รายงานผลการประดิษฐ์
ทุนอุดหนุนโครงการสิ่งประดิษฐ์

เรื่อง

โครงการ : ซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ (แอปเปิล) เพื่อการเรียน/การสอน "การสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกล/เครื่องจักรกลเรือ"

จฬ
วก 15
008435

โดย

อิทธิพล ปานงาม

2537

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทุนอุดหนุนโครงการสิ่งประดิษฐ์

รายงาน

โครงการ : ซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ (แอปเปิล) เพื่อการเรียน/การสอน
"การสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกล/เครื่องจักรกลเรือ"

โดย

อิทธิพล ปานงาม

พฤษภาคม 2537

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I17359909

กิตติกรรมประกาศ

โครงการสิ่งประดิษฐ์ : ซอฟแวร์คอมพิวเตอร์ (แอปเปิล) เพื่อการเรียน/การสอน "การสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกล/เครื่องจักรกลเรือ" นี้ ได้รับการสนับสนุนให้ทำวิจัยและสิ่ง-ประดิษฐ์จากงบประมาณของฝ่ายวิจัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และได้รับการสนับสนุนการทำซอฟแวร์ ฯลฯ บนโปรแกรมคำนวณเชิงเลขและกราฟิก MathCAD ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ของสถาบันพาณิชยนาวี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ใคร่ขอขอบคุณฝ่ายวิจัย และสถาบันพาณิชยนาวี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และข้าราชการ-เจ้าหน้าที่ของสถาบันฯ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคุณสุมาลี สุขดานนท์ และคุณสุทธิ มนาปี ที่ได้ช่วยจัดพิมพ์และจัดทำรูปต่าง ๆ ในรายงานมา ณ ที่นี้

อิทธิพล ปานงาม

พฤษภาคม 2537

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อโครงการ ซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ (แอปเปิล) เพื่อการเรียน/การสอน "การสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกล/เครื่องจักรกลเรือ"

ชื่อผู้ดำเนินงาน รองศาสตราจารย์ ดร.อิทธิพล ปานงาม

เดือนและปีที่ทำวิจัยเสร็จ พฤษภาคม 2537

บทคัดย่อ

ซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ (แอปเปิล) เพื่อการเรียน/การสอน "การสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกล/เครื่องจักรกลเรือ" ใช้ภาษาแอปเปิลเบสิก เป็นภาษาหลักในการเขียนซอฟท์แวร์ ได้วางแผนพื้นฐานสำหรับซอฟท์แวร์ให้สร้างโปรแกรมกราฟิกถาวรบนจอภาพละเอียดของหน้ากราฟิก เพื่อนำไปแสดงผลสองมิติของฟังก์ชั่น และสมการต่าง ๆ ที่ใช้ในวิชาการด้านการสั่นสะเทือนทางวิศวกรรมเครื่องกลและเครื่องกลเรือ รวมทั้งผลเชิงเลขที่คำนวณได้จากความสัมพันธ์ของตัวแปรในฟังก์ชั่น ซอฟท์แวร์นี้ทำงานแบบโต้ตอบผู้ใช้ทั่วไปไม่จำเป็นต้องมีความรู้ลึกซึ้งด้านคอมพิวเตอร์ก็สามารถบรรจุสมการเพื่อใช้ศึกษาได้ โครงสร้างของโปรแกรม ภาพการไหลของคำสั่งและรายละเอียดมีปรากฏในรายงานนี้ พร้อมทั้งคำอธิบายอย่างสมบูรณ์ในแง่วัตถุประสงค์และภาระหน้าที่ของแต่ละส่วนของโปรแกรม เพื่อให้ผู้ใช้สามารถนำไปแก้ไขดัดแปลงในอนาคตตามความต้องการได้ ตัวอย่างของปัญหาการสั่นสะเทือนรวมทั้งผลลัพธ์และการถกแถลงได้มีไว้ให้เพื่อที่สามารถนำไปทำเป็นตำราแบบอิเล็กทรอนิกส์ได้ในอนาคตถ้ามีความต้องการ ได้เขียนโปรแกรมควบคุมการใช้งานทั้งหมดเพื่อให้ซอฟท์แวร์ทำงานตามรายการคำสั่งได้

นอกจากนี้ได้นำซอฟท์แวร์นี้ไปทดสอบและใช้ในการสอนนิสิตปีที่ 4 อยู่หลายปี และมีผลเป็นที่น่าพอใจ ตั้งแต่ปี 2533 เป็นต้นมาคอมพิวเตอร์รุ่นนี้เริ่มเข้าข่ายล้าสมัยสำหรับคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และประกอบกับเครื่องมีหน่วยความจำเพียง 64 K ซึ่งไม่เพียงพอกับปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น จึงได้ริเริ่มแสวงหาฐานการทำงานอื่นเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอน และพบว่าซอฟท์แวร์ MathCAD 2.5 ทำงานบนเครื่อง IBM PC สามารถทำงานได้ดีกว่า กล่าวคือสามารถเขียนข้อความสมการ คำนวณ เสนอผลการคำนวณเป็นตารางและกราฟิกได้ในหน้างานเดียวกัน จึงได้ทดลองสร้างชุดการเรียนการสอนที่มีการอธิบายวิชาการและคำนวณแบบโต้ตอบได้ซอฟท์แวร์รุ่นสูงขึ้นไปของ MathCAD สามารถทำงานบนโปรแกรม Micro Soft Windows ได้และท้ายที่สุดได้นำไปใช้สอนได้ผลเป็นอย่างดี

Project Title: A Software Package on Apple II Computer for Learning the " Mechanical / Marine Engineering Vibration Problems".

Name of Investigator: Associate Professor Dr. Ittiphol Pan-ngum.

Year: May 1994.

ABSTRACT

This Software Package on Apple II Computer for Learning the " Mechanical / Marine Engineering Vibration Problems" employed *Apple BASIC* language as major language for writting the Software. The basic of the Software was planned upon writting graphic programs which would provide a permanent platform on Apple high-resolution graphic-pages for presenting two-dimensional outputs of functions and equations encountered in mechanical and marine vibrations as well as outputs of the calculated functions. The Software is inter-active for general users; requiring minimum computer knowledge; to input the function to be studied. Program structures, flow-diagrams and print-outs were presented in details with full explanations regarding the purposes and the functions of individual parts of the program so that future modifications to accommodate the requirement of the user can be met. Examples on vibrations were given and their results discussed in such way that an electronic-version of text-book on the subject could be envisaged for the future. A Master Program was also written so as to render the Software menu-driven.

The Software Package on Apple II Computer for Learning the " Mechanical / Marine Engineering Vibration Problems" was tested and employed in teaching fourth-year students for a few years with reasonably satisfactory results. Since 1990, however, the obsolescense of this version of computer at the Faculty of Engineering, Chulalongkorn University was eminent and the memory of only 64 KB was found to inadequate for more involved problems. Initiative was taken to seek for more suitable platform for teaching purpose. It was discovered that a software MathCAD 2.5 run on IBM PC could do a better job in mixing text, equations as well as outputting results in tabulated and graphic forms. Experiment was thus done in writting a better teaching package, instructive as much as inter-active. Higher version of MathCAD, run under MicroSoft Windows were subsequently employed and found to be satisfactory.

สารบัญ

หน้า

กิตติกรรมประกาศ..... i
บทคัดย่อ..... ii
สารบัญ..... iv
รายการตารางประกอบ..... vi
รายการภาพประกอบ..... vii
ภาคผนวก..... ix

บทที่ 1 กราฟิกบนเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์..... 1
การแสดงจุดและเส้นบนจอแอปเปิล II..... 1
1.1 หน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์แอปเปิล..... 2
1.2 คำสั่งเข้าสู่หน้าทำงานและหน้าของกราฟิก..... 4

บทที่ 2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์..... 6
2.1 วัตถุประสงค์..... 6
2.2 โปรแกรมในซอฟท์แวร์..... 11
2.2.1 IPN 01030887..... 11
2.2.2 IPN 02030887..... 12
2.2.3 IPN 03030887..... 12
2.2.4 IPN 04030887..... 13
2.2.5 IPN 05030887..... 14
2.2.6 IPN 06030887..... 14
2.2.7 IPN 07030887..... 14
2.2.8 IPN 08030887..... 16
2.2.9 PRINT - BIFILE..... 16
2.3 โครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์..... 17
2.3.1 โปรแกรม DYNAMIC ABSORBER..... 17
2.3.1.1 โปรแกรมกราฟิกหลัก..... 17
2.3.1.2 ส่วนการป้อนข้อมูล..... 17

สารบัญ (ต่อ)

2.3.1.3 การแก้ไขพิสัยตามแกนนอน..... 17
2.3.1.4 การบันทึกผลกราฟิกลงบนจาน..... 21
2.3.1.5 โปรแกรมย่อย..... 21
2.3.2 โปรแกรม FUNCTION PLOTTING..... 23
2.3.2.1 ส่วนการป้อนข้อมูล..... 27
2.3.2.2 โปรแกรมกราฟิกหลัก..... 27
2.3.2.3 โปรแกรมย่อย..... 27
2.3.3 โปรแกรมสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือนอื่น ๆ..... 27

บทที่ 3 กรณีศึกษาเรื่องปัญหาการสั่นสะเทือน..... 29
3.1 การเคลื่อนที่แบบมีคาบ..... 29
3.2 อนุกรมของฟูเรียร..... 30
3.3 การสั่นอย่างอิสระแบบมีแดมเปอร์..... 31
3.4 การสั่นตอบรับแรงภายนอก..... 36
3.5 การสั่นตอบรับแรงที่เกิดจากการหมุนของมวลที่ไม่สมดุลย์..... 41
3.6 การสั่นสะเทือนของอุปกรณ์เนื่องจากการสั่นของจุดติดตั้ง..... 43
3.7 สัมประสิทธิ์ของแรง..... 45

บทที่ 4 การดัดแปลงโปรแกรม
4.1 ดัดแปลงเพื่อให้โปรแกรมทำงานเร็วขึ้น..... 47
4.2 ดัดแปลงเพื่อให้ได้ค่าใช้งานกำหนด..... 47
4.3 ผนวกโปรแกรมอื่น ๆ..... 48
4.4 การดัดแปลงโปรแกรมเพื่อใช้กับคอมพิวเตอร์ IBM PC..... 48
4.5 สรุป..... 48
4.6 โปรแกรมซอฟท์แวร์อื่น ๆ ที่ใช้ทดแทนซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ (แอปเปิล)..... 49

เลขหมู่ วศ
ว๗ 15
เลขทะเบียน 008435
วัน,เดือน,ปี 12 ก.ย 38

รายการตารางประกอบ

หน้า

ตารางที่

1.1 คำสั่งสวิชท์ภายในโปรแกรม..... 4

1.2 คำสั่งเรียกจอเขียนภาพต่าง ๆ..... 5

รายการการไหลของคำสั่ง

แผนภูมิที่ 1 การไหลของคำสั่งสำหรับโปรแกรมแอบซอรเบอร์..... 18

แผนภูมิที่ 2 การไหลของคำสั่งสำหรับโปรแกรมพลอตฟังก์ชั่น..... 24

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการภาพประกอบ

รูปที่		หน้า
1.1	ส่วนความจำของแอปเปิล II	3
2.1	เส้นแกนและเส้นตาข่ายของกราฟ	7
2.2	เส้นแกนนอนและค่ากำกับแกนจากการคำนวณ	8
2.3	แสดงเส้นกราฟและถามผู้ใช้ให้เปลี่ยนช่วงแบ่งระยะตัวแปรแกนตั้ง	9
2.4	สอบทวนคำสั่ง	9
2.5	การแสดงผลขั้นสุดท้ายพร้อมทั้งชื่อของกราฟ	10
3.1	การพลอตฟังก์ชั่นทั่วไป	30
3.2	อนุกรมฟูเรียรูปพันเลื่อย	31
	3.3.1 การสั่นอย่างอิสระแบบมีแดมเปอร์ : อัตราส่วนแดมป์ 0.15	32
	3.3.2 อัตรส่วนแดมป์ 0.20	32
	3.3.3 อัตราส่วนแดมป์ 0.0	33
	3.3.4 อัตราส่วนแดมป์ 0.1	34
	3.3.5 อัตราส่วนแดมป์ 0.3	34
	3.3.6 อัตราส่วนแดมป์ 0.9	35
	3.3.7 ภาพขยาย	35
	3.4.1 การสั่นตอบรับแรงภายนอก	37
	3.4.2 อัตราส่วนแดมป์ 0.001	38
	3.4.3 อัตราส่วนแดมป์ 0.100	39
	3.4.4 อัตราส่วนแดมป์ 0.15	39
	3.4.5 อัตราส่วนแดมป์ 0.500	40
	3.4.6 อัตราส่วนแดมป์ 0.900	40
	3.5.1 การสั่นตอบรับแรงที่เกิดจากการหมุนของมวลที่ไม่สมดุลย์	41
	3.5.2 อัตราส่วนแดมป์ 0.3	42
	3.5.3 อัตราส่วนแดมป์ 0.9	42

รายการภาพประกอบ (ต่อ)

รูปที่		หน้า
3.6.1	การสั่นสะเทือนของอุปกรณ์เนื่องจากการสั่นของจุดติดตั้ง อัตราส่วนแดมป์ 0.2	44
3.6.2	อัตราส่วนแดมป์ 0.7	44
3.7.1	สัมประสิทธิ์ของแรงอัตราส่วนแดมป์ 0.01	46
3.7.2	อัตราส่วนแดมป์ 0.1	46

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ภาคผนวก I การไหลของคำสั่งในโปรแกรมหลักกราฟิก
ภาคผนวก II รายละเอียดตัวโปรแกรมหลักกราฟิก
ภาคผนวก III รายการโปรแกรมในจานแม่เหล็ก
ภาคผนวก IV รายละเอียดโปรแกรมควบคุมการทำงานของซอฟท์แวร์
ภาคผนวก V ตัวอย่างชุดการเรียนการสอนโดยใช้ซอฟท์แวร์ MathCAD 4.0 บน Windows

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1
กราฟิกบนเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์

เมื่อเอ่ยถึง "คอมพิวเตอร์กราฟิก" ทำให้สื่อความหมายได้หลายประการ แล้วแต่ประสบการณ์และความสนใจของแต่ละบุคคล บางคนอาจจะนึกถึงเกมมีสีสรรสวยงาม แสดงรูปภาพเคลื่อนไหวต่าง ๆ โปรแกรมจำลองสนามแข่งรถบ้าง หรือการจำลองสถานการณ์ในการฝึกบินบ้าง ถ้าเป็นวิศวกรก็อาจนึกถึงการออกแบบโครงสร้าง หรือการออกแบบขบวนการทางวิศวกรรมเคมีบ้าง ในที่นี้จะได้มุ่งความสนใจไปในการใช้คอมพิวเตอร์กราฟิก เพื่อนำผลเชิงตัวเลขจากสูตรต่าง ๆ ทางวิศวกรรมมาแสดงเป็นกราฟต่อเนื่องเป็นการสนองวัตถุประสงค์ในเชิงวิเคราะห์ให้ได้ภาพความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ชัดเจน และอาจทำการขยายค่าตัวแปรในช่วงที่สนใจให้ใหญ่ขึ้นหรือได้ค่าละเอียดขึ้น ในการศึกษานี้จะใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ Apple II เป็นหลัก[1] และใช้ภาษา Applesoft BASIC เป็นภาษาหลัก

การแสดงจุดและเส้นบนจอ Apple II

เครื่องคอมพิวเตอร์ Apple II แสดงภาพและตัวอักษรต่าง ๆ บนจอโดยใช้จุดที่เรียกว่า pixel เมื่อแสดงจุดทุก ๆ จุดต่อเนื่องกันในแนวนอนตลอดความยาวของจอจะได้เส้นตรงที่เรียกว่า raster ในโมดกราฟิกละเอียด (High Resolution Graphics Mode) เครื่อง Apple มีเส้นนอนทั้งหมด 192 เส้น โดยกำหนดหมายเลขตำแหน่งที่ 0 จากบนสุดของจอลงไปหาเส้นที่ 191 ในที่ต่ำสุดของจอ แต่ละเส้น (raster) มี 280 จุด (pixel) นับตำแหน่ง 0 จากทางซ้ายสุดของจอไปหาตำแหน่ง 279 ทางด้านขวาสุด ดังนั้นแต่ละจุดจึงใช้ตัวเลขสองตัวแสดงตำแหน่งหรือพิกัด นั่นคือ ตัวเลขแสดงตำแหน่งของเส้น และตัวเลขแสดงตำแหน่งของจุด การสร้างภาพบนจอทำได้โดยการสั่งให้เปิดแสงที่ตำแหน่งจุดต่าง ๆ เหล่านี้เอง ทั้งนี้ต้องอยู่ในความควบคุมของโปรแกรมที่จะกำหนดการเปิด/ปิดแสงแต่ละตำแหน่งในภาษา Applesoft คำสั่ง HPLOT X, Y จะเปิดแสงที่ตำแหน่งที่จุด X บนเส้นตำแหน่งที่ Y

---

[1] Reference [2]

1.1 หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์แอปเปิล

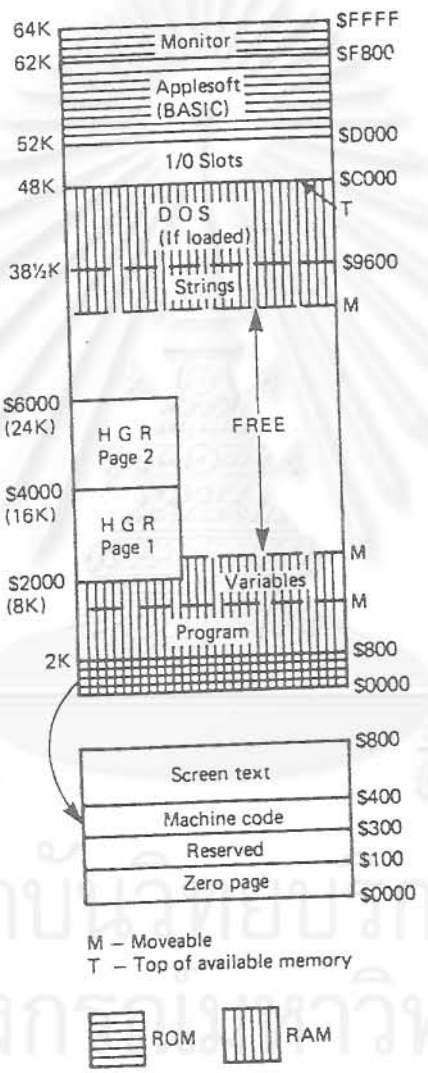
คอมพิวเตอร์แอปเปิลที่ใช้ต้องมีหน่วยความจำอย่างน้อย 65,536 ไบท์ (64 K เมื่อ 1 K = 1024 ไบท์) ผู้ใช้ควรทราบการจัดหน่วยความจำในการทำงานของเครื่องดังนี้ รูปที่ 1.1 แสดงผังการจัดหน่วยความจำเพื่อใช้งาน โดยแบ่งออกเป็นส่วนต่าง ๆ ตั้งแต่ตำแหน่งความจำที่ $0000 ถึงหน่วยความจำที่ $FFFF เมื่อ $ แสดงถึงตัวเลขฐาน 16 (HEX-HEXADECIMAL)

ตำแหน่งที่ $0000 ถึง $00FF เรียกว่า ZERO PAGE และตำแหน่งที่ $0100 ถึง $ 01FF หรือ PAGE ONE (หรือ STACK) นั้น APPLESOFT และ MONITOR ใช้ในการควบคุมงาน และบันทึกตำแหน่งที่อยู่ของโปรแกรมย่อย (SUBROUTINES) หน้าที่ 2 (PAGE 2) เป็น KEYBOARD BUFFER สำหรับรับการป้อนข้อมูลจากแป้นพิมพ์ และจะบันทึกข้อมูลนี้ไปจนกว่าจะกดปุ่ม RETURN หน้าที่ 3 (PAGE 3) ต่ำกว่าตำแหน่งที่ $03D0 ลงมาไม่ได้ใช้งานซึ่งอาจนำไปใช้บรรจุโปรแกรมที่ใช้ภาษา MACHINE CODES ได้

ตำแหน่งที่ $0400 ถึง $01FF ใช้สำหรับบันทึก TEXT เพื่อแสดงบนจอ หรือใช้ใน Low resolution graphic ตำแหน่งที่ $2000 ถึง $4000 เป็นที่สำหรับบันทึกกราฟิกหน้าแรกส่วนตำแหน่งที่ $4000 ถึง $6000 กำหนดไว้สำหรับบันทึกกราฟิกหน้าที่ 2 (สั่งด้วยคำสั่ง HGR1 และ HGR2 ตามลำดับ)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 1.1



Apple II memory organisation [2]

---

[2] Reference [6] หน้า 145

ตำแหน่งที่ $9600 ถึง $BFFF เป็นที่อยู่ของ DOS ส่วนสูงขึ้นไประหว่าง $C000 ถึง CFFF ใช้สำหรับงาน Interface ห้ามนำไปใช้ในด้านอื่น ๆ ส่วนบนสุดตั้งแต่ $D000 ถึง $FFFF ใช้บรรจุโปรแกรม APPLESOFT BASIC และ MONITOR

1.2 คำสั่งเข้าสู่ SCREEN PAGES และหน้าของกราฟิก

การใช้คำสั่ง HGR จะเกิดผลขึ้น 3 ประการ คือ พร้อมที่จะแสดงภาพบนจอจากหน่วยความจำกราฟิกหน้าแรกของโมดกราฟิกละเอียด (ตำแหน่งความจำที่ $2000 ถึง $4000). ลบภาพที่เหลือบนจอและเปิด text window 4 บรรทัดส่วนล่างสุดของจอ กำหนดพื้นที่การพลอตภาพขนาดกว้าง 280 จุด สูง 160 จุด ส่วนการใช้คำสั่ง HGR2 จะแสดงภาพจากหน้าที่ 2 (ตำแหน่งความจำที่ $4000 ถึง $6000) ลบภาพที่เหลือบนจอและกำหนดพื้นที่การพลอตภาพเต็มจอขนาด 280 x 192 จุด การใช้คำสั่งทั้ง 2 นี้ทำให้ความจำเดิมที่บรรจุอยู่ก่อนในหน่วยความจำกำหนดถูกลบออกหมด ดังนั้นในบางกรณีที่จำเป็นต้องรักษาความจำเดิมเอาไว้ก็ควรใช้ Soft Switches เพื่อเปลี่ยนหน้ากลับไปมาระหว่างการใช้งาน text โมด และ graphic mode โดยไม่ลบหน่วยความจำเดิม

การใช้ Soft Switches ทำให้เกิดความคล่องตัวในการแสดงผลเนื่องจากภาพกราฟิกทั้ง 2 หน้าอาจเรียกมาดูได้ และสามารถที่จะสั่งให้เครื่องพลอตกราฟิกบนหน้าใดก็ได้ หรือสั่งให้พลอตลงหน่วยความจำก่อนที่จะแสดงภาพทั้งหมดบนจอก็ได้ การทำงานให้ดูตาราง 1.1 และ 1.2

ตาราง 1.1[3]

Switch	Effect	BASIC Command
1	GRAPHICS mode	POKE -16304,0
	TEXT mode	POKE -16303,0
2	FULL SCREEN text or graphics	POKE -16302,0
	MIXED graphics and text	POKE -16301,0
3	PAGE 1	POKE -16300,0
	PAGE 2	POKE -16299,0
4	LOW RESOLUTION	POKE -16298,0
	HIGH RESOLUTION	POKE -16297,0

[3] Reference [8] หน้า 34

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การใช้ภาษา APPLESOFT ให้ได้ผลควรดูคู่มือของเครื่องคอมพิวเตอร์ประกอบกับ APPLE II USER'S GUIDE ด้วย เพื่อสอบทานความเข้าใจในการใช้คำสั่งต่าง ๆ

ตาราง 1.2[4]

Mode	Basic Commands
TEXT, page 1	POKE −16303,0: POKE −16300,0
TEXT, page 2	POKE −16303,0: POKE −16299,0
Low resolution graphics, page 1, full screen	POKE −16298,0: POKE −16304,0 POKE −16300,0: POKE −16302,0
Low resolution graphics, page 1, mixed screen	POKE −16298,0: POKE −16304,0 POKE −16300,0: POKE −16301,0
Low resolution graphics, page 2, full screen	POKE −16298,0: POKE −16304,0 POKE −16299,0: POKE −16302,0
Low resolution graphics page 2, mixed screen	POKE −16298,0: POKE −16304,0 POKE −16299,0: POKE −16301,0
High resolution graphics, page 1, full screen	POKE −16297,0: POKE −16304,0 POKE −16300,0: POKE −16302,0
High resolution graphics, page 1, mixed screen	POKE −16297,0: POKE −16304,0 POKE −16300,0: POKE −16301,0
High resolution graphics, page 2, full screen	POKE −16297,0: POKE −16304,0 POKE −16299,0: POKE −16302,0
High resolution graphics, page 2, mixed screen	POKE −16297,0: POKE −16304,0 POKE −16299,0: POKE −16301,0

[4] Reference [8] หน้า 149-153

บทที่ 2
โปรแกรมคอมพิวเตอร์

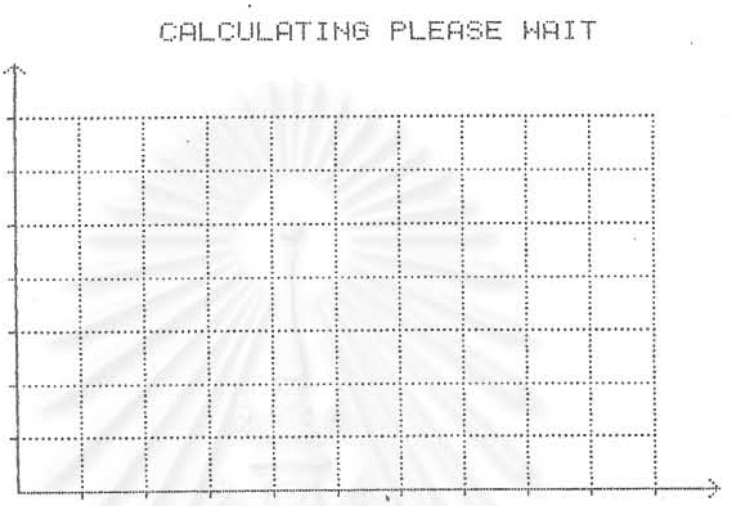
2.1 วัตถุประสงค์

ซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ชุดนี้ได้ประดิษฐ์ขึ้นเพื่อใช้ในการเรียน/การสอน เรื่องการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกล/เครื่องจักรกลเรือ ซึ่งมีความต้องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ปัญหาบางปัญหาอาจมีตัวแปรเป็นจำนวนมาก ถ้าทำการศึกษาโดยเปลี่ยนแปลงตัวแปรทุก ๆ ตัว หรือ หลาย ๆ ตัวพร้อมกันทั้งหมดก็จะไม่สามารถจับประเด็นได้ว่าผลกระทบที่เกิดขึ้นนั้นมีสาเหตุมาจากตัวแปรตัวใด วิธีมาตรฐานทั่วไปจึงศึกษาผลของการแปรเปลี่ยนของตัวแปรทีละตัว ดังนั้นการแสดงความสัมพันธ์ของผลลัพธ์กับตัวแปรจึงอาจเขียนเป็นกราฟใน 2 มิติได้ วัตถุประสงค์หลักจึงมีดังนี้ :-

2.1.1 ให้ความสะดวกแก่ผู้ใช้โดยจัดโปรแกรมทั้งหมดให้ทำงานในลักษณะ "MENU - DRIVEN" ดังนั้นผู้ใช้อาจเลือกโปรแกรมที่ต้องการได้โดยตรงเมื่อเปิดเครื่องโดยไม่จำเป็นต้องรู้ระบบควบคุมในจาน

2.1.2 ให้โปรแกรมมีปฏิกริยาโต้ตอบ ในแต่ละโปรแกรมกราฟิกผู้ใช้สามารถควบคุมการทำงานผ่านทางแป้นพิมพ์ได้โดยไม่ต้องมีความรู้เรื่องภาษากราฟิก การทำงานตามลำดับขั้นของโปรแกรมจะมีปฏิกริยาโต้ตอบกับผู้ใช้ผ่านจอภาพเพื่อขอคำสั่งผ่านแป้นพิมพ์จนถึงผลลัพธ์ขั้นสุดท้าย เมื่อได้เข้าสู่โปรแกรมที่เลือกแล้วจะมีคำอธิบายสรุป และให้ผู้ใช้บรรจุข้อมูลต่าง ๆ สำหรับการคำนวน เช่น ค่าพิสัยต่ำสุด และสูงสุดตามแกนนอน และแกนดิ่ง ซึ่งอาจจะเป็นพิสัยอัตราส่วนของความถี่ต่อความถี่ของการสั่นตามธรรมชาติ และอัตราส่วนของแอมปลิจูด เป็นต้น หลังจากนั้นโปรแกรมจะเข้าควบคุมการทำงานทั้งหมดตามลำดับขั้น คือ

- ลากเส้นแกน และเส้นตาข่าย ซึ่งแบ่งช่วงแนวดิ่งและแนวนอนเป็น 10 และ 7 ช่วงเท่า ๆ กันตามลำดับ พร้อมทั้งแจ้งให้ทราบว่ากำลังทำการคำนวนอยู่ (ดูรูปที่ 2.1)



รูปที่ 2.1

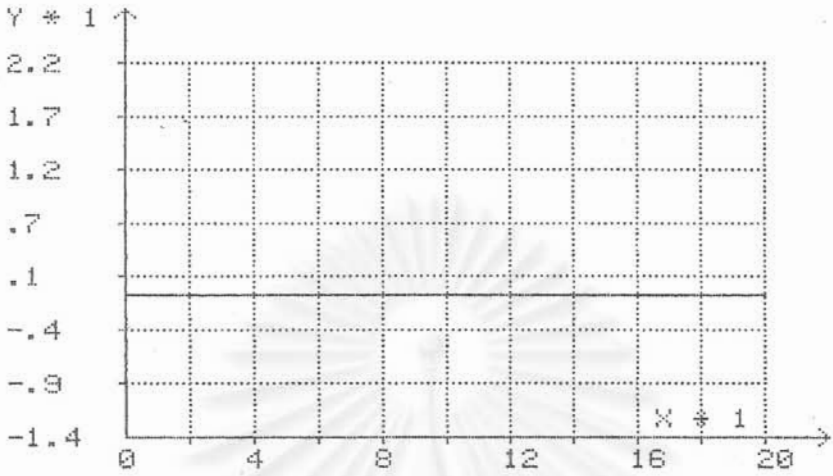
- ทำการคำนวนโดยการนำเอาพิสัยตามแกนนอนของตัวแปรอิสระไปแบ่งเป็น 200 ส่วนเท่า ๆ กันเสียก่อน ผลลัพธ์ของตัวแปรตามซึ่งจะแสดงในกราฟจะถูกนำไปประมวลและตัดให้อยู่ในกรอบที่กำหนด (Clipping) คำนวนหาอัตราส่วนของการพลอต (Scale) คำนวนหาค่าเพื่อแสดงบนแกนนอน 6 ตำแหน่ง และแกนดิ่ง 8 ตำแหน่ง คำนวนหาตำแหน่งพิกัด = 0 ของค่าแกนดิ่ง อัตราส่วนของการพลอตมี 4 ขนาด คือ 1 : 1 1 : 10 1 : 100 และ 1 : 1000 แสดงไว้ที่แกนเพื่อให้ทำการขยายภาพหาตำแหน่งที่สำคัญซึ่งต้องการรู้ค่าเชิงเลขโดยอ่านจากกราฟิกโดยตรง

ตัวอย่างเช่น ให้เขียนกราฟิกของสมการ

$$Y(X) = \sin x + \sin 0.5 + \sin 0.25x$$

โดยกำหนดพิสัย $0 \leqslant X \leqslant 20$

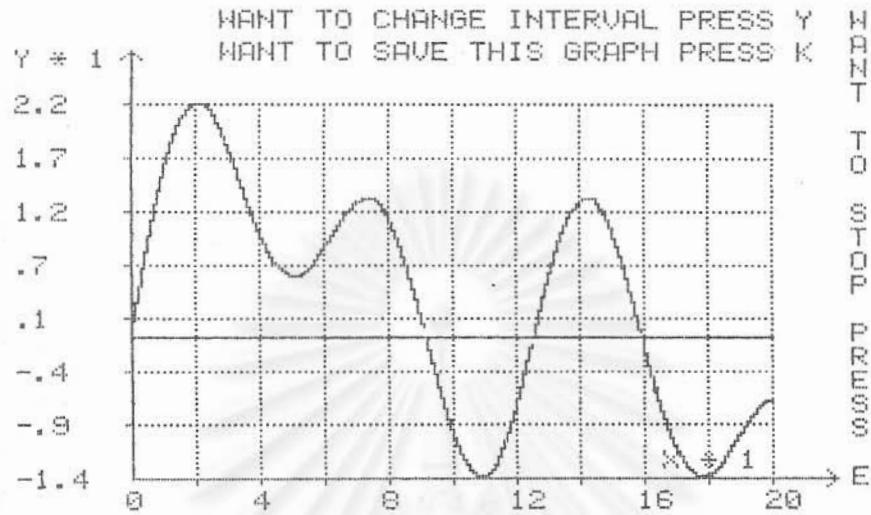
$-10 \leqslant Y \leqslant 10$



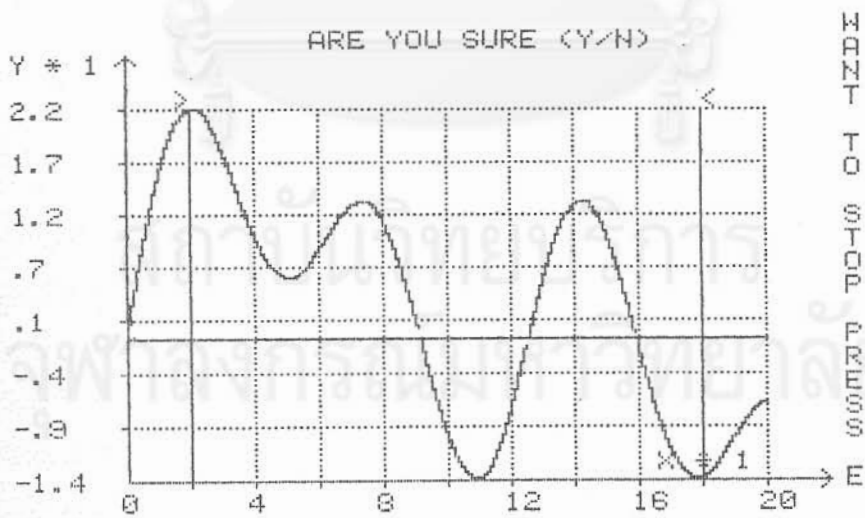
รูปที่ 2.2

ในรูปที่ 2.2 เมื่อโปรแกรมคำนวนแล้วพบว่าค่า Y ทั้งหมดที่ได้อยู่ในพิสัย -14 ถึง 2.2 จะทำการพลอตให้ในกรอบนี้ด้วยอัตราส่วน 1 : 1 พร้อมทั้งลากเส้นแกนนอน Y = 0 ให้ใหม่

