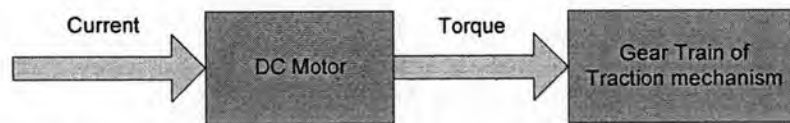


## บทที่ 4

### พลศาสตร์ของเครื่องดึงกระดูกสันหลัง

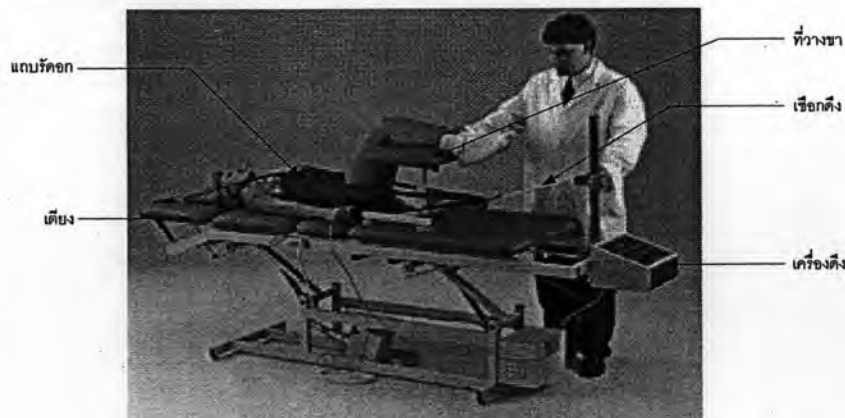
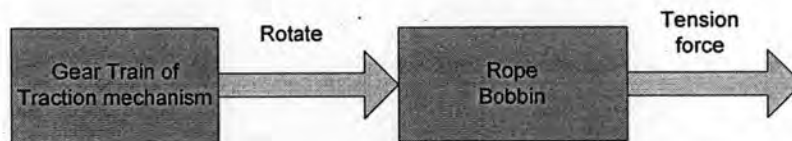
สำหรับในการวิเคราะห์หาตัวแบบจำลองทางด้านพลศาสตร์ (Dynamics model) ของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังนั้น มีประโยชน์อย่างยิ่งในการที่จะทำการออกแบบตัวควบคุม (Controller or Regulator) ให้เหมาะสมกับระบบ เพื่อที่จะทำให้กลไกของเครื่องดึงกระดูกสันหลัง (Lumbar traction unit) นั้นทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ คือ มีเสถียรภาพ (Stability) มีความแม่นยำสูง (High accuracy) และมีความคงทน (Robustness) ต่อสิ่งรบกวน

โดยตัวขับเคลื่อน (Actuator) กลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังที่ใช้ คือ มอเตอร์กระแสตรง (Direct current motor or DC motor) และ กลไกที่ใช้ในการในการขับเคลื่อนเครื่องดึงกระดูกสันหลังนั้นได้ใช้ระบบเฟือง (Gear train) เป็นหลัก มอเตอร์กระแสตรงจะทำหน้าที่แปลงกระแสไฟฟ้า (Current) ให้เป็นแรงบิด (Torque) เพื่อไปขับเคลื่อนกลไกระบบเฟืองให้ทำงาน ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การแปลงกระแสไฟฟ้าไปเป็นแรงบิดโดยมอเตอร์กระแสตรง

เมื่อระบบเฟืองทำงานจนกว่าเชือกที่ติดกับเพลาก็จะทำการม้วนเชือก ทำให้เชือกที่ติดอยู่ภายนอกกับผู้ป่วยเกิดแรงดึงเชือก (Tension force) ดังรูปที่ 4.2

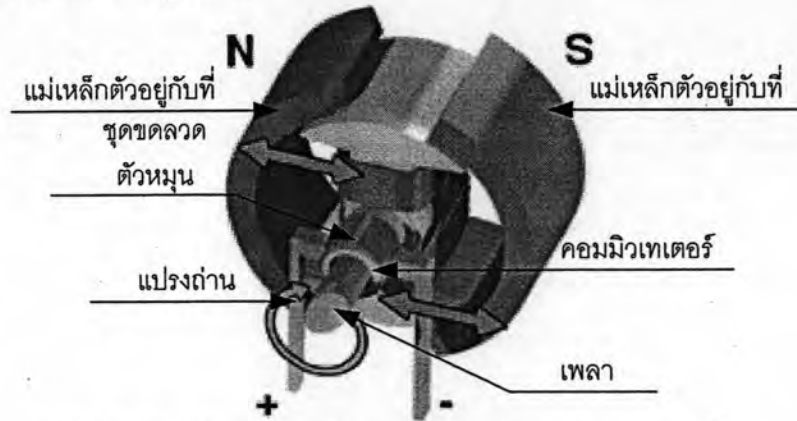


รูปที่ 4.2 การเชื่อมต่อระหว่างเครื่องดึงกระดูกสันหลังกับผู้ป่วย

ต่อไปจะกล่าวถึงพื้นฐานระบบพลศาสตร์เบื้องต้นของมอเตอร์กระแสตรง ของระบบเฟือง และระบบพลศาสตร์ของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลัง

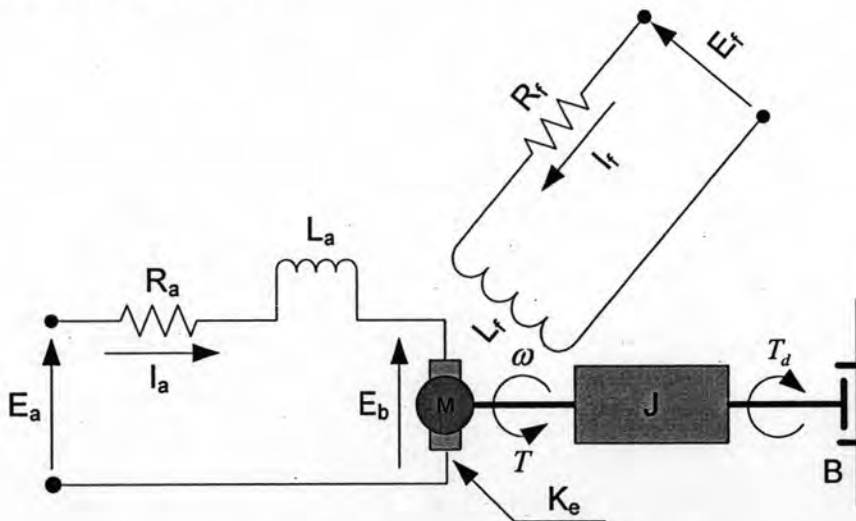
#### 4.1 พลศาสตร์ของมอเตอร์กระแสตรง

จากโครงสร้างและส่วนประกอบของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง (รูปที่ 2.1) ที่มี ส่วนประกอบหลักสองส่วน คือ สเตเตอร์ (Stator) และโรเตอร์ (Rotor) หรือส่วนที่อยู่กับที่และ ส่วนที่หมุน การเคลื่อนที่หรือการหมุนของมอเตอร์เกิดจากการดูดและผลักกันของขั้วแม่เหล็ก ของส่วนประกอบดังกล่าว ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 ส่วนประกอบภายในมอเตอร์กระแสตรงแบบเซอร์โว

จากรูปที่ 4.4 แสดงถึงการควบคุมการเคลื่อนที่ของการหมุนของแกนมอเตอร์สามารถ ควบคุมได้ทั้งแรงดัน (Voltage) หรือกระแส (Current) ที่ขดลวดอาร์เมเจอร์ โดยที่กำหนดให้ แรงดันของสนาม (Field Voltage,  $E_f$ )



รูปที่ 4.4 อาร์เมเจอร์ (Armature) ควบคุมมอเตอร์กระแสตรง

สมการแรกก็คือการใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's laws) รอบวงจรไฟฟ้า แรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced Voltage) อันเนื่องมาจากตัวนำซึ่งมีกระแสตัดผ่านเส้นแรง แม่เหล็กเป็นอัตราส่วนโดยตรงกับความเร็วเชิงมุม นั่นคือมีค่าเท่ากับ  $K_e \omega$  โดยที่  $K_e$  เป็นค่าคงที่ ของมอเตอร์ แรงดันไฟฟ้านี้คือแรงดันไฟฟ้าย้อนกลับ (Back-emf  $E_b$ ) ดังนั้น

$$E_a = R_a i + L_a \frac{di}{dt} + E_b$$

โดยที่

$$E_b = K_e \omega$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้นสามารถจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$E_b - K_e \omega = R_a i + L_a \frac{di}{dt}$$

ให้

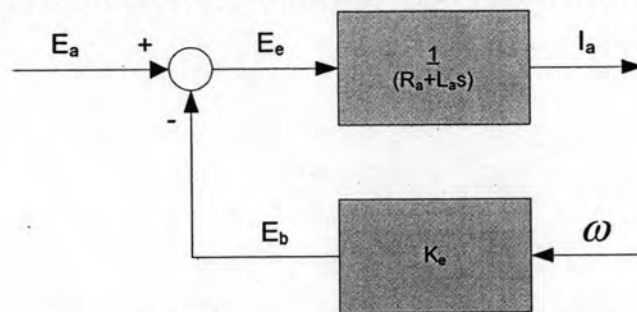
$$E_b - K_e \omega = E_e$$

และทำการหาผลการแปลงลาปลาซ (Laplace Transform) ทั้งสองข้างของสมการจะได้ว่า

$$E_e(s) = (R_a + L_a s) I(s)$$

$$\frac{I(s)}{E_e(s)} = \frac{1}{(R_a + L_a s)}$$

สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังแผนผังบล็อก (Block diagram) ด้านล่างนี้



รูปที่ 4.5 ผังแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสกับผลต่างแรงดัน

