บทที่ 2

ทฤษฎีการปล่อยคลื่นอะคูสติก

2.1 ความหมายของการปล่อยคลื่นอะคูสติก

การปล่อยคลื่นอะคูสติก [1] เป็นปรากฏการณ์ที่คลื่นเกิดความยืดหยุ่นแบบชั่วครู่แล้วปลดปล่อยพลังงานออกมาอย่างรวดเร็วของแหล่งพลังงานจากภายในเนื้อหรือผิวของวัสดุ ซึ่งคลื่นที่ปล่อยออกมาจะอยู่ในรูปของคลื่นเสียงที่มีความถี่สูง โดยมีสาเหตุของการปล่อยคลื่นอะคูสติกมาจากความไม่สมบูรณ์ของวัสดุรวมทั้งกลไกการเสียรูปทรงและการแตกหักของวัสดุซึ่งได้แก่ การคราก (Yielding) การเคลื่อนตัว (Dislocation motion) การขยายตัวของรอยร้าว (Crack propagation) เป็นต้น โดยปรากฏการณ์และคุณสมบัติของวัสดุที่เกี่ยวข้องกับการปล่อยคลื่นอะคูสติก สามารถพิจารณาได้ทั้งแหล่งกำเนิดจุลภาคและมหภาค [2] ดังนี้

2.1.1 แหล่งกำเนิดจุลภาค จะพิจารณาถึงอะตอมและโครงสร้างของผลึกที่ไม่สมบูรณ์ เช่น มีอะตอมขาดหายไป (Vacancy) อะตอมเกิน (Interstitials) อะตอมผิดตำแหน่ง (Frankel defect) หรือมีอะตอมแปลกปลอม (Inpurity) ซึ่งการปล่อยคลื่นอะคูสติกจะเป็นดังนี้ คือ เมื่อความเค้นที่กระทำต่อวัสดุมีค่าสูงขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งถึงระดับหนึ่งที่สามารถชนะความต้านทานของแลททิซ (Lattice) ก็จะเกิดการขยับตัวของอะตอม เมื่อขอบเขตของการขยับตัว มีขนาดใหญ่ขึ้น ก็จะปรากฏเห็นที่ผิววัสดุในลักษณะของการไถลระหว่างระนาบ (Slip line) นอกจากนี้การเคลื่อนตัวทั้งบล็อกของอะตอมเช่นเดียวกันกับการไถล ก็อาจจะเกิดการเสียรูปทรง ที่เรียกว่า การบิด (Twinning) ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ที่ไม่เท่ากันของอะตอม ทำให้บริเวณที่ได้รับความเค้นนั้นเกิดรอยร้าวและเมื่อรอยร้าวมีการขยายตัวมากขึ้น ก็จะปลดปล่อยคลื่นอะคูสติกออกมา

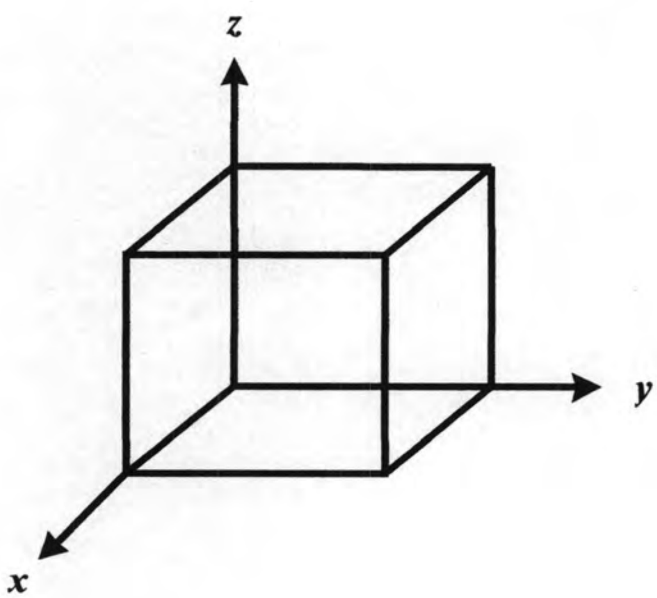
2.1.2 แหล่งกำเนิดมหภาค หมายถึง การพิจารณาในส่วนต่างๆ ที่ค่อนข้างใหญ่ของวัสดุที่จะตรวจสอบทั้งภายในและที่บริเวณผิวซึ่งปล่อยคลื่นอะคูสติกออกมา เช่น การเสียรูปทรงแบบพลาสติก (Plastic deformation) ซึ่งเป็นแหล่งกำเนิดสำคัญของการปล่อยคลื่นอะคูสติก กล่าวคือ เมื่อวัสดุได้รับความเค้น จนกระทั่งทำให้บริเวณที่ได้รับความเค้นนั้นเกิดการเปลี่ยนแปลงแบบพลาสติกแล้วจะเกิดรอยร้าว เกิดขึ้นเฉพาะที่หรือใกล้ๆ กับบริเวณจุดคราก (Yield point) และเมื่อรอยร้าวมีการขยายตัวมากขึ้น การปล่อยคลื่นอะคูสติกจะมีค่าแอมปลิจูดสูงสุด ซึ่งจะสัมพันธ์

