0.36 – 0.42 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.38 – 0.65
- แบบวัดวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.68 ค่าความยากเป็น 0.21 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.27 – 0.51

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการสอนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยมีการดำเนินการเตรียมการก่อนการทดลอง ดังนี้

1) ติดต่อผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์ ขอความร่วมมือในการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ไปทดลองใช้

2) ชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย ขั้นตอนการวิจัย แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการประเมินผลของกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และครูที่รับผิดชอบการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์

3) ประสานความร่วมมือในการกำหนดตารางสอน และขอบเขตเนื้อหาที่ใช้กระบวนการเรียนการสอนกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4) ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์

5) ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

2. ขั้นก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการก่อนการทดลอง ดังนี้

1) ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 75 นาที

ในขั้นนี้ผู้วิจัยพบว่า คะแนนแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17.62 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.51 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16.19 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.90

2) ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 50 นาที

ในขั้นนี้ผู้วิจัยพบว่า คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10.55 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.72 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10.93 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.40

3. ขั้นดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ กลุ่มละ 4 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 18 คาบ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โดยสอนตามชั่วโมงของโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระ-บรมราชินูปถัมภ์ และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 14 พฤศจิกายน 2559 ถึงวันที่ 16 ธันวาคม 2559

4. ขั้นดำเนินการหลังการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Independent Sample t-test)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Independent Sample t-test)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบน-มาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (Paired Sample t-test)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้และนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

1. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้และนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะห้องควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกตินั้นมีการใช้การแนะแนวทางให้กับนักเรียนเช่นเดียวกับห้องทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ โดยใน

ห้องควบคุมเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับเนื้อหาที่สอนไปนั้น ผู้วิจัยมักใช้การถามนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดและนำไปหาคำตอบได้ด้วยตนเองก่อนจึงค่อยทำการอธิบายอีกครั้งภายหลัง เช่น จุดบนระนาบในระบบพิกัดฉากสามมิติ นักเรียนเกิดข้อสงสัยว่าพิกัด (0,0,0) นั้นอยู่บนระนาบใด ผู้วิจัยจึงใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบว่า หากพิกัดนั้นอยู่บนระนาบ XY พิกัดจะมีลักษณะเป็นอย่างไร เช่นเดียวกับ ระนาบ XZ และระนาบ YZ โดยในบางครั้งนักเรียนจะสามารถหาคำตอบได้ด้วยตนเอง หรือปรึกษากับเพื่อน และหลังจากนักเรียนได้คำตอบแล้วผู้วิจัยจึงทำการอธิบายอีกครั้ง ซึ่งสอดคล้องกับ NCTM (1991) ที่กล่าวว่า การใช้คำถามของครูในการถามให้นักเรียนเกิดการพูดคุยถกเถียงเป็นทางหนึ่งสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Rosenshine (1976; อ้างถึงใน Sahin and Kulm, 2008) ที่พบว่า นักเรียนจะสามารถเรียนรู้ได้ดีเมื่อถูกถามจากคำถามที่มีคำตอบชัดเจน เช่น การถามถึงบทนิยาม การถามถึงคำตอบของผลลัพธ์ที่ได้ หรือการถามถึงกระบวนการต่อไปที่ต้องใช้ นอกจากนี้ได้มีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นรูปธรรม ให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ร่วมกันของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ในเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ที่มีลักษณะเชิงเรขาคณิต และพีชคณิต เช่น สื่อประดิษฐ์ระบบพิกัดฉากสามมิติ สื่อที่เป็นรูปภาพผ่านโปรแกรมสำเร็จรูป geogebra, geometer 's sketchpad ซึ่งตรงกับคำกล่าวของ Ball (1992) ที่กล่าวว่า การใช้สื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เห็นได้ชัด จับต้องได้เป็นส่วนสำคัญที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วัชรสันต์ อินธิสาร (2547) ที่พบว่า การใช้โปรแกรม geometer 's sketchpad ส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เช่นเดียวกับงานวิจัยของ ชยุตม์ ล้อธีรพันธ์ (2558) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่ใช้โปรแกรม geogebra และกลุ่มที่ใช้โปรแกรม geometer 's sketchpad ประกอบการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เหตุผลอีกประการหนึ่งอาจจะเป็นเพราะลักษณะของข้อสอบในแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ส่วนใหญ่เมื่อพิจารณาตามทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bloom (Bloom’s Taxonomy) แล้วพบว่า ข้อสอบในแบบวัดส่วนใหญ่เป็นการวัดที่อยู่ในระดับรู้จำ เข้าใจ และมีจำนวนข้อสอบที่วัดในระดับสูงไม่มาก โดยสังเกตได้จากคะแนนผลการทดสอบที่ได้จากการใช้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มมีคะแนนเฉลี่ยที่ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในเกณฑ์ที่สูงกว่า 75 เปอร์เซ็นต์ทำให้สรุปได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับที่ผู้วิจัย

ได้สร้างขึ้นได้ จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถแยกแยะความแตกต่างด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้อย่างชัดเจน

ถึงแม้ผลจากการวิจัยที่ได้จะไม่สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 แต่จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ผู้วิจัยพิจารณาขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า ทั้ง 3 ขั้น ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ชัดเจน เนื่องจากนักเรียนจะได้สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ทราบถึงที่มาของมโนทัศน์รวมถึงกระบวนการในการนำมโนทัศน์ไปใช้ได้อย่างถูกต้อง ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นการสำรวจ นักเรียนจะได้มีส่วนร่วมกับกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเป็นผู้สังเกตตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการนำไปใช้สร้างมโนทัศน์ผ่านชุดคำถามที่ครูเตรียมไว้แล้วนำข้อมูลสำคัญมาจดบันทึก ซึ่งผู้วิจัยสังเกตเห็นว่าเมื่อนักเรียนได้ทำการหาข้อมูลต่าง ๆ ด้วยตนเอง นักเรียนจะมีการพูดคุยปรึกษาและเปรียบเทียบข้อมูลที่ตนเองได้กับเพื่อนที่ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมระหว่างการเรียนการสอนและเกิดความสนใจในการเรียน และช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ที่จะสร้างได้ชัดเจน ขั้นที่ 2 ขั้นการสร้างมโนทัศน์ นักเรียนจะได้นำข้อมูลที่ได้ในขั้นการสำรวจมาใช้ในการสร้างมโนทัศน์ร่วมกับการแนะแนวทางของครู และได้ทดลองนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ จากการสังเกตพบว่า นักเรียนได้มีการพูดคุย โต้เถียงกันระหว่างเพื่อนนักเรียนถึงมโนทัศน์ที่น่าจะเป็นไปได้จากข้อมูลที่นักเรียนสำรวจได้จนนำไปสู่ข้อสรุปที่เป็นไปได้มากที่สุด แล้วนำมาข้อสรุปที่ได้มาเขียนบันทึกตามความเข้าใจของตนเอง หลังจากนั้นผู้วิจัยจะทำการอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์ดังกล่าวอีกครั้ง ที่จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ไปในแนวทางเดียวกัน และจากการตรวจสอบความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ถูกต้อง และขั้นที่ 3 ขั้นการนำไปใช้ นักเรียนจะได้นำมโนทัศน์ที่ได้สร้างไปมาฝึกใช้กับโจทย์คณิตศาสตร์และฝึกการประยุกต์มโนทัศน์ดังกล่าวไปใช้ร่วมกับมโนทัศน์อื่น ๆ ในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนยิ่งขึ้น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจถึงกระบวนการในการนำไปใช้ของมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง

2. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องจากเหตุผลหลายประการ ดังนี้

ประการที่หนึ่ง การกระตุ้นการคิดจากการใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางอย่างเป็นขั้นตอนตั้งแต่การแนะแนวทางในการสืบสอบ สำรวจหาข้อมูลที่จำเป็น แนะแนวทางให้นักเรียนมีการคิดอย่างเป็นลำดับในการนำผลจากการสืบสอบไปใช้หาความสัมพันธ์เพื่อนำมาสรุปเป็นมโนทัศน์ จนถึง

การแนะแนวทางในการนำมโนทัศน์ไปประยุกต์ใช้กับโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นักเรียนจะได้เป็นคนสร้างมโนทัศน์ผ่านการสังเกตเพื่อหาข้อมูลสำคัญ ทำการพูดคุยเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้ รวมถึงเกิดการตรวจสอบโดยการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ระหว่างตนเองกับเพื่อน จนนำไปสร้างเป็นมโนทัศน์ด้วยตนเองผ่านการแนะแนวทางของครูตามสถานการณ์ แล้วครูจึงเป็นผู้ทำการสรุปมโนทัศน์ดังกล่าวอีกครั้งเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้อง ชัดเจน และเป็นไปในแนวทางเดียวกัน ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2545) ที่กล่าวว่า การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง ควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองก่อน แล้วครูจึงช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ หรือยังมีข้อบกพร่องที่ไหนอย่างไร และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ที่ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า หลังการทดลอง กลุ่มทดลองที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เช่นเดียวกับ เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การสอนแบบสืบสอบ 6 ขั้น ในเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน เปรียบเทียบ 2 ห้องเรียน พบว่า หลังการทดลองกลุ่มทดลองที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประการที่สอง การใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่ให้นักเรียนทำการเขียนสรุปสาระสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ที่ได้เรียนรู้ด้วยภาษาของตนเอง การเขียนอธิบายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน และเขียนสะท้อนความรู้สึกเกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเองในสิ่งที่เข้าใจและยังไม่เข้าใจ หรือเขียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาหรือกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบ โดยจากการให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีการนำสิ่งที่นักเรียนยังไม่เข้าใจมาเขียนในบันทึกการเรียนรู้เพื่ออธิบายถึงสิ่งที่นักเรียนสงสัย ซึ่งจากการสังเกตนักเรียนส่วนใหญ่เมื่อเกิดข้อสงสัยมักไม่กล้าถามระหว่างเรียนในห้องเรียน จากนั้นผู้วิจัยจะนำแบบบันทึกการเรียนรู้มาตรวจและให้ผลตอบกลับในสิ่งที่นักเรียนได้เขียนถามเกี่ยวกับข้อสงสัย หรือสิ่งที่นักเรียนอาจยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเป็นรายบุคคล จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าสอดคล้องกับ วรนารถ อยู่สุข (2555) ที่กล่าวว่า ในการพัฒนา

ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ครูต้องจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ได้ให้เหตุผลผ่านการอธิบายและเขียนบรรยาย โดยมีการปฏิบัติกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ วางแผนการปฏิบัติกิจกรรมหรือสร้างข้อคาดการณ์/ข้อสรุป และการตัดสินใจหรือยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล และสอดคล้องกับงานวิจัยของ (Liebars (1997)) ที่พบว่า การใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนได้คิดอย่างรอบคอบ ค่อยเป็นค่อยไป และได้สะท้อนความคิดหรือสิ่งที่ตนเองเข้าใจของตนเอง

3. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้มีความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นที่ 1 ขั้นการสำรวจ เมื่อนักเรียนได้ทำการหาข้อมูลสำคัญจากการสังเกตตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยเตรียมมาให้ พบว่า นักเรียนมีการเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลที่ตนเองค้นพบกับเพื่อน และเมื่อได้ข้อมูลที่ไม่ตรงกัน นักเรียนจะทำการพูดคุยแลกเปลี่ยนถึงที่มาของคำตอบที่แต่ละคนได้จนกระทั่งได้ข้อมูลที่ทั้งตนเองและเพื่อนยอมรับ ในขั้นที่ 2 ขั้นการสร้างมโนทัศน์ นักเรียนจะได้หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้เพื่อนำมาสรุปเป็นมโนทัศน์ โดยในระหว่างขั้นนี้ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนมีการพูดคุย เปรียบเทียบข้อสรุปที่ได้ของตนเองกับเพื่อน และเมื่อได้ข้อสรุปที่ไม่ตรงกันนักเรียนจะพยายามหาข้อมูล เหตุผลมาอธิบายถึงความต่างของข้อสรุปของตนเองกับเพื่อน แล้วจึงนำมาเขียนตามความเข้าใจที่ได้ในภาษาของตนเอง และหลังจากนั้นเมื่อผู้วิจัยได้ทำการอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์ดังกล่าวอีกครั้ง นักเรียนที่ได้ข้อสรุปยังไม่ครบถ้วน หรือมีความคลาดเคลื่อน ก็จะเกิดคำถามและพยายามหาข้อมูลเพิ่มเติม เช่น ในการสรุปมโนทัศน์ของการขนานกันระหว่างเวกเตอร์ มีนักเรียนบางกลุ่มเขียนข้อสรุปไม่ถูกต้องครบถ้วน โดยขาดใจความสำคัญในเรื่องทิศทางของเวกเตอร์ ผู้วิจัยจึงถามนักเรียนว่า เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกันจะขนานกันเสมอหรือไม่ พบว่า มีนักเรียนได้ทำการถกเถียงเกี่ยวกับข้อสรุปที่ได้อีกครั้งจนได้ข้อสรุปที่ชัดเจนขึ้น และในขั้นที่ 3 ขั้นการนำไปใช้ นักเรียนจะได้ฝึกใช้มโนทัศน์และเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งนักเรียนจะได้ทบทวนและสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ตนเองเข้าใจและยังไม่เข้าใจ รวมถึงการไตร่ตรองความคิดเพื่อเขียนบันทึกการเรียนรู้ในการสะท้อนความรู้สึกเกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์ในคาบนั้น

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กล่าวมาทั้ง 3 ขั้น นักเรียนจะได้ใช้ทั้งกระบวนการสืบสอบแบบแนะแนวทางผ่านวงจรการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการสืบสอบและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่จะช่วยให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิดของตนเองผ่านการพูดและผ่านการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับ สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ที่กล่าวว่า แนวทางหนึ่ง

ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิด โดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล และควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และจากการกล่าวของ Lawson (1995) ว่าการใช้วงจรการเรียนรู้ซึ่งเป็นกระบวนการตามการสืบสอบในการเรียนการสอนมีความสอดคล้องกับแนวทางที่ทำให้นักเรียนได้เกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ผ่านการแสดงความคิดเห็น โต้แย้ง และการทดสอบความคิดเห็นของตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์และการพัฒนาแบบแผนการให้เหตุผล นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ เกรียงไกร อภัยวงศ์ (2548) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้วงจรการเรียนรู้แบบการตั้งสมมติฐานนิรนัยในวิชาชีววิทยา ที่แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนผ่านการข้อคำถามเชิงสาเหตุของครู พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการใช้วงจรการเรียนรู้แบบการตั้งสมมติฐานนิรนัยในวิชาชีววิทยามีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลเชิงวิทยาศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ภูมิฤทัย วิทยวิจิน (2556) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ซึ่งเป็นกระบวนการที่เน้นให้นักเรียนได้สังเกต คิดวิเคราะห์ จัดกลุ่ม อธิบายเหตุผล หาความสัมพันธ์เพื่อสร้างข้อสรุป และนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำแก่นักเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน

1. ในการกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ในระยะแรกนักเรียนอาจไม่คุ้นเคยกับกระบวนการเรียนการสอน จึงอาจเป็นสาเหตุให้การดำเนินในแต่ละขั้นใช้เวลามาก ครูจึงต้องให้เวลากับนักเรียนในการคิดและสร้างบรรยากาศการเรียนที่ไม่กดดันนักเรียนระหว่างกิจกรรมมากเกินไปที่อาจทำให้นักเรียนไม่ให้ความสนใจในกิจกรรมได้

2. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะต้องสามารถทำให้นักเรียนสังเกตข้อมูลสำคัญที่จะนำมาสร้างมโนทัศน์ได้ ไม่มีข้อมูลที่ไม่จำเป็นมากจนเกินไป

และพยายามใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นรูปธรรมหรือผ่านโปรแกรมสำเร็จรูปที่จะสามารถทำให้นักเรียนเกิดความสนใจในการทำกิจกรรม

3. ครูต้องจัดเตรียมคำถามที่จะใช้ในการแนะแนวทางนักเรียนให้ครอบคลุมที่สุด เพื่อที่จะสามารถแนะแนวทางนักเรียนได้อย่างต่อเนื่องตามสถานการณ์ในการสร้างมโนทัศน์

4. การใช้การเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่นักเรียนต้องเขียนรายละเอียดที่เยอะอาจไม่เหมาะกับบริบทของนักเรียนไทยในปัจจุบันที่ยังไม่ได้ถูกฝึกการสื่อสารผ่านการเขียนมากพอ ในเรื่องการเขียนสรุปใจความ อธิบายประสบการณ์ หรือการสื่อสารความคิดเกี่ยวกับข้อสงสัยทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูควรปรับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ให้นักเรียนเขียนเฉพาะสิ่งที่สำคัญ ข้อความที่เป็นใจความสำคัญของมโนทัศน์ที่ได้ และควรปรับรูปแบบของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ให้มีความหลากหลายเพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้

5. ในระหว่างการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นครูควรชี้แจงให้ละเอียดให้ครบถ้วนถึงขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติในระหว่างการเรียนการสอน และคอยบอกถึงขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องทำ เช่น ให้นักเรียนเริ่มค้นหาข้อมูลสำคัญ ให้นักเรียนเขียนข้อมูลสำคัญที่นักเรียนได้ในแบบบันทึกการเรียนรู้ ให้นักเรียนเขียนสรุปมโนทัศน์ที่ตนเองเข้าใจ เพื่อให้นักเรียนรู้ว่าต้องทำอะไรบ้าง และทำอย่างเป็นขั้นตอน

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยในครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากในการวิจัยที่ผ่านมานั้น ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ได้ถูกต้องชัดเจน และเป็นผู้ที่สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากระหว่างกระบวนการวิจัย ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการพูดอธิบายแนวคิด และผ่านการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่สามารถเขียนได้เข้าใจและชัดเจนมากขึ้น

3. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ เช่น geogebra, GSP เพื่อพัฒนามโนทัศน์ที่เป็นเนื้อหาเชิงพีชคณิตและเรขาคณิต เช่น ฟังก์ชัน หรือพัฒนาการให้เหตุผล

เชิงพีชคณิตและเรขาคณิต เนื่องจากในการวิจัยที่ผ่านมา ผู้วิจัยพบว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปช่วยในนักเรียนมองภาพความเชื่อมโยงระหว่างความเป็นพีชคณิตและเรขาคณิตได้ดีขึ้นและเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์, 46*(530-532), 54-58.