เมื่อเขียนกราฟเสร็จสมบูรณ์แล้วก็จะติดต่อถามผู้ใช้ ถ้ากดแป้นตัวอักษร E แสดงว่าไม่ต้องการภาพนี้ก็จะลบภาพ และถามต่อไปว่าจะกลับเข้าสู่การคำนวนต่อไปหรือไม่ ถ้ากดแป้นตัวอักษร K เครื่องจะนำเอาชื่อและความหมายของแกนบันทึกให้บนภาพ และนำภาพจากจอซึ่งอยู่ในกราฟิกหน้า 2 (HGR 2) ลงบันทึกบนจานแม่เหล็ก โดยใช้ชื่อ TITLE เป็นชื่อของ Binary File (ดูรูปที่ 2.3) เมื่อกดแป้นอักษร Y แสดงว่าต้องการจะปรับพิสัย X ใหม่ ซึ่งทำได้ด้วยการใช้ L และ J ควบคุมการเลื่อนหัวลูกศรที่ปรากฏบนส่วนบนของภาพจนเป็นที่พอใจแล้วกดแป้นอักษร P จะเกิดเส้นดิ่งขึ้นที่ตำแหน่งของหัวลูกศรนั้นซึ่งจะกำหนดค่าต่ำสุด หรือสูงสุดใหม่ (ดูรูปที่ 2.4) การกดแป้นอักษร Y แสดงว่าได้พิสัยที่ต้องการแล้ว เครื่องจะนำค่าพิสัยใหม่ไปทำการคำนวนเองโดยอัตโนมัติ

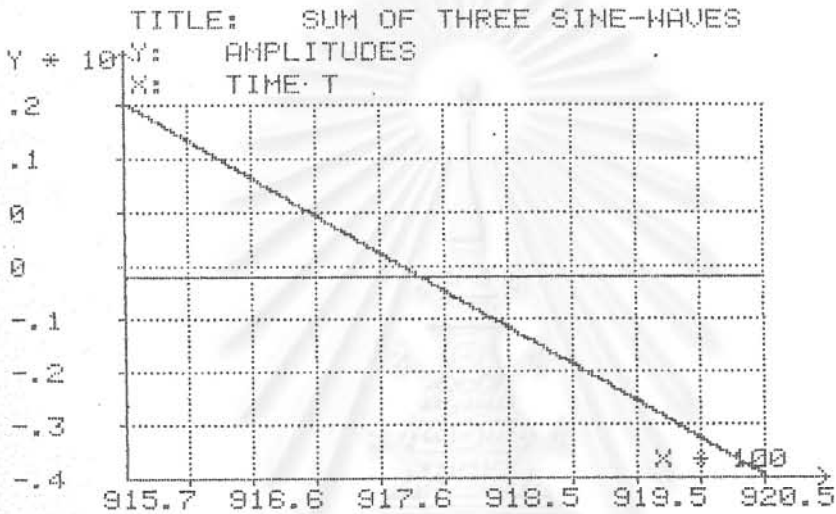

WANT TO CHANGE INTERVAL PRESS Y
WANT TO SAVE THIS GRAPH PRESS K
Y * 1
2.2
1.7
1.2
.7
.1
-.4
-.9
-1.4
0
4
8
12
16
20
X * 1
WANT TO STOP PRESS E

รูปที่ 2.3


ARE YOU SURE (Y/N)
Y * 1
2.2
1.7
1.2
.7
.1
-.4
-.9
-1.4
0
4
8
12
16
20
X * 1
WANT TO STOP PRESS E

รูปที่ 2.4

วงรอบการคำนวนนี้ทำได้โดยไม่มีจำนวนจำกัด รูปที่ 2.5 แสดงกราฟของสมการเดิม แต่ได้ลดขนาดเหลือ $9.157 \leqslant X \leqslant 9.205$ กราฟิกแสดงการพลอตแกนนอนด้วยอัตราส่วน 1 : 100 และแกนดิ่งด้วยอัตราส่วน 1 : 10 ให้ค่า $-0.04 \leqslant Y \leqslant 0.02$



รูปที่ 2.5

2.1.3 วางโครงสร้างของโปรแกรมให้แน่ชัด พร้อมทั้งเขียนโปรแกรมย่อยที่มีการทำงานจำเพาะและเด่นชัดถึงแม้ว่าโปรแกรมย่อยบางโปรแกรม เช่น SUB 10400 จะไม่ได้ถูกเรียกใช้บ่อยครั้ง โดยหลักการอาจทำให้เป็นส่วนหนึ่งของโปรแกรมหลักได้ แต่ก็ได้จัดทำให้เป็นโปรแกรมย่อยเพื่อให้ผู้ใช้นำโปรแกรมย่อยเหล่านี้ไปใช้เขียนโปรแกรมใหม่ตามต้องการได้ ทั้งนี้เพื่อสนองวัตถุประสงค์ที่จะให้ผู้ใช้ได้เข้าใจปัญหาตามหลักวิชาของการสั่นสะเทือนและมีความสามารถทางการเขียนโปรแกรมไปด้วย (Computer Literacy Aim) ดังนั้น การออกแบบซอฟท์แวร์นี้จึงเน้นการทำโปรแกรมเป็นส่วน (blocks or modules)

2.2 โปรแกรมในซอฟท์แวร์

ซอฟท์แวร์นี้มีโปรแกรมทั้งหมด 12 โปรแกรม (ดูแคทตาลอก) นอกจาก Greeting Program ชื่อ HELLO และโปรแกรม SHAPES ซึ่งเป็นโปรแกรมมาตรฐานของแอปเปิ้ลสำหรับเขียนตัวพยัญชนะและตัวเลขบนจอกราฟิก (HGR 2) แล้ว โปรแกรมทั้งหมดสามารถใช้ประกอบการเรียนการสอนได้ การทำงานทั้งหมดของซอฟท์แวร์ตั้งแต่เริ่มเปิดเครื่องถูกควบคุมโดยโปรแกรม MASTER ซึ่งทำหน้าที่รับคำสั่งติดต่อจากผู้ใช้ผ่านแป้นพิมพ์ ทุกโปรแกรมถูกล็อกเอาไว้เพื่อป้องกันการอัดทับแต่เปิดโอกาสให้ผู้ใช้ List ออกดูได้ ในจานแม่เหล็กมีเนื้อที่เหลือสำหรับบันทึกภาพกราฟิกที่ต้องการได้อีกไม่เกิน 8 ภาพก็จะเต็มจาน ดังนั้นผู้ใช้ควรจะเตรียมจานไว้เผื่อสำหรับงานนี้เมื่อต้องการเก็บภาพกราฟิกเป็นจำนวนมาก

โปรแกรมใช้งานต่าง ๆ มีดังนี้

2.2.1 IPN01030887 (Free Vibration)

```
********** INSTRUCTION **********
THE FUNCTION TO BE PLOTTED IS :-
Y(X)=EXP(-ZE*t)*SIN(SQR(1-ZE*ZE)*t+PHI)
You are requested to input the values
of ZE (damping factor, C/Cc), PHI
(the phase angle), and the initial amp-
litude. This amplitude will be used as
a multiplier of the above equation.


10000  REM  FORMULA**************
     *****
10050 S =  SQR (1 - ZE * ZE)
10060 Y = YIN * ( EXP ( - ZE * X)
     ) *  SIN (S * X + PH)
```

โปรแกรมสำหรับการสั่นอย่างอิสระมีคำแนะนำโปรแกรมและมีสมการบันทึกไว้ระหว่างบรรทัดที่ 10000-10060 ใช้เขียนกราฟิกของ exponential decay ของคลื่น Sine

2.2.2 IPN02030887 (Vibration Isolation Under Force P)

```
********** INSTRUCTION **********
   This program plots the amplitude
response of a machine vibrating under
the influence  of an harmonic unblanced
force of constant amplitude (P).
The vertical represents the ratio of
the displacement amplitude to the stat-
ic displacement under force P. The hor-
izontal represents the frequency ratio
(W/Wn).
   You are requested to input the val-
ues of damping factor (ZE).

10000  REM  FORMULA**************
     *****
10040 SS = (1 - X * X) * (1 - X *
     X)
10050 SZ = (2 * ZE * X) * (2 * ZE
     * X)
10060 Y = 1 /  SQR (SS + SZ)
```

โปรแกรมสำหรับการสั่นตอบรับแรงกระตุ้นจากภายในหรือภายนอกเครื่องจักร แรงกระตุ้นเป็นแรงฮาร์มอนิค มีแอมปลิจูดคงที่

2.2.3 IPN03030887 (Vibration Isolation Under Eccentric Mass)

```
********** INSTRUCTION **********
   This program plots the amplitude
response of a machine vibrating under
the influence of a rotating unbalance
of the quantity m*e, where m is the ec-
centric mass and e the eccentricity.
   The vertical represents the ratio of
(M*X)/(m*e). The horizontal represents
the frequency ratio (W/Wn).
You are requested to input the values
of damping factor (ZE).

10000  REM  FORMULA**************
     *****
10040 SS = (1 - X * X) * (1 - X *
     X)
10050 SZ = (2 * ZE * X) * (2 * ZE
     * X)
10060 Y = (X * X) /  SQR (SS + SZ
     )
```

โปรแกรมสำหรับการสั่นตอบรับแรงกระตุ้นจากภายในหรือภายนอกเครื่องจักร แรงกระตุ้นเกิดจากมวลไร้สมดุลย์มีความเร็วเชิงมุมปริมาณไม่สมดุลย์มีขนาดเท่ากับมวล X ค่าเบี่ยงเบนจากจุดศูนย์กลางของการหมุน (me)

2.2.4 IPN04030887 (Vibrating Foundation)

```
********** INSTRUCTION **********
This program plots the the response
of a seismic mass, when the support
vibrates harmonically with constant
displacement amplitude. The vertical
represents the ratio of relative ampli-
tude (Z) to the support amplitude (X).
   The horizontal represents the fre-
quency ratio (W/Wn).
   You are requested to input the val-
ues of damping factor (ZE).


10000  REM  FORMULA**************
     *****
10010 RR = (1 - X * X) * (1 - X *
     X)
10020 RZ = (2 * ZE * X) * (2 * ZE
      * X)
10060 Y = (X * X) /  SQR (RR + RZ
     )
```

โปรแกรมสำหรับการสั่นของเครื่องมือหรืออุปกรณ์ติดตั้งบนพื้นหรือจากเพดานซึ่งมีการสั่นสะเทือนประมาณได้ในรูปแบบของคลื่น Sine หรือ Cosine และมีแอมปลิจูดของการเคลื่อนที่คงที่ โปรแกรมสร้างเส้นโค้งตอบสนองของอัตราส่วนแอมปลิจูดสัมพัทธ์ (เครื่องจักรเมื่อเทียบกับพื้นหรือเพดาน) ต่อ แอมปลิจูดของการกระตุ้น [1]

---

[1] Reference [10] หน้า 76

2.2.5 IPN05030887 (Transmissibility)

```
********** INSTRUCTION **********
   This program plots the transmissibi-
lity, the ratio of the force transmitt-
ed to the amplitude of exciting force
The vertical represents the transmissi-
bility while the horizon represents the
frequency ratio.
You are requested to input the values
of damping factor (ZE).


10000  REM  FORMULA**************
     *****
10040 SS = (1 - X * X) * (1 - X *
     X)
10050 SZ = (2 * ZE * X) * (2 * ZE
     * X)
10060 Y =  SQR ((1 + SZ) / (SS +
     SZ))
```

โปรแกรมสำหรับศึกษาหาขนาดของสัมประสิทธิ์ของแรงส่งถึงพื้น (อัตราส่วนของแรงรวมส่งผ่านสปริงค์และแคมเปอร์ถึงพื้นต่อแรงสั่นสูงสุด) ใช้สำหรับออกแบบแท่นรองรับเครื่องจักรเครื่องยนต์ในโรงงานและในเรือ

2.2.6 IPN06030887 (Vibration Isolation Under Force P With Numerical Output)

```
********** INSTRUCTION **********
   This program plots the amplitude
response of a machine vibrating under
the influence  of an harmonic unblanced
force of constant amplitude (P).
The vertical represents the ratio of
the displacement amplitude to the stat-
ic displacement under force P. The hor-
izontal represents the frequency ratio
(W/Wn).
   You are requested to input the val-
ues of damping factor (ZE).
   An option for numerical outputs is
offered after the graphic display.
```

```
10000  REM  FORMULA**************
     *****
10040 SS = (1 - X * X) * (1 - X *
     X)
10050 SZ = (2 * ZE * X) * (2 * ZE
     * X)
10060 Y = 1 /  SQR (SS + SZ)
```

โปรแกรมนี้ได้นำเอาโปรแกรม IPN02030887 มาดัดแปลงและเพิ่มเติมโปรแกรมย่อย SUB 12000 เพื่อให้ผู้ใช้พิมพ์ผลเชิงเลขออกใช้ควบคู่กับภาพกราฟิก ซึ่งเป็นแนวทางหนึ่งที่ผู้ใช้อาจดัดแปลงโปรแกรมอื่น ๆ ได้ (ดูบทที่ 4)

2.2.7 IPN07030887 (Dynamic Vibration Absorber)

```
********** INSTRUCTION **********
   This program plots the resonance con
-ditions of either the main mass or the
absorber-mass. The user is prompted for
the following inputs:- mass ratio
(M2/M1), the frequency ratio (W11/W22),
   where:-
     M1 = main mass, M2 = absorber mass
     W11 = nat.freq.of the main system
     W22 = nat.freq.of the absorber.
   The user is provided with an option
of either to plot X1/Xst or X2/Xst.


10000  REM  FORMULA**************
     *****
10060 QX = X * X:QW = WM * WM:QQ =
     QX * QW
10070 UW = UM / WM
10080  ON D GOTO 10090,10120
10090 Y = (1 - QQ) / ((1 - QQ) *
     (1 + UW - QX) - UW)
10100 DY$ = "*X1/XST*"
10110  RETURN
10120 Y = 1 / ((1 - QQ) * (1 + UW
     - QX) - UW)
10130 DY$ = "*X2/XST*"
10140  RETURN
```

โปรแกรมสำหรับปัญหาการติดตั้งเครื่องจักร เครื่องยนต์ หรือระบบท่อส่งของไหลเป็นกลุ่มจำนวนมาก ๆ เกิดการสั่นรุงแรงที่ความถี่ของการกระตุ้นเฉพาะย่านใดย่านหนึ่งซึ่งมักเกิดในโรงงานที่ใช้โครงสร้างเหล็ก หรือในเรือ ทำการแก้ปัญหาโดยการเพิ่มระบบลดการสั่นพลศาสตร์ (Dynamic Vibration Absorber)

2.2.8 IPN08030887 (Plot General Function)

โปรแกรมสำหรับสร้างภาพกราฟิก (X - Y Plotter) เมื่อ Y เป็น single-valued function ของ X โปรแกรมจะทำการบรรจุสมการเข้าไปในบรรทัดที่ 10060 โดยอัตโนมัติ เป็นโปรแกรมหลักที่ใช้นำไปดัดแปลงได้

2.2.9 PRINT-BIFILE

เป็นโปรแกรมสั้น ๆ ให้ความสะดวกกับผู้ใช้ในการพิมพ์ภาพกราฟิกบันทึกไว้ในจานแม่เหล็กออกสู่เครื่องพิมพ์ โดยผู้ใช้เพียงแต่พิมพ์ชื่อ File ที่ต้องการผ่านแป้นพิมพ์เป็นคำสั่งเข้าไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.3 โครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

2.3.1 โปรแกรม DYNAMIC ABSORBER (ดูแผนภูมิที่ 1)

โครงสร้างหลักของโปรแกรมนี้ประกอบด้วย โปรแกรมกราฟิกหลัก ส่วนการป้อนข้อมูล การแก้ไขพิสัยตามแกนนอน การบันทึกผลกราฟิกลงบนจาน

2.3.1.1 โปรแกรมกราฟิกหลัก (บรรทัดที่ 5000 - 5250)

โปรแกรมนี้นำค่าอัตราส่วนของความถี่ธรรมชาติ (W11/W22) ต่ำสุดและสูงสุดมากำหนดช่วยพิสัยแกนนอน ใช้ array XX(I) เป็นตัวกำหนดมิติบรรจุได้ 200 ค่า และใช้ array FY(I) เตรียมไว้เพื่อบรรจุค่าผลลัพธ์อัตราส่วนแอมปลิจูดที่จะทำการคำนวน 200 ค่า เรียกใช้โปรแกรมย่อยต่าง ๆ เพื่อเตรียมพื้นที่ในหน่วยความจำ HGR2 (หน้า 2 ของ High Resolution Graphics) ลากเส้นแกนหลักและเส้นตาข่าย คำนวนและเขียนค่าพิกัดต่าง ๆ บนแกนหลัก คำนวนหาค่าอัตราส่วนแอมปลิจูดแล้วนำไปวาดกราฟ แสดงผลบนจอภาพ

2.3.1.2 ส่วนการป้อนข้อมูล (บรรทัดที่ 2000 - 3000)

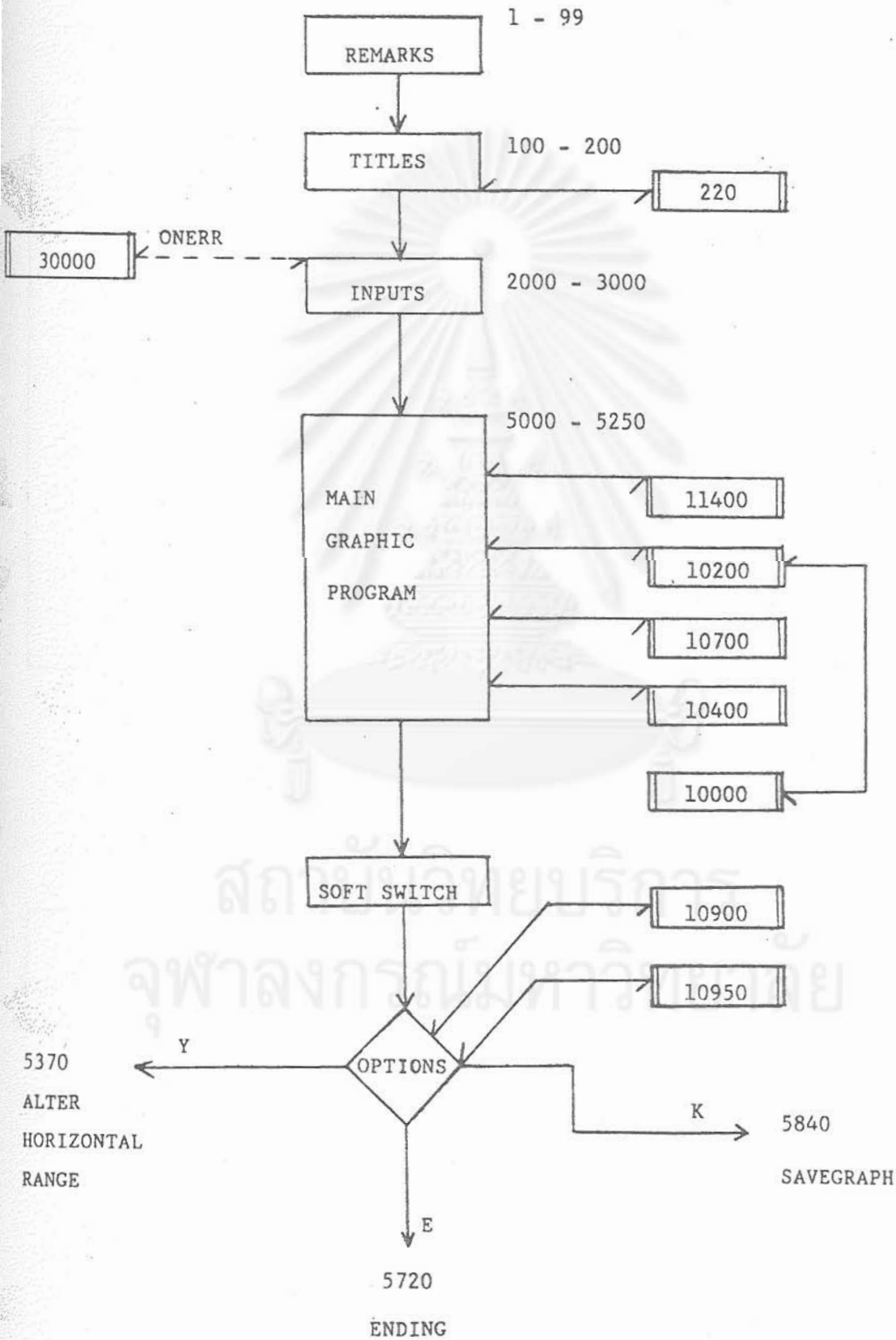
โปรแกรมในส่วนนี้เปิดโอกาสให้ผู้ใช้ป้อนข้อมูลผ่านแป้นพิมพ์ ข้อมูลที่ผู้ใช้จะกำหนดได้แก่ อัตราส่วนของมวล absorber เทียบกับมวลหลัก (M2/M1) อัตราส่วนของความถี่ธรรมชาติ (W11/W22) พิสัยต่ำสุดและสูงสุดของอัตราส่วนของความถี่ธรรมชาติ และอัตราส่วนแอมปลิจูดที่ต้องการจะจำลองสถานการณ์ นอกจากนั้นยังให้ผู้ใช้กำหนดว่าต้องการศึกษาพฤติกรรมของ มวลหลักหรือมวล absorber การทำงานทั้งหมดเป็นไปในลักษณะ inter-active ระหว่างผู้ใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์

2.3.1.3 การแก้ไขพิสัยตามแกนนอน (แกนอัตราส่วนความถี่ฯ) (บรรทัดที่ 5300 - 5630)

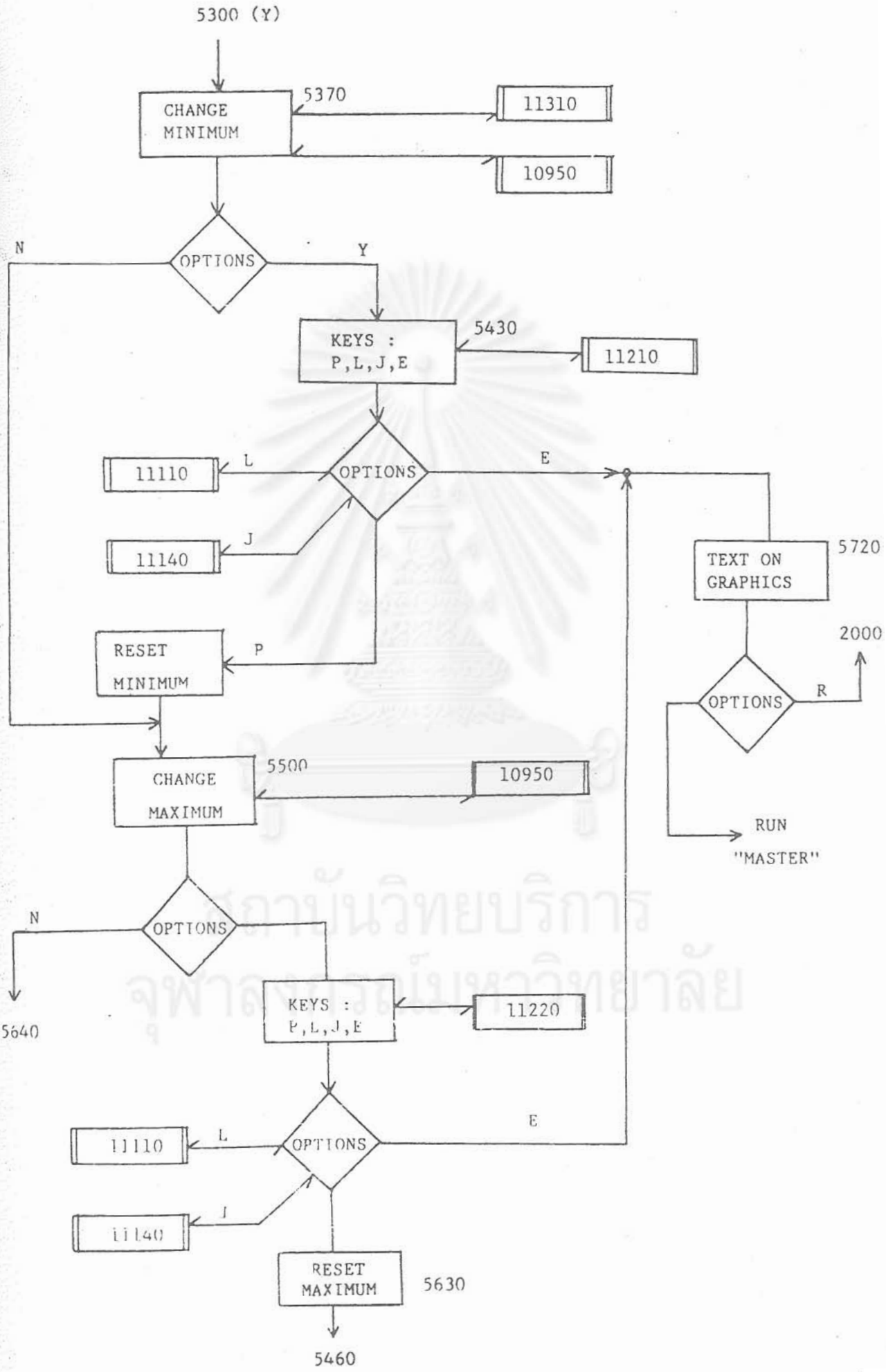
เนื่องจากโปรแกรมหลักสามารถแสดงผลโดยการขยายค่าทั้งแกนตั้งและแกนนอนได้ถึง 1000 เท่า เพื่อประโยชน์ในการนำผลเชิงเลขไปใช้งานได้มีความละเอียด (accuracy) เพียงพอสำหรับงานวิศวกรรม โปรแกรมส่วนนี้จึงเปิดโอกาสให้ผู้ใช้เปลี่ยนแปลงลดหรือขยายพิสัยค่าตามแกนอัตราส่วนความถี่ได้ การทำงานทั้งหมดเป็นไปในลักษณะ inter-active ระหว่างผู้ใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ หลังจากได้กราฟจากโปรแกรมกราฟิกหลักแล้ว เครื่องจะเปิดโอกาสให้ผู้ใช้เลือกตัดสินใจได้ 3 อย่าง:- เปลี่ยนพิสัยอัตราส่วนความถี่ฯ เก็บบันทึกกราฟที่ได้ไว้บนจาน หรือยกเลิกไม่ต้องการผล

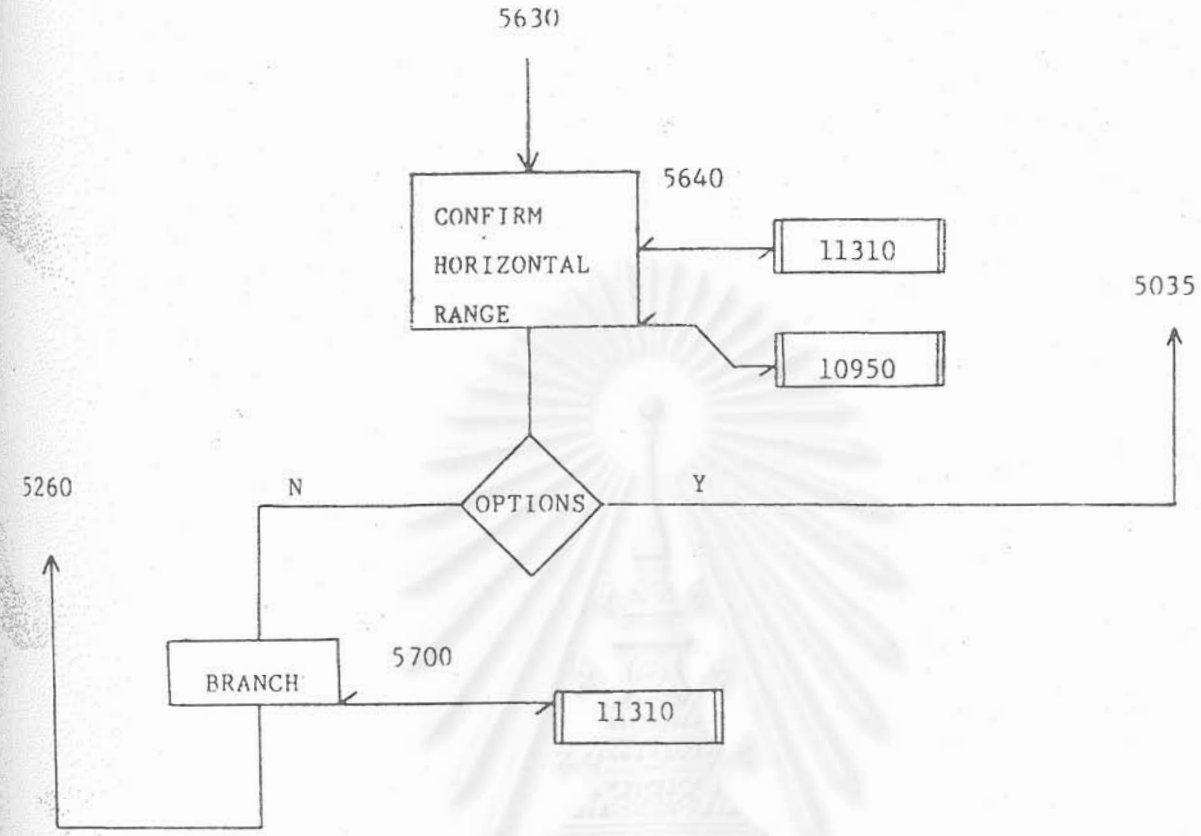
FLOW DIAGRAM

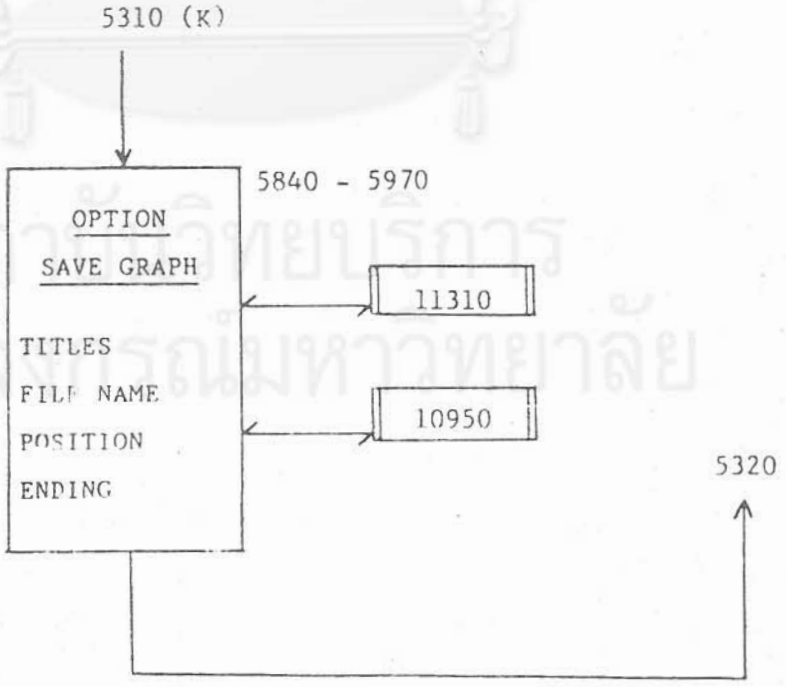
PROGRAM ABSORBER



แผนภูมิที่ 1


5300 (Y)
CHANGE MINIMUM
5370
11310
10950
OPTIONS
N
Y
KEYS : P,L,J,E
5430
11210
OPTIONS
L
J
E
11110
11140
RESET MINIMUM
P
TEXT ON GRAPHICS
5720
2000
OPTIONS
R
RUN "MASTER"
CHANGE MAXIMUM
5500
10950
OPTIONS
N
5640
KEYS : P,L,J,E
11220
E
11110
L
OPTIONS
J
11140
RESET MAXIMUM
5630
5460


5630
CONFIRM
HORIZONTAL
RANGE
5640
11310
10950
5035
5260
N
OPTIONS
Y
BRANCH
5700
11310


5310 (K)
OPTION
SAVE GRAPH
TITLES
FILE NAME
POSITION
ENDING
5840 - 5970
11310
10950
5320

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อผู้ใช้เลือกที่จะเปลี่ยนพิสัยความถี่ โปรแกรมจะยอมให้แก้ไขได้ทั้งค่าต่ำสุดและสูงสุดของอัตราส่วนความถี่ฯ กำหนดใช้แป้นอักษร L และ J ควบคุมการเลื่อนดรรชนีบนจอไปทางซ้ายและขวาตามลำดับ แป้นอักษร P ใช้กำหนดตำแหน่งสุดท้ายที่ต้องการ ดังนั้น เมื่อผู้ใช้กดแป้นอักษร P จะเห็นเส้นดิ่งเพิ่มขึ้นที่ตำแหน่งของดรรชนีรูปหัวลูกศรนั้น ๆ เส้นดิ่งนั้นจะเป็นขอบข่ายใหม่ของการคำนวน และเขียนกราฟในช่วงต่อไป โปรแกรมจะกำหนดค่าต่ำสุดและสูงสุดของอัตราส่วนความถี่ฯ ใหม่หมดโดยอัตโนมัติ แล้วกลับเข้าสู่โปรแกรมกราฟิกหลักอีกที่บรรทัด 5035 จะเห็นได้ว่าผู้ใช้ไม่มีความจำเป็นที่จะต้องไปบรรจุข้อมูลสำคัญของระบบอีก นับเป็นการประหยัดเวลาได้มาก

ถ้าผู้ใช้พอใจในผลลัพธ์ที่แสดงบนจอก็สามารถสั่งให้เครื่องบันทึกภาพกราฟิกนั้นบนจานเพื่อเก็บรักษาไว้หรือนำไปพิมพ์ผลออกทางเครื่องพิมพ์อีกต่อไปได้