กับความยาวของรอยร้าว โดยพบว่าเมื่อรอยร้าวเพิ่มขึ้น จะมีค่าแอมปลิจูด ของการปล่อยคลื่นอะคูสติกสูงขึ้น

2.2 การปล่อยคลื่นอะคูสติก

2.2.1 คลื่นอะคูสติกในตัวกลางที่ยืดหยุ่น

ในการหาสมการการเคลื่อนที่ของคลื่นอะคูสติกที่ปล่อยออกมาจากตัวกลางที่ยืดหยุ่น เราจะพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่าความเค้นที่กระทำต่อวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยม โดยมีทิศทางของความเค้นที่กระทำจากด้านหนึ่งไปยังอีกด้านหนึ่งของวัสดุ แสดงดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ความเค้นที่กระทำบนรูปลูกบาศก์เล็กๆ [7]

ในการพิจารณาหาค่าของแรงที่กระทำต่อผิวแต่ละด้านของวัสดุรูปลูกบาศก์ สามารถพิจารณาได้ด้วยการนำค่าความเค้นคูณกับพื้นที่ผิวของด้านนั้นๆ ที่ออกแรงกระทำ ซึ่งจะพิจารณาผลของแรงที่กระทำในทิศทาง x ได้ดังนี้

$$F_x = \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right) dxdydz \qquad (2.1)$$

จากกฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial T_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial T_{xz}}{\partial z}\right)dxdydz=\left(\rho dxdydz\right)\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.2}$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของวัสดุ

u_x คือ การกระจัดในทิศทาง x

T_{xx} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง x บนพื้นที่ผิวด้าน x

T_{xy} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง x บนพื้นที่ผิวด้าน y

T_{xz} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง x บนพื้นที่ผิวด้าน z

T_{yx} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง y บนพื้นที่ผิวด้าน x

T_{yy} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง y บนพื้นที่ผิวด้าน y

T_{yz} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง y บนพื้นที่ผิวด้าน z

T_{zx} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง z บนพื้นที่ผิวด้าน x

T_{zy} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง z บนพื้นที่ผิวด้าน y

T_{zz} คือ ความเค้นที่กระทำในทิศทาง z บนพื้นที่ผิวด้าน z

จากสมการ (2.2) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial T_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial T_{xz}}{\partial z}\right)=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.3}$$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อพิจารณาผลของแรงที่กระทำในทิศทาง y และ z จะสามารถเขียนสมการแสดงการเคลื่อนที่ของคลื่นได้ ดังนี้

$$\left(\frac{\partial T_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial T_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial T_{yz}}{\partial z}\right)=\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \tag{2.4}$$

$$\left(\frac{\partial T_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial T_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial T_{zz}}{\partial z}\right)=\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \tag{2.5}$$

เมื่อ u_y คือ การกระจัดในทิศทาง y

u_z คือ การกระจัดในทิศทาง z

เราสามารถเขียนค่าความเค้นที่กระทำต่อวัสดุรูปสี่เหลี่ยมให้อยู่ในรูปของ Δ ซึ่งใช้แทนความยาวที่เปลี่ยนไปต่อความยาวเดิมของวัสดุ และค่าคงที่ความยืดหยุ่น λ และ μ ซึ่งเรียกว่า ค่าคงที่ของลาเม่ (Lame' Constant) ได้ดังนี้

$$T_{xx} = \lambda\Delta + 2\mu S_{xx} \tag{2.6}$$

$$T_{yy} = \lambda\Delta + 2\mu S_{yy} \tag{2.7}$$

$$T_{zz} = \lambda\Delta + 2\mu S_{zz} \tag{2.8}$$

$$T_{xy} = \mu S_{xy} \ , T_{yx} = \mu S_{yx} \tag{2.9}$$

$$T_{xz} = \mu S_{xz} \ , T_{zx} = \mu S_{zx} \tag{2.10}$$

$$T_{yz} = \mu S_{yz} \ , T_{zy} = \mu S_{zy} \tag{2.11}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} S_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \ , S_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} \ , S_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ S_{xy} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \ , S_{yx} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ S_{xz} &= \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \ , S_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ S_{yz} &= \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \ , S_{zy} = \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \end{aligned} \tag{2.12}$$

