

บทที่ 1

บทนำ



ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะเป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนคิดอย่างมีเหตุผล และมีความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันแล้วว่าการให้เหตุผลและความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งจำเป็นในชีวิตประจำวัน การทำงานวิถีชีวิตอาจผิดพลาดได้ถ้าขาดเหตุผลหรือไม่สามารถแก้ปัญหาได้ (ประยูร อาษานาม, 2534; สมชัย ชินะตระกูล, 2526) คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิตประจำวันมากมาย เช่น มีการติดต่อซื้อขาย การกะระยะ คำนวณเวลา ประมาณการจำนวนสิ่งของที่จำเป็นต้องใช้ หรือตรวจสอบรายรับ รายจ่าย การชั่ง การตวง อุณหภูมิ พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ จัดให้มีการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์และการสอนนั้นจะต้องสอนให้สอดคล้องกับการนำไปใช้จริงๆ ในชีวิตประจำวันของเด็กด้วย

หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์มีเป้าหมายสูงสุด เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิชาคณิตศาสตร์ในกลุ่มทักษะที่เป็นเครื่องมือการเรียนรู้ตามหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) มีจุดมุ่งหมายต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐาน ให้มีทักษะในการคิดคำนวณ รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างเป็นระเบียบ ชัดเจนและรัดกุม ให้รู้คุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ที่สำคัญให้สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2534)

จากการติดตามผลการประเมินและรายงานการวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนค่อนข้างต่ำ โดยเฉพาะการนำเอาประสบการณ์ และทักษะการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร (สำนักงานการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2538; อุทัย เพชรช่วย, 2538; กรมวิชาการ, 2532) สาเหตุสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้ความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้อยู่ในระดับต่ำ คือ นักเรียนขาดการคิดค้นหาเหตุผล ไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ อันเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนส่วนใหญ่ ครูยังเน้นทักษะการคิดคำนวณ สอนให้นักเรียนเกิดความรู้ความจำมากกว่าฝึกให้คิดและทำความเข้าใจปัญหา (ฉวีวรรณ กীরติกร, 2537) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของสิริมาศ สิทธิหล่อ (2535) ที่พบว่านักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยสนใจเฉพาะตัวเลขที่อยู่ในปัญหา นำตัวเลขที่กำหนดให้มาใช้ในการคิดคำนวณทั้งหมด โดยไม่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของสถานการณ์ปัญหา

หากครูจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควบคู่กับสถานการณ์ในสภาพที่เป็นจริง โดยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นต้องคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงว่าการให้คำตอบแต่ละครั้งนั้นนำไปใช้กับสถานการณ์ที่เป็นจริงได้หรือไม่ ซึ่งการสอนลักษณะนี้นอกจากจะฝึกให้นักเรียนคิดคำนวณได้แล้ว ยังทำให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาอย่างรอบคอบ รู้จักเชื่อมโยงความรู้ที่เรียนไปใช้กับปัญหาในสถานการณ์จริง ตระหนัก และเห็นคุณค่าในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนเป็นคนคิดอย่างสร้างสรรค์ มีเหตุผล และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