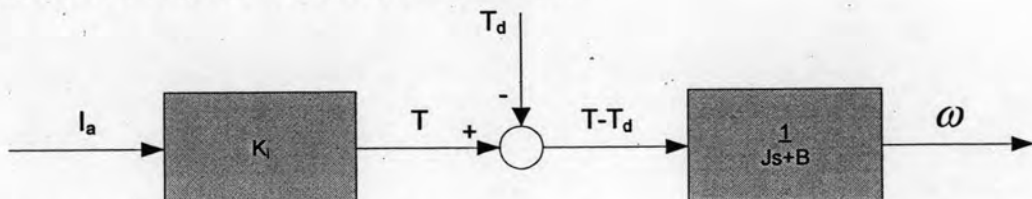
สมการถัดมาก็คือความสัมพันธ์แรงบิดกับกระแส ให้สมมติว่าแรงบิดของมอเตอร์ชนิดนี้เป็นอัตราส่วนโดยตรงกับกระแส

$$T = K_t i_a$$

และจากรูปที่ 4.4 จะเห็นว่า

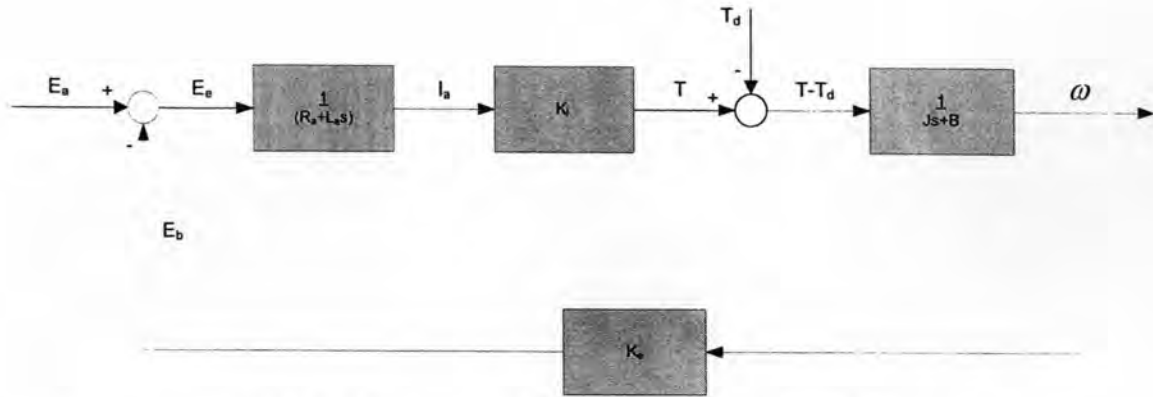
$$T - T_d - B\omega = J\dot{\omega}$$

สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังแผนผังบล็อกด้านล่างนี้



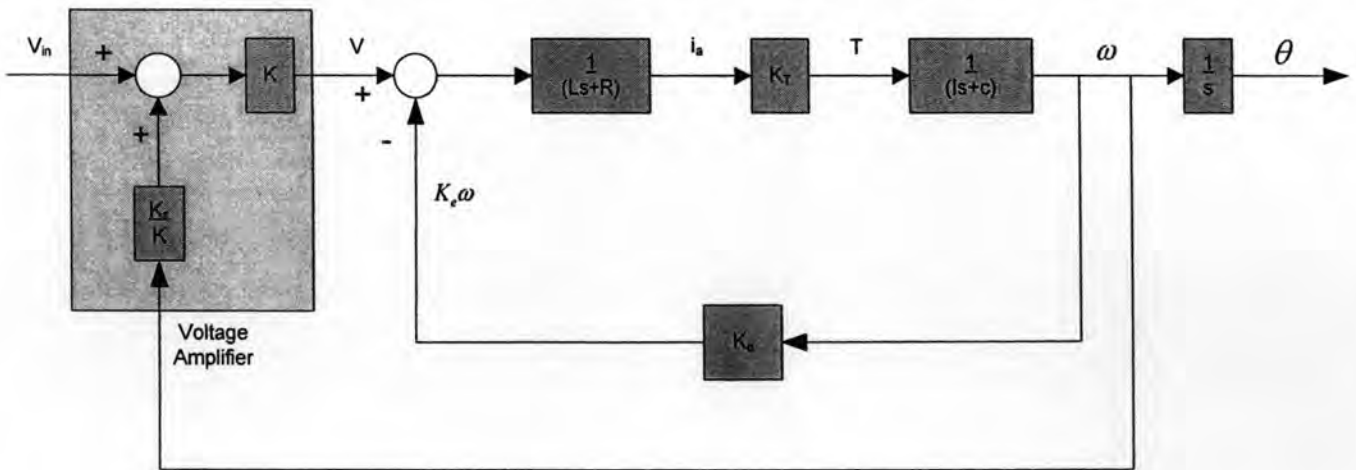
รูปที่ 4.6 ผังแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วรอบของมอเตอร์กับแรงบิด