2.3.1.4 <u>การบันทึกผลกราฟิกลงบนจาน</u> (บรรทัดที่ 5840 - 5970)

เมื่อผู้ใช้กดแป้นอักษร K (ช่วงบรรทัด 5310) แสดงความประสงค์ที่จะบันทึกผลกราฟิกบนจอเพื่อเก็บไว้ใช้ต่อไป โปรแกรมจะไปที่บรรทัด 5840 ก่อนที่จะเก็บภาพโปรแกรมจะใส่ชื่อของกราฟ (อัตราส่วนแอมปลิจูดหลัก X1/Xst หรือ X2/Xst) พร้อมทั้งค่า W11/W22 และ M2/M1 ในช่วงนี้หน่วยบันทึกความจำของ CPU ที่ตำแหน่งเริ่มต้น A$ 4000 จะมีข้อมูลกราฟิกขนาด A$2000 ไบท์ บรรจุอยู่ โปรแกรมจะสั่งให้นำข้อมูลตำแหน่งนี้ไปบันทึกลงในจาน โดยใช้ชื่อ File "PICTURE 1" "PICTURE 2" ฯลฯ หมายเลขที่ให้กับชื่อ File นี้จะนับเรียงกันไปโดยอัตโนมัติตลอดเวลาที่อยู่ในโปรแกรมนี้

2.3.1.5 <u>โปรแกรมย่อย</u> (SUBROUTINES)

โปรแกรมย่อยจัดทำขึ้นเพื่อทำงานในลักษณะซ้ำซ้อนบ่อยครั้ง ช่วยประหยัดขนาดความยาวของโปรแกรมหลัก และช่วยประหยัดหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้ใน CPU นอกจากนั้นยังช่วยให้การตัดทอนหรือการดัดแปลงโปรแกรมไปใช้ในงานอื่น ๆ ทางวิศวกรรมเป็นไปได้อย่างสะดวก และมีประสิทธิภาพ มีโปรแกรมย่อยทั้งหมด 14 โปรแกรม ทำหน้าที่ดังนี้

SUB 10000 : บรรจุสูตรวิศวกรรมที่ต้องการคำนวณเพื่อจะนำไปเขียนกราฟ

SUB 10200 : นำค่าอัตราส่วนความถี่ฯ ต่ำสุดและสูงสุดจาก INPUTS มาหาพิสัยของแกนนอน (X) หาค่า X จากการแบ่งพิสัยออก 200 ช่วงเท่า ๆ กัน แล้วบรรจุไว้ใน XX(I) เรียก SUB 10000 มาเพื่อคำนวนหาค่าอัตราส่วนแอมปลิจูด (Y) ที่ทุก ๆ ตำแหน่งของ X แล้วบรรจุไว้ใน FY(I) ควบคุมค่าเหล่านี้ไว้ให้อยู่ในกรอบของกราฟจากค่ากำหนดพิสัยอัตราส่วนแอมปลิจูดจาก INPUTS ขั้นตอนการทำงานนี้สำคัญมาก เนื่องจากปัญหาการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกลในย่านสำคัญนั้นย่อมเกิด resonance ขึ้นทั้งสิ้น มีผลทำให้อัตราส่วนแอมปลิจูดเข้าใกล้อนันต์ได้ทั้งทางด้านบวก และด้านลบ หากไม่มีการควบคุม (Clippling) ค่า Y แล้ว เครื่องคอมพิวเตอร์จะไม่สามารถวางตำแหน่งจุดเหล่านี้บนจอได้

นอกจากนั้นแล้ว โปรแกรมย่อยนี้จะคำนวนหาตำแหน่ง Y = 0 สัมพัทธ์กับจอเพื่อตีเส้นแกน X ใหม่ในกรณีที่แกน X ไม่ทับกรอบล่างของจอ

SUB 10400 : นำค่าพิกัด X, Y จาก arrays XX(I) และ FY(I) ไปเขียนกราฟบนจอเริ่มจากมุมล่างซ้ายสุดของกรอบซึ่งมีพิกัดของ pixel เป็น (40,180) เนื่องจากต้องการให้ได้รูปกราฟต่อเนื่อง (ใช้คำสั่ง HPLOT TO) จึงจัดให้มีขั้นตอนที่จะระงับการลากเส้นในกรณีที่ค่า Y เปลี่ยนแปลงรวดเร็ว เช่น จาก $-\infty$ ไปเป็น $+\infty$

SUB 10700 : คำนวนและเขียนค่าพิกัดจุดที่กำหนดที่แกน X และ แกน Y พร้อมทั้งให้ค่าสเกล เช่น X * 1 X * 1000 เป็นต้น

SUB 10900 : โปรแกรมย่อยทั้งสามใช้เขียนตัวอักษรบนจอกราฟิก HGR 2
SUB 10950 : ตามตำแหน่งที่ต้องการ หรือลบตัวอักษรที่ปรากฏอยู่แล้ว
SUB 11030 : ซึ่งก็คือใช้คำสั่งให้เขียนตัวอักษรเหล่านั้นด้วยสีเดียวกับสีพื้นจอทำให้มองไม่เห็นนั่นเอง

SUB 11110 : ใช้สั่งให้เคลื่อนที่ครรชนีบนจอไปทางขวาโดยสัมพันธ์กับสัญญาณจากแป้นพิมพ์

SUB 11140 : ทำงานเหมือน SUB 11110 แต่ เคลื่อนที่ไปทางซ้าย

SUB 11210 : เขียนครรชนีรูป ">"

SUB 11220 : เขียนครรชนีรูป "<"

SUB 11310 : ลบจอภาพตำแหน่ง pixel Y ตั้งแต่ 5 ถึง 24 และ pixel X ตั้งแต่ 65 ถึง 255 ซึ่งเป็นช่วงหน้าต่างติดต่อระหว่าง ผู้ใช้กับเครื่องฯ

SUB 11400 : เขียนแกนหลักตีตารางบนพื้นที่จอที่จะเขียนกราฟ

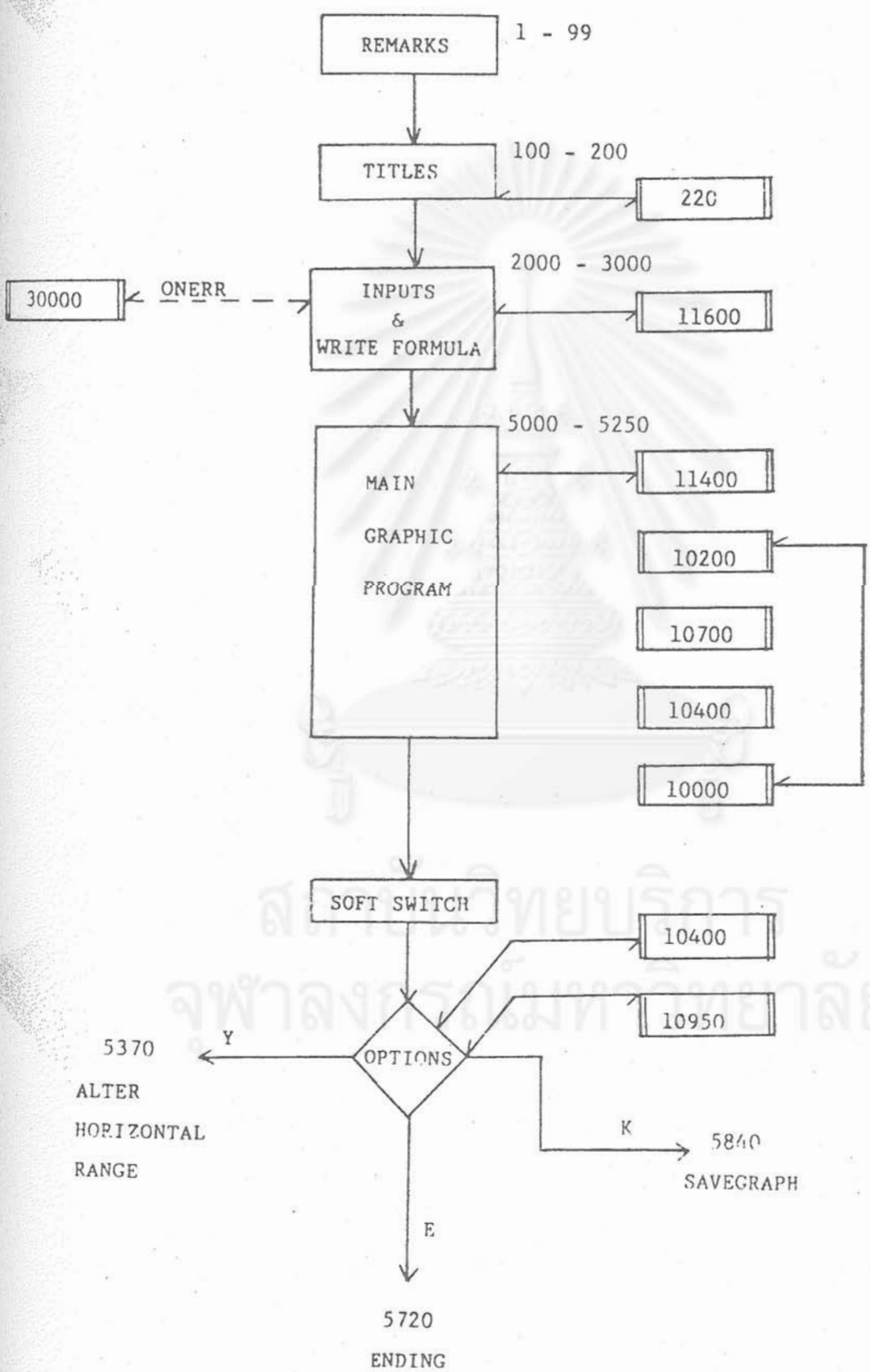
SUB 30000 : โปรแกรมย่อยนี้ทำหน้าที่เป็นข่ายดักความผิดพลาดต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นได้ในขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมทั้งหมด ทำหน้าที่รายงานตำแหน่งบรรทัดที่เกิดปัญหา และสัญลักษณ์เลขหมายระบุชนิดของความผิดพลาดที่เกิดขึ้น

2.3.2 โปรแกรม FUNCTION PLOTTING (ดูแผนภูมิที่ 2)

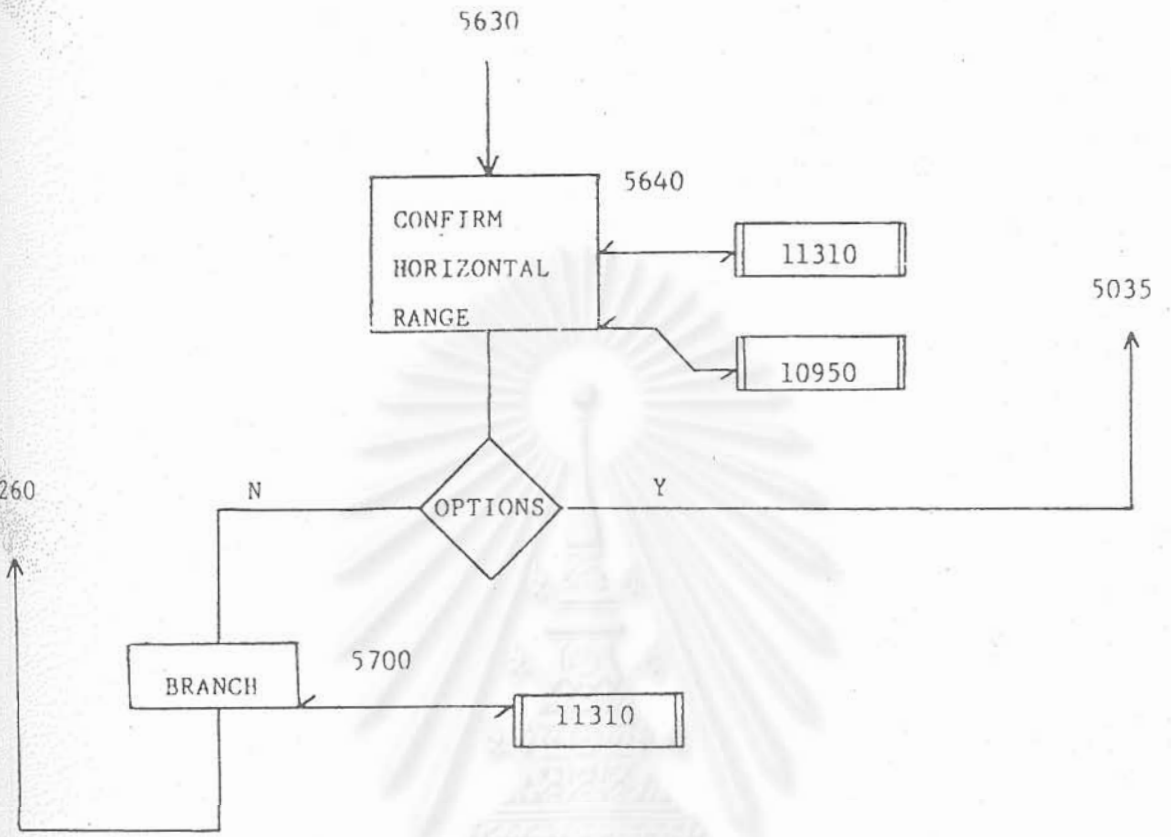
โครงสร้างหลักของโปรแกรมนี้ประกอบด้วย โปรแกรมกราฟิกหลัก ส่วนการป้อนข้อมูล การแก้ไขพิสัยตามแกนนอน การบันทึกผลกราฟิกลงบนจาน และมีโปรแกรมย่อยอีกเป็นจำนวนมาก โปรแกรมนี้ได้อิงโครงสร้างของโปรแกรม ABSORBER ซึ่งได้ออกแบบไว้ให้ทำการดัดแปลงได้อยู่แล้ว

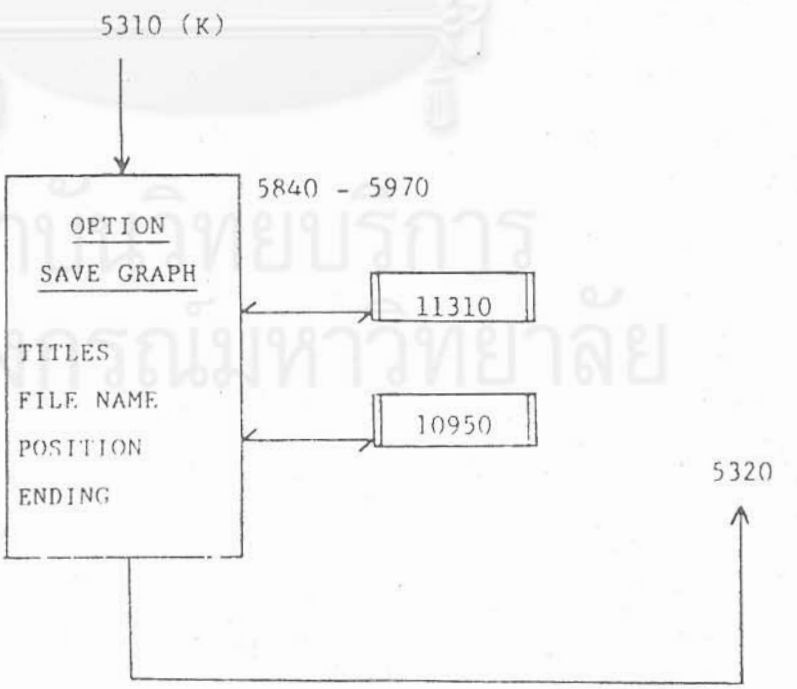
FLOW DIAGRAM

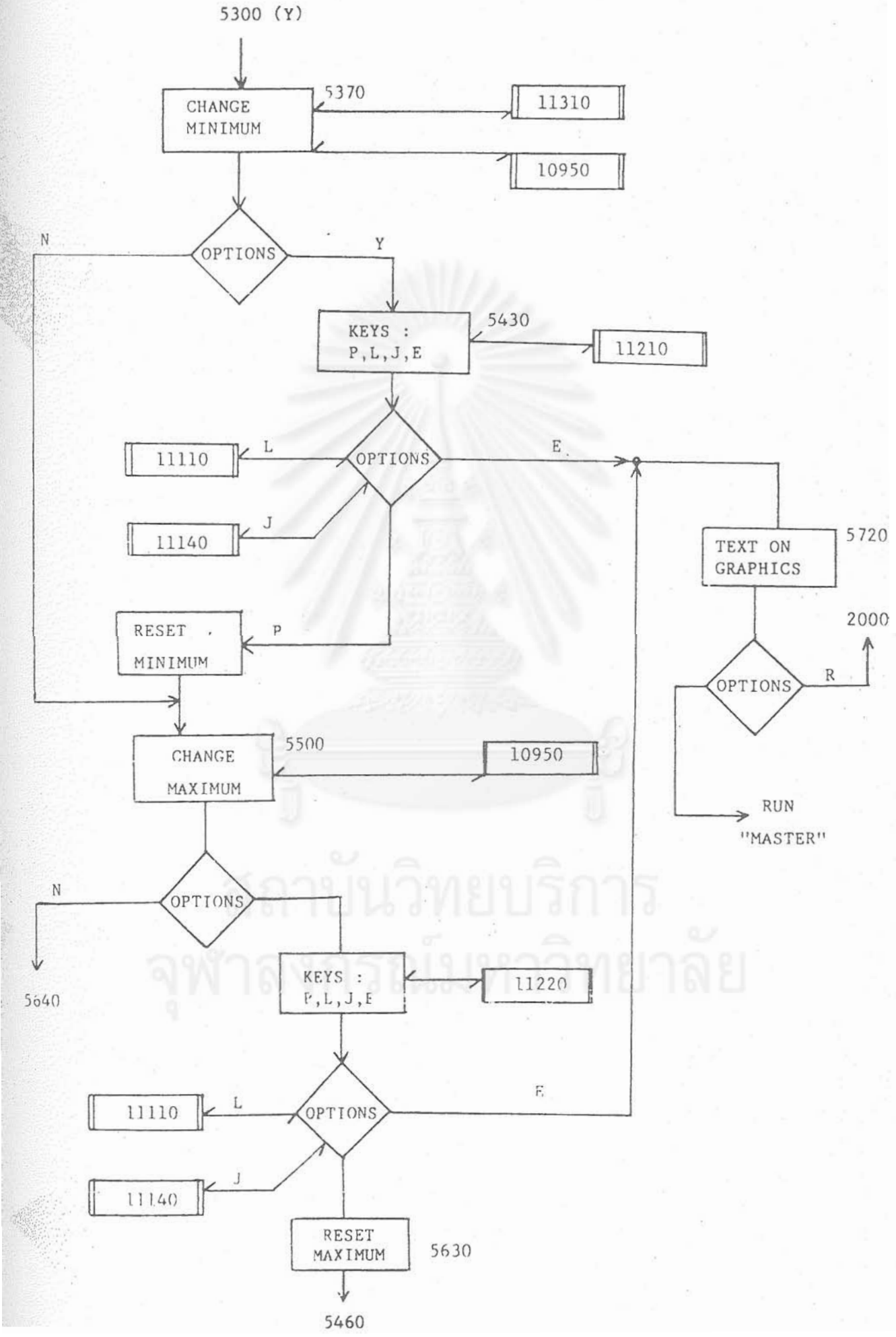
PROGRAM FUNCTION PLOTTING



แผนภูมิที่ 2


5630
5640
CONFIRM
HORIZONTAL
RANGE
11310
10950
5035
5260
N
OPTIONS
Y
BRANCH
5700
11310


5310 (K)
5840 - 5970
OPTION
SAVE GRAPH
11310
TITLES
FILE NAME
POSITION
ENDING
10950
5320


5300 (Y)
CHANGE MINIMUM
5370
11310
10950
OPTIONS
N
Y
KEYS : P,L,J,E
5430
11210
OPTIONS
L
J
E
11110
11140
RESET MINIMUM
P
TEXT ON GRAPHICS
5720
2000
OPTIONS
R
RUN "MASTER"
CHANGE MAXIMUM
5500
10950
OPTIONS
N
5640
KEYS : P,L,J,E
11220
E
11110
L
OPTIONS
J
11140
RESET MAXIMUM
5630
5460

ข้อแตกต่างจากโปรแกรม ABSORBER มีดังนี้ คือ :-

2.3.2.1 ส่วนการป้อนข้อมูล

เนื่องจากโปรแกรมออกแบบขึ้นเพื่อให้เขียนกราฟตามความต้องการของผู้ใช้โปรแกรม ส่วนการป้อนข้อมูลจึงเปิดโอกาสให้ผู้ใช้บรรจุข้อมูลเหล่านี้ได้ :- สูตรที่ต้องการในรูปของ Y = Y(X) ฟังก์ชัน Y จะซับซ้อนเท่าใดก็ได้แต่ต้องระลึกถึงว่าการจำลองสถานการณ์ในระนาบนั้นฟังก์ชั่นต้องขึ้นกับตัวแปรเพียงตัวเดียว ตัวแปรอื่นๆ ต้องให้มีค่าคงที่ชั่วคราวทั้งหมด มีการเรียกใช้โปรแกรมย่อยใหม่โปรแกรมหนึ่ง คือ SUB 11600 เพื่อบันทึก Y(X) ที่ต้องการ นอกจากนั้นผู้ใช้จะถูกขอให้กำหนดค่าต่ำสุดและสูงสุดของ X และ Y ให้ตั้งชื่อกราฟ ชื่อแกนหลักทั้งสอง

2.3.2.2 โปรแกรมกราฟิกหลัก

ได้มีการดัดแปลงโปรแกรมนี้เพื่อให้บันทึกชื่อของ File บนจานโดยใช้ชื่อเดียวกับกราฟที่ได้จากส่วนการป้อนข้อมูล

2.3.2.3 โปรแกรมย่อย

มีการดัดแปลงโปรแกรมย่อย SUB 10000 เพื่อให้รับฟังก์ชั่น Y(X) ตามที่ผู้ใช้ต้องการ โดยใช้คำสั่งจาก SUB 11600 ซึ่งเป็นโปรแกรมย่อยใหม่

SUB 11600 : โปรแกรมย่อยนี้ทำหน้าที่เขียน TEXT FILE ชื่อ FORMULA บรรจุ Y = Y(X) เข้าไปใน SUB 10000

2.3.3 โปรแกรมสำหรับปัญหาการสั่นสะเทือนอื่น ๆ

โปรแกรมเหล่านี้มีโครงสร้างคล้ายกับ โปรแกรม FUNCTION PLOTTING แต่ได้ทำการบรรจุฟังก์ชั่น Y = Y(X) เอาไว้ในโปรแกรมย่อย SUB 10000 ล่วงหน้าเอาไว้ให้หมดแล้วจึงได้ตัดเอา SUB 11600 ออกไป เนื่องจากไม่มีความจำเป็นอีกต่อไป นอกจากนั้นยังได้ดัดแปลงโปรแกรมส่วนการป้อนข้อมูลให้เหมาะสมกับปัญหาที่ต้องการจะจำลองสถานการณ์อีกด้วย

สำหรับโปรแกรม IPN 06030887 นั้น ได้เพิ่มโปรแกรมย่อยใหม่อีกหนึ่งโปรแกรม คือ SUB 12000

SUB 12000 : โปรแกรมย่อยนี้นำเอาค่าฟังก์ชั่นซึ่งได้คำนวณไว้แล้ว และยังไม่ได้ทำการตัดหรือควบคุมค่า (Clipping) จาก array YY(I) ซึ่งเป็นค่าจริงที่คำนวณได้มาแสดงผ่านเครื่องพิมพ์ เพื่อให้ผู้ใช้นำผลลัพธ์ไปวิเคราะห์เชิงเลขได้ตามต้องการ เมื่อใช้โปรแกรมย่อยนี้ต้องเพิ่มเติม YY(I) ในบรรทัดที่ 5010 และ 12120

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3
กรณีศึกษาเรื่องปัญหาการสั่นสะเทือน

การศึกษาเพื่อแก้ปัญหาการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกล และเครื่องจักรกลเรือจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้เชิงวิเคราะห์พฤติกรรมของระบบที่มีการสั่นสะเทือน การศึกษาขั้นต้นจำเป็นต้องเน้นพฤติกรรมของระบบตั้งแต่หนึ่งองศาอิสระ (ONE DEGREE OF FREEDOM SYSTEM) ขึ้นไปให้สามารถเข้าใจเรื่อง สมการของการเคลื่อนที่ ความถี่ธรรมชาติของการสั่นของระบบพฤติกรรมที่ย่านความถี่ต่าง ๆ พฤติกรรมตอบสนองต่อแรงกระตุ้น การส่งผ่านแรงระหว่างฐานรากติดตั้งกับตัวเครื่องจักร ฯลฯ การพิจารณาแก้ไขการสั่นสะเทือนให้หายไปโดยสิ้นเชิงหรือลดระดับการสั่นและความเสียหายลง ขึ้นอยู่กับความเข้าใจระบบ ดังนั้นการวิเคราะห์โดยใช้กราฟิกเข้าช่วยจึงมีประโยชน์อย่างยิ่ง

ในบทนี้จะได้นำกรณีศึกษาเรื่องปัญหาการสั่นสะเทือนที่สำคัญและจำเป็นมาประกอบกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อเน้นพฤติกรรมที่จุดเด่นต่าง ๆ ผู้ทำการศึกษาต้องใช้ตำราเพื่อทำความเข้าใจเรื่องสมการควบคู่ไปด้วย กรณีศึกษาต่าง ๆ จะได้เน้นที่ระบบหนึ่งและสององศาอิสระ :

3.1 การเคลื่อนที่แบบมีคาบ (Periodic Motion)

รากฐานของการศึกษาเรื่องการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรเริ่มต้นที่การเคลื่อนที่เป็นฟังก์ชันฮาร์มอนิค (คลื่น sine หรือ cosine) ซึ่งประกอบด้วย :-

การเคลื่อนที่ $Y(T) = Y \sin (WT + \phi)$

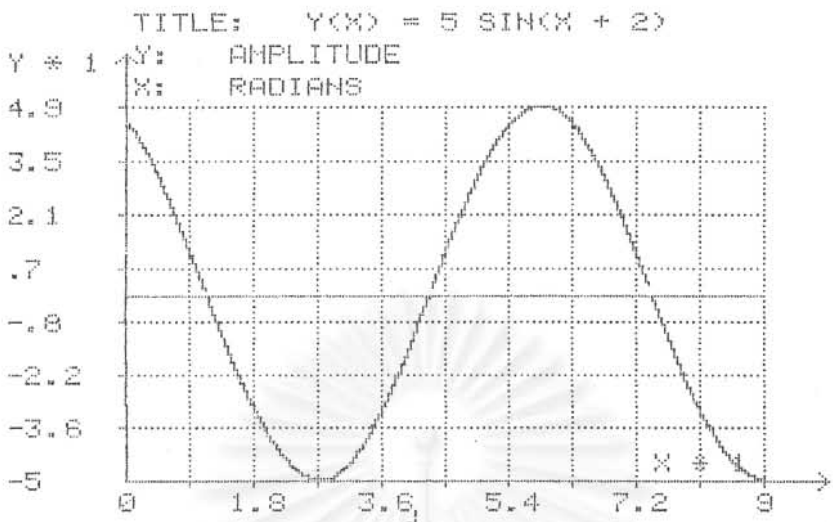
ความเร็ว $\dot{Y}(T) = WY \cos (WT + \phi)$

ความเร่ง $\ddot{Y}(T) = -W^2 Y \sin (WT + \phi)$

ถ้าให้แกนนอนเป็นมุมเรเดียนใช้โปรแกรม PLOT GENERAL FUNCTION (IPN 08030887) สำหรับวาดกราฟทั่วไป ทดลองใส่ฟังก์ชันตัวอย่างเช่น

$$Y(X) = 5 \sin (X + 2)$$

เมื่อ $X = WT$ และ 2 เรเดียนคือมุมเฟส (Phase angle) 5 คือแอมปลิจูดของคลื่น ดูรูปที่ 3.1 โปรดสังเกตว่าการเคลื่อนที่ ความเร็ว และความเร่งเป็นฟังก์ชันของ sine หรือ cosine ทั้งสิ้น ความแตกต่างอยู่ที่แอมปลิจูดของคลื่นเหล่านี้คือ สัมประสิทธิ์ที่คูณอยู่ข้างหน้าและเครื่องหมาย



รูปที่ 3.1

3.2 อนุกรมของฟูเรียร (Fourier's Series)

การวิเคราะห์คลื่นฮาร์มอนิคที่ค่อนข้างซับซ้อนมักใช้อนุกรมของฟูเรียรเข้าช่วย ทั้งนี้โดยกำหนดให้คลื่นทั่ว ๆ ไปแทนด้วยฟังก์ชั่น

$$Y(X) = \sum_{1}^{\infty} a_n \sin nX + \sum_{1}^{\infty} b_n \cos nX + b_o$$

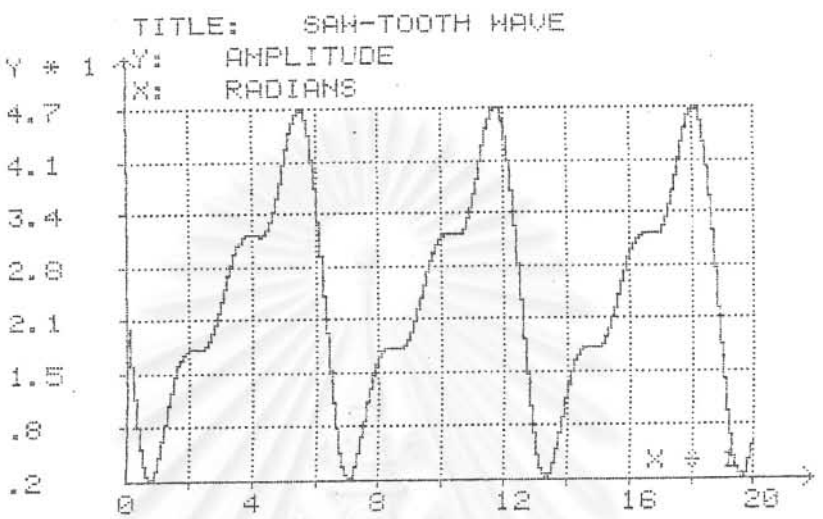
เมื่อ sine เป็นฟังก์ชั่นคู่ และ consine เป็นฟังก์ชั่นคี่ ใช้โปรแกรม PLOT GENERAL FUNCTION (IPN 08030887) สำหรับวาดกราฟทั่วไป ทดลองวาดกราฟฟันเลื่อย (saw - tooth)

$\pi = 3.1416$

$$Y(X) = 5\left(0.5 - \frac{1}{3.1416} \sin X - \frac{1}{2 \times 3.1416} \sin 2X - \frac{1}{3 \times 3.1416} \sin 3X - \ldots\ldots\ldots\right)$$

$$= 5(0.5 - 0.3183 \sin X - 0.1592 \sin 2X - 0.106 \sin 3X)$$

โดยตัดให้เหลือเพียง 3 เทอร์ม ดูรูปที่ 3.2 การเพิ่มเทอร์ม 5X, 7X...ฯลฯ มากขึ้น จะช่วยทำให้ฟันเลื่อยเหยียดเป็นเส้นตรงมากขึ้น เนื่องจากอนุกรมของฟูเรียรมีจำนวนเทอร์มมากมาย ผลรวมของมันจึงทำให้เกิดคลื่น ๆ ได้ใกล้เคียงกับรูปคลื่นที่ต้องการจำลองให้เหมือนในธรรมชาติได้



รูปที่ 3.2

3.3 <u>การสั่นอย่างอิสระแบบมีแดมเปอร์</u> (Free - damped vibration)

การสั่นอย่างอิสระแบบมีแดมเปอร์ขึ้นอยู่กับ damping factor (Ze) เมื่อ

ความถี่ธรรมชาติของการสั่น $Wn = \sqrt{\frac{K}{M}}$

critical damp coefficient $Cc = 2MWn$

damping factor $Ze = C/Cc$

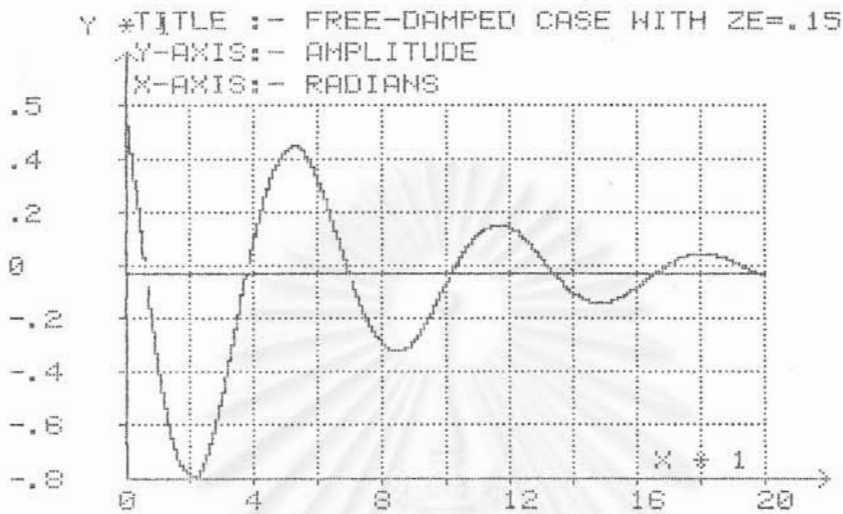
เมื่อ $Ze \geq 1$ ไม่มีการสั่นเกิดขึ้น และเมื่อ Ze มีค่าน้อยกว่า 1 การสั่นเป็นไปตามฟังก์ชั่น

$$Y(X) = e^{-Ze\ X} \cdot \sin(\sqrt{1 - Ze^2} \cdot X + \emptyset)$$ [1]