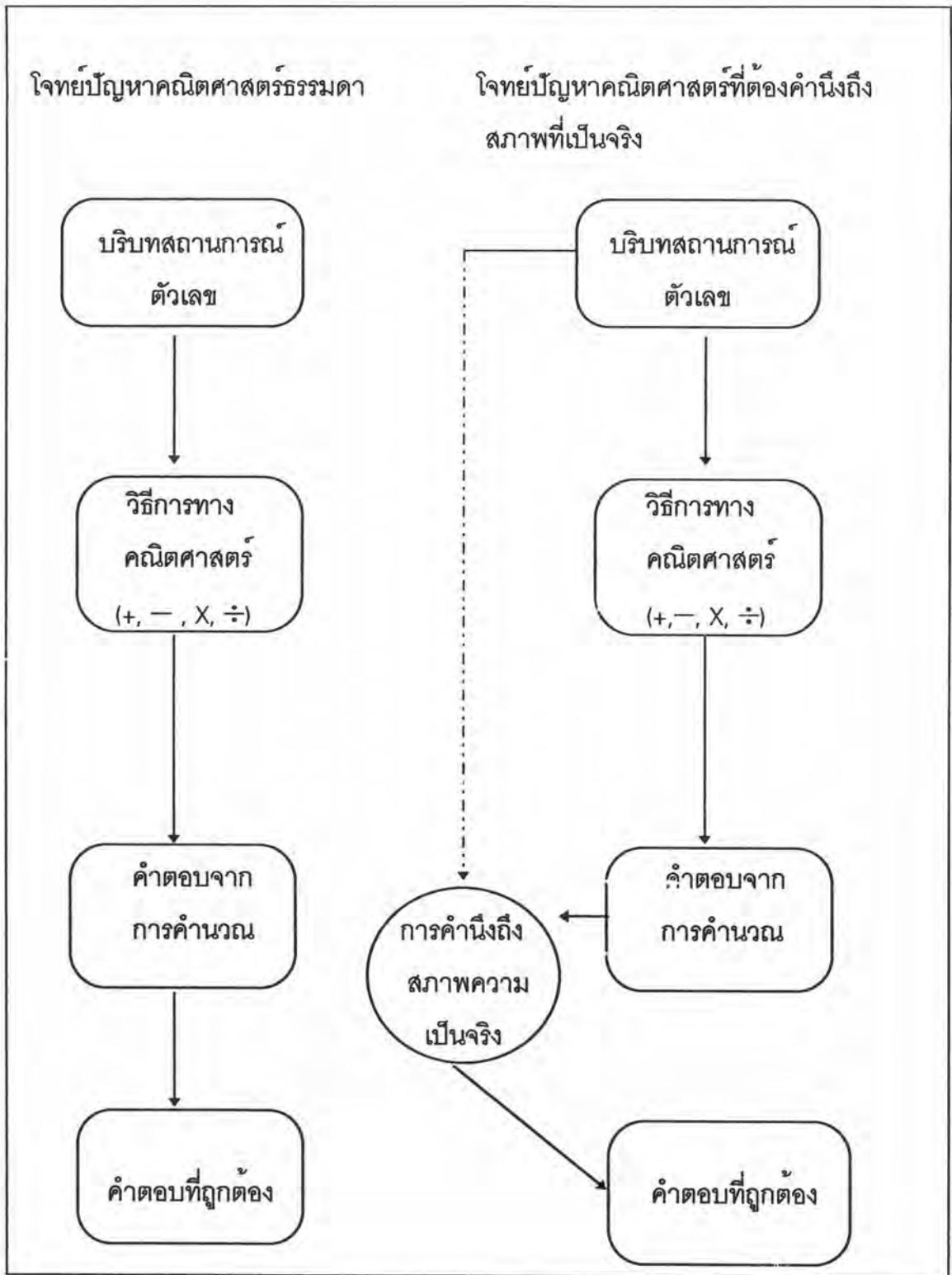
ลักษณะของวิชาคณิตศาสตร์ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ได้เสนอในรูปแบบของโจทย์ปัญหาซึ่งเป็นสถานการณ์ หรือข้อความที่เป็นปัญหาในเชิงปริมาณ ต้องการคำตอบโดยนักเรียนต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมจึงจะได้คำตอบ (Adam, 1977; Polya, 1977) รูปแบบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยทั่วไป สรุปได้เป็น 2 รูปแบบ (Charles, 1987; Ashlock et al, 1983; Baroody, 1987 อ้างในสุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) คือ รูปแบบแรกเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ขั้นตอนเดียว (one-step problems) มีลักษณะที่สำคัญคือเป็นโจทย์ที่ต้องการคำตอบเพียงคำตอบเดียว ใช้หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวในการแก้ปัญหา และวิธีการคำนวณเพื่อหาคำตอบไม่ยุ่งยากซับซ้อนมากนัก รูปแบบที่สองเป็นโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน (multi-step problems) มีลักษณะที่สำคัญคือ ในการคำนวณปกติ

มักต้องการคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ การแก้โจทย์ปัญหาต้องใช้วิธีการที่ซับซ้อนคือ การทำความเข้าใจปัญหา การหาวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา และการประเมินผลการแก้ปัญหา โดยลักษณะที่สำคัญอีกประการหนึ่งก็คือในการแก้ปัญหานั้นจะเน้นการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุมีผล

จากการศึกษาที่ผ่านมา มีการอภิปรายกันถึงโจทย์ปัญหาที่ใช้อยู่ในโรงเรียนว่าจะมุ่งเน้นให้นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณโดยแยกจากโลกของความเป็นจริงเป็นสิ่งสำคัญ ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง เวอร์เชฟเฟิล, ดี คอร์ต และลาซัวร์ (Verchaffel, De Corte and Lasure, 1994) เกรียร์ (Greer, 1993) เสนอแนะว่าควรพัฒนาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงมากกว่าจะอยู่ในรูปของกระบวนการแก้ปัญหา และควรนำองค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพที่เป็นจริงที่ต้องใช้สามัญสำนึก (common-sense knowledge) และประสบการณ์เกี่ยวกับโลกของความเป็นจริงมาใช้ด้วยจึงจะทำให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเป็นปัญหาที่แท้จริง ไม่ใช่ปัญหาที่แยกออกจากความเป็นจริง กล่าวคือถ้านักเรียนได้เรียนโดยการนำสามัญสำนึกที่เป็นจริงและนำสภาพที่เป็นจริงมาพิจารณาพร้อมในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยจะทำให้นักเรียนแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ ซึ่งการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในแนวทางนี้จะเน้นและให้ความสำคัญกับบริบทที่จะนำมาสร้างเป็นสถานการณ์โจทย์ปัญหาด้วย (Treffers, 1993; Saljo, 1991; Reusser, 1988) ตัวอย่างการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศเนเธอร์แลนด์เริ่มจากสถานการณ์ที่เป็นปัญหา (contextual problems) และพัฒนาความก้าวหน้าทางวิธีการ แล้วให้นักเรียนสังเกตว่าวิธีการแก้ปัญหาใดเหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาแบบใด (Treffers, 1987 cited by Greer, 1993) เช่น ในตอนสุดท้ายของการเรียนเรื่องการหารมีการประเมินบทเรียนทั้งความก้าวหน้าของเนื้อหาหลักสูตร และความเหมาะสมของสถานการณ์ที่ใช้ โดยกำหนดประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ $6394 \div 12$ ให้ คำตอบของประโยคสัญลักษณ์นี้มีได้หลายคำตอบดังนี้ 532, 533, 532 เศษ 10, $532 \frac{5}{6}$, 532.83 เศษ 4, 532.8333333... แล้วให้นักเรียนสร้างสถานการณ์โจทย์ปัญหาการหารว่าสถานการณ์ปัญหาใดเหมาะสมกับคำตอบในแต่ละคำตอบ ซึ่งเป็นไปได้ยากที่สถานการณ์ปัญหาเดียวจะเหมาะสมกับทุกคำตอบ

จึงสอดคล้องกับฮิลตัน (Helton, 1984, cited by Greer, 1993; Deutsh, Shapiro and Silver, 1993) ที่มีความเห็นว่าการตัดสินใจแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องขึ้นอยู่กับความเข้าใจในบริบทสถานการณ์ด้วย การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในแนวทางนี้จะทำให้การเรียนการสอนในห้องเรียนประสบความสำเร็จมากขึ้น เพราะในชีวิตจริงมักจะมีบริบทที่จะต้องคำนึงถึงในการแก้ปัญหาด้วยเสมอ

โดยสรุป โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกได้เป็น 2 รูปแบบ คือ รูปแบบแรกเป็น โจทย์ปัญหาแบบธรรมดา (standard problems) คือโจทย์ปัญหาในหนังสือแบบเรียนทั่ว ๆ ไป หรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (standard textbook or translation problems) แก้ปัญหาด้วยหลักการ กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว โจทย์ปัญหาลักษณะนี้มุ่งเน้นฝึกทักษะการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องจากการคำนวณ ตัวอย่างเช่น “สุดามีรับบิ้นอยู่ 5 สี แต่ละสียาวเส้นละ 2 เมตร ถ้าจะนำรับบิ้นนี้มาผูกกล่องของขวัญ ซึ่งของขวัญแต่ละกล่องต้องใช้รับบิ้นยาว 1 เมตร สูด่าจะผูกของขวัญได้ทั้งหมดกี่กล่อง” (10 กล่อง) รูปแบบที่สอง คือ โจทย์ปัญหาที่มีการคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง (realistic problems) มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าโจทย์ปัญหาแบบธรรมดา ข้อมูลที่ให้มามีทั้งที่จำเป็น และไม่จำเป็นหรือข้อมูลไม่เพียงพอเน้นการวิเคราะห์อย่างเป็นเหตุเป็นผล แก้ปัญหาด้วยหลักการ กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในโจทย์ปัญหา โจทย์ปัญหาลักษณะนี้มีขั้นตอนการคิดแก้ปัญหา 2 ขั้นตอน คือ (1) การคำนวณโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ และ (2) การคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในโจทย์ปัญหา โจทย์ปัญหาลักษณะนี้จึงมุ่งเน้นการนำไปใช้กับสภาพความเป็นจริงของชีวิต เช่น “สุดามีรับบิ้นอยู่ 4 สี แต่ละสียาวเส้นละ 2.25 เมตร ถ้านำรับบิ้นมาผูกกล่องของขวัญที่แต่ละกล่องใช้รับบิ้นยาว 1 เมตร สูด่าจะผูกของขวัญได้ทั้งหมดกี่กล่อง” (8 กล่อง) นักเรียนที่ตอบว่า 10 กล่อง แสดงว่าใช้การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์อย่างเดียวไม่ได้นำหลักการในข้อ (2) คือ การคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในโจทย์ปัญหา แต่การตอบว่า 8 กล่อง (เพราะในความเป็นจริงรับบิ้นยาวเส้นละ 2.25 เมตร นำมาผูกกล่องของขวัญกล่องละ 1 เมตร ได้ 2 กล่องเท่านั้น) แสดงว่าใช้ทั้ง 2 หลักการได้ถูกต้อง ซึ่งขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบธรรมดาที่ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ต้องคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง สามารถแสดงได้ดังแผนภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบธรรมดาและโจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ที่ต้องคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง

จากการที่ผู้วิจัยสัมภาษณ์ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เกี่ยวกับการสอนให้นักเรียนมีความสามารถในการนำความรู้ทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง พบว่าครูผู้สอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวสอนโดยใช้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบธรรมดาที่มีอยู่ในหนังสือเรียน โดยเห็นว่าหากนักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในหนังสือเรียนได้ถูกต้องแสดงว่านักเรียนมีความสามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วย เมื่อผู้วิจัยวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในหนังสือเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่าโจทย์ปัญหาส่วนใหญ่เน้นให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ คำนวนผลลัพธ์ได้ถูกต้อง มากกว่าจะเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง ซึ่งครูผู้สอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเห็นตรงกันว่า ควรจะมีวิธีการวินิจฉัยดูว่าเด็กนักเรียนคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้จริงหรือไม่

การวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะลักษณะที่สำคัญประการหนึ่งของคณิตศาสตร์คือ เป็นวิชาที่มีความต่อเนื่องกันเป็นลำดับขั้น การเรียนรู้เนื้อหาบางเรื่องทำไม่ได้เลย ถ้าไม่เรียนรู้เรื่องที่เป็นพื้นฐานมาก่อน เช่น เด็กจะไม่สามารถทำความเข้าใจหรือเรียนรู้เรื่องการคูณได้เลย ถ้าไม่เรียนรู้เรื่องการบวกมาก่อน ดังนั้นสาเหตุประการหนึ่งที่ทำให้เด็กไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ก็คือ การที่ต้องเรียนเรื่องใหม่โดยที่ยังขาดความรู้ความเข้าใจเรื่องเดิมที่เป็นพื้นฐานของเรื่องใหม่ ทำให้ไม่สามารถเกิดการเรียนรู้เรื่องใหม่ที่กำลังเรียนได้ การวินิจฉัยการเรียนจึงเข้ามามีบทบาทเพื่อให้ทราบว่าสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของเด็กอยู่ตรงจุดใด เมื่อรู้แล้วครูจะได้ดำเนินการเสริมสมรรถภาพให้แก่เด็กเรียน เมื่อปัญหาถูกขจัดให้หมดไป เด็กก็มีความพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ได้ จะเห็นได้ว่านอกจากการวินิจฉัยจะช่วยให้ทราบว่าปัญหาหรือข้อบกพร่องอยู่ที่ไหนแล้วยังบอกด้วยว่าครูจะต้องเน้น และต้องสอนตรงจุดไหน

เทคนิควิธีการที่ใช้ในการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกได้เป็น 2 แบบ (ศิริเดช สุชีวะ, 2538; ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2533) คือ การวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ (informal technique) และการวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ (formal technique)

1. การวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ เป็นการใช้เทคนิควิธีการในการหาข้อมูลเกี่ยวกับข้อบกพร่องของนักเรียนด้วยวิธีการที่ไม่เป็นแบบแผน ทำได้ง่าย วิธีการที่ใช้ เช่น การสังเกต (observation) สอบถามนักเรียนเป็นรายบุคคล และ การตรวจแบบฝึกหัด

1.1 การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนด้วยการสังเกต และสอบถามนักเรียนเป็นรายบุคคล ครูผู้สอนต้องมีทักษะในการสังเกตและการตั้งคำถามเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องซึ่งจะได้ผลดีในนักเรียนกลุ่มเล็กและครูมีความใกล้ชิดกับเด็ก ผลการวินิจฉัยโดยวิธีนี้จะตรงกับความเป็นจริงสูง แต่ปัจจุบันนักเรียนมีจำนวนมาก ครูแต่ละคนมีงานที่ต้องรับผิดชอบและความจำกัดของเวลาในการเรียนแต่ละเนื้อหา จึงเป็นการไม่สะดวกในการใช้วิธีนี้