ดังนั้นจึงสามารถหาความสัมพันธ์โดยรวมของระบบได้ดังรูปที่ 4.7

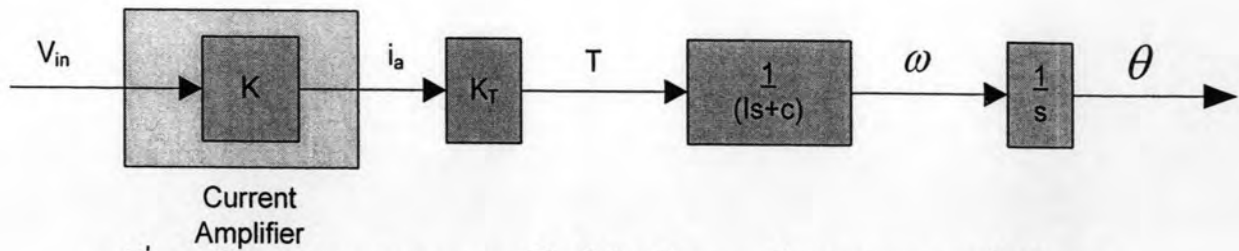


รูปที่ 4.7 ผังแสดงความสัมพันธ์โดยรวมทั้งระบบเซอร์โว

สำหรับชุดขับมอเตอร์เป็นอุปกรณ์ขยายสัญญาณ โดยมีทั้งที่เป็นแบบขยายแรงดันไฟฟ้า (Voltage amplifier) และแบบขยายกระแส (Current amplifier) จากแผนภาพบล็อกตัวขยายแรงดันไฟฟ้าจะมีช่องที่ต่อสัญญาณที่วัดความเร็วที่แกนมอเตอร์โดยใช้อุปกรณ์วัดความเร็ว (Tachometer) เพื่อหักล้างแรงดันย้อนกลับที่เกิดขึ้นเมื่อขดลวดตัดผ่านสนามแม่เหล็ก (back electromotive force, back emf) ส่วนของตัวควบคุมมอเตอร์แบบขยายกระแส นั้น จะเห็นว่าตัวควบคุมจะควบคุมกระแสที่ไหลเข้าไปยังขดลวดของมอเตอร์โดยตรง ดังนั้น จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมมอเตอร์ทั้งสองแบบนี้มีลักษณะคล้ายกัน ต่างกันที่ตัวควบคุมแบบขยายแรงดันจะมีพลศาสตร์ของวงจรขดลวดภายในมอเตอร์เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย นอกจากนั้นในกรณีที่ต้องการควบคุมแรงบิดนั้น การควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมกระแสจะมีประโยชน์มากกว่า โดยเฉพาะเมื่อมีสิ่งกีดขวางเข้ามาทำให้มอเตอร์ต้องหยุดทำงาน ตัวควบคุมกระแสจะมีความไวต่อการป้องกันความเสียหายที่จะเกิดขึ้นได้ นอกจากนั้นถ้าใช้ตัวควบคุมกระแสที่ตัวขับมอเตอร์ตัวมอเตอร์ก็ไม่จำเป็นต้องมีตัววัดความเร็วที่ใช้สำหรับการหักล้างแรงดันย้อนกลับดังกล่าว



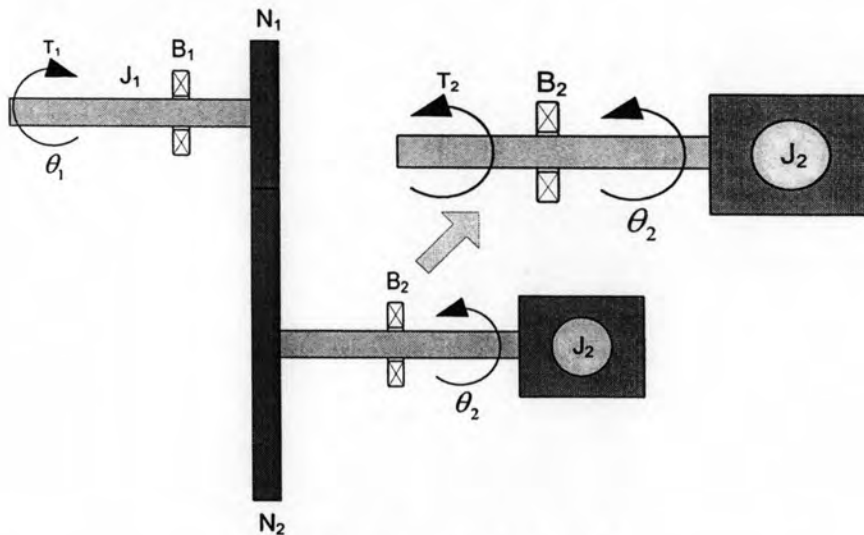
รูปที่ 4.8 ผังแสดงการควบคุมมอเตอร์โดยใช้ชุดขับมอเตอร์แบบขยายแรงดันไฟฟ้า [6]



รูปที่ 4.9 ผังแสดงการควบคุมมอเตอร์โดยใช้ชุดขับมอเตอร์แบบขยายกระแสไฟฟ้า [6]

#### 4.2 พลศาสตร์ของระบบเฟืองทด

ระบบเฟืองทด เป็นระบบที่ใช้ในการควบคุมอัตโนมัติเพื่อลดความเร็วให้ต่ำลงหรือขยายแรงบิดให้สูงขึ้น ดังรูปที่ 4.10



รูปที่ 4.10 ระบบเฟืองทด [7]

แสดงถึงระบบเฟืองซึ่งถูกขับด้วยมอเตอร์โดยมีจำนวนฟัน  $N_1$  และ  $N_2$  สำหรับตัวขับและตัวตามส่วนแบริงที่รองรับเพลามีค่าสัมประสิทธิ์ความหนืด (Damping coefficient)  $B_1$  และ  $B_2$  สำหรับตัวขับและตัวตาม ตามลำดับ สำหรับค่าของโมเมนต์ความเฉื่อยของตัวขับมีค่าเท่ากับ  $J_1$  ตัวตามมีค่าเท่ากับ  $J_2$  ความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดเชิงมุม แรงบิดและจำนวนฟันมีดังนี้ จำนวนฟันเฟืองแปรตามรัศมี

