บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษา ค้นคว้าเอกสาร และงานวิจัยที่กี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เสนอผลการศึกษาค้นคว้า ตามลำดับต่อไปนี้

1. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    - 1.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    - 1.2 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    - 1.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    - 1.4 พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    - 1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    - 1.6 แนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.1 ความหมายของมโนทัศน์
    - 2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์
    - 2.3 ประเภทของมโนทัศน์
    - 2.4 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.5 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.6 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 2.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3. ความคงทนในการเรียน
    - 3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน
    - 3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน
    - 3.3 ความหมายของการจำ
    - 3.4 กระบวนการของการจำและระบบความจำ
    - 3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน

3.7 การวัดความคงทนในการเรียน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

4.2 งานวิจัยในประเทศ

1. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นจุดประสงค์ที่สำคัญของการจัดกิจรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ในที่นี้จะกล่าวถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังหัวข้อต่อไปนี้

1.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

คำว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า Mathematics Understanding ซึ่งนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krathwohl (1968: 25-26 อ้างถึงใน สมยศ ชิดมงคล, 2546: 43) มีความเห็นว่าความเข้าใจเป็นพื้นฐานที่สำคัญทางปัญญาที่แสดงออกด้วยพฤติกรรม 3 แบบ ดังนี้

1. การแปลความ (Translation) คือ การบรรยายเรื่องเดิมโดยใช้ถ้อยคำใหม่ ภาษาใหม่

2. การตีความ (Interpretation) คือ การเก็บความจากเรื่องราวเดิมมาบันทึกใหม่ จัดลำดับเนื้อเรื่องใหม่ โดยยังคงสาระสำคัญ และความสัมพันธ์ในเรื่องแล้วย่อเป็นข้อสรุป

3. การขยายความ (Extrapolation) คือ การขยายความคิดให้ไกลออกไป โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์เดิมที่ได้รับในตอนแรก

Wilson (1971: 661) ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจเป็นความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมา ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Hiebert and Carpenter (1992: 67) ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความคิด ความจริง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 62) ได้กล่าวถึง ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้

จากความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่เรียนมาไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความของความรู้นั้น ๆ ได้

1.2 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความจำเป็นมากที่จะต้องทำให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ ดังนี้

Usiskin (2001: 15-22 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 1-16) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีความคิดที่ลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง การสร้างกระบวนการ การพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้ และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ

Sheffield and Cruikshank (2005:24) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การจัดกิกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีความสามารถและความคงทนยาวนานกว่าการสอนชนิดอื่น ๆ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2539: 12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทาง

คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจอย่างถ่องแท้ เพราะนักเรียนที่มีความรู้และทักษะ แต่ปราศจากความเข้าใจหรือมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์น้อย จะมีข้อจำกัดในการเรียนระดับสูง หรือการทำงานดี ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2547ข: 29) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้นไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้

ไพทูล นารคร (2549: 93-102) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผล

จากความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่ควรมุ่งเน้นให้เกิดขึ้นกับนักเรียน เพราะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูง และสามารถนำความรู้ที่เข้าใจนั้นไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ได้

1.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ Usiskin (2001: 15-22 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 1-16) ได้แบ่งความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะ ดังนี้

1. ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะการคูณเศษส่วน นักเรียนจะแสดงความเข้าใจประเภทนี้เมื่อได้ลงมือทำงาน ความเข้าใจด้านทักษะนี้ประกอบด้วย

1.1 ความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดในรูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

1.2 ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวนการที่นำมาซึ่งผลลัพธ์

1.3 การสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหาคำตอบ

2. ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties – Mathematical Understanding) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจที่แสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง เช่น การสอนในชั้นเรียนเรื่อง การคูณเศษส่วน การที่ครูใช้คำว่า "ตัดทิ้ง" และ "ตัดตอน" บ่งบอกว่าครูไม่ได้ส่งเสริมความเข้าใจ แต่ถ้าครูใช้ "การคูณจำนวนใด ๆ กับหนึ่ง" และ "เลือกเศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิม" ได้ถ่ายทอดความเข้าใจให้กับนักเรียน งานที่แสดงถึงความเข้าใจสมบัติคณิตศาสตร์นี้ ได้แก่

2.1 งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์

2.2 งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติ

2.3 งานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3. ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use–Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวมการใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท เช่น ให้นักเรียนประมาณราคาผ้า $1\frac{1}{2}$ หลา ถ้า 1 หลา ราคา 1.67 ดอลล่าร์ คำตอบจะอยู่ระหว่าง 2 และ 3 ดอลล่าร์ และให้นักเรียนประมาณค่าของ $1\frac{1}{2}\times 1.67$ คำตอบจะอยู่ระหว่าง 2 และ 3 ดอลล่าร์ เช่นเดียวกัน แต่พบว่า นักเรียนสามารถหาคำตอบของปัญหาที่อยู่ในรูปของสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้ถูกต้องมากกว่าปัญหาที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีโดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นได้เข้าใจด้วย เช่น การคูณเศษส่วน $\frac{2}{3}$ กับ $\frac{4}{5}$ นักเรียนสามารถนำเสนอความเข้าใจผ่านการใช้พื้นที่ โดยกำหนดให้ $\frac{2}{3}$ เป็นความกว้าง และ $\frac{4}{5}$ เป็นความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือใช้เศษส่วนของจุด หรือใช้เส้นกราฟก็ได้

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ลักษณะนี้ แต่ละลักษณะเป็นอิสระซึ่งกันและกัน ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสามารถประกอบด้วยลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มากกว่า 1 ลักษณะ ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมและประสบการณ์ของนักเรียน

1.4 พฤติกรรมที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนจำเป็นต้องรู้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่ครูสอนให้หรือไม่ ครูจึงจำเป็นต้องศึกษาถึงพฤติกรรมที่จะแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

อนันต์ จันทร์กวี (2537: 256) ได้กล่าวว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะแสดงออกดังนี้

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนขึ้นในรูปใหม่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนมาในชั้นเรียน

2. สรุปความหมายของเรื่องให้เป็นกฎ หลักการ หรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

3. แปลงหรือเปลี่ยนรูป จากข้อความที่เป็นภาษา ให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ หรือจากสัญลักษณ์ให้เป็นภาพหรือกลับกัน

4. ชี้บ่งความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

5. แปลความหรือตีโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ว่า ข้อความนั้น ๆ กำหนดอะไรให้และต้องการถามเรื่องอะไร

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

1. สามารถสรุป อธิบาย หรือบอกความหมาย ของข้อความทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้คำพูดเป็นภาษาตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้

2. สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ในชีวิตประจำวันกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และสรุปเป็นกฎ หลักการ หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้เป็นกรณีทั่วไปได้

3. สามารถบอกความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนอย่างแท้จริง มีความสำคัญต่อการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูง มีนักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ แนวทางในการสอนเพื่อให้เกิดความเข้าใจ ดังต่อไปนี้

Parker (1993: 16-17) ได้กล่าวถึง ข้อเสนอแนะในการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจดังนี้

1. ส่งเสริมการคิดและสอนโดยใช้ปัญหา สร้างสถานการณ์ และการตั้งคำถาม

2. ครูต้องสร้างสถานการณ์เหมาะสม แล้วตั้งคำถาม ฟังการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนและให้ความสำคัญกับความสนใจของนักเรียนมากกว่าสอนมโนทัศน์ด้วยการอธิบาย

3. ครูต้องเตรียมประสบการณ์ที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนได้ค้นคว้าและพบกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์

4. ครูต้องเตรียมกิจกรรมที่สามารถทำความเข้าใจได้หลายระดับ เนื่องจากนักเรียนมีความสามารถแตกต่างกัน

5. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนทำงานร่วมกันในกลุ่มขนาดเล็กเพื่อให้ได้เรียนรู้ทั้งจากครูและจากเพื่อน

6. เมื่อนักเรียนไม่สามารถประสบความสำเร็จตามเป้าหมาย ครูต้องช่วยนักเรียนด้วยการตั้งคำถามหรือให้ปัญหาใหม่ที่ง่ายขึ้น

7. เนื่องจากนักเรียนอาจตอบคำถามถูกแต่ยังมีความเข้าใจพื้นฐานที่ไม่ถูกต้อง ครูต้องให้ความสนใจกับสิ่งที่นักเรียนคิดและเข้าใจ ด้วยการตรวจสอบความคิดและข้อมูลต่างๆ

8. เมื่อครูนำเสนอกิจกรรม ครูต้องทำแนวคิดหรือมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้กระจ่าง

9. ครูควรส่งเสริมนิสัยการตั้งคำถามให้แก่นักเรียน

10. ครูต้องช่วยนักเรียนพัฒนาการแก้ปัญหา

11. ครูต้องใช้คำที่กระตุ้นให้นักเรียนสร้างความคิดและเผชิญกับเรื่องที่เข้าใจไม่สมบูรณ์ และส่งเสริมให้นักเรียนนำความเข้าใจของตนเองไปใช้

12. ให้ความสำคัญกับการพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ โดยในการสอนครูควรเน้นการพัฒนามโนทัศน์เป็นอันดับแรก จากนั้นบัญญัติภาษาที่จะใช้ และสุดท้ายจึงเขียนเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

Perkins (1993 : 35) ได้กล่าวว่า การเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนอย่างแท้จริงนั้น ครูควรคำนึงถึงข้อเสนอแนะต่อไปนี้

1. ควรเรียนรู้ด้วยกระบวนการคิดเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนได้ปฏิบัติมากกว่าครู นั้นคือ ให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดที่เรียน เป็นแนวทางในการคิดด้วยของตนเอง ซึ่งถ้าหากนักเรียนไม่ได้ใช้ความคิดในเรื่องที่เรียนในทันที นักเรียนจะไม่สามารถสร้างความเข้าใจที่จะนำไปสู่การปฏิบัติได้

2. เตรียมการประเมินผลที่ต่อเนื่อง การประเมินผลการเรียนการสอนนั้นนักเรียนต้องทราบเกณฑ์ในการประเมิน ผลการประเมินและข้อเสนอแนะเพื่อให้การเรียนดีขึ้นกว่าเดิมและ

มีโอกาสในการสะท้อนความเข้าใจสิ่งที่ได้เรียนรู้ จากครู จากเพื่อน หรือจากตัวนักเรียนเอง โดยใช้เกณฑ์จากครูหรือที่นักเรียนร่วมกันกำหนดขึ้น ซึ่งการประเมินการเรียนรู้นั้นควรประเมินกระบวนการเรียนรู้ตั้งแต่เริ่มบทเรียนจนสิ้นสุดบทเรียน

3. ควรสนับสนุนการแสดงออกของนักเรียน ให้นักเรียนได้ใช้จินตนาการ เพราะการแสดงออกจะบ่งบอกถึงความเข้าใจในทางปฏิบัติของนักเรียน นอกจากนี้ครูต้องให้นักเรียนได้สร้างการแสดงออกด้วยตนเอง

4. เอาใจใส่ต่อปัจจัยการพัฒนา ตามทฤษฎีของนักจิตวิทยากลุ่มเพียเจต์ที่เชื่อว่าความเข้าใจของนักเรียนจะพัฒนาไปตามระดับพัฒนาการของโครงสร้าง ส่วนนักจิตวิทยากลุ่มเพียเจต์ใหม่ได้เสนอว่า ความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ซับซ้อนขึ้นอยู่กับโครงสร้างศูนย์กลางทางการคิด ดังนั้นในการจัดการเรียนสอนครูต้องเอาใจใส่ต่อปัจจัยเหล่านี้ และต้องไม่ยึดอายุของนักเรียนว่าสิ่งไหนควรเรียนหรือไม่ควรเรียนมากเกินไป