เมื่อ	S_{xx}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง x เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง x
	S_{xy}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง x เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง y
	S_{xz}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง x เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง z
	S_{yx}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง y เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง x
	S_{yy}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง y เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง y
	S_{yz}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง y เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง z
	S_{zx}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง z เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง x
	S_{zy}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง z เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง y
	S_{zz}	คือ	ความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง z เมื่อออกแรงกระทำในทิศทาง z

เมื่อแทนค่าสมการ (2.6) – (2.12) ลงในสมการ (2.3) , (2.4) และ (2.5) จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\Delta + 2\mu\frac{\partial u_x}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right)\right) = \rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.13}$$

$$\lambda\frac{\partial\Delta}{\partial x}+2\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial y\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial z\partial x}=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.14}$$

$$\lambda\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial y\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial z\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right)=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.15}$$

$$\lambda\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial y\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial z\partial x}+\mu\nabla^2 u_x=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.16}$$

เมื่อ $$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

และ $$\Delta=\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}$$

สมการ (2.16) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\lambda\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_x}{\partial z}\right]+\mu\nabla^2 u_x=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.17}$$

ดังนั้น เมื่อจัดรูปสมการ (2.17) ใหม่จะได้เป็น

$$\lambda\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\nabla^2 u_x=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.18}$$

$$(\mu+\lambda)\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\nabla^2 u_x=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.19}$$

ในทำนองเดียวกัน สมการการเคลื่อนที่ของคลื่นในทิศทาง y และ z สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของสมการที่ (2.19) ได้เป็น

$$(\mu+\lambda)\frac{\partial\Delta}{\partial y}+\mu\nabla^2 u_y=\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \tag{2.20}$$

และ $$(\mu+\lambda)\frac{\partial\Delta}{\partial z}+\mu\nabla^2 u_z=\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \tag{2.21}$$

จากสมการ (2.19) เมื่อพิจารณาลักษณะของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในตัวกลางที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่าน โดยสมมติให้คลื่นระนาบ (Plane wave) เคลื่อนที่ในตัวกลางทิศทาง x ซึ่งความเร็วในทิศทาง x , y และ z สามารถเขียนแทนด้วย u_x , u_y , u_z ตามลำดับ โดยกำหนดให้ ฟังก์ชั่นของตัวแปร $\zeta = x - vt$ เป็นฟังก์ชั่นที่ขึ้นอยู่กับค่าของ x และ t เพียงอย่างเดียว

ดังนั้น จะได้

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_x}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial t} \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_x}{\partial \zeta} \cdot (-v) \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2} \tag{2.24}$$

และ

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} \tag{2.25}$$

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2} \tag{2.26}$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณา y และ z จะได้

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial \zeta^2} \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u_y}{\partial \zeta^2} \tag{2.28}$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial \zeta^2} \tag{2.29}$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial \zeta^2} \tag{2.30}$$

จากสมการ (2.19)

$$(\mu + \lambda)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + \mu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \tag{2.31}$$

เมื่อ $\qquad \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0, \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0$

$$(\mu+\lambda)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}\right)=\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \qquad (2.32)$$

แทนสมการ (2.22) – (2.26) ลงใน สมการ (2.32) จะได้

$$(\mu+\lambda)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2}\right)=\rho v^2\frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2} \qquad (2.33)$$

$$(2\mu+\lambda)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2}\right)=\rho v^2\frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2} \qquad (2.34)$$

จากสมการ (2.20) จะได้

$$(\mu+\lambda)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right)=\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \qquad (2.35)$$

เมื่อ $\frac{\partial \zeta}{\partial y}=0, \frac{\partial \zeta}{\partial z}=0$

$$\mu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}\right)=\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \qquad (2.36)$$

แทนสมการ (2.27) และ (2.28) ลงใน สมการ (2.36) จะได้

$$\mu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial \zeta^2}\right)=\rho v^2\frac{\partial^2 u_y}{\partial \zeta^2} \qquad (2.37)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\mu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial \zeta^2}\right)=\rho v^2\frac{\partial^2 u_z}{\partial \zeta^2} \qquad (2.38)$$

ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ใหม่เป็น

$$(2\mu+\lambda)\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2}\right)=\rho v^2\frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2} \qquad (2.39)$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial \zeta^2}\right)=\rho v^2\frac{\partial^2 u_y}{\partial \zeta^2} \qquad (2.40)$$

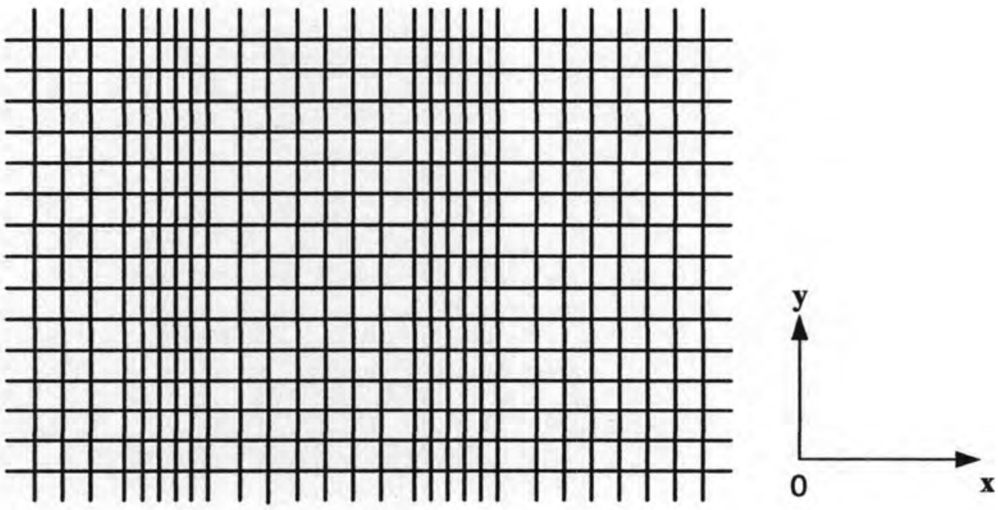
$$\mu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial \zeta^2}\right) = \rho v^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial \zeta^2} \tag{2.41}$$

จากสมการที่ (2.39) , (2.40) และ (2.41) เงื่อนไขของคำตอบทั้งสามสมการที่เป็นได้ คือ

1) เมื่อ $v^2 = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}$ และ $\frac{\partial^2 u_y}{\partial \zeta^2} = 0, \frac{\partial^2 u_z}{\partial \zeta^2} = 0$

2) เมื่อ $v^2 = \frac{\mu}{\rho}$ และ $\frac{\partial^2 u_x}{\partial \zeta^2} = 0$

จากเงื่อนไขแรก อธิบายถึงลักษณะของการเกิดคลื่นตามยาว (Longitudinal wave) กล่าวคือ เมื่ออนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ในทิศทาง x ซึ่งมีทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของคลื่น ลักษณะของคลื่นตามยาว แสดงดังรูป 2.2

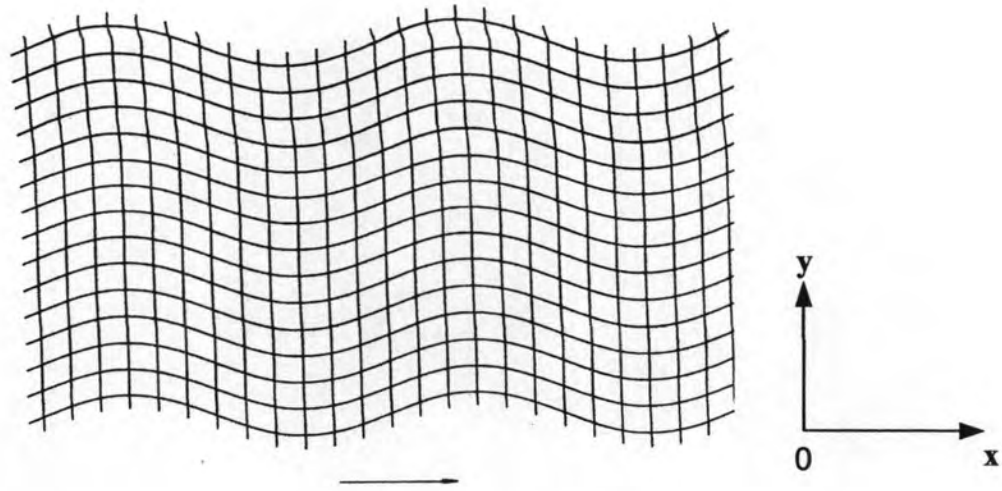


รูปที่ 2.2 ลักษณะของคลื่นตามยาว [7,8]