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

ระยะการเคลื่อนที่ไปบนผิวหน้าของเฟืองทั้งสองเท่ากัน

$$\theta_1 r_1 = \theta_2 r_2$$

งานที่กระทำแต่ละเฟืองมีค่าเท่ากัน

$$T_1\theta_1 = T_2\theta_2$$

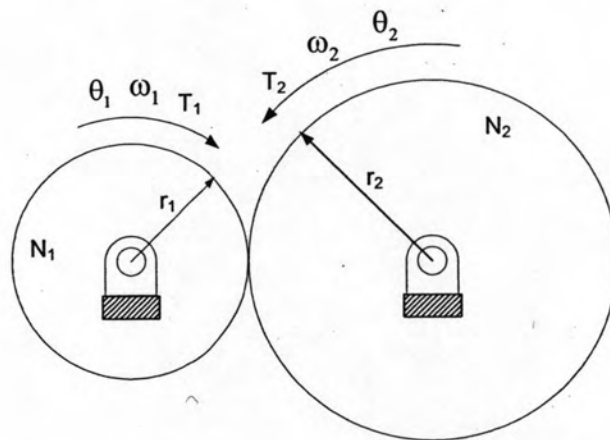
เมื่อรวมสมการทั้งสามเข้าด้วยกันจะได้ว่า

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

จากรูปแรงอิสระดังรูปที่ 4.4 จะได้ว่า

หรือ

$$\begin{aligned} \sum T &= T_2 - B_2 \dot{\theta}_2 = J_2 \ddot{\theta}_2 \\ T_2 &= J_2 \ddot{\theta}_2 + B_2 \dot{\theta}_2 \end{aligned}$$



รูปที่ 4.11 การขบกันระหว่างเฟือง 2 ตัว

จากสมการความสัมพันธ์ข้างต้นสามารถรวมกันได้ว่า

$$T_1 = \left( J_1 + J_2 \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right) \ddot{\theta}_1 + \left( B_1 + B_2 \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right) \dot{\theta}_1$$

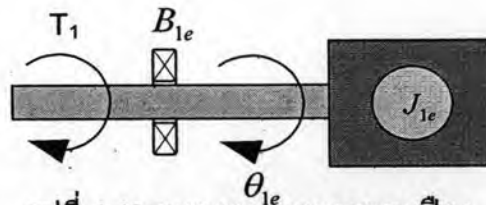
สำหรับสมการข้างต้นสามารถเขียนลดรูปได้เป็น

$$T_1 = J_{1e} \ddot{\theta}_1 + B_{1e} \dot{\theta}_1$$

โดยที่  $n = \frac{N_2}{N_1}$  คือ อัตราส่วนเฟือง (gear ratio)

$J_{1e} = J_1 + \frac{J_2}{n^2}$  คือ ความเฉื่อยสมมูล (Equivalent moment of inertia)

$B_{1e} = B_1 + \left( \frac{B_2}{n^2} \right)$  คือ แคมป์สมมูล (Equivalent damping)