1.2 การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนจากการแสดงวิธีทำของนักเรียนในแบบฝึกหัดหรือในแบบสอบอัตนัย เป็นวิธีที่ได้ผลดีวิธีหนึ่งในการวินิจฉัยข้อบกพร่อง ครูผู้วินิจฉัยจะต้องเชี่ยวชาญเนื้อหา นั้นเป็นอย่างดี แต่เวลาที่ใช้ในการสอบ การตรวจ และการวินิจฉัยค่อนข้างมากทำให้เป็นข้อจำกัดของวิธีนี้

2. การวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ เป็นการใช้วิธีการหาข้อมูลเกี่ยวกับข้อบกพร่องของนักเรียนด้วยวิธีการที่สร้างขึ้นมาอย่างเป็นระบบและมีแบบแผน วิธีการที่ใช้ เช่น การวินิจฉัยข้อบกพร่องด้วยแบบสอบ การวินิจฉัยข้อบกพร่องด้วยดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนคะแนนการตอบ การวินิจฉัยด้วยวิธีการของทาซุโอกะ (Tatsuoka) การวินิจฉัยแบบย่อยรอยกระบวนการคิดของศิริเดช เป็นต้น

2.1 การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนด้วยแบบสอบวินิจฉัย การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนส่วนใหญ่ใช้แบบสอบวินิจฉัยแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ถึง 5 ตัวเลือก แต่ละตัวเลือกได้จากการสำรวจข้อบกพร่องแล้วนำข้อบกพร่องที่มีความถี่สูงสุดมาเป็นตัวลง ข้อดีของวิธีนี้คือสามารถค้นหาสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนเป็นเรื่อง ๆ และมุ่งวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนเป็นรายข้อ จึงสามารถบ่งชี้ข้อบกพร่องของนักเรียนได้โดยตรง ประหยัดเวลาและแรงงานของครูผู้สอน แต่มีข้อจำกัดที่แบบสอบชนิดนี้วินิจฉัยข้อบกพร่องได้จากตัวลงเพียง 3 ถึง 4 แบบ เท่านั้น ทำให้ไม่สามารถมั่นใจได้ว่าการที่นักเรียนเลือกตัวลงใดจะแสดงถึงการมีแบบการคิดตามที่ระบุไว้ในแต่ละตัวลงเสมอไป นักเรียนอาจจะมีแบบการคิดที่ไม่ได้ใส่ไว้ในตัวลงของข้อนั้นก็ได

2.2 การวินิจฉัยข้อบกพร่องด้วยดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนคะแนนการตอบ นักวัดผลให้ความสนใจที่จะวินิจฉัยจุดบกพร่องทางการเรียนจากแบบแผนคะแนน

การตอบซึ่งผลการวินิจฉัยจะออกมาในรูปของการพัฒนาดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนคะแนนการตอบ โดยการเทียบกับแบบแผนคะแนนการตอบที่มีลักษณะเป็นกัตแมนสมบูรณ์ (perfect guttman) หากแบบแผนคะแนนการตอบของผู้สอบแตกต่างจากแบบแผนคะแนนการตอบที่มีลักษณะเป็นกัตแมนสมบูรณ์เพียงใด ก็แสดงว่ามีความผิดปกติของแบบแผนคะแนนการตอบมากเพียงนั้น ข้อจำกัดของวิธีการนี้ คือ ค่าดัชนีจะบอกได้เพียงว่าแบบแผนคะแนนการตอบนั้นผิดปกติหรือไม่ เพียงใด แต่ไม่อาจบอกได้ว่าความผิดปกตินั้นเนื่องมาจากรูปแบบการคิดใด