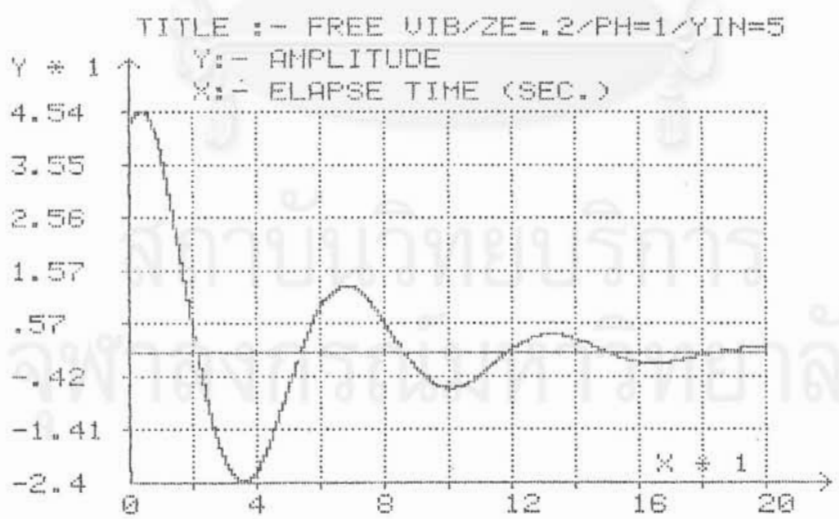
โปรแกรม Free Vibration วาดกราฟตามฟังก์ชั่นข้างบนนี้โดยให้ Ze เป็นค่าคงที่ชั่วคราว ในรูปที่ 3.3.1 ให้มุมเฟส และแดมปิ้งแฟคเตอร์เป็น 2.5 เรเดียน และ 0.15 ตามลำดับ ในรูปที่ 3.3.2 แสดงคลื่นที่มีแอมปลิจูดเริ่มต้น 5 มุมเฟส และแดมปิ้งแฟคเตอร์เป็น 1 และ 0.2 ตามลำดับ

---

[1] Reference [3] หน้า 39

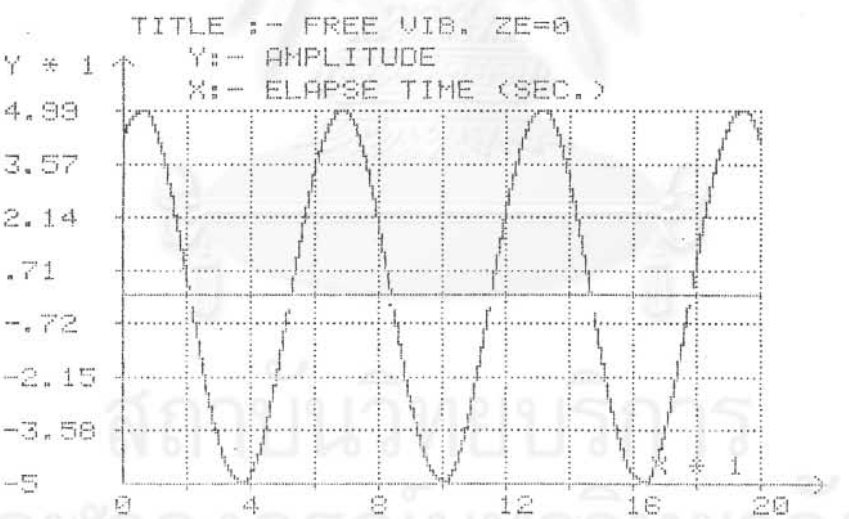


รูปที่ 3.3.1

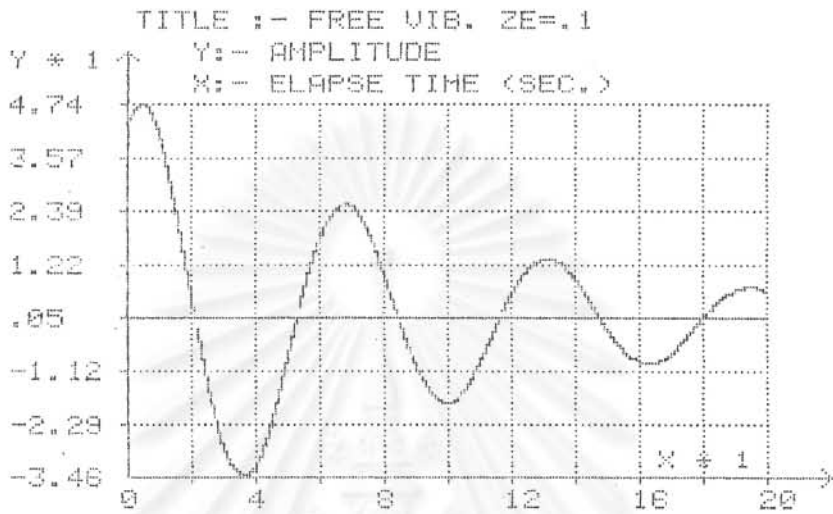


รูปที่ 3.3.2

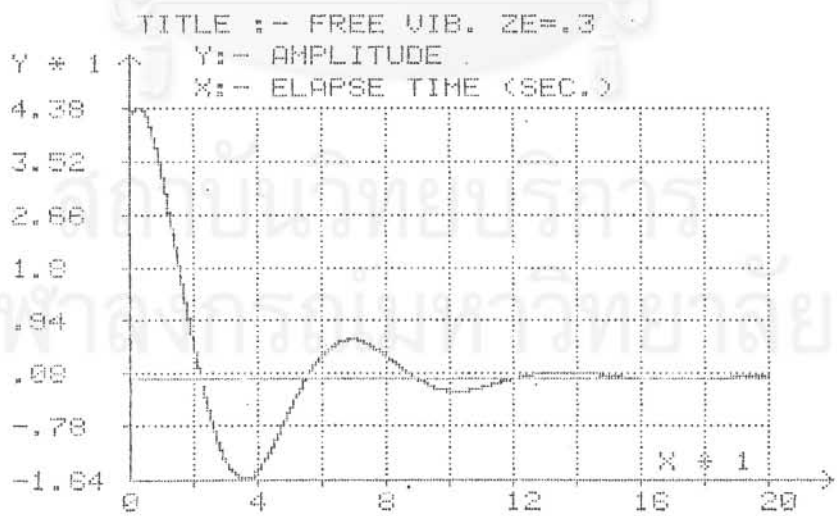
ถ้าทำการศึกษาเชิงคุณภาพของผลการเปลี่ยนค่าแดมปิ่งแฟคเตอร์ รูปที่ 3.3.3 - 3.3.6 จะเห็นได้ว่าการสั่นลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเพิ่มค่าแดมปิ่งแฟคเตอร์จนถึงขั้นที่ไม่มีการสั่นเลย คือเป็นการเคลื่อนที่เข้าหาตำแหน่งสมดุลย์เท่านั้น การวิเคราะห์เชิงปริมาณ เช่นต้องการหาว่าการสั่นจากตำแหน่งบวกสู่ตำแหน่งลบเกิดขึ้นที่ใด สำหรับกรณีรูป 3.3.4 ทำได้โดยการเปลี่ยนพิสัยของรูปที่ 3.3.4 ดังแสดงในรูปที่ 3.3.7 แกนนอนขยาย 1000 เท่าในย่าน 2.2435 ถึง 2.2469 เกิดการผ่านตำแหน่งสมดุลย์ที่บริเวณ 2.2450 เป็นต้น



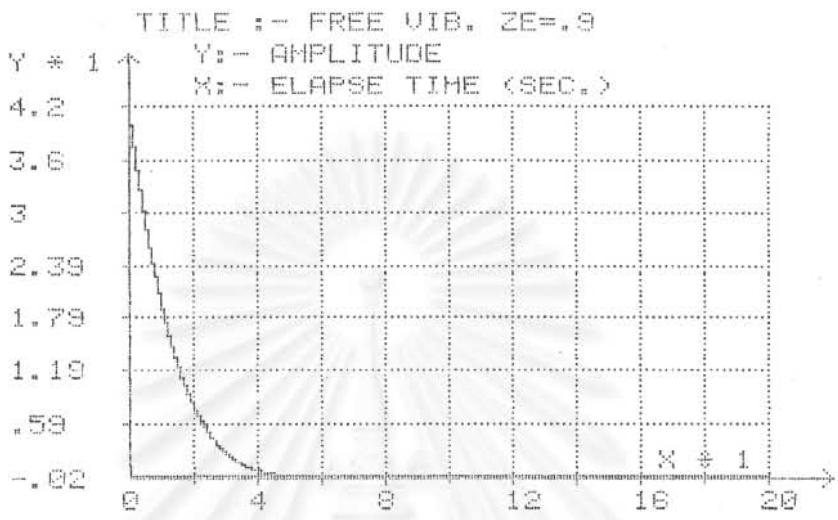
รูปที่ 3.3.3



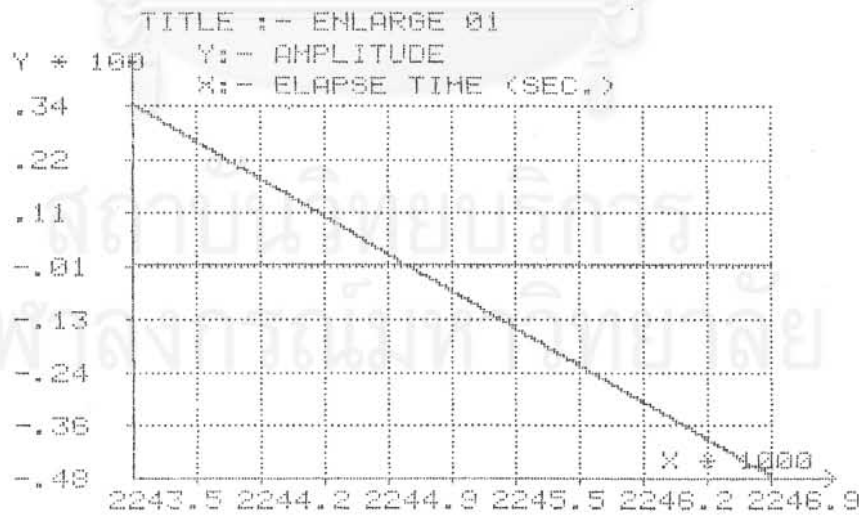
รูปที่ 3.3.4



รูปที่ 3.3.5



รูปที่ 3.3.6



รูปที่ 3.3.7

I17559909

3.4 การสั่นตอบรับแรงภายนอก (P) (Isolation Under Force P)

การติดตั้งเครื่องจักรที่มีการสั่นเนื่องจากแรงกระตุ้นฮาร์มอนิคมีแอมปลิจูด P มักใช้แท่นเครื่องที่เป็นยาง หรือเป็นสปริงค์ และแดมเปอร์หลาย ๆ ตัว แต่ก็นิยมที่จะยุบรวมแท่นเครื่องเหล่านี้เข้าเป็นตัวเดียวกันในการวิเคราะห์เพื่อให้ได้ฟังก์ชั่นที่กระชับและง่ายในการศึกษา และถือเป็นการสั่นในแนวเดียวมีองศาอิสระ (degree of freedom) เป็นหนึ่ง สมการการเคลื่อนที่ทั่วไปให้ผลลัพธ์เป็นฟังก์ชั่น Y ดังนี้

$$Y = \frac{P/K}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\,Zer)^2}} \sin(WT - \phi)$$

$$\tan\phi = \frac{2\,Zer}{1 - r^2}$$

เมื่อ Y = ขนาดของการสั่นเมื่อเวลาใด ๆ T

P = แอมปลิจูดของแรง

K = ค่าคงที่ของสปริงค์ (รวม)

W = ความถี่ของแรงกระตุ้น

M = มวลเครื่องจักร

Ze = damping factor

$Wn = \sqrt{\frac{K}{M}}$, ความถี่ธรรมชาติของการสั่นอิสระ

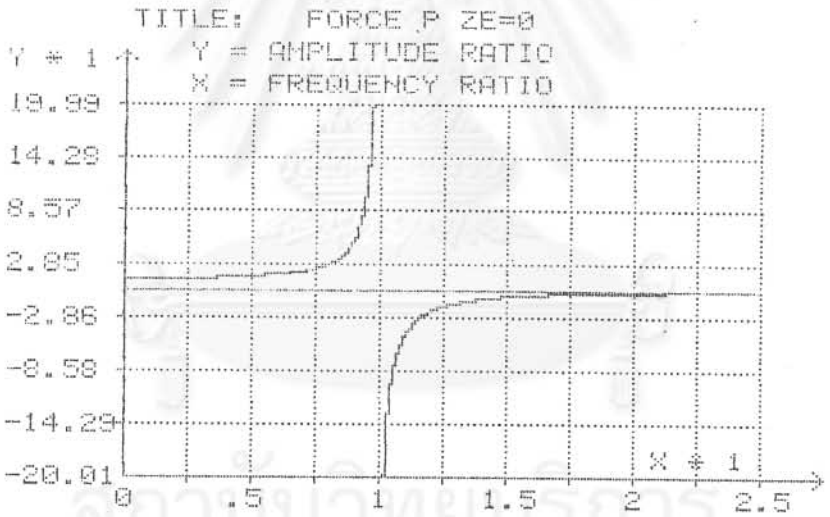
r = W/Wn, อัตราส่วนของความถี่

เมื่อศึกษาแอมปลิจูดของการสั่นให้ตัดเทอร์มของคลื่น sine ออกไป แล้วพิจารณาอัตราส่วนแอมปลิจูด Y/Yst. Yst.(= P/K) คือ ขนาดของการทรุดตัวหรือการยืดตัวของสปริงค์ภายใต้แอมปลิจูดของแรง P ขึ้นอยู่กับการติดตั้ง (เพดานหรือพื้น) ดังนั้นฟังก์ชั่นที่ควรศึกษาก็คือ

$$Y(X) = Y/Yst. = 1/\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\,Ze\,r)^2}$$

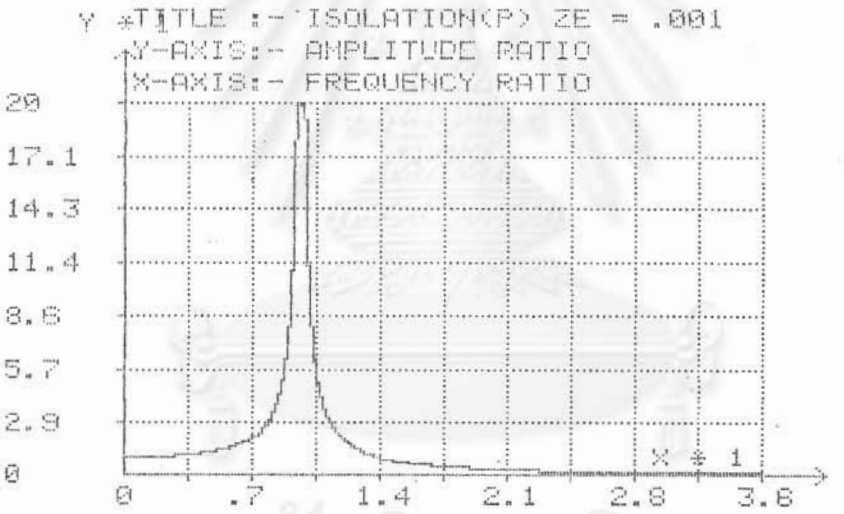
โปรแกรม IPN 02030887 ใช้สำหรับปัญหานี้ ให้อัตราส่วนของความถี่ (r) เป็นตัวแปรอิสระ และให้แดมปิ่งแฟคเตอร์ (Ze) เป็นตัวคงที่ชั่วคราวซึ่งปรับค่าได้ในแต่ละรอบของการคำนวณ

เมื่อ Ze = 0 ในรูปที่ 3.4.1 ได้กำหนดให้แสดงพิสัยของแอมปลิจูดในช่วง -20 ถึง +20 ที่ r = 1 นั่นคือ แรงกระตุ้นมีความถี่เดียวกับความถี่ธรรมชาติของระบบแอมปลิจูดมีค่าอนันต์จาก + ไป - ในทางปฏิบัติเป็นไปไม่ได้เนื่องจากสปริงค์คงจะขาดเสียหายเสียก่อน เครื่องหมายของ Y ไม่สู้จะสำคัญนัก การสั่นจะลดลงมากๆ ที่ r > 2.5 ขึ้นไป

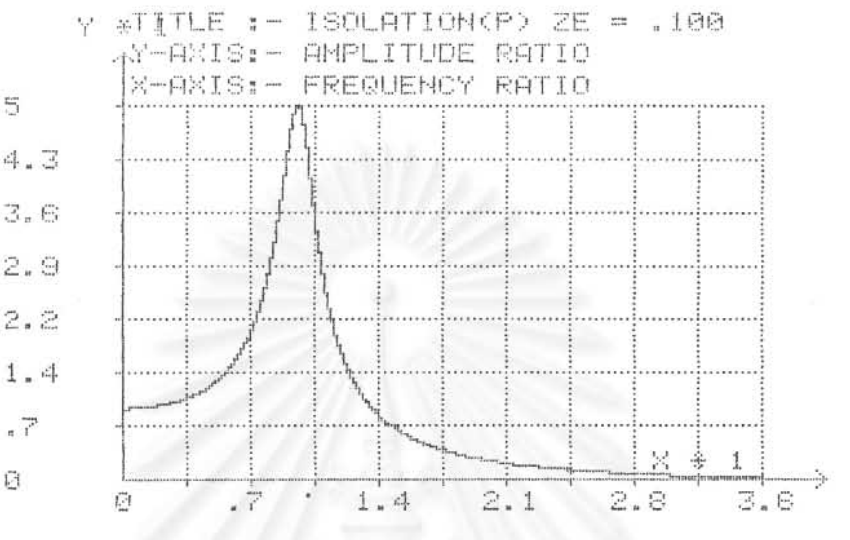


รูปที่ 3.4.1

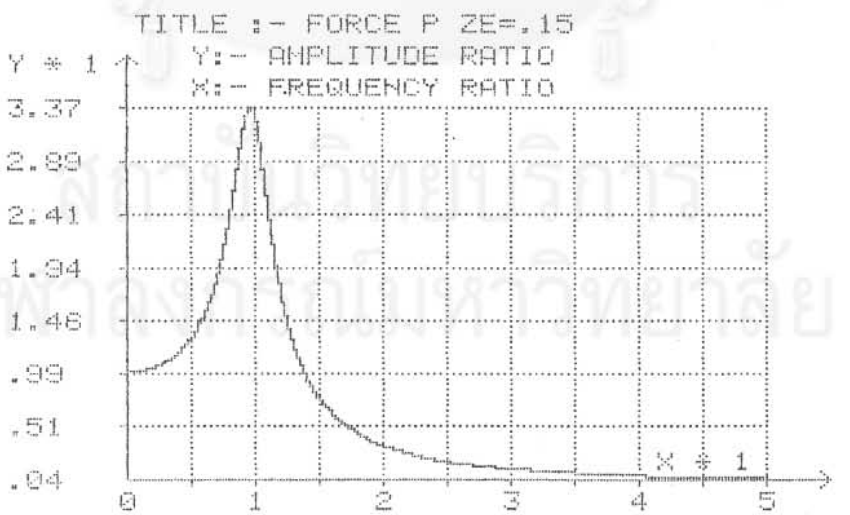
การเพิ่มค่าแดมปิ่งแฟคเตอร์ขึ้นเรื่อย ๆ (รูปที่ 3.4.2 - 3.4.6) ทำให้แอมปลิจูดที่ resonance ลดลำดับลงเรื่อย ๆ โปรแกรมจะทำการปรับพิสัยให้โดยอัตโนมัติ เช่นที่ Ze = 0.500 แอมปลิจูดเหลือเพียง 1.1 ที่น่าสังเกตคือ แอมปลิจูดสูงสุดจะเคลื่อนที่ไปทางซ้ายของ r = 1 ในรูปที่ 3.4.5 จุดสูงสุดอยู่ที่ความถี่ 0.7



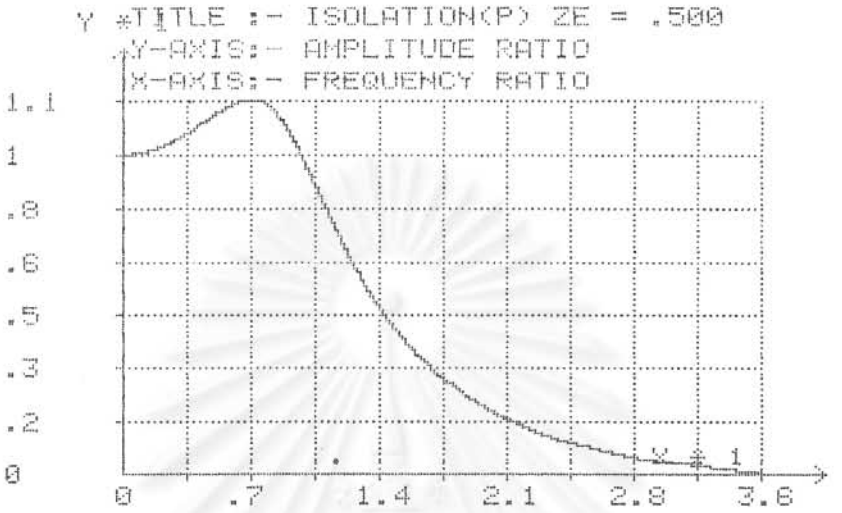
รูปที่ 3.4.2



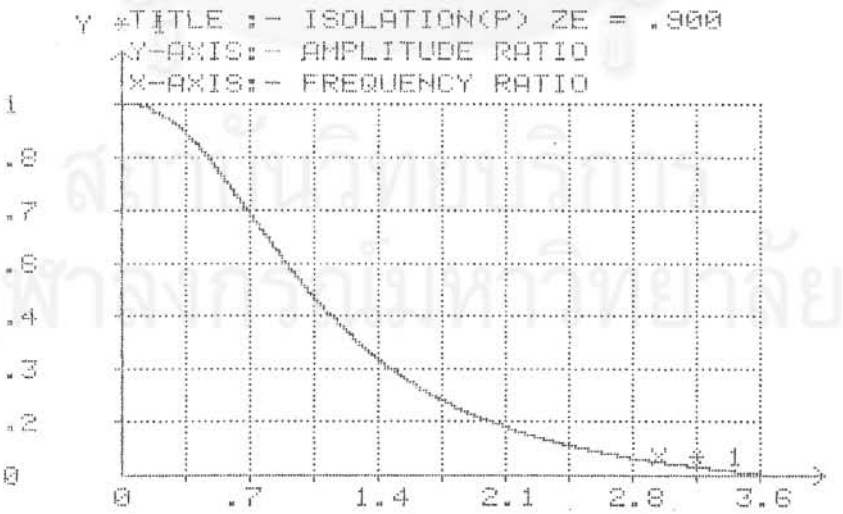
รูปที่ 3.4.3



รูปที่ 3.4.4



รูปที่ 3.4.5



รูปที่ 3.4.6

ถ้าต้องการคำตอบเชิงตัวเลขทุกตำแหน่งในพิสัย r กำหนด (200 แห่ง) ให้ใช้โปรแกรม IPN 06030887 (Isolation Under Force P with Numerical Outputs) ซึ่งหลังจากแสดงรูปกราฟิกแล้ว ผู้ใช้สามารถสั่งให้บันทึกค่าต่าง ๆ ผ่านเครื่องพิมพ์ได้

3.5 การสั่นตอบรับแรงที่เกิดจากการหมุนของมวลที่ไม่สมดุลย์ (Isolation Under Eccentric Mass)

เครื่องจักรกลหมุนประเภทมอเตอร์ เครื่องกำเนิดไฟฟ้า โรตารี่ปั๊ม ฯลฯ มักมีแรงไม่สมดุลย์ภายในเนื่องจากมวลหมุน เช่น ใบพัดหรือมัดข้าวต้มมีจุดศูนย์ถ่วงไม่ทับกับแกนหมุน ถึงแม้จะมีการถ่วงสมดุลย์หลังจากการผลิตแล้วก็ตาม ปริมาณไม่สมดุลย์เล็กน้อยที่เหลืออยู่นี้ก็ยังมีผลให้เกิดการสั่นที่ต้องมีการแก้ไขด้วยการออกแบบแท่นเครื่องที่เหมาะสม คล้ายกับเรื่องที่ 3.5 แอมปลิจูดของการสั่นจะเป็นไปตามฟังก์ชั่น

$$Y(r) = \frac{MY}{me} = \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\ Ze\ r)^2}}^2$$

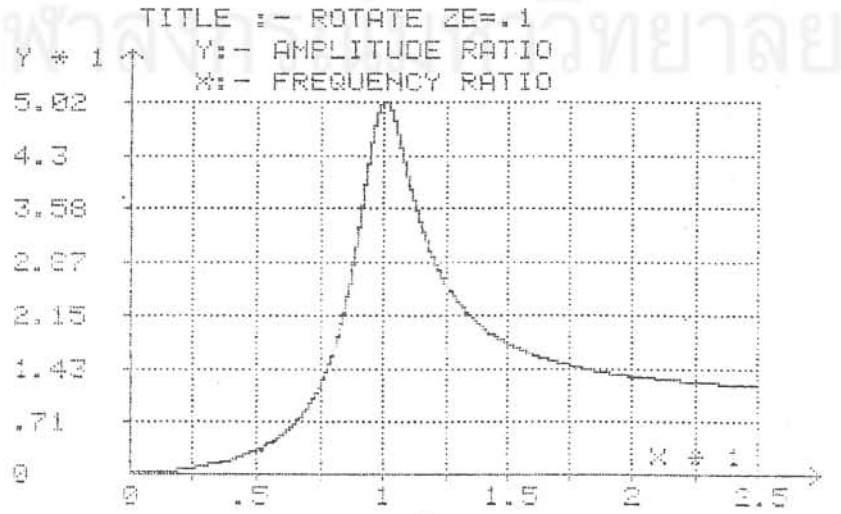
เมื่อ M = มวลรวมของเครื่องจักร

m = มวลหมุนที่ไม่ได้สมดุลย์

e = แขนส่วนที่ไม่สมดุลย์ (eccentricity)

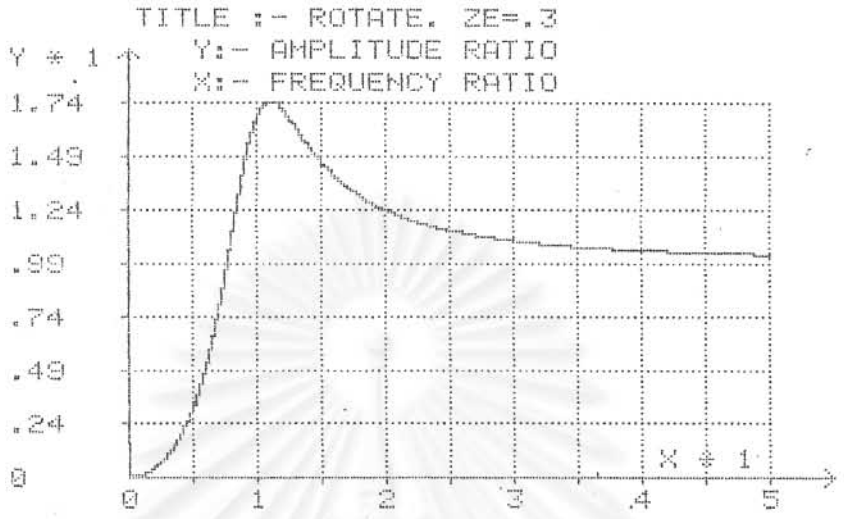
Y = แอมปลิจูดของการสั่น

โปรแกรม IPN 03030887 สำหรับปัญหา Isolation Under Eccentric Mass เป็นโปรแกรมสำเร็จสำหรับปัญหานี้ ให้อัตราส่วนของความถี่ (r) เป็นตัวแปรอิสระ และให้ Ze เป็นตัวคงที่ชั่วคราวซึ่งปรับค่าได้ในแต่ละรอบของการคำนวณ ดูรูปที่ 3.5.1 - 3.5.3

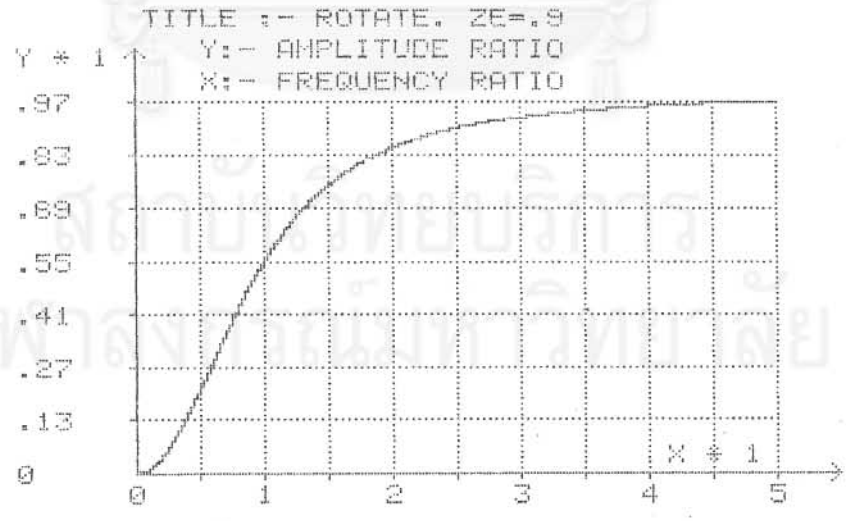


รูปที่ 3.5.1

2 Reference [9] หน้า 201-203



รูปที่ 3.5.2



รูปที่ 3.5.3

ในการแก้ปัญหาการสั่นเฉพาะจุดในเรืออาจจำเป็นต้องใช้ Eccentric Mass เข้าช่วย ต้องทำการหาจุดบนตำแหน่งที่มีการสั่นสูงสุดก่อนแล้วนำเอาเครื่องดังกล่าวเข้าติดตั้งให้ทำงานที่ความถี่เดียวกับการสั่นแต่ให้แอมปลิจูดมีขนาดเท่ากับแอมปลิจูดของการสั่นเดิมแต่มีทิศสวนทางกัน วิธีนี้ทำให้พื้นบริเวณนั้นหยุดสั่นได้

3.6 <u>การสั่นสะเทือนของอุปกรณ์เนื่องจากการสั่นของจุดติดตั้ง</u> (Vibrating Foundation)

การติดตั้งอุปกรณ์หรือเครื่องมือที่ละเอียดอ่อนไม่สามารถทนต่อแรงสะเทือนได้ก็จำเป็นที่จะต้องคำนึงถึงแท่นที่จะใช้แขวนหรือรองรับ โดยเฉพาะเมื่อมีการติดตั้งอุปกรณ์หรือกล่องของกลุ่มอุปกรณ์ในยานพาหนะ การออกแบบอาคารทดลองทางวิทยาศาสตร์ หรือวิศวกรรมในบางกรณีจำเป็นที่จะต้องออกแบบแท่นรองรับให้อาคารลอยตัวแยกจากการสั่นของพื้นดินโดยเด็ดขาด การวิเคราะห์ขั้นต้นมักเริ่มจากการสมมติฐานให้พื้นสั่นแบบฮาร์มอนิคมีขนาดของการสั่นเป็น

$$X = X \sin WT$$

และให้การสั่นตอบรับของอุปกรณ์เป็น Y ดังนั้นขนาดการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของอุปกรณ์เมื่อเทียบกับพื้น (Z) จึงเป็น

$$Z = Y - X$$

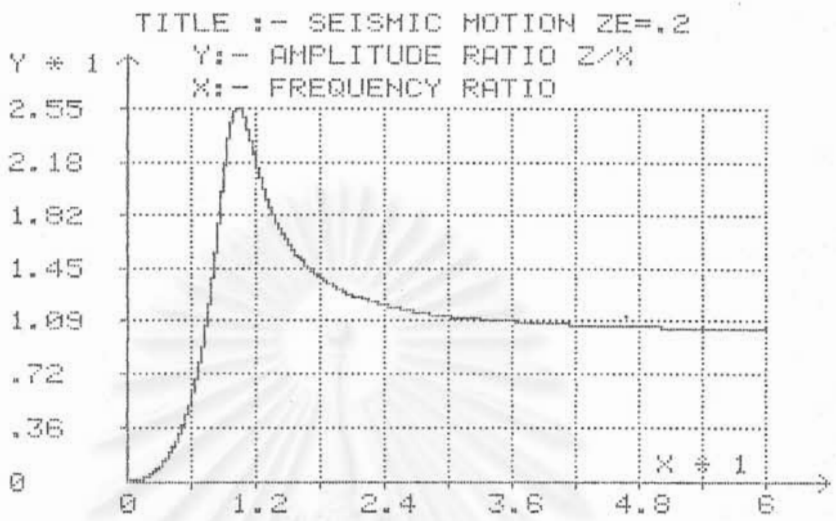
ผลลัพธ์ของการสั่นในรูปของอัตราส่วนแอมปลิจูด คือ

$$\frac{Z}{X} = \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\ Ze\ r)^2}}$$

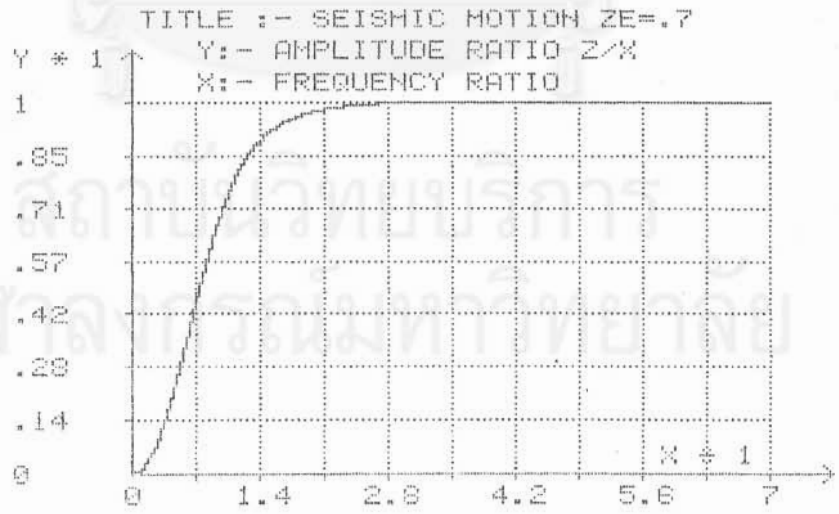
ถ้าเขียนกราฟให้แกนดิ่ง คือ ฟังก์ชั่น $Y(r) = Z/X$ ก็จะได้ resonance curve ของอุปกรณ์ เนื่องจากความเฉื่อยของอุปกรณ์การเคลื่อนที่จะไม่ทันการกระตุ้นของพื้นเกิดเป็นมุมเฟสล้าหลังขึ้นตามฟังก์ชั่น

$$\tan 0 = \frac{2\ Ze\ r}{1 - (r)^2}$$

ที่อัตราส่วนความถี่สูงกว่า 3 ขึ้นไป อัตราส่วนแอมปลิจูดจะเข้าใกล้ 1 แต่มุมเฟสล้าก็จะเข้าใกล้ 180° แสดงว่าอุปกรณ์จะเคลื่อนที่สวนทางกับพื้นตลอดเวลาด้วยขนาดการเคลื่อนที่เกือบเท่า ๆ กัน ดังนั้นเมื่อเปรียบเทียบกับตำแหน่งหยุดนิ่งแห่งหนึ่งจะเห็นได้ว่าอุปกรณ์เกือบไม่เคลื่อนที่เลย รูปที่ 3.6.1 - 3.6.2