ดังนั้น จะได้ค่าความเร็วของคลื่นตามยาวที่เคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง แสดงดังสมการ (2.42)

$$v_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \tag{2.42}$$

และเมื่อพิจารณาจากเงื่อนไขของคำตอบที่สอง จะเป็นสมการที่อธิบายถึงลักษณะของการเกิดคลื่นตามขวาง (Transverse wave) กล่าวคือ เมื่ออนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ในทิศทาง y และ z ซึ่งมีทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นซึ่งเคลื่อนที่ในทิศทาง x ลักษณะของคลื่นตามขวางแสดงดังรูป 2.3



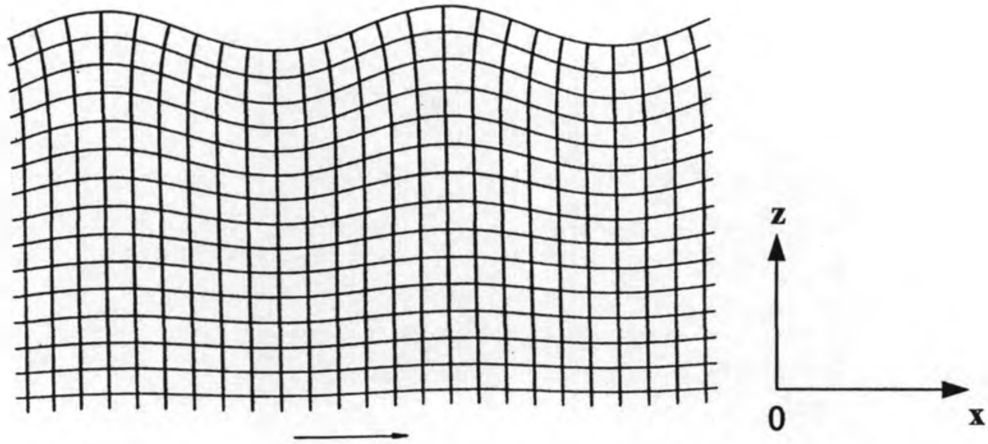
รูปที่ 2.3 ลักษณะของคลื่นตามขวาง [7,8]

ดังนั้น จะได้ว่าความเร็วของคลื่นตามขวางที่เคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง แสดงดังสมการ (2.43)

$$v_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \qquad (2.43)$$

2.2.2 การเคลื่อนที่ของคลื่นอะคูสติกบริเวณผิวของของแข็ง (Surface acoustic wave)

คลื่นอะคูสติกที่เกิดขึ้นบริเวณผิวของของแข็งเป็นลักษณะของคลื่นที่ผสมกันระหว่างคลื่นตามยาวและคลื่นตามขวาง กล่าวคือ เมื่อคลื่นอะคูสติกเคลื่อนที่จากแหล่งกำเนิดจะเป็นคลื่นตามยาว และเมื่อคลื่นเคลื่อนที่มาบริเวณที่ผิวรอยต่อ ลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคจะตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น ดังนั้นจึงเป็นคลื่นตามขวาง ดังนั้นการปล่อยคลื่นอะคูสติกจึงเป็นคลื่นที่เกิดขึ้นแบบคลื่นที่ผิวหรือเรียกว่า คลื่นเรย์เลก์ (Rayleigh wave) รูปที่ 2.4 แสดงลักษณะของคลื่นเรย์เลก์ที่เกิดจากการผสมกันระหว่างคลื่นตามยาวในรูปที่ 2.2 และคลื่นตามขวางในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.4 ลักษณะของคลื่นที่ผิว [7,8]

ดังนั้นเราสามารถเขียนเวกเตอร์การกระจัดของอนุภาคตัวกลางได้เป็น

$$\vec{u} = \vec{u}_L + \vec{u}_T \tag{2.44}$$

หรือเขียนอยู่ในรูปของศักย์เวกเตอร์ φ (Vector potential, $\vec{\varphi}$) และศักย์สเกลาร์ (Scalar potential, ϕ) ได้เป็น

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla} \times \vec{\varphi} \tag{2.45}$$