เกรียงไกร อภัยวงศ์. (2548). *ผลของการเรียนการสอนชีววิทยาโดยใช้วงจรการเรียนรู้แบบการตั้งสมมติฐานนิรมัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงวิทยาศาสตร์และมโนทัศน์ชีววิทยาของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย*. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกษณีย์ ยอดไฟอินทร์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชยุตม์ ล้อธีรพันธ์. (2558). *การเปรียบเทียบการใช้โปรแกรม GSP กับโปรแกรม GeoGebra ประกอบการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.

ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์. (2542). *ผลของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย*. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2539). การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21. *วารสาร สสวท., 24*(92), 12.

ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (2548). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพมหานคร: เอส พี เอ็น การพิมพ์.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มติชนออนไลน์. (2559). *เผยผลประเมิน TIMSS 2015 วิชาคณิต-วิทย์ ม.2 นักเรียนไทยอยู่อันดับ 26-27 จาก 39 ประเทศ*. Retrieved from: http://www.matichon.co.th/news/377418

วรนารถ อยู่สุข. (2555). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์*. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วัชรสันต์ อินธิสาร. (2547). *ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้โปรแกรม The Geometers Sketchpad.* (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศุภลักษณ์ ครุฑคง. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2.* (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศูนย์ปฏิบัติการกระทรวงศึกษาธิการ. (2557). *อันดับการศึกษาไทยใน PISA 2012*. Retrieved from: http://www.moc.moe.go.th/upload/january57.pdf

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559a). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2558*. Retrieved from: http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2558.pdf

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559b). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558*. Retrieved from:

http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM6_2558.pdf

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2560a). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2559*. Retrieved from: http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2559.pdf

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2560b). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2559*. Retrieved from: http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM6_2559.pdf

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: ส.เจริญการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สมุทรปราการ: บริษัท แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส จำกัด.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาการคุณภาพวิชาการ.

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). *ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์*. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2.* (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โสภณ บำรุงสงฆ์, & สมหวัง ไตรต้นสงศ์. (2520). *เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่*. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

โสมรัศมิ์ ดาหลาย. (2551). *ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชันมัธยมศึกษาปีที่ 1.* (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อลิสรา ชมชื่น. (2550). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการใช้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Abruscato, J. (1992). *Teaching children science* (3 ed.). Boston: Allyn and Bacon.

Alm, C. T. (1996). Using student journals to improve the academic quality of internships. *Journal of Education for Business, 72*(2), 113-115.

Arends, R. L. (1998). *Learning to Teach*. U.S.A.: McGraw-Hill.

Artzt, A., & Yaloz-Femia, S. (1999). Mathematical reasoning during small-group problem solving. *Developing mathematical reasoning in grades K-12, 61*, 115.

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1968). Educational psychology: A cognitive view.

Bagley, T., & Gallenberger, C. (1992). Assessing Students' Disposition: Using Journal to Improve Students' Performance. *Mathematics Teacher, 85*(8), 660-663.

Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator: The Professional Journal of the American Federation of Teachers, 16*(2).

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*: Prentice Hall.

Baxter, J. A., Woodward, J., & Olson, D. (2005). Writing in mathematics: an alternative form of communication for academically low-achieving students. *Learning Disabilities Research & Practice, 20*(2), 119-135.

Berenson, S. B., & Carter, G. S. (1995). Changing assessment practices in science and mathematics. *School Science and Mathematics, 95*(4), 182-186.

Bicer, A., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2013). Integrating writing into mathematics classroom to increase students' problem solving skills. *International Online Journal of Educational Sciences, 5*(2), 361-369.

Borasi, R., & Rose, B. J. (1989). Journal writing and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 20*(4), 347-365.

Brown, N., Wilson, K., & Fitzallen, N. (2007). *Using an inquiry approach to develop mathematical thinking.* Paper presented at the meeting of AARE 2007 International Educational Research Conference.

Brown, P. L., & Abell, S. K. (2006). Examining the learning cycle. *Perspectives: Research & Tips to Support Science Education, K-6*.

Bruner, J. S. (1978). *Toward a theory of instruction*. Massachusetts: Bellena.

Burton, G. M. (1985). Writing as a Way of Knowing in a Mathematics Education Class. *Arithmetic Teacher, 33*(4), 40-45.

Cangelosi, S. (2003). *Teaching Mathematics in Secondary and Middle School*. U.S.A.: Pearson Education.

Carlson, J. L. (2008). *Effect of Theme-Based, Guided Inquiry Instruction on Science Literacy in Ecology*. Citeseer.

Chai, H. L. (2004). *The effects of using journal writing as an alternative assessment in a primary four mathematics classroom.*

Clark, R. C., & Lyons, C. (2004). *Graphics for learning: Proven guidelines for planning, designing, and evaluating visuals in training materials*: John Wiley & Sons.

Connor-Greene, P. A. (2000). Making connections: Evaluating the effectiveness of journal writing in enhancing student learning. *Teaching of Psychology, 27*(1), 44-46.

Cooney, T. J., Bell, K., Fisher-Cauble, D., & Sanchez, W. B. (1996). The demands of alternative assessment: What teachers say. *The Mathematics Teacher, 89*(6), 484.

Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of teaching secondary school mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.

De Cecco, J. P. (1968). *The psychology of learning and instruction: Educational psychology*: Prentice-Hall International, Inc. London.

Dougherty, B. J. (1996). The write way: A look at journal writing in first-year algebra. *The Mathematics Teacher, 89*(7), 556-560.

Farrell, J. J., Moog, R. S., & Spencer, J. N. (1999). A guided-inquiry general chemistry course. *J. Chem. Educ, 76*(4), 570.

Ferguson, K. (2010). Inquiry based mathematics instruction versus traditional mathematics instruction: The effect on student understanding and comprehension in an eighth grade pre-algebra classroom.

Frayer, D. A., Fredrick, W. C., & Klausmeier, H. J. (1969). *A schema for testing the level of concept mastery*: Wisconsin Univ. Research & Development Center for Cognitive Learning.

Fulwiler, T. (1982). The personal connection: Journal writing across the curriculum. *Language connections: Writing and reading across the curriculum*, 15-31.

Gialamas, S., Cherif, A., Keller, S., & Hansen, A. (2000). Using guided inquiry in teaching mathematical concepts. *The Illinois Mathematics Teacher Journal, 51*(1), 30-40.

Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for research in mathematics education*, 258-291.

Guilford, J. P., & Hoepfner, R. (1971). *The analysis of intelligence*: McGraw-Hill Companies.

Gunter, M. A., Ester, T. H., & Sduvad, J. (1995). *Instruction: a models approach*. Boston: Allyn and Bacon.

Hanson, D. M. (2006). *Instructor's guide to process-oriented guided-inquiry learning*: Pacific Crest Lisle, IL.

Hiemstra, R. (2001). Uses and benefits of journal writing. *New directions for adult and continuing education, 2001*(90), 19.

Joyce, B. R., Weil, M., & Calhoun, E. (1986). *Models of teaching* (Vol. 499): JSTOR.

Kennedy, L., Tipps, S., & Johnson, A. (1994). *Guiding children's learning of mathematics*: Cengage Learning.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*: Allyn and Bacon.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Kuhlthau, C. C., Maniotes, L. K., & Caspari, A. K. (2007). *Guided Inquiry: Learning in the 21st Century: Learning in the 21st Century*: ABC-CLIO.

Lasley, T. J., & Matczynski, T. J. (2002). *Strategies for teaching in a diverse society: Instructional models* (2 ed.). Belmont, California: Wadsworth.

Lauritzen, P. (2012). *Conceptual and procedural knowledge of mathematical functions*: University of Eastern Finland.

Lawson, A. E. (1995). *Science teaching and the development of thinking*: wadsworth publishing company.

Liebars, C. (1997). Journal Writing: A Model for Mathematics Teacher Education.

Marzano, R. J., & Rebra, J. (1997). *Dimensions of Learning*. Aurora, Co: Mc Rel Institute.

McIntosh, M. E. (1991). No time for writing in your class? *The Mathematics Teacher, 84*(6), 423-433.

Meier, J., & Rishel, T. (1998). *Writing in the teaching and learning of mathematics*: Cambridge University Press.

Mett, C. L. (1987). Writing as a learning device in calculus. *The Mathematics Teacher, 80*(7), 534-537.

Miller, L. D. (1991). Writing to learn mathematics. *The Mathematics Teacher, 84*(7), 516-521.

Nahrgang, C. L., & Petersen, B. T. (1986). Using writing to learn mathematics. *The Mathematics Teacher, 79*(6), 461-465.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*: Natl Council of Teachers of.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*: Natl Council of Teachers of.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1): National Council of Teachers of.

National Research council. (1996). *National science education standards*: National Academies Press.

Norwood, K. S., & Carter, G. (1994). Journal writing: an insight into students' understanding. *Teaching Children Mathematics, 1*(3), 146-149.

O'Daffer, P., & Thornquist, B. A. (1993). critical thinking mathematical reasoning and proof. *In research ideas for classroom, High School Mathematics*.