รูปที่ 3.6.1



รูปที่ 3.6.2

ปัญหานี้จะทำให้เกิดความเข้าใจเบื้องต้นของการสั่นของอาคารเมื่อเกิดแผ่นดินไหว หรือการสั่นของโครงสร้างส่วนใดส่วนหนึ่งในตัวเรือ เมื่อส่วนอื่นเกิดการสั่น นอกจากนั้นยังเป็นหลักของอุปกรณ์จัดการสั่น (Seismic Meter) อีกด้วย เช่นในรูปที่ 3.6.2 แสดงให้เห็นพฤติกรรมของระบบเมื่อ Ze = 0.7 ซึ่งเป็นค่าแดมปิ่งแฟคเตอร์สำหรับเครื่องวัดอัตราเร่ง (Accelerameter) เป็นต้น

3.7 สัมประสิทธิ์ของแรง (Transmissibility)

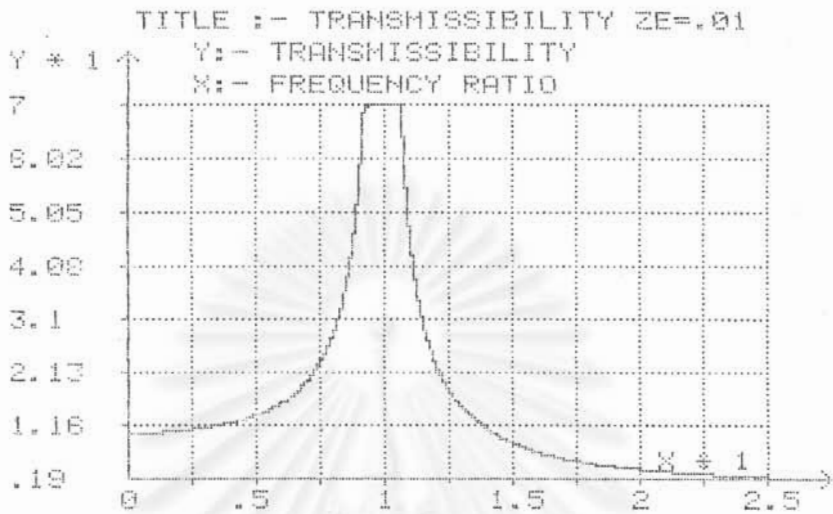
วิศวกรวัดผลงานในการออกแบบติดตั้งเครื่องจักรจากความสามารถในการลดแรงสะเทือนที่ส่งถึงพื้นหรือฐานราก ปริมาณไร้มิติที่นิยมใช้กันก็คือ Transmissibility (T) ซึ่งเป็นอัตราส่วนของปริมาณแรงทั้งหมดที่เครื่องจักรส่งถึงพื้นผ่านสปริงค์ และแดมเปอร์รวมกันต่อปริมาณแรงที่ทำให้เกิดการสั่น เช่นในกรณีที่เครื่องจักรสั่นด้วยแรงฮาร์มอนิคมีแอมปลิจูดของแรงเป็น P ถ้านำเครื่องจักรไปติดตั้งกับพื้นโดยการยึดแน่นโดยตรง พื้นก็จะต้องรับแรงสั่นตลอดเวลามีแอมปลิจูด P ซึ่งนอกจากอาจทำให้ส่วนอื่น ๆ ของโรงงานสั่นตามไปด้วยแล้ว แท่นเครื่องก็คงจะทนแรงนี้อยู่ได้ไม่นาน การออกแบบผิดพลาดอาจทำให้แรงนี้เมื่อส่งถึงพื้นแล้วกลับสูงกว่าเมื่อไม่มีแท่นรองรับเสียอีก ดังนั้นจึงต้องศึกษาพฤติกรรมอย่างละเอียด

ถ้าเครื่องจักรสั่นเนื่องจากแรงฮาร์มอนิค P :-

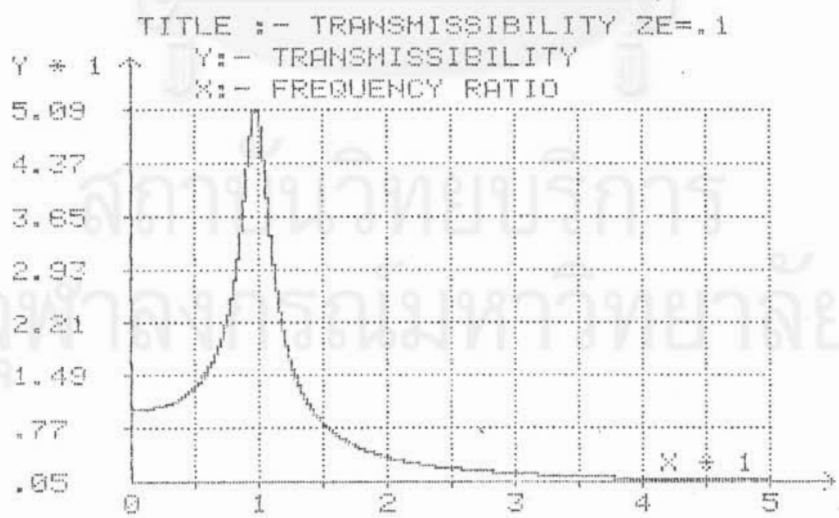
$$T = \sqrt{1 + (2\ Ze\ r)^2} \ / \ \sqrt{(1 + r^2)^2 + (2\ Ze\ r)^2}$$

ใช้โปรแกรม IPN 05030887 ศึกษาปัญหานี้ดังแสดงในรูปที่ 3.7.1 - 3.7.2 เป็นต้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.7.1



รูปที่ 3.7.2

บทที่ 4
การดัดแปลงโปรแกรม

การสร้างโปรแกรมกราฟิกเพื่อศึกษาปัญหาการสั่นสะเทือนของเครื่องจักรกล หรือเครื่องจักรกลเรือในซอฟท์แวร์นี้มิได้คลอบคลุมถึงปัญหาทั้งหมดซึ่งยังมีอยู่อีกมาก อย่างไรก็ดีทั้งโครงสร้างและตัวโปรแกรมย่อยก็ได้รับการออกแบบเพื่อให้ผู้ใช้นำไปดัดแปลงให้เกิดประโยชน์ต่อไปได้ตามความประสงค์ โปรแกรม IPN08030887 ได้แสดงให้เห็นตัวอย่างพื้นฐานไว้แล้วว่าการเพิ่ม SUB 11600 เข้าไปช่วยสร้าง TEXT FILE ชื่อ FORMULA ทำให้โปรแกรมบรรจุฟังก์ชั่น Y(X) เข้าไปในบรรทัดที่ 10060 โดยอัตโนมัติ โดยผู้ใช้เพียงแต่พิมพ์ฟังก์ชั่นผ่านแป้นพิมพ์เข้าไปเท่านั้น

การดัดแปลงโปรแกรมมีแนวทางต่างๆ ๆ ดังต่อไปนี้ :-

4.1 ดัดแปลงเพื่อให้โปรแกรมทำงานเร็วขึ้น

การทำงานคำนวณเชิงเลขได้กำหนดให้ SUB 10200 เป็นตัวควบคุม และเรียกใช้ SUB 10000 ซึ่งบรรจุสูตรหรือฟังก์ชั่นถึง 200 ครั้ง การทำงานจะเร็วขึ้นถ้ามีการทำให้ฟังก์ชั่น Y(X) สะดวกต่อการคำนวณ ทั้งนี้โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน เช่น การยกกำลังทำได้ช้ากว่าการคูณกันหลายครั้ง การระบุให้ค่าคงที่ (constant) เป็นตัวแปร เช่น ต้องการเอาเลข 10.5 ไปคูณฟังก์ชั่นก็จัดให้ A = 10.5 ก่อนแล้วจึงนำ A ไปคูณแทนตัวเลข 10.5 ก็จะคำนวณได้เร็วขึ้น เป็นต้น ดังนั้น โดยหลักการจึงควรจัดฟังก์ชั่น Y(X) ให้ง่ายต่อการคำนวณให้มากที่สุด โดยทำการคำนวณย่อยเสียก่อน ฯลฯ SUB 11600 ซึ่งเป็นตัวเขียนฟังก์ชั่นเข้าไปในโปรแกรมนั้นอาจขยายออกไปอีกได้ตามต้องการ แทนที่จะให้ใช้งานในบรรทัดที่ 10060 เท่านั้น

4.2 ดัดแปลงเพื่อให้ได้ค่าใช้งานกำหนด

ตัวอย่างของโปรแกรมทั้งหมดได้ทำการคำนวณ และเขียนกราฟของปริมาณไร้มิติ (non-dimensionalized quantity) เช่น อัตราส่วนแอมปลิจูดของการสั่น/การเคลื่อน (ทรุดตัว) ภายใต้แรงสถิตยศาสตร์ อัตราส่วนความถี่ของการสั่น/ความถี่ธรรมชาติของระบบ ฯลฯ การดัดแปลงเพื่อให้ได้ค่าใช้งานกำหนด เช่น จะเลือกสปริงค์มีความแกร่ง (spring stiffness) ขนาดใด หรือเลือก damping characteristic ขนาดใด ก็อาจทำได้ในส่วนของ Input block ในโปรแกรม ดังนั้น ผู้ใช้อาจขยาย

โปรแกรมส่วนนี้ให้รับข้อมูลดิบ เช่น น้ำหนักหรือมวลของเครื่องจักร (kg) K (spring stiftness, Kg/M, N/M) C (Damping Coefficient, N/M/sec) และเพิ่มสูตรการคำนวณหา ความถี่ธรรมชาติ damping factor (Zeta) เข้าไปอีกก็จะทำได้ไม่ยากนัก และอาจเป็นประโยชน์ในการใช้งานได้โดยตรง

4.3 ผนวกโปรแกรมอื่น ๆ

ปัญหา multi-degrees-of-freedom ซึ่งต้องใช้การวิเคราะห์เชิงเลข เช่น HOLZER'S PROCEDURE FOR TORSIONAL SYSTEM, MYKLESTAD'S METHOD FOR BEAMS เหมาะสำหรับการใช้คอมพิวเตอร์ในการแก้ปัญหาและพลอตกราฟของความสัมพันธ์ต่าง ๆ ตำราเช่น Treory of Vibration With Applications ของ W. T. THOMSON (บทที่ 12) ได้ให้ flow diagram ไว้ สามารถที่จะผนวกเข้ากับโปรแกรมเหล่านี้ได้โดยใช้ TEXT FILE FORMULA เป็นที่บรรจุโปรแกรมซึ่งมีไม่เกิน 20 บรรทัดได้อย่างไม่ยากนัก

4.4 การดัดแปลงโปรแกรมเพื่อใช้กับคอมพิวเตอร์ IBM PC

ภาษา BASIC ของ IBM ตั้งแต่ Version 2 ขึ้นไปมีคำสั่งกราฟิกเพิ่มขึ้นมากกว่าภาษา APPLESOFT เช่นคำสั่ง SCREEN VIEW และ WINDOW ซึ่งช่วยในการลดหรือขยายภาพได้ ประกอบกับคอมพิวเตอร์ IBM PC ในปัจจุบันมีขนาดหน่วยความจำสูงกว่าเครื่องแอปเปิลมาก จึงเป็นการท้าทายที่จะดัดแปลงโปรแกรมให้ไปใช้กับเครื่องเหล่านี้ อีกทั้งโมดกราฟิกละเอียดของเครื่องก็มีความละเอียดสูงกว่า กล่าวคือ มีจำนวนจุดทั้งหมด 640 x 200 ทำให้ภาพละเอียดต่อเนื่องยิ่งขึ้น

4.5 สรุป

การสร้างซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ (แอปเปิล) นี้ได้เลือกภาษา APPLESOFT ซึ่งเป็นภาษาสูง ใกล้เคียงกับภาษาอังกฤษทำให้เข้าใจง่าย เพื่อสนองวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอนวิชาการสั่นสะเทือนฯ พร้อม ๆ กับฝึกหัดให้ผู้เรียนมีทักษะในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ในคู่มือนี้ได้อธิบายโครงสร้างโปรแกรมต่าง ๆ ไว้อย่างชัดเจน นอกจากนั้นการใช้ซอฟท์แวร์ประกอบการสอนสามารถลดเวลาในการคำนวณและพลอตกราฟต่าง ๆ ลงได้ ซึ่งช่วยให้มีเวลามากขึ้นเพื่อเน้นการได้มาของทฤษฎีและสูตรต่าง ๆ อันเป็นหลักของการศึกษาวิชาวิเคราะห์ในหลักสูตรวิศวกรรม

4.6 โปรแกรมซอฟท์แวร์อื่น ๆ ที่ใช้ทดแทนซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ (แอปเปิล)

นับตั้งแต่ปี 2534 เป็นต้นมา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ได้ประสบกับปัญหาในเรื่องการจัดหาอะไหล่เครื่องคอมพิวเตอร์แอปเปิลที่ใช้ในห้องปฏิบัติการ เพื่อการเรียนการสอน และได้ยกเลิกการใช้เครื่องทั้งหมดในปี 2536 ผู้วิจัยจึงทำการศึกษา เพื่อใช้คอมพิวเตอร์ระบบไอบีเอ็มมาทดแทนในการเรียนการสอน จากความก้าวหน้าที่ทวีขึ้นอย่างรวดเร็วในด้านซอฟท์แวร์ ได้พบว่าการใช้ซอฟท์แวร์คำนวณ MathCAD version 2.5 สามารถจะคำนวณค่าเชิงเลขและนำผลลัพธ์ไปพลอตเป็นกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้ดี นอกจากนั้นในปี 2536 เมื่อ MathCAD รุ่นที่ 4 ได้ออกสู่ตลาดนั้นได้มีการดัดแปลงให้ทำงานใต้ระบบจัดการ WINDOWS รุ่นที่ 3.1 ได้ ซึ่งมีผลสามารถนำรูปที่วาดขึ้นโดยโปรแกรม Paintbrush (อยู่ใน WINDOWS 3.1) เข้าบรรจุในโปรแกรมที่เขียนขึ้นในซอฟท์แวร์ MathCAD ได้

เพื่อให้การเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ที่วางไว้ ได้จัดทำชุดการเรียนการสอน ฯลฯ โดยใช้ซอฟท์แวร์ MathCAD ในการเขียนคำสอน แสดงสมการ ทำการคำนวณเสนอผล และได้นำซอฟท์แวร์ Design View สำหรับการเขียนแบบและเวคเตอร์กราฟิก ประกอบกับ Paintbrush บน MicroSoft Windows ในการเขียนภาพ (ดูตัวอย่างในภาคภนวก V) และนำไปทดลองทำการสอนต่อไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

References.

1] Church,A.H.; Mechanical Vibrations; John Wiley & Sons,inc.; 1957.

2] Computer Station's Programmer's Handbook to the Apple II; Computer Station,1981.

3] Den Hartog, J.P.; Mechanical Vibrations; McGraw-Hill Book Co.,Inc., 4th.ed.; 1956.

4] Design View; Computervision Corp, 1992.

5] Donnelly, D.; MathCAD For INtroductory Physics; Addison-Wesley Publishing Co.,Inc.;1992.

6] Keeler, G.; Getting The Most From Your APPLE II; Addison-Wesley Publishing Co.,Inc.;1984.

7] MathCAD 3.0 User's Guide; Kong Ming 1993.

8] Myers, R.E.; Microcomputer Graphics; Addison-Wesley Publishing Co.,Inc.;1982.

9] Stiedel, R.F.Jr.; An Introduction to Mechanical Vibrations; John Wiley & Sons,inc.; 1989.

10] Thomson, W.T.; Theory of Vibration with Applications; George Allen & Unwin, 2nd ed.,1983.

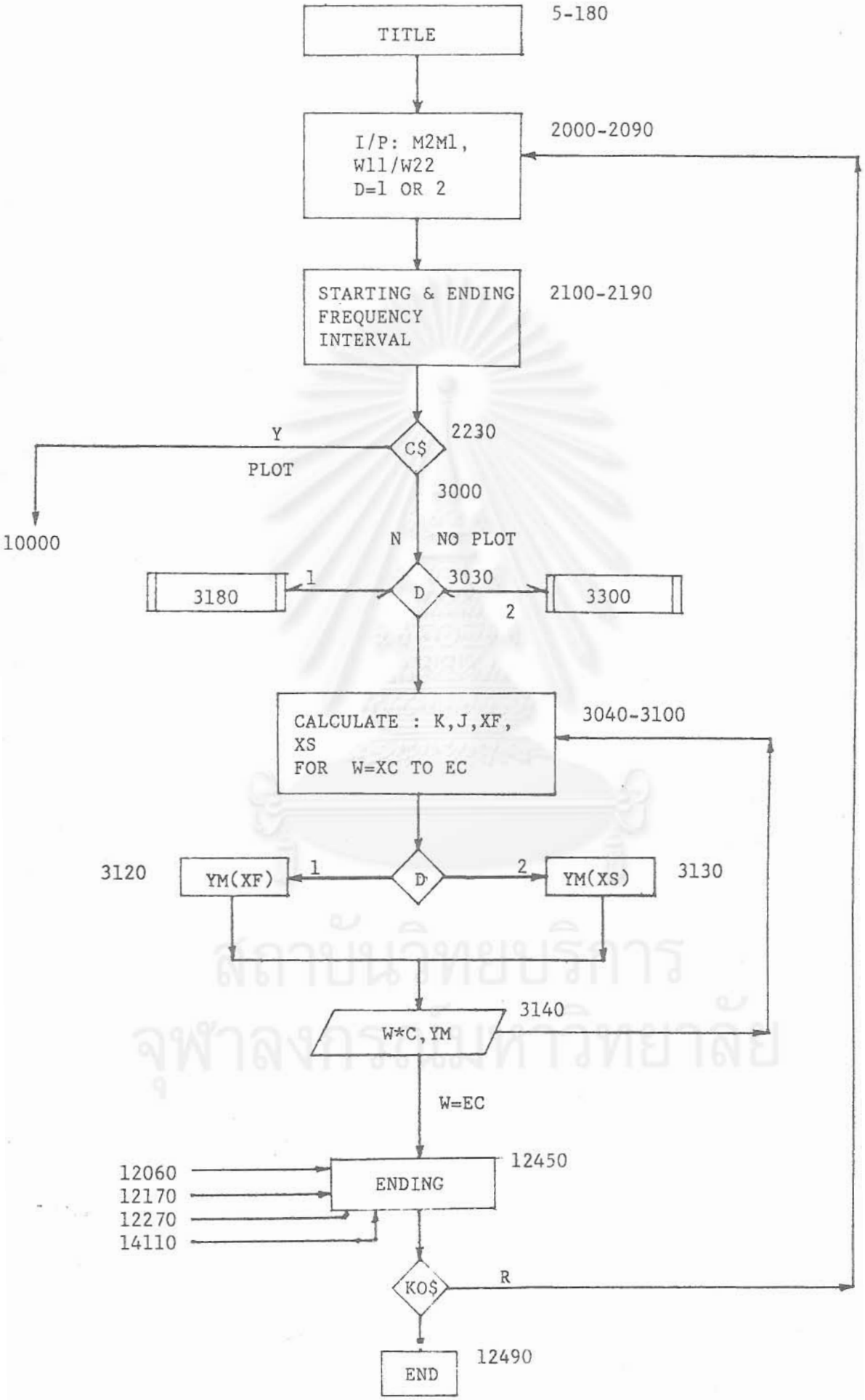
11] Timoshenko, S.; Young, D.H.; Weaver, Jr.; Vibration Problems in Engineering; John Wiley & Sons,inc.; 1974.

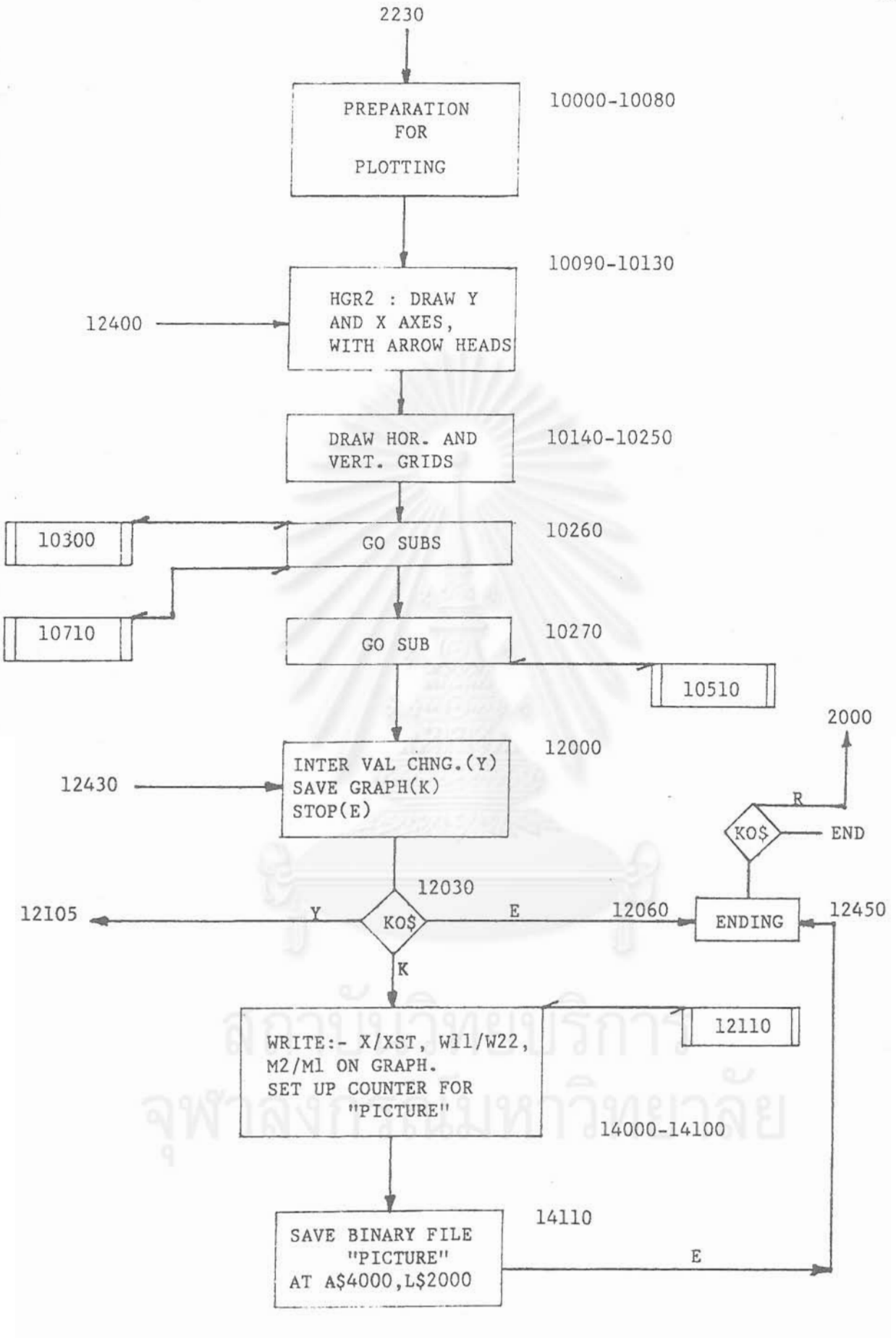
12] Tse, F.S.; Morse, I.E.; Hinkle, R.T.;Mechanical Vibrations; Allyn and Bacon Inc., 1968.

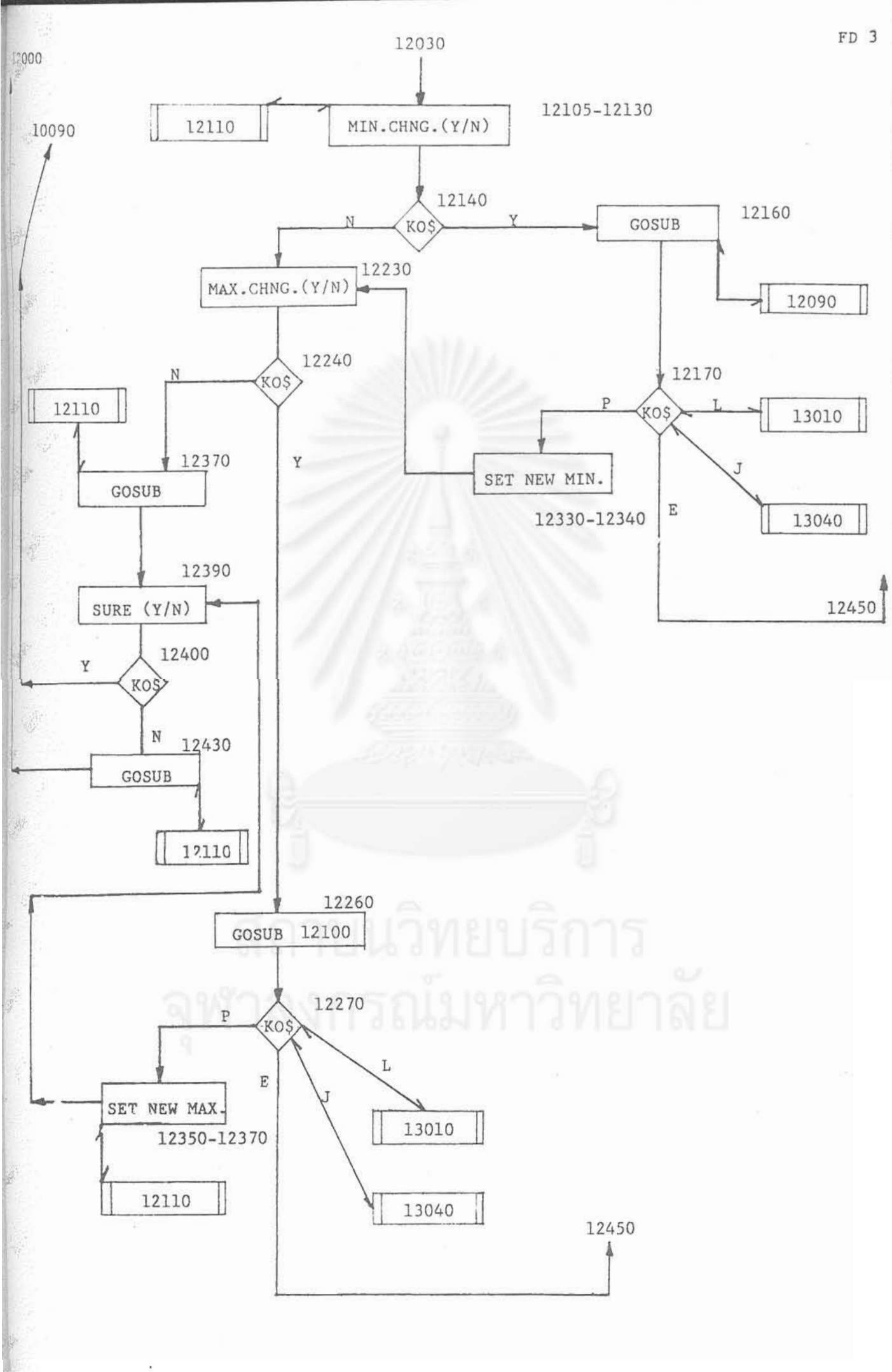
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก I
การไหลของคำสั่งในโปรแกรมหลักกราฟิก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย


TITLE
5-180
I/P: M2M1,
W11/W22
D=1 OR 2
2000-2090
STARTING & ENDING
FREQUENCY
INTERVAL
2100-2190
Y
C$
2230
PLOT
3000
10000
N
NO PLOT
1
D
3030
3180
3300
2
CALCULATE : K,J,XF,
XS
FOR W=XC TO EC
3040-3100
3120
YM(XF)
1
D
2
YM(XS)
3130
W*C,YM
3140
W=EC
12060
12170
12270
14110
ENDING
12450
KO$
R
END
12490


2230
PREPARATION FOR PLOTTING
10000-10080
HGR2 : DRAW Y AND X AXES, WITH ARROW HEADS
10090-10130
12400
DRAW HOR. AND VERT. GRIDS
10140-10250
10300
GO SUBS
10260
10710
GO SUB
10270
10510
2000
INTER VAL CHNG.(Y)
SAVE GRAPH(K)
STOP(E)
12000
12430
R
KO$
END
12030
12105
Y
KO$
E
12060
ENDING
12450
K
12110
WRITE:- X/XST, W11/W22, M2/M1 ON GRAPH.
SET UP COUNTER FOR "PICTURE"
14000-14100
SAVE BINARY FILE "PICTURE" AT A$4000,L$2000
14110
E


12000
12030
12110
MIN.CHNG.(Y/N)
12105-12130
10090
12140
N
KO$
Y
GOSUB
12160
12230
MAX.CHNG.(Y/N)
12090
12240
N
KO$
12170
12110
P
KO$
L
13010
12370
Y
SET NEW MIN.
J
GOSUB
12330-12340
E
13040
12390
SURE (Y/N)
12450
Y
12400
KO$
N
12430
GOSUB
12110
12260
GOSUB 12100
12270
P
KO$
L
E
J
SET NEW MAX.
12350-12370
13010
12110
13040
12450

ภาคผนวก II
รายละเอียดตัวโปรแกรมหลักกราฟิก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
10  TEXT : HOME
20  VTAB 2:A$ = "MECHANICAL ENGIN
     EERING DEPARTMENT": GOSUB 15
     0
30  VTAB 4:A$ = "CHULALONGKORN UN
     IVERSITY": GOSUB 150
40  VTAB 6:A$ = "PROGRAM IN APPLE
     SOFT BASIC": GOSUB 150
50  VTAB 8: FLASH :A$ = "RESONANC
     E DIAGRAM": GOSUB 150
60  VTAB 10:A$ = "OF A DYNAMIC AB
     SORBER SYSTEM": GOSUB 150: NORMAL

70  VTAB 12:A$ = "PROGRAM BY": GOSUB
     150
80  VTAB 14:A$ = "DR.ITTIPHOL PAN
     -NGUM": GOSUB 150
90  VTAB 16:A$ = "APRIL 15, 1987"
     : GOSUB 150
100  VTAB 22: FLASH :A$ = "PRESS
     ANY KEY TO BEGIN": GOSUB 150
     : GET KL$: NORMAL
110  GOTO 2000
150  REM  CENTER STRING A$
160 B =  INT (20 - ( LEN (A$) / 2
     )): IF B =  < 0 THEN B = 1
170  HTAB B: PRINT A$: RETURN
180  VTAB 22: INVERSE : PRINT "
        PRESS ANY KEY TO BEGIN": GET
     KL$: NORMAL
2000  HOME : REM  INPUT MASS RATI
     O AND NATURAL F RATIO
2010  ONERR  GOTO 30000
2020  INPUT "M2/MI     =    ";UM: PRINT

2030  INPUT "W11/W22  =    ";WM: PRINT

2040  REM  INPUT OPTIONS
2050  PRINT
2060  PRINT "  IF YOU WANT TO KNO
     W X1/Xst PRESS 1   "
2070  PRINT "  IF YOU WANT TO KNO
     W X2/Xst PRESS 2   "
2080  INPUT "       WHAT CHOICE DO
     YOU WANT          ";D
2090  IF D > 2 THEN 2080
2100  PRINT
2110  INPUT "STARTING FREQUENCY
     =    ";A: PRINT
2120  INPUT "ENDING   FREQUENCY
     =    ";B: PRINT
2130  PRINT "WANT TO DIVIDE BY 40
     INTERVALS PRESS Y"
2140  POKE 36,19: GET D$
2150  IF D$ = "Y" THEN 2190
2160  PRINT
```

```
2170  INPUT "      WHAT INTERVAL D
      O YOU WANT          ";C
2180  GOTO 2200
2190 C = (B - A) / 40
2200  PRINT
2210  PRINT "  IF YOU WANT TO PLO
      T GRAPH PRESS (Y)   "
2220  POKE 36,19: GET C$
2230  IF C$ = "Y" THEN 10000
3000  HOME
3010  REM   MAIN PROGRAM FOR CALC
      ULATIONS
3020  REM  SUB3180 AND 3300 TO DI
      SPLAY TITLES OF OUTPUT
3030  ON D GOSUB 3180,3300
3040  POKE 34,3: POKE 35,22
3050  REM  CALCULATION PROCESS AN
      D DISPLAYING OUTPUTS
3060 SC = A / C:EC = B / C
3070  FOR W = SC TO EC
3080 K = UM * WM * WM:J = W * C *
      WM
3090 XF = ((1 - W * C * W * C) /
      ((1 + K - J * J) * (1 - W *
      C * W * C) - K))
3100 XS = (1 / ((1 + K - J * J) *
      (1 - W * C * W * C) - K))
3110  IF D = 2 THEN 3130
3120 YM =  INT (XF * 10000) / 100
      00: GOTO 3140
3130 YM =  INT (XS * 10000) / 100
      00
3140  POKE 36,5: PRINT W * C;
3150  POKE 36,20: PRINT YM: PRINT

3160  NEXT W
3170  POKE 34,0: POKE 35,24: GOTO
      12450
3180  POKE 36,5: POKE 37,1: PRINT
      "W11/W22";
3190  POKE 36,20: POKE 37,1: PRINT
      "X1/Xst"
3200  PRINT : RETURN
3300  POKE 36,5: POKE 37,1: PRINT
      "W11/W22";
3310  POKE 36,20: POKE 37,1: PRINT
      "X2/Xst"
3320  PRINT : RETURN
4000  ON D GOTO 4030,4060
4010  REM  SUB FOR AMPLITUDE CALC
      ULATIONS
4020  REM  OUTPUTS WILL BE USED F
      OR GRAPH
4030 Y = ((1 - X * X) / ((1 + K -
      X * X * WM * WM) * (1 - X *
      X) - K))
```

```
4040 DY$ = "*X1/XST*"
4050  RETURN
4060 Y = (1 / ((1 + K - X * X * W
     M * WM) * (1 - X * X) - K))
4070 DY$ = "*X2/XST*"
4080  RETURN
10000  HOME :C1 = 10:MN = A:MX =
     B:K = UM * WM * WM:
10010  REM  ENTRY POINT OF PROGRA
     M FOR GRAPH
10020  REM  N IS THE SIGNIFICANT
     FIGURE TO BE DISPLAYED ON TH
     E AXES
10030  REM  TI SHOULD BE AN INTEG
     ER NOT MORE THAN 2
10040 PK =  PEEK (16384): PRINT "
     PK = ";PK
10050  REM  DRAW Y AND X AXES
10060  INPUT "N    =    ";NI: GOTO
     10080
10070  INPUT "RANGE  = ";MN,MX
10080  INPUT "TOP AND BOTTOM VALU
     ES";TV,BV
10090  TEXT : HOME :M1 = MN
10100  REM  SET UP HGS2
10110  HGR2 : HCOLOR= 7: ROT= 48:
      SCALE= 1
10120  HPLOT 40,180 TO 40,20:A$ =
     ">":X = 40:Y = 22: GOSUB 111
     00: ROT= 0
10130  HPLOT 40,180 TO 260,180:X =
     258:Y = 180: GOSUB 11100
10140  REM  LAYOUT HORIZONTAL GRI
     DS
10150  FOR I = 160 TO 40 STEP  -
     20
10160  HPLOT 38,I TO 40,I
10170  FOR J = 40 TO 240 STEP 2
10180  HPLOT J,I
10190  NEXT J: NEXT I
10200  REM  LAYOUT VERTICAL GRIDS