เมื่อให้คลื่นเรย์เลกเคลื่อนที่ในทิศทาง $+x$ และแอมปลิจูดลดลงในทิศ $+z$ พบว่า ค่า ϕ และ φ จะไม่ขึ้นกับตัวแปร y สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\phi = \phi(x,z)e^{i\omega t} \tag{2.46}$$

$$\varphi = \varphi(x,z)\hat{y}e^{i\omega t} \tag{2.47}$$

จะเรียกค่า ϕ ว่าเป็นศักย์ของคลื่นตามยาวและค่า φ ว่าเป็นศักย์ของคลื่นตามขวาง โดยศักย์ทั้งสองจะสอดคล้องกับสมการของคลื่นดังนี้

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} k_L^2\phi = 0 \tag{2.48}$$

และ

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} k_T^2\varphi = 0 \tag{2.49}$$

เมื่อ $k_L = \dfrac{\omega}{V_L}$ และ $k_T = \dfrac{\omega}{V_T}$ โดยที่ k_L และ k_T คือเลขคลื่นของคลื่นตามยาวและคลื่นตามขวาง ตามลำดับ

คำตอบของสมการที่ (2.48) และ (2.49) สามารถเขียนได้เป็น

$$\phi = A(z)e^{i(kx-\omega t)} \tag{2.50}$$

$$\varphi = B(z)e^{i(kx-\omega t)} \tag{2.51}$$

โดยที่ค่า *A(z)* และ *B(z)* เป็นค่าที่บ่งบอกถึงขนาดของแอมปลิจูดของคลื่นที่เปลี่ยนแปลงไปตามค่าของ z

เมื่อนำสมการ (2.50) แทนลงใน (2.48) จะได้เป็น

$$-k^2 A(z)e^{i(kx-\omega t)} + e^{i(kx-\omega t)}\frac{\partial^2 A(z)}{\partial z^2} + k_L^2 A(z)e^{i(kx-\omega t)} = 0 \tag{2.52}$$

หรือ

$$\frac{\partial^2 A(z)}{\partial z^2} - (k^2 - k_L^2)A(z) = 0 \tag{2.53}$$

ในทำนองเดียวกันแทนสมการ (2.51) ลงในสมการ (2.49) จะได้

$$\frac{\partial^2 B(z)}{\partial z^2} - (k^2 - k_T^2)B(z) = 0 \tag{2.54}$$

คำตอบของสมการ (2.53) และ (2.54) จะได้ค่า *A(z)* และ *B(z)* อยู่ในรูปของ

$$A(z) = Ce^{\pm\left(\sqrt{k^2-k_L^2}\right)z} \tag{2.55}$$

และ

$$B(z) = De^{\pm\left(\sqrt{k^2-k_T^2}\right)z} \tag{2.56}$$

เมื่อ C และ D เป็นค่าคงที่ใดๆ

โดยเครื่องหมายบวกและลบบ่งบอกถึงลักษณะของแอมปลิจูดของคลื่น กล่าวคือ คำตอบที่มีเครื่องหมายเป็นบวก หมายถึง ขนาดของแอมปลิจูดของคลื่นจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าความลึกของตัวกลาง ส่วนคำตอบที่มีเครื่องหมายเป็นลบ หมายถึง ขนาดของแอมปลิจูดจะมีค่าลดลงตามค่า

ความลึกของตัวกลาง ซึ่งลักษณะของคลื่นเรย์เลก์ จะเป็นแบบที่มีคำตอบเป็นลบ ดังนั้นสมการคำตอบที่เป็นคำตอบในกรณีนี้คือ

$$A(z) = Ce^{-\left(\sqrt{k^2-k_L^2}\right)z} \tag{2.57}$$

และ

$$B(z) = De^{-\left(\sqrt{k^2-k_T^2}\right)z} \tag{2.58}$$

แทนค่าสมการ (2.57) และ (2.58) ในสมการ (2.50) และ (2.51) ตามลำดับ

$$\phi = Ce^{-\left(\sqrt{k^2-k_L^2}\right)z} e^{i(kx-\omega t)} \tag{2.59}$$

$$\varphi = De^{-\left(\sqrt{k^2-k_T^2}\right)z} e^{i(kx-\omega t)} \tag{2.60}$$

พิจารณารอยต่อ (ระนาบ $z = 0$) เราจะได้เงื่อนไขค่าขอบ คือ

$$T_{zz} = 0$$

$$T_{xz} = 0$$

ดังนั้นจากสมการ (2.59) และ (2.60) สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าของ C และ D ได้เป็น

$$D = \frac{-2ik\sqrt{k^2-k_L^2}C}{k^2+\sqrt{k^2-k_T^2}} \tag{2.61}$$

ดังนั้น สมการที่ (2.60) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\phi = +Ce^{i(kx-\omega t)-\left(\sqrt{k^2-k_L^2}\right)z} \tag{2.62}$$

$$\varphi = -iC\frac{2k\sqrt{k^2-k_L^2}}{k^2+\sqrt{k^2-k_T^2}}e^{i(kx-\omega t)-\left(\sqrt{k^2-k_T^2}\right)z} \tag{2.63}$$