OECD. (2015). *PISA 2015 Results in Focus*. Retrieved from: http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of educational psychology, 93*(2), 346.

Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Readings from the Arithmetic Teacher. Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards*: ERIC.

Ruddell, R. B., & Ruddell, M. (1995). *Teaching children to read and write*: Allyn & Bacon.

Sahin, A., & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *Journal of mathematics teacher education, 11*(3), 221-241.

Schwarz, C. V., & Gwekwerere, Y. N. (2007). Using a guided inquiry and modeling instructional framework (EIMA) to support preservice K-8 science teaching. *Science education, 91*(1), 158-186.

Staples, M. (2007). Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *Cognition and Instruction, 25*(2-3), 161-217.

Star, J. R., & Stylianides, G. J. (2013). Procedural and conceptual knowledge: exploring the gap between knowledge type and knowledge quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 13*(2), 169-181.

Tan, T., & Garces-Bacsal, R. M. (2013). The effect of journal writing on mathematics achievement among high-ability students in Singapore. *Gifted and Talented International, 28*(1-2), 173-184.

Trends in International Mathematics and Science Study. (2015). *TIMSS 2015 Assessment Frameworks*. Retrieved from: http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15_Frameworks_Full_Book.pdf

Usiskin, Z. (1998). Paper-and-pencil algorithms in a calculator-and-computer age. *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, 7-20.

Wilson, J. W. (1971). Evaluation of learning in secondary school mathematics. *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*, 643-696.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ

   คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย

   คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. อาจารย์ สุภาดา ศิริขจร

   โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

   คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. อาจารย์ ดร.ธีรพงษ์ พงษ์พัฒนเจริญ

   คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. อาจารย์ สุภาดา ศิริขจร

   โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59-6097

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กันยายน 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-060-2140 E-mail: nut.kswp@gmail.com

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6102 **วันที่** กันยายน 2559
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ

ด้วย นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6099 **วันที่** กันยายน 2559
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ธีรพงษ์ พงษ์พัฒนเจริญ

ด้วย นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6100 **วันที่** กันยายน 2559
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

ด้วย นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/596104

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กันยายน 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ สุภาดา ศิริขจร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รักษาการแทนรองคณบดี
ปฏิบัติการแทนรักษาการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-060-2140 E-mail: nut.kswp@gmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6094

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กันยายน 2559

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์

ด้วย นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วย คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้เก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 083-060-2140 E-mail: nut.kswp@gmail.com

ภาคผนวก ค

เปรียบเทียบคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง
- คะแนนจากการทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง
- คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ พิจารณาจากคะแนนสอบปลายภาครายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตาราง 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคการเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

ห้อง	n	$\bar{x}$	S.D.	F	t	Sig. (2-tailed)
กลุ่มทดลอง	29	18.41	3.611	1.28	2.00	.051
กลุ่มควบคุม	27	16.26	4.443			

$* p < .05$

จากตาราง 10 พบว่า ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงสามารถสรุปได้ว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คะแนนจากการทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตาราง 11 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	F	t	Sig. (2-tailed)
กลุ่มทดลอง	29	17.62	3.509	3.89	1.27	.211
กลุ่มควบคุม	27	16.19	4.899			

$* p < .05$

จากตาราง 11 พบว่า จากการทดสอบค่าเอฟ (F-test) ความแปรปรวนของคะแนนจากการทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการทดสอบค่าที (t-test) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงสามารถสรุปได้ว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตาราง 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)

นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	**n**	$\bar{x}$	**S.D.**	**F**	**t**	**Sig. (2-tailed)**
กลุ่มทดลอง	29	10.55	3.717	.28	-.40	.693
กลุ่มควบคุม	27	10.93	3.396			

$*p < .05$

จากตาราง 12 พบว่า จากการทดสอบค่าเอฟ (F-test) ความแปรปรวนของคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการทดสอบค่าที (t-test) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงสามารถสรุปได้ว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ง
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ 1

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ **วิชา** คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32202) **ระดับชั้น** มัธยมศึกษาปีที่ 5

วันที่สอน 11พฤศจิกายน 2559 **เวลา** 5/1 – 13.20 – 15.00 **ระยะเวลา** 100 นาที

11พฤศจิกายน 2559 5/2 – 08.20 – 09.10 **ระยะเวลา** 100 นาที

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เวกเตอร์ในสามมิติ **เรื่อง** ระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

นิสิตฝึกประสบการณ์วิชาชีพ นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ **รหัสประจำตัวนิสิต** 578 34367 27

---

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของสามสิ่งอันดับได้
2. บอกอัฐภาคที่เกิดจากแกน X, Y และ Z ได้
3. วาดพิกัดของสามสิ่งอันดับได้

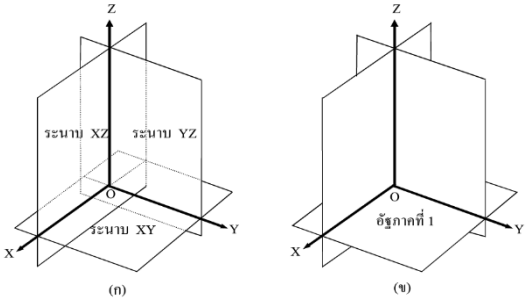
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ โดยการเขียนหรืออธิบายสัญลักษณ์แทนสามสิ่งอันดับได้ถูกต้อง

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. ให้ความร่วมมือในการตอบคำถามให้ห้องเรียน
2. มีความรับผิดชอบส่งงานตรงเวลา
3. ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย

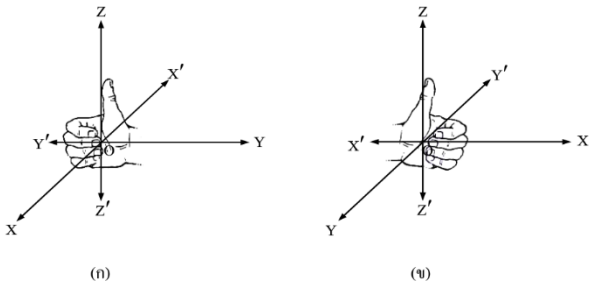
2. สาระสำคัญ



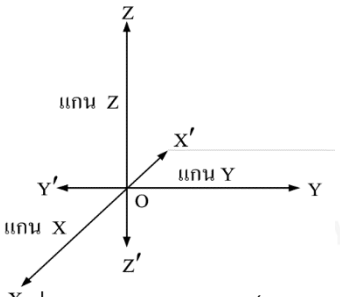
3. สาระการเรียนรู้

ระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

กำหนดเส้นตรง XX', YY' และ ZZ' เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด O และตั้งฉากซึ่งกันและกัน โดยการกำหนดทิศทางของเส้นตรงทั้งสามนั้นเป็นไปได้ 2 ระบบ คือ ระบบมือขวาหรือระบบมือซ้าย ดังรูปที่ (ก) และ (ข) ตามลำดับ แต่ในบทนี้จะกำหนดเส้นตรงดังกล่าวโดยใช้ระบบมือขวา

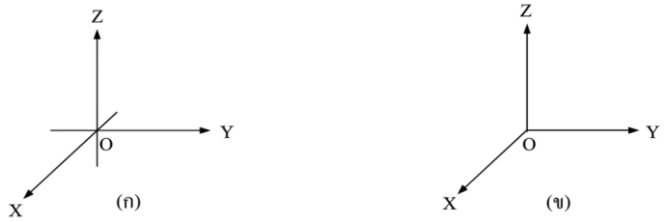


ถ้าเส้นตรงทั้งสามเป็นเส้นจำนวนจริง (real number line) จะเรียกเส้นตรง XX', YY' และ ZZ' ว่า **แกนพิกัด X แกนพิกัด Y** และ **แกนพิกัด Z** หรือเรียกสั้นๆ ว่า **แกน X** (x-axis) **แกน Y** (y-axis) และ **แกน Z** (z-axis) ตามลำดับ และเรียกจุด O ซึ่งเป็นจุดตัดของแกน X แกน Y และแกน Z ว่า **จุดกำเนิด** (origin) ดังรูป

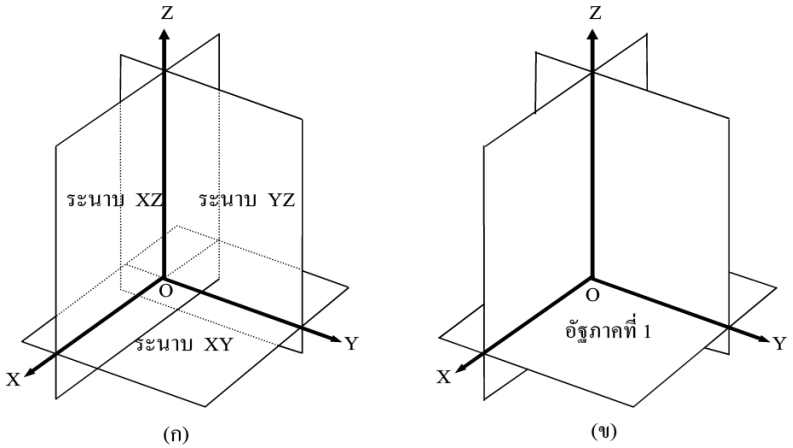


เรียกรังสี OX, OY และ OZ ว่า แกน X ทางบวก (positive x-axis) แกน Yทางบวก (positive y-axis) และแกน Z ทางบวก (positive z-axis) ตามลำดับ และเรียกรังสี OX', OY' และ OZ' ว่า แกน X ทางลบ (negative x-axis) แกน Yทางลบ (negative y-axis) และแกน Z ทางลบ (negative z-axis) ตามลำดับ