2.3 การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนด้วยวิธีการของทาทชูโอะเกะ วิธีการนี้มีแนวคิดมาจากการประเมินกฎ โดยการตรวจสอบแบบการคิดที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาจากแบบแผนคะแนนการตอบ (item score response pattern) ของนักเรียนแต่ละคน โดยเปรียบเทียบในสองมิติ คือ มิติของค่าดัชนีบ่งชี้ความผิดปกติของแบบแผนคะแนนการตอบ และมิติของคะแนนรวม โดยใช้ชื่อวิธีการนี้ว่า “rule space” ข้อจำกัดของวิธีนี้คือ จากแบบแผนคะแนนการตอบมีแบบการคิดแก้ปัญหาจำนวนหนึ่งที่เมื่อตรวจคำตอบและให้คะแนนแบบ 0-1 แล้วให้แบบแผนคะแนนการตอบที่เหมือนกันทุกประการ ทำให้ไม่สามารถวินิจฉัยได้ว่านักเรียนใช้แบบการคิดแบบใด อีกประการหนึ่งการคำนวณค่าต่าง ๆ ในวิธีการนี้ อันได้แก่ ค่าดัชนีชี้เดือนมาตรฐานหมายเลข 4 ค่าความสามารถของผู้สอบ (θ) ตามทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ รวมทั้งการคำนวณค่าระยะทางน้อยที่สุดแบบ Mahalanobis' generalized square - distance และการตัดสินใจแบบเบย์ส์ มีวิธีการคำนวณที่ซับซ้อน และต้องใช้ผู้สอบเป็นจำนวนมาก จึงจะประมาณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้อย่างแม่นยำ ทำให้ไม่สะดวกในการนำมาปฏิบัติในระดับชั้นเรียน

2.4 การวินิจฉัยข้อบกพร่องแบบย้อนรอยกระบวนการคิดของศิริเดช สุชีวะ วิธีการวินิจฉัยข้อบกพร่องด้วยวิธีนี้ได้พัฒนามาจากวิธีการของทาทชูโอะเกะ มีพื้นฐานมาจากแนวคิดการประเมินกฎ ซึ่งกล่าวว่าผู้สอบแต่ละคนมีกระบวนการคิดที่หลากหลาย คำตอบที่ตรงกันอาจมาจากกระบวนการคิดที่เหมือนกันหรือต่างกันได้ ดังนั้นการประเมินกฎจากแบบการตอบทั้งหมดของผู้สอบทำให้สามารถย้อนรอยกระบวนการคิดและวินิจฉัยข้อบกพร่องของผู้สอบได้ ซึ่งการวินิจฉัยด้วยวิธีการดังกล่าวมี 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนแรกเป็นการสำรวจแบบการคิดทั้งหมดที่เป็นไปได้ตามสังกัดของเนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัย ขั้นตอนที่สองเป็นการสร้างข้อสอบจากรูปแบบข้อสอบทั้งหมดที่เป็นไปได้ให้แบบแผนการตอบทั้งหมดสามารถย้อน

รอยแบบการคิดของผู้สอบแต่ละคน และขั้นตอนที่สามเป็นการวินิจฉัยข้อบกพร่องซึ่งในขั้นตอนนี้มีกรดำเนินการ 2 ขั้นตอนย่อย คือ การวินิจฉัยเชิงสำรวจแบบการคิด และการวินิจฉัยเพื่อยืนยันแบบการคิด โดยพบว่าวิธีการนี้สามารถวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียนที่มีแบบแผนคะแนนการตอบเหมือนกันหรือมีแบบแผนคะแนนการตอบเป็นศูนย์หมดทุกข้อได้ แต่วิธีการนี้ก็ยังมีข้อจำกัดในเรื่องความยุ่งยากในการวินิจฉัย และการสร้างแบบสอบชุดที่ 2 อันเป็นอุปสรรคสำหรับการนำไปใช้ในโรงเรียน และเนื้อหาที่จะนำมาใช้วิธีการนี้ต้องสามารถกำหนดแบบการคิดหาคำตอบในเรื่องนั้นได้อย่างแน่นอน

วิธีการวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้ง 6 วิธีดังกล่าวมุ่งศึกษากับการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดคำนวณเป็นสำคัญ มีการศึกษาวิธีการวินิจฉัยการแก้โจทย์ ปัญหาที่ต้องคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงเป็นจำนวนน้อย และเป็นการศึกษาเชิงสำรวจมากกว่า เป็นการวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาลักษณะดังกล่าว (Verschaffel, De Corte and Lasure, 1994; Greer, 1993) ซึ่งการวินิจฉัยการคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมีความสำคัญสรุปได้ 4 ประการ คือ ประการแรกเพื่อตอบสนองเป้าหมายของหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่มุ่งหมายให้นักเรียนมีความสามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด และทักษะจากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง การที่นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาในขั้นคิดคำนวณได้ถูกต้องถือว่าประสบความสำเร็จในขั้นหนึ่ง แต่ถ้านักเรียนคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในการแก้โจทย์ปัญหานั้น เป็นสิ่งที่มุ่งหมายสูงสุด