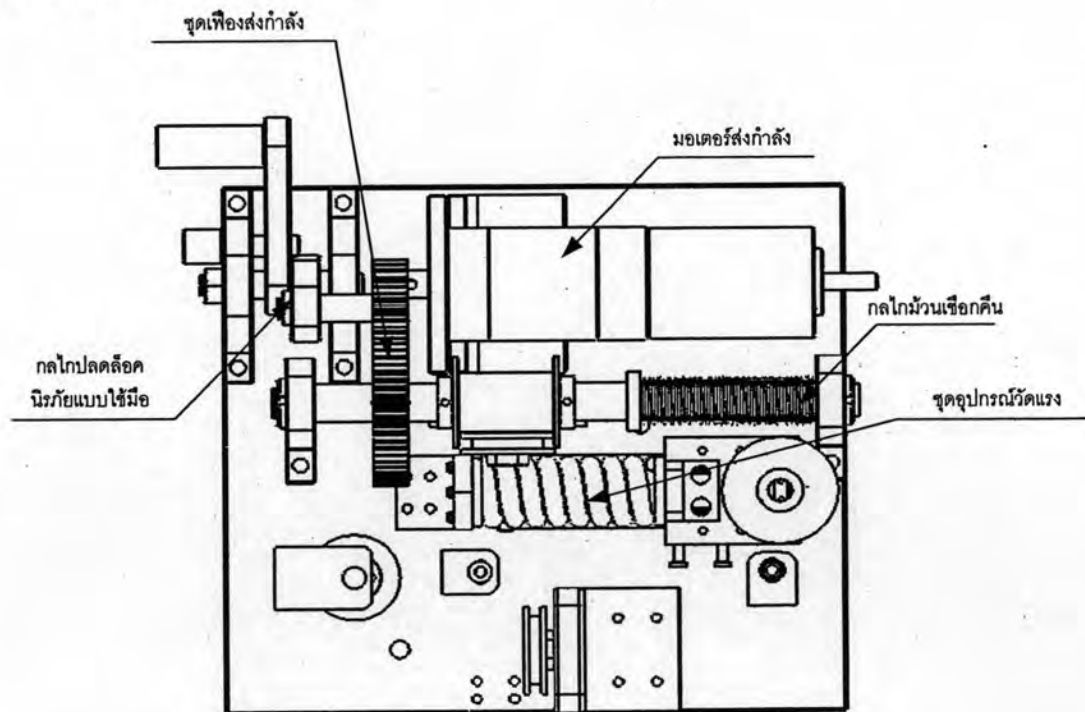
รูปที่ 4.12 ระบบสมมูลของระบบเฟือง

จะเห็นได้ว่าการเขียนสมการเชิงอนุพันธ์ของระบบเฟืองทางด้านซ้าย ให้เปลี่ยนโมเมนต์ความเฉื่อย (moment of inertia) และแอมป์ที่อยู่ทางด้านถูกขับมายังทางด้านขับได้โดยการหารด้วยอัตราส่วนเฟืองยกกำลังสอง

ในทำนองเดียวกันสามารถแสดงได้ว่าการเปลี่ยนโมเมนต์ความเฉื่อยและความหนืดจากทางด้านขับมายังด้านถูกขับ ทำได้โดยการคูณด้วยอัตราส่วนของเฟืองยกกำลังสอง

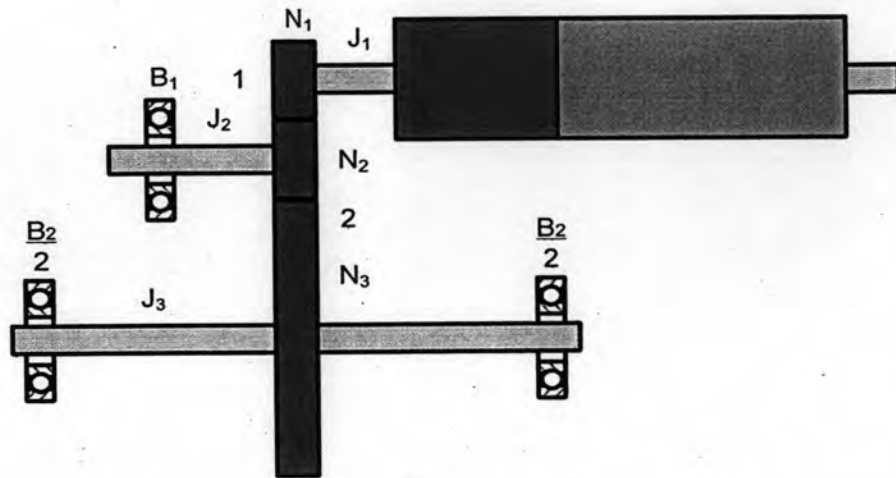
#### 4.3 ระบบพลศาสตร์ของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลัง

ตามที่ได้กล่าวมาจากข้างต้นแล้ว ระบบกลไกของเครื่องดึงกระดูกสันหลังได้ออกแบบโดยใช้ระบบเฟืองเป็นตัวส่งกำลังเป็นหลักโดยมีมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงเป็นตัวขับให้กลไกทำงาน ดังนั้นการวิเคราะห์หาตัวแบบจำลองทางด้านพลศาสตร์ของกลไกก็จะอ้างอิงจากแบบจำลองทางด้านพลศาสตร์ของมอเตอร์กระแสตรงและของระบบเฟืองทดที่ได้กล่าวมาจากหัวข้อที่ 4.1 และ 4.2 ที่ผ่านมา



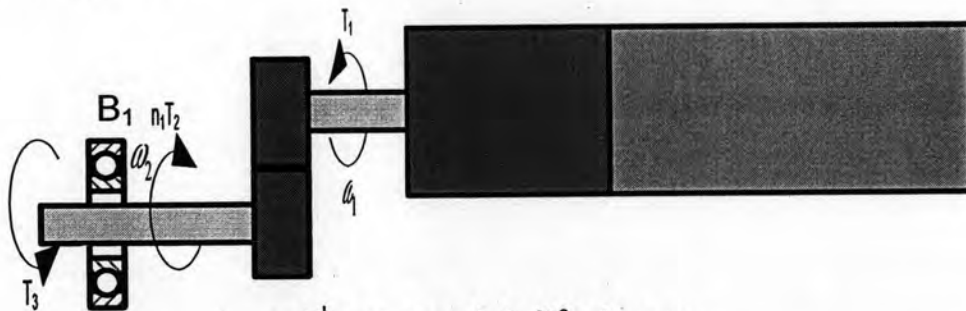
รูปที่ 4.13 องค์ประกอบต่างๆของเครื่องดึงกระดูกสันหลัง

จากรูปที่ 4.8 เมื่อพิจารณาเฉพาะระบบส่งกำลัง (Power transmission) ของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลัง เราสามารถเขียนได้เป็นแผนผังอย่างง่ายดังรูปที่ 4.14



รูปที่ 4.14 ระบบส่งกำลังของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลัง

จากรูปที่ 4.9 ข้างต้น จะเห็นได้ว่าสามารถแยกพิจารณาระบบส่งกำลังของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังได้ออกเป็น 2 ส่วนด้วยกันตามหมายเลข 1 กับ 2 ที่ทำเครื่องหมายไว้โดยส่วนที่ 1 เป็นการขบกันระหว่างเฟืองจากมอเตอร์กระแสตรงกับเฟืองที่ตำแหน่งปลดนิรภัยแบบใช้มือ (Safety manual) และส่วนที่ 2 เป็นการขบกันระหว่างเฟืองที่ตำแหน่งปลดนิรภัยแบบใช้มือกับชุดเพลลาคว้านเชือก ดังรูปที่ 4.15



รูปที่ 4.15 ระบบส่งกำลังในส่วนแรก

ดังนั้นสำหรับส่วนแรกสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดของมอเตอร์กับความเร็วเชิงมุมของเพลลาตัวตามได้ ดังความสัมพันธ์นี้

$$T_1 - T_2 = J_1 \omega_1$$

$$n_1 T_2 - T_3 - B_1 \omega_2 = J_2 \omega_2$$

โดยที่  $n_1 = \frac{N_2}{N_1}$  คือ อัตราส่วนฟันเฟืองระหว่างเฟืองมอเตอร์กับเฟืองที่ตำแหน่งปลดนิรภัย

ด้วยมือ และเนื่องจากว่า  $N_1 = N_2$  ดังนั้นจะได้ว่า  $n_1 = 1$



เพราะฉะนั้นสมการข้างต้นจึงจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$T_1 - T_2 = J_1 \omega_1$$

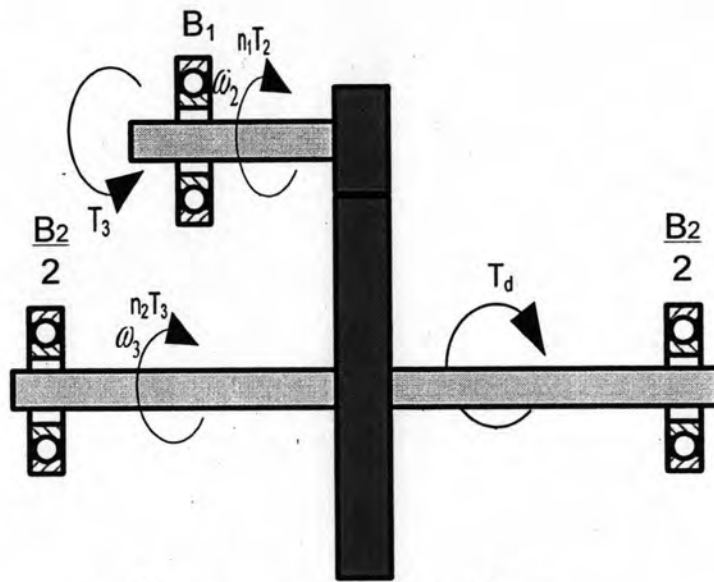
$$T_2 - T_3 - B_1 \omega_2 = J_2 \omega_2$$

สำหรับในส่วนที่สองสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดกับความเร็วเชิงมุมได้ดังนี้

$$T_2 - T_3 - B_1 \omega_2 = J_2 \omega_2$$

$$n_2 T_3 - T_d - B_2 \omega_3 = J_3 \omega_3$$

ดังรูปที่ 4.16



รูปที่ 4.16 ระบบส่งกำลังในส่วนที่สอง

โดยที่  $n_2 = \frac{N_3}{N_2}$  คืออัตราส่วนฟันเฟืองระหว่างเฟืองที่ปลดชนิดเดียวกันด้วยมือ  $\omega_3$

ดังนั้นจากความสัมพันธ์ทั้งสองส่วนข้างต้นทำให้สามารถหาความสัมพันธ์โดยรวมของระบบส่วนแรกได้ว่า

$$T_1 - T_3 = (J_1 + J_2) \omega_2 + B_1 \omega_2$$

แล้วคูณกับ  $n_2$  ทั้งสองข้างของสมการจะได้ว่า

$$n_2 T_1 - n_2 T_3 = (J_1 + J_2) n_2 \omega_2 + B_1 n_2 \omega_2$$

โดยเราทราบว่า  $\omega_2 = n_2 \omega_3$  ดังนั้นจะได้ว่า

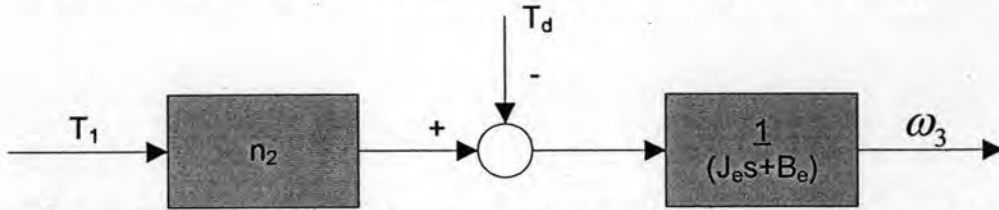
$$n_2 T_1 - n_2 T_3 = (J_1 + J_2) n_2^2 \omega_3 + B_1 n_2^2 \omega_3$$