5. แนะนำวิธีการเรียนรู้เนื้อหาสาระแก่นักเรียน โดยการทำความเข้าใจมโนทัศน์และหลักการทั่วไปนั้นต้องไม่แยกออกจากกัน ในการสอนทั่วๆ ไปนักเรียนจะได้รับข้อเท็จจริง มโนทัศน์ และระเบียบวิธีการ แต่นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ อธิบาย แก้ปัญหา หรือศึกษาค้นคว้าเนื้อหาสาระวิชาน้อยมาก ดังนั้นครูต้องสอนเนื้อหาอย่างมีโครงสร้างและมีความสมเหตุสมผล

6. สอนเพื่อการถ่ายโยง การสอนเพื่อการถ่ายโยงเป็นการสอนที่มีความสัมพันธ์กับการสอนเพื่อความเข้าใจ การปฏิบัติที่แสดงถึงความเข้าใจต้องใช้ถ่ายโยง เพราะการถ่ายโยงทำให้นักเรียนค้นหาความรู้ที่ผ่านมา การค้นหาข้อพิสูจน์ การอธิบาย การค้นหาตัวอย่าง ซึ่งการปฏิบัติที่แสดงออกถึงความเข้าใจหลายอย่างอยู่นอกเหนือเนื้อหาสาระที่เรียน แต่เป็นการนำความรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนไปใช้ในชีวิตประจำวัน ดังนั้นครูต้องให้นักเรียนได้ปฏิบัติงานอย่างใดอย่างหนึ่งเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนไป

อัมพร ม้าคนอง (2546: 21) ได้กล่าวถึงแนวทางในการปฏิบัติการสอนเพื่อความเข้าใจ ดังนี้

1. สอนบนพื้นฐานความรู้เดิม

- พิจารณาความรู้พื้นฐานที่ผู้เรียนมี เพื่อตัดสินว่าควรจะสอนเสริมพื้นฐานในเรื่องใด ไม่ควรปล่อยให้การขาดความรู้พื้นฐานเป็นอุปสรรคหรือสิ่งกีดขวางโอกาสการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ
- ให้โอกาสผู้เรียนในการใช้ความรู้เดิมแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง
- เตรียมการสอนเนื้อหาใหม่ตามความรู้เดิมที่ผู้เรียนมี การเพิ่มหรือลดเนื้อหาบางเนื้อหาควรทำเพื่อจะเป็นประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน

2. เน้นการคิด

- เน้นกระบวนการคิด (Thinking Process) ทั้งในการสอนเนื้อหาและการนำไปใช้ เพื่อผู้เรียนจะได้เรียนรู้ในวิถีทางที่ตนถนัดและสามารถเข้าใจได้เป็นอย่างดี และเพื่อจะสามารถอธิบายหรือถ่ายทอดสิ่งที่เรียนรู้ให้ผู้อื่นได้อย่างมีเหตุผล

- ฝึกการคิดแก้ปัญหาโดยให้ผู้เรียนคิดค้นกลวิธีที่หลากหลาย เพื่อจะได้เปรียบเทียบกลวิธีเหล่านั้น ไม่ควรยึดขั้นตอนหรือวิธีการ (Algorithms) เฉพาะใด ๆ ในการให้ผู้เรียนแก้ปัญหา

3. ให้เวลาผู้เรียน

- ให้เวลาผู้เรียนในการคิด ไตร่ตรอง ทดลอง และสรุปในสิ่งที่คิด

- ให้เวลาผู้เรียนในการสื่อสารและอภิปรายร่วมกับผู้อื่น

- ผู้สอนควรใช้เวลาในการส่งเสริมการสร้างความคิด และการช่วยเหลือให้ผู้เรียนคิดไปในแนวทางที่ถูกต้อง แม้จะเป็นแนวทางที่นอกเหนือจากหลักสูตร

4. ให้โอกาสผู้เรียนอธิบายและแสดงเหตุผล

- ให้โอกาสผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความคิดของตนเองและผู้อื่น

- ผู้สอนควรแสดงความคิดเห็นในสิ่งที่ผู้เรียนอธิบาย และตั้งคำถามเพื่อให้ผู้เรียนคิดต่อ

5. พยามยามใช้คำถาม

- ใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการ เหตุผล และคำตอบที่ตนคิด

- ตั้งคำถามเพื่อให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่างระหว่างกลวิธีต่าง ๆ ที่ตนใช้

- ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นและฝึกให้ผู้เรียนคิดและตั้งคำถามถามเพื่อน

- สร้างคำถามที่แสดงให้เห็นว่าผู้สอนเห็นความสำคัญในความคิดหรือผลงานของผู้เรียนซึ่งจะเป็นการสร้างความภาคภูมิใจให้ผู้เรียน นอกเหนือจากมโนทัศน์และทักษะที่ผู้เรียนได้

6. คาดหวังการโต้แย้ง

- ผู้เรียนควรได้รับการฝึกการโต้แย้งอย่างสุภาพหากไม่เห็นด้วยกับความคิดของผู้อื่น ซึ่งเมื่อโต้แย้งแล้วควรต้องรับฟังคำอธิบายจากเจ้าของความคิด ตลอดจนรู้จักเคารพความคิดของผู้อื่น

- การโต้แย้งจะนำมาซึ่งการคิดวิเคราะห์ในระดับที่ลึกซึ้งมากขึ้น อันจะก่อให้เกิดความรู้ที่ชัดเจนและพิสูจน์ได้ ผู้สอนจึงควรฝึกการคิดเชิงโต้แย้งที่ถูกต้องเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสใช้ในชั้นเรียน

7. นำเสนอแนวการเรียน

- ผู้สอนควรนำเสนอวิธีการทำความเข้าใจเนื้อหา และเทคนิคการบันทึกเนื้อหาไว้ทบทวนภายหลัง ตลอดจนแนวการเรียนที่เป็นประโยชน์อื่น ๆ

- ผู้สอนควรแนะนำให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้อย่างสม่ำเสมอ เพื่อจะทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น ซึ่งจะเป็นพื้นฐานที่ดีในการเรียนเนื้อหาระดับสูงขึ้น

8. จัดและสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมในชั้นเรียน

- ใช้การจัดชั้นเรียนรูปแบบต่าง ๆ เช่น กลุ่มเล็ก กลุ่มใหญ่ กลุ่มตามความสามารถ และกลุ่มตามความสนใจในเนื้อหาเฉพาะ

- จัดให้มีการแสดงผลงานของแต่ละกลุ่มย่อย เพื่อให้ทุกคนในชั้นร่วมแสดงความคิดเห็นในผลงานของแต่ละกลุ่มย่อย

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางในการการสอนเพื่อความเข้าใจ ครูควรคำนึงถึง พื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน สอนโดยเน้นการคิด ให้เวลาและโอกาสเพื่อให้ผู้เรียนได้อธิบายและแสดงเหตุผล จากการตอบคำถาม พร้อมทั้งนำเสนอแนวการเรียน และสร้างบรรยากาศให้เหมาะสมในชั้นเรียน

1.6 แนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน

ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน เป็นทฤษฎีที่ได้จากการสังเกตพัฒนาการความเข้าใจของนักเรียนในขณะเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียนหลาย ๆ ครั้ง จนเกิดเป็นแนวคิดของทฤษฎี ซึ่งในทฤษฎีนี้อธิบายถึงคำจำกัดความของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ (Pirie & Kieren, 1994:61)

ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน เป็นทฤษฎีที่อธิบายถึงกระบวนการที่แสดงการเกิดพัฒนาการความเข้าใจในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ซึ่งกระบวนการนี้ประกอบด้วย 8 ระดับ (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 21) ดังนี้

ระดับที่ 1 เรียกว่า ความรู้เดิม (Primitive Knowing) เป็นการเข้าใจระดับแรกที่เป็นจุดเริ่มต้น แต่ไม่จำเป็นต้องเป็นคณิตศาสตร์ในระดับต่ำ ความรู้ระดับนี้เป็นความรู้ที่ผู้สอนเชื่อว่าผู้เรียนทุกคนต้องมี

ระดับที่ 2 เรียกว่า การสร้างภาพ (Image Making) ระดับนี้ผู้เรียนจะใช้ความสามารถที่มีอยู่กับเงื่อนไขหรือสถานการณ์ใหม่ ซึ่งอาจเป็นการเขียนแสดงด้วยภาพ (Pictorial Representation)หรือด้วยวิธีอื่นๆ เช่น การพับกระดาษเพื่อแสดง "หนึ่งหน่วย" "ครึ่งหน่วย" "หนึ่งในสี่หน่วย" และการใช้คำหรือภาษาที่เกี่ยวข้อง

ระดับที่ 3 เรียกว่า การเกิดภาพในใจ (Image Having) เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดภาพในใจเกี่ยวกับกิจกรรมที่ทำในขั้นก่อนๆ ภาพทางความคิดจะแทนที่ภาพในทางปฏิบัติทั้งหมดซึ่งผู้เรียนใช้ภาพในใจเหล่านี้ในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างของการเรียนรู้ในขั้นนี้คือ ผู้เรียนบอกได้ว่า เศษส่วนบอกถึงขนาดหรือความใหญ่ของส่วนที่ถูกแบ่งหรือพับ

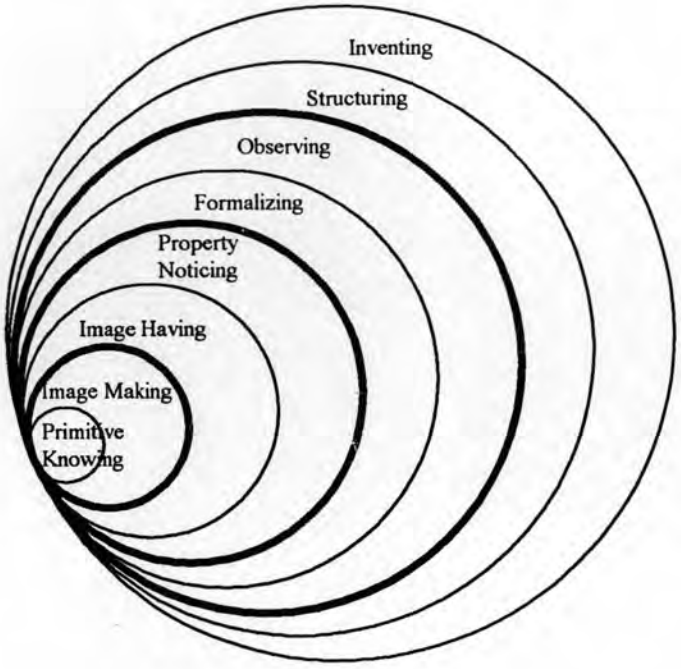
ระดับที่ 4 เรียกว่า การสังเกตสมบัติ (Property Noticing) ผู้เรียนสามารถตรวจสอบสมบัติเฉพาะและสมบัติที่เกี่ยวข้องของภาพทางความคิด ซึ่งรวมถึงการสังเกตความแตกต่าง การรวมหรือเชื่อมระหว่างภาพต่างๆ การคาดคะเนว่าภาพเหล่านั้นเกิดขึ้นได้อย่างไร และจดบันทึกความสัมพันธ์เหล่านั้นได้อย่างไร เช่น การสังเกตว่าเศษส่วนแบ่งครึ่งเกิดจากการรวมกันของเศษส่วนแบ่งครึ่งอื่นๆ เป็นต้นว่า $\frac{1}{2}$ เกิดจาก $\frac{1}{4}$ รวมกับ $\frac{1}{4}$ ซึ่ง $\frac{1}{4}$ เป็นเศษส่วนแบ่งครึ่งอีกประเภทหนึ่ง