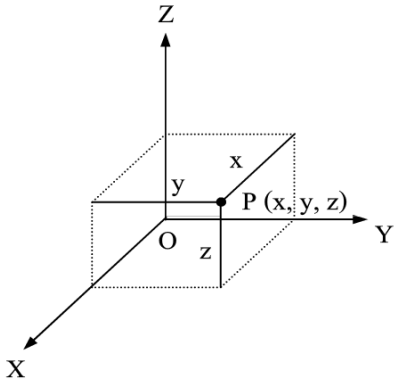
โดยทั่วไปเมื่อเขียนรูปพิกัดใน 3 มิติ นิยมเขียนเฉพาะ แกนX แกน Y และแกน Z ทางบวกซึ่งมีหัวลูกศรกำกับ ดังรูป (ก) หรือ (ข) โดยละทางลบไว้ในฐานที่เข้าใจ



แกนX แกน Y และแกน Z จะกำหนดระนาบขึ้น 3 ระนาบ เรียกว่า **ระนาบอ้างอิง** เรียกระนาบที่กำหนดด้วย แกน X และแกน Y ว่า **ระนาบอ้างอิง XY** ระนาบที่กำหนดด้วยแกน Y และแกน Z ว่า **ระนาบอ้างอิง YZ** และระนาบที่กำหนดด้วยแกน X และแกน Z ว่า **ระนาบอ้างอิง XZ** หรือเรียกสั้น ๆ ว่า **ระนาบ XY ระนาบ YZ** และ **ระนาบ XZ** ตามลำดับ ดังรูป (ก)



ระนาบ XY ระนาบ YZ และระนาบ XZ ทั้งสามระนาบดังกล่าวจะแบ่งระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ออกเป็น 8 บริเวณ คือ เหนือระนาบ XY จำนวน 4 บริเวณ และใต้ระนาบ XY จำนวน 4 บริเวณ เรียกแต่ละบริเวณว่า **อัฐภาค** (octant) ดังรูป (ข) อัฐภาคที่บรรจุ แกน X แกน Y และแกน Z ทางบวกจะเรียกว่า **อัฐภาคที่ 1** ส่วนอัฐภาคอื่น ๆ จะใช้ข้อตกลงเดียวกับในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ (นับทวนเข็มนาฬิกาไปตามลำดับ) โดยพิจารณาบริเวณเหนือระนาบ XY ก่อน



เมื่อกำหนดจุด P เป็นจุดใดๆ ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ จะระบุตำแหน่งของจุด P หรือพิกัดจุด P โดยใช้จำนวนจริงสามจำนวนเรียงกันตามลำดับหรือเรียกว่า **สามสิ่งอันดับ** (ordered triple) ในรูป (x,y,z) โดยที่

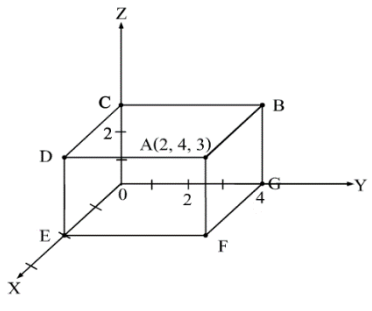
x ระบุว่า จุด P อยู่ห่างจากระนาบ YX ไปตามแนวแกน X เป็นระยะเทาใดและในทิศทางใด เมื่อ x เป็นจำนวนบวก แสดงว่า จุด P อยู่ห่างจากระนาบ YZ ไปตามแนวแกน X ทางด้านบวก และห่างจากระนาบ YZ เป็นระยะ x หน่วย เมื่อ x เป็นจำนวนเต็มลบ แสดงว่า จุด P อยู่ห่างจากระนาบ YZ ไปตามแนวแกน X ทางด้านลบ และห่างจากระนาบ YZ เป็นระยะ |x| หน่วย และ x เป็น 0 แสดงว่า จุด P อยู่บนระนาบ YZ

y ระบุว่า จุด P อยู่ห่างจากระนาบ XZ ไปตามแนวแกน Y เป็นระยะเท่าใดและในทิศทางใด เมื่อ y เป็นจำนวนบวก แสดงว่า จุด P อยู่ห่างจากระนาบ XZ ไปตามแนวแกน Y ทางด้านบวก และห่างจากระนาบ XZ เป็นระยะ y หน่วย เมื่อy เป็นจำนวนลบ แสดงว่า จุดP อยู่ห่างจากระนาบ XZ ไปตามแนวแกน Y ทางด้านลบ และห่างจากระนาบ XZ เป็นระยะ |y| หน่วย และ y เป็น 0 แสดงว่า จุด P อยู่บนระนาบ XZ

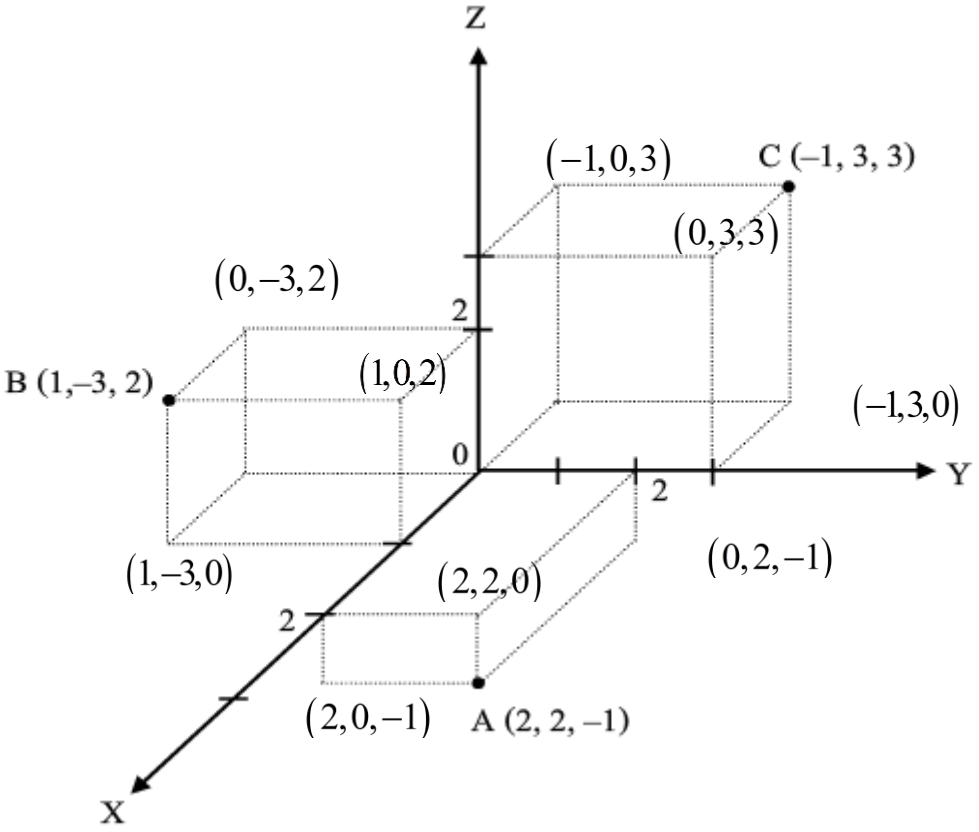
z ระบุว่า จุด P อยู่ห่างจากระนาบ XY ไปตามแนวแกน Z เป็นระยะเท่าใดและในทิศทางใด เมื่อ z เป็นจำนวนบวก แสดงว่า จุด P อยู่ห่างจากระนาบ XY ไปตามแนวแกน Z ทางด้านบวก และห่างจากระนาบ XY เป็นระยะ z หน่วย เมื่อ z เป็นจำนวนลบ แสดงว่า จุด P อยู่ห่างจากระนาบ XY ไปตามแนวแกน Z ทางด้านลบ และห่างจากระนาบ XY เป็นระยะ |z| หน่วย และ z เป็น 0 แสดงว่า จุด P อยู่บนระนาบ XY

เรียก (x,y,z) ว่า **พิกัด** ของจุด P และบางครั้งจะเขียนจุดและพิกัดกำกับไว้ด้วยกัน เป็น P(x,y,z) ดังรูปข้างต้น

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนจุด A(2,4,3), B(0,4,3(, X(0,0,3), D(2,0,3), E(2,0,0), F(2,4,0) และ G(0,4,0) ลงในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ



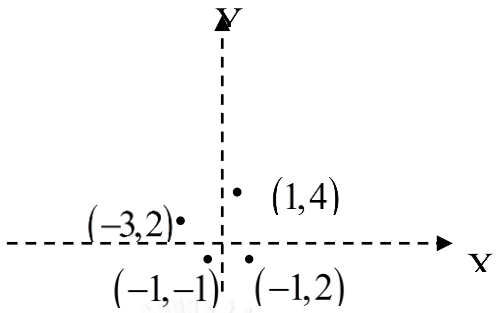
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนจุด A(2,2,-1), B(1,-3,2) และ C(-1,3,3) พร้อมหาภาพฉายบนระนาบ XY ระนาบ XZ และระนาบ YZ ลงในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