เมื่อใช้สมการ (2.63) จะสามารถหาคำตอบสุดท้ายของสมการ ได้เป็น

$$\left(\frac{V_R}{V_T}\right)^6 - 8\left(\frac{V_R}{V_T}\right)^4 + 8\left[3-2\left(\frac{V_T}{V_L}\right)^2\right]\left(\frac{V_R}{V_T}\right) - 16\left[1-\left(\frac{V_T}{V_L}\right)^2\right] = 0 \tag{2.64}$$

เมื่อ $V_R = \dfrac{\omega}{k}$ คือค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์เลก์

2.3 ค่าอิมพีแดนซ์ทางเสียง (Acoustic Impedance)

ค่าอิมพีแดนซ์ทางเสียงเป็นปริมาณที่บ่งบอกถึงความสามารถในการส่งผ่านพลังงานของคลื่นเสียงในตัวกลาง กล่าวคือถ้าคลื่นเคลื่อนที่ผ่านรอยต่อระหว่างผิววัสดุสองชนิดที่มีค่าอิมพีแดนซ์ทางเสียงไม่ใกล้เคียง ผลก็คือจะทำให้พลังงานที่ส่งผ่านจากตัวกลางที่ 1 ไปยังตัวกลางที่ 2 มีค่าน้อยลง ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์ทางเสียงนี้สามารถนิยามได้ว่าเป็นผลคูณระหว่างค่าความหนาแน่นของตัวกลางกับค่าอัตราเร็วของเสียงในตัวกลางนั้น

นิยาม
$$Z = \rho v \tag{2.65}$$

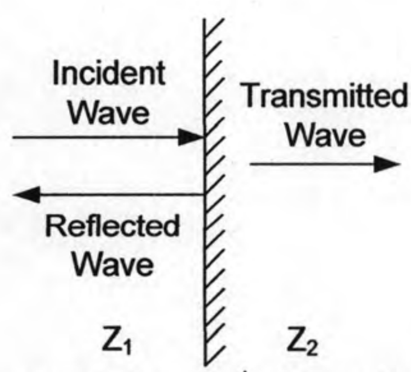
เมื่อ ρ คือ ค่าความหนาแน่นของตัวกลาง มีหน่วยเป็น kg/m^3

v คือ ค่าความเร็วเสียงในตัวกลาง มีหน่วยเป็น m/s

Z คือ ค่าอิมพีแดนซ์ทางเสียง มีหน่วยเป็น kg/m^{2}s

โดยปกติค่าอิมพีแดนซ์ทางเสียงจะใช้ในหน่วย Mrayl โดยที่ 1 Mrayl มีค่าเท่ากับ 1×10^6 kg/m^{2}s

การสะท้อนและการส่งผ่านของเสียงระหว่างรอยต่อของตัวกลางทั้งสอง



รูปที่ 2.5 การสะท้อนและการส่งผ่านของคลื่นเสียงระหว่างรอยต่อของตัวกลาง [9]

จากรูปที่ 2.5 เมื่อคลื่นระนาบเคลื่อนที่จากตัวกลางที่หนึ่งไปตกกระทบที่ผิวรอยต่อระหว่างตัวกลางที่หนึ่งและตัวกลางที่สอง พบว่าจะมีคลื่นบางส่วนที่สามารถเคลื่อนที่ผ่านเข้าไปในตัวกลางที่สองได้ และมีคลื่นบางส่วนที่จะสะท้อนกลับมายังตัวกลางที่หนึ่ง สามารถเขียนสมการระยะกระจัดแทนการเคลื่อนที่ของคลื่นทั้งสามได้ดังนี้

$$\begin{aligned} y_i &= A_i e^{i(kx-\omega t)} \\ y_r &= A_r e^{i(kx+\omega t)} \\ y_t &= A_t e^{i(kx-\omega t)} \end{aligned} \tag{2.66}$$