ระดับที่ 5 เรียกว่า การจัดระเบียบ (Formalizing) สมบัติที่สังเกตได้ในขั้นนี้ผู้เรียนจะนำสมบัติที่สังเกตได้ในขั้นก่อนมาวิเคราะห์และจัดระเบียบเพื่อรวบรวมเป็นกฎหรือหลักการทั่วไป

ระดับที่ 6 เรียกว่า การสังเกต (Observing) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถสังเกตสิ่งที่ได้จัดระเบียบไปแล้ว เพื่อนำมาจัดระบบและหาข้อสรุป เช่น การสังเกตเพื่อหาข้อสรุปว่า ไม่มีเศษส่วนที่แบ่งครึ่งที่เล็กที่สุด เนื่องจากจะสามารถแบ่งครึ่งไปได้เรื่อยๆ

ระดับที่ 7 เรียกว่า การสร้างโครงสร้าง (Structuring) ในขั้นนี้ ผู้เรียนพยายามอธิบายสิ่งที่สังเกตได้อย่างมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล โดยการค้นหาความสัมพันธ์และสร้างโครงข่ายของความสัมพันธ์เหล่านั้น ระดับนี้เป็นระดับที่ความรู้ความสามารถถูกพิสูจน์ได้ เช่น พิสูจน์ว่าเศษส่วนแบ่งครึ่งมีสมบัติปิดภายใต้การบวก

ระดับที่ 8 เรียกว่า การสร้าง (Inventising) ในขั้นนี้ ผู้เรียนมีความรู้อย่างเป็นโครงสร้างที่สมบูรณ์ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง และความเข้าใจนี้อาจนำมาซึ่งมโนทัศน์ใหม่ แสดงดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 รูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน

ที่มา: Pirie & Kieren, 1994:63

ลักษณะที่สำคัญของทฤษฎี คือ เป็นการอธิบายพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความเข้าใจที่มีลักษณะเป็นพลวัตหรือระดับ แต่ไม่เป็นเชิงเส้น และเป็นกระบวนการจัดการความรู้ของบุคคลที่เปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ (Dynamic Organizing Process) ซึ่งระดับความเข้าใจในระดับต่าง ๆ จะฝังตัวอยู่กับความเข้าใจในระดับอื่น ๆ ทั้งที่เกิดขึ้นก่อนและเกิดขึ้นภายหลัง แสดงดังแผนภาพที่ 1 การทำความเข้าใจอาจเปลี่ยนกลับไปมาระหว่างระดับต่าง ๆ ได้ เมื่อผู้เรียนเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถแก้ไขได้ทันที ผู้เรียนอาจย้อนกลับไปในระดับความเข้าใจที่มาก่อนเพื่อใช้ความเข้าใจนั้นเป็นพื้นฐานในการคิดต่อ การย้อนกลับเป็นกระบวนการที่จำเป็นและเกิดขึ้นภายในตัวบุคคล ที่ไม่สามารถแยกออกจากบริบทของความรู้ที่สะสมอยู่บนพื้นฐานของประสบการณ์ที่ผ่านมา การกลับไปสู่การทำความเข้าใจในระดับก่อนหน้านี้เรียกว่า **"การย้อนกลับ"** (Folding back) การย้อนกลับในลักษณะนี้ทำให้ระดับความเข้าใจเดิมได้รับอิทธิพลจากปัญหาหรือสถานการณ์ จึงอาจทำให้ความเข้าใจเดิมเปลี่ยนไปด้วย ดังนั้นการจะพัฒนาระดับความเข้าใจให้สูงขึ้นจึงไม่สามารถทำให้จบสมบูรณ์ทีละระดับได้ แต่จะต้องมีการย้อนกลับไปมาในระดับความเข้าใจนั้น ๆ

ปัจจัยที่ช่วยให้เกิดการย้อนกลับในลักษณะนี้มี 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. ปัจจัยเกี่ยวกับความถูกต้อง (Validating Intervention) ที่จะทำให้ผู้เรียนแสดงว่าตนเองคิดหรือทำอะไรอยู่ และทำไมคิดเช่นนั้น

2. ปัจจัยที่กระตุ้นการเรียนรู้ (Provocative Intervention) ซึ่งผลักดันให้ผู้เรียนขยายความเข้าใจสู่สถานการณ์ใหม่หรือระดับความเข้าใจด้านนอก

3. ปัจจัยที่เป็นเครื่องกีดขวาง (Invocative Intervention) ซึ่งเป็นอุปสรรคต่อความเข้าใจและทำให้ผู้เรียนต้องย้อนกลับไประดับความเข้าใจข้างในก่อน

นอกจากนี้ทฤษฎียังมีลักษณะเด่นอีกประการคือ เป็นการอธิบายถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยไม่ต้องใช้สิ่งอ้างอิงหรือมโนทัศน์พื้นฐาน แต่สามารถดำเนินการได้โดยใช้ปัญญาและสัญลักษณ์ จากแผนภาพที่ 1 ทฤษฎีอธิบายความสามารถดังกล่าวด้วยวงทึบ (Bold Ring) หมายถึง ขอบเขตที่ไม่จำเป็น ตัวอย่างเช่น เมื่อนักเรียนเกิดภาพ (Image Having) ในระดับที่ 3 นักเรียนจะไม่ต้องการตัวอย่างเฉพาะของการสร้างภาพ (Image Making) ในระดับที่ 2 และนักเรียนมีความเข้าใจเป็นอิสระจากความรู้เดิม (Primitive Knowing) ในระดับที่ 1 และเมื่อนักเรียนมีการจัดระเบียบ (Formalizing) ในระดับที่ 5 นักเรียนก็จะไม่ต้องการภาพหรือความหมายเชิงรูปธรรมอีกต่อไป จนในที่สุดเมื่อนักเรียนสามารถเข้าถึงการสร้างโครงสร้าง (Structuring) ในระดับที่ 7 ได้ นักเรียนก็จะไม่ต้องการความหมายเชิงรูปธรรม หรือขั้นตอน วิธีการการทำงานที่เป็นแบบแผนอีก ซึ่งวงทึบดังกล่าวจะปรากฏอยู่ข้างในของการเกิดภาพ (Image Having) ในระดับที่ 3 การจัดระเบียบ (Formalizing) ในระดับที่ 5 และการสร้างโครงสร้าง (Structuring) ในระดับที่ 7(Pirie & Kieren, 1994)

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์

คำว่า "มโนทัศน์" มีความหมายเช่นเดียวกับคำว่า ความคิดรวบยอด มโนคติ มโนมติ มโนภาพ สังกัป หรือ "Concept" ในภาษาอังกฤษ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 11) ซึ่งความหมายของมโนทัศน์นั้น นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Hurd (1970: 3) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ เป็นการสังเคราะห์หรือนำข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันมาประกอบเข้าด้วยกัน เพื่อให้เกิดความหมายที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจและมโนทัศน์เป็นผลผลิตที่ได้จากการจินตนาการ การใช้ความคิดหรือการตัดสินใจอย่างมีเหตุผลจนทำให้เกิดการรอบรู้อย่างลึกซึ้ง โดยใช้กระบวนการทางสมอง

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Good (1973: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิด หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

Goodwin and Klausmeier (1975: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับคุณลักษณะของสิ่งหนึ่ง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ นั้นออกจากสิ่งอื่นได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้

Fieldman (1987: 210) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นการจัดกลุ่มสิ่งของ เหตุการณ์ หรือคนที่มีคุณสมบัติคล้ายกันเข้าด้วยกัน ทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น สามารถจำแนกสิ่งใหม่ ๆ ที่พบเห็นให้อยู่ในรูปตามที่เข้าใจจากประสบการณ์ที่ผ่านมา

McCow and Roup (1992: 338) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ การสังเกตวัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกัน หรือเหมือนกัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกันและสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

Arends (1994: 299) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้น ๆ

Woolfolk (1995: 286) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ หมวดหมู่ข้อความชุดหนึ่งที่เกิดจากการจัดกลุ่มเหตุการณ์ที่สอดคล้องกับแนวคิด วัตถุ หรือบุคคลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

พรรณี ชูชัย เจนจิต (2538: 423) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือ ความเข้าใจของคนที่จะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้าและสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นพวกเดียวกัน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2541: 303) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือ คำที่เป็นนามธรรม ใช้แทนสัตว์ วัตถุ หรือสิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญเป็นเกณฑ์

นาตยา ปิลันธนานันท์ (2542: 8) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ ในองค์ความรู้ซึ่งไม่ใช่ความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง ซึ่งอาจแสดงออกมาในรูปของคำหรือกลุ่มคำ

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546: 120) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามาเป็นรูปเป็นแบบอันเดียวกัน

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกันซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น

จากความหมายของมโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความหมายไว้ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ที่เกิดจากการสังเกตหรือประสบการณ์ โดยสามารถจัดกลุ่มสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะเดียวกันเข้าด้วยกัน และแยกประเภทของสิ่งต่าง ๆ ที่แตกต่างออกจากกันได้

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบ สิ่งหนึ่งที่ครูคาดหวังให้เกิดขึ้นกับนักเรียน คือ การที่นักรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหานั้น ๆ เนื่องจากมโนทัศน์เป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจเพียงใด สามารถนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหากับสิ่งที่เผชิญอยู่ได้หรือไม่ ดังนั้น การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญและจำเป็น ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

De Cecco (1968: 402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกันเราก็สามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใดเหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้รู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสาร ในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

Cooney, Davis and Henderson (1975: 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ

1. เราสามารถให้เหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนตรรกยะก็สามารถบอกได้ว่า จำนวนหนึ่ง ๆ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์ทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

ศิริวรรณ ศรีพหล (2536: 183) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญ ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจ มโนทัศน์ทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เพราะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการ การเรียนรู้การแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ จัดเป็นการเรียนรู้ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งหมด

นวลจิตต์ เชาวกรีติพงศ์ (2537: 57) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้

การเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้เรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 58-59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็น กรอบต้นแบบ หรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่า น่าจะเป็น สิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์นักการศึกษาและนักวิชาการ สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ เนื่องจากมโนทัศน์เป็นรากฐานของการคิดในการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องกันได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น พร้อมกันนั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.3 ประเภทของมโนทัศน์

มโนทัศน์สามารถจำแนกได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับว่าจะใช้เกณฑ์ใดในการจำแนก จากการศึกษาพบว่านักการศึกษาหรือนักวิชาการได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

De Cecco (1968: 390-398 อ้างถึงใน ชูชีพ อ่อนโคกสูง, 2522: 102-103) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยงลักษณะ (Conjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เป็นมโนทัศน์ที่เรียนได้ง่าย

2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่ใช้ได้ตั้งแต่สองความหมายขึ้นไป จะหมายถึงอะไรขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เลือกเป็นมโนทัศน์ที่ยากกว่ามโนทัศน์แรก

3. มโนทัศน์ชนิดสัมพันธ์ (Relation Concept) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์กันระหว่างลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ เป็นมโนทัศน์ที่ยากในการที่จะเรียนรู้