ประการที่สอง เพื่อประโยชน์ในการประเมินผลระหว่างเรียน วิธีการวินิจฉัยการคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงทำให้ทราบว่านักเรียนมีปัญหหรือข้อบกพร่องในด้านใด ครูจะได้เตรียมการสอนได้ถูกต้อง

ประการที่สาม เพื่อการสอนซ่อมเสริม จุดมุ่งหมายประการหนึ่งของการสอนซ่อมเสริม คือ การเพิ่มเติมสิ่งที่บกพร่องของนักเรียน และเสริมความรู้ให้กับนักเรียนที่สามารถคำนวณได้ให้มาฝึกการพิจารณาถึงการให้เหตุผล การคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในปัญหาต่าง ๆ การซ่อมเสริมจะได้ผลดีถ้าซ่อมเสริมได้ตรงประเด็นกับข้อบกพร่องของนักเรียน

ประการสุดท้าย เพื่อให้ครูสามารถนำข้อมูลจากการวินิจฉัยมาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน เน้นและย้ำเนื้อหาได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังมีประโยชน์ต่อการวางแผนการเรียนการสอนให้มีส่วนเกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมากขึ้น

จากจุดมุ่งหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา แนวคิดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในการแก้โจทย์ปัญหา และการวิเคราะห์ข้อจำกัดของวิธีการวินิจฉัยข้อบกพร่องทุกวิธีดังกล่าว จึงเป็นประเด็นที่ผู้วิจัยเห็นว่าควรมีการพัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของนักเรียน วิธีการที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอนการวินิจฉัย 3 มิติ คือ มิติความเข้าใจ วิธีการแก้โจทย์ปัญหา (comprehension dimension) มิติการคิดคำนวณ (technical dimension) และมิติการให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง (realistic dimension) โดยวิธีการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนในแต่ละมิติแยกจากกัน สถานการณ์และตัวเลขที่ใช้ในการคิดคำนวณในแต่ละข้อของแต่ละตอนเป็นชุดเดียวกัน เครื่องมือที่ใช้สำหรับวินิจฉัยเป็นชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก มี ๑ เป็นตัวเลือกปลายเปิดเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแสดงการคิดแก้ปัญหา เป็นการลดข้อจำกัดของแบบสอบวินิจฉัยที่ผ่านมา และมั่นใจได้ว่านักเรียนมีรูปแบบการคิดแก้โจทย์ปัญหานั้นจริง โดยไม่ต้องมีแบบสอบชุดที่ 2 เพื่อสืบย้อนไปถึงวิธีการคิดของนักเรียน เป็นการประหยัดเวลา งบประมาณ และตัดปัญหาการเดาคำตอบของนักเรียน อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนให้ตรงจุดมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้วิธีที่พัฒนาขึ้นไม่มีการคำนวณที่ซับซ้อน ง่ายต่อการทำความเข้าใจ รวมทั้งวินิจฉัยนักเรียนได้ทั้งรายบุคคล และเป็นกลุ่ม

วัตถุประสงค์ในการวิจัย

เพื่อพัฒนาวิธีการวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และตรวจสอบความตรง ความเที่ยงของวิธีการที่พัฒนาขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษามุ่งเน้นสมรรถภาพการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยเฉพาะในระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ได้กำหนดจุดประสงค์อย่างชัดเจนถึงขั้นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน (จุดประสงค์ที่ 11 ใน ป. 02) ซึ่งเนื้อหาที่จะมีความสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันมักเกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวน ดังนั้นผู้วิจัยจึงกำหนดขอบเขตเนื้อหาที่ทำการศึกษาเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาระคนการบวก การลบ การคูณ และการหาร จำนวนเต็มบวก และทศนิยม

2. ความตรงของวิธีการที่พัฒนาขึ้นตรวจสอบโดยใช้วิธีการหาความตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (criterion related validity) เท่านั้น โดยเกณฑ์ในที่นี้คือ ผลการวินิจฉัยโดยใช้วิธีการคิดออกเสียง (thinking aloud)

3. ความเที่ยงของวิธีการที่พัฒนาขึ้นตรวจสอบโดยใช้วิธีการหาความเที่ยงแบบแบบสอบคู่ขนานเท่านั้น โดยใช้ข้อสอบสองชุดที่มีค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกใกล้เคียงกัน รวมทั้งเป็นข้อสอบที่ออกในเนื้อหาและจุดประสงค์เดียวกัน