แล้วนำสมการที่ได้นี้รวมกับสมการ  $n_2 T_3 - T_d - B_2 \omega_3 = J_3 \omega_3$  ก็จะได้

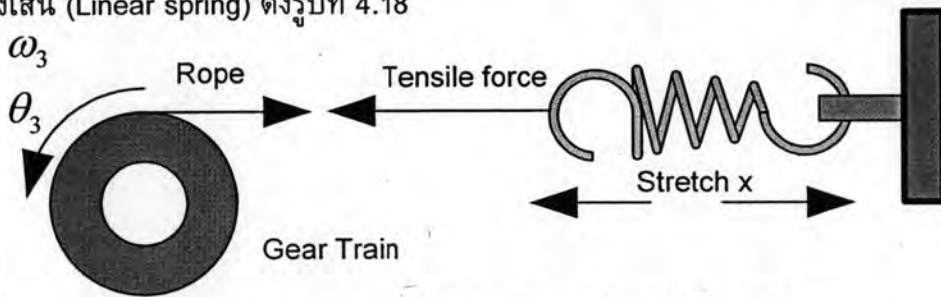
$$n_2 T_1 - T_d = J_e \omega_3 + B_e \omega_3$$

โดยที่  $J_e = J_3 + (J_1 + J_2)n_2^2$   
 $B_e = B_2 + B_1n_2^2$

สามารถเขียนผังไดอะแกรมระบบพลศาสตร์ของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังได้ดังรูปที่ 4.17

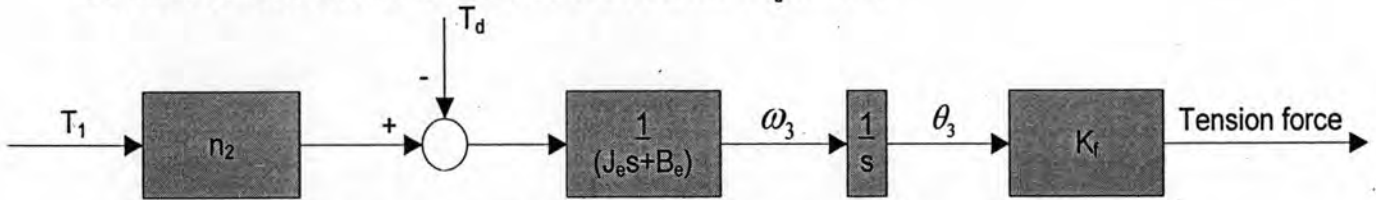


รูปที่ 4.17 ผังแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดจากมอเตอร์กับความเร็วรอบเพลา  $J_3$  เนื่องจากว่ากระดูกสันหลังขณะที่ถูกแรงดึง ดึงให้ยืดออกในช่วงสั้นจะมีพฤติกรรมเหมือนกับสปริงเชิงเส้น (Linear spring) ดังรูปที่ 4.18



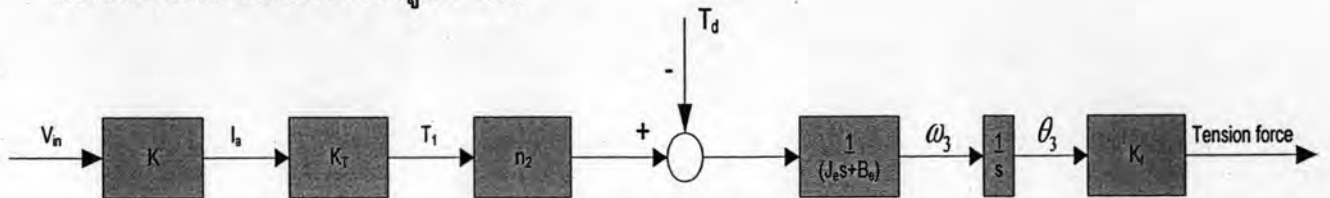
รูปที่ 4.18 พฤติกรรมเสมือนของกระดูกสันหลังเมื่อถูกดึง

โดยแรงดึงมีความสัมพันธ์กับระยะยืดและการขจัดเชิงมุม และระยะยืดของสปริงมีความสัมพันธ์กับการขจัดเชิงมุมดังความสัมพันธ์  $X = r\theta_3$  โดย  $X$  คือระยะยืดของสปริง และ  $T = KX$  โดยที่  $T$  คือแรงดึงเชือก  $K$  คือค่านิจสปริง และ  $K_f$  คือ  $rK$  ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดจากมอเตอร์กับแรงดึงเชือกสามารถเขียนเป็นผังไดอะแกรม ดังรูปที่ 4.19



รูปที่ 4.19 ผังแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดจากมอเตอร์กับแรงดึงเชือก

และเนื่องจากว่าชุดขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรงได้ใช้การขับเคลื่อนแบบขยายกระแสไฟฟ้า ดังรูปที่ 4.9 ดังนั้นแรงดันเข้า ( $V_{in}$ ) เป็นสัดส่วนโดยตรงกับกระแสไฟฟ้างั้นระบบพลศาสตร์โดยรวมของระบบสามารถแสดงได้ ดังรูปที่ 4.20



รูปที่ 4.20 ผังแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันไฟฟ้าอ้างอิงกับแรงดึงเชือก