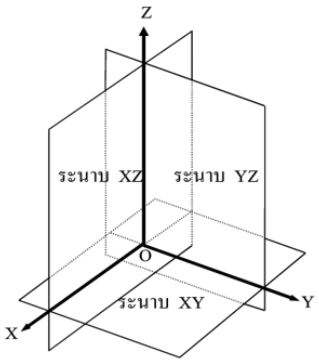


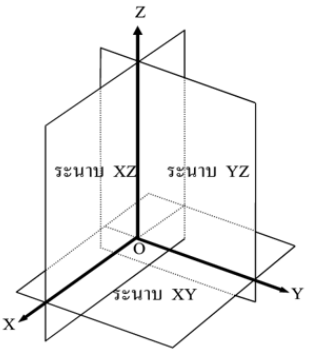
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. กิจกรรมการเรียนรู้

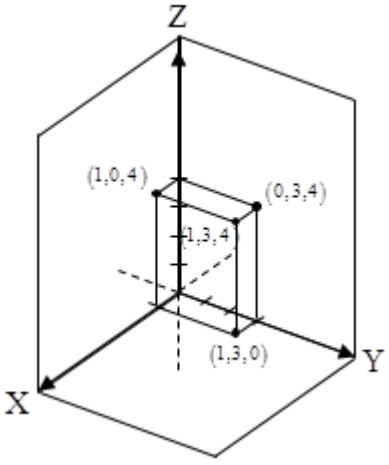
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ**
ขั้นเตรียมความพร้อมก่อนเรียน (5 นาที) 1. ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้ โดยถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วที่เกี่ยวกับจุดและพิกัดฉากซึ่งจะอยู่ในระบบ 2 มิติเท่านั้น จากนั้นครูทำการยกตัวอย่างจุดที่อยู่ในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ หรือที่เรียกว่าระนาบ XY และให้นักเรียนอธิบายการวาดพิกัดดังกล่าวบนระบบพิกัดฉาก 2 มิติ	

<table>
<tr><td>การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้</td><td>การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ</td></tr>
<tr><td colspan="2"> 

2. จากนั้นครูถามต่อว่าระนาบ XY นั้นถูกแบ่งออกเป็นทั้งหมดกี่ส่วน และแต่ละส่วนมีชื่อเรียกว่าอะไรบ้าง จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์ว่าสิ่งที่จะเรียนกันในวันนี้จะขยายระบบพิกัดฉาก 2 มิติ มาเป็นระบบพิกัดฉาก 3 มิติ</td></tr>
<tr><td>ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)
ขั้นที่ 1 ขั้นการสำรวจ (exploration)
3. ครูให้โมเดลของระบบพิกัดฉาก 3 มิติแก่นักเรียน พร้อมกับข้อคำถาม ดังนี้
 

3.1 จากรูประบบพิกัดฉาก 3 มิติ มีแกนใดที่แตกต่างจากระบบพิกัดฉาก 2 มิติ
3.2 จากรูประบบพิกัดฉาก 3 มิติ มีระนาบกี่ระนาบ</td><td>ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)
3. ครูให้รูปภาพของระบบพิกัดฉาก 3 มิติแก่นักเรียน พร้อมกับข้อคำถาม ดังนี้
 

3.1 จากรูประบบพิกัดฉาก 3 มิติ มีความแตกต่างจากระบบพิกัดฉาก 2 มิติที่นักเรียนรู้จักอย่างไรบ้าง
3.2 จากรูประบบพิกัดฉาก 3 มิติ มีระนาบกี่ระนาบ</td></tr>
</table>

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ**
3.3 จากรูประบบพิกัดฉาก 3 มิติ ถูกแบ่งโดยระนาบออกเป็นทั้งหมดกี่ส่วน 3.4 การเขียนสัญลักษณ์แทนพิกัดในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ต่างจากระบบพิกัดฉาก 2 มิติ อย่างไร 3.5 พิกัดในแต่ละส่วนที่ถูกแบ่งของระบบพิกัดฉาก 3 มิติ มีลักษณะอย่างไร จากนั้นครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อย 2-3 คนในการดำเนินการหาคำตอบ 4. ครูให้รูปภาพของระบบพิกัดฉาก 3 มิติแก่นักเรียน พร้อมกับข้อคำถาม ดังนี้  4.1 จากรูปพิกัด (1,3,0) อยู่บนระนาบใด 4.2 จากรูปพิกัด (0,3,4) อยู่บนระนาบใด	3.3 จากรูประบบพิกัดฉาก 3 มิติ ถูกแบ่งออกเป็นทั้งหมดกี่ส่วน จากนั้นครูให้เวลานักเรียนในการดำเนินการหาคำตอบ ระหว่างที่นักเรียนทำการหาคำตอบครูเดินดูเพื่อคอยตรวจสอบว่านักเรียนกำลังดำเนินการหาคำตอบในแนวทางที่ถูกต้อง 4. จากนั้นครูทำการอธิบายเกี่ยวกับระบบพิกัดฉาก 3 มิติ โดยเริ่มจากการชี้ให้เห็นความแตกต่างระหว่างระบบพิกัดฉาก 2 มิติกับ 3 มิติ อย่างแรกคือจำนวนแกนที่เพิ่มขึ้นมาที่จะต้องตั้งฉากกับอีกสองแกน โดยยกตัวอย่างให้นักเรียนเห็นภาพ เช่น มุมของห้องเรียน รวมทั้งการเรียกชื่อของทั้ง 8 ส่วนที่ถูกแบ่งด้วยแกนทั้งสาม 5. ครูเขียนสามสิ่งอันดับและอธิบายให้นักเรียนเห็นถึงความแตกต่างกับคู่อันดับที่อยู่ในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน เพื่ออธิบายวิธีการวาดพิกัดลงบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ และใช้การถามตอบประกอบการอธิบายใน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ**
4.3 จากรูปพิกัด (1,0,4) อยู่บนระนาบใด 5. ครูให้นักเรียนเขียนคำถามเกี่ยวกับข้อสงสัยต่าง ๆ หลังจากได้ตอบคำถามข้างต้น และเขียนบันทึกข้อมูลที่ได้จากการสำรวจข้างต้น **ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างมโนทัศน์ (concept invention / concept formation)** 6. ครูให้ข้อคำถามกับนักเรียนในการแนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปกระบวนการในการวาดพิกัดลงบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ดังนี้ 6.1 จะสามารถวาดพิกัด (x,y,0) ได้อย่างไร 6.2 จะสามารถวาดพิกัด (x,0,z) ได้อย่างไร 6.3 จะสามารถวาดพิกัด (0,y,z) ได้อย่างไร 6.4 จะสามารถพิกัดวาดพิกัด (x,y,z) ได้อย่างไร จากนั้นครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อย 2-3 คน ในการสรุปมโนทัศน์เกี่ยวกับการวาดพิกัดลงบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ เมื่อนักเรียนทำเสร็จเรียบร้อย ครูทำการสุ่มตัวแทนนักเรียนบางกลุ่มมาอธิบายข้อสรุปที่ได้ภายในกลุ่ม เกี่ยวกับการวาดพิกัด (x,y,z) หลังจากได้ข้อสรุปภาพรวมของ	การแสดงวิธีการวาดพิกัดต่าง ๆ ลงบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ บนกระดาน โดยเริ่มถามจากพิกัดที่อยู่บนแกน ต่อด้วยพิกัดที่อยู่บนระนาบ และพิกัดที่ไม่ได้อยู่บนแกนและบนระนาบ ตามลำดับ 6. ครูใช้ตัวอย่างที่ 1 ในการอธิบายเรื่องภาพฉายของพิกัด โดยให้นักเรียนสังเกตลักษณะของพิกัด A กับพิกัด F นั้นมีพิกัดต่างกันอย่าง แล้วพิกัด F นั้นอยู่บนส่วนใดบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ เมื่อนักเรียนได้คำตอบ ครูจึงถามเพิ่มเติมไปถึง พิกัด A กับ พิกัด B และพิกัด D ต่อไป จากนั้นครูอธิบายเรื่องภาพฉายของพิกัด A และเปิดโอกาสให้นักเรียนถามข้อสงสัย 7. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 2 ด้วยตัวเอง พร้อมกับเดินดูนักเรียนแต่ละคนว่ามีข้อสงสัยอะไรหรือไม่และคอยให้คำแนะนำ หรือนำมาตั้งเป็นคำถามถามนักเรียนให้นักเรียนในห้องช่วยกันหาคำตอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ**
ห้องเรียนแล้ว ครูทำการอธิบายทบทวนอีกครั้งเกี่ยวกับวิธีการวาดพิกัดลงบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ 7. ครูให้นักเรียนแต่ละคนกลับไปตอบสิ่งที่เข้าใจและยังไม่เข้าใจก่อนหน้านี้ จากนั้นครูถามว่ามีข้อสงสัยของนักเรียนคนใดที่ยังไม่ได้คำตอบบ้าง เพื่อให้คำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือนำมาเสนอหน้าชั้นเรียนให้นักเรียนร่วมกันคิด 8. ครูให้นักเรียนแต่ละคนเขียนสรุปเกี่ยวกับเนื้อหาที่ได้เรียนไป คือ ระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ว่าประกอบไปด้วยกี่ระนาบ แบ่งเป็นทั้งหมดกี่ส่วน และหลักการในการวาดพิกัดบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ตามความเข้าใจของตนเอง **ขั้นที่ 3 ขั้นการนำไปใช้ (application)** 9. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 1 ระหว่างนั้นครูเดินดูเพื่อคอยให้คำแนะนำหรือตอบข้อสงสัยเกี่ยวกับเนื้อหาของนักเรียน และอาจช่วยแนะนำนักเรียนโดยให้นักเรียนเริ่มวาดพิกัดที่อยู่บนแกนก่อน ต่อด้วยพิกัดที่อยู่บนระนาบ และพิกัดที่ไม่ได้อยู่บนแกนและบนระนาบ จากนั้นครูให้นักเรียนทำโจทย์ในแบบบันทึกการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ 10. ครูใช้คำถามให้นักเรียนสังเกต คือ จากตัวอย่างที่ 1 พิกัด A กับ พิกัด F นั้นมีพิกัดต่างกันอย่าง แล้วพิกัด F นั้นอยู่บนส่วนใดบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ เมื่อนักเรียนได้คำตอบ ครูจึงถาม	