10210  FOR I = 60 TO 240 STEP 20
10220  HPLOT I,180 TO I,182
10230  FOR J = 180 TO 40 STEP  -
    2
10240  HPLOT I,J
10250  NEXT J: NEXT I
10260  GOSUB 10300: GOSUB 10710
10270  GOSUB 10510: GOTO 12000
10280  GET KO$: GOTO 10000
10290  REM  SUB TO CALCULATE Y AN
     D CONTROL VALUES WITHIN BOUN
     D
10300 YX =  - 1E6:YN = 1E6:YO = 1
     E6
```

```
10310 XE = MX - MN
10320 XA = XE / 200
10330  FOR I = 0 TO 200
10340 X = I * XA + MN
10350  GOSUB 4000
10360  IF Y > TV THEN Y = TV
10370  IF Y < BV THEN Y = BV
10380  IF Y > YX THEN YX = Y
10390  IF Y < YN THEN YN = Y
10400  NEXT I
10410 YE = YX - YN
10420 YA = YE / 140
10430 CO = YX / YA + 40
10440  IF YE < YX THEN  RETURN
10450  IF YE <  ABS (YN) THEN  RETURN

10460  HPLOT 40,CO TO 240,CO
10470  RETURN
10500  REM  SUB PLOT GRAPH
10510  HPLOT 40,180
10520 PY(2) = 1
10530  FOR I = 0 TO 200
10540 X = I * XA + MN
10550  GOSUB 4000
10560  IF Y > TV THEN Y = TV
10570  IF Y < BV THEN Y = BV
10580 PX = I + 40
10590 PY = CO - Y / YA
10600  IF Y < 0 THEN A1$ = "N"
10610  IF Y >  = 0 THEN A1$ = "P"

10620  IF YR < 0 THEN A2$ = "N"
10630  IF YR >  = 0 THEN A2$ = "P
     "
10640  IF A1$ <  > A2$ THEN 10680

10650  HPLOT  TO PX,PY
10660 YR = Y
10670  NEXT I: RETURN
10680  HPLOT PX,PY:YR = Y: NEXT I

10690  RETURN
10700  REM   SUB TO LAYDOWN TEXT
    IMAGES ON AXES
10710 PI = 0:IX = 1:IY = 0
10720  FOR I = 35 TO 235 STEP 40
10730 Y = 188:X = I:BI = 1: IF XE
     < 0.5 THEN BI = 10
10740  IF XE < 0.05 THEN BI = 100

10750  IF XE < 0.005 THEN BI = 10
    00
10760 A$ =  STR$ ( INT ((MN + PI *
    40 * XA) * 10 * BI) / 10)
10770  IF  INT ( VAL (A$)) =  VAL
    (A$) THEN X = I + 5
```

```
10780  GOSUB 11010
10790 PI = PI + 1: NEXT I
10800 A$ = "X * " +  STR$ (BI):IX
      = 1:IY = 0:X = 208:Y = 173:
      GOSUB 11010
10810 PI = 0:IX = 1:IY = 0
10820  FOR Y = 180 TO 40 STEP  -
     20
10830 X = 5:CI = 1: IF XE < 0.5 THEN
     CI = 10
10840  IF YE < .05 THEN CI = 100
10850  IF YE < .005 THEN CI = 100
     0
10860 A$ =  STR$ ( INT ((YN + PI *
     20 * YA) * CI * 10 ^ NI) / 1
     0 ^ NI)
10870  GOSUB 11010
10880 PI = PI + 1: NEXT Y
10890 A$ = "Y * " +  STR$ (CI):IX
      = 1:IY = 0:X = 28:Y = 10
10900  GOSUB 11010: RETURN
11000  REM   SUB TO CONVERT TEXT
     IMAGES TO HGR
11010  REM --PRINT VALUE ON HGR2
11020  ROT= 0: SCALE= 1: IF IY >
     < 1 THEN IY = 0
11030  IF IX >  < 1 THEN IX = 0
11100 NU =  LEN (A$): FOR ID = 1 TO
     NU
11110 B$ =  MID$ (A$,ID,1):AC =  ASC
     (B$) - 31
11120 X1 = X + 6 * (ID - 1) * IX:
     Y1 = Y + 9 * (ID - 1) * IY
11130  DRAW AC AT X1,Y1: NEXT : RETURN

11200  REM  SUB TO ERASE TEXT AND
      GRAPH FROM SCREEN
11210 NU =  LEN (A$): FOR ID = 1 TO
     NU
11220 B$ =  MID$ (A$,ID,1):AC =  ASC
     (B$) - 31
11230 X1 = XC + 6 * (ID - 1) * IX
     :Y1 = Y + 9 * (ID - 1) * IY
11240  XDRAW AC AT X1,Y1: NEXT : RETURN
12000 A$ = "WANT TO CHANGE INTERV
     AL PRESS Y":IX = 1:IY = 0:X =
     70:Y = 8: GOSUB 11100
12010 A$ = "WANT TO SAVE THIS GRA
     PH PRESS K":IX = 1:IY = 0:X =
     70:Y = 20: GOSUB 11100
12020 A$ = "WANT TO STOP PRESS E"
     :IX = 0:IY = 1:X = 267:Y = 8
     : GOSUB 11010
12030  GET KO$: PRINT
12040  IF KO$ = "Y" THEN 12110
12050  IF KO$ = "K" THEN 14000
```

```
12060  IF KO$ = "E" THEN 12450
12070  GOTO 12030
12080  REM  SET UP LIVE CURSORS F
     OR INTERVAL CHANGES
12090 A$ = ">":IX = 1:IY = 0:X =
     42:Y = 36: GOSUB 11100: RETURN

12100 A$ = "<":IX = 1:IY = 0:X =
     240:Y = 36: GOSUB 11100: RETURN

12110  HCOLOR= 0: FOR J = 5 TO 24
     : HPLOT 65,J TO 255,J: NEXT
     J
12120  HCOLOR= 7
12130 A$ = "WANT TO CHANGE MINIMU
     M (Y/N)    ":IX = 1:IY = 0:X =
     70:Y = 8: GOSUB 11100
12140 A$ = ">": GET KO$
12150  IF KO$ = "N" THEN 12230
12160  GOSUB 12090:X = 42:Y = 36
12170  GET KO$
12180  IF KO$ = "P" THEN 12330
12190  IF KO$ = "L" THEN  GOSUB 1
     3010
12200  IF KO$ = "J" THEN  GOSUB 1
     3040
12210  IF KO$ = "E" THEN 12450
12220  GOTO 12170
12230 A$ = "WANT TO CHANGE MAXIMU
     M (Y/N)    ":IX = 1:IY = 0:X =
     70:Y = 20: GOSUB 11100
12240  GET KO$
12250  IF KO$ = "N" THEN 12370
12260  GOSUB 12100:X = 240:Y = 36

12270  GET KO$
12280  IF KO$ = "P" THEN 12350
12290  IF KO$ = "L" THEN  GOSUB 1
     3010
12300  IF KO$ = "J" THEN  GOSUB 1
     3040
12310  IF KO$ = "E" THEN 12450
12320  GOTO 12270
12330  HPLOT X + 3,40 TO X + 3,18
     0
12340 MN = M1 + (X - 37) * XA: GOTO
     12230
12350  HPLOT X - 3,40 TO X - 3,18
     0
12360 MX = M1 + (X - 43) * XA
12370  HCOLOR= 0: FOR J = 5 TO 24
     : HPLOT 65,J TO 255,J: NEXT
     J
12380  HCOLOR= 7
12390 A$ = "ARE YOU SURE (Y/N)":I
     X = 1:IY = 0:X = 100:Y = 14:
      GOSUB 11100
```

```
12400  GET KO$: IF KO$ = "N" THEN
     12430
12410  IF KO$ = "Y" THEN 10090
12420  GOTO 12400
12430  HCOLOR= 0: FOR J = 5 TO 24
     : HPLOT 65,J TO 255,J: NEXT
     J: HCOLOR= 7: GOTO 12000
12440  REM  COMMOM BRANCH FOR END
     ING
12450  TEXT : HOME
12460  HTAB 13: VTAB 19: PRINT "E
     ND OF THE PROGRAM"
12470  HTAB 5: VTAB 23: PRINT "WA
     NT TO RETURN PROGRAM PRESS R
     "
12480  GET KO$: IF KO$ = "R" THEN
     2000
12490  END
12500  IF KO$ = "L" THEN 13010
12510  IF KO$ = "J" THEN 13040
12520  RETURN
13000  REM  SUB FOR MOVING CURSOR
     S ON HGR2
13010 X = X + 1: GOSUB 11100
13020 XC = X - 1: GOSUB 11210
13030  RETURN
13040 X = X - 1: GOSUB 11100
13050 XC = X + 1: GOSUB 11210
13060  RETURN
14000  REM  SAVE HGR2 FROM MEMLOC
      $4000 OF LT.$2000 BYTES ON
     DISK
14010  REM  ERASE TEXT ON HGR2
14020  HCOLOR= 0: FOR J = 5 TO 24
     : HPLOT 65,J TO 255,J: NEXT
     J
14030  FOR J = 261 TO 279: HPLOT
     J,5 TO J,182: NEXT J: HCOLOR=
     7
14040  REM  WRITE TEXT ON HGR2
14050 UM$ =  STR$ (UM):WM$ =  STR$
     (WM)
14060 A$ = "          " + DY$:IX =
     1:IY = 0:X = 70:Y = 8: GOSUB
     11100
14070 A$ = "W11/W22 = " + WM$ + "
     ,  M2/M1 = " + UM$:IX = 1:IY
      = 0:X = 70:Y = 20: GOSUB 11
     100
14080  REM  SAVE ON DISK
14090 XI = XI + 1
14100 XI$ =  STR$ (XI)
14110  PRINT  CHR$ (4);"BSAVE PIC
    TURE";XI$;",A$4000,L$2000"
```

```
14120 A$ = "PRESS E TO END": IX =
     0: IY = 1: X = 267: Y = 8: GOSUB
     11100
14130  GOTO 12060
30000  REM  ERROR HANDLING ROUTIN
     E
30010  TEXT : HOME
30020 EN =  PEEK (222): REM  GET
     ERROR NUMBER
30030 EL =  PEEK (219) * 256 +  PEEK
     (218): REM  ERROR LINE
30040  GOTO 2000
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก III
รายการโปรแกรมในจานแม่เหล็ก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
 CATALOG

DISK VOLUME 011

*A 003 HELLO
*B 005 SHAPES
*A 007 MASTER
*A 024 IPN01030887
*A 025 IPN02030887
*A 024 IPN03030887
*A 025 IPN04030887
*A 024 IPN05030887
*A 027 IPN06030887
*A 025 IPN07030887
*A 023 IPN08030887
*A 004 PRINT-BIFILE
```

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก IV

รายละเอียดโปรแกรมควบคุมการทำงานของซอฟท์แวร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
1  REM  PROGRAM ** MASTER **
5  REM  IPN01250187
10  TEXT : HOME
20 D$ =  CHR$ (4)
30  VTAB 2:A$ = "CHULALONGKORN UNIVERSITY": GOSUB 800
40  VTAB 5:A$ = "GRAPHICS FOR APPLE II": GOSUB 800
50  VTAB 8:A$ = "CURVE PLOTTING FOR": GOSUB 800
60  VTAB 11:A$ = "MECHANICAL VIBRATION PROBLEMS": GOSUB 800
70  VTAB 14:A$ = "BY": GOSUB 800
80  VTAB 18:A$ = "DR. ITTIPHOL PAN-NGUM": GOSUB 800
200 HM =  PEEK (116) * 256 +  PEEK (115)
210 HM = HM - 768
220  PRINT D$;"BLOAD SHAPES,A";HM
230  HIMEM: HM - 1
240 C3 = 4096:C2 = 256
250 C1 = 16
260 O3 =  INT (HM / C3):RE = HM - O3 * C3
270 O2 =  INT (RE / C2):RE = RE - O2 * C2
280 O1 =  INT (RE / C1):RE = RE - O1 * C1
290 O0 = RE
300 HD = O3 * 16 + O2:LD = O1 * 16 + O0
310  POKE 232,LD: POKE 233,HD
320  HOME : DIM P$(9)
330 P$(1) = "IPN01030887"
340 P$(2) = "IPN02030887"
350 P$(3) = "IPN03030887"
360 P$(4) = "IPN04030887"
370 P$(5) = "IPN05030887"
380 P$(6) = "IPN06030887"
390 P$(7) = "IPN07030887"
400 P$(8) = "IPN08030887"
410 P$(9) = "PRINT-BIFILE"
420 P$(0) = "EXIT FROM PROGRAM"
430  VTAB 1:  INVERSE :A$ = "MENU FOR GRAPHIC PROGRAMS": GOSUB 800: NORMAL

440  VTAB 3: PRINT "1)Free Vibration"
450  VTAB 5: PRINT "2)Isolation Under Force P"
460  VTAB 7: PRINT "3)Isolation Under Eccentric Mass"
470  VTAB 9: PRINT "4)Vibrating Foundation"
480  VTAB 11: PRINT "5)Transmissibility"
490  VTAB 13: PRINT "6)Isolation Under Force P With Numerical Outputs"
500  VTAB 15: PRINT "7)Dynamic Vibration Absorber"
510  VTAB 17: PRINT "8)Plot General Function"
520  VTAB 19: PRINT "9)Print Hard Copies"
530  VTAB 21: PRINT "0)Exit From Program"
540  VTAB 23:  INVERSE :A$ = "PRESS THE NUMERIC KEY OF YOUR CHOICE": GOSUB
    800: NORMAL
550  GET K$
560  IF  VAL (K$) = 0 THEN  GOTO 600
570  VTAB 24: FLASH :A$ = "LOADING PROGRAM FROM DISK": GOSUB 800: NORMAL

580  PRINT  CHR$ (4);"RUN";P$( VAL (K$))
600  END
800  REM  CENTRE STRING A$
810 B =  INT (20 - ( LEN (A$) / 2)): IF B =  < 0 THEN B = 1
820  HTAB B: PRINT A$: RETURN
```

ภาคผนวก V

ตัวอย่างชุดการเรียนการสอนโดยใช้ซอฟท์แวร์ MathCAD 4.0 บน Windows

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHAPTER 1

INTRODUCTION TO PROGRAMMING

ART. 1.1 CIRCULAR AND PERIODIC FUNCTIONS

To demonstrate the use of subscripted-range variables and user-defined function with range-variables; derivatives of the user-defined function.

To study the nature of a simple harmonic wave. Define and assign values of the following quantities:-

$Y := 5$ ...displacement amplitude

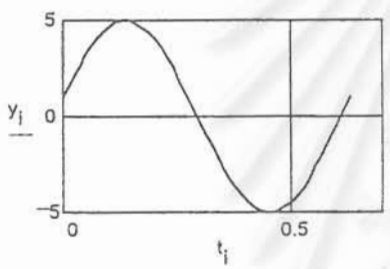
$\omega := 10$ ...angular velocity.

$\phi := 0.2$ ...phase angle

To sketch one complete cycle of the wave, let $N := 50$ and $i := 0..N$ then

$t_i := \left(2 \cdot \frac{\pi}{\omega}\right) \cdot \frac{i}{N}$ ...elaspe time in seconds.

$y_i := Y \cdot \sin(\omega \cdot t_i + \phi)$ ...an harmonic function to be iterated.

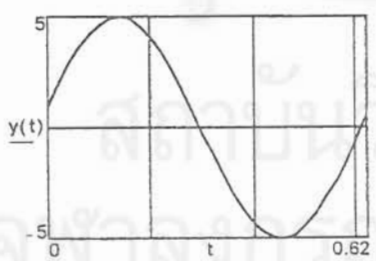


y and t are subscripted variables.

FIG. 1.1

Alternatively, instead of using subscripted variable, a user-defined function, y(t), can be used. The function is then iterated by using range-variables for the argument, t, of the function.

Let $t := 0, 0.02 .. 2 \cdot \frac{\pi}{\omega}$ and $y(t) := Y \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$



user's defined function.

FIG. 1.2

To find the velocity and the acceleration of the displacement function , y(t); the function are differentiated twice. It is, however, more convenient to define functions to represent both of these quantities: i.e. let

$y1(t) := \frac{d}{dt} y(t)$ ...the first-derivative of y(t),

$y2(t) := \frac{d}{dt} y1(t)$ ...the second-derivative of y(t).

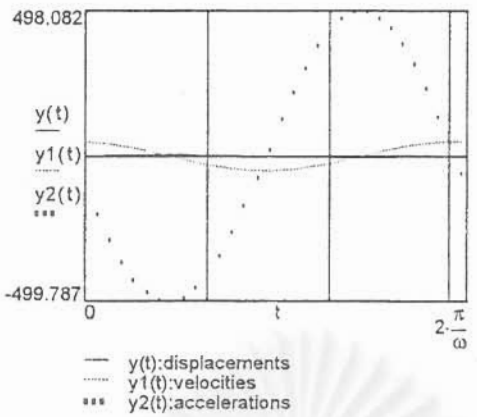


FIG. 1.3

VECTOR OPERATIONS.

The software MathCAD can perform iterative-calculation on vectors faster than to do them element-wise with a range variable. It is important to bear in mind that seeded iteration cannot be done in this case.

Before attempting to use vector operations for iteration, observe the followings:-

- All the subscripts in the calculation are the same;
- If some arithmetic is involved in calculating the subscript then the operation may not work;
- If the range variable appear anywhere in the equation. otherthan the subscript,don't use the operation: e.g.

$$\theta_i := 0.1 \cdot i$$

Returning to the above example,

$$t_i := 2 \cdot \frac{\pi}{\omega} \cdot \frac{i}{N} \qquad X := 5 \qquad x := X \cdot \overrightarrow{(\sin(\omega \cdot t + \phi))}$$

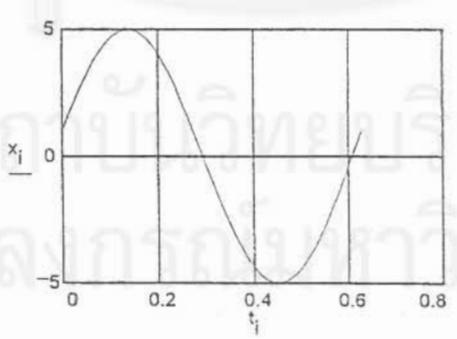


FIG. 1.4

To plot the relations between x and t , subscripted variables will have to be used as shown .

ART. 1.2 NUMERICAL APPROXIMATION OF A SINE WAVE

The numerical approximation of a sine wave: Consider a sine wave for a range of one half the period.

Let $\theta := 0, 0.1 .. \pi$

Sine function* is defined by an infinite series: $\sin(\theta) = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \ldots\ldots\ldots$

(the cosine function is defined by an infinite series: $\cos(\theta) = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \ldots\ldots\ldots$)

Three approximations will be made for the sine wave from the expression above; let

$f1(\theta) := \theta \qquad f2(\theta) := \theta - \frac{\theta^3}{3!} \qquad f3(\theta) := \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!}$

The the percentage differences between the sine wave and the three approximations are given by:-

$\Delta 1\%(\theta) := \frac{f1(\theta) - \sin(\theta)}{\sin(\theta)} \cdot 100 \qquad \Delta 2\%(\theta) := \frac{f2(\theta) - \sin(\theta)}{\sin(\theta)} \cdot 100 \qquad \Delta 3\%(\theta) := \frac{f3(\theta) - \sin(\theta)}{\sin(\theta)} \cdot 100$

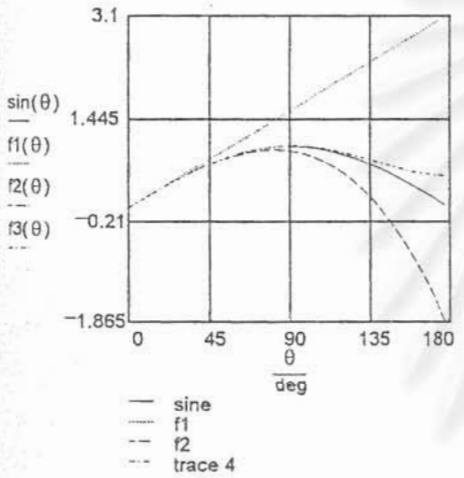


FIG. 1.5

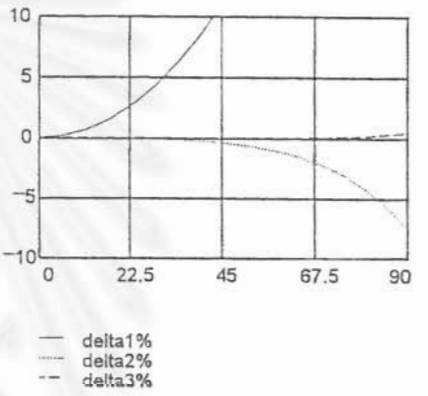
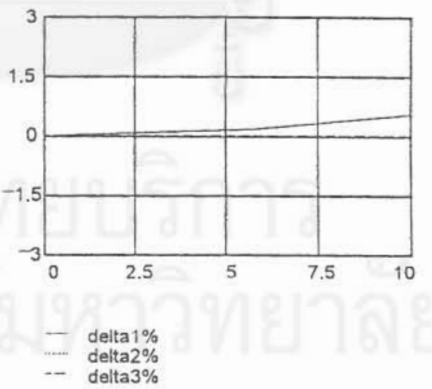


FIG. 1.6

FIG. 1.7



To find the angle where a given value of error is specified; use MathCAD *find* function.

For example find an angle where the percentage error of 3% occurs,

Guess value $\theta := 1$

Given $|\Delta 1\%(\theta)| = 3$ $\theta := \text{Find}(\theta)$ $\theta = 24.06 \cdot \text{deg}$

Given $|\Delta 2\%(\theta)| = 3$ $\theta := \text{Find}(\theta)$ $\theta = 74.03 \cdot \text{deg}$

Given $|\Delta 3\%(\theta)| = 3$ $\theta := \text{Find}(\theta)$ $\theta = 116.45 \cdot \text{deg}$

---

* The series defining the sine and the cosine functions were discovered by Newton in the 17th century.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ART. 1.3 SIMPLE PENDULUM

A simple pendulum* of mass m' kg suspended from a light-rod of length L = 1m will have angular displacement, velocity and acceleration determine by numerical analysis (Iterative method), using the Euler Algorithm. The Euler Algorithm assumes the rate of change of a certain quantity (for example the angular velocity) is constant over an interval (of time δt seconds) and evaluates the rate of change of the quantity at the beginning of the interval. To initiate an iterative process for the determination of these quantities at the next successive instances, the equations of relations are written into an equation block.

$L := 1$ ... length of the pendulum, m

$g := 9.81 \quad \frac{m}{sec^2}$

The instantaneous angular acceleration, a function of the angular position or displacement, of the mass is

$$acc(\theta) := -\left(\frac{g}{L}\right)\cdot\sin(\theta) \qquad [1]$$

[1] becomes a User-defined function.

For small amplitude where sine (θ) is approximately θ, i.e. $\theta < 5$ degrees, the motion is simple harmonic with constant period. [1] can be written as:

$$acc(\theta) := -\left(\frac{g}{L}\right)\cdot\theta$$

Period** of small vibration, $\tau := 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \tau = 2.01 \quad sec$ [2]

ART. 1.3.1 SIMPLE PENDULUM: small amplitude

A SIMPLE PENDULUM WITH SMALL AMPLITUDE.

Initial conditions let the pendulum be released from an initial angular position 1 degree, the angular speed will

$\theta_0 := 1\cdot\frac{\pi}{180}$ ... initial displacement in degrees from the equilibrium position

$\omega_0 := 0$ ... initial angular velocity which is zero upon release [3]

$\alpha_0 := acc(\theta_0)$ ... angular acceleration , a function of θ_0 .

Iterative Procedure

Let the problem be iterated for N intervals of δt seconds

$N := 180 \qquad i := 0..N \qquad \delta t := 0.015 \qquad t_i := i\cdot\delta t \qquad N\cdot\delta t = 2.7$

The Euler Algorithm statements:-

$$\begin{pmatrix}\alpha_{i+1}\\ \omega_{i+1}\\ \theta_{i+1}\end{pmatrix} := \begin{pmatrix}acc(\theta_i+\omega_i\cdot\delta t)\\ \omega_i+acc(\theta_i+\omega_i\cdot\delta t)\cdot\delta t\\ \theta_i+\omega_i\cdot\delta t\end{pmatrix} \qquad [4]$$

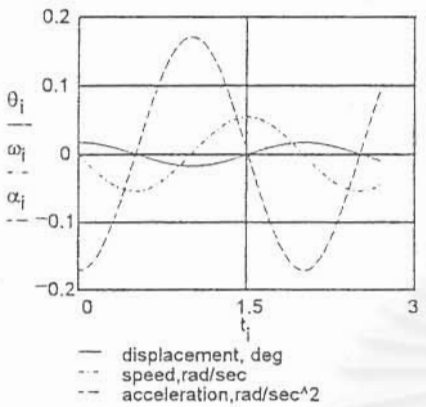
Quantities at instant i+1 th Quantities at instant i th

---

* Galileo Galilei (1564- 1642) was the first to observed the pendulum motion and concluded that the period of oscillation is constant, independent of the mass, and depends only on the length of the pendulum (*Dialogues Concerning Two New Sciences*, 1638).

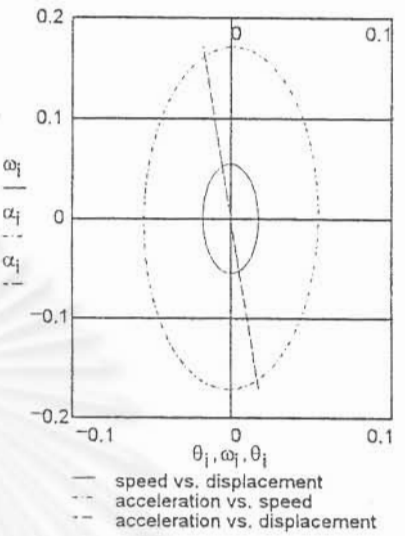
** The period of small vibration of a simple pendulum depends only on the length of the pendulum and the local gravity. The initial amplitude given to motion has no influence upon the period; this inherent property is call *isochronism* , esentially means keeping constant time, and were also known to the Chinese.

Note: The first iterative statement, i.e. the first row of [4], provides the instantaneous angular acceleration at instant (n+1) in terms of its value at the instant n; the angular velocity ω is assumed constant over the interval . Since acc's are known from [1], it is thus employed in determing other quantities.



Displacement, speed and acceleration diagrams of a simple pendulum

FIG. 1.8



Phase diagrams

FIG. 1.9

ART. 1.3.2 SIMPLE PENDULUM: large amplitude

A SIMPLE PENDULUM WITH LARGE AMPLITUDE.

The pendulum is released from 90 degrees.

Initial conditions (inputs):

$$\theta_0 := 90 \cdot \frac{\pi}{180} \qquad \omega_0 := 0 \qquad \alpha_0 := acc(\theta_0)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{i+1} \\ \omega_{i+1} \\ \theta_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} acc(\theta_i + \omega_i \cdot \delta t) \\ \omega_i + acc(\theta_i + \omega_i \cdot \delta t) \cdot \delta t \\ \theta_i + \omega_i \cdot \delta t \end{pmatrix}$$

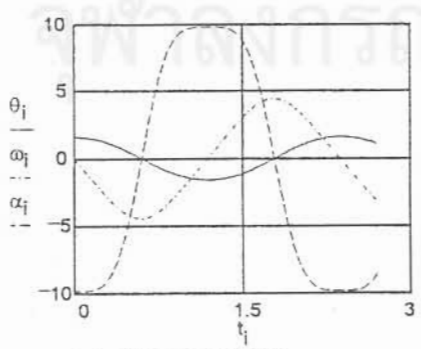


FIG. 1.10

Displacement, speed and acceleration diagrams of a simple pendulum

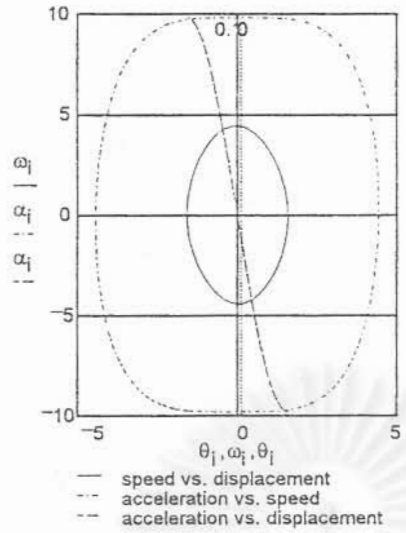
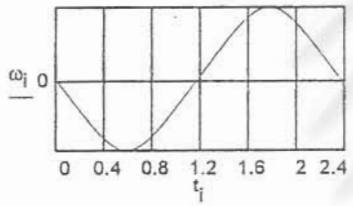


FIG. 1.11

Phase diagrams

The period of vibration of the pendulum with large amplitue , not a constant, is amplitude dependent. The determination is made by an observation that the angular velocities are zero at half and at the full period of time as well as at the initial instance.



The period of vibration is estimated to be about 2.4s. Compare this figure with the previous case where the motion is simple harmonic with constant period of 2.1 s.

FIG. 1.12 Enlarged speed vs. time

Let i1 := 150.. 170

t_{i1}	ω_{i1}
2.25	1.16
2.27	1.01
2.28	0.86
2.29	0.71
2.31	0.57
2.32	0.42
2.34	0.27
2.36	0.13
2.37	-0.02
2.38	-0.17
2.4	-0.32
2.42	-0.46
2.43	-0.61
2.44	-0.76
2.46	-0.9
2.48	-1.05
2.49	-1.2
2.5	-1.34
2.52	-1.49
2.53	-1.64
2.55	-1.78

To arrive at a more accurate figure for the period of vibration, plot the angular velocity near the region $2 < t < 2.4$ as shown on the left. The speed is zero at about 2.36 to 2.37 secconds

TABLE 1.1 Speed vs. time

ART. 1.4 COMPOUND PENDULUM

Compound pendulum of mass m, oscillates in a vertical plane about a frictionless hinge O. In order to study the variations of the period of oscillations the distance, a, between the centre of mass G and the hinge O will be varied .Discuss centre of percussion.

SOLUTION

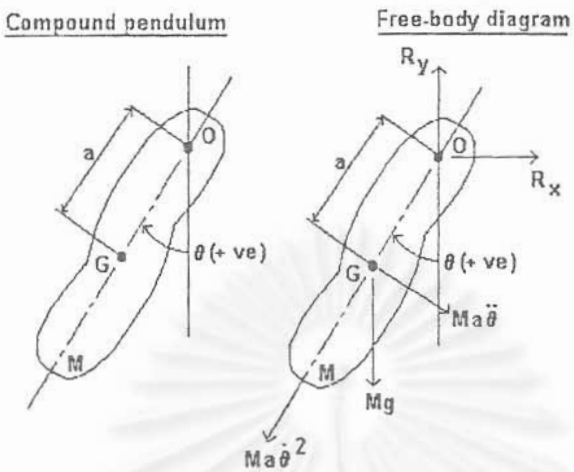


FIG. 1.13

The equation of motion of a compound pendulum is:-

$$I_O \cdot \left[\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\theta\right)\right] = -M \cdot g \cdot a \cdot \sin(\theta) \qquad [1]$$

For small oscillation ($\theta < 6$ degrees), approximately, $\sin(\theta) = \theta$:-

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\theta\right) = -\left(\frac{M \cdot g \cdot a}{I_O}\right) \cdot \theta \qquad [2]$$

which clearly indicates that the motion is a simple harmonic one; where

$$I_O = I_G + M \cdot a^2 \qquad [3]$$

and $$\omega_n = \sqrt{\frac{M \cdot g \cdot a}{I_O}} \quad \text{...Natural circular frequency in rad./sec.} \qquad [4]$$

$$\tau_n = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{\left(\frac{I_O}{M \cdot g \cdot a}\right)}} \quad \text{...Period of oscillation in sec.} \qquad [5]$$

To find the equivalent length of a simple pendulum:-

Let l_{eq} represent the equivalent length of a simple pendulum i.e. a simple pendulum of the length will dynamically be the same as the compound one.

For a simple pendulum, $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}}$

then $$l_{eq} = \frac{I_O}{M \cdot a} = \frac{r_k^2}{a} + a \qquad [6]$$

or, in dimensionless form $$\frac{l_{eq}}{r_k} = \frac{a}{r_k} + \frac{1}{\frac{a}{r_k}} \qquad [7]$$

Calculation and sketch

Let $i := 0,1..50$ and the radius of gyration be unity, $r_k := 1$

Let a vary form zero to about 4 times the radius of gyration.

Let $L_{eq} = \frac{l_{eq}}{r_k}$ then $L_{eq} = \frac{a}{r_k} + \frac{1}{\frac{a}{r_k}}$ which consists of two terms, e.g.

$$L_{eq1_i} = \frac{a_i}{r_k} \quad \text{and} \quad L_{eq2_i} = \frac{1}{\frac{a_i}{r_k}}$$

Let $a_i := 0.001 + \frac{i}{12.5}$; $x_i := \frac{a_i}{r_k}$; $L_{eq_i} := \frac{a_i}{r_k} + \frac{1}{\frac{a_i}{r_k}}$

then $L_{eq1_i} := \frac{a_i}{r_k}$ $L_{eq2_i} := \frac{1}{\frac{a_i}{r_k}}$

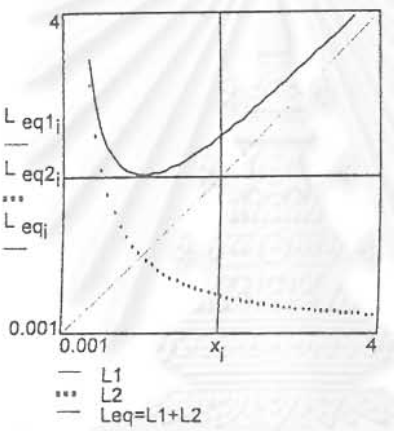


FIG. 1.14 Equivalent length

From graph it can be seen that when the distance of G from O is the same as the radius of gyration, the equivalent length of the pendulum is the smallest

$l_{eq} = 2 \cdot r_k$ ..least equivalent length of a simple pendulum.