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง หมายถึง แบบสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก มี 3 ตอน ตอนที่ 1 วัดความเข้าใจในวิธีการแก้โจทย์ปัญหา ตอนที่ 2 วัดการคิดคำนวณ และตอนที่ 3 วัดความสามารถในการให้คำตอบที่ใช้ได้กับสภาพที่เป็นจริง

2. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบธรรมชาติ หมายถึง สถานการณ์ที่ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์อย่างตรงไปตรงมาแล้วได้คำตอบจากการคำนวณ เป็นคำตอบที่ถูกต้องโดยการคำนึงหรือไม่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงไม่มีผลต่อการได้คะแนนในข้อนั้น ตัวอย่างเช่น วินัยซื้อกระดาษมา 5 แผ่น แต่ละแผ่นยาว 2 เมตร เขาต้องการเลื่อยไม้กระดาษออกเป็นแผ่นละ 1 เมตร วินัยจะได้ไม้กระดาษแผ่นละ 1 เมตร ก็แผ่น (10 แผ่น)

3. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง หมายถึง

สถานการณ์ปัญหาที่ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับการคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของสถานการณ์ในโจทย์แก้ปัญหาก็ได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งไม่ใช่คำตอบจากการคำนวณเพียงอย่างเดียว ตัวอย่างเช่น วินัยซื้อกระดาษมา 4 แผ่น แต่ละแผ่นยาว 2.5 เมตร เขาต้องการเลื่อยไม้กระดาษออกเป็นแผ่นละ 1 เมตร วินัยจะได้ไม้กระดาษแผ่นละ 1 เมตร กี่แผ่น (8 แผ่น)

4. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงของนักเรียน หมายถึง คะแนนของนักเรียนจากการตอบแบบสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริง โดยพิจารณาตามเกณฑ์ตัดสินของอันเดอร์ฮิลล์ และไนซีย์ (Underhill, 1981; Nicely, 1977) คือ นักเรียนสามารถทำข้อสอบถูกต้องตั้งแต่ 4 ข้อ ขึ้นไปจากข้อสอบทั้งหมด 6 ข้อ ในแบบสอบทั้ง 3 ตอน

5. ความตรง หมายถึง คุณสมบัติของวิธีการที่สามารถวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงได้ตรงตามรูปแบบการคิดที่แท้จริงของนักเรียน พิจารณาได้จากความสอดคล้องระหว่างผลการวินิจฉัยของวิธีการที่พัฒนาขึ้นกับวิธีการคิดออกเสียง

6. วิธีการคิดออกเสียง หมายถึง วิธีการที่ใช้ในการวินิจฉัยรูปแบบการคิดแก้โจทย์ปัญหาโดยให้นักเรียนพูดออกมาดัง ๆ หรือเขียนลงในกระดาษขณะแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าเมื่อพบโจทย์ปัญหาแล้วนักเรียนโต้ตอบกับปัญหาอย่างไรจนกระทั่งได้คำตอบแล้วนำคำตอบและพฤติกรรมไปพิจารณาว่ามีรูปแบบการคิดแก้โจทย์ปัญหาแบบใด

7. ความเที่ยง หมายถึง คุณสมบัติของวิธีการที่สามารถให้ผลการวินิจฉัยได้สอดคล้องในผู้สอบคนเดียวกัน พิจารณาได้จากความสอดคล้องของผลการวินิจฉัยบุคคลเดียวกันในข้อสอบที่มีฟอร์มข้อสอบ (item form) เดียวกัน

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ประโยชน์ในการนำไปใช้

1.1 ครูและนักเรียนได้รับข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการนำบริบทที่เป็นจริงมาใช้ ในการแก้โจทย์ปัญหาและจุดบกพร่องต่าง ๆ ภายหลังจากสอบก่อนที่เรียนเนื้อหาต่อไป อันจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนและการปรับปรุงการสอนของครู

1.2 ข้อมูลเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาที่ต้องคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงอาจใช้ในการจัดกลุ่มนักเรียนเพื่อเข้ารับการสอนซ่อมเสริม

1.3 เป็นแนวทางในการเชื่อมโยงบทบาทของการสอนกับการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนและการนำความรู้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้ครูตระหนักถึงความหมายและคุณค่าที่แท้จริงของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2. ประโยชน์ในการพัฒนาองค์ความรู้ทางการวัดและประเมินผลการศึกษา

วิธีการวินิจฉัยการคำนึงถึงสภาพที่เป็นจริงในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น สามารถใช้เป็นแนวทางในการศึกษาเกี่ยวกับวิธีการวินิจฉัยการเรียนรู้ด้วยวิธีอื่น ๆ ต่อไป