โดย การกระจัดของคลื่นจะเป็นไปตามสมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) [9]

$$y_i + y_r = y_t \tag{2.67}$$

เมื่อพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตที่ x=0 สมการที่ (2.66) และ (2.67) จะได้ว่า

$$A_i + A_r = A_t \tag{2.68}$$

และเงื่อนไขขอบเขตที่ x=0 ค่าความดันจะเป็นไปตามสมการความต่อเนื่อง

$$P_1 \frac{d}{dx}\left(y_i + y_r\right) = P_2 \frac{d}{dx}\left(y_t\right) \tag{2.69}$$

$$P_1\left(A_i(-k_1)\right) + P_1\left(A_r(k_1)\right) = P_2\left(A_t(-k_2)\right) \tag{2.70}$$

เมื่อ $k_1 = \frac{\omega}{v_1}$ และ $k_2 = \frac{\omega}{v_2}$

ดังนั้น สมการที่ (2.70) สามารถเขียนได้เป็น

$$-\frac{P_1}{v_1}A_i + \frac{P_1}{v_1}A_r = -\frac{P_2}{v_2}A_t \tag{2.71}$$

เพราะว่า $\frac{P_1}{v_1} = \rho_1 v_1 = Z_1$ และ $\frac{P_2}{v_2} = \rho_2 v_2 = Z_2$

ดังนั้น สมการที่ (2.71) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$-Z_1 A_i + Z_1 A_r = -Z_2 A_t \tag{2.72}$$

หรือ

$$Z_1 A_i - Z_1 A_r = Z_2 A_t \tag{2.73}$$

$$Z_1\left(A_i - A_r\right) = Z_2 A_t \tag{2.74}$$

ดังนั้น จากสมการที่ (2.68) และ สมการ (2.74) จะได้สัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection coefficient)

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \tag{2.75}$$

และ จากสมการ (2.68) และ สมการ (2.74) จะได้สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (Transmission coefficient)

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \tag{2.76}$$

2.4 อุปกรณ์สำหรับการตรวจสอบการปล่อยคลื่นอะคูสติก

ตัวตรวจจับเป็นอุปกรณ์ที่ใช้ในการแปลงสัญญาณจากพลังงานรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งตัวตรวจจับที่ใช้ในการตรวจจับการปล่อยคลื่นอะคูสติกโดยทั่วไปสามารถแบ่งออกตามวิธีการวัดได้ 3 วิธี [1,2] คือ

2.4.1 ตัวตรวจจับชนิดอิเล็กโทรแมกเนติก (Electromagnetic Transducer)

เป็นตัวตรวจจับชนิดที่ไม่ต้องสัมผัสกับชิ้นงานที่ต้องการตรวจสอบซึ่งวิธี การตรวจจับจะใช้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจากขดลวดเหนี่ยวนำกระแสไหลวน เมื่อพื้นผิวมีการขยับเคลื่อนที่ ก็จะเกิดการเปลี่ยนแปลงค่าอิมพีแดนซ์ ซึ่งสามารถตรวจวัดได้ด้วยวงจรบริดจ์อิมพีแดนซ์

2.4.2 ตัวตรวจจับชนิดคาปาซิแตนซ์ (Capacitance Transducer)

เป็นตัวตรวจจับแบบที่ไม่ต้องสัมผัสกับชิ้นงานที่ต้องการตรวจสอบอีกชนิดหนึ่งซึ่งวิธีการตรวจจับจะใช้ค่าความจุไฟฟ้าของช่องว่างระหว่างชิ้นส่วนที่มีความไวต่อการตอบสนองของตัวตรวจจับกับพื้นที่ผิวของชิ้นงาน เมื่อพื้นผิวมีการขยับเคลื่อนที่ ค่าความจุไฟฟ้าก็จะเปลี่ยนไป ซึ่งสามารถตรวจวัดได้ด้วยวงจรบริดจ์ความจุไฟฟ้า

2.4.3 ตัวตรวจจับชนิดเพียโซอิเล็กทริก (Piezoelectric Transducer)

เป็นตัวตรวจจับที่ต้องสัมผัสกับชิ้นงานที่ต้องการตรวจสอบ ซึ่งวิธีการตรวจจับ จะใช้สมบัติทางเพียโซอิเล็กทริก คือ เมื่อวัสดุเพียโซอิเล็กทริกได้รับพลังงานในรูปของสัญญาณคลื่นอะคูสติก จะสามารถเปลี่ยนพลังงานนั้นให้เป็นพลังงานในรูปของพลังงานไฟฟ้าโดยอาศัยสมบัติของเพียโซอิเล็กทริก ซึ่งในงานวิทยานิพนธ์นี้จะสร้างตัวตรวจจับชนิดเพียโซอิเล็กทริก