No matter how the center of oscillation O is adjusted, the equivalent length cannot be reduced further. Since the period ofoscillation is

$$\tau = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_n} \quad \text{or} \quad \tau = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_{eq}}{g}}$$

The frequency is highest. If G is moved nearer to O, i.e.to the left of the diagram, the equivalent length will increase rapidly; the oscillation will slow down. It is obvious that when G coincides with O , τ becomes infinite and no oscillation takes place,external force will bring about pure rotation.

The principle of compound pendulum is very useful in Engineering. Moment of Inertia of mass of objects such as connecting-rods or any arbitrary shaped machine components can be accurately determined once the weight, the position of G are found. The object is allowed to oscillate on a fulcrum of known distance from G and the period is timed, inertia can then be calculated.

A vehicle,with its centre of gravity confined to move in a vertical plane can be considered as a compound pendulum:-

When a vehicle strikes a step, receiving a shock of magnitude S [N] on the front wheels P, vibration will take place. This shock lasts for a very short duration but has a greatintensity, therefore the influence of gravity can be neglected. It is of interest to look for the vertical acceleration profile as well as the acceleration pole.

From Newton's Law:- $F_x = 0$ $F_y = S$ $S = m \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt} y_g\right)$

$M_G = S \cdot a$ ..i.e $S \cdot a = I_G \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\theta\right)$

At any point x along the vehicle longitudinal axis, there are two components of acceleration in y-direction:-

$\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt} y\right) = \frac{S}{m}$ ...the same for all points,

$x \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\theta\right) = \frac{S \cdot a \cdot x}{I_G}$ ...varying from point to point.

To the left of G these two terms act in the same direction while to the right they are opposing each other, there is a point where the two cancle each other (b).

$\frac{S}{m} - \frac{S \cdot a \cdot b}{I_g} = 0$ therefore... $a \cdot b = \frac{I_G}{m}$

Hence $a \cdot b = r_k^2$

It can be seen that the point P can be struck without causing any acceleration at the other designated point P`. P is therefore the Centre of Percussion while P` is the centre of rotation.

a _____ distance between G and P,

b _____ distance between G and P`.

In the last equation a and b are interchangable and as a consequence the functions of P and P` can also be interchanged. In designing a vehicle, it is desirable to make the front and rear axles the centers of rotation and percussion and vice versa. A disturbance on one of the axle will not bring the other under its influence.

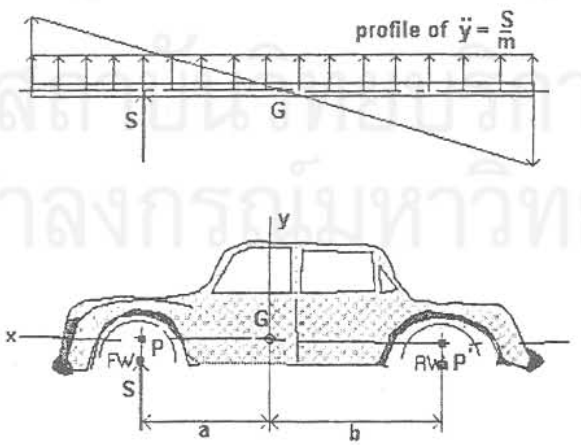
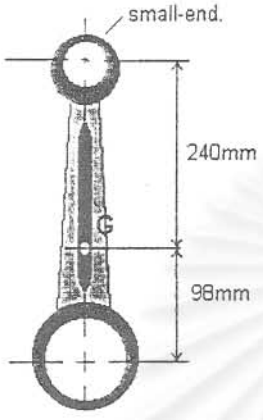


FIG. 1.15 Centre of percussion of a vehicle

ART. 1.5 EXPERIMENTAL DETERMINATION OF MOMENT OF INERTIA OF MASS OF A CONNECTING ROD

An experiment was carried out to determine the moment of inertia of the connecting-rod shown. The rod was treated as a compound pendulum by supporting the small-end on a knife-edge and the time for completion of 10 oscillations was recorded. Five readings were made. The rod was then supported from the big-end and the experiment repeated. The record is shown below. Calculate the moment of inertia of mass of the connecting-rod.



mass = 1.90 kg.

FIG. 1.16 Connecting rod

Time for 10 oscillations,(in seconds)

KNIFE-EDGE AT: Small-end	Big-end
10.5	8.9
10.8	8.8
10.4	8.8
10.4	8.6
10.6	8.7

TABLE 1.2

$m_{rod} := 1.90 \cdot kg$ $a_{sml} := 240 \cdot mm$ $a_{big} := 98 \cdot mm$ $g := 9.81 \cdot \frac{m}{sec^2}$

SOLUTION.

This is a case of compound pendulum; the moment of inertia can be determined from the period of oscillation. From Newton's second Law for rotation about a point O:

$$\Sigma M_O = I_O \cdot \theta_{tt} \qquad [1]$$

And from thew parallel-axes theorem, the moment of inertia about G can be calculated from:

$$I_O = I_G + m a^2 \qquad [2]$$

where a is the distance between O and G.

From [1] $I_O \cdot \theta_{tt} = -m_{rod} \cdot g \cdot a \cdot \theta$

Thus the natural frequency is

$$\omega_n = \sqrt{\frac{m_{rod} \cdot g \cdot a}{I_O}} \qquad [3]$$

and the period of oscillation is

$$\tau_n = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{\frac{m_{rod} \cdot g \cdot a}{I_O}}} \qquad \tau_n = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I_O}{m_{rod} \cdot g \cdot a}} \qquad [4]$$

$$I_O := \left(\frac{\tau_n}{2 \cdot \pi}\right)^2 \cdot (m_{rod} \cdot g \cdot a) \qquad [5]$$

Small-end expt'

The average period is

$$\tau_{n1} := \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{10} \cdot (10.5 + 10.8 + 10.4 + 10.4 + 10.6) \cdot sec$$

$$\tau_{n1} = 1.05 \cdot sec$$

$$I_{O1} := \left(\frac{\tau_{n1}}{2\cdot\pi}\right)^2 \cdot (m_{rod}\cdot g\cdot a_{sml})$$

$I_{O1} = 0.13\,kg\cdot m^2$ $\qquad$ $m_{rod}\cdot a_{sml}^2 = 0.11\,kg\cdot m^2$

$$I_{G1} := I_{O1} - m_{rod}\cdot a_{sml}^2$$

Ans1. $\qquad I_{G1} = 0.02\,kg\cdot m^2$

Big-end expt'

The average period is

$$\tau_{n2} := \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{10}\cdot(8.9+8.8+8.8+8.6+8.7)\cdot sec$$

$\tau_{n2} = 0.88\,sec$

$$I_{O2} := \left(\frac{\tau_{n2}}{2\cdot\pi}\right)^2 \cdot (m_{rod}\cdot g\cdot a_{big})$$

$I_{O2} = 0.04\,kg\cdot m^2$ $\qquad$ $m_{rod}\cdot a_{big}^2 = 0.02\,kg\cdot m^2$

$$I_{G2} := I_{O2} - m_{rod}\cdot a_{big}^2$$

Ans2. $\qquad I_{G2} = 0.02\,kg\cdot m^2$

Verification.

$I_O := m\cdot(r_k^2 + a^2)$ $\qquad$ $r_k := \sqrt{\frac{I_{G1}}{m_{rod}}}$ $\qquad$ $r_k = 93.02\,mm$

$I_O := m_{rod}\cdot(r_k^2 + a_{sml}^2)$ $\qquad$ $I_O = 0.13\,kg\cdot m^2$

$I_{O2} := m_{rod}\cdot(r_k^2 + a_{big}^2)$ $\qquad$ $I_{O2} = 0.03\,kg\cdot m^2$

$$\tau_{n2} := 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{I_{O2}}{m_{rod}\cdot g\cdot a_{big}}} \qquad \tau_{n2} = 0.87\,sec$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ART. 1.6 FOURIER SERIES.

A periodic function of the form $y(t) = y(t+T)$ where τ is the period can be repredsented by a *Fourier* * series if the function is piecewise smooth and has both left- and right-hand derivative everywhere inthe interval. The function can be written as:

$$f(t)=a_0+\sum_n a_n\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{\tau}\cdot t\right)+\sum_n b_n\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{\tau}\cdot t\right)$$

A proper choice of the coefficients will make the series converge. The coefficients are given by:

$$a_0=\frac{1}{\tau}\cdot\int_0^{\tau} f(t)\,dt \qquad a_n=\frac{2}{\tau}\cdot\int_0^{\tau} f(t)\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{\tau}\cdot t\right)dt$$

and

$$b_n=\frac{2}{\tau}\cdot\int_0^{\tau} f(t)\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{\tau}\cdot t\right)dt$$

As an example, consider a square wave of period

$L:=1$ ...half period $\tau:=2\cdot L$ ...period

$f(t):=if(t<0,-1,1)$ ...square wave

$N:=10$ ... number of Fourier terms to compute

Let $n:=0..N$ $\varepsilon:=0.00001$ ...stop flag before and after zero

$$a_n:=\frac{1}{L}\cdot\left(\int_{-L}^{-\varepsilon} f(t)\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot n}{L}\cdot t\right)dt+\int_{\varepsilon}^{L} f(t)\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot n}{L}\cdot t\right)dt\right)$$

$$a_0:=\frac{a_0}{2}$$

$$b_n:=\frac{1}{L}\cdot\left(\int_{-L}^{-\varepsilon} f(t)\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot n}{L}\cdot t\right)dt+\int_{\varepsilon}^{L} f(t)\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot n}{L}\cdot t\right)dt\right)$$

and the Fourier seriesis

$$g(t):=\sum_n a_n\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{\tau}\cdot t\right)+\sum_n b_n\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{\tau}\cdot t\right)$$

The Fourier coefficients are:-

n	a_n	b_n
0	0	0
1	0	1.273
2	0	0
3	0	0.424
4	0	0
5	0	0.255
6	0	0
7	0	0.182
8	0	0
9	0	0.141
10	0	0

TABLE 1.3
Fourier coefficients

For $t:=-L,-L+\frac{L}{50}..2\cdot L$ Plot the function and the series,

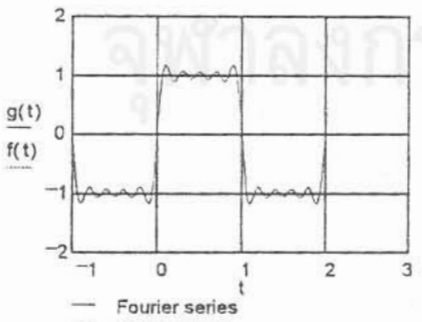


FIG. 1.17
Square wave

---

* Fourier; Jean Batiste Joseph: (1768 - 1830): A French Professor of Mathematics at the Ecole de Polytechnique and secretary of the Paris Academy of Sciences.

ART. 1.7 SIGNAL FILTRATION: TRANSFORM AND INVERSE TRANSFORM

Filtering noisy signal with fast fourier transform (FFT)

Define the signal For $i := 0..127$

let $q_i := \sin\left(\frac{i}{128}\cdot 14\cdot\pi\right) + \cos\left(\frac{i}{128}\cdot 19\cdot\pi\right)$

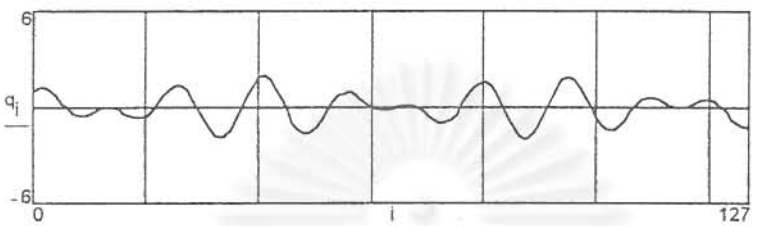


FIG. 1.18 Original signal

Supperposesome noise:

$s_i := q_i + rnd(2) - 1$

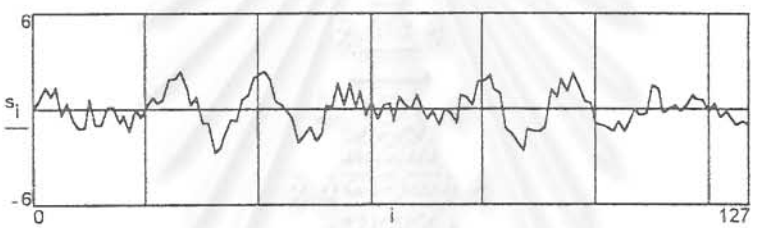
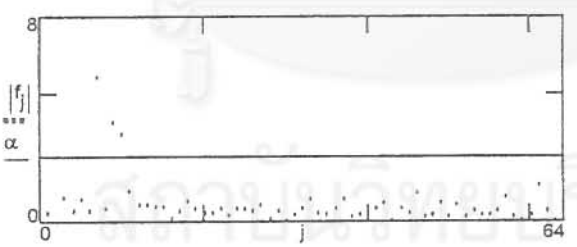


FIG. 1.19 Supperposed noise

Take its discrete fourier transform:

$f := fft(s)$ $j := 0..64$

$\alpha := 2.5$ ...define threshold for spectral noise rejection.



<-- Signal

<-- Noise

FIG. 1.20 Discrete fourier transform

Filter, and take the inverse transform:

$g_j := f_j \cdot \Phi(|f_j| - \alpha)$ $h := ifft(g)$

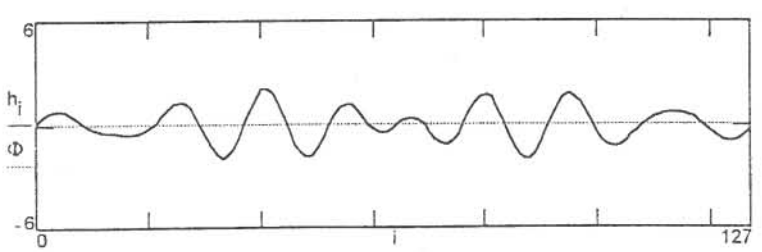


FIG. 1.21 Original signal: recovered

The original signal is recovered.

ART. 1.8 ROOTS OF AN ALGEBRAIC EQUATION

MathCAD: *Rootfunction*

Find the roots of a cubic equation $x^3 - 10 \cdot x + 2$

Let the range x be $x := -10, -9.9 .. 10$

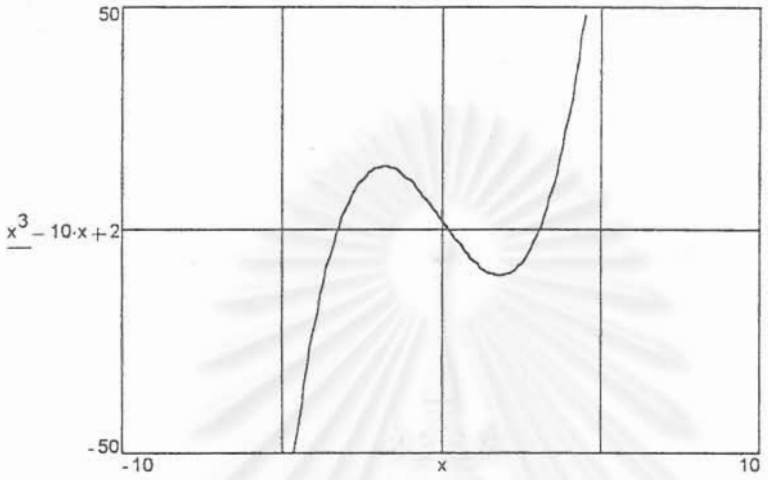


FIG. 1.22 A cubic equation

Format: root(expression,variable)

The function: $f(x) := x^3 - 10 \cdot x + 2$ $f(x) = 0$

Now use three initial guesses to find three zeros.

$x := -2$ $\quad root(f(x), x) = -3.2579$

$x := -3$ $\quad root(f(x), x) = -3.2579$

$x := 0$ $\quad root(f(x), x) = 0.2008$

$x := 3$ $\quad root(f(x), x) = 3.057$

$x := -3$ $\quad root(x^3 - 10 \cdot x + 2, x) = -3.2579$

$x := -2$ $\quad root(x^3 - 10 \cdot x + 2, x) = -3.2579$

or defining user's defined function

Let $ff(x) := root(x^3 - 10 \cdot x + 2, x)$

$x := -2$ $\quad ff(x) = -3.2579$

$x := 0$ $\quad ff(x) = 0.2008$

$x := 3$ $\quad ff(x) = 3.057$

Rootfunction for several points

$e^x := a \cdot x^2$ ...the equation

$f(a, x) := root(e^x - a \cdot x^2, x)$ .....the second argument x is the guess value

for $a := 1..20$

$x_0 := 0$ .....initial guess

$x_a := f(a, x_{a-1})$ .....the guess for each a is the root from the previous a

	Answer	Verification	
a	x_a	e^{x_a}	$a \cdot (x_a)^2$
1	-0.7038	0.4947	0.4954
2	-0.5398	0.5828	0.5829
3	-0.4592	0.6318	0.6327
4	-0.4079	0.6651	0.6655
5	-0.3715	0.6897	0.6899
6	-0.3438	0.7091	0.7092
7	-0.3218	0.7248	0.7249
8	-0.3037	0.738	0.7381
9	-0.2886	0.7493	0.7494
10	-0.2755	0.7592	0.7592
11	-0.2642	0.7678	0.7678
12	-0.2542	0.7755	0.7755
13	-0.2455	0.7823	0.7833
14	-0.2375	0.7886	0.7895
15	-0.2302	0.7943	0.7951
16	-0.2236	0.7996	0.8003
17	-0.2176	0.8044	0.8051
18	-0.2121	0.8089	0.8095
19	-0.2069	0.8131	0.8136
20	-0.2022	0.817	0.8174

TABLE 1.4 Evaluation of functions and verification

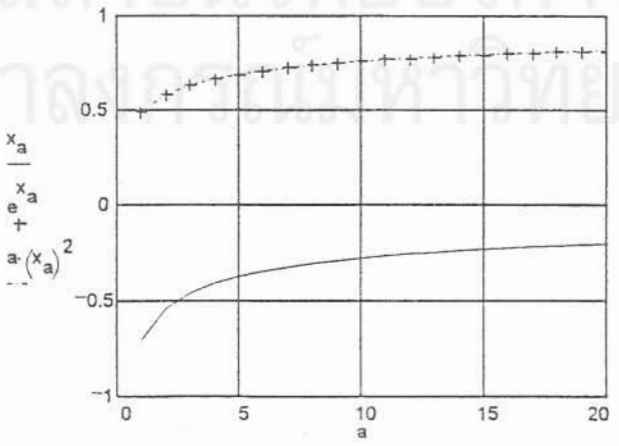


FIG. 1.23 Graphing 3 functions

ART. 1.9 ADJOINT MATRIX AND MATRIX INVERSION

The determination of adjoint matrix

To calculate for an adjoint matrix of a matrix M (3 x 3). The user is required to input the elements of the metrix M below:

ORIGIN≡1 $i := 1..3$ $j := 1..3$

INPUT: Replace the elements of matrix M by the values of the user's matrix.

example matrix $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

let $M := A$ then its determinant is $|A| = 2$

MINORS OF THE MATRIX M:

$$m_{11} := \begin{pmatrix} M_{2,2} & M_{2,3} \\ M_{3,2} & M_{3,3} \end{pmatrix} \quad m_{12} := \begin{pmatrix} M_{2,1} & M_{2,3} \\ M_{3,1} & M_{3,3} \end{pmatrix} \quad m_{13} := \begin{pmatrix} M_{2,1} & M_{2,2} \\ M_{3,1} & M_{3,2} \end{pmatrix}$$

$$m_{21} := \begin{pmatrix} M_{1,2} & M_{1,3} \\ M_{3,2} & M_{3,3} \end{pmatrix} \quad m_{22} := \begin{pmatrix} M_{1,1} & M_{1,3} \\ M_{3,1} & M_{3,3} \end{pmatrix} \quad m_{23} := \begin{pmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ M_{3,1} & M_{3,2} \end{pmatrix}$$

$$m_{31} := \begin{pmatrix} M_{1,2} & M_{1,3} \\ M_{2,2} & M_{2,3} \end{pmatrix} \quad m_{32} := \begin{pmatrix} M_{1,1} & M_{1,3} \\ M_{2,1} & M_{2,3} \end{pmatrix} \quad m_{33} := \begin{pmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ M_{2,1} & M_{2,2} \end{pmatrix}$$

COFACTORS OF THE MATRIX M (cofactors of a matrix are the signed minors of the matrix)

$$c_{i,j} = (-1)^{i+j} \cdot |m_{ij}|$$

$$c_{1,1} := (-1)^{1+1} \cdot |m_{11}| \quad c_{1,2} := -|m_{12}| \quad c_{1,3} := |m_{13}|$$

$$c_{2,1} := -|m_{21}| \quad c_{2,2} := |m_{22}| \quad c_{2,3} := -|m_{23}|$$

$$c_{3,1} := |m_{31}| \quad c_{3,2} := -|m_{32}| \quad c_{3,3} := |m_{33}|$$

Therefore the matrix of cofactor of M is:

$$C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

ADJOINT MATRIX is defined as the transpose of the matrix of cofactor of M

$$adj_M := C^T \qquad adj_M = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$inv := \frac{1}{|M|} \cdot adj_M \qquad inv = \begin{pmatrix} 1.5 & -1 & 0.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Check with the standard inverse function of *MathCAD*,

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 1.5 & -1 & 0.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$m_{11} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $m_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $m_{13} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$|m_{11}| = 3$ $|m_{12}| = 1$ $|m_{13}| = -1$

$m_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $m_{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $m_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$|m_{21}| = 2$ $|m_{22}| = 2$ $|m_{23}| = 0$

$m_{31} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $m_{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $m_{33} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$|m_{31}| = 1$ $|m_{32}| = 1$ $|m_{33}| = 1$

EXERCISES

Find the inverses of the following matrices:-

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ Ans. $\frac{-1}{2} \cdot \begin{bmatrix} (-7) & -6 & (-1) \\ (1) & 0 & (-1) \\ (1) & -2 & (1) \end{bmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ Ans. $\frac{1}{18} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -5 & 7 \\ 7 & 1 & -5 \\ -5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ Ans. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ Ans. $\frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} -10 & 4 & 9 \\ 15 & -4 & -14 \\ -5 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ART. 1.10 SOLUTIONS OF LINEAR SIMULTANEOUS ALGEBRAIC EQUATIONS

Program to solve a system of linear simultaneous non-homogeneous equations by Cramer`s Rule and Matrix-Inversion method

ORIGIN≡1

The form of equations are $a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \ldots + a_n \cdot x_n = h$

By writting them in matrix form $A \cdot X = H$

Let A_j denotes the matrix obtained from A by replacing its j th. column with the R.H.S. constant vector H.

Then, if the determinant of A is not zero, the system has a unique solution; e.g:-

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} \qquad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} \qquad \ldots\ldots\ldots \qquad x_n = \frac{|A_n|}{|A|}$$

As an example, solve a system of 4 simultaneous equations.

Let $i := 1..4$ and $j := 1..4$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix} \qquad H := \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$Det_A := |A|$ $\quad Det_A = -217$ $\quad |A| = -217$

Replacing the first column of A by the vector H,

let $A_{i,1} := H_i$

$A_{i,1}$

-10
0
6
-9

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 2 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \\ 6 & 6 & -3 & 2 \\ -9 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$A1 := A$ $\quad |A1| = 217$

$$x_1 := \frac{|A1|}{Det_A}$$

Answer $x_1 = -1$

Similarly , replacing the second column of A by vector H,

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

let $A_{i,2} := H_i$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -10 & 6 & 3 \\ 2 & 0 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \\ 3 & -9 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$A_2 := A \qquad |A_2| = 0$

$$x_2 := \frac{|A_2|}{Det_A}$$

Answer $x_2 = 0$

Similarly , replacing the third column of A by vector h,

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$A_{i,3} := H_i$

$A_{i,3}$
-10
0
6
-9

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -10 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 6 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & -9 & -4 \end{pmatrix}$$

$A_3 := A \qquad |A_3| = 434$

$$x_3 := \frac{|A_3|}{Det_A}$$

Answer $x_3 = -2$

Similarly , replacing the fourth column of A by vector H,

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$A_{i,4} := H_i$

$A_{i,4}$
-10
0
6
-9

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & -10 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 6 & -3 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & -9 \end{pmatrix}$$

$A_4 := A \qquad |A_4| = -217$

$$x_4 := \frac{|A_4|}{Det_A}$$

Answer $x_4 = 1$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Answer the vector of the solution is $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

METHOD OF MATRIX INVERSION.

From $A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

and $H := \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix}$

and the form of the equation is $A \cdot x = H$

Pre-multiply both sides by the inverse of matrix A

$$A^{-1} \cdot A \cdot x = A^{-1} \cdot H$$

$$I \cdot x = A^{-1} \cdot H$$

Therefore, the solution vector is $x := A^{-1} \cdot H$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.32258 & 1.03226 & -0.16129 & -0.35484 \\ -0.13825 & -0.58525 & 0.21198 & 0.29493 \\ 0.06452 & -0.19355 & -0.03226 & 0.12903 \\ 0.18894 & 0.43318 & -0.02304 & -0.33641 \end{pmatrix}$$

Hence the solution is found to be:- $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ Answer

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ART. 1.11 SOLUTIONS OF SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATION WITH CONSTANT COEFFICIENTS

In engineering application one often comes across a second order non-homogeneous differential equation of the form:

$$a\cdot\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}y + b\cdot\frac{d}{dt}y + c\cdot y = f(t) \qquad [1]$$

The general solution consists of two part, e.g. the complementary and the particular solutions:

$$y(t) = y_c(t) + y_p(t) \qquad [2]$$

NUMERICAL SOLUTION

HOMOGEOUS CASE

Let the constant coefficients be $a := 1$ $b := 0.25$ $c := 1$

Let the initial conditions be $y_0 := 3$ $y'_0 := 0$

Let the equation parameters be $\alpha := -\frac{b}{2\cdot a}$ $\beta := \frac{\sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$ $\varepsilon := 10^{-4}$ [3]

$\beta := if(|\beta| < \varepsilon, \varepsilon, \beta)$ $\omega := Im(\beta)$

This statement means that " if $|\beta| < \varepsilon$ then $\beta = \varepsilon$ otherwise $\beta = \beta$ ".

The arbitrary constants are

$$A := \frac{\left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right)\cdot y_0 + \frac{y'_0}{\beta}}{2} \qquad B := \frac{\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}\right)\cdot y_0 - \frac{y'_0}{\beta}}{2} \qquad [4]$$

The solution is $y(t) := A\cdot e^{(\alpha+\beta)\cdot t} + B\cdot e^{(\alpha-\beta)\cdot t}$ [5]

Its first derivative is $y'(t) := (\alpha+\beta)\cdot A\cdot e^{(\alpha+\beta)\cdot t} + (\alpha-\beta)\cdot B\cdot e^{(\alpha-\beta)\cdot t}$ [6]

For $t := 0, 0.5 .. 10$

$\alpha = -0.13$ $\beta = 0.99i$ $\omega = 0.99$ $A = 1.5 - 0.19i$ $B = 1.5 + 0.19i$

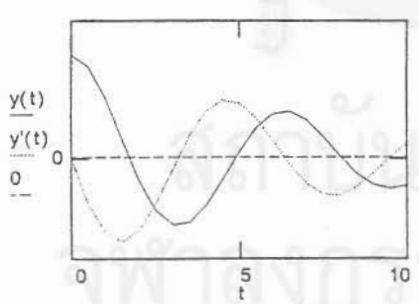


FIG. 1.24 Solutions and derivatives of a homogeneous differential differential equation

t	y(t)	y'(t)
0	3	0
0.5	2.65	-1.35
1	1.73	-2.23
1.5	0.52	-2.5
2	-0.67	-2.16
2.5	-1.56	-1.36
3	-1.99	-0.34
3.5	-1.91	0.63
4	-1.4	1.35
4.5	-0.63	1.67
5	0.2	1.57
5.5	0.88	1.12
6	1.28	0.46
6.5	1.34	-0.22
7	1.08	-0.77
7.5	0.61	-1.08
8	0.05	-1.11
8.5	-0.46	-0.87
9	-0.8	-0.47
9.5	-0.92	0
10	-0.81	0.41

TABLE 1.5 Solutions and derivatives of a homogeneous differential differential equation

NON-HOMOGENEOUS CASE

From [1] $a\cdot\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}y+b\cdot\frac{d}{dt}y+c\cdot y=f(t)$

Let the forcing function f(t) be $f(t):=P_0\cdot\cos(\omega\cdot t)$ [7]

For $a:=2$ $b:=5$ $c:=8$ $P_0:=2$ $\omega:=2$

$y_0:=0$ $y'_0:=0$

The particular integral (solution) is:

$$C:=\frac{P_0}{\sqrt{\left(c-a\cdot\omega^2\right)^2+(b\cdot\omega)^2}} \qquad \phi:=\text{angle}\left(c-a\cdot\omega^2,b\cdot\omega\right) \qquad [8]$$

$\phi = 1.57$

$$y_p(t):=C\cdot\cos(\omega\cdot t-\phi) \quad \text{and} \quad y'_p(t):=-\omega\cdot C\cdot\sin(\omega\cdot t-\phi) \qquad [9]$$

$$\alpha:=-\frac{b}{2\cdot a} \qquad \beta:=\frac{\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \qquad [10]$$

Solve for arbitrary constants:

Guess $A:=1+i$ $B:=1+i$

Given $A+B+y_p(0)=y_0$

$(\alpha+\beta)\cdot A+(\alpha-\beta)\cdot B+y'_p(0)=y'_0$

$\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}:=\text{Find}(A,B)$

$\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.13i\\-0.13i\end{pmatrix}$

The solution, numerically is

$$y(t):=A\cdot e^{(\alpha+\beta)\cdot t}+B\cdot e^{(\alpha-\beta)\cdot t}+y_p(t) \qquad [12]$$

$\alpha = -1.25$ $\beta = 1.56i$ $C = 0.2$ $\phi = 90\cdot\text{deg}$

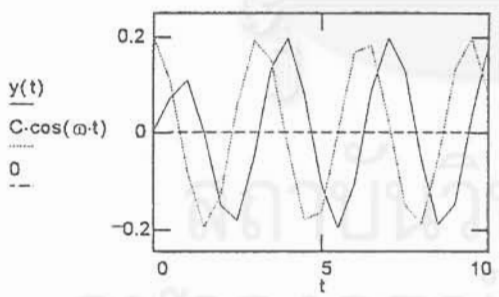


FIG. 1.25 Solutions and derivatives of a non-homogeneous differential differential equation

t	y(t)	C·cos(ω·t)
0	0	0.2
0.5	0.07	0.11
1	0.11	-0.08
1.5	0	-0.2
2	-0.15	-0.13
2.5	-0.18	0.06
3	-0.05	0.19
3.5	0.13	0.15
4	0.2	-0.03
4.5	0.08	-0.18
5	-0.11	-0.17
5.5	-0.2	0
6	-0.11	0.17
6.5	0.08	0.18
7	0.2	0.03
7.5	0.13	-0.15
8	-0.06	-0.19
8.5	-0.19	-0.06
9	-0.15	0.13
9.5	0.03	0.2
10	0.18	0.08

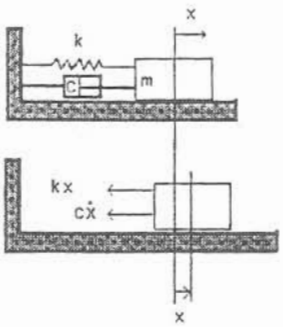
TABLE 1.6 Solutions and derivatives of a non-homogeneous differential differential equation

CHAPTER 2

ONE-DEGREE OF FREEDOM SYSTEMS

ART. 2.1 FREE-DAMPED VIBRATION OF A SPRING-MASS SYSTEM

Program to study displacement amplitude as a function of time for free-damped vibration.



Free-damped vibration.

In the diagram shown, mass m is connected to the wall by a spring of stiffness k N/m and a damper (a dash-pot) of damping factor ζ). The table is smooth, frictionless. The damping constant is c , N.ses/m)

$\omega_n := \sqrt{\frac{k}{m}}$ ... natural circular freequency of the system,

$\zeta := \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}}$ ... damping factor.

FIG. 2.1 A spring-mass system

GRAPHIC DESCRIPTION OF THE MOTION.

ASSIGNMENT STATEMENTS:

For $j := 0..50$

Let $\zeta := 0.1$ $t_j := \frac{j}{25}$ $\omega_n := 10$

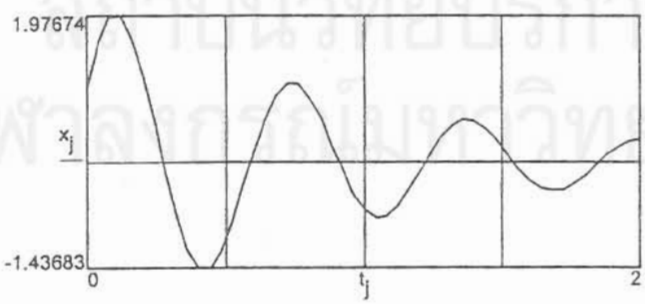
Let the two arbitrary constants be: $A := 1$ and $B := 2$

The damped natural frequency is, $\omega_d := \omega_n \cdot (1 - \zeta^2)$

i.e. $\omega_d = 9.9$

$x_j := e^{-(\zeta \cdot \omega_n \cdot t_j)} \cdot (A \cdot \cos(\omega_d \cdot t_j) + B \cdot \sin(\omega_d \cdot t_j))$ ...displacements.

Displacements



Elapse time.

FIG. 2.2 Displacement diagram of free-damped vibration of a spring-mass system

Another form of the solution:-

$X := 2 \qquad \phi := \frac{\pi}{6}$

$x_j := X \cdot e^{-(\zeta \cdot \omega_n \cdot t_j)} \cdot (\sin(\omega_d \cdot t_j + \phi))$

$env_j := X \cdot e^{-(\zeta \cdot \omega_n \cdot t_j)}$ ...the envelope of the oscillations.