George and et al. (1974: 100) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ที่สามารถสังเกตได้ (Observable Concepts) คือ มโนทัศน์ที่สามารถเรียนรู้ผ่านการสังเกตตัวอย่างเฉพาะของมโนทัศน์ หรือการสังเกตสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract Concepts) คือ มโนทัศน์ที่แสดงความสัมพันธ์ของสิ่งใด ๆ ถูกสร้างขึ้นโดยการนิยาม อาจค่อนข้างยากสำหรับเด็กในการสร้างความเข้าใจเพราะว่ามโนทัศน์ดังกล่าวถูกนำเสนอผ่านการพูดหรือการเขียน

Hulse (1980 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534: 104) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Welldefined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้เราจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Illdefined Concept) เป็นรายการของสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คะน้า แตงกวา บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา (2531: 3-4) ได้ใช้เกณฑ์ในการจำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท คือ 1. จำแนกตามลักษณะมโนทัศน์ 2. จำแนกตามการตีความหมาย และ 3. จำแนกตามลำดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. จำแนกตามลักษณะมโนทัศน์ได้ 3 ลักษณะ คือ

1.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะรวมกัน (Conjunctive Concepts) คือ มโนทัศน์ที่อาศัยลักษณะต่าง ๆ ที่เหมาะสมมารวมกันอยู่ครบถ้วน ทั้งในรูปของจำนวนและค่าของมันนับเป็นมโนทัศน์พื้นฐานที่ใช้กันทั่วไป เช่น แว่นตา ปากกา สุนัข เป็นต้น และลักษณะรวมกันเป็นมโนทัศน์อย่างใดอย่างหนึ่งนี้ทำให้มโนทัศน์ของอย่างหนึ่งแตกต่างจากอีกอย่างหนึ่ง

1.2 มโนทัศน์เน้นลักษณะประกอบกัน (Disjunctive Concepts) ได้แก่ มโนทัศน์ที่มีลักษณะสำคัญ ๆ ประกอบกัน เช่น วงกลมสีแดง หรือ และสีเขียว ซึ่งแสดงว่าต้องมีลักษณะรูปวงกลมเป็นพื้นฐานอยู่ ส่วนสีนั้นอาจเป็นสีใดสีหนึ่งหรือทั้งสองสีก็ได้

1.3 มโนทัศน์แบบเน้นลักษณะสัมพันธ์ (Relational Concepts) คือ มโนทัศน์ที่ไม่เน้นลักษณะร่วมกันหรือประกอบกัน แต่เน้นความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะต่าง ๆ เช่น ระยะทาง ทิศทาง ความเร็ว เวลา เป็นต้น

2. จำแนกมโนทัศน์ตามแบบการตีความหมาย การตีความหมายอาจเกิดขึ้นได้จากทั้งประสบการณ์ส่วนตัวบุคคลหรือจากการใช้เกณฑ์กลาง คือ ความคิดเห็นของคนจำนวนมากที่ประเมินไว้ร่วมกัน โดยการตีความหมายอาจจำแนกได้ 3 ลักษณะ คือ

2.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะรวมกัน (Conjunctive Concepts) คือ ตามบทบาทหน้าที่ของมโนทัศน์ (Functional Concepts)

2.2 ตามโครงสร้างของมโนทัศน์ (Structural Concepts) เช่น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ รูปที่มีเส้นตรง 3 เส้นที่มีความยาวเท่ากันทั้งสามด้าน มาประกอบกันจนเกิดรูปปิดก็คือรูปสามเหลี่ยมด้านเท่านั้นเอง

2.3 ตามลักษณะหรือพฤติกรรมของมโนทัศน์ (Descriptive or Behavioral Concepts) เช่น ช่างกล คือ ผู้ที่ทำงานด้านเครื่องยนต์กลไก เป็นต้น

3. จำแนกตามระดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ (Degree of Complexity) หมายถึงลักษณะที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมของมโนทัศน์ต่าง ๆ

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ในแต่ละวิชานั้นอาจไม่เหมือนกัน แต่สรุปได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่มและการสรุปความแคบ ความกว้าง

2. ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏ การแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้ง และทิศทาง

3. ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของ หรือเหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้น

ประยูร อาษานาม (2537: 21) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concept) เป็นการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามขนาด รูปร่างและสี โดยคนเราสามารถรับรู้ สัมผัสได้

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concept) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549: 33) ได้จำแนกประเภทมโนทัศน์ไว้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากประเภทของมโนทัศน์ที่กล่าวมา สรุปได้ว่ามโนทัศน์สามารถแบ่งออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้ตามเกณฑ์การจำแนกของแนวคิดของแต่ละบุคคล หรือตามลักษณะทั่วไปและลักษณะเฉพาะที่เป็นส่วนประกอบของสิ่งที่ต้องการจำแนก

2.4 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Good (1959: 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ หรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Bell (1981: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างคณิตศาสตร์ มี 3 แบบ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ตัวเลขแต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200 , 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง 200 + 70 + 5

3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น

Eggen and Kauchak (1995: 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และขนานกัน เป็นต้น

Toumasis (1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

Schwarz and Hershkowitz (1999: 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

โสภณท์ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดในเชิงนามธรรม คือเป็นความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

เมธี ลิมอักษร (2524: 4) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบยอด คุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมสิ่งที่เราประสบพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น เราให้ความหมายของรูปสามเหลี่ยม หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่ประกอบด้วย ด้านสามด้านและเขียนสัญลักษณ์ $\triangle$ แทนรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2547ข: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่า เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความหมายไว้ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ ทำให้สามารถจัดประเภท แยกแยะ รวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ โดยสามารถอธิบายความคิด ความเข้าใจนั้นได้ด้วยคำพูด หรือสัญลักษณ์

2.5 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Ausubel (1968: 517) ได้กล่าวไว้สรุปว่า กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะแบ่งออกเป็น 2 อย่าง คือ

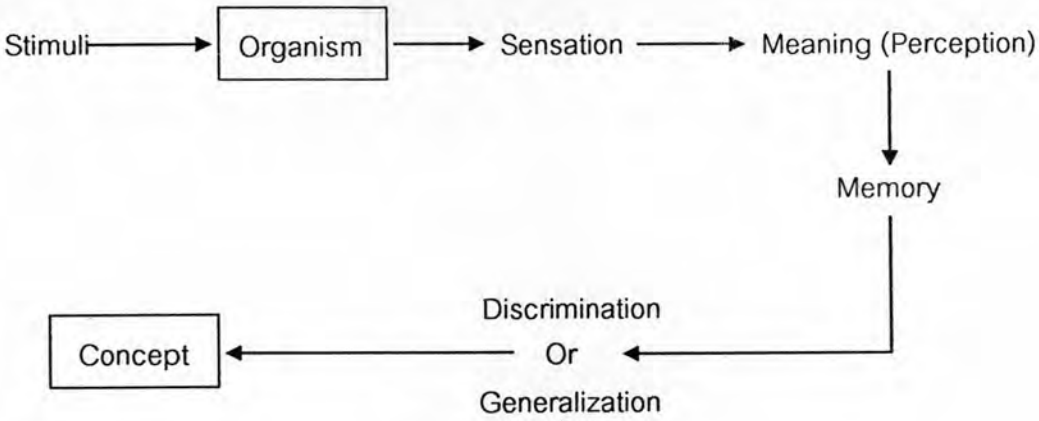
1. การสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation) หมายถึง การเรียนรู้มโนทัศน์จากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบ หรือใช้วิธีการอุปมาน (Inductive Process) ตัวอย่างเช่น เด็กที่เรียนรู้มโนทัศน์ของเครื่องใช้ชีวิตประจำวัน เช่น หมวก และรองเท้า โดยการมีประสบการณ์ว่า ถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น

2. การแตกย่อยมโนทัศน์ (Concept Assimilation) หมายถึง กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์แบบอนุมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมกับตัวอย่างของมโนทัศน์และคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของมโนทัศน์นั้น เด็กโตและผู้ใหญ่ใช้กระบวนการ Concept Assimilation นี้

ปราณี รามสูต (2528: 138) มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์ และกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์นั้น เกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเอาเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้น ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสาน (Integration) กันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้น ๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร (Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generation) ลักษณะของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55-56) กล่าวว่า คนเราจะเรียนรู้มโนทัศน์ไม่ได้เลยถ้าไม่มีประสบการณ์ ดังนั้น บุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมีมโนทัศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน โดยการเรียนรู้มโนทัศน์จะเริ่มขึ้นเมื่ออินทรีย์ (Organism) ได้รับการกระตุ้นจากสิ่งเร้า (Stimuli) ก็จะเกิดการรับรู้ (Sensation) และการตีความ (Meaning) ในตอนนี้นักเรียนจะเกิดการ

รับรู้อย่างมีความหมาย (Perception) แล้วเก็บความรู้นี้ไว้ในความทรงจำ (Memory) ต่อมาเมื่อได้รับสิ่งเร้าใหม่ ก็จะเกิดการรับรู้ เปรียบเทียบภาพของสิ่งเร้าใหม่กับสิ่งเร้าเดิม ซึ่งนักเรียนอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก แต่ถ้าครูบอกว่าสิ่งเร้าใหม่นี้คืออะไร ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถแยกแยะความแตกต่าง (Discrimination) ระหว่างสิ่งเร้าเดิมกับสิ่งเร้าใหม่ทันที และยังได้รับเก็บการรับรู้ที่มีความหมายเกี่ยวกับสิ่งเร้าใหม่ไว้ในความทรงจำอีกด้วย ต่อมาเมื่อนักเรียนได้รับสิ่งเร้าอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก แต่มีลักษณะแตกต่างออกไป เช่น อาจจะมีสี หรือขนาดรูปร่างต่างกัน เมื่อครูบอกว่าสิ่งเร้านี้เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก นักเรียนก็จะสามารถสรุปมโนทัศน์ของสิ่งเร้าแรกได้ ซึ่งสรุปขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์ได้ดังแผนภาพที่ 2



แผนภาพที่ 2 ขั้นตอนการเรียนรู้มโนทัศน์
ที่มา: นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55-56)

จากการเรียนรู้มโนทัศน์ที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้กล่าวไว้ข้างต้น อาจสรุปได้ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคลนั้น นักเรียนจำเป็นต้องมีประสบการณ์เดิมหรือพื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์ และครูต้องคำนึงถึงระดับสติปัญญา ความแตกต่างของแต่ละบุคคลด้วย

2.6 การพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก ถ้าเรียนรู้มโนทัศน์ใดแล้วย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้เรื่อย ๆ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 10) ดังนั้นการสอนจึงควรให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ เพื่อจะได้นำไปใช้ในการเรียนระดับสูงและประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิต นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

De Cecco (1968: 416-418) ได้เสนอว่าการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์นั้น ควรปฏิบัติเป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว

2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่น ๆ (Dominance of attribute) ของมโนทัศน์มาสอนหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย

3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานดำหรือบอร์ดก็ได้

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positive and Negative) กับมโนทัศน์ที่จะสอน

5. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็น แล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่

6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถาม และให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนแล้ว

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและตรวจงานนักเรียน เพื่อรายงานผลให้เขาทราบและให้การเสริมแรงอื่น ๆ

Klausmeier and Ripple (1971: 422-423) ได้แนะนำวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concept) ผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น

2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Estabish the correct terminology for concepts, attribute and instances) ให้ผู้เรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concepts to be learned)

4. การพิจาณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instances of concepts)

5. ส่งเสริม และแนะนำเด็กให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งยั่วยุให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนมโนทัศน์นั้น (Provide for use of the concept) โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ

7. ให้ผู้เรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) หากยังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547ข: 64) ได้นำเสนอโมเดลการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้าง ข้อมูลอาจมาจากผู้เรียน ผู้สอนหรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน ในขั้นนี้ ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้ เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) ผู้เรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่ม เพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the Category) จากกลุ่มข้อมูลที่ผู้เรียนจัดได้ในขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายว่าสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่าง ๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ชาญชัย อาจินสมาจารและจินดา สิทธิฤทธิ์ (2533: 44) ได้กล่าวถึงการสอนเพื่อ

ให้เกิดมโนทัศน์ โดยเสนอหลักการดังนี้

1. ทำความเข้าใจว่า เนื้อเรื่องนั้น ๆ ควรจะให้มโนทัศน์อะไรแก่ผู้เรียนที่เป็นแก่นแท้หรือหลักการและต้องให้เป็นไปตามขั้นตอนของการให้มโนทัศน์

2. พยายามให้ผู้เรียนได้เกิดมโนทัศน์ โดยต้องหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสม ซึ่งอยู่ที่ไหวพริบและเทคนิคของผู้สอน

3. ในการสอนหลังจากผู้เรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว ผู้สอนและผู้เรียนต้องช่วยกันสรุปในหลักการอีกครั้ง ในการสอนผู้สอนต้องใช้ทักษะในการสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ โดยต้องพยายามใช้เทคนิคในการตั้งคำถาม การอภิปรายและสรุปรวบยอดของคำตอบ เพื่อให้เข้าสู่มโนทัศน์นั้น ๆ ให้ได้

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
2. รู้จักเปรียบเทียบความต่าง และความคล้าย
3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ และประโยชน์
4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่
5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และประโยชน์ที่จะนำไปใช้

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 22) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ ซึ่ง 2 แบบ คือ การสอนแบบ Deductive และ Inductive ดังนี้

การสอนแบบ Deductive มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้ผู้เรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
4. ให้ผู้เรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
5. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบ Inductive มีขั้นตอนคือ

1. ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้แก่ผู้เรียน
2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

3. ให้ผู้เรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้นให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้

4. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบาย ความหมาย ของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นหมายความว่าอย่างไร

อัมพร ม้าคนอง (2546: 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

ขั้นการวางแผนการสอน ผู้สอนควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้ผู้เรียนเรียนรู้

ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้

การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้ผู้เรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้ของผู้เรียน

ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังนี้

ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์ การสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่นและการใช้มโนทัศน์

ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จากแนวคิดเกี่ยวการสอนมโนทัศน์ที่นักการศึกษาได้เสนอไว้ สรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น สามารถทำได้หลายวิธีและขึ้นอยู่กับหลาย ๆ ปัจจัย เช่น การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน วิธีการสอน สื่อการเรียนการสอน การประเมินผลเป็นต้น

2.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจนเกิดมโนทัศน์แล้ว การวัดประเมินผลเป็นสิ่งสำคัญในการตรวจสอบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์มากน้อยเพียงใด ซึ่งการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษากล่าวถึงไว้ดังนี้

Wilson (1971: 645-670) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ โดยที่ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ วัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ดังนั้นข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่มีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ข้างต้น สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ เป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยมิใช่เป็นการหาผลลัพธ์ของปัญหานั้น ๆ

3. ความคงทนในการเรียน

3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน

ปัจจัยที่สำคัญและจำเป็นอย่างมากในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ได้ดี คือการที่ผู้เรียนต้องอาศัยความรู้พื้นฐานเดิมในการเรียนเนื้อใหม่ในระดับสูงที่มีเนื้อหาต่อเนื่องกัน ซึ่งความรู้พื้นฐานเดิมเหล่านี้เกิดจากการเรียนรู้และเก็บไว้ในความทรงจำ หรือที่เรียกว่าความคงทนในการเรียน นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ดังนี้

Adams (1967: 9) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียน สรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการคงไว้ซึ่งผลทางการเรียน หรือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมาหรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้ว หลังจากทิ้งช่วงไประยะเวลาหนึ่ง

Gagne (1977: 36) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ซึ่งเป็นความสามารถในการเก็บรักษา หรือสะสมสิ่งที่ได้เรียนรู้ให้คงทนอยู่ หรือกลายเป็นความจำระยะยาว

I23468506

สุชา จันทร์เอม (2531: 181) ได้กล่าวถึงความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า ความคงทนในการเรียน คือ การเก็บหรือรักษา การรับรู้ และความเข้าใจที่เกิดจากการรับรู้และเข้าใจโดยผ่านประสาทสัมผัสต่าง ๆ

บุญศิริ สุวรรณเพ็ชร์ (2538: 433) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง สิ่งที่ยังคงเหลืออยู่ เป็นผลลัพธ์ของประสบการณ์ ก่อให้เกิดพื้นฐานการเรียนรู้ การจำได้ นิสัย ทักษะ และพัฒนาการทุกด้าน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2544: 250) กล่าวไว้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการเก็บสิ่งที่เรียนรู้และประสบการณ์ไว้

จากความหมายของความคงทนในการเรียนที่นักการศึกษาให้ไว้ อาจสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียน หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการเก็บรักษาหรือสะสมสิ่งที่ได้เรียนรู้ให้คงอยู่ และสามารถระลึกถึงสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้หรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ระยะหนึ่ง

3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนไว้ ดังนี้

Hulse and others (1984: 300) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความคงทนในการเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด เนื่องจากผลของประสบการณ์การเรียนจะต้องได้รับการเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ

Gordon (1989: 195-196) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียน สรุปได้ว่า ความจำมีบทบาทต่อพฤติกรรมต่าง ๆ ที่เรากระทำในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นการเดินหรือการสนทนา ในการแสดงพฤติกรรมแต่ละขั้นตอนที่เราคิดว่าเป็นสิ่งที่เรากระทำโดยอัตโนมัตินั้นเป็นผลมาจากการมีความคงทนในการเรียนทั้งสิ้น

Purdy and others (2001: 2) ได้ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความจำมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต สำหรับสัตว์หมายถึง

ความสามารถในการจำแหล่งอาหาร และที่ซ่อนของศัตรู สำหรับมนุษย์หมายถึงความสามารถในการเรียนรู้ที่จะพูด อ่าน เขียน ขับรถ และใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ เป็นต้น หากการดำรงชีวิตของมนุษย์ดำเนินไปโดยไม่มีการเรียนรู้และการจำ ชีวิตจะไม่มีอดีตหรืออนาคต แล้วเราจะทำสิ่งนั้น ๆ ซ้ำ ๆ ไม่ว่าสิ่งนั้นจะมีประโยชน์หรือไม่

ชัยพร วิชชาวุธ (2518: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การจดจำเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่คนรับรู้ มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการดำรงชีวิตและการปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อม เราจะจำชื่อตัวเองจำบ้านที่อยู่ของตน จำญาติพี่น้องและเพื่อนฝูง จำสิ่งที่เคยเกิดขึ้นในอดีตว่าถ้าทำอย่างนั้นแล้วจะเกิดผลอย่างนี้ จำความคิดและความตั้งใจที่จะทำอะไร ฯลฯ ความต่อเนื่องกันของการดำรงชีวิต และการรู้จักเลี่ยงสิ่งที่ตนไม่ชอบหรือสิ่งที่เป็นภัยอันตรายแก่ตน ย่อมจะเกิดขึ้นไม่ได้หากคนเราปราศจากความจำ

จากความคิดเห็นของนักการศึกษาดังกล่าวสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต โดยเฉพาะอย่างยิ่งมนุษย์ต้องอาศัยการจำในการเรียนรู้ ดังนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนอย่างแท้จริง จึงจำเป็นต้องศึกษาความรู้เกี่ยวกับการจำด้วย

3.3 ความหมายของการจำ

Lachman, Lachman และ Butterfiled (1979 อ้างถึงใน โยธิน สันสนยุทธ, 2533: 96) กล่าวไว้ว่า การจำ หมายถึง การเก็บรักษาข้อมูลไว้ระยะหนึ่ง ช่วงระยะเวลาที่ข้อมูลถูกเก็บรักษาเอาไว้นั้นอาจจะเป็นเวลาน้อยกว่าหนึ่งวินาที หรืออาจจะยาวตลอดชีวิต

Myer (1992: 253) กล่าวว่า การจำ คือ สิ่งที่ใช้เป็นตัวบ่งชี้ถึงการคงอยู่ของสิ่งที่ได้เรียนรู้

Anderson (1995: 5) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง การบันทึกประสบการณ์ให้มีความคงทน ซึ่งอาศัยการเรียนรู้เป็นพื้นฐาน

สุชา จันทร์เอม (2531: 181) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ คือ สภาพหรืออาการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้วออกมาแสดงให้เห็นอีกในปัจจุบัน อธิบายอีกนัย

หนึ่ง ก็คือ การที่บุคคลสามารถถ่ายทอดสิ่งที่เคยรับรู้ และเก็บเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ประสบมาแล้วออกมาได้อย่างถูกต้อง

จิรภา เต็งไตรรัตน์และคณะ (2544: 138) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถคงสิ่งที่ได้เรียนรู้และระลึกได้ การจำเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ เช่นเดียวกับการรับรู้ การคิด พฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายในจิตใจนี้เป็นพฤติกรรมภายในไม่สามารถสังเกตเห็นได้โดยตรง

สุรางค์ โค้วตระกูล (2544: 250) กล่าวไว้ว่า ความจำ คือ ความสามารถที่จะเก็บสิ่งที่เรียนรู้ไว้ได้เป็นเวลานานและสามารถค้นคว้ามาใช้ได้หรือระลึกได้

ถวิล ธาราโภชน์ และศรันย์ ดำริสุข (2545: 93) กล่าวถึงความหมายของการจำว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวต่าง ๆ ไว้ในตัวของเราและระลึกออกมาเมื่อมีการอ้างถึงเรื่องนั้น ๆ

จากความหมายของการจำดังที่กล่าวข้างต้น อาจสรุปได้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวที่ได้เรียนรู้ หรือประสบการณ์ที่ผ่านมา และสามารถระลึกมาใช้ได้เมื่อต้องการนำความรู้นั้น ๆ มาใช้

3.4 กระบวนการของการจำและระบบความจำ

กระบวนการของการจำ (Memory Process)

Gagne (1970: 70-71) ได้อธิบายขั้นตอนของกระบวนการจำดังนี้

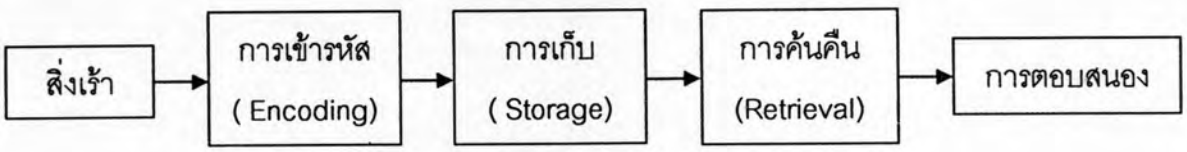
1. ขั้นสร้างความเข้าใจ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้า
2. ขั้นเรียนรู้ ในขั้นนี้จะเกิดการเปลี่ยนแปลงเกิดเป็นความสามารถอย่างใหม่
3. ขั้นเก็บไว้ในความจำ คือ การนำเอาสิ่งที่เรียนรู้ไปเก็บไว้ในส่วนของความจำในช่วงระยะเวลาหนึ่ง
4. ขั้นการรื้อฟื้น คือ การเอาสิ่งที่เรียนไปแล้วและเก็บเอาไว้นั้นออกมาในลักษณะของการกระทำที่สังเกตได้

Atkinson et al. (1990: 289) ได้จำแนกกระบวนการจำออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การเข้ารหัส (Encoding) เป็นการทำงานของระบบประสาทสัมผัสที่รับข้อมูลเข้ามาจากสิ่งเร้า ซึ่งข้อมูลนั้นอาจจะเป็นภาษา สัญลักษณ์ หรือเหตุการณ์ และสมองจะแปลความหมายเหล่านั้นจนเกิดความเข้าใจ

2. การเก็บ (Storage) ข้อมูลดังกล่าวจะถูกกลไกทางสมองเก็บรักษาข้อมูลเหล่านั้นไว้เป็นการเก็บไว้ในความจำระยะยาว

3. การค้นคืน (Retrieval) เป็นการค้นคืนข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำระยะยาวมาใช้เมื่อต้องการนำข้อมูล ความจำบางอย่างค้นคืนได้เร็ว เช่น เลขหมายโทรศัพท์ แต่บางอย่างจะต้องใช้ความพยายามที่จะระลึก บางครั้งจำเป็นจะต้องใช้เครื่องชี้แนะ (Cues)



แผนภาพที่ 3 ขั้นตอนกระบวนการจำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520: 3-20) ได้แบ่งลำดับขั้นของความจำออกเป็น 3 ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นเสนอสิ่งเร้า คือ การเสนอสิ่งที่ต้องการให้จำให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้สิ่งนั้นจนเข้าใจเสียก่อน

2. ขั้นกิจกรรมแทรก คือ การให้ผู้เรียนทำกิจกรรมอื่นเป็นกิจกรรมที่สอดแทรกระหว่างขั้นเสนอสิ่งเร้าและขั้นการทดสอบ

3. ขั้นการทดสอบ จะบ่งชี้ว่าผู้เรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนในขั้นการนำเสนอสิ่งเร้าได้มากน้อยเพียงใด มีวิธีทดสอบความจำ 3 วิธี คือ

3.1 การจำได้ เป็นการทดสอบความจำโดยแสดงสิ่งเร้าที่เคยประสบมาแล้ว

3.2 การระลึกได้ เป็นการระลึกสิ่งที่เคยประสบในอดีตออกมา โดยไม่มีสิ่งเร้าที่เคยปรากฏมาปรากฏให้เห็น

3.3 การเรียนซ้ำหมายถึง การทำซ้ำ ๆ หรือเสนอสิ่งเร้าซ้ำ ๆ ในการเรียนรู้ การเรียนรู้แบบนี้มักใช้วัดด้วยเวลาหรือจำนวนครั้ง

ระบบความจำ (System of Memory)

วิภาพร มาพบสุข (2542: 351-353) กล่าวว่า ระบบความจำของมนุษย์จำแนกออกเป็น 3 ระบบ คือ ระบบความจำการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) ระบบความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และระบบความจำระยะยาว (Long-term Memory)

1. ระบบความจำการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) ความจำการรู้สึกสัมผัส หมายถึง การคงอยู่ของความรู้สึกสัมผัส หลังจากที่การเสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลงความคงอยู่ของสัมผัสดังกล่าวนี้ ทำให้เกิดการเห็นภาพซ้อนต่อเนื่องกันไป ซึ่งเป็นหลักการของการฉายภาพยนตร์ ระบบความจำการรู้สึกสัมผัสมีหลายประเภท ได้แก่

1.1 ความจำภาพติดตา (Iconic Memory) เป็นภาพที่ติดอยู่ในความทรงจำหลังจากที่การเสนอภาพซึ่งเป็นสิ่งเร้าทางตาสิ้นสุดลงแล้ว แต่ภาพที่คนเราเห็นนั้นไม่ได้หายไปทันทีพร้อมกับรูปภาพ ภาพยังคงติดตาอยู่เกือบ 1 นาที ในระหว่างที่เป็นภาพติดตาอยู่นี้ ภาพใดได้รับการตีความจากสมองก็จะเป็นการรับรู้และเข้าสู่ระบบความจำระยะสั้น ส่วนภาพใดที่ไม่ได้รับการตีความก็จะเลือนหายไป

1.2 ความจำเสียงก้องหู (Echoic Memory) ความจำเสียงก้องหู หมายถึง การที่เสียงยังคงอยู่ในระบบการได้ยินหลังจากที่พลังเสียงได้เงียบหายไปแล้ว การคงอยู่ของเสียงช่วยให้เราสามารถตีความเสียงที่เราได้ยินได้ครบถ้วน

2. ระบบการจำระยะสั้น (Short-term Memory หรือ S.T.M.) เป็นความจำหลังการรับรู้ซึ่งสิ่งเร้าที่ได้ตีความหมายจนเกิดเป็นการรับรู้แล้วฝังตัวอยู่ในความจำระยะสั้น เราใช้ความจำระยะสั้นสำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้ประโยชน์ในขณะที่จำอยู่เท่านั้น เช่น การจำชื่อบุคคลที่เคยรู้จัก การจำอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ เป็นต้น ความจำระยะสั้นนี้สูญหายไปจากความทรงจำได้ง่ายมาก ถ้าผู้จำไม่ได้ใส่ใจอยู่กับสิ่งที่ต้องการจำนั้น นอกจากนี้ความจำระยะสั้นยังเก็บข้อมูลไว้ได้ปริมาณจำกัด

3. ระบบความจำระยะยาว (Long-term Memory หรือ L.T.M.) เป็นความจำที่มีความคงทนถาวรมากกว่าความจำระยะสั้น อาจจำเป็นเดือนหรือเป็นปี โดยปกติเราจะไม่รู้สึกสิ่งที่เป็นความจำระยะยาว แต่เมื่อต้องการใช้ข้อมูลเหล่านั้นก็สามารถฟื้นความจำและแสดงออกมาได้ เช่น ประสบการณ์ประทับใจในวัยเด็กเราสามารถจำได้นานจนบัดนี้ ความจำในลักษณะนี้จัดว่าเป็นความจำระยะยาวทั้งสิ้น

สิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาวจะอยู่ในรูปของความหมาย หรือความเข้าใจในสิ่งเร้าที่ตนได้สัมผัส ซึ่งความหมาย และความเข้าใจนี้เป็นผลของการตีความสิ่งเร้าในความจำระยะสั้น เช่น ในขณะที่เราดูภาพยนตร์ภาพและเสียงในภาพยนตร์นั้นจะอยู่ในความจำระยะสั้น สมองจะตี

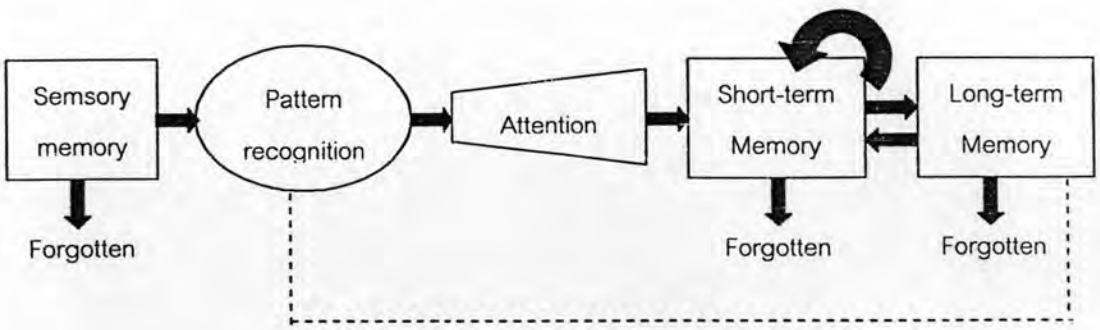
ความหมายภาพและเสียงติดต่อกันไปเรื่อย ๆ ตั้งแต่ต้นจนจบเราเกิดความเข้าใจเรื่องราวของภาพยนตร์นั้นโดยตลอด ภาพและเสียงเหล่านั้นจะถูกปล่อยให้สลายตัวไปจากความจำระยะสั้น ส่วนความหมายและความเข้าใจเกี่ยวกับภาพยนตร์นั้น จะอยู่ในความจำระยะยาว เมื่อมีเพื่อนมาถามว่าดูหนังสนุกไหม เล่าให้ฟังหน่อยเราจะเริ่มทบทวนเนื้อเรื่องในภาพยนตร์และเล่าให้ฟังตามความเข้าใจของตนเอง

เนื่องจากสิ่งที่อยู่ในความทรงจำระยะยาวเป็นความหมาย หรือความเข้าใจที่เกิดจากการตีความสิ่งเร้าตามประสบการณ์ ตามความเชื่อ และตามความสนใจของเราเอง ดังนั้นความเข้าใจที่อยู่ในความจำระยะยาวอาจจะตรงหรืออาจจะไม่ตรงกับสิ่งเร้าจริงก็ได้ เช่น การสนทนาในชีวิตประจำวัน บางครั้งมีการเข้าใจผิดเกิดขึ้นโดยผู้ต้องการสื่อความหมายอย่างหนึ่ง แต่ผู้ฟังตีความหมายจนเกิดความเข้าใจไปอีกทางหนึ่งซึ่งไม่ตรงกัน

การเปลี่ยนจากความจำระยะสั้นเป็นความจำระยะยาว (Transfer from Short - Term to Long-Term Memory)

ทฤษฎีที่จะอธิบายถึงการเปลี่ยนสิ่งที่อยู่ในความจำระยะสั้นให้เป็นความจำระยะยาวได้แก่ ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual-Memory Theory)

ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual-Memory Theory) เป็นทฤษฎีของ Atkinson และ Shiffrin (1971) มีใจความว่าข้อมูลต่าง ๆ ที่เข้ามาอยู่ในความจำระยะสั้น (S.T.M.) ข้อมูลนั้นต้องได้รับการทบทวนตลอดเวลา มิฉะนั้นความจำเกี่ยวกับข้อมูลนั้นจะสลายตัวไปอย่างรวดเร็วกลายเป็นลืม และข้อมูลใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นเป็นเวลานานเท่าไร ข้อมูลนั้นก็จะมีโอกาสฝังตัวเป็นความจำระยะยาวมากขึ้นเท่านั้น การทบทวนซ้ำ ๆ ไม่เพียงแต่ทำให้ข้อมูลคงอยู่ในความจำระยะสั้นเท่านั้น แต่ยังทำให้ข้อมูลอยู่ในความจำระยะยาวด้วย ดังแผนภาพที่ 4



แผนภาพที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างความจำระยะสั้น และความจำระยะยาว

ที่มา : Atkinson et al. (1990: 289)

3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

การจดจำเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้นั้น นอกจากต้องอาศัยกระบวนการที่ทำให้เกิดความจำแล้วยังขึ้นอยู่กับปัจจัยหลาย ๆ อย่าง ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวไว้ดังนี้

Hunter (1980: 5) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำของมนุษย์มี 5 ประการ ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหาที่เรียน (Meaning) นักเรียนที่จดจำความหมายของวัตถุจะสามารถเรียนรู้ได้ดีกว่าคนที่ไม่เรียนรู้ความหมาย เช่น การเรียนขั้นตอนการหารยาว ถ้าขาดความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวก ลบ คูณ และหาร ก็จะทำให้ลืมขั้นตอนการหารยาวได้อย่างรวดเร็ว

2. ระดับของการเรียนรู้เริ่มต้น (Degree of original learning) เรื่องราวบางอย่างสามารถเรียนรู้ได้ดีในตอนเริ่มต้น เช่น ถ้าได้รู้จักใครสักคนในตอนแรกแล้วรู้สึกประทับใจเวลาต่อมาก็จะไม่ลืมชื่อของเขา

3. การแสดงความรู้สึกของจิตใจ (Presence of feeling tone) เป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการจำ ความคงทนของระดับความรู้สึกนำไปสู่การจำ คนเราจดจำสิ่งที่ดีที่สุดถ้ารู้สึกประทับใจต่อมาอาจจะจำบางสิ่งในระดับที่ไม่พอใจทั้ง ๆ ที่พยายามที่จะขจัดทิ้งไปจากความทรงจำ

4. การถ่ายโยงทางบวกและทางลบ (Positive and negative transfer) การถ่ายโยงทางบวก เป็นการเรียนรู้ผ่านประสบการณ์ช่วยให้คนเราจดจำบางสิ่งบางอย่างในปัจจุบัน และนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ได้อย่างเหมาะสมดี การถ่ายโยงทางลบ เป็นการเรียนรู้สิ่งที่ยุ่งยากพยายามที่จะหลีกเลี่ยงอุปสรรคเหล่านี้

5. การฝึกหัด (Schedule of practice) เป็นตัวสร้างให้เกิดความจำ การฝึกหัดที่ดีควรเพิ่มความซับซ้อนมากขึ้น จึงจะประสบความสำเร็จ พยายามจำลักษณะพิเศษ หรือปัจจัยที่กระตุ้นให้เกิดความคงทน ความทรงจำจะเพิ่มขึ้นทีละน้อยและจะคงทนในความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย

ประสาท อิศรปรีดา (2518: 183) ได้กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อการจำของมนุษย์มีหลายประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหา เนื้อหาที่นักเรียนเข้าใจและมีความหมายต่อนักเรียน นักเรียนจะจำได้ดีกว่าเนื้อหาที่ไม่มีความหมาย

2. การทบทวน การทบทวนได้อ่านอยู่เสมอ ย่อมทำให้ความจำดีขึ้น

3. การเรียนรู้สอดแทรก ความจำจะดีหรือไม่นั้นจะขึ้นอยู่กับการเรียนรู้อื่น ๆ ที่แทรกขึ้นมา ซึ่งการเรียนรู้อื่นที่แทรกขึ้นมาอาจจะเป็นการเรียนรู้เก่าหรือความรู้ใหม่ก็ได้ ถ้าสิ่งที่เรียนรู้เก่า

ไปขัดขวางสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ ทำให้การจำความรู้ใหม่ยากขึ้น ในทางตรงข้าม ถ้าสิ่งที่เรียนรู้ใหม่เข้าไปขัดขวาง ทำให้การจำสิ่งที่เรียนรู้มาก่อน หรือความรู้เก่าเลอะเลือนหรือลดน้อยลง ดังนั้นครูควรเลือกสถานการณ์การเรียนรู้ต่าง ๆ ที่จะส่งเสริมซึ่งกันและกัน หรือที่มีการขัดขวางซึ่งกันและกันน้อยที่สุด

4. ความสัมพันธ์ของเนื้อหา ก่อนที่จะให้เด็กท่องเรื่องต่าง ๆ ต้องให้เด็กเข้าใจก่อนว่ามีรายละเอียดอย่างไร สัมพันธ์กันอย่างไร แล้วลงมือท่องโดยยึดความสัมพันธ์เป็นหลัก

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 239) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำ สรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้ (Learning) ผู้ที่สามารถจำได้มักเกิดจากการเรียนรู้ที่แท้จริง มีเหตุผลและมีหลักเกณฑ์ สามารถสะสมหรือจำเหตุการณ์ต่าง ๆ นั้นได้ เช่น เรียนรู้ว่า 1 บาท มี 4 สลึง ถ้าคนซื้อ 2 บาท โดยใช้เหรียญสลึงแทนเหรียญบาท จะต้องได้ถึง 8 สลึง เป็นต้น

2. ความสามารถในการสะสม (Retention) หมายถึง การรวบรวมประสบการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงหรือทางอ้อม เช่น การที่ลิงชิมแฟนซีของโคฮ์เลอร์รวบรวมประสบการณ์ การสอยผลไม้มาแก้ปัญหา การสอยกล้วยกินเมื่อถูกขังอยู่ในกรง เป็นต้น

3. ความสามารถในการถ่ายทอดได้ (Reproduction) หมายถึง การที่บุคคลสามารถดึงเอาสิ่งที่สะสมอยู่มาใช้ โดยการเล่าหรืออธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งออกมา 2 รูปแบบ คือ

3.1 การระลึกได้ (Recall) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมาโดยการเล่า บรรยายหรืออธิบายสิ่งที่เคยจำได้นั้นออกมาได้ถูกต้อง โดยไม่ต้องมีสิ่งนั้นมาปรากฏให้เห็น

3.2 การจำได้ (Recognition) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมาโดยโดยการชี้สิ่งนั้นได้ถูกต้อง เมื่อมีสิ่งเร้าอื่น ๆ ปะปนอยู่ด้วย เช่น การชี้ตัวผู้ต้องหาบนโรงพัก แม้จะมีผู้อื่นที่ไม่ใช่ผู้ต้องหาปะปนอยู่

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำนั้นมีหลายประการทั้งกระบวนการเรียนรู้ วิธีการที่จะทำให้เกิดการจำ การทบทวน การฝึกหัด ความเข้าใจในเนื้อหา ซึ่งในการเรียนรู้ถ้าผู้เรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างเข้าใจ ก็จะทำให้สิ่งนั้นคงทนอยู่นานและยังสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน

วารินทร์ รัศมีพรหม (2532: 29) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนที่มีผลต่อความคงทนในการเรียน ดังนี้

1. การเรียนรู้สิ่งที่มีความหมายต่อผู้เรียนจะทำให้ผู้เรียนเรียนได้เร็วและจำได้นาน

กว่าสิ่งที่ไร้ความหมาย

2. การเรียนรู้ที่เชื่อมโยงวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องมากกว่า 2 อย่างขึ้นไปจะเกิดขึ้นได้ถ้านำวัตถุหรือเหตุการณ์นั้นไว้ติดกันหรือต่อเนื่องกัน หลักการนี้คือ หลักความใกล้ชิด (Proximity) และหลักการความต่อเนื่อง (Contiguity)

3. ความถี่ของสิ่งเร้า (Stimulus) และการตอบสนองที่เกิดขึ้นเหมือนหรือคล้ายกัน มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ตามกฎความถี่ของธอร์นไดค์ การกระทำซ้ำ ๆ หรือการฝึกฝนจะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในระยะสั้น ๆ แต่กระบวนการที่ใช้ เช่น การใช้รหัส การเสริมแต่ง และการถ่ายทอดจะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในความจำระยะยาว การทำซ้ำ ๆ เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนทักษะและในการเรียนรู้สิ่งที่ไร้ความหมาย ดังนั้นผู้ออกแบบสารจึงต้องออกแบบสารให้มีความหมายที่ผู้เรียนสามารถจำได้ดีขึ้น

4. การเรียนขึ้นอยู่กับผลการเรียน ถ้าผลการเรียนนั้นให้ความชื่นชอบ ลดความตึงเครียด มีประโยชน์ เป็นการให้รางวัล หรือเป็นข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นและคงทนมากขึ้นตามกฎธอร์นไดค์ (Low of effect)

วิธีการที่จะช่วยให้เกิดความจำระยะยาวได้ดี แบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ การจัดบทเรียนให้มีความหมาย และการจัดสภาพส่งเสริมการเรียน

1. การจัดบทเรียนให้มีความหมาย หากเนื้อหามีความหมายเพียงพอแล้วย่อมไม่มีการลืมเนื้อหานั้น แม้เนื้อหานั้นจะมีโครงร่างไม่ดีนัก แต่หากมีความหมายแก่ผู้เรียนเขาก็จะจดจำได้นาน ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนหรือความจำดีขึ้น โดยใช้วิธีการดังนี้

1.1 การสร้างสื่อสัมพันธ์ (Mediation) เป็นวิธีการสร้างสัมพันธ์อย่างมีความหมาย ช่วยในการจำบทเรียนที่ขาดความหมาย

1.2 การจัดเป็นระบบไว้ล่วงหน้า (Advanced Organization) เป็นการสรุปโครงสร้างหรือกระบวนการเกี่ยวกับบทเรียนให้นักเรียนทราบก่อนการเรียนในเนื้อหาวิชานั้น ๆ

1.3 การจัดเป็นลำดับขั้น (Hierarchical Structure) เน้นการจัดบทเรียนให้เป็นลำดับตามขั้นการเรียนรู้ ในลำดับขั้นต่ำกว่าจะเป็นพื้นฐานให้ผู้เรียนเรียนรู้ขั้นที่สูงขึ้นเป็นลำดับไป นักเรียนต้องมีความรู้ในขั้นแรกก่อนที่จะเรียนรู้ในขั้นต่อไป

1.4 การจัดเข้าเป็นหมวดหมู่ (Organization) เป็นการนำข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วมาจัดให้เข้าเป็นระบบระเบียบและเข้าแบบแผน จะใช้ในกรณีต้องการสร้างความเชื่อมโยงของข้อมูลจำนวนมาก ๆ การจัดข้อมูลนี้จะเป็นการประหยัดเนื้อที่การเก็บข้อมูลในสมอง ปัญหาของการเก็บข้อมูลในความจำระยะยาวคือ การรื้อฟื้นรอยจำขึ้นมาได้ยาก แต่การจัดระเบียบแบบแผนอาจกระทำได้โดยการจัดตามหัวข้อเรื่องและการจัดตามลำดับอนุกรม ประเภท ความยากง่าย เป็นต้น

2. การจัดสภาพส่งเสริมการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทำกิจกรรมต่าง ๆ เกี่ยวกับบทเรียนมากขึ้น ทั้งในระหว่างการเรียนการสอนและภายหลังการเรียนการสอนแล้ว โดยใช้วิธีการดังนี้

2.1 การนึกถึงสิ่งที่เรียนขณะฝึกฝนอยู่ (Recall during practice) หมายถึง การทบทวนบทเรียนภายหลังที่อ่านจบแต่ละครั้ง สมมติว่าบทเรียนหนึ่งต้องใช้เวลาอ่านเที่ยวละ 30 นาที ครูกำหนดเวลาอ่าน 2 ชั่วโมง นักเรียนที่อ่านตั้งแต่ต้นจนจบครบ 4 เที่ยวจะจำได้น้อยกว่านักเรียนที่อ่านจบหนึ่งเที่ยวแล้วทบทวนข้อความที่อ่านนั้น เพื่อทำความเข้าใจชัดเจนขึ้นแม้จะใช้เวลา 2 ชั่วโมงเท่ากันก็ตาม

2.2 การเรียนเพิ่มเติม (Over Learning) หมายถึง การเรียนภายหลังที่จำบทเรียนนั้นได้แล้ว ลักษณะนี้เห็นได้ชัดเจนที่จำข้อความสั้น ๆ ซึ่งอ่านเพียงครั้งเดียวก็จำได้ แต่ถ้าเราอ่านเพียงเที่ยวเดียว ในเวลาเพียงไม่กี่วินาทีเราก็ลืม หากได้อ่านทบทวน 4–5 เที่ยว จะทำให้จำได้ดีขึ้นและจำได้นาน

2.3 การท่องจำ (Recitation) การท่องจำจะยิ่งทำให้จำได้มากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เพราะผู้ที่ท่องอย่างมีความตั้งใจมักจะมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และเมื่อท่องไปได้ระยะหนึ่งผู้ท่องจะทราบความก้าวหน้าของตนเองทำให้เกิดกำลังใจที่จะท่องต่อไป นอกจากนี้การท่องเป็นกิจกรรมที่มีจุดหมายแน่ชัด ผู้ท่องจะตั้งระดับความมุ่งหวังไว้และมุ่งให้บรรลุถึงเป้าประโยชน์

2.4 การสร้างจินตภาพ (Imagery) หมายถึง การสร้างรหัสโดยนึกภาพในใจเป็นการเอาสิ่งที่ต้องการจำไปเชื่อมโยงกับสิ่งที่จำได้ดีแล้ว โดยการนึกภาพเป็นคู่สัมพันธ์ หากนึกภาพได้แปลกเท่าใดความคงทนจะยิ่งมากขึ้น

อุดม จำรัสพันธุ์ (2541 : 118) ได้อธิบายเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ข้อเท็จจริงและมีความคงทนในการเรียน ต้องจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับสัมผัส การรับรู้และการจำที่ดี ซึ่งมีข้อคำนึงในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1. จัดระบบระเบียบสื่อเอกสารที่ใช้ในการเรียนให้เป็นหมวดหมู่ สะดวกต่อการเรียนรู้

2. ช่วยให้นักเรียนเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมและความรู้ใหม่ที่ได้รับ

3. สื่อเอกสารข้อสนเทศที่ซับซ้อนต้องมีการเรียงลำดับก่อนหลังให้เอื้อต่อการเรียนรู้

4. จัดเตรียมคำสรุปความรู้ที่ถูกต้องเอาไว้ให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตน

5. จัดให้มีการฝึกฝนหรือการทบทวนเพื่อให้เกิดความคงทนในการจำ

6. ส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบและประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน ครูควรจัดบทเรียนให้มีความหมาย มีความเป็นระบบ ลำดับ หมวดหมู่ และจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับสัมผัส การรับรู้และการจำที่ดี

3.7 การวัดความคงทนในการเรียน

ภายหลังจากเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแล้ว นอกจากครูจะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแล้ว ครูควรวัดความคงทนในการเรียนของนักเรียนด้วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่งการวัดความคงทนในการเรียนนั้นมีนักการศึกษาและนักวิชาการกล่าวถึงไว้ดังนี้

Nunnally (1959: 105-108) ได้กล่าวถึง การวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนเพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง

Lindvall and Nitko (1967: 127) ได้กล่าวถึง ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า การสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2525: 118) กล่าวว่า การศึกษาทบทวนสิ่งที่จำได้อยู่แล้วซ้ำอีกจะช่วยให้ความจำถาวรมากยิ่งขึ้น ช่วงเวลาที่ความจำระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวหรือความคงทนในการเรียนใช้เวลาประมาณ 14 วัน หลังจากได้เรียนรู้ผ่านไปแล้ว

ชวาล แพรัตกุล (2526: 1) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนรู้ไว้ว่า การวัดความคงทนในการเรียนรู้ คือ การสอบซ้ำ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกันไปสอบกับกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน เวลาในการสอบครั้งแรกและครั้งที่สอง ควรเว้นห่างกันประมาณ 2 – 4 สัปดาห์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่เหมาะสมในการวัดความคงทนในการเรียน คือ ประมาณ 2 สัปดาห์ หลังจากที่เรียนผ่านไป สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วัดความ

คงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และวัดหลังจากการวัดครั้งที่ 1 เป็นเวลา 2 สัปดาห์

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Beckett (1999) ศึกษาการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ในวิชาสถิติจากสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองของนิสิต กลุ่มตัวอย่างจำนวน 101 คน ซึ่งลงทะเบียนเรียนในวิชาสถิติและความน่าจะเป็น โดยทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบเขียนตอบเพื่อตัดสินความสามารถในการให้เหตุผล และทำการสำรวจสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้เพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเองที่เน้นการปฏิสัมพันธ์ภายในกลุ่มจากการอภิปราย การสื่อสาร กระบวนการคิดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของกลุ่มทดลองสองกลุ่ม กับกลุ่มควบคุมอีกสองกลุ่ม เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา นิสิตทุกคนทำแบบสำรวจสภาพแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อการสร้างความรู้ด้วยตนเอง และประเมินความคิดเห็นตามวิธีการสอนจากสร้างสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้ เพื่อการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ผลปรากฏว่ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ สอดคล้องกับสมมติฐานที่ว่าสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้เพื่อการสร้างความรู้ด้วยตนเองช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจด้านมโนทัศน์

Pinzka (1999: 1491A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันกับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์ ในวิชาแคลคูลัสของนักศึกษาระดับอุดมศึกษา โดยทำการทดสอบความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และมโนทัศน์ เรื่อง อนุพันธ์ นักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัส ในภาคเรียนที่ 1 จำนวน 33 คน และทำการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลกับนักศึกษา จำนวน 6 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจ เรื่อง ฟังก์ชันและมโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนมีกระบวนการและแนวคิดในแต่ละมโนทัศน์แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์เกี่ยวกับเรขาคณิต สามารถตีความหมายและอธิบายกราฟของฟังก์ชัน สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ ของฟังก์ชันเข้าใจถึงการใช้เครื่องหมาย กระบวนการ โดเมนของฟังก์ชัน และสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน

Rittle-Johnson (1999) ได้เสนอรูปแบบซ้ำเพื่อความเข้าใจในการพัฒนาความรู้

ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ และรวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงการนำเสนอปัญหา โดยมีกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม คือนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ที่ได้รับการประเมินความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ เรื่อง เศษส่วน ก่อนและหลังการแก้ปัญหา ผลการทดลองของนักเรียนเกรด 5 พบว่า ความรู้ด้านมโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อนของนักเรียนจะสนับสนุนประโยชน์ของความรู้ด้านการดำเนินการ และความรู้ด้านการดำเนินการก็ส่งเสริมการปรับปรุงความรู้ด้านมโนทัศน์ด้วย ดังนั้นการนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องจึงเป็นสื่อสัมพันธ์ระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการที่ได้รับการปรับปรุง ผลการทดลองนักเรียนเกรด 6 พบว่า มีการเชื่อมโยงการนำเสนอปัญหาที่ได้รับการปรับปรุงไปสู่ความรู้ด้านการดำเนินการที่ปรับปรุงแล้ว นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้แสดงออกจะนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องมากกว่าและได้รับประโยชน์จากความรู้ด้านการดำเนินการมากกว่าด้วย

Carvey (2002) ทำการศึกษาการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการเรียนวิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของนักศึกษา ที่เข้าร่วมศึกษาแผนการสอนด้วยการคิดและการวางแผนวิธีการสอน เรื่อง สามเหลี่ยมมุมฉากตรีโกณมิติ ระยะเวลา 5 สัปดาห์ โดยนักศึกษามีโอกาสในการแลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนๆ โดยแบ่งการศึกษาออกเป็นสองส่วน ดังนี้ ส่วนแรกศึกษาการพัฒนาความเข้าใจของนักศึกษา เรื่อง สามเหลี่ยมมุมฉากตรีโกณมิติ ผลการศึกษาพบว่า การพูดคุยเกี่ยวกับภาพเป็นตัวช่วยในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ส่วนโอกาสและบริบทอื่น ๆ จะนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจและกลวิธีการสอน ส่วนที่สองศึกษาความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ความคล้ายคลึงของการพัฒนาความเข้าใจ ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาได้รับประโยชน์จากการพูดและฟังภาษาทางคณิตศาสตร์ เช่น ปรับเปลี่ยนจากการพูดเพื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการพูดเพื่อการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการศึกษายังระบุอีกว่านักศึกษาสามารถวางแผนเพื่อการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วย

Grinevitch (2004) ทำการศึกษาความเข้าใจเรื่องพีชคณิตนามธรรม (Abstract Algebra) ของนักศึกษาโดยใช้ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน เพื่อตรวจสอบการเรียนรู้และความเข้าใจมโนทัศน์พื้นฐานของทฤษฎีกลุ่มและตรวจสอบลักษณะเฉพาะของการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของไพรีและไคเรน ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยศึกษาเชิงลึกเป็นรายกรณีของนักศึกษา 6 คน ที่เรียนวิชาพีชคณิตนามธรรม เรื่อง มโนทัศน์ของกลุ่ม และมโนทัศน์ของกลุ่มที่คล้ายกัน การประเมินผล

ถูกออกแบบเป็นพิเศษตามรูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน เพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจที่นักศึกษาแสดงออกมา เก็บข้อมูลโดยการสังเกตในชั้นเรียนรายวัน การวิเคราะห์การเขียน การบ้าน การวิเคราะห์โจทย์ และบันทึกเสียงจากการสัมภาษณ์ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนแต่ละคนซึ่งอภิปรายถึงระดับความเข้าใจ พบว่า ความเข้าใจมโนทัศน์ของกลุ่มแสดงออกได้ลึกซึ้ง มีความชำนาญ และมีความเข้าใจผิดน้อยกว่า ความเข้าใจมโนทัศน์ของกลุ่มที่คล้ายกัน แสดงว่ารูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรนเป็นเครื่องมือที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะเฉพาะของการพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาได้

Droujkova (2004) ได้ศึกษาบทบาทของการเปรียบเทียบในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ของสัดส่วน มีจุดมุ่งหมายในการศึกษาคือการออกแบบซอฟแวร์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ทำการวิจัยกับนักเรียน 6 คน ที่มีอายุตั้งแต่ 13-16 ปี โดยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล กระบวนการออกแบบซอฟแวร์ช่วยให้นักเรียนเข้าถึงการเปรียบเทียบการพัฒนาการคิดในเรื่องพื้นที่ของสัดส่วน โดยใช้ทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรน ซึ่งโปรแกรมถูกสร้างขึ้นโดยผู้เรียนและรองรับระบบการคิดการเปรียบเทียบ ช่วยให้เกิดกระบวนการเรียนรู้และพัฒนาความรู้ร่วมกันในเรื่องพื้นที่ของสัดส่วน รูปแบบที่ใช้ในการทำกระบวนการนี้เป็นความคิดเห็นของนักเรียนที่มีลักษณะเดียวกัน มีความสัมพันธ์กัน และมีความคงที่

4.2 งานวิจัยในประเทศ

ในประเทศไทยยังไม่มีการวิจัยโดยใช้แนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง แต่มีงานวิจัยที่มีลักษณะสอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและไคเรนเป็นบางส่วน ดังนี้

รสอุบล ธรรมพานิชวงค์ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม โดยนักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดย

เน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปราโมทย์ บุญญสิริ (2546: บทคัดย่อ) วิจัยการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นการปฏิบัติ ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดีและสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง เช่น ในการทดลองกิจกรรมการวัดอุณหภูมิเพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนเต็ม โดยนักเรียนทำการทดลองวัดอุณหภูมิของน้ำ น้ำแข็ง และน้ำแข็งปนเกลือ ทำให้นักเรียนได้ข้อค้นพบเกี่ยวกับจำนวนเต็มว่า จำนวนเต็มมีทั้งที่เป็นจำนวนเต็มบวก ศูนย์และจำนวนเต็มลบ และยังทำให้นักเรียนมีเจตคติทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้น ส่งผลให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น มีความคงทนในการเรียนรู้สูงขึ้น ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จึงควรมีในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์