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วงจรการเรียนรู้ตามการสืบสอบแบบแนะแนวทางร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ**
เพิ่มเติมไปถึง พิกัด A กับ พิกัด B และพิกัด D ต่อไป จากนั้นครูอธิบายเรื่องภาพฉายของพิกัด A โดยใช้ตัวอย่างที่ 1 ประกอบการอธิบาย และเปิดโอกาสให้นักเรียนถามข้อสงสัยต่าง ๆ 11. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 2 ด้วยตัวเอง ระหว่างนั้นครูเดินดูเพื่อคอยให้คำแนะนำหรือตอบข้อสงสัยเกี่ยวกับเนื้อหาของนักเรียน เมื่อเสร็จแล้วครูทำการแสดงวิธีวาดพิกัดต่าง ๆ ให้นักเรียนดูบนกระดานแล้วให้นักเรียนตรวจสอบว่าถูกต้องหรือไม่ และตรงกันหรือไม่ 12. ครูให้ให้นักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเข้าใจและยังไม่เข้าใจต่าง ๆ รวมทั้งเขียนสะท้อนความรู้สึกของนักเรียนในการเรียนคาบเรียนนี้ ข้อเสนอแนะต่าง ๆ จากนั้นให้นักเรียนส่งแบบบันทึกการเรียนรู้ดังกล่าว	
ขั้นสรุป (5 นาที) 13. ครูทำการสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนในคาบนี้อีกครั้งโดยใช้การถามตอบเกี่ยวกับระบบพิกัดฉาก 3 มิติ สามสิ่งอันดับ ภาพฉายของพิกัดบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ และวิธีการในการเขียนจุดลงบนระบบพิกัดฉาก 3 มิติ	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

6. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ				
1. อธิบายกระบวนการในการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดใด ๆ ในพิกัดฉาก 3 มิติได้	การใช้คำถาม การสังเกตระหว่างการเรียนการสอน	เอกสารการเขียนบันทึกการเรียนรู้	นักเรียนจำนวนร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมดสามารถอธิบายกระบวนการในการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดใด ๆ ในพิกัดฉาก 3 มิติได้	
2. หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดใด ๆ ในพิกัดฉาก 3 มิติได้	การใช้คำถาม การสังเกตระหว่างการเรียนการสอน	เอกสารการเขียนบันทึกการเรียนรู้	นักเรียนจำนวนร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดใด ๆ ในพิกัดฉาก 3 มิติได้	
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ				
1. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยการเขียนหรืออธิบายในการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดใด ๆ ในพิกัดฉาก 3 มิติได้อย่างถูกต้อง	สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	แบบฝึกหัดและเอกสารการเขียนบันทึกการเรียนรู้	นักเรียนจำนวนร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมดสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบ โดยการเขียนหรืออธิบายในการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
			ใด ๆ ในพิกัดฉาก 3 มิติได้อย่างถูกต้อง	
ด้านคุณลักษณะ นักเรียน				
1. ให้ความร่วมมือในการตอบคำถามให้ห้องเรียน	สังเกตระหว่างการเรียนการสอนในห้องเรียน	คำถามระหว่างเรียน	นักเรียนร้อยจำนวนร้อยละ 80 ของนักเรียนทั้งหมดกระตือรือร้นในการตอบคำถามถือว่าผ่าน	
2. มีความรับผิดชอบส่งงานตรงเวลา	สังเกตจากการส่งแบบฝึกหัด	สังเกตจากการส่งแบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 80 ส่งงานตรงเวลาตามกำหนด ถือว่าผ่าน	
3. ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย	สังเกตจากการส่งแบบฝึกหัด	สังเกตจากการส่งแบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งเรียนทั้งหมด ทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย ถือว่าผ่าน	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผลการเรียนรู้

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรคที่พบ

.....

.....

3. แนวทางการแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบบันทึกการเรียนรู้ 1

<table>
<tr><td colspan="2">จากที่สำรวจข้อมูลให้นักเรียนเขียนถึงหัวข้อต่อไปนี้ (1)
- ข้อมูลสำคัญที่ได้จากการสำรวจ
- สิ่งที่เข้าใจและยังไม่เข้าใจ</td></tr>
<tr><td>ให้นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้ด้วยภาษาของตัวเอง
- ความรู้ที่พบตอนนี้</td><td>ทดสอบความเข้าใจ (2)
- จงวาดพิกัด $(1,-1,1)$</td></tr>
<tr><td>ให้นักเรียนเขียนสิ่งที่เข้าใจและยังไม่เข้าใจหลังฝึกทำโจทย์</td><td>ให้นักเรียนเขียนความรู้สึก (3)
- ความรู้สึกต่อสิ่งที่เรียน
- ความรู้สึกต่อกิจกรรม</td></tr>
</table>

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล

- ตัวอย่างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
- ตัวอย่างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
- ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
- ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

คำชี้แจง

1. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีคำถามทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบแบบปรนัย

2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 75 นาที

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล ชั้น และ เลขที่ ในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย

4. หากมีปัญหาให้ยกมือเพื่อสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

---

1. กำหนดให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้เป็นเงื่อนไขในการลบกันของ เมทริกซ์ A กับ เมทริกซ์ B **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. A และ B ต้องเป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน

ข. A และ B ต้องเป็นเมทริกซ์ที่เท่ากัน

ค. A และ B ต้องเป็นเมทริกซ์ที่จัตุรัส

ง. A และ B ต้องไม่เป็นเมทริกซ์ศูนย์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. กำหนดให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีขนาดเท่ากัน แล้ว AB หาค่าได้

ข. ถ้า AB = BA แล้ว A = B

ค. ถ้า A หรือ B เป็นเมทริกซ์ศูนย์ แล้ว AB = BA

ง. ถ้า AB เป็นเมทริกซ์ศูนย์ แล้ว A หรือ B เป็นเมทริกซ์ศูนย์

3. กำหนด $A = [a_{ij}]_{nxn}$ ข้อใด**<u>ไม่ใช่</u>**หนึ่งกระบวนการในการหาตัวประกอบร่วมเกี่ยวของ a_{ij} **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. ตัดแถวที่ i และตัดหลักที่ j ของเมทริกซ์ A

ข. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A

ค. หาไมเนอร์ของ a_{ij}

ง. หาดีเทอร์มิแนนต์ที่เกิดจากการตัดแถวที่ i และตัดหลักที่ j ของเมทริกซ์ A

4. ข้อใด**<u>ไม่ใช่</u>**ระยะทางระหว่างจุด A(0,a) และ B(0,b) **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. $\sqrt{(b-a)^2}$

ข. $\sqrt{(0-a)^2+(0-b)^2}$

ค. $\sqrt{(0-0)^2+(a-b)^2}$

ง. ถูกทุกข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

คำชี้แจง

1. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีคำถามทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบแบบปรนัย

2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 75 นาที

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล ชั้น และ เลขที่ ในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย

4. หากมีปัญหาให้ยกมือเพื่อสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

---

1. หาก $\bar{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่ขนานกับ $\overrightarrow{PQ}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. $\bar{u}$ มีทิศทางเดียวกัน $\overrightarrow{PQ}$ เท่านั้น

ข. $\bar{u}$ มีทิศทางเดียวกันหรือตรงข้ามกันกับ $\overrightarrow{PQ}$

ค. $\bar{u}$ มีขนาดเท่ากับ $\overrightarrow{PQ}$

ง. $\bar{u}$ และ $\overrightarrow{PQ}$ เป็นเวกเตอร์ที่ไม่เท่ากัน

2. หาก $\bar{a}$ เป็นเวกเตอร์ที่เท่ากับ $\bar{b}$ และข้อความต่อไปนี้

1. $\bar{a}$ มีขนาดเท่ากับ $\bar{b}$ เท่านั้น
2. $\bar{a}$ มีทิศทางเดียวกัน $\bar{b}$ เท่านั้น
3. $\bar{a}$ มีทิศทางเดียวกันหรือตรงข้ามกันกับ $\bar{b}$

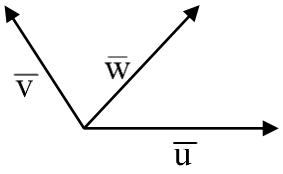
ข้อความใดกล่าวถูกต้อง **(ความรู้เชิงมโนทัศน์)**

ก. ข้อ 1 และข้อ 2
ข. ข้อ 1 และข้อ 3
ค. ข้อ 2 และข้อ 3
ง. ถูกทุกข้อ

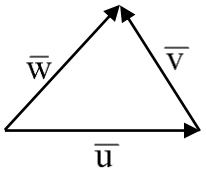
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3. กำหนดให้ $\bar{u}, \bar{v}$ และ $\bar{w}$ เป็นเวกเตอร์ โดยให้ $\bar{w}$ เป็นเวกเตอร์ที่เกิดจากการบวกกันของ $\bar{u}$ กับ $\bar{v}$ ข้อใดต่อไปนี้แสดงวิธีการหา $\bar{u}+\bar{v}$ **<u>ไม่</u>**ถูกต้อง **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

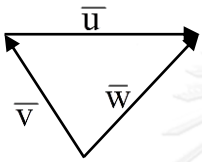
ก.



ข.



ค.



ง. มีข้อผิดมากกว่า 1 ข้อ

4. กำหนดให้ $\bar{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่ A(a,b,c) และจุดสิ้นสุดที่ B(d,e,f) และข้อความต่อไปนี้

1. ตรวจสอบว่า $\bar{u}$ ต้องไม่เป็นเวกเตอร์ศูนย์
2. ดำเนินการหาขนาดของ $\bar{u}$
3. ดำเนินการหาเวกเตอร์ $\bar{u}$
4. ดำเนินการหา $\frac{1}{\left|\bar{u}\right|}\bar{u}$

จงเรียงลำดับกระบวนการในการหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ $\bar{u}$ **(ความรู้เชิงกระบวนการ)**

ก. $2\rightarrow 3\rightarrow 4$

ข. $4\rightarrow 2\rightarrow 3$

ค. $1\rightarrow 4\rightarrow 3\rightarrow 2$

ง. $1\rightarrow 3\rightarrow 2\rightarrow 4$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีคำถามทั้งหมด 3 ข้อ 7 หน้า เป็นข้อสอบแบบอัตนัย

2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล ชั้น และ เลขที่ ในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย

4. สามารถเขียนอธิบายต่อในด้านหลังของกระดาษในข้อนั้นได้หากพื้นที่เขียนไม่เพียงพอ โดยระบุเลขข้อไว้ด้วย

4. หากมีปัญหาให้ยกมือเพื่อสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

5. สามารถใช้ดินสอในการตอบคำถามได้ แต่ขอให้มีความชัดเจนและอ่านออก

6. ให้นักเรียนทำข้อสอบอย่างเต็มความสามารถ

---

1. นักวิทยาศาสตร์พบกล่องใบหนึ่งที่ด้านหนึ่งของกล่องมีหน้าจอแสดงผลเป็นตัวเลขด้วยกัน 4 ช่อง (เช่น $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$)พบว่ารหัสชุดแรกที่ทำให้สามารถเปิดกล่องได้ คือ $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$ จากนั้นนักวิทยาศาสตร์ได้ทำการดำเนินการทดลองต่อไป และพบรหัสชุดที่สามารถเปิดได้ 4 ชุด และพบรหัสชุดที่ไม่สามารถเปิดได้ 4 ชุด ดังนี้

รหัสชุดที่	หน้าจอแสดงผล	สถานะ
1	$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$	เปิด
2	$\begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 14 & -8 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
3	$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -14 & 8 \end{bmatrix}$	เปิด

รหัสชุดที่	หน้าจอแสดงผล	สถานะ
4	$\begin{bmatrix} -6 & -9 \\ 21 & -12 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
5	$\begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -21 & 12 \end{bmatrix}$	เปิด
6	$\begin{bmatrix} -8 & -12 \\ 28 & -16 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
7	$\begin{bmatrix} 8 & 12 \\ -28 & 16 \end{bmatrix}$	เปิด
8	$\begin{bmatrix} -10 & -15 \\ 35 & -20 \end{bmatrix}$	ไม่เปิด
9	$\begin{bmatrix} 10 & 15 \\ -35 & 20 \end{bmatrix}$	เปิด

จากข้อมูลข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงอธิบายว่าตัวเลขในรหัสชุดต่าง ๆ ที่สามารถทำให้กล่องเปิดได้นั้นมีความสัมพันธ์อย่างไรกับตัวเลขในรหัสชุดที่ 1 และตัวเลขในรหัสที่ไม่สามารถเปิดกล่องได้มีความสัมพันธ์อย่างไรกับตัวเลขในรหัสชุดที่ 1

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.2 จากมูลข้างต้น จงหารูปแบบทั่วไปของรหัสที่จะสามารถเปิดกล่องได้ พร้อมให้เหตุผลประกอบการอธิบายที่มาของคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 จากข้อความ “หากใส่รหัส $\begin{bmatrix} 144 & 216 \\ -497 & 288 \end{bmatrix}$ เข้าไป จะสามารถเปิดกล่องได้” นักเรียนจะยืนยันหรือคัดค้านคำกล่าวข้างต้น จงอธิบาย พร้อมให้เหตุผลสนับสนุน

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีคำถามทั้งหมด 3 ข้อ 7 หน้า เป็นข้อสอบแบบอัตนัย

2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล ชั้น และ เลขที่ ในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย

4. สามารถเขียนอธิบายต่อในด้านหลังของกระดาษในข้อนั้นได้หากพื้นที่เขียนไม่เพียงพอ โดยระบุเลขข้อไว้ด้วย

4. หากมีปัญหาให้ยกมือเพื่อสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

5. สามารถใช้ดินสอในการตอบคำถามได้ แต่ขอให้มีความชัดเจนและอ่านออก

6. ให้นักเรียนทำข้อสอบอย่างเต็มความสามารถ

1. หน่วยงานนักสืบได้คิดค้นรูปแบบการส่งรหัสผ่านเพื่อใช้ในการส่งข้อมูลลับให้กับพนักงานในองค์กรเพื่อป้องกันข้อมูลรั่วไหล โดยจะส่งตัวเลข 2 ชุด และนำไปแปลงเป็นรหัสลับต่อไป ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวเลขชุดที่ 1	ตัวเลขชุดที่ 2	รหัสลับ
$(0,5,6)$	$(24,24,24)$	$\begin{bmatrix}24\\19\\18\end{bmatrix}$
$(12,13,14)$	$(8,7,4)$	$\begin{bmatrix}-4\\-6\\-10\end{bmatrix}$
$(3,-11)$	$(17,0)$	$\begin{bmatrix}14\\11\end{bmatrix}$
$(-6,0)$	$(-20,-1)$	$\begin{bmatrix}-14\\-1\end{bmatrix}$

ตัวเลขชุดที่ 1	ตัวเลขชุดที่ 2	รหัสลับ
$(1,2)$	$(1,3)$	$\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$
$(1,2,3)$	$(1,2,3)$	$\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$
(2)	$(5,14,22)$	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
$(-21,10,-3)$	(-19)	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
$(2,10)$	$(-9,-10,5)$	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
$(11,11,12)$	$(-21,1)$	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
(2)	(13)	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
(-3)	(10)	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
$(-1,20,-31,12)$	$(13,0,-23,4)$	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
$(-1,1,0,31)$	$(-11,14,-13,6)$	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
$(1,12,-4,7,32)$	$(0,30,-1,11,4)$	ไม่สามารถแปลงรหัสได้
$(12,-1,-8,14,0)$	$(9,-9,-26,13)$	ไม่สามารถแปลงรหัสได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากข้อมูลข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงอธิบายว่าตัวเลขชุดที่ 1 และ 2 มีลักษณะอย่างไรจึงทำให้สามารถนำไปแปลงเป็นรหัสลับได้

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 หากตัวเลขชุดที่ 1 และ 2 คือ (a,b,c) และ (d,e,f) ตามลำดับ จะสามารถแปลงเป็นรหัสลับจากสามสิ่งอันดับดังกล่าวได้เป็นรหัสลับใด พร้อมให้เหตุผลประกอบการอธิบายที่มาของคำตอบ

1.3 มีคำกล่าวว่า “จากตัวเลขชุดที่ 1 และ 2 คือ (-2,-1,0) และ (2,1,0) แล้ว รหัสที่แปลงได้คือ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ” นักเรียนจะยืนยันหรือคัดค้านคำกล่าวข้างต้น จงอธิบาย พร้อมให้เหตุผลสนับสนุน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายณัฐพงษ์ กอสวัสดิ์พัฒน์ เกิดเมื่อวันพุธ ที่ 8 มกราคม พุทธศักราช 2535 อยู่บ้านเลขที่ 16/17 ถนน นเรศวร ซอย บางเอียน10 ตำบล ประตูชัย อำเภอ พระนครศรีอยุธยา จังหวัด พระนครศรีอยุธยา 13000 สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ วิชาเอกคณิตศาสตร์ประยุกต์ จากคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2556 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2557

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University