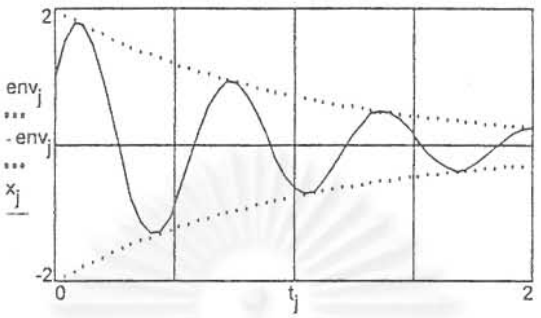


FIG. 2.3 Damped motion and the envelopes

ART. 2.2 FORCED DAMPED VIBRATION UNDER HARMONIC FORCE OF CONSTANT AMPLITUDE

The program plots the amplitude ratios of displacement-amplitude to the static-deflection and the phase-angle difference of a spring-mass-damper system.

SOLUTION.

$rad \equiv 1 \qquad deg \equiv \frac{\pi}{180} \cdot rad$

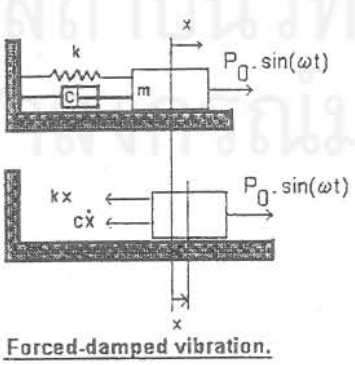
m....the mass,
c....the damping constant,
k....the spring constant,
Po...the exciting force amplitude,
ω....the varying exciting circular frequency.

$\frac{P_0}{k} := x_{st_a}$ ...static amplitude under Po.

x_{0_a} ...displacement amplitude.

$\alpha := \frac{x_0}{x_{st}}_a$ ...amplitude ratio.

natural circular frequency: $\omega_n := \sqrt{\frac{k}{m}}$,frequency ratio: $r := \frac{\omega}{\omega_n}$



The differential equation of motion:-

$$m \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}x\right) + c \cdot \frac{d}{dt}x + k \cdot x = P_0 \cdot \sin(\omega) \cdot t$$

FIG. 2.4 Forced-damped vibration of a spring-mass system

For $i := 0..100$ and $j := 0,2..10$

$r_i := 0.0001 + i \cdot 0.1$ ... the frequency ratio ω/ω_n.

$\zeta_j := 0.0001 + 0.1 \cdot j$ ... the damping factor.

$$\alpha_{i,j} := \frac{1}{\sqrt{\left[1 - (r_i)^2\right]^2 + (2 \cdot \zeta_j \cdot r_i)^2}}$$

α ... amplitude

j	ζ_j
0	0.0001
2	0.2001
4	0.4001
6	0.6001
8	0.8001
10	1.0001

TABLE 2.1 Damping factor inputs

Resonance diagram of a spring-mass-damper system.

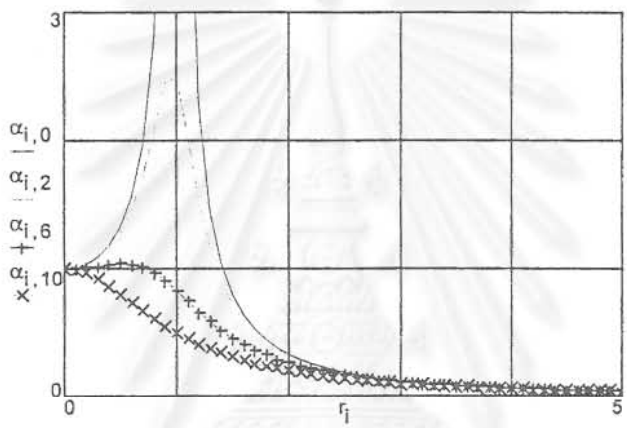


FIG. 2.5 Resonance diagram of a spring-mass-damper system

THE PHASE SHIFT

Let $A_{i,j} := 2 \cdot \zeta_j \cdot \left[\frac{r_i}{1 - (r_i)^2}\right]$; $\theta_{i,j} := \operatorname{atan}(A_{i,j})$

then $\phi_{i,j} := \text{if}(A_{i,j} > 0, \theta_{i,j}, \pi - |\theta_{i,j}|)$ a conditional statement,

....$\phi(i,j)$ is $\theta(i,j)$ when $A(i,j) > 0$, $\pi - \theta(i,j)$ otherwise.

Let $\phi_{i,j} := \frac{\phi_{i,j}}{\text{deg}}$ then

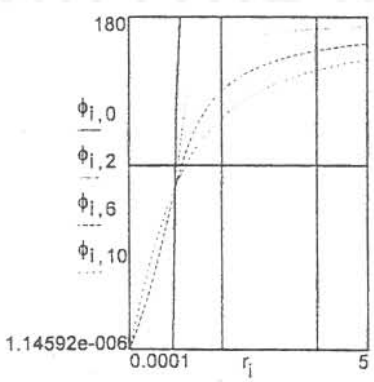


FIG. 2.6 The phase shift as function of frequency ratio and damping factor

Vibration Isolation:

If the mass, m, is idealised as a machine or an engine; operating with periodic unbalanced disturbing force of amplitude P_0 at circular frequency ω. An interesting case would be to consider the forces being transmitted to the ground through the spring and the damper:

$$F_T = \sqrt{(k \cdot X)^2 + (c \cdot \omega \cdot x)^2}$$

$$F_T = k \cdot X \cdot \sqrt{1 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2} \quad \text{....the transmitted force amplitude.}$$

The disturbing force is given by $Po.\sin(\omega.t)$, and X is the displacement amplitude of the mass

$$\alpha = \frac{X_0}{\frac{P_0}{k}} \quad \text{....the amplitude ratio.}$$

The quality of isolation depends on the ability to minimise the force transmitted to the foundation. Transmissibility, TR, is defined as the ratio of the transmitted force to that of the disturbing force. It is quite evident that if the mass is bolted directly to the ground then 100% of disturbing force will be transmitted. When the isolater is introduced properly the force should be less.

$$TR = \frac{F_T}{P_0} \quad \text{or} \quad TR = \frac{\sqrt{1 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r)^2}}$$

To calculate for TR, let $TR_{i,j} := \dfrac{\sqrt{1 + (2 \cdot \zeta_j \cdot r_i)^2}}{\sqrt{\left[1 - (r_i)^2\right]^2 + (2 \cdot \zeta_j \cdot r_i)^2}}$

All curves intersect at the frequency ratio of $\sqrt{2}$ where

TR become 1 for all values of damping. Notice that the region to the left should not be used since bigger force will be transmitted to the foundation.

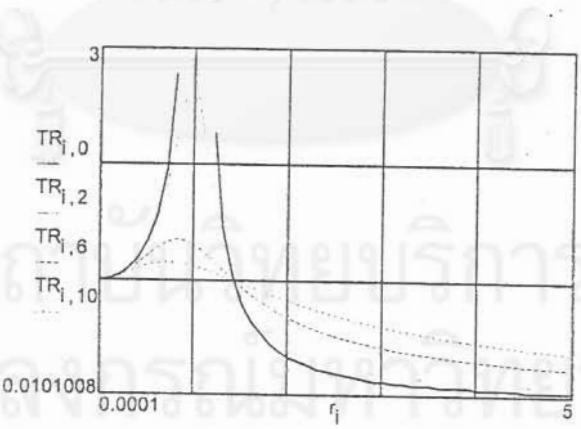


FIG. 2.7 Transmissibility vs. frequency ratio

From the resonance diagram it can be seen that the introduction of small damping reduces the amplitude at resonance.As damping is increased the amplitudes reduce further.The peak amplitude now occurs lower than the undamped resonance frequency, the max.amplitude is now at:-

$\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1 - 2 \cdot \zeta^2}$ a little smaller than the damped natural frequency ratio,

$\frac{\omega_\delta}{\omega_\eta} = \sqrt{1-\zeta^2}$ it is more convenience to calculate for α at resonance when ζ is known, with a small error and measure α experimentally. α (approx.) is now:-

$$\alpha = \frac{1}{2\cdot\zeta}$$

Quality, Q, is introduced to compare the ability to reduced the resonance amplitude.

$$Q = \alpha$$

Looking at the curves of Transmissibility, it is observed that small damping improves the system near resonance. However, if the damping is increased ,TR also increases to the left of the resonance. A larger force is therefore transmitted to the ground.

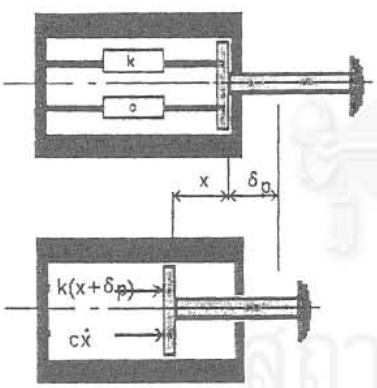
It can now be summarised that the system can be isolated by a small amount of damping to lessen the vibrating force transmitted. Large resonance amplitude must be limited by using some devices such as brackets.

ART. 2.3 DESIGN OF A RAILWAY BUMPER

A rail bumper has two cylinders, each cylinder has a spring and a damper inside. The spring-damper unit pushes a piston with its straight push-rod to help stopping train over-running the rail length. The spring is initially compressed by 30.cm. The stiffness of a spring is 60,000.N/m; while the coefficient of a damper is 240,000.N.sec/m. A train of combined mass 200,000.kg hits the bumper at the speed of 2.m/sec. Find the time and the piston stroke required for the train to come to stop without rebound.

SOLUTION

N≡newton



$k_1 := 60000 \cdot \frac{N}{m}$ $M := 2 \cdot 10^5 \cdot kg$

$V_0 := 2 \cdot \frac{m}{sec}$

$c_1 := 240000 \cdot N \cdot \frac{sec}{m}$

$\delta_p := 0.30 \cdot m$

FIG. 2.8 Cylinder of a railway bunper

Equivalent spring stiffness, $k := 2 \cdot k_1$

Equivalent damping coeff., $c := 2 \cdot c_1$

For general position x(t), the forces on the end plate of the bumper are:

Spring force: $k \cdot x = 2 \cdot k_1 \cdot (x + \delta_p)$

Damping force: $c \cdot \frac{d}{dt} x = 2 \cdot c_1 \cdot \frac{d}{dt} x$

Newton's Law of motion, $M \cdot \frac{d}{dt}\frac{d}{dt} x = -(k \cdot x + k \cdot \delta_p) - c \cdot \frac{d}{dt} x$

$$2\cdot10^5\cdot\left(\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}x\right)=-1.2\cdot10^5\cdot(x+\delta_p)-4.8\cdot10^5\cdot\frac{d}{dt}x$$

$$\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}x+2.4\cdot\frac{d}{dt}x+0.6\cdot x=-0.18$$

Examine the homogeneous part of the differential equation, this has now become,

$$\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}x+2.4\cdot\frac{d}{dt}x+0.6\cdot x=0$$

Comparing it with the standard form of free-damped vibration,i.e

$$\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}x+2\cdot\zeta\cdot\omega_n\cdot\frac{d}{dt}x+\omega_n^2\cdot x=0$$

the following constants are obtained:

$$\omega_n:=\sqrt{\frac{k}{M}} \qquad \omega_n=0.77\cdot\frac{rad}{sec}$$

$$\zeta:=\frac{c}{2\cdot\sqrt{M\cdot k}} \qquad \text{damping factor.}$$

$\zeta=1.55$ > 1 , the system is over-damped.

The two roots of the characteristic equation are

$$\alpha_1:=-\zeta\cdot\omega_n+\omega_n\cdot\sqrt{\zeta^2-1}$$

and $$\alpha_2:=-\zeta\cdot\omega_n-\omega_n\cdot\sqrt{\zeta^2-1}$$

$$\alpha_1=-0.28\cdot\frac{1}{sec} \qquad \alpha_2=-2.12\cdot\frac{1}{sec}$$

For the particular integral part of the equation; the conditions, velocity and acceleration of the piston A are zero exist at the time before the train hits the bumper.

$$0+0+0.6\cdot x=-0.18$$

Therefore $x_0:=-0.30\cdot m$

The general solution of the motion can now be written as

$$x(t)=x_0+A\cdot e^{\alpha_1\cdot t}+B\cdot e^{\alpha_2\cdot t}$$

velocity: $$\frac{d}{dt}x=A\cdot\alpha_1\cdot e^{\alpha_1\cdot t}+B\cdot\alpha_2\cdot e^{\alpha_2\cdot t}$$

Initial conditions: at t = 0 , x = 0 and velocity = 2.m/sec, therefore

$0:=-0.3+A+B$ and

$2:=-0.283\cdot A-2.117\cdot B$ A and B are obtained.

$A:=1.44\cdot m$ $B:=-1.14\cdot m$

Condition for the train to stop at time T,

$$A\cdot\alpha_1\cdot e^{\alpha_1\cdot T}+B\cdot\alpha_2\cdot e^{\alpha_2\cdot T}:=0$$

$$e^{(\alpha_1-\alpha_2)\cdot T}=\frac{-(\alpha_2\cdot B)}{\alpha_1\cdot A} \qquad \frac{-(\alpha_2\cdot B)}{\alpha_1\cdot A}=5.91$$

$$\left[(\alpha_1-\alpha_2)\cdot T\right]:=\ln\left[\frac{-(\alpha_2\cdot B)}{\alpha_1\cdot A}\right]$$

$$T := \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \cdot \ln\left[\frac{-(\alpha_2 \cdot B)}{\alpha_1 \cdot A}\right]$$

Answer $T = 0.97 \cdot sec$ is the time taken to reach maximum stroke.

Let $\delta_t := \frac{T}{50}$ $\delta_t = 0.02 \cdot sec$

$t := 0 \cdot sec, \delta_t .. T$

$x(t) := x_0 + A \cdot e^{\alpha_1 \cdot t} + B \cdot e^{\alpha_2 \cdot t}$

$v(t) := A \cdot \alpha_1 \cdot e^{\alpha_1 \cdot t} + B \cdot \alpha_2 \cdot e^{\alpha_2 \cdot t}$

$x(T) = 0.65 \cdot m$ is the maximum distance travelled.

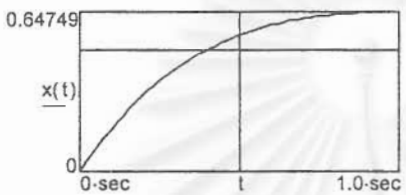
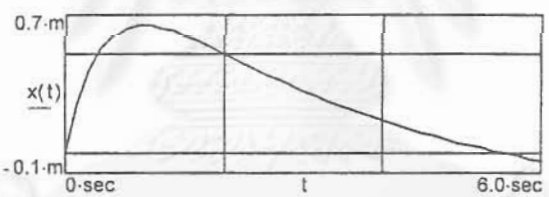


FIG. 2.9 Train displacement at time t.

To see also the rebound motion, let

$t := 0 \cdot sec, 0.15 \cdot sec .. 6 \cdot sec$

$x(t) := x_0 + A \cdot e^{\alpha_1 \cdot t} + B \cdot e^{\alpha_2 \cdot t}$



$x(5.5 \cdot sec) = 0 \cdot m$

FIG. 2.10 The rebound motion of the train

The bumper completely rebound after about 5.5.sec after the impact.

The spring force, simply, is $FS(t) := k \cdot x(t)$

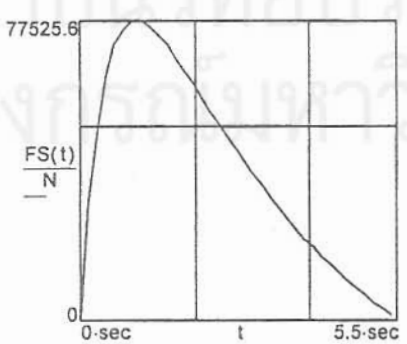


FIG. 2.11 Spring force of the bumper

The damping force $FD(t) := c \cdot v(t)$

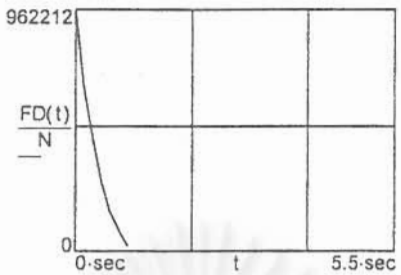
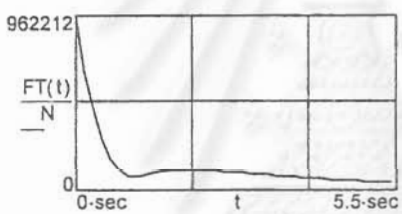


FIG. 2.12 Damping force of the bumper

Notice that, comparing the peak forces, the spring force is only about 8 % of the damping force.

The Combined-force at time t.

$FT(t) := \sqrt{FS(t)^2 + FD(t)^2}$



$FT(0 \cdot sec) = 9.62 \cdot 10^5 \cdot N$

$FS(0 \cdot sec) = 0 \cdot N$

$FD(0 \cdot sec) = 9.62 \cdot 10^5 \cdot N$

FIG. 2.13 Combined spring and damping forces

It can be seen that at the moment of impact the spring offers no resistance while the damper immediately put up nearly 1.MN of force. This is thanks to the fact the spring develops resistance through its deflection, the maximum spring force is observed at the maximum stroke, about 1.sec later; the damping force, however, is maximum at the moment of impact where the velocity is highest.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ART. 2.4 SIMPLE VIBRATION OF AN AIRCRAFT CONTROL TAB

Control-tab of an airplane tail-wing is mounted on axis O, and through O a system of electromechanical (actuator) control-devise is fitted. In order to determine the natural frequency of the tab and its torsional stiffness k_t, it is proposed that an experiment be conducted with the set-up shown. Two springs are attached to the tip of the tab and at the lower-end of the k_2 spring a harmonic exciter is attached. The excitation frequency ω_c is varied until the resonance condition is achieved. Determine the natural frequency of the control-tab.

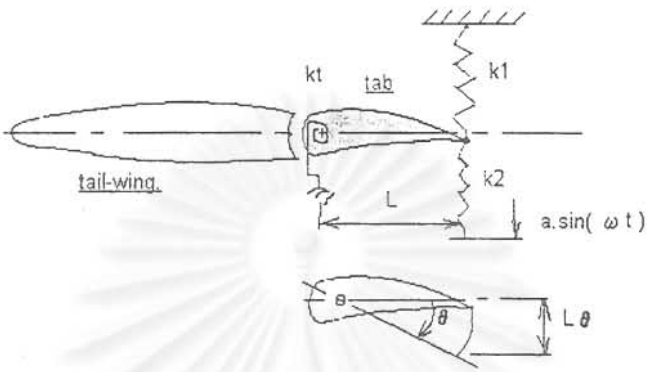


FIG. 2.14 An aircraft control tab

SOLUTION.

Assume small vibration takes place, the vertical linear displacement of the tip of the tab is approximately: $L\cdot\theta$

I_o....moment of inertia of the control-tab about the hinge O,

k_t....torsional stiffness of the control-devise,

θ.....angular displacement of the tab; positive clockwise,

ω_c...critical or resonance frequency of the experiment.

$k_1\cdot L\cdot\theta$ ....vertical upward force of the spring k_1

$(a\cdot\sin(\omega\cdot t) - L\cdot\theta)\cdot k_2$ ....vertical downward force of the spring k_2

From Newton's Second law $\sum_a M_o = 0$

$$I_o\cdot\theta_{tt} = -k_t\cdot\theta - k_1\cdot L^2\cdot\theta + k_2\cdot L\cdot(a\cdot\sin(\omega\cdot t) - L\cdot\theta)$$

Therefore $$I_o\cdot\theta_{tt} + \left[k_t + (k_1 + k_2)\cdot L^2\right]\cdot\theta = k_2\cdot a\cdot L\cdot\sin(\omega\cdot t)$$

At resonance $\omega = \omega_c$

$$\omega_c^2 = \frac{k_t + (k_1 + k_2)\cdot L^2}{I_o}$$

$$\omega_c^2 = \frac{k_t}{I_o} + \frac{(k_1 + k_2)\cdot L^2}{I_o}$$

Since the natural frequency of the control-tab is defined by: $\omega_n = \frac{k_t}{I_o}$

hence $$\omega_n^2 = \omega_c^2 - \frac{(k_1 + k_2)\cdot L^2}{I_o}$$ and $$f_n = \frac{1}{(2\cdot\pi)}\cdot\left[\sqrt{\omega_c^2 - \frac{(k_1 + k_2)\cdot L^2}{I_o}}\right]\cdot Hz$$

'ART. 2.5 VIBRATION OF A ROD

Determine the angular amplitude of the regular slender rod with an harmonic force of magnitude a_0 and angular frequency ω applied through spring k at the left-hand end . The right-hand end is pulled by a damper c. Assume the vibration to be small. Given:

k :=1000	N/m	L_1 :=0.25	m
c :=100	N*sec/m	L_2 :=0.25	m
ω :=10	rad/sec	a_0 :=.01	m
m1 :=12	kg; mass of the rod		

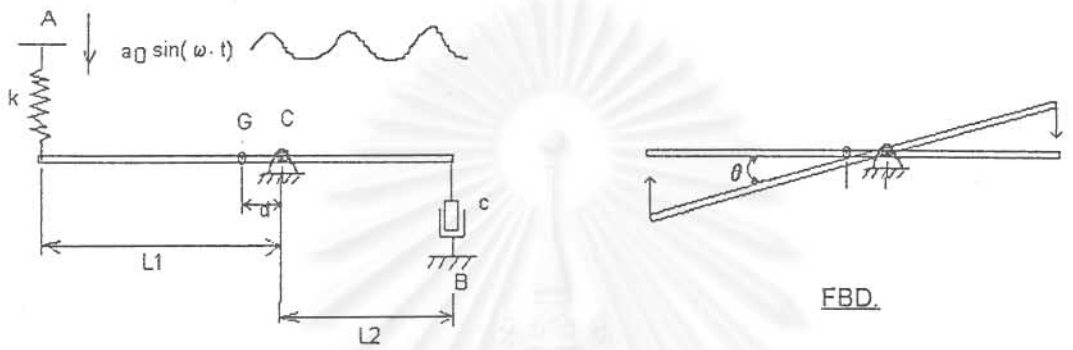


FIG. 2.15 A slender-rod and its free-body diagram

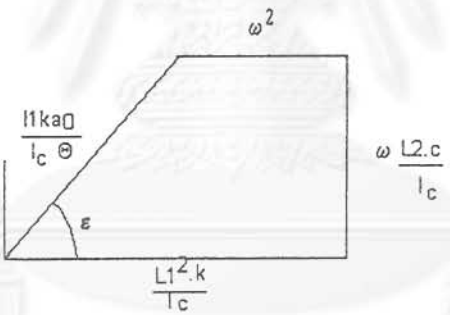


FIG. 2.16 Vector diagram of the differential equation of motion

NUMERICAL INPUTS

k :=1000	N/m	L_1 :=0.25	m	m1 :=12	kg
c :=100	N*sec/m	L_2 :=0.25	m	d :=0	m
ω :=10	rad/sec	a_0 :=.01	m	L :=L_1 +L_2	

$$I_g := \frac{1}{12}\cdot m1\cdot L^2 \qquad I_g = 0.25$$

$$I_c := I_g + m1\cdot d^2$$

$$I_c = 0.25$$

From FBD: $$I_c\cdot\theta_{tt} := -L_2\cdot(L_2\cdot c\cdot\theta_t) - L_1\cdot k\cdot(L_1\cdot\theta - y)_0$$

$$\theta_{tt} + \left(\frac{L_2^2}{I_c}\cdot c\right)\cdot\theta_t + \frac{L_1^2\cdot k}{I_c}\cdot\theta = \frac{L_1\cdot k}{I_c}\cdot y_0$$

$$\frac{L_2^2}{I_c}\cdot c = 25 \qquad \frac{L_1^2\cdot k}{I_c} = 250 \qquad \frac{L_1\cdot k}{I_c} = 1\cdot 10^3$$

Assume the angular response to be:

$$\theta := \Theta\cdot\sin(\omega\cdot t - \varepsilon)$$

The angular velocity and acceleration, therefore are

$$\theta_t := \Theta\cdot\omega\cdot\sin\left(\omega\cdot t - \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\theta_{tt} := \Theta\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega\cdot t - \varepsilon + \pi)$$

By substitution into the differential equation

$$\theta_{tt} + \left(\frac{L_2^2}{I_c}\cdot c\right)\cdot\theta_t + \frac{L_1^2\cdot k}{I_c}\cdot\theta = \frac{L_1\cdot k}{I_c}\cdot y$$

$$\Theta\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega\cdot t - \varepsilon + \pi) + \frac{L_2^2}{I_c}\cdot c\cdot\omega\cdot\Theta\cdot\sin\left(\omega\cdot t - \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{L_1^2\cdot k}{I_c}\cdot\Theta\cdot\sin(\omega\cdot t - \varepsilon) = \frac{L_1\cdot k}{I_c}\cdot y$$

$$\Theta\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega\cdot t - \varepsilon + \pi) + \frac{L_2^2}{I_c}\cdot c\cdot\omega\cdot\Theta\cdot\sin\left(\omega\cdot t - \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{L_1^2\cdot k}{I_c}\cdot\Theta\cdot\sin(\omega\cdot t - \varepsilon) = \frac{L_1\cdot k}{I_c}\cdot a_0\cdot\sin(\omega\cdot t)$$

From the vector diagram the amplitude is

$$\frac{L_1\cdot k}{I_c}\cdot\frac{a_0}{\Theta} = \left[\sqrt{\left(\frac{L_1^2\cdot k}{I_c} - \omega^2\right)^2 - \left(\frac{L_2^2}{I_c}\cdot c\cdot\omega\right)^2}\right]$$

$$\varepsilon := \operatorname{atan}\left[\frac{\frac{L_2^2}{I_c}\cdot c\cdot\omega}{\left(\frac{L_1^2\cdot k}{I_c} - \omega^2\right)}\right]$$

$$\Theta := \frac{\frac{L_1\cdot k}{I_c}\cdot a_0}{\sqrt{\left(\frac{L_1^2\cdot k}{I_c} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{L_2^2}{I_c}\cdot c\cdot\omega\right)^2}}$$

$$\frac{\frac{L_2^2}{I_c}\cdot c\cdot\omega}{\left(\frac{L_1^2\cdot k}{I_c} - \omega^2\right)} = 1.67$$

The angular amplitude is $\Theta = 0.03$

$\Theta = 1.97\cdot\text{deg}$

The phase-lag is $\varepsilon = 59.04\cdot\text{deg}$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ART. 2.6 RESPONSE TO IMPACT LOAD: FORGING MACHINE

2) The anvil of a drop forge has a mass of 2500 kg and rests on supports that have an equivalent combined stiffness of 9.80 MN/m and an equivalent viscous damping constant of 31.2 kN s/m. The hammer of mass 500 kg falls 1.5 m from rest onto the anvil as shown. The coefficient of restitution is known to be 0.35. Determine:

a) the initial velocity of the anvil after impact,

b) the maximum downward displacement of the anvil.

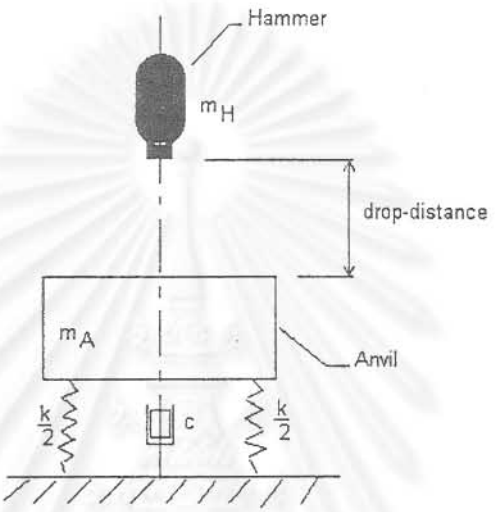


FIG. 2.17 Diagram of a drop-forging machine

SOLUTION.

Let v_{H1} ... the velocity of the hammer just before the impact,

$S := 1.5 \cdot m$ ... the vertical drop-distance,

v_{H2} ... the velocity of the hammer just after the impact,

$v_{A1} := 0 \cdot \frac{m}{sec}$ ... the velocity of the anvil just before the impact,

v_{A2} ... the velocity of the anvil just after the impact,

$m_H := 500 \cdot kg$ ... mass of the hammer,

$m_A := 2500 \cdot kg$ .... mass of the anvil,

$cr := 0.35$ ... coefficient of restitution,

$v_{H1} := \sqrt{2 \cdot g \cdot S}$ $\quad v_{H1} = 5.42 \cdot \frac{m}{sec}$

From the principle of Conservation of momentum, the momentum of the system can be written as:

$$m_H \cdot (v_{H1} - v_{H2}) = m_A \cdot (v_{A2} - v_{A1})$$

$$v_{H2} = v_{H1} - \frac{m_A}{m_H} \cdot (v_{A2} - v_{A1}) \qquad [1]$$

Since the impact process is not perfectly elastic, from the coefficient of restitution:

$$cr = \frac{v_{A2} - v_{H2}}{(v_{A1} - v_{H1})}$$

$$v_{A2} - v_{H2} = -cr \cdot (v_{A1} - v_{H1})$$

$$v_{A2} = v_{H2} - cr \cdot (v_{A1} - v_{H1})$$

Therefore $$v_{H2} = v_{A2} + cr \cdot (v_{A1} - v_{H1}) \qquad [2]$$

From the two equations

$$v_{A2} + cr \cdot (v_{A1} - v_{H1}) = v_{H1} - \frac{m_A}{m_H} \cdot (v_{A2} - v_{A1})$$

$$v_{A2} + \frac{m_A}{m_H} \cdot (v_{A2} - v_{A1}) = v_{H1} - cr \cdot (v_{A1} - v_{H1})$$

$$v_{A2} \cdot \left(1 + \frac{m_A}{m_H}\right) = \left[v_{H1} - cr \cdot (v_{A1} - v_{H1})\right] + \frac{m_A}{m_H} \cdot v_{A1}$$

$$v_{A2} := \left(\frac{1}{1 + \frac{m_A}{m_H}}\right) \cdot \left[\left[v_{H1} - cr \cdot (v_{A1} - v_{H1})\right] + \frac{m_A}{m_H} \cdot v_{A1}\right]$$

The initial velocity of the anvil just after the impact is $v_{A2} = 1.22 \cdot \frac{m}{sec}$

and $$v_{H2} := v_{A2} + cr \cdot (v_{A1} - v_{H1})$$

$$v_{H2} = -0.68 \cdot \frac{m}{sec}$$

After the impact the hammer rebounds while the anvil vibrates, with x as the vertical displacement; positive downward, and the equation of motion is

$$m_A \cdot x_{tt} + c \cdot x_t + k \cdot x = 0$$

$$x_{tt} + \frac{c}{m_A} \cdot x_t + \frac{x}{m_A} \cdot k = 0$$

$$x_{tt} + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot x_t + \omega_n^2 \cdot x = 0$$

$k := 9.80 \cdot 10^6 \cdot \frac{N}{m}$ $\qquad c := 28 \cdot 10^3 \cdot N \cdot \frac{sec}{m}$ $\qquad N \equiv$ newton

The natural frequency is $\omega_n := \sqrt{\frac{k}{m_A}}$ $\qquad \omega_n = 62.61 \cdot \frac{rad}{sec}$ $\qquad \omega_n = 62.61 \cdot Hz$

and $$\frac{c}{m_A} = 11.2 \cdot \frac{1}{sec}$$

therefore, the damping factor $$\zeta := \frac{c}{m_A} \cdot \frac{1}{(2 \cdot \omega_n)}$$

$$\zeta = 0.09$$

The damped natural frequency is given by $\omega_d := \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}$

$$\omega_d = 62.36 \cdot Hz$$

The general motion is ,therefore of the form:

$$x(t) = e^{(-\zeta \cdot \omega_n \cdot t)} \cdot (A \cdot \cos(\omega_d \cdot t) + B \cdot \sin(\omega_d \cdot t))$$

The initial conditions are: at t = 0 x = 0 while the impact gives an initial velocity of

$$v_{A2} = 1.22 \cdot \frac{m}{sec}$$

Hence A = 0 and

$$\omega_d \cdot B \cdot \cos(\omega_d \cdot 0 \cdot sec) := v_{A2}$$

$$B := \frac{v_{A2}}{(\omega_d \cdot \cos(\omega_d \cdot 0 \cdot sec))}$$

$$B = 19.571 \cdot mm$$

Let $t := 0 \cdot sec, 0.0005 \cdot sec .. 0.025 \cdot sec$ and plot the movement of the anvil.

$$x(t) := e^{(-\zeta \cdot \omega_n \cdot t)} \cdot B \cdot \sin(\omega_d \cdot t)$$

$$v(t) := B \cdot e^{(-\zeta \cdot \omega_n \cdot t)} \cdot (\omega_d \cdot \cos(\omega_d \cdot t) - \zeta \cdot \omega_n \cdot \sin(\omega_d \cdot t))$$

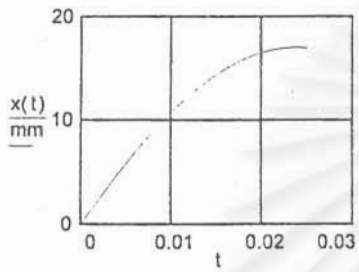


FIG. 2.18 Displacement of anvil

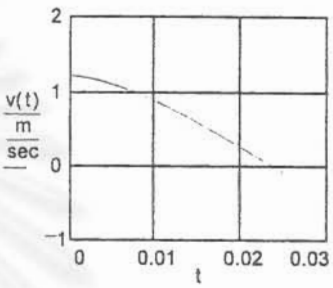


FIG. 2.19 Velocity of anvil

To determine the time for zero velocity:

From the plots the time for zero velocity approximately is $t := 0.02$

$$root(v(t \cdot sec), t) = 0.0237$$

$$v(0.0211 \cdot sec) = 0.18 \cdot \frac{m}{sec}$$

The corresponding displacement, which also is the maximum x, is

$$x(0.0211 \cdot sec) = 16.83 \cdot mm$$

To solve for the above, analytically from

$$v(t) := B \cdot e^{(-\zeta \cdot \omega_n \cdot t)} \cdot (\omega_d \cdot \cos(\omega_d \cdot t) - \zeta \cdot \omega_n \cdot \sin(\omega_d \cdot t)) \quad \text{and} \quad v(t) := 0$$

$$\tan(\omega_d \cdot t) = \frac{\omega_d}{(\zeta \cdot \omega_n)} \qquad \frac{\omega_d}{(\zeta \cdot \omega_n)} = 11.14$$

Let $\Phi := \omega_d \cdot t$

$$\Phi := atan\left[\frac{\omega_d}{(\zeta \cdot \omega_n)}\right]$$

$$\Phi = 1.48$$

The time for zero velocity, therefore is $t_0 := \frac{\Phi}{\omega_d}$

$$t_0 = 0.0238 \cdot